PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **18** (1990/1991)
Številka 6
Strani 340–347

Mitja Slavinec:

DIRKANJE Z MOTORJEM

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/18/1068-Slavinec.pdf

340

DIRKANJE Z MOTORJEM

Motor se podlage dotika le v dveh točkah, med vožnjo pa se vseeno ne zvrne, mnogokrat dopušča celo zelo velike nagibe.

Opazujmo motor s stališča voznika. V ovinek se nagnemo, krmilo pa pri tem le malo zasukamo v želeno smer. Med zavijanjem se motor giblje po krožnici, opazujemo ga torej v enakomerno se vrtečem sistemu. Centrifugalna ali sredobežna sila v takih sistemih je:

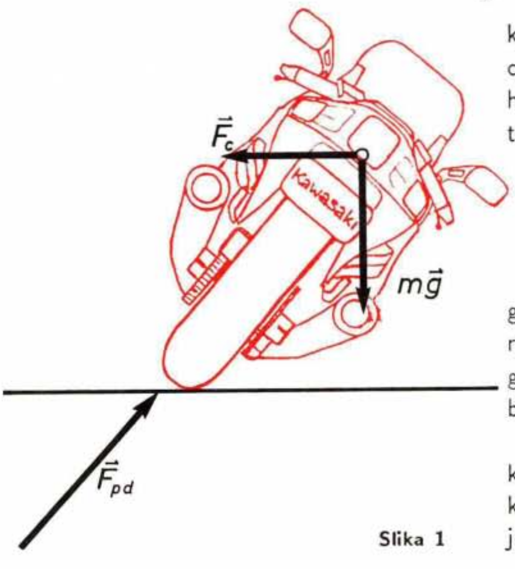
$$f_c = m * v^2/R, \tag{1}$$

m je masa motorja in motorista, v je njuna hitrost, R pa je krivinski radij ovinka. Na motorista deluje še sila teže F_g:

$$F_g = m * g, \tag{2}$$

in sila podlage F_{pd} (slika 1). Pogoj, da se motor ne zvrne je, da je vsota sil in njihovih navorov okrog dotikališča gume s cesto enaka nič. Nagib motorja v ovinku razberemo s slike 1:

$$\tan\alpha = \frac{F_r}{F_g} = \frac{v^2}{Rg}, \tag{3}$$



Slika 1

kjer je α kot med navpičnico na cestišče in motorjem. Zapišimo še hitrost, s katero tako nagnjen motorist prevozi ovinek:

$$v = \sqrt{R * g * \tan\alpha} \tag{4}$$

Vse to velja, dokler je oprijem gum na cestišče dovolj trden, da guma ne zdrsne. Sila lepenja F_1 med gumami in cestiščem torej ne sme biti manjša od F_c.

Sila lepenja F_1 je odvisna od koeficienta lepenja k in pravokotne komponente sile na podlago, pri nas je to sila teže. Za maksimalni možni nagib $\overline{\alpha}$, pri katerem motor še ne zdrsne, velja torej zveza:

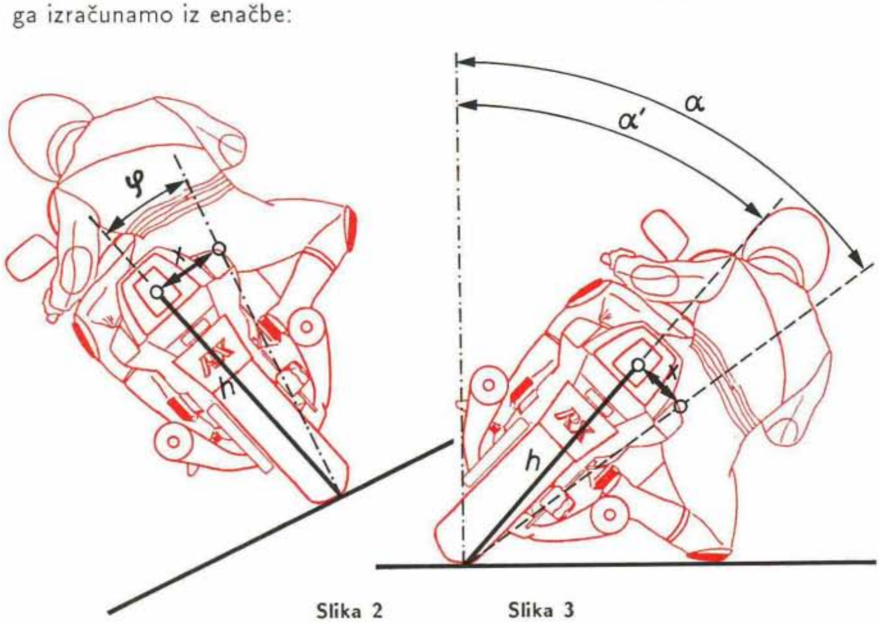
$$\tan \overline{\alpha} = k \tag{5}$$

Ko enačbo (5) uporabimo v enačbi (4), dobimo maksimalno hitrost $\overline{v}$, s katero se da ovinek pri takih pogojih prevoziti:

$$\overline{v} = \sqrt{R * g * k} \tag{6}$$

Povprečni koeficient lepenja med gumami in običajno cesto ocenimo na 0.7, tako da se lahko nagnemo do kotov okrog 35°. Na dirkališču je ta kot tudi do 55°. Dirkališča, kjer dosegajo tako velike nagibe, morajo imeti hrapavo prevleko, ki ne sme imeti izboklin ali vdolbin, motorji pa so opremljeni s posebnimi dobro oprijemajočimi gumami. Pri avtomobilih se da s spojlerji silo, s katero pritiska na podlago, kar nekajkrat povečati, pri motorjih pa to ni smiselno. Dodatna sila zaradi spojlerja leži v simetrijski ravnini motorja in ne vpliva na hitrost $\overline{v}$.

Do zdaj smo privzeli, da težišče ter dotikališče gume s podlago ležita v simetrijski ravnini motorja. S težiščem mislimo skupno težišče motorja in motorista. Dirkači pa ne vozijo tako. Če je pri vožnji naravnost težišče od simetrijske ravnine odmaknjeno za x, mora biti motor nagnjen za kot φ, ki ga izračunamo iz enačbe:



Slika 2 Slika 3

$$\tan\varphi = x/h, \tag{7}$$

h je višina težišča (slika 2). Pri vožnji v ovinek stoji motor v tem primeru bolj pokončno (slika 3). Novi kot nagiba α' dobimo iz enačbe:

$$\tan\alpha' = \tan\alpha * \sqrt{\frac{1-\cot\alpha * \Delta}{1+\tan\alpha * \Delta}} \tag{8}$$

Z Δ smo označili razmerje med premikom težišča x in njegovo višino h; $\Delta = x/h$.

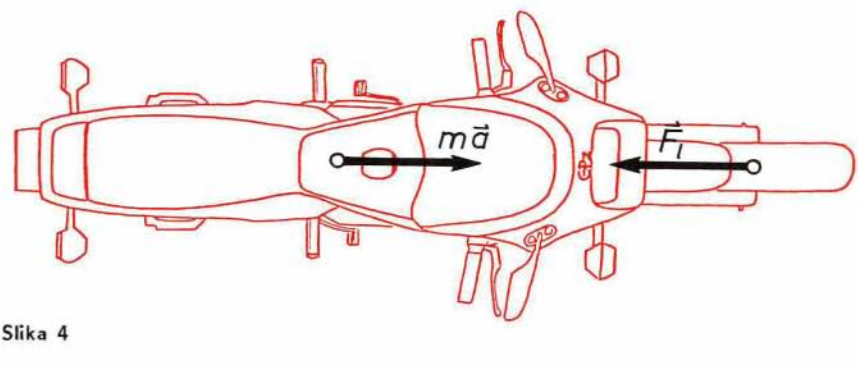
Sedemdeset kilogramov težak motorist se s stopetdeset kilogramov težkim motorjem nagne v ovinek za kot 35°. Če se motorist presede za petnajst centimetrov na eno stran, se skupno težišče, ki naj bo šestdeset centimetrov visoko, pomakne za pet centimetrov. Iz enačbe (8) dobimo, da se je tedaj motoristu treba nagniti le za kot $\alpha' = 32°$. Iz enačbe (8) razberemo, da se kot α' zmanjša tudi, če se težišče zniža. Na dirkah se motoristi presedajo na stran, da so čim nižji in s koleni podrsavajo po cesti.

Oglejmo si razmere pri zaviranju. Motor opazujemo v enakomerno pospešenem opazovalnem sistemu. Sistemska sila je odvisna od pospeška sistema, to je od pojemka a, s katerim motor zavira:

$$F_s = m * a \tag{9}$$

Zunanje sile, ki delujejo na motor so: sila teže, sila podlage in sila lepenja ali trenja, ki ju poimenujmo kar zaviralna sila. Sila podlage uravnovesi silo teže, zaviralna sila pa sistemsko silo F_s. Ker je koeficient lepenja nekoliko večji od koeficienta trenja, je ugodneje zavirati tako, da kolesa ne drsijo.

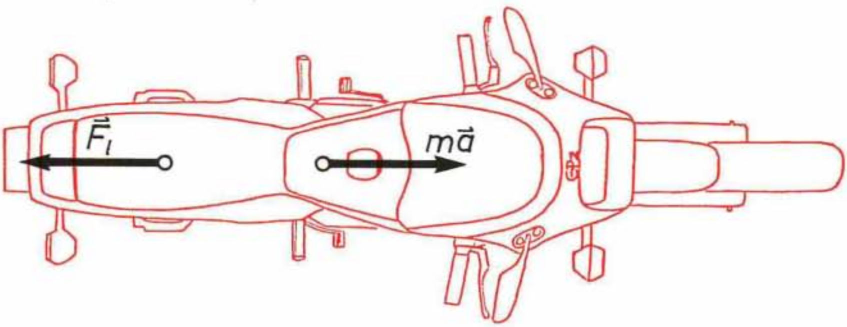
Oglejmo si razmere pri zaviranju. Stara šola vožnje z motorjem je dovoljevala zaviranje le z zadnjo zavoro. Če zaviramo s prednjo zavoro, je



Slika 4

zaviralna sila pred težiščem. Sistemska sila prijemlje v težišču, zato je motor v labilnem ravnovesju (slika 4).

Ker je bil na začetku motoristike oprijem gum na makadamskih cestah slab, je bilo res bolj varno zavirati z zadnjim kolesom. V tem primeru namreč zaviralna sila prijemlje v točki, ki je za prijemališčem sistemske, motor je v stabilnem ravnovesju. (Slika 5.) Cena, ki jo moramo plačati za večjo stabilnost pri zaviranju, pa je manjši zavorni učinek. Poglejmo zakaj!



Slika 5

Motor naj ima medosno razdaljo l, težišče pa naj bo na sredini, v višini h (slika 6). Koeficient lepenja med podlago in posamezno gumo naj bo enak k. Pri zaviranju z zadnjo zavoro je zaviralna sila enaka sili lepenja med podlago in zadnjo gumo. Čeprav je težišče motorja na sredini, pa kolesi nista enako obteženi, ampak je zadnje kolo nekoliko razbremenjeno, odvisno pač od velikosti pojemka motorja a. Obtežitvi prednjega in zadnjega kolesa označimo s F_p in F_z. Skupna obtežitev obeh koles je enaka sili teže motorja:

$$F_g = m * g = F_p + F_z \tag{10}$$

Maksimalna zaviralna sila F_1 je potem:

$$F_1 = F_z * k \tag{11}$$

V težišču prijemljeta enako velika sistemska sila F_s, ki kaže v smeri gibanja motorja in sila teže F_g. Vsota vseh navorov, ki delujejo na motor, mora biti med vožnjo enaka nič. Če vrtišče postavimo v dotikališče prednje gume, dobimo enačbo:

$$m * g * l/2 = m * a * h + F_z * l \tag{12}$$

Ko v enabi (12) uporabimo zvezo (9), dobimo za maksimalni pojemek motorja pri zaviranju z zadnjo zavoro a_z enačbo:

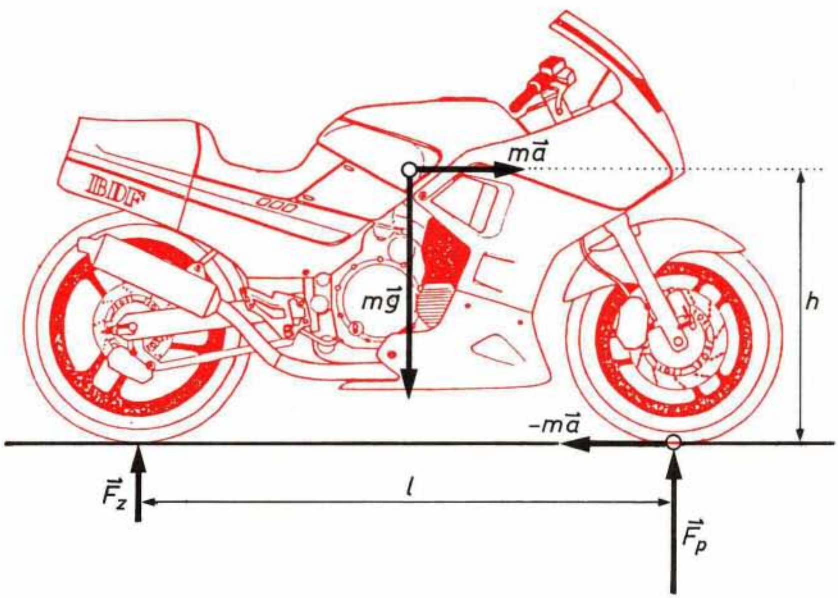
$$a_z = \frac{1}{2} * g * k/(1 + k * \nu), \tag{13}$$

z ν smo označili razmerje $\nu = h/l$. Po pričakovanju je največji pojemek sorazmeren koeficientu lepenja k, vidimo pa tudi, da bo tem večji, čim nižje bo težišče h, ali bolje, čim manjše bo razmerje ν.

Podobno bomo računali še največji pojemek za zaviranje samo s prednjo zavoro, le da zdaj postavimo vrtišče v dotikališče zadnje gume s podlago. Dobimo:

$$a_p = \frac{1}{2} * g * k/(1 - k * \nu) \tag{14}$$

Do tega bi prišli tudi, če bi vrtišče postavili v kako drugo točko, recimo v težišče motorja. Enačba (14) ne velja, ko s prednjo zavoro zaviramo tako, da se motor postavi na prednje kolo ali se celo prekopicne naprej. Naj bo vrtišče v prednjem kolesu. V mejnem primeru (slika 7) mora biti navor teže enak navoru sistemske sile (9). Veljati mora:



Slika 6

$$m * g * k * h \leq m * g * l/2 \text{ ali} \tag{15}$$

$$k\nu \leq \frac{1}{2} \tag{16}$$

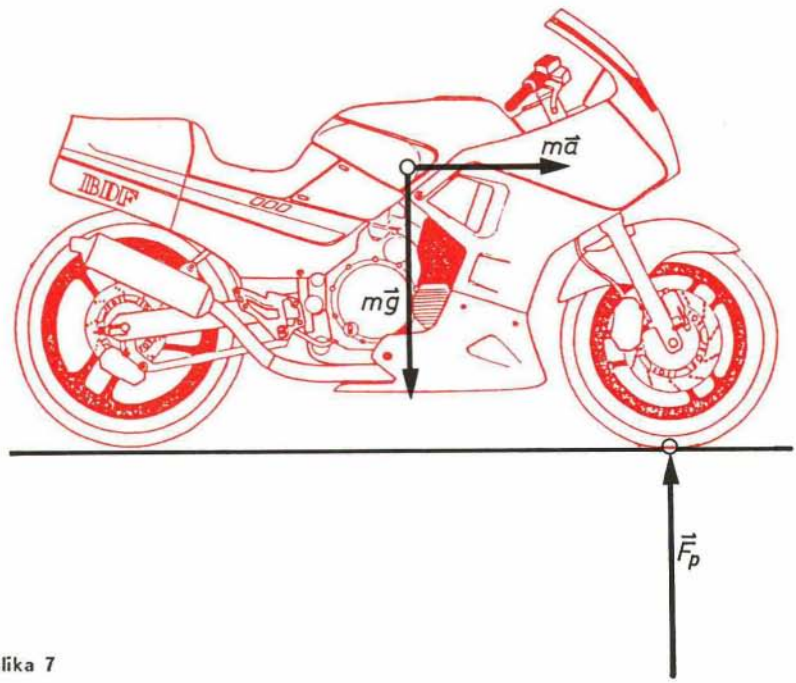
Le v tem primeru je največji pojemek podan z enačbo (14). Razmerje pojemkov a_p in a_z. Razmerje največjih pojemkov in s tem tudi zavornih učinkov zadnje in prednje zavore je za različne razmere različno. Ko je $k * \nu \leq \leq \frac{1}{2}$, velja:

$$\frac{a_z}{a_p} = \frac{1 - k * \nu}{1 + k * \nu}. \tag{17}$$

V mejnem primeru, ko je $k * \nu = \frac{1}{2}$, je razmerje pojemkov enako $\frac{1}{3}$.

Produkt $k * \nu$ je pozitivno število, tako da zveza (17) pove, da je učinek zadnje zavore vedno manjši od učinka prednje. Z izboljšanjem vodljivosti motorjev in oprijema gum dirkači varno zavirajo s prednjo zavoro, zaviranja z zadnjo zavoro se zaradi nestabilnosti celo izogibajo.

Oglejmo si za konec še kombinacijo obeh opisanih primerov, to je za-



Slika 7

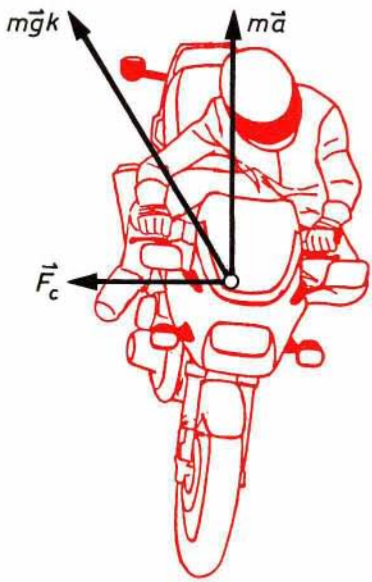
viranje skozi vožnjo v ovinek. Izkušnje nas učijo, da v ovinku ne moremo zavirati tako krepko kot pri vožnji naravnost.

Pri zaviranju v ovinek na motor ob zunanjih silah delujeta dve, med seboj pravokotni sistemski sili. Centrifugalna sila (1) kaže v smeri radija ovinka, sistemska sila (9) pa kaže v semri gibanja motorja, torej pravokotno na radijalno silo. Velikost vsote obeh sil mora biti manjša, kvečjemu enaka maksimalni sili lepenja (10), med gumo in cesto (slika 8). Uporabimo Pitagorov izrek:

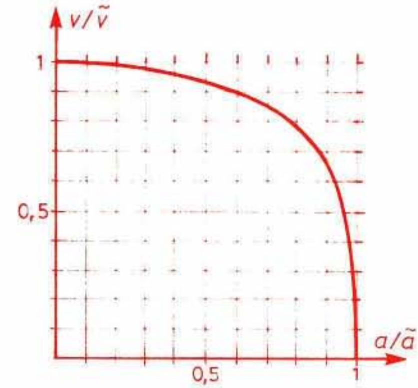
$$(m * g * k)^2 = (m * a)^2 + (m * \frac{v^2}{R})^2, \tag{18}$$

a je pojemek, s katerim zaviramo, v je pa hitrost, s katero vozimo skozi ovinek. Enačbo (18) predelamo v brezdimenzionalno obliko, tako da bomo pojemek primerjali z maksimalnim možnim pojemkom $\overline{a}$ pri zaviranju naravnost. Hitrost vožnje skozi ovinek pa bomo primerjali z največjo hitrostjo $\overline{v}$, to je tisto, s katero bi lahko prevozili ovinek, če ne bi zavirali. Enačbo (18) delimo z $(m * g * k)^2$ in končno dobimo:

$$\frac{v}{\overline{v}} = \sqrt[4]{1 - (\frac{a}{\overline{a}}^{2}} \tag{19}$$



Slika 8.



Slika 9. Odvisnost pojemka od hitrosti pri zaviranju v ovinku.

Enačbo (19) predstavimo s krivuljo podobno elipsi (slika 9).

Iz grafa razberemo, da se ob rahlem zaviranju hitrost v le malo zmanjša, ko pa se zaviranje začne približevati svoji ekstremni vrednosti, pa hitrost v hitro pojema z naraščajočim a. V ovinek smemo torej pripeljati z nekoliko večjo hitrostjo, kot $\overline{v}$ in ko še nismo povsem nagnjeni lahko kar uspešno zaviramo.

Mitja Slavinec