

# Uporaba metode QFT »Quantitative Feedback Theory« pri načrtovanju robustnega vodenja

Dalibor Igrec, Amor Chowdhury, Rajko Svečko

FERI Maribor, Smetanova ulica 17, 2000 Maribor  
E-pošta: dalibor.igrec@uni-mb.si

**Povzetek.** Namen članka je predstaviti načrtovanje regulatorja z metodo QFT, ki je verjetno edina znana tehnika načrtovanja vodenja, kjer je zajeto hkratno upoštevanje faze in negotovosti parametrov objekta. Prednost metode je možnost doseganja robustne stabilnosti in robustnega učinka z minimalnim učinkom povratne vezave [7]. QFT je grafično-analitični postopek načrtovanja vodenja, ki zahteva precej predpriprav pri oblikovanju vzorcev objekta in empiričnih izkušenj, obenem pa daje načrtovalcu precej manevrskega prostora in neposrednega vpogleda v spremembe regulatorja pri načrtovanju. Temeljna hiba metode je določanje mej objekta v Nicholsovem grafu, saj izračun meja metode QFT eksponentno narašča z natančnostjo vzorca objekta. Za nazornejšo predstavitev metode smo predstavili poskus na realnem objektu, kjer smo izvedli vodenje sistema z regulatorjem načrtovanim z metodo QFT ter preverili lastnosti sistema in primerjali dobljene rezultate z rezultati, ko je bil sistem voden z regulatorjem, načrtovanim po metodi  $H_\infty$ .

**Ključne besede:** metoda QFT, Nicholsov graf, negotovost parametrov, vzorec objekta, robustna stabilnost

## Robust control design with QFT

**Abstract.** The quantitative feedback theory (QFT) design is a graphic technique for designing feedback controllers which is probably the only known technique that simultaneously considers large parametric uncertainty and phase information. The ability to satisfy robust stability and different performance constraints with the minimum possible cost of feedback is the biggest advantage of the method. The downside is that the method, though systematic and powerful in hands of an experienced control engineer, has only recently lent itself to a formal mathematical form as is the case with the more recent paradigms such as  $H_\infty$  control and  $\mu$ -synthesis. A major advantage of QFT is that the design is performed in the frequency domain. This enables a good insight into the plant operation and difficulties that may arise during the controller design. Uncertainties can be caused either by changing the plant characteristics or ambient conditions or by unknown external disturbances. QFT starts by defining the plant and then specifying its uncertainties. The defined uncertainties are then used to determine the differential gain and phase from the nominal ones, over the range of frequencies through which the plant operates. At each distinct frequency, differential gains and phases are used to generate the Plant template. The given example illustrates the steps taken in the QFT controller design. The aim of the present work is to present the usage of the QFT method for the controller design. To allow for a more illustrative presentation we made an experiment with a real object with the controller designed according to the QFT method. In the paper we show the complete procedure of the QFT design from the model analysis to the controller design. At the end we also compared the system performances of the QFT and  $H_\infty$  controller design.

**Keywords:** QFT design, Nichols chart, parameter uncertainty, plant template, robust stability

## 1 Uvod

Načrtovanje vodenja sistemov je pogosto povezano z negotovostjo sistemov in težavami pri uporabi ustreznih regulatorjev, vzdrževanju stabilnosti sistema in preprečevanju neželenih učinkov, kot npr. eksternih motenj in perturbacij sistema. Za odpravljanje učinka negotovosti se uporablajo adaptivni regulatorji, kjer se parametri objekta (proge) sproti identificirajo, kar ustrezeno vpliva na dinamično sintezo regulatorja in robustni regulatorji, ki upoštevajo najslabše mogoče razmere celotne družine modelov objekta s stališča negotovosti ob nespremenjenem regulatorju. Delovanja sistemov v realnosti nikoli ne poznamo v celoti, saj se njihovo delovanje spreminja s časom zaradi staranja komponent, spremenjanja parametrov ali s spremembami delovnih razmer (obremenitve, motnje). Cilj načrtovanja je izdelati takšen regulator, ki bo zagotavljal stabilno in performančno zadovoljivo delovanje vodenega sistema v realnem okolju.

Metoda QFT načrtovanja robustnih regulatorjev [2] se je razvila v zadnjih 25 letih sistematičnega ukvarjanja z negotovostjo modelov. Začetki reševanja problematike segajo v leto 1980, ko sta Gera in Horowitz objavila članek o uporabi Bodejevega ojačitveno-faznega integrala za ugotavljanje karakteristike nominalne zanke z iteracijskim postopkom [12]. Postopek ni bil vedno konvergenčen, prav tako je bila za rešitev potrebna aproksimacija. Postopek je bil avtomatiziran z uporabo orodja QFT Toolbox [1], ki je poenostavil postopek

iteriranja in uporabo aproksimacij višjega reda. Thompson in Nwokah [7] sta za izračunavanje uporabila nelinearne tehnike programiranja, kjer sta meje funkcij QFT določila s pretvorbo funkcij QFT v funkcije  $H_\infty$ . Bryant in Halikias [3] sta uporabila linearne tehnike programiranja, vendar so bili njuni rezultati močno poenostavljeni in zaradi neupoštevanja polov in ničel funkcij nesposobni zagotavljati stabilnost sistemov. Zhao in Jayasuriya [9] sta uporabila Youlovo parametrizacijo za transformiranje funkcije QFT v enodimensionalen problem, vendar se s tem lahko avtomatično spreminja le en parameter regulatorja.

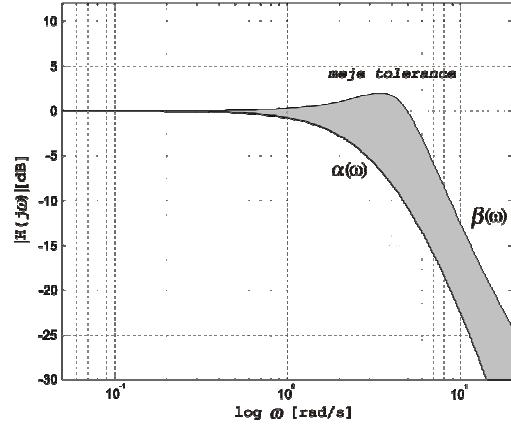
V primerjavi z drugimi optimizacijskimi metodami načrtovanja robustnega vodenja ima metoda QFT nekaj prednosti, kot na primer možnost kvantitativnega ugotavljanja "izgube povratne zanke", možnost upoštevanja faznih zamikov v procesu načrtovanja in možnost izbire med zahtevnostjo načrtovanja procesa in kompleksnostjo regulatorja. Omenjena prednost je še posebno pomembna, saj omogoča izdelavo preprostih regulatorjev, ki jih je mogoče tudi preprosto implementirati.

## 2 Princip načrtovanja

Cilj robustnega vodenja je zadovoljivo performančno obnašanje vodenega sistema kljub nepopolnemu poznavanju objekta. Zadovoljivo performančno obnašanje lahko opišemo kot ojačenje  $|H(j\omega)|$  prenosne funkcije zaprte zanke, ki leži v dovoljenem območju Bodejevega dijagrama na sliki 1:

$$0 \leq |\alpha(j\omega)| \leq |H(j\omega)| \leq |\beta(j\omega)| \quad (1)$$

Amplituda želene prenosne funkcije zaprte zanke je do določene frekvence enaka 0dB, nato pa hitro pada. Ponavadi so meje  $\alpha(\omega)$  in  $\beta(\omega)$  določene tako, da je sprememba  $|\beta(\omega) - \alpha(\omega)|$  dovolj majhna, da ne povzroča nestabilnosti in zadovolji performančne kriterije, v frekvenčnem območju  $\omega < \omega_h$ .  $\omega_h$  pomeni frekvenco pri absolutni vrednosti razlike mej  $|\beta(\omega) - \alpha(\omega)|$ . Pri izbiri mej  $\alpha(\omega)$  in  $\beta(\omega)$  je nerealno določiti ozko spremembo nad frekvenco  $\omega_h$ , saj je naraščanje občutljivosti sistema v visokofrekvenčnem območju neizogibno. Predvidevamo, da so vrednosti  $|\beta(\omega)/\alpha(\omega)|$  pri  $\omega \gg \omega_h$  zelo velike, medtem ko so dejanske vrednosti  $|\alpha(\omega)|$  in  $|\beta(\omega)|$  majhne.



Slika 1: Meje tolerance za ojačenje zaprte zanke  
Figure 1. Tolerance band for the closed-loop gain

Za doseganje robustnosti je treba zadostiti vsem pogojem, prikazanim na sliki 1. Pri objektih z neminimalno fazo moramo za fazo prenosne funkcije zaprte zanke dodatno definirati tolerančne meje [6]. Elektromehanski objekti so lahko predstavljeni kot modeli, ki vsebujejo strukturirano in nestrukturirano odstopanje [11]. Nestrukturirana odstopanja so zajeta z metodo QFT prek omejitve amplitude zaprte zanke, ki zagotavlja stabilnost za vse objekte iz družine objektov z nestrukturiranim odstopanjem.

Cilj metode QFT je, da dosežemo robustno stabilnost in hkrati robustni učinek za družino modelov objekta. Med vsemi regulatorji, ki zadostujejo pogojem, imenujemo tistega z minimalnim visokofrekvenčnim ojačenjem optimalni regulator [7].

Postopek načrtovanja regulatorja po metodi QFT je sestavljen iz več korakov. V prvem koraku izberemo prenosno funkcijo nominalnega objekta  $P_0(s)$ , ki ga dobimo iz lineariziranega modela objekta. Koeficiente modela izberemo iz njihovih intervalov negotovosti. Edina omejitev pri tej izbiri je, da mora nominalna zanka  $L_0(s)$  zadostiti pogoju ničelne izključitve [8].

V drugem koraku izberemo množico kritičnih frekvenc tako, da bodo meje pri izbranih frekvencah zadostovale pogojem za vse frekvence v opazovanem območju [1]. Frekvence so empirično izbrane po priporočilu v [14]. Z večanjem števila izbranih frekvenc se povečuje zapletenost načrtovanja.

S tretjim korakom določimo vzorce, ki prikazujejo učinek negotovosti parametrov na ojačenje in fazo nominalne zanke pri kritičnih frekvencah. Določimo meje stabilnosti, ki so vodilo pri načrtovanju regulatorja  $C(s)$  za kritične frekvence. Meje stabilnosti vseh kritičnih frekvenc sestavljajo nominalne točke, vzorec se dotika kroga območja stabilnosti v Nicholsovem grafu (slika 2). Iz tega sledi, da je maksimalna dovoljena amplituda odvisna od omejitvenega kriterija  $\beta(\omega)$ , ki je supremum zgornje meje  $\sup|\beta(\omega)|$ . Tako dobimo meje stabilnosti za nizke frekvence.

Postavitev meje stabilnosti za visoke frekvence si zamislimo tako, da postavimo pisalo na nominalno točko vzorca za določeno kritično frekvenco. Nato celoten vzorec premikamo okoli kroga območja stabilnosti, medtem ko še vedno držimo pisalo v nominalni točki vzorca. Slika 2 prikazuje, kako v korakih pri določeni kritični frekvenci premikamo vzorec v smeri urnega kazalca okoli kroga območja stabilnosti. Obris na sliki 2 je meja stabilnosti za pripadajočo kritično frekvenco. Dobljen obris je na zgornji strani fiksno določen z območjem stabilnosti (polna črta), na spodnji pa odvisen od oblike vzorca (črtkana črta).

Potem določimo mejno črto pri kritični frekvenci. Točko mejne črte dobimo s postavitvijo nominalne točke vzorca na določeno fazo odprte zanke in s premikanjem vzorca navzgor in navzdol tako dolgo, dokler ne najdemo najnižjega položaja, kjer je sprememba ojačanja zaprte zanke enaka dovoljeni spremembi, določeni z mejo tolerance. Amplitudo zaprte zanke razberemo iz zaprtozančne mreže v Nicholsovem grafu (M-linije).

Načrtovanje regulatorja z oblikovanjem odprte zanke izvajamo tako, da dosežemo:

- *robustno stabilnost*: to pomeni, da je pri vsaki kritični frekvenci pripadajoči odziv odprte zanke desno od pripadajoče meje stabilnosti ali na njej,
- *robustni učinek*: to pomeni, da je pri vsaki kritični frekvenci pripadajoči odziv odprte zanke nad pripadajočo mejno črto ali na njej.

Spreminjanje oblike pomeni spremenjanje ojačanja ter dodajanje ničel ali polov v odprto zanko. Najpomembnejša zahteva je, da mora  $L(s) = C(s)P(s)$  zadovoljiti Nyquistov stabilnostni kriterij [14].

Pri nestabilnih modelih in modelih z neminimalno fazo obstajajo določene omejitve pri izvajanju metode zaradi povezave med amplitudo in fazo, ki sta podana s Hilbertovim transformatom in Bodejevim integralom [14]. Omejitev zmanjšuje svobodo pri izbiri strukture regulatorja in v določenih primerih vsiljuje nasprotujoče si zahteve, posledica pa je, da regulatorja sploh ni mogoče načrtati.

Osnovni elementi, ki jih dodajamo v odprto zanko objekta  $L(s)$  med načrtovanjem regulatorja, so:

- ojačenje:  $k$ ,

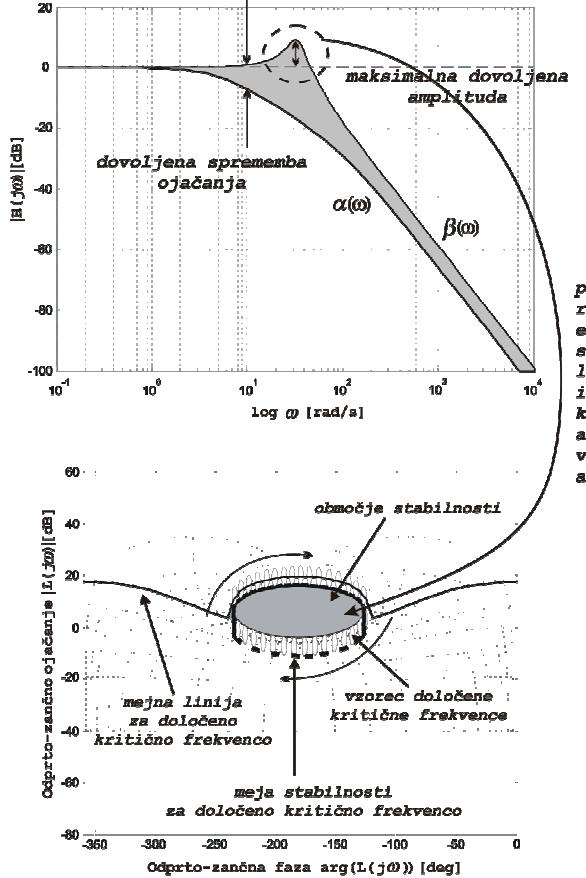
$$\text{pol ali ničla: } \frac{p}{s+p}, \frac{s+p}{p}, \quad (2)$$

$$\text{element lead ali lag: } \frac{s+a}{s+b}, \quad (3)$$

$$\text{filter Notch: } \frac{s^2 + 2\xi_1\omega s + \omega^2}{s^2 + 2\xi_2\omega s + \omega^2}, \quad (4)$$

$$\text{pol ali ničla drugega reda: } \frac{\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}. \quad (5)$$

Priporočila za uporabo predstavljenih elementov pri načrtovanju po metodi QFT so podana v [14].



Slika 2: Preslikava meje stabilnosti  
Figure 2. Stability boundary transformation

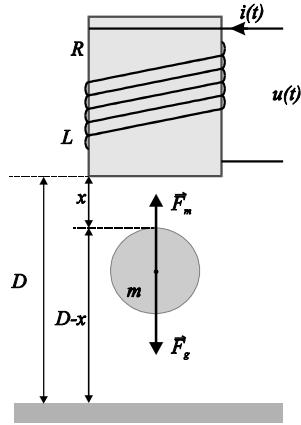
### 3 Modeliranje objekta

Za poskus smo izbrali problem regulacije višine lebdenja kovinske krogle v magnetnem polju. Model objekta sestavlja kovinska krogla in elektromagnet (slika 3). Na kroglo, ki leži pod elektromagnetu, delujeta magnetna sila  $F_m$  in gravitacijska sila  $F_g$ . Velikost in smer delovanja magnetne sile sta pogojeni z delovanjem elektromagneta. Ker je elektromagnet nepremičen, bomo predpostavili, da se smer delovanja ne spreminja. Krogla se lahko premika le v navpični smeri. Model opisujejo enačbe

$$u(t) = i(t)R + \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (6)$$

$$\psi(t) = L(t)i(t) \quad (7)$$

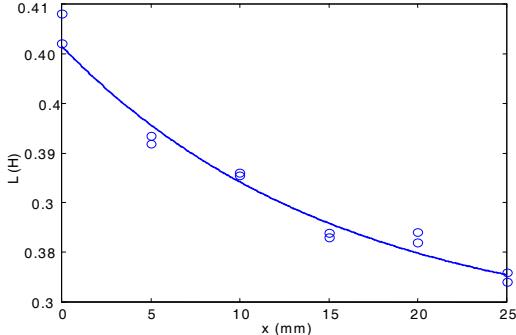
$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_g \quad (8)$$



Slika 3: Model objekta  
Figure 3. Object model

Induktivnost  $L$  je sestavljena iz induktivnosti  $L_0$ , ki jo prispeva elektromagnet, in induktivnosti  $L_1$ , ki je prispevek krogle. Prispevek krogle eksponencialno pada z večanjem razdalje med kroglo in elektromagnetom. Za celotno induktivnost  $L$  velja aproksimativni predpis

$$L = L_0 + L_1 e^{-x\varepsilon} \quad (9)$$



Slika 4: Induktivnost v odvisnosti od položaja krogle  
Figure 4. Inductivity in dependence on the ball position

Prenosna funkcija lineariziranega modela objekta je

$$P(s) = \frac{k_1 k_3}{s^3 - k_4 s^2 - (k_2 + k_1 k_3)s + k_2 k_4}. \quad (10)$$

Relacije med enačbami (6) - (10) so opisane v [10].

#### 4 Načrtovanja vodenja po metodi QFT

Postopek načrtovanja bomo prikazali na izbranem primeru. S spremenjanjem koeficientov  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  dobimo družino prenosnih funkcij lineariziranega modela. Meje intervalov negotovosti koeficientov od  $k_1$  do  $k_5$  so določene v odvisnosti od razdalje med elektromagnetom in kroglo:

$$\begin{aligned} k_1 &\in [7; 13], k_2 \in [540; 640], k_3 \in [2.5; 2.6] \\ k_4 &\in [-7.25; -7.55], k_5 \in [-4.7; -2.6] \end{aligned} \quad (11)$$

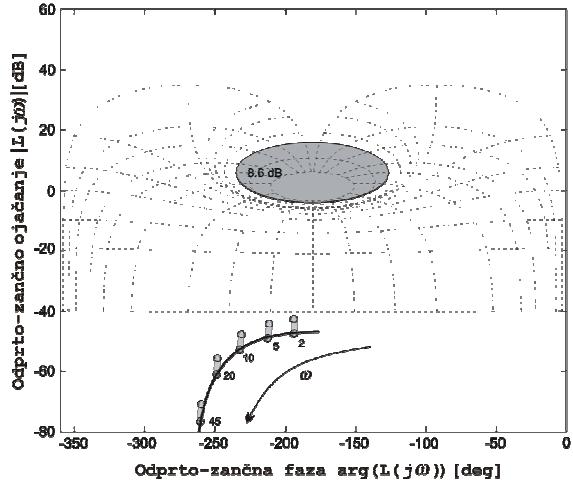
$P_0(s)$  smo izbrali pri delovni točki  $x = 15$  mm, ker so parametri  $k_1=9.8$ ,  $k_2=638$ ,  $k_3=2.58$ ,  $k_4=-7.45$ ,  $k_5=-3.7$ . Linearizirani model objekta je nestabilen. Kot izhodišče načrtovanja postavimo zahteve vodenja:

- prenihaj na stopnico mora biti manjši od 60%,
- čas postavitve mora biti krajši od 0,5 sekunde,
- stacionarni pogrešek naj bo manjši od 5%,
- sistem naj bo robustno stabilen.

Iz zahtev določimo prenosni funkciji, ki opisujeta zgornji in spodnji performančni kriterij [10] zaprtzančnega sistema:

$$\alpha(s) = \left| \frac{1113.54}{s^2 + 24s + 1113.54} \right|, \quad \beta(s) = \left| \frac{522.9}{s^2 + 112s + 522.9} \right| \quad (12)$$

Na začetku postopka sinteze izberemo regulator  $C(s)=1$ . Sledi izbiro množice kritičnih frekvenc, za izbrani primer: 2, 5, 10, 20, 45 [rad/s] [14].

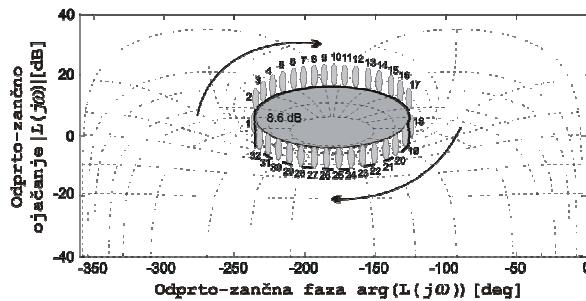


Slika 5: Vzorci pri kritičnih frekvencah objekta  
Figure 5. Templates for critical frequencies

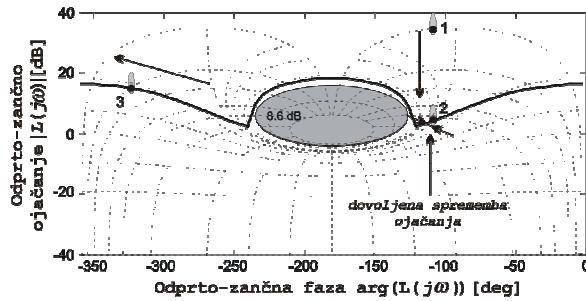
Določimo meje stabilnosti vseh kritičnih frekvenc, ki jo sestavljajo nominalne točke, katere vzorec se dotika kroga 8.6 dB (slika 6). Tako postavimo pisalo na nominalno točko vzorca za določeno kritično frekvenco in celoten vzorec premikamo okoli kroga 8.6 dB. Slika 6 prikazuje, kako v 32 korakih pri kritični frekvenci 10 [rad/s] premikamo vzorec v smeri urnega kazalca okoli kroga 8.6 dB. Obris, ki ga vidimo na sliki 6, je mejstabilnosti za pripadajočo kritično frekvenco.

S tretjim korakom določimo vzorce, ki prikazujejo učinek negotovosti parametrov na ojačanje in fazo nominalne zanke pri kritični frekvenci. Na sliki 5 so vzorec prikazani s sivim območjem (pet vzorcev na spodnji strani slike 5), ki se zmanjšujejo z večanjem kritične frekvence. Skrajne vrednosti negotovosti s slike 6 ustrezajo izbranemu vzorcu s slike 5.

Določimo mejo črto pri kritični frekvenci. Slika 7 prikazuje postopek pri kritični frekvenci 10 [rad/s]. Pri fazi odprte zanke  $-110^\circ$  smo premaknili vzorec navzdol, kjer je bila pri položaju 2 sprememba ojačanja zaprte zanke enaka dovoljeni spremembi ojačanja zaprte zanke pri 10 [rad/s] v meji tolerance na sliki 2.



Slika 6: Meja stabilnosti pri kritični frekvenci 10 [rad/s]  
Figure 6. Stability boundary for critical frequency 10 [rad/s]



Slika 7: Mejna linija pri kritični frekvenci 10 [rad/s]  
Figure 7. Performance boundary for critical frequency 10 [rad/s]

Načrtovanje regulatorja s spremenjanjem oblike izvajamo po korakih oz. priporočilih [14] s pomočjo programskega orodja [1]. Načrtovanje temelji na principu poskusa in napake. Končno potrditev dobimo šele s performančnim testom (slika 11) in če so zahteve vodenja izpolnjene, je načrtovanje končano. V nasprotnem primeru ponovno načrtujemo in uporabimo drug nabor elementov metode QFT, ali pa drugačne vrednosti le-teh. Kateri element dodamo, je odvisno od trenutne oblike in lege krivulje v Nicholsovem grafu (slika 8). Za lažjo izbiro prej preverimo, kako in kam želimo, da se krivulja v naslednjem koraku premakne. S tem zožimo nabor mogočih in olajšamo izbiro naslednjega dodanega elementa. Z dodajanjem ne pretiravamo, saj vsak na novo dodan element poviša red regulatorja, s tem pa tudi njegovo kompleksnost in izvedbo v praksi.

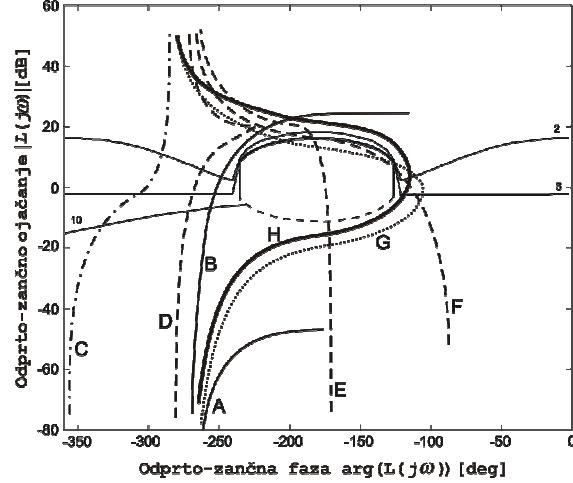
Začnemo tako, da vrišemo v Nicholsov graf  $L(s)$  pri  $C(s)=1$  (slika 8, krivulja A). Povečamo ojačanje na  $C(s)=2200$  in premaknemo  $L(s)$  navzgor, s tem zadovoljimo zahtevam pri nizkih frekvencah (slika 8, krivulja B).

Dodamo integrator  $s^{-1}$ , s katerim odpravimo stacionarni pogrešek, kar je ena od zahtev vodenja (slika 8, krivulja C).

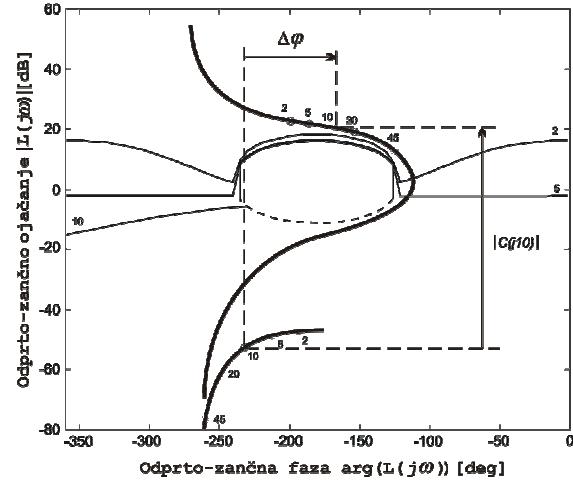
Dodamo realno ničlo  $(s+1)$  in z njo zvišamo zančno ojačanje in fazno rezervo, krivuljo premaknemo v desno (slika 8, krivulja D). Podobno storimo v naslednjih dveh korakih. Dodamo realni ničli  $(s+10)$  (slika 8, krivulja E) in  $(s+30)$  (slika 8, krivulja F).

Iz krivulje F je razvidno, da je sistem pri nizkih frekvencah v mejah pričakovanega. Dodamo še kompleksni pol  $10^6/(s^2+10^3s+10^6)$ , ki premakne krivuljo v drugo smer, obrne fazo in tako zadosti pogojem pri visokih frekvencah (slika 8, krivulja G). Prenosna funkcija regulatorja:

$$C(s) = \frac{7.333 \cdot 10^6 s^3 + 3.007 \cdot 10^8 s^2 + 2.493 \cdot 10^9 s + 2.2 \cdot 10^9}{s^3 + 10^3 s^2 + 10^6 s} \quad (17)$$



Slika 8: Spreminjanje oblike v Nicholsovem grafu  
Figure 8. Loop shaping in the Nichols chart



Slika 9: Rezultat spremicanja oblike v Nicholsovem grafu  
Figure 9. Loop shaping result in the Nichols chart

Kot rezultat dobimo regulator, ki še ne zadosti v celoti podanim zahtevam vodenja. S spremicanjem parametrov posameznih elementov zmanjšamo visokofrekvenčno ojačanje ter krivuljo  $L(s)$  premaknemo v QFT zahtevano območje [14].  $L(s)$  s končnim regulatorjem je prikazana na sliki 8, krivulja H.

Če ima končni regulator previsok red strukture, odziv sistema pa je v mejah zahtevanega, izvedemo redukcijo regulatorja. Z odvzemanjem elementov QFT opazujemo dogajanje s krivuljo v Nicholsovem grafu. Če je krivulja blizu zahtevani in če s popravkom

parametrov preostalih elementov dobimo performančno zadovoljive rezultate, smo redukcijo uspešno izvedli.

Slika 9 prikazuje spremembo ojačanja in faze odprte zanke  $L(s)$  pri frekvenci 10 [rad/s] ob dodanem končnem regulatorju, katerega prenosna funkcija je:

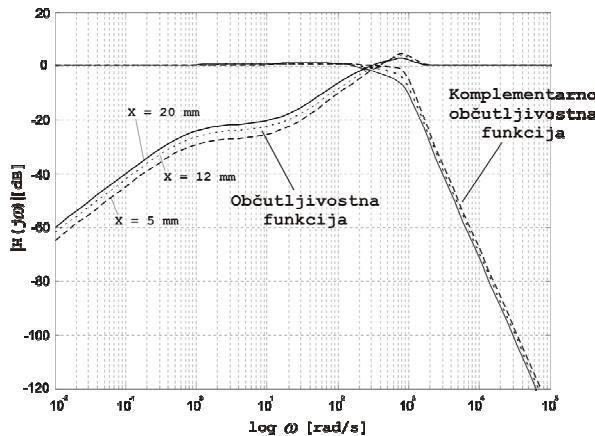
$$C(s) = \frac{1.18 \cdot 10^7 s^3 + 4.644 \cdot 10^8 s^2 + 3.541 \cdot 10^9 s + 2.369 \cdot 10^9}{s^3 + 1.086 \cdot 10^3 s^2 + 1.073 \cdot 10^6 s} \quad (18)$$

Na koncu postopka določimo še predfilter  $F(s)$  tako, da zadostimo mejam performanc (slika 1). Prenosna funkcija predfiltrata:

$$F(s) = \frac{1.825 \cdot 10^5}{s^3 + 411.9s^2 + 4.231 \cdot 10^4 s + 1.82 \cdot 10^5} \quad (19)$$

## 5 Rezultati preizkusa

Občutljivost in komplementarno občutljivost sistema smo preverili v treh delovnih točkah (slika 10) in ugotovili, da regulator QFT zagotavlja sistemu zahtevano občutljivost in komplementarno občutljivost v celotnem delovnem območju.



Slika 10: Občutljivosti sistema za tri različne odmike krogle  
Figure 10. System sensitivity at three varied deviations

Sistem z regulatorjem QFT smo preizkusili tudi performančno z odzivom na stopnično vzbujanje in ugotovili, da regulator zagotavlja zahtevano obnašanje sistema v celotnem delovnem območju.

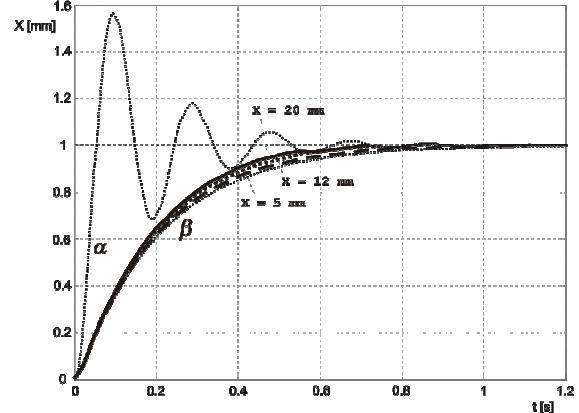
Delovanje sistema, vodenega z regulatorjem QFT, smo primerjali tudi z delovanjem sistema, vodenega z regulatorjem  $H_\infty$ . Reducirani suboptimalni regulator  $H_\infty$  smo zasnovali po postopku [10]. Utežnostne funkcije za določitev performančnih zahtev in modeliranje dinamike nestrukturiranih odstopanj pa smo določili po priporočilih [11]. Utežnostne funkcije metode  $H_\infty$ :

$$W_1(s) = \frac{\frac{s}{5,5} + 10}{s + 1,5}, \quad W_2(s) = 0, \quad W_3(s) = \left( \frac{s + 250}{\sqrt[3]{3,5}} \right)^3 \quad (18)$$

Prenosna funkcija reduciranega suboptimalnega regulatorja  $H_\infty$ :

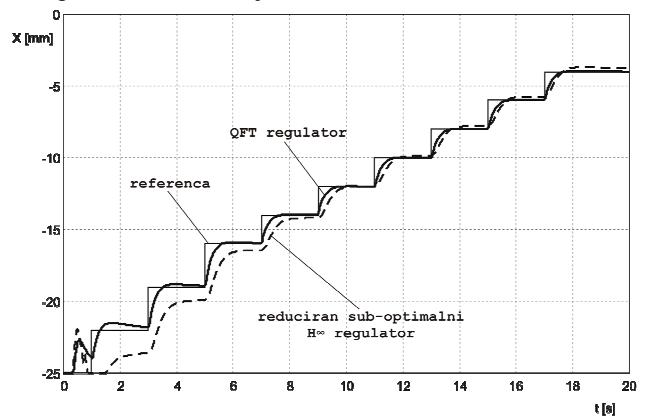
$$C(s) = \frac{1.105 \cdot 10^7 s^3 + 3.823 \cdot 10^8 s^2 + 2.923 \cdot 10^9 s + 3.934 \cdot 10^9}{s^3 + 2.360 \cdot 10^3 s^2 + 1.251 \cdot 10^6 s} \quad (19)$$

Slika 11 predstavlja stopnične odzive vodenega sistema z regulatorjem QFT pri treh različnih razdaljah med kroglo in elektromagnetom (5, 12 in 20 mm).  $\alpha$  in  $\beta$  sta stopnična odziva performančnih mej  $\alpha(\omega)$  in  $\beta(\omega)$  omenjenih v drugem poglavju.



Slika 11: Stopnični odziv zaprte zanke sistema  
Figure 11. Closed-loop system step response

Slika 12 prikazuje odsekoma stopnični odziv sistemov, vodenih z regulatorjem QFT in z reduciranim suboptimalnim regulatorjem  $H_\infty$  na celotnem delovnem območju. Razvidno je, da performančno sistem, veden z regulatorjem QFT, deluje bolje kot sistem, veden z reduciranim suboptimalnim regulatorjem  $H_\infty$ . Poleg direktne primerjave odzivov je pri primerjavi metod treba upoštevati tudi, da je prenosna funkcija suboptimalnega regulatorja  $H_\infty$  pred redukcijo sedmega reda. Slednje je vsekakor pomanjkljivost pri izvedbi suboptimalnega regulatorja  $H_\infty$ , ki pa se jo da deloma kompenzirati z redukcijo.



Slika 12: Primerjava odzivov v delovnem območju  
Figure 12. Response comparison in the working range

## 6 Sklep

Metoda QFT je grafična metoda načrtovanja regulatorjev za SISO in deloma MIMO negotove objekte. Pri načrtovanju regulatorjev za MIMO sisteme je metoda QFT uporabna, če se problem lahko razgradi v preproste nepovezane probleme SISO.

Osnovna ideja metode je razdeliti proces načrtovanja na več stopenj, od katerih vsaka pomeni poenostavljen problem povratne zanke SISO ali MISO. Ker proces zahteva veliko računanja in grafične podpore, so računalniški programi še posebno primerni za načrtovanje [1].

Pri enostavnih objektih SISO metoda QFT dosega podobne rezultate kot druge metode načrtovanja robustnega vodenja. Prednost metode QFT je, da ima načrtovalec neposreden vpogled v potek načrtovanja, saj sam postavi strukturo regulatorja. Prav tako ima možnost upoštevanja faznih zamikov v procesu načrtovanja, rezultat pa je znižana struktura regulatorja, kar npr. pri metodi LQG,  $H_\infty$  ali  $H_2$  nima [10].

Kljub določenim prednostim metode QFT še vedno ostajajo pomankljivosti. Načrtovanje po metodi QFT zahteva nabor značilnih dinamik objekta za celotno območje variacij negotovosti. Žal pa preslikava negotovosti modelov v frekvenčni prostor ni enolično določena. Zato je včasih težko določiti obliko vzorcev objekta, ker ni transparentno, kako fizikalni parametri vplivajo na obliko. Rezultat tega načina ni optimalen zaradi svoje odvisnosti od izkušenosti načrtovalca.

Metoda QFT se izkaže za uporabno pri načrtovanju vodenja kompleksnih sistemov SISO. Pri metodi QFT načrtovanje ni avtomatizirano in je načrtovalec potreben na vsaki stopnji načrtovanja. Pozitivna lastnost tega je, da ima načrtovalec nadzor nad celotnim postopkom načrtovanja in se lahko odloči za zanemarjanje določenih specifikacij oziroma omejitev. Načrtovanje z metodo QFT je postopek poskusov in napak, ki je močno odvisen od izkušenosti načrtovalca.

Rezultat načrtovanja z metodo QFT so regulatorji nižjega reda, ki so uporabni zaradi obvladovanja strukture regulatorja. Vsi poli in ničle so rezultat metode in ne samega analitičnega postopka kot pri metodi LQG,  $H_\infty$  ali  $H_2$ .

## 7 Literatura

- [1] C. Borghesani, Y. Chait, O. Yaniv, *The QFT Frequency Domain Control Design Toolbox*, 2001.
- [2] Isac M. Horowitz, *Quantitative Feedback Design Theory (QFT)*, QFT Publications, Boulder, Colorado, 1993.
- [3] R. Nordgren, O.D.I. Nwokah and M.A. Franchek, *A New Perspective on the Formulation of QFT*, Proceedings of the American Control Conference, 2, 1716-1720, San Francisco, California, 1993.
- [4] K. Zhou, John C. Doyle, K. Glover, J. Doyle *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, 1st edition, 1995.
- [5] C. Houpis, John D Azzo, *Linear Control System Analysis and Design*, The McGraw-Hill Companies, 1995.
- [6] I. M. Horowitz, M. Sidi, *Optimum synthesis of non-minimum phase feedback system with plant uncertainty*, Int. J. Control, 1978.
- [7] Thompson, D.F., *Gain-Bandwidth Optimal Design for the New Formulation Quantitative Feedback Theory*, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, V. 120, No. 3, 1998.
- [8] J. Ackermann, A. Bartlett, D. Kaesbauer, W. Sienel, and R. Steinhauser, *Robust Control: Systems with Uncertain Physical Parameters*, London: Springer-Verlag, 1993.
- [9] Zhao, Y., and Jayasuriya, S., *Robust Stabilization of Uncertain Systems with Parametric Uncertainties*, Procs. 12th IFAC Conf., Sydney, Australia, Vol. 6, 1993.
- [10] A. Chowdhury, *Robustna sinteza regulacijskih sistemov z upoštevanjem performančnih kriterijev* : doktorska disertacija. Maribor, 2001
- [11] K. Zhou, John C. Doyle, *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall, 1998
- [12] Wenhua Chen, Donald J. Ballanc, *Plant Template Generation in Quantitative Feedback Theory*, University of Glasgow, 1998
- [13] Wenhua Chen, Donald J. Ballanc, *On Choice of the Nominal Plant in Quantitative Feedback Theory*, University of Glasgow, 1997
- [14] O. Yaniv, *Quantitative Feedback Design of Linear and Nonlinear Control Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1999

**Dalibor Igrec** graduated in 2000 from the Faculty of Electrical Engineering and Computer Sciences of the University of Maribor, Slovenia. Since 2001, he has been employed as a researcher with Ultra d.o.o., R&D center Maribor. His work is focused on mobile communications networks and solutions.

**Amor Chowdhury** received his B.Sc., M.Sc. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the Faculty of Electrical Engineering and Computer Sciences of the University of Maribor, Slovenia, in 1994, 1997 and 2001, respectively. Since 1994, he has been employed with the Institute of Automation, Maribor as a researcher. His main research interests include control systems design and  $H_2$  and  $H_\infty$  theory.

**Rajko Svečko** received his B.Sc., M.Sc. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the Faculty of Electrical Engineering and Computer Sciences of the University of Maribor, Slovenia, in 1981, 1984 and 1989, respectively. Since 1981, he has been employed with the Institute of Automation, Maribor. He is the Head of the Laboratory for Control Systems. From 1995 he has been Associate Professor. His main research interests include system theory, intelligent control systems, classical and modern control design.