Cesare Carlo

PROGRAMMA

DELLA

CIVICA SCUOLA REALE SUPERIORE

DI TRIESTE

Pubblicato alla fine
dell'anno scolastico
1907-1908

TRIESTE
Stabilimento Artistico Tipografico G. Caprin
1908.

Carlo Cesare Fa

PROGRAMMA

DELLA

CIVICA SCUOLA REALE SUPERIORE

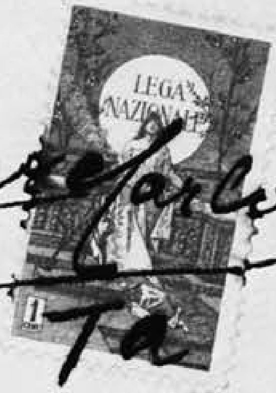
DI TRIESTE

PUBBLICATO ALLA FINE DELL'ANNO SCOLASTICO

1907 - 1908

TRIESTE
Stabilimento Artistico Tipografico G. Caprin
1908.

Editrice la Direzione della Scuola.



ATTILIO NORDIO

Dell'inviluppo dei piani tangenti comuni a due quadriche.

(Quadrispinale sviluppabile).

(Continuazione e fine).

Casi speciali della sviluppabile Q.

A seconda della specie e della reciproca posizione delle due superfici direttive, risulteranno tipi differenti per la loro sviluppabile comune. Nel presente capitolo verranno presi in considerazione i singoli casi che in tale riguardo possono riuscire di interesse.

Caso *a*): Le due superfici siano l'una all'altra tangenti in uno stesso punto A, cioè abbiamo un punto ed il rispettivo piano tangente α in comune.

Se si prende un punto qualunque P nel piano a, e si immaginano da esso costruiti i due coni circoscritti alle due superfici S_1, S_2, questi avranno pure in comune il piano tangente α e la generatrice di contatto PA, per cui non potranno avere ancora che altri due piani tangenti comuni.

Dal punto P non passerebbero in tal modo che tre piani della Q, per cui è necessario che uno di essi, che non potrà essere che α, sia un piano tangente doppio di essa

La sviluppabile individuata da due superfici che si toccano in un punto ha un piano tangente doppio.

Le caratteristiche della Q prendono allora valori particolari causa la comparsa del piano doppio e sono importanti, nel caso che si consideri come superficie da per sè esistente, il mantello della Q senza riguardo al piano doppio, e ciò specialmente nel caso che questo sia isolato, come succede qualora il contatto delle superfici direttive avvenga esternamente.

La sviluppabile Q è in generale di ottavo ordine, ma questa volta due dei suoi otto punti d'incontro con una retta qualunque coincideranno nel suo punto d'incontro col piano doppio. La sviluppabile è quindi — considerandola separata dal piano doppio — ancora di sesto ordine.

Ripetendo la ricerca, già fatta nel caso generale, delle altre caratteristiche, si troverà sostituendo nelle formole di Plüker e Caley $m = 4$, $r = 6$, $\alpha = 0$, che $n = 6$, $x = 6$, $y = 4$, $\beta = 0$, $h = 12$, $g = 3$.

Cioè: La sviluppabile comune a due superfici di secondo grado che si toccano in un punto, consiste di un piano doppio e di un sviluppo di quarta classe e sesto ordine, la cui sezione piana sarà una curva con sei punti cuspidali, sei punti doppi e tre tangenti doppie; e la cui cuspidale sarà una curva gobba di sesto ordine, con dodici punti doppi apparenti, senza punti d'inflessione e quattro piani tangenziali doppi.

Caso *b*): Le due superfici si osculano nel punto A.

In tal caso il punto A è un punto d'inflessione della quartica gobba secondo la quale si intersecano le due superfici, e ad esso corrisponde reciprocamente un piano d'inflessione della sviluppabile Q. Anche la curva di contatto fra la Q e le superfici direttive, presenterà nel punto A un punto d'inflessione.

Prendendo un punto P qualunque nel piano tangente τ alle due superfici nel loro punto di osculazione, i coni circoscritti da esso alle due superfici, si osculeranno lungo la generatrice PA, ed avranno perciò in comune ancora solamente un piano tangente, che dovrà appartenere all'inviluppo Q. Da un punto del piano τ non si potrà guidare perciò che un solo piano della sviluppabile, per cui il piano τ si presenterà quale piano triplo dell'inviluppo.

L'inviluppo comune a due superfici di secondo grado che si osculano in un punto, possiede un piano tangente triplo.

L'ordine della sviluppabile è questa volta ancora abbassato poichè il punto d'incontro d'una retta col piano tangente triplo, unisce in sè stesso tre punti, in modo che l'ordine dell'ulteriore mantello non sarà che il quinto. Applicando adunque le formole menzionate più sopra e considerando i valori noti $r = 5$, $m = 4$, $\alpha = 0$ si otterranno le seguenti caratteristiche: $n = 4$, $4 = 2$ $y = 2$, $\beta = 1$, $h = 2$, $g = 2$, e riepilogando:

La sviluppabile comune a due superfici di secondo grado che si osculano in un punto, è di quinto ordine e quarta classe; possiede una curva cuspidale di quarto ordine (quartica), una curva doppia di secondo (cioè la superficie taglia sè stessa solamente lungo una delle coniche summenzionate). Una sezione piana della stessa sarà una curva piana di quinto ordine e quarta classe, con due punti doppi reali, quattro punti di regresso, due tangenti doppie ed un punto d'inflessione La proiezione della cuspidale sopra un piano sarà una curva di quarto ordine, quarta classe, con quattro tangenti d'inflessione due punti doppi, un punto di regresso e due tangenti doppie.

Caso *c*): Le due superfici direttive si toccano in due punti A, B.

In questi due punti A, B esse avranno pure i rispettivi piani tangenti τ_a, τ_b comuni. È facile vedere che questi piani tangenti appartengono alla sviluppabile Q, quali piani tangenti doppi. Se si prende sull'intersezione (τ_a, τ_b) un punto P qualunque, e si circoscrivono da esso, i coni alle superfici date, risulteranno due coni di seconda classe aventi quali piani tangenti comuni τ_a, τ_b e nessun altro piano, essendo che essi hanno due punti A, B, del mantello in comune. I due piani riuniscono in sè adunque i quattro piani tangenti della Q che dovrebbero passare da P, e perciò saranno piani doppi.

Per un punto qualunque della intersezione (τ_a, τ_b) non passano altri piani della Q, fanno però eccezione due punti, della cui esistenza sarà facile convincersi

Se un piano qualunque π tangente a tutte e due le superfici direttive taglia (τ_a, τ_b) in un punto V, e si considera questo quale vertice dei due coni circoscritti alle due superfici date, si vedrà che tanto l'uno quanto l'altro saranno tangenti ai piani τ_a, τ_b, π e precisamente toccheranno i due primi lungo le rette VA, VB. I due coni essendo di secondo grado risultano perfettamente ed unicamente determinati da questi elementi, onde ne segue che essi dovranno essere identici, e formare un solo cono circoscritto a tutte due le superfici date.

Detto cono forma adunque una parte della sviluppabile comune alle due superfici, e rappresentandone una di seconda classe, è naturale che dovrà essere accompagnato da un altro cono della stessa specie, col quale formerà una superficie sviluppabile di quarta classe degenerata Il vertice V del secondo cono dovrà giacere sulla intersezione (τ_a τ_b).

Adunque: Se due superfici di secondo grado si toccano in due punti, la loro sviluppabile comune possiede due piani tangenti doppi e degenera in due superfici coniche del secondo grado, che hanno quali unici piani tangenti comuni, quelli che toccano le superfici date nei loro punti di contatto.

Avendo i due coni che rappresentano la Q degenerata, due piani tangenti comuni, la loro linea di penetrazione che dovrebbe essere una quartica gobba, degenera, notoriamente in due coniche, che si tagliano nei due punti d'incontro delle loro generatrici di contatto con ciascuno di questi piani. I due mantelli conici della Q degenerata, avranno perciò due coniche in comune le quali si taglieranno nei punti A, B, e rappresenteranno le coniche doppie della stessa.

Le altre due coniche doppie dovranno giacere nei piani τ_a, τ_b, poichè questi rappresenteranno piani facciali del tetraedro polare comune delle sue superfici, avendo l'uno quale polo per tutte due il punto A, e l'altro il punto B.

Queste coniche doppie sono degenerate pur esse e precisamente ciascuna di esse nelle due generatrici di contatto dei piani doppi stessi.

Tutte le superfici di secondo grado iscritte in questa Q speciale dovranno avere lo stesso tetraedro polare, e perciò avranno tutte il punto A quale polo del loro piano tangente τ_a, ed il punto B quale polo di τ_b; ciò significa che esse saranno tutte fra di loro tangenti nei punti A, B. Ossia:

Tutte le superficie di secondo grado iscritte in due coni di secondo grado aventi due piani tangenti comuni, si toccano in due punti fissi nei quali si toccano anche i due coni.

Se inversamente, le due superfici date avessero nello spazio una posizione tale, da essere iscritte nello stesso cono, ad esse si potrebbe circoscrivere ancora un secondo cono che formerebbe col primo l'inviluppo di quarta classe.

Caso *d*): Il contatto delle due superfici direttive avviene in tre punti A, B, C.

I rispettivi piani tangenti α, β, γ nei punti A, B, C saranno anche comuni, e formeranno piani tangenti doppi all'inviluppo Q, per il motivo accennato nel caso precedente.

Siccome le due superfici si toccano nei punti A, B, ad esse saranno circoscritti due coni la cui posizione reciproca dovrà essere studiata, prendendo in riflesso, che le superfici si toccano ancora nel punto C. Se nel piano γ si conduce per C una retta qualunque r, essa rappresenterà una tangente per tutte due superfici, e perciò passeranno per essa due piani γ, γ' infinitamente vicini tangenti a tutte due superfici. Il cono circoscritto ad una delle due superfici dal punto (α, β, γ) le inviluppa tutte due, e la stessa cosa si potrà dire del cono circoscritto ad una di esse dal punto (α, β, γ'), per cui questi saranno i due coni rappresentanti la Q degenerata, ma aggiungendo che essendo γ, γ'

infinitamente vicini, dovranno esserlo pure i due punti $(\alpha\ \beta\ \gamma)$ ed $(\alpha\ \beta\ \gamma')$, sarà evidente che i due coni coincideranno in uno solo.

Questo cono toccherà una delle superfici in una conica passante per i punti A, B, C posta adunque nel loro piano π, che avrà per tangenti nei detti punti le intersezioni $(\pi\ \alpha)$, $(\pi,\ \beta)$, $(\pi\ \gamma)$ e perciò perfettamente determinata La conica di contatto di una superficie sarà pure quella dell'altra, poichè per questa seconda valgono gli stessi elementi determinatori.

Risulta quindi:

Se due superfici di secondo grado si toccano in tre punti, esse si toccane lungo una conica passante per essi. La loro sviluppabile comune si riduce ad un cono di secondo grado, che le tocca lungo la stessa conica.

Caso *e*): Le due superfici direttive siano quadriche rigate ed abbiano una generatrice g comune

Per la retta g si potrà guidare un'infinità di piani, e ciascuno di essi sarà tangente tanto ad S_1 quanto ad S_2, per cui apparterà alla loro inviluppabile comune Q. La retta g, congiunge ogni volta i punti di contatto di un piano con S_1 ed S_2 e sarà perciò una generatrice della Q, ma una speciale poichè tutti i piani passanti per essa saranno piani tangenti della Q. L'inviluppo è adunque costituito in parte dal fascio di piani coll'asse g, e perciò la parte rimanente sarà un inviluppo di terza classe, rappresentando un fascio di piani sempre un inviluppo di prima classe.

La sviluppabile possiede due piani tangenti doppi facenti parte del fascio g, e lo comprova la seguente facile considerazione. Ad ogni piano del fascio corrispondono sulla g due punti, quali punti di contatto del piano colle rispettive superfici. Lasciando girare il piano attorno all' asse g, i due punti descriveranno su di esso due punteggiate proiettive, essendo proiettivo il fascio di piani passanti per una generatrice di qualunque quadrica rigata colla punteggiata dei rispettivi punti di contatto.

Siccome però due punteggiate coassiali possiedono in generale due punti doppi, cioè corrispondenti a sè stessi, ne segue, che esisteranno nel fascio due piani, i cui punti di contatto colle due superfici direttive saranno identici, e questi piani saranno adunque piani tangenti della Q.

Quanto riguarda la sviluppabile di terza classe a cui si riduce la Q, bisognerà osservare, che essa non può più degenerare in inviluppi di classe inferiore. Essa dovrebbe precisamente degenerare o in un cono di secondo ordine ed un altro fascio piano, o in tre fasci piani, ed in ogni caso sarebbe dunque necessaria la presenza di un ulteriore fascio di piani, cioè di un'altra generatrice comune alle due superfici. Che l'esistenza di una tale generatrice sia impossibile per una posizione reciproca generale di S_1 ed S_2 risulta dalla considerazione seguente: Se g_2, g_3 e g_2', g_3' sono generatrici di S_1 ed S_2 appartenenti al sistema g, esse formeranno con g in generale un gruppo di cinque rette che come è noto non possiede trasversali, per cui è esclusa l'esistenza di una generatrice del secondo sistema, che sia comune ad S_1 ed S_2. poichè qualora essa esistesse, dovrebbe tagliare le cinque rette, ciò che non riescirà possibile che in casi particolari. Se esistesse poi una generatrice (g) dello stesso sistema, che fosse comune ad S_1 ed S_2, allora le quattro rette g, (g), g_2, g_2' possiederebbero due trasversali l_1, l_2 le quali dovrebbero essere generatrici comuni ad S_1 ed S_2 appartenenti al secondo sistema, poichè ciascuna di esse taglierebbe g (g) g_2 che individuano S_1 e g (g) g_2' che individuano S_2. L'esistenza di una nuova generatrice dello stesso sistema di g comune ad S_1 ed S_2 porterebbe con sè quella di due generatrici dell' altro sistema, che fu già a priori esclusa dalla premessa posizione reciproca generale di S_1 S_2. Si può adunque con assoluta certezza escludere l'esistenza di altre generatrici comuni delle due superfici, e perciò anche l'ulteriore degenerazione della Q, sia in fasci di piani sia in coni di seconda classe.

Due quadriche rigate aventi una generatrice comune, e del resto posizione reciproca generale, hanno quale inviluppo comune, un fascio di piani quale complesso di prima classe, ed un inviluppo di terza classe, non degenerabile.

La inviluppabile di terza classe è il più interessante dei casi di degenerazione della Q, e sarà perciò studiata in un capitolo a parte, possedendo essa una grande quantità di proprietà che la fanno dipendere dalla cubica gobba, nello stesso modo nel quale la Q dipende dalla quartica gobba.

Caso *f)*: Le due superfici direttive sono quadriche rigate, aventi in comune due generatrici g_1. g_2 di uno stesso sistema.

Se g_3, e g_3' sono generatrici l'una di S_1 l'altra di S_2 appartenenti allo stesso sistema di g_1, g_2, esisteranno sicuramente due rette l_1 l_2, che le taglieranno, rappresentando perciò due generatrici comuni a tutte due superfici ed appartenenti al secondo sistema.

In relazione con quanto fu già osservato nel caso precedente, si potrà dire, che se due quadriche rigate hanno due generatrici di uno stesso sistema in comune, esse ne avranno in comune, anche due dell'altro sistema, e la loro sviluppabile comune di quarta classe, degenererà in quattro fasci di piani, aventi le dette generatrici comuni per assi, formanti un quadrilatero gobbo.

Caso *g*): Le due superfici direttive siano due quadriche rigate, aventi in comune due generatrici g, l appartenenti ai due differenti sistemi, ma abbiano del resto una posizione reciproca generale.

Siano date due rette g, l che si tagliano quali generatrici comuni.

Si conducano per la generatrice l due piani α, β, ed in ognuno di essi si disegnino due rette g_2, g_2', g_3 g_3' in modo che non taglino la retta g e che quelle giacenti in α non taglino quelle in β. Le rette incrociate g, g_2, g_3 determinano una quadrica rigata, mentre le g', g_2', g_3' ne determinano una seconda. Siccome le due quadriche non hanno da avere alcuna posizione speciale l'una rispetto all'altra, è naturale che le quattro rette g_2 g_2' g_3 g_3' non soddisferanno ad alcuna speciale condizione. Se ora le due quadriche avessero ancora una generatrice del sistema l in comune, questa dovrebbe tagliare contemporaneamente cinque rette qualunque g_1' g_2 g_2' g_3 g_3', ossia con altre parole la congiungente i punti (g_2 g_2'), (g_3 g'_3) dovrebbe tagliare la retta g, ciò, che per una posizione generale delle rette considerate non è possibile. Se le due quadriche non hanno in comune altre generatrici del sistema l, non ne possono avere altre neppure del sistema g. Quindi la sviluppabile comune alle due superfici date, degenererà in due fasci di piani, cogli assi g, l, ed in una sviluppabile di seconda classe, cioè un cono di secondo grado.

Ossia: Se due quadriche rigate hanno due generatrici di differenti sistemi in comune, la loro sviluppabile comune sarà un cono di secondo grado accompagnato da due fasci di piani.

Questo è un caso di degenerazione di uno già considerato, poichè le due quadriche saranno tangenti fra di loro, nel punto d'incontro delle loro generatrici comuni, perchè questo rappresenta un punto di contatto del piano delle due generatrici tanto per l'una che per l'altra guadrica.

Questi sono i principali casi di degenerazione della sviluppabile Q. La maggior parte di essi si riduce a superfici coniche di secondo grado ed a fasci di piani, di cui sono note le proprietà. Desteranno quindi maggior interesse il caso generale della Q di quarta classe e quello particolare della Q di terza classe.

Altro tipo di generazione della sviluppabile Q.

In ciascuno dei quattro piani facciali del tetraedro polare comune alle due superfici direttive ed a tutte quelle iscritte nella sviluppabile Q, giace una conica che forma una parte della sua curva doppia.

Ogni piano tangente α della sviluppabile, interseca un piano π_1, facciale del tetraedro polare, in una retta, che è tangente alla conica C_1 contenuta in quel piano, in modo che il punto di contatto è il piede della generatrice $g\alpha$ della Q, appartenente al piano α

La stessa cosa potrà essere osservata per ognuna delle quattro coniche, per le tangenti delle quali, si potrà dire che passino i piani tangenti della Q, mentre le generatrici di questa, si presenteranno quali congiungenti i punti di contatto delle quattro tangenti contenute in ognuno dei piani generanti la sviluppabile.

In tal modo si giunge alla conclusione, che la Q è perfettamente determinata da due delle sue coniche doppie, e che essa può essere considerata quale sviluppabile comune alle medesime. Non trovandosi però le quattro coniche in questione, in posizione speciale fra di loro, ne consegue, che in loro vece si potranno considerare quali coniche direttive due coniche qualunque in posizione generale.

Quindi si può anche dire che:

La sviluppabile comune a due superfici di secondo grado, è identica colla sviluppabile comune a due coniche, ed è per conseguenza quella nota sotto il nome di „Quadrispinale sviluppabile."

Considerata la sviluppabile Q. dal punto di vista di questa generazione, la costruzione di una generatrice qualunque di essa, riesce semplicissima ed eseguibile con tutta esattezza

Se le due coniche si trovano in posizione generale fra di loro, basterà disegnare in un punto P di una di esse la rispettiva tangente, determinare l'incontro di questa col piano dell'altra conica, e da quel punto guidare le tangenti alla medesima. I punti di contatto di queste congiunti col punto P daranno due generatrici della Q.

Il fatto che per il punto P passeranno due generatrici, giustifica l' asserzione che la conica farà parte della curva doppia della superficie generata. Gioverà osservare che per eseguire la costruzione graficamente nel sistema di proiezione più conveniente cioè, nell' ortogonale su due piani, per semplificare la costruzione riescirà utile la trasformazione dei piani di proiezione che renda uno di essi coincidente col piano di una delle coniche, e l'altro perpendicolare al piano della seconda.

Anche in questo caso, come già in quello della Q, considerata quale sviluppabile comune a due superfici, si potrà eseguire una trasformazione collineare della stessa, per portare il caso generale ad uno particolare, più semplice, che permetta la deduzione in via più breve di altre leggi importanti dal lato proiettivo.

La Q sia data mediante le sue due coniche doppie C_1, C_2 giacenti nei piani π_1, π_2. Lo spigolo $(\pi_1 \ \pi_2)$ del tetraedro polare, avrà due poli differenti P_1, P_2 rispetto alle coniche, e su esso, si formeranno due involuzioni di punti, cioè quelle dei punti coniugati rispetto a C_1 ed a C_2. Le due evoluzioni avranno in comune due elementi doppi, cioè due punti R_1, R_2 corrispondenti ad uno stesso punto della retta, sia esso considerato come appartenente all' una od all' altra delle due involuzioni di punti, di modo che in ciascun piano risulteranno due polari coniugate, precisamente le $P_1 R_1$, $P_1 R_2$ e le $P_2 R_1$ $P_2 R_2$ le quali si taglieranno a due a due sulla intersezione $(\pi_1 \ \pi_2)$ dei due piani. Se ora si eseguisce una trasformazione collineare della configurazione ottenuta, prendendo il piano limite in modo che esso passi per lo spigolo $(\pi_1 \ \pi_2)$, i piani delle coniche verranno ridotti paralleli fra di loro, corrispondendo allora alla retta $(\pi_1 \ \pi_2)$ una retta a distanza infinita, mentre i poli P_1 P_2 verranno trasformati nei centri P_1', P_2' delle coniche C_1' C_2' corrispondenti a quelle considerate. I punti R_1', R_2' corrispondenti ai R_1 R_2, giaceranno sulla retta a distanza infinita, le polari coniugate P_1 R_1 e P_1 R_2 rispettivamente P_2 R_1, P_2 R_2 verranno trasformate nei diametri coniugati P_1' R_1', P_1' R_2' e P_2' R_1', P_2' R_2', e precisamente in modo che i diametri di una conica saranno paralleli a quelli dell' altra, avendo l' una copia in comune il punto R_1' e l'altra il punto R_2'. Le due coniche sono adunque state trasformate in due coniche poste in piani paralleli ed aventi un paio di diametri coniugati paralleli.

Rimane però ancora libera la scelta del centro di collineazione e quella della direzione del piano limite passante per la retta $(\pi_1\ \pi_2)$, la quale dovrà essere fatta in modo che la figura risultante sia la più semplice possibile. Se a tale uopo si si immagina costruita una sfera col diametro $R_1\ R_2$ ed una seconda sfera avente per diametro il segmento $A_2\ B_2$ compreso fra due punti corrispondenti nell'involuzione dei punti di $(\pi_1\ \pi_2)$, coniugati rispetto a C_1, le due sfere si taglieranno secondo un cerchio γ posto in un piano perpendicolare all'asse $(\pi_1\ \pi_2)$, passante per il centro O_1 dell'involuzione, ed avente il raggio ρ, uguale alla potenza della della stessa.

La retta $P_1\ P_2$ incontra allora il piano del cerchio γ in un punto N e se col diametro $N\ O_1$ si descrive un cerchio questo taglierà γ in due punti, uno dei quali potrà essere preso quale centro di collineazione, mentre quale piano limite potrà considerarsi il piano $[(\pi_1\ \pi_2),\ N)]$.

In conseguenza di questa scelta i raggi di collineazione proiettanti i punti $R_1\ R_2$ saranno perpendicolari fra di loro, e saranno pure perpendicolari i raggi proiettanti la coppia di punti corrispondenti $A_1\ B_1$ nell'involuzione individuata da C_1 in $(\pi_1\ \pi_2)$, ed il raggio passante per N. sarà perpendicolare al piano limite.

Nel nuovo sistema corrisponderanno in tal modo alle due coniche C_1, C_2, due nuove coniche C_1', C_2' poste in piani fra di loro paralleli ed aventi per centri i punti P_1', P_2'. Alle corde coniugate $P_1\ R_1$, $P_1\ R_2$ rispettivamente $P_2\ R_1$, $P_2\ R_2$ corrispondono i diametri coniugati $P_1'\ R_1'$, $P_1'\ R_2'$ e $P_2'\ R_1'$, $P_2'\ R_2'$ i quali sono fra di loro perpendicolari, e rappresentano per conseguenza gli assi delle coniche $C_1'\ C_2'$. La conica C_1' è inoltre di un tipo speciale, perchè essendo anche i diametri coniugati $P_1'\ A_1$ e $P_1'\ B_1$ fra di loro perpendicolari, ne segue che essa avendo due copie di assi non potrà essere altro che un cerchio. Infine si potrà ancora aggiungere che la posizione reciproca di C_1' e C_2' che la retta $P_1'\ P_2'$ congiungente i loro centri sarà perpendicolare alla direzione dei loro piani e ciò in conseguenza dell'essere il raggio passante per N perpendicolare al piano limite.

In questa maniera si è ridotto il caso generale della sviluppabile Q, considerata quale inviluppo dei piani tangenti a due coniche, nel caso particolarissimo che una di esse sia un cerchio, e l'altra giaccia in un piano a questo parallelo, in modo che i loro centri siano congiunti da una retta perpendicolare ai loro piani.

Sarà perciò inutile per la considerazione delle proprietà proiettive della Q, la considerazione del caso generale, e basterà rivolgere l'attenzione a questo caso particolare al quale può essere ridotta con operazioni puramente proiettive.

I piani φ, ψ passanti ciascuno per uno degli assi della conica C_2' e per la retta dei centri $P_1' P_2'$ saranno piani di simmetria per le due curve e per conseguenza anche per la sviluppabile Q Ad ogni generatrice g della Q (retta congiungente i punti di contatto di due tangenti parallele del cerchio C_1' e della conica C_2') corrisponderanno in conseguenza della simmetria altre due generatrici g' e g'', le quali incontreranno la g, in un punto del piano φ o del piano ψ. Nei piani φ e ψ s' incontreranno perciò per legge di simmetria, sempre due generatrici della Q, ciò che significa che le sue sezioni con questi piani saranno curve appartenenti alla sua curva doppia. Siccome la curva doppia della Q è composta di quattro rami posti ai quattro piani, si potrà concludere che φ e ψ saranno gli altri due piani oltre quelli di C_1', C_2' contenenti le coniche doppie della Q. Ai piani φ, ψ corrispondono nel sistema originario i piani passanti per P_1 P_2 R_2 e P_1 P_2 R_2 i quali per la stessa ragione dovranno contenere due coniche doppie della Q nel caso generale.

Se adunque sono note due coniche doppie di una sviluppa bile Q, si potranno determinare i piani delle altre due, che saranno quelli passanti per i due poli della intersezione dei piani dati rispetto alle due coniche contenute in questi, e ciascuno dei punti doppi delle involuzioni determinate dalle dette coniche sulla intersezione dei loro piani.

Questi quattro piani formeranno nel loro complesso il tetraedro polare comune a tutte le superfici di seconda classe iscritte nella Q, per cui le due rette P_1 P_2 ed R_1 R_2 saranno polari coniugate rispetto a due qualunque di tali superfici. Rimanendo la relazione sussistente fra elementi coniugati polari rispetto ad una superficie di secondo grado, invariata se gli elementi vengono fra di loro scambiati, ne seguirà che R_1 ed R_2 saranno i poli della retta P_1 P_2 rispetto alle altre due coniche C_3' C_4' mentre P_1, P_2 saranno i punti doppi delle involuzioni dei punti coniugati fissate da C_3 e C_4. Dimodochè essendo basate queste considerazioni su due qualunque delle quattro coniche prese quali element di partenza, ne seguirà che la relazione esposta sarà generale e varrà fra due qualunque di esse e le due rimanenti. Il caso particolare al quale può essere ridotta la Q mediante la trasformazione collineare ora descritta, conduce alla determinazione d'una proprietà caratteristica delle sue curve doppie.

Una generatrice g della Q taglia allora nei punti A_1, A_2 le due coniche C_1 C_2 (e precisamente in A_1 il cerchio C_1) ed in D e E i due piani di simmetria φ, ψ contenenti le altre due coniche C_3 e C_4 Se in C_2 si disegna il diametro d_2 coniugato a quello passante per A_2 e si conduce il piano passante per d_2 ed i centri delle due coniche C_1, C_2, questo piano taglierà quello del cerchio C_1 nel diametro d_1 coniugato a quello passante per A_1, dovendo la tangente di C_1 in A_1 e quella di C_2 in A_2 essere fra di loro parallele e parallele rispettivamente a d_1 e d_2. Se si indicano con α_1 ed α_2 i piani passanti per l'asse dei centri delle due coniche ed i punti A_1, A_2 e con δ il piano determinato dallo stesso asse e dal diametro d_1, e si lascia girare δ attorno all'asse in modo che descriva un fascio di piani, dovendo ad ogni nuova posizione di δ corrispondere una nuova di α_1 e di α_2, anche questi descriveranno ciascuno da per sè un fascio di piani collo stesso asse, ed essendo proiettivi col fascio δ lo saranno pure fra di loro.

Al piano φ del fascio δ corrisponderà tanto nel fascio θ_1 quanto in quello α_2, un solo piano e precisamente ψ, perchè alla direzione di un asse della conica C_2 è coniugata la direzione dell'altro asse tanto in essa quanto nel cerchio C_1, e viceversa al piano ψ del fascio δ corrisponderà nel fascio α_1 e nel fascio α_2 il piano φ. I due piani φ, ψ sono come si vede i due piani doppi di due fasci di piani coassialli α_1 ed α_2. Indicando con α_1' α_2' un altro paio di piani corrispondenti nei due fasci proiettivi α_1, α_2, cioè altri due piani corrispondenti allo stesso piano δ' del fascio δ otterremo l'uguaglianza dei due rapporti doppi:

$$(\varphi \; \psi \; \alpha_1 \; \alpha_1') = (\varphi \; \psi \; \alpha_2 \; \alpha_2')$$

e quindi come noto:

$$\frac{sen\,(\varphi\;\alpha_1)}{sen\,(\psi\;\alpha_1)} : \frac{sen\,(\varphi\;\alpha_1')}{sen\,(\psi\;\alpha_1')} = \frac{sen\,(\varphi\;\alpha_2)}{sen\,(\psi\;\alpha_2)} : \frac{sen\,(\varphi\;\alpha_2')}{sen\,(\psi\;\alpha_2')}$$

$$\frac{sen\,(\varphi\;\alpha_1)}{sen\,(\psi\;\alpha_1)} : \frac{sen\,(\varphi\;\alpha_2)}{sen\,(\psi\;\alpha_2)} = \frac{sen\,(\varphi\;\alpha_1')}{sen\,(\psi\;\alpha_1')} : \frac{sen\,(\varphi\;\alpha_2')}{sen\,(\psi\;\alpha_2')}$$

ossia:

$$(\varphi \; \psi \; \alpha_1 \; \alpha_2) = (\varphi \; \psi \; \alpha_1' \; \alpha_2')$$

Ogni piano del fascio δ, determina una generatrice g della sviluppabile Q, come congiungente i punti A_1 A_2 tagliati sulle due coniche C_1, C_2 dai piani α_1, α_2 ad esso corrispondenti nei loro fasci. I quattro punti D, E, A_1, A_2, della generatrice g quali punti d'incontro d'una retta coi quattro piani φ, ψ, α_1, α_2 avranno lo stesso rapporto doppio di questi, e la generatrice g' corrispondente al piano δ' e passante per i punti A_1' A_2' di C_1, C_2 e D', E', di C_3 C_4, si troverà nella stessa condizione, sicchè si si potrà concludere l'uguaglianza dei rapporti doppi:

$$(D' \; E' \; A_1' \; A_2') = (D \; E \; A_1 \; A_2)$$

sussistenti fra i quattro punti determinati nelle due generatrici dalle coniche doppie della Q. Ne seguirà adunque il seguente importantissimo teorema, valevole naturalmente per il caso generale della Q:

Il rapporto doppio dei quattro pünti d'incontro delle generatrici di una sviluppabile Q, colle coniche doppie di essa è costante.

I tre punti d'incontro di due generatrici g, g' della Q, con tre piani facciali del tetraedro polare comune alle superfici iscritte, individuano sulle generatrici due punteggiate proiettive, sulle quali sono punti corrispondenti anche i punti d'incontro delle stesse col quarto piano facciale del tetraedro polare.

Il tetraedro polare comune alle superfici della schiera di seconda classe iscritta nella sviluppabile Q.

Se le due superfici direttive S_1, S_2 della sviluppabile Q vengono in base ad una trasformazione collineare ridotte a due superfici S_1' S_2' di secondo grado coassiali, si vedrà che in base alla tripla simmetria rispetto ai tre piani principali comuni delle due superfici, ad ogni piano tangente comune ad esse, corrisponderanno altri sette piani, e per conseguenza al punto di contatto di un piano tangente della Q' con una delle superfici direttive, ne corrisponderanno altri sette simmetricamente disposti rispetto ai piani summenzionati. Essendo i punti di contatto dei piani tangenti della Q' colle superfici direttive, disposti in tal modo, sarà evidente che il loro luogo geometrico, cioè la curva di contatto fra una delle superfici S_1' o S_2' e la Q', sarà pure simmetrica rispetto ai tre piani principali delle superfici direttive.

La curva di contatto p. e. di S_1' colla Q' è come fu già osservato, una curva gobba di quarto ordine, ed è noto dalla teoria della medesima che per essa possono passare superfici di secondo grado in numero infinitamente grande, formanti un fascio di superfici di secondo ordine. In causa della simmetria or ora descritta, il fascio di superfici di secondo grado passante per la curva di contatto della Q' colla S_1', curva che per brevità s' indicherà con L_1', sarà pure simmetrico rispetto agli stessi piani, e tutte le superfici di esso avranno lo stesso centro, comune pure ad S_1' e S_2'.

Le superfici formanti questo fascio, saranno perciò coassiali con quelle della schiera individuata da Q'.

Riprendendo ora la trasformazione collineare già eseguita, in senso opposto, le superfici S_1', S_2' ritornando in posizione generale fra di loro, scomparirà la caratteristica della simmetria, ma rimarrà e si accentuerà ancor meglio un' altra caratteristica della configurazione, di valore puramente proiettico. Cioè, siccome i tre piani principali ed il piano a distanza infinita formavano nel sistema di S_1', S_2' un tetraedro polare comune ad S_1' S_2' non solo, ma a tutte le superfici della schiera inviluppata da Q_1' e del fascio passante per L_1', questo tetraedro del tutto speciale, si trasformerà in un tetraedro di forma comune, cioè avente tutti quattro piani facciali a distanza finita, e sarà polare comune alle superfici della schiera individuata da Q, ed a quelle del fascio passante per L, che sarà una curva gobba di quarto ordine non più simmetrica ma di forma generale.

Siccome inoltre quali superfici direttive possono essere considerate due qualunque delle superfici appartenenti alla schiera di seconda classe, ed ognuna di esse toccherà la Q in una curva gobba di quarto ordine Ln, per la quale varrà la stessa considerazione già fatta per la L_1 ed il suo fascio di superfici di secondo grado, si potrà dire in generale che:

Il tetraedro polare comune a tutte le superfici di secondo grado formanti la schiera di seconda classe individuata dalla sviluppabile Q, sarà comune pure a tutte le superfici di secondo grado formanti gli infiniti fasci di secondo ordine individuati dalle curve L di contatto, delle superfici della schiera colla sviluppabile Q.

Se si considerano due superfici S_1' S_2' di secondo grado coassiali quali direttrici di una Q, si potrà pure osservare che la loro linea di intersezione sarà una quartica gobba M, che godrà le stesse particolarità di simmetria delle altre quartiche già considerate, cosicchè le due sviluppabili Q' e Q'' aventi per quantità direttive una delle superfici S_1', S_2' e la quartica gobba, M, pur esse godranno della stessa simmetria, e le superfici delle schiere individuate da Q', e Q'' saranno ancora coassiali colle S_1' S_2'. Eseguendo quindi una trasformazione collineare del sistema Q, Q', Q'', ne risulterà che ogni sviluppabile Q è accompagnata da altri due inviluppi Q', Q'' della stessa specie, quali fasci gobbi di piani tangenti di ciascuna delle superfici direttive lungo la loro reciproca intersezione, ed ha in comune con esse il tetraedro polare caratteristico, giacchè all' esistenza degli assi comuni corrisponde nel sistema collineare, come già fu accennato, l' esistenza del tetraedro polare comune Naturalmente quello che fu detto per le due superfici S_1', S_2' vale per tutte le altre della schiera individuata da Q, di modo che da una sola sviluppabile Q, sarà individuato un numero infinitamente grande, di sviluppabili circoscritte ad una qualunque superficie della schiera principale, lungo l' intersezione con un' altra delle medesime.

Ciascuna di queste sviluppabili individuerà a sua volta una altra schiera di seconda classe, accompagnata da un' infinità di fasci di secondo grado, e di altre sviluppabili analoghe, e per tutti questi sistemi nello spazio esisterà un solo tetraedro polare comune a tutte le superfici di secondo grado da essi definite.

Siano S_1' S_2' le due superfici direttive coassiali della Q'. Questa non possiederà alcuna generatrice parallela agli assi x, y, z delle superfici direttive, e la sua curva cuspidale non avrà perciò tangenti parallele a quelle direzioni. Ogni piano condotto per una generatrice della Q' parallelamente ad uno degli assi x, y, z conterrà per ragioni di simmetria, ancora una generatrice della sviluppabile. Procedendo così per ogni generatrice della Q, si otterrà un cilindro inviluppato da questi piani, avente le sue generatrici parallele ad uno degli assi. Su questo cilindro dovrà giacere la curva cuspidale della Q', poichè essa ha per tangenti le generatrici della Q', e queste tangenti vengono a giacere nei piani tangenziali del cilindro. Il cilindro sarà perciò necessariamente di quarta classe.

La curva cuspidale della Q' (a superfici direttive coassiali) viene proiettata da tre cilindri di quarta classe colle generatrici parallele agli assi x, y, z, i piani tangenti dei quali la toccano sempre in due. Questi tre cilindri appartengono quindi all' inviluppo a contatto doppio della cuspidale.

Anzi i piani passanti per una generatrice della Q' ed il centro, conterranno sempre, per motivi di simmetria, ancora una generatrice della stessa, per cui il cono di quarta classe che proietterà la cuspidale dal centro la toccherà pure in due punti (e formerà l'ultima parte della sua sviluppabile a doppio contatto). Eseguita poi come sempre la trasformazione collineare della Q' in una Q generale, i tre cilindri ed il cono in questione, si trasformeranno in coni proiettanti la cuspidale della Q dai quattro vertici del tetraedro polare della schiera di seconda classe individuata.

Cioè:

Le generatrici di una Q, giacciono a paia nei piani tangenti dei quattro coni di quarta classe, proiettanti la sua cuspidale dai vertici del tetraedro polare comune alle sue superfici direttive.

Come fu già osservato i piani polari di un punto qualunque dello spazio rispetto alle superfici di una schiera di seconda classe, avvolgono una superficie sviluppabile di terza classe.

Si tratterà ora di vedere come si comportino in tale riguardo i punti situati nei piani facciali del tetraedro polare della schiera.

I punti posti nel piano facciale π del tetraedro polare sono coniugati nel sistema polare individuato da una qualunque superficie della schiera, col vertice P del tetraedro polare, che è polo costante di π, perciò i piani polari di un punto A del piano π in rapporto alle superfici della schiera dovranno passare tutti per P, e la sviluppabile di terza classe da essi inviluppata sarà una superficie conica avente il vertice nel punto P.

Per A passeranno quindi tre piani tangenti al detto cono, i quali rappresenteranno tre piani polari passanti pel loro polo A, epperò piani tangenti alle superfici della schiera passanti per A, che dovranno essere tre, giacchè ognuna sarà individuata da uno di questi piani, quale piano tangente e precisamente col contatto in A. Da tale ragionamento apparisce che ogni vertice P del tetraedro polare sarà vertice di un' infinità di coni di terza classe i cui piani tangenti saranno i piani polari dei punti del piano facciale π del tetraedro polare, opposto a P, e che per ogni punto dei piani facciali del tetraedro polare passeranno tre superfici della schiera i cui piani tangenti in quel punto s'incontreranno nel vertice opposto del tetraedro.

Considerando poi il caso ancora, che il punto A si trovi contemporaneamente su due faccie del tetraedro, cioè su uno spigolo dello stesso, è naturale allora che i piani polari del punto A rispetto alle superfici della schiera dovendo passare contemporaneamente per tutti e due i vertici opposti del tetraedro, formeranno uno fascio di piani avente per asse lo spigolo opposto.

Tale fascio di piani dovendo però rappresentare la degenerazione di un inviluppo di terza classe, sarà da considerarsi, come costituito da piani, ciascuno dei quali avrà un valore triplo, cioè rappresenterà contemporaneamente il piano solare del punto considerato, per tre superfici della schiera. Saranno adunque sempre tre superfici della schiera di seconda classe, che avranno quale piano polare comune, quello che congiungerà il punto A collo spigolo opposto del tetraedro fondamentale, e giacendo inoltre il polo nel piano stesso, esse dovranno essere tutte e tre tangenti a quel piano nel detto punto.

Si può adunque asserire in generale che:

Per ogni punto d'uno spigolo del tetraedro fondamentale passeranno tre superfici della schiera inviluppata dalla Q, le quali avranno in quel punto per piano tangente comune quello che congiungerà il punto considerato collo spigolo opposto del tetraedro.

Le coniche doppie della sviluppabile Q.

Dalla reciproca posizione delle coniche doppie della Q dipende la forma di questa, e sarà perciò giovevole una considerazione dei casi che possono presentarsi a tale riguardo.

1. Due delle coniche doppie C_1, C_2 giacciano nei loro piani π_1, π_2 in modo che nessuna di esse abbia a tagliare l'intersezione P_3 P_4 dei loro piani. Da ogni punto dell'asse P_3 P_4 passeranno allora due tangenti alla C_1 e due alle C_2, le quali combinate a due a due daranno quattro piani tangenti della sviluppabile comune a C_1 C_2, che come fu già spiegato, non sarà altro che la sviluppabile Q, della quale C_1, C_2 sono coniche doppie. In tale caso la sviluppabile consisterà di due mantelli, l'uno generato dai due piani passanti per ogni punto dell'asse P_3 P_4, in modo di racchiudere le coniche nello stesso spazio, l'altro dai due piani passanti per lo stesso punto ma in modo che le due coniche vengano a trovarsi in spazî opposti. Ciascuno dei due mantelli taglierà poi sè stesso ancora lungo una conica, dovendo le coniche doppie essere quattro.

Considerato che il triangolo facciale del tetraedro è un triangolo polare della conica doppia in esso contenuta, risulta che, essendo l'asse P_3 P_4 supposto esterno a C_1 e C_2, il triangolo

$P_2\ P_3\ P_4$ dovrà avere P_2 entro C_1, e quello $P_3\ P_4\ P_1$ dovrà avere P_1 entro C_2. È quindi necessario, che giacchè l'asse $P_3\ P_4$ giace entro i due mantelli della superficie Q, i piani $\pi_3\ \pi_4$ la taglino in curve reali, di modo che saranno pure reali le due coniche doppie C_3, C_4.

Questo caso può essere paragonato a quello polarmente reciproco della penetrazione di due coni, dei quali nessuno possiede piani tangenti reali passanti pel vertice dell'altro, in cui la penetrazione è formata da due curve, mentre tutte le generatrici di ognuna delle superfici incontrano l'altra

2 Delle due coniche doppie $C_1\ C_2$ una, p. e.: C_1, taglia l'asse $P_3\ P_4$ in due punti reali A, B. Da ogni punto dell'asse $P_3\ P_4$ esterno al segmento A B passeranno allora quattro piani tangenti della Q, mentre per i punti del segmento A B non ne passerà alcuno, non potendo essere tracciata da essi alcuna tangente reale della C_1. Ogni tangente della C_1 taglia in questo caso, due tangenti di C_2, ogni tangente di C_2 non potrà però tagliare sempre due tangenti di C_1, e per queste ultime non passeranno piani tangenti della Q. Anche in questo caso la sviluppabile consiste di due mantelli.

Essa è paragonabile alla penetrazione totale di due coni posti in modo che i piani tangenti dell'uno di essi passanti pel vertice dell'altro siano reali, e dei quali l'uno penetra completamente nel mantello dell'altro, in modo però che questo secondo abbia delle generatrici che non incontrino il primo; analogamente la linea di penetrazione, consisterebbe di due curve gobbe separate.

3. Le due coniche $C_1\ C_2$ tagliano tutte e due l'asse $P_3\ P_4$ nei punti reali A B, D E.

Se i punti A, B ove la C_1 taglia l'asse $(\pi_1\ \pi_2)$ sono interni alla C_2, la sviluppabile Q possiederà ancora due mantelli separati. Dai punti della retta $(\pi_1\ \pi_2)$ si potranno condurre due tangenti, tanto alla conica C_1 quanto alla C_2. se essi saranno esterni alle stesse Mentre adunque ciascuna tangente della C_2 sarà traccia di due piani tangenti della Q, perchè incontrando la $(\pi_1\ \pi_2)$ in punti esterni a C_1, si potranno guidare da essi due tangenti reali della C_1, non si potrà dire uguale cosa rispetto alla C_2. Le tangenti i cui punti di contatto staranno sugli archi M N, P Q della C_1, rispettivamente compresi fra i punti di contatto M N, P Q delle tangenti condotte da E e D alla C_1 non taglieranno l'asse $(\pi_1\ \pi_2)$ che in punto situati fra B E e D A e perciò interni a C_2. Per queste tangenti non passeranno quindi piani tangenti reali della Q Mentre adunque la C_2 appartiene con tutti i suoi punti, quale curva doppia alla Q, la C_1 non ci apparterrà che in parte, e cioè mediante gli archi M P, ed N Q. Gli archi M N, P Q saranno parti parassite della curva doppia.

È da osservare che i punti limiti degli archi parassiti sono quelli di contatto delle tangenti di C_1 passanti per i punti di C_2 posti sull'asse $(\pi_1\ \pi_2)$, tangenti che rappresentano generatrici dell'inviluppo Q.

In questo caso l'inviluppo Q, ricorda la penetrazione totale di due coni nel caso in cui i piani limiti della penetrazione toccano tutti e due lo stesso cono, mentre segano l'altro.

Se i punti d'incontro A, B, della C_1 sono esterni ai punti D E della C_2, potremo aggiungere le seguenti considerazioni:

Le tangenti condotte da D e da E alla C_1 saranno quattro generatrici della Q, e lo saranno pure le tangenti della C_2 condotte per A e B. Si formeranno adunque su tutte due coniche degli archi parassiti. Ognuna di esse possiederà due archi di curva doppia reale e due parassiti, fra di loro alternati. L'inviluppo Q avrà perciò due mantelli separati, poichè: Se le tangenti di C_2 passanti per A, la toccano in M, N e quelle di C_2 passanti per E, toccano questa in P Q, partendo dalla posizione A M della generatrice, e lasciando i suoi piedi sulla C_1 e C_2 percorrere queste curve, si vedrà che il piede su C_1 percorrerà l'arco A P e P A mentre quello sulla C_2 andrà da M in N, ed il primo percorrerà due volte l'arco A Q (cioè A Q e Q A) mentre il secondo ritornerà lungo l'arco N E M, e la generatrice ritornerà nella posizione d'origine A M avendo percorso un mantello chiuso Potendosi applicare lo stesso ragionamento ai punti B, D, seguirà che la Q dovrà avere ancora un mantello chiuso abbracciante i secondi archi reali delle curve doppie.

Se si considera il caso nel quale le due coniche hanno due punti sull'asse $(\pi_1\ \pi_2)$ dei quali uno cade entro l'altra, l'inviluppo Q non consisterà che di un solo mantello. Siano A, B i punti della C_1 e D, E quelli della C_2 situati su $(\pi_1\ \pi_2)$ e siano disposti nell'ordine A D B E. Mentre da A passano per la C_2 e da E per la C_1, due tangenti reali, che sono quattro generatrici della Q, da D e da B non ne passerà alcuna. Ciascuna delle due coniche è quindi scomposta in due soli archi, l'uno reale di curva doppia l'altro parassita Siano M, N i punti limiti della C_2, e P Q quelli della C_1. Se una generatrice $g = (a_1\ a_2)$ che taglia C_1

in a_1 e C_2 in a_2, percorrerà la Q, si osserverà che se a_1 si muove da A fino Q, a_2 andrà da M in E; mentre poi a_2 proseguirà fino ad N, a_1 ritornerà da Q in A, per proseguire poi da A fino P mentre a_2 ritornerà da N in E, proseguendo poi da E fino M mentre a_1 ritornerà da P in A, in modo che la generatrice riprenderà la posizione originale $g = (a_1\ a_2)$. È quindi evidente che la Q è formata in questo caso da un solo mantello, e può essere paragonata reciprocamente alla penetrazione parziale di due coni.

4. A quest' ultimo caso si può aggiungere quello in cui le due coniche C_1 C_2 si tagliano in un sol punto A dell' asse $(\pi_1\ \pi_2)$; e quì pure sarà giovevole distinguere i due casi in cui A cade o fra gli altri due punti d' incontro od esternamente al segmento determinato da essi.

Nel primo caso, in cui i punti si seguono nell' ordine B, A, D, essendo B appartenente a C_1 e D a C_2, le tangenti delle due curve in A formano un piano tangente α dell' inviluppo Q, il quale dovrà toccarlo lungo due generatrici. Il piano α sarà perciò un piano doppio della Q.

Le tangenti guidate da B alla C_2 che la toccano in A_1 A_2 e quelle guidate da D alla C_1 i cui punti di contatto sono b_1, b_2, formeranno di nuovo le generatrici speciali della Q e fisseranno i limiti dei tratti di curve doppie reali nelle due coniche. È chiaro che il punto A cadendo sui due rami parassiti di queste, sarà del tutto separato dagli altri piani tangenti della Q, e sarà perciò un *piano tangente doppio isolato*. La sviluppabile avrà un solo mantello.

Questo caso della sviluppabile trova riscontro nella penetrazione totale di due coni a piano tangente comune, se le due superfici toccano detti piani in faccie differenti.

Se i due punti B, D giaciono dalla stessa parte di A p. e. in modo che B cada nell' interno di C_2, il piano α passante per le tangenti delle due coniche in A, sarà pure piano doppio dell' inviluppo Q, ma siccome da B non passano tangenti di C_2, su questa non si formeranno rami parassiti e sarà completamente reale quale curva doppia, il piano α non sarà separato dagli altri piani tangenti della Q, che consisterà di un solo mantello e toccherà sè stessa nel piano α.

Questo tipo richiama alla memoria una penetrazione di coni a piano tangente comune.

5. Delle due coniche, una la C_1, sia tangente all' asse $(\pi_1\ \pi_2)$ nel punto A e l' altra C_2 tagli questo in due punti B, D fra i quali giace A.

La sviluppabile avrà un piano doppio, che sarà quello π_2 contenente C_2, poichè se si considera il cono che proietta C_2 da A, i piani tangenti di questo passanti per $(\pi_1\ \pi_2)$ coincideranno tutti due col piano π_2 della C_2, che dovrà perciò essere piano doppio della Q.

Esso è questa volta di nuovo del tutto reparato dal mantello della Q, appartenendo il punto A al ramo parassita di C_1. La sviluppabile non ha che un solo mantello.

Se A giace fuori della conica C_2, allora benchè da esso passino delle tangenti reali della stessa, pure non si formerebbe su di essa alcun arco parassita. La superficie avrebbe un solo mantello ed il piano doppio sarebbe di reale autocontatto della superficie.

Il paragone colla penetrazione dei due coni, si potrebbe averlo figurandosi quella di due coni l'uno dei quali avesse il vertice sul mantello dell' altro.

6. Le due coniche siano poste nei loro piani in modo che la C_1 tagli l'asse $P_3\ P_4$ nei punti A, B e la C_2 sia tangente all'asse nel punto A. Ripetendo le considerazioni fatte nel caso 5, risulta che il piano π_1 della C_1 è un piano doppio della Q.

Siccome però sulla curva C_1 non si formano parti parassitiche della curva doppia, il piano doppio non sarà isolato, ma rappresenterà un piano doppio reale della Q, la quale toccherà sè stessa nel piano π, lungo la sola generatrice in esso contenuta, e perciò questo piano potrà essere chiamato per analogia col punto cuspidale di una curva, un piano tangente cuspidale della sviluppabile.

7. Le due coniche C_1, C_2 toccano tutte e due l'asse $P_3\ P_2$. Di questo cono di speciale importanza verrà parlato in particolare nel prossimo capitolo.

8. Se le due coniche hanno infine nell' asse $P_3\ P_2$ i due punti A, B comuni, allora si formano due piani tangenti doppi e come fu già spiegato la sviluppabile degenera in due superfici coniche. Analogamente la quartica d'intersezione di due coni si scompone in due coniche qualora, le superfici abbiano due piani tangenti comuni, ossia la quartica abbia due punti doppi.

Sviluppabile Σ di terza classe circoscritta a due quadriche rigate, aventi una generatrice comune.

Proprietà fondamentali.

In uno dei precedenti capitoli fu fatto parola del caso speciale, della Q, nel quale due superfici direttive, essendo rigate, si tagliano lungo una generatrice, e fu dimostrato, come in essa in tale caso degeneri in un fascio di piani ed una sviluppabile di terza classe.

Come la Q generale di quarta classe, forma coi suoi piani tangenti la configurazione, corrispondente ad una quartica gobba in un sistema polare individuato da una qualunque quadrica, così questa sviluppabile di terza classe formerà la configurazione corrispondente ad una cubica gobba, nello stesso sistema polare. Gioverà adunque considerare alcune delle principali proprietà di questa sviluppabile che in seguito sarà indicata con Σ.

Siano S_1 ed S_2 le due quadriche direttive e g la loro generatrice comune. Per ogni generatrice g' dello stesso sistema di g nella superficie S_1, passano due piani tangenti della S_2. Nessuno di essi potrà però contenere la generatrice comune g, essendo essa incrociata colla g'. Per ogni generatrice l di S_1, appartenente al secondo sistema, passeranno invece due piani tangenti di S_2, comuni pure ad S_1, uno dei quali sarà sempre il piano (lg), perchè queste generatrici, essendo di differenti sistemi, si taglieranno e determineranno insieme un piano tangente di S_1 ed S_2, giacchè g è loro comune Per una generatrice l del sistema al quale non appartiene l'asse g del fascio di piani formante parte della Q, non passa che un solo piano che tocca l'altra parte di essa, cioè la sviluppabile Σ. Quindi si può dire che:

Se due quadriche rigate hanno una generatrice comune, la sviluppabile vera ad esse circoscritte, che è di terza classe, ha la proprietà, che per le generatrici delle due superfici direttive, passano uno o due suoi piani tangente, a seconda che esse non fanno o fanno parte dello stesso sistema della generatrice comune.

Alla sviluppabile saranno iscritte tutte le infinite superfici di secondo grado formanti la schiera di quarta classe. Anche questa apparirà nelle presenti condizioni, sotto un aspetto speciale. Essa consterà cioè di sole quadriche rigate, aventi a due a due una generatrice in comune. In nessun altro modo sarebbe possibile sostituire alle due date, due qualunque delle quadriche iscritte, dovendo in tutti casi risultare una sviluppabile completa di terza classe ed un fascio di piani.

Ne segue perciò, che una qualunque di queste superfici iscritte nella Σ sarà perfettamente determinata, prendendo quali sue generatrici, due rette per le quali passino due piani tangenti della Σ. Le generatrici del suo secondo sistema risulterebbero, quali congiungenti i punti d'incontro delle due rette considerate, coi singoli piani tangenti della Q. La superficie così generata sarà certamente di secondo grado, poichè i piani tangenti della Q taglieranno le due rette in due punteggiate proiettive, e sarà quindi la quadrica iscritta alla Σ, avente per generatrici le due rette date.

Essa conterrà anche la generatrice g, quale appartenente al sistema delle due rette considerate. Quindi:

Per due rette d'intersezione di due piani tangenti di una sviluppabile Σ e l'asse del fascio di piani che l'accompagna, passa sempre una quadrica rigata determinata unicamente da queste tre rette.

I due piani tangenti doppi α, β della Q, passanti per la generatrice comune g delle due superfici direttive (caso 5), rappresentando piani aventi per polo il loro punto di contatto A, B rispetto a ciascuna delle due superfici, saranno due piani facciali del tetraedro comune alle superfici della schiera iscritta.

Gli altri due piani del tetraedro polare passeranno perciò anche per la retta g, quale congiungente i poli degli altri due. La retta g, come intersezione dei quattro piani facciali del tetraedro polare, formerà adunque una retta quadrupla, sostituente due coniche doppie in essa degeneranti. Le altre due coniche doppie sarano le intersezioni della Σ coi due piani reali α β del tetraedro polare.

Il piano α come doppiamente tangente alla sviluppabile deve toccarla lungo due generatrici, le quali dovranno riunirsi nel punto A, unico punto di contatto del piano stesso, tanto colla S_1 che colla S_2.

Analoga cosa si potrà ripetere per il piano β ed il suo punto di contatto B. Le coniche doppie contenute nei piani α β dovranno passare quindi rispettivamente per i punti A, B, quali punti d'incontro di due generatrici della sviluppabile.

La conica doppia $C\alpha$ contenuta nel piano α, avrà quale tangente nel suo punto A, la retta g, perchè considerando $C\alpha$ quale sezione qualunque di Σ, la sua tangente in A non sarà altro che l'intersezione del piano recante α, col tangente, che non può essere che β, e cioè la generatrice g, comune delle due quadriche direttive.

Analoga cosa valendo anche per la conica doppia $C\beta$, contenuta nel piano β, si potrà concludere che:

Le due coniche doppie della sviluppabile Q, degenerata in inviluppo Σ di terza classe ed un fascio di piani, sono tangenti all'asse di questo, nei punti di contatto dei due piani doppi della Q, colle superfici direttive.

Da ciò segue ancora:

La sviluppabile Σ di terza classe può essere considerata quale sviluppabile comune a due coniche tangenti l'asse d'intersezione dei loro piani

I piani tangenti α, β, non si comportano però, rispetto agli altri piani tangenti della Σ, in modo del tutto speciale, giacchè si può dimostrare che ogni piano tangente di esso la taglia secondo una conica. La dimostrazione può essere condotta nel modo seguente:

Le traccie dei piani tangenti della Σ sul piano α (rispettivamente β) sono le tangenti della conica doppia $C\alpha$, ($C\beta$) in esso contenuta, ed i piedi delle generatrici della Σ nel piano α (β) saranno i punti della conica $C\alpha$ ($C\beta$). Un piano tangente qualunque della Σ sia il piano τ. Le sue intersezioni con α e con β cioè le rette (α τ), (β τ) saranno allora tangenti di $C\alpha$ e $C\beta$. Se nell'asse g di intersezione dei due piani α, β, si prende un punto qualunque P_1 e da esso si conducono le tangenti (α τ') alla $C\alpha$ e (β τ') alla $C\beta$ (altre non saranno possibili, essendo g tangente a tutte due curve, e P_1 giacente su g), queste due rette rappresenteranno un nuovo piano τ' tangente della Σ, essendo le sue traccie sui piani α, β tangenti alle coniche considerate. La retta (α τ') taglierà la (α τ) in un punto a, mentre la (β τ') taglierà la ($\beta\tau$) in un altro punto b_1. La retta a_1 b_1 sarà l'intersezione (τ τ') dei due piani tangenti

Facendo variare la posizione del punto P sulla retta g, il punto a_1, descriverà sulla (α τ) una punteggiata che secondo un principio fondamentale della teoria delle coniche, sarà proiettiva colla punteggiata descritta da P sulla retta g. La stessa cosa essendo valevole per il punto b_1, si avrà:

$$(\alpha\,\tau)\,(a_1\ a_2\ a_3 \ldots) \barwedge g\,(P_1\ P_2\ P_3 \ldots)$$

e d'altra parte:

$$(\beta\,\tau)\,(b_1\ b_2\ b_3 \ldots) \barwedge g\,(P_1\ P_2\ P_3 \ldots)$$

da cui seguirà che anche la punteggiata:

$$(\alpha\,\tau)\,(a_1\ a_2\ a_3 \ldots)$$

sarà proiettiva colla:

$$(\beta\,\tau)\,(b_1\ b_2\ b_3 \ldots).$$

Nel piano τ tangente della Σ giaciono adunque due rette $(\alpha\,\tau)$, $(\beta\,\tau)$ quali assi di due punteggiate proiettive. Le congiungenti punti corrispondenti a_1, b_1; a_2 b_2; a_3 b_3; ... delle medesime invilupperanno allora come è noto una conica: $C\tau$

Rappresentando però esse le intersezioni dei piani $(\tau\,\tau')$, $(\tau\,\tau'')$, $(\tau\,\tau''')$.... della Σ, cioè dei suoi piani tangenti con uno determinato τ di questi, la conica $C\tau$, non potrà essere che l'inviluppo delle rette $a_1\,b_1$, $a_2\,b_2$.... Quindi:

La sezione prodotta sulla Σ da un suo piano tangente è sempre una conica.

Le due rette $(\tau\,\alpha)$, $(\tau\,\beta)$ quali assi delle punteggiate generatrici della conica $C\tau$, saranno pur esse tangenti della medesima, ed i loro punti di contatto si potranno trovare, considerando su ognuna delle punteggiate quel punto che in essa corrisponde al loro punto d'incontro. Se si fa variare il punto P_1, lungo l'asse g, esso potrà coincidere col punto A, allora essendo la tangente di $C\alpha$ passante per esso, identica colla retta g, ne segue che il punto a lui corrispondente sulla punteggiata $(\alpha\,\tau)$ sarà il punto M d'incontro di questa con g, cioè il suo punto d'incontro con $(\tau\,\beta)$. Il punto b ove la tangente di $C\beta$, condotta da A, taglia la $(\tau\,\beta)$ è il corrispondente ad A sulla punteggiata portata da $g = (\alpha\,\beta)$ e quindi ad M in quella portata da $(\tau\,\alpha)$. Il punto b quale corrispondente al punto comune M delle due tangenti $(\tau\,\alpha)$, $(\tau\,\beta)$, sarà quindi quello di contatto di $C\tau$ colla retta $(\tau\,\beta)$. Analogamente la tangente di $C\alpha$ condotta dal punto B taglierà (la $\tau\,\alpha$) nel punto di contatto di questa con $C\tau$.

Ogni piano tangente della Σ, taglia la sviluppabile stessa lungo una conica, tangente alle intersezioni del piano coi due piani tangenti doppi α, β, nei punti d'incontro di queste rette colle tangenti che si possono condurre a ciascuna delle coniche doppie, dal punto di contatto dell'altra colla loro tangente comune.

Se il punto P, muovendosi lungo l'asse g, si avvicina sempre più al punto ($\tau\ \alpha\ \beta$) nel quale s' uniscono le due tangenti ($\tau\ \alpha$) e ($\tau\ \beta$) anche i punti a_n, b_n determinati sulle medesime, si avvicineranno sempre più ai loro punti di contatto m, n colle coniche $C\alpha$ $C\beta$

Se tale avvicinamento sussegue senza limite in modo che P, diventa identico con ($\tau\ \alpha\ \beta$) anche i punti a_n, b_n coincideranno coi punti m, n, di modo che la loro congiungente che deve essere tangente di $C\tau$, non sarà altro che la generatrice della Σ contenuta nel piano τ Si può adunque dire:

La conica di sezione di una sviluppabile Σ con suo piano tangente, ha per tangente, anche la generatrice della sviluppabile contenuta in quel piano.

Anche il punto di contratto della conica colla generatrice contenuta nel suo piano, ha un valore speciale, esso è precisamente il punto della curva cuspidale che sta su quella generatrice, poichè rappresenta il punto nel quale questa viene tagliata dalla generatrice immediatamente vicina ad essa.

Da questi ragionamenti si può arguire che, quello che fu detto per le due coniche $C\alpha$, $C\beta$ non costituisce proprietà speciali di queste due curve, ma si può dire di qualunque altra sezione eseguita mediante un piano tangente della Σ.

Siano ρ, σ, τ tre piani tangenti qualunque della sviluppabile Σ; $C\rho$, $C\sigma$, $C\tau$ le loro tre coniche, $g\rho$, $g\sigma$, $g\tau$ le generatrici della Σ contenute in essi, e $P\rho$ $P\sigma$ $P\tau$ i loro punti di contatto colla curva cuspidale della Σ, cioè i punti ove $C\rho$ $C\sigma$ $C\tau$ sono toccate rispettivamente da $g\rho$, $g\sigma$, $g\tau$. I tre piani tangenti si incontreranno in un punto H, e si tratterà di dimostrare, che questo punto giace nello stesso piano in cui giaciono i punti $P\rho$ $P\sigma$ $P\tau$.

Le tre coniche saranno situate sulle tre faccie d'un triedro in modo che ciascuna di esse toccherà gli spigoli contenuti nel suo piano. La conica $C\rho$ ha per tangenti le rette ($\tau\ \rho$) e ($\sigma\ \rho$) che la toccano nei punti $a\rho$ ed $A\rho$ Per un noto teorema delle coniche, seguirà, che le tre congiungenti i detti punti di contatto coi vertici opposti del triangolo formato dalle summenzionate tangenti, si incontreranno in un solo punto $Q\rho$. Nel punto $Q\rho$ si incontreranno adunque le tre rette $A\rho\ b\rho$, $a\rho\ A\sigma$ [$A\sigma$ = contatto di $C\sigma$ con ($\sigma\ \rho$)] ed $HP\rho$

Analoga cosa succederà rispetto alla conica $C\sigma$. Le tre tangenti saranno: ($\sigma\ \rho$) col contatto in $A\sigma$, ($\sigma\ \tau$) col contatto $a\sigma$ e $g\sigma$ col contatto in $P\sigma$. I punti di contatto congiunti coi vertici ad essi opposti $b\sigma$, $B\sigma$, H del triangolo formato dalle tangenti, daranno le tre rette $A\sigma\, b\sigma$, $a\sigma\, A\sigma$, $H\, P\sigma$ che si incontreranno in un punto $Q\sigma$ del piano σ. Ed infine succederà la stessa cosa anche nel piano τ, ove la conica $C\tau$ possiederà pure le tre tangenti $(\rho\ \tau)$, $(\sigma\ \tau)$ e $g\tau$, coi punti di contatto $b\rho$ $b\sigma$, e $P\tau$.

Anche in questo piano risulteranno tre rette: $a\sigma\, b\rho$, $a\rho\, b\sigma$ e $P\tau\, H$, che s'incontreranno in un punto $Q\tau$

I due triangoli $a\rho\, b\rho\, Q\rho$, $a\sigma$, $b\sigma\, Q\sigma$ sono collineari rispetto alla retta $(\sigma\ \rho)$ quale asse di collineazione, poichè i loro lati si incontrano a due a due in tre punti della retta $(\sigma\ \rho)$, e precisamente $Q\rho\, a\rho$ e $b\sigma\, Q\sigma$ in $A\sigma$, $Q\rho\, b\rho$ e $a\sigma\, Q\sigma$ in $A\rho$, e $a\rho\, b\rho$ e $a\sigma\, b\sigma$ in H. I loro vertici corrispondenti $a\rho\, b\sigma$, $b\rho\, a\sigma$, $Q\sigma\, Q\sigma$ dovranno quindi dare tre rette passanti per un punto, ma essendo già $Q\tau$ il punto comune alle rette $a\rho\, b\sigma$ e $a\sigma\, b\rho$ ne seguirà che i tre punti $Q\rho$, $Q\sigma$, $Q\tau$ staranno in linea retta, cioè sul raggio di collineazione, che dal centro $Q\tau$ proietta i due punti corrispondenti $Q\sigma\, Q\rho$

Se per i punti H, $Q\rho$, $Q\sigma$ si fa passare un piano, questo conterrà pure i punti $P\rho$, $P\sigma$ e taglierà il piano τ, lungo una retta che passerà pel punto H e pel punto d'incontro di $Q\rho\, Q\sigma$ col piano τ stesso. Sarà facile comprendere che questo punto non sarà altri che $Q\tau$ Si consideri a tale scopo il piano ausiliario $A\rho\, Q\rho\, Q\sigma$, e si vedrà che questo taglierà τ lungo la retta $b\rho\, a\sigma$. L'incontro di $b\rho\, a\sigma$ con $Q\rho\, Q\sigma$, dovrà quindi essere il punto d'incontro cercato, che da quanto fu detto prima non può essere che $Q\tau$.

L'intersezione del piano τ col piano $H\, Q\rho\, Q\sigma$ è adunque la retta $H\, Q\tau$, e poichè questa taglia $C\tau$ nel punto $P\tau$, ne seguirà che il piano $H\, Q\rho$, $Q\sigma$ conterrà in sè il punto $P\tau$. Ma siccome già prima fu osservato, che questo piano passerà per $P\rho\, P\sigma$ si potrà ora concludere che tutti e quattro i punti H, $P\rho$, $P\sigma$, $P\tau$ sono in esso contenuti Ossia:

I tre piani tangenti della sviluppabile Σ che passano per un qualunque punto dello spazio, osculano la cuspidale della medesima in tre punti che giaciono in un piano passante pel punto considerato.

Ossia reciprocamente:

I piani osculatori di tre punti della cuspidale s'incontrano in un punto che sta nel piano dei tre punti.

Ora apparisce anche facilmente quale specie di curva sia la cuspidale. Se un piano π la tagliasse in quattro punti P_1 P_2

P_3 P_4, allora pel punto d'incontro di π coi piani π_1 π_2 che la osculano in P_1 P_2 dovrebbero passare secondo il teorema precedente tanto il piano osculatore di P_3 che quello di P_4, giacchè P_3 formerebbe con P_1 P_2 un gruppo di tre punti e P_4 formerebbe con P_1 P_2 un secondo gruppo, posto nello stesso piano π, ai quali corrisponderebbe il solo punto $(\pi\ \pi_1\ \pi_2)$ Ma per il punto $(\pi\ \pi_1\ \pi_2)$ dello spazio non possono passare più di tre piani osculatori della cuspidale, poichè essi sono piani tangenti della Σ che è di terza classe. Quindi la curva avrà con π tre punti in comune.

Cioè:

La curva cuspidale di una sviluppabile Σ è una curva di terzo ordine e terza classe, ed è cioè quella nota sotto il nome di cubica gobba.

Generazione della Σ.

Se α β, γ, δ .. sono piani tangenti di una sviluppabile Σ, ed $(\alpha\ \beta)$, $(\beta\ \gamma)$, $(\gamma\ \delta)$... sono le loro rette di intersezione, in ognuno di questi piani giacerà una conica quale sezione della sviluppabile. Queste coniche $C\alpha$, $C\beta$, $C\gamma$, $C\delta$. si possono considerare come inviluppi generati in ciascun piano dalle punteggiate proiettive, i cui assi sono $(\alpha\ \beta)$, $(\beta\ \gamma)$, $(\gamma\ \delta)$.... Se si considera ad esempio la conica $C\beta$ si potrà dire che le sue tangenti congiungono i punti corrispondenti delle due punteggiate $(\alpha\ \beta)$, $(\beta\ \gamma)$. Una tangente qualunque $(\tau\ \beta)$, intersezione del piano β col piano tangente τ della Σ determina sulla $(\alpha\ \beta)$ un punto a, e sulla $(\beta\ \gamma)$ il suo corrispondente b_1. Nel piano γ giace poi una conica $C\tau$, la cui tangente $(\tau\ \gamma)$, pure intersezione di γ collo stesso piano τ, congiunge i punti corrispondenti delle punteggiate proiettive $(\beta\ \gamma)$, $(\gamma\ \delta)$; ma il punto della $(\beta\ \gamma)$ non può essere che b_1 quale incontro di τ colla retta stessa. Al punto b_1 della $(\beta\ \gamma)$ corrisponde adunque anche un punto, ed uno solo sulla $(\gamma\ \delta)$ cioè quello del suo incontro colla $(\tau\gamma)$. Così considerando la conica $C\delta$ si vedrà che la sua tangente $(\tau\ \delta)$ congiungerà il punto c_1 con un punto d_1 della $(\delta\ \varepsilon)$, e così via. In ognuna delle intersezioni $(\alpha\ \beta)$, $(\beta\ \gamma)$, $(\delta\ \gamma)$... si formeranno delle punteggiate determinate dai punti d'incontro di essa coi piani tangenti della Σ, e siccome ad un punto a_1 della prima corrisponde su ognuna delle seguenti uno ed un solo punto b_1 c_1 d_1.... se ne dedurrà che esse saranno tutte proiettive fra di loro.

Si ottiene adunque il teorema:

Le intersezioni di due qualunque piani tangenti della sviluppabile Σ vengono tagliate dagli altri piani tangenti di essa, in punteggiate proiettive.

Invertendo il teorema si potrà anche dire:

La sviluppabile Σ è generata quale inviluppo dei piani passanti per i punti corrispondenti di tre punteggiate proiettive.

Se il sistema determinato da tre punteggiate proiettive viene trasformato nel suo sistema reciproco, cioè in quello di tre fasci di piani proiettivi, ad ogni piano congiungente i tre punti corrispondentisi nelle punteggiate, corrisponderà il punto d'incontro dei tre piani coordinati nei tre fasci proiettivi

All' inviluppo dei piani formanti la Σ corrisponderà adunque un luogo di punti. formanti una curva nello spazio. Sarà facile eruire la natura di questa curva. Siccome per un punto qualunque dello spazio passano tre piani tangenti della Σ, la curva ottenuta avrà reciprocamente tre dei suoi punti giacenti in un piano qualunque (corrispondendo nei due sistemi reciproci all' elemento punto, l'elemento piano, e viceversa, ed all' elemento retta di nuovo un elemento retta). La curva ottenuta sarà adunque di terzo ordine

Un piano qualunque taglia la curva cuspidale della Σ in tre punti, essendo essa di terzo ordine. Questi rappresentano tre punti giacenti in un piano nei quali s'incontrano tre piani tangenti della Σ, che sono infinitamente vicini. Nel sistema reciproco si potrà allora dire, che per ogni punto dello spazio passeranno tre piani, contenenti ciascuno tre punti infinitamente vicini della curva ottenuta. Questi piani saranno allora i piani osculatori della medesima passanti per un punto qualunque dello spazio, ed essendo essi in numero di tre, ne risulterà che: La curva ottenuta sarà di terza classe.

Unendo assieme questi risultati, otteniamo, che la corrispondente reciproca (o corrispondente polare rispetto ad una quadrica) della sviluppabile Σ di terza classe è una cubica gobba, cioè una curva gobba di terzo ordine e terza classe.

Ossia:

La sviluppabile Σ corrisponde in un sistema polare individuato da una quadrica, ad una curva della stessa specie della sua curva cuspidale.

Quindi la curva cuspidale della Σ è la curva generata da da tre fasci di piani proiettivi.

È facile comprendere che la curva taglia in due punti ciascun asse dei fasci di piani proiettivi Due di essi genererebbero una quadrica rigata, la quale avrebbe due punti in comune coll' asse del terzo fascio. Questi due punti appartengono alla curva generata poichè in essi s' incontrano tre piani corrisponoenti dei fasci.

Gli assi dei piani generatori sono rette bisecanti della curva, come gli assi delle punteggiate generatrici della Σ erano intersezioni di due piani tangenti della medesima.

Reciprocamente a quello che fu detto per la Σ riguardo alla sua sezione con un piano tangente, si potrà dire che: La curva cuspidale della Σ viene proiettata da un suo punto da un cono di secondo grado.

Caratteri della Σ.

Per determinare ora meglio la forma e le ulteriori caratteristiche della Σ, bisognerà determinare l' ordine, ossia il rango della sua cuspidale.

Tale determinazione risulta, basandosi su un teorema della teoria delle coniche, il quale dice:

Se una conica tocca una retta, e per un punto del suo piano si guidano dei raggi verso di essa, le tangenti alla conica nei suoi due punti d' incontro con ogni raggio, tagliano sulla retta considerata coppie di punti formanti un'involuzione, e viceversa, se su una tangente della conica giace una involuzione di punti, le congiungenti i punti di contatto delle tangenti condotte alla curva dai punti corrispondenti dell' involuzione passano tutte per un punto.

Siano $C\alpha$, $C\beta$ due delle coniche di sezione della Σ coi suoi piani tangenti α, β, e sia P un qualunque punto dello spazio. Una retta qualunque r, passante per P taglia il piano α nel punto A Conducendo nel piano α una qualunque retta ρ per A, si otterranno due punti a_1 a_2 d' incontro colla conica $C\alpha$, e le loro tangenti taglieranno sulla $(\alpha\ \beta)$ una coppia di punti corrispondenti m_1 m_2 d' un involuzione. Conducendo da due qualunque punti corrispondenti m_1' m_2' di questa involuzione le possibili tangenti alla conica $C\beta$ nel piano β, i punti di contatto di queste daranno una congiungente σ che passerà sempre per un punto fisso B del piano β Siccome ad ogni retta ρ del fascio di raggi A corrisponde una coppia di punti coniugati dell' involuzione portata da (α β) e ad ogni coppia di essi corrisponde univocamente un raggio σ del fascio B giacente nel piano β, si potrà concludere, che i due fasci di raggi A, B saranno proiettivi.

Dal punto P vengono proiettati questi due fasci di raggi da due fasci di piani che saranno quindi fra di loro pure proiettivi, ed avranno per assi $r = PA$, ed $s = PB$ tagliantisi in P. Questi due fasci genereranno come è noto un cono di secondo grado il quale taglierà il piano β in una conica C. Questa avrà in generale quattro punti d'intersezione colla $C\beta$. Sia M_1 uno di questi. I piani PAM_1 e PBM_1 sono allora corrispondenti nei due fasci di piani proiettivi di modo che alla retta BM_1 del fascio B corrisponde il raggio τ intersezione del piano α col piano PM_1A. Le tangenti a $C\alpha$ nei suoi punti d'incontro a, b con τ tagliano l'asse (α β) in due punti coniugati dell'involuzione summenzionata, i quali devono essere identici con quelli tagliati dalle tangenti di $C\beta$ in M_1 e nell'altro punto d'incontro di essa con BM_1. La tangente in a di $C\alpha$ e quella in M_1 di $C\beta$ determinano adunque un piano tangente alle due curve e perciò la loro congiungente Ma sarà una generatrice della sviluppabile Σ.

Tanto il punto M quanto quello a giaciono in un piano passante per la retta data r, cioè nel piano APM_1, e quindi la generatrice M_1a dovrà tagliare la retta r.

Ognuno dei punti M_2 M_3 M_4 d'incontro di $C\beta$ colla C, ancora rimanenti porterà alla stessa conclusione, e quindi si potrà dire, che le generatrici della Σ che taglieranno la retta r saranno quattro, ognuna di esse dipende da uno di questi punti:

Quindi:

La sviluppabile Σ è una superficie di quarto ordine.

La cuspidale della sviluppabile Σ è una curva gobba di quarto rango; ossia in generale: La cubica gobba è una curva di quarto rango.

Le ulteriori caratteristiche della Σ e della sua cuspidale si potranno ricavare dalle equazioni di Plüker.

Essendo $m = 3$, $r = 4$, $n = 3$, si otterrà:

1) dalla $m - \alpha = 3(r - n)$. .... $\alpha = 0$, cioè:

La cuspidale non possiede piani stazionari, e quindi la sezione piana della Σ è priva di punti d'inflessione.

2) dalla $n = r(r-1) - 2x - 3m$ ..... $x = 0$, cioè:

Non esistono paia di tangenti della cuspidale che s'incontrino in un punto.

Quindi riesce chiaro perchè un piano tangente qualunque della Σ si comporti identicamente come i due piani α, β che furono chiamati doppi. Una curva doppia della Σ non esiste, di modo che i piani α, β non tagliano la Σ secondo coniche doppie, ma secondo semplici coniche che si devono contare doppie qualora si consideri complessivamente la Σ ed il fascio di piani che la accompagna, quali formanti una sviluppabile generale Q.

3) dalla $y = \frac{1}{2}[r(r-1) - 3n - m] = 0$ cioè:

Per un punto qualunque dello spazio non si può condurre alcun piano bitangente della cuspidale, ossia, la cubica gobba non possiede una sviluppabile ad essa doppiamente circoscritta.

4) dalla $n - \beta = 3(r - m) \ldots\ldots \beta = 0$

La curva cuspidale non ha, adunque, punti d'inflessione

5) dalla $r = m(m-1) - 2h - 3\beta \ldots\ldots h = 1$.

Per un punto dello spazio non passa che una retta bisecante della cuspidale, quindi la sua proiezione non può avere che un solo punto doppio.

6) dalla $g = \frac{1}{2}[n(n-1) - r] \ldots\ldots g = 1$, ossia:

In un piano qualunque non giace che una retta per la quale passino due piani tangenti della Σ, ciò che significa che una sezione piana della medesima possiederà una sola tangente doppia.

Riepilogando si potrà anche dire:

La cuspidale della Σ ha per proiezione una cubica piana, di quarta classe, con tre tangenti d'inflessione, un punto doppio, nessun punto cuspidale (di regresso) ed una tangente doppia.

Inoltre:

La sezione piana della Σ è una quartica piana di terza classe, senza punti doppi, con tre punti di regresso, una tangente doppia e senza punti d'inflessione.

Rette per le quali passano due od un piano tangente.

Fu già osservato come la sviluppabile Σ sia l'inviluppo dei piani che passano per i punti corrispondenti di tre punteggiate proiettive, e si tratterà ora ricavare da questo principio alcune importanti conseguenze.

In primo luogo si può aggiungere che ciascuno dei tre assi delle punteggiate non sarà altro che l'intersezione di due piani tangenti della Σ perchè se si indicano queste punteggiate con $r_1 (a_1\, a_2\, a_3 \ldots)$, $r_2 (b_1, b_2 \ldots)$, $r_3 (c_1\, c_2 \ldots)$, la r_1 proietta le altre due mediante due fasci di piani coassiali, che essendo proiettivi fra di loro possiederanno due piani doppi reali od immaginari, e ciascuno di essi dovrà essere tangente alla Σ poichè passerà per due punti b_n e c_n delle delle punteggiate r_2 r_3 e conterrà pure il punto a_n ad essi corrispondente di r_1, essendo r_1 contenuta del tutto in esso.

Le tre punteggiate prese non saranno adunque altro che quelle tagliate dai piani tangenti della Σ, su tre qualunque intersezioni di due suoi piani tangenti, (osservazione che comprova l' inversione del teorema precedentemente dimostrato)

Due di queste punteggiate proiettive r_1 ed r_2 genereranno una quadrica rigata, che avrà per generatrici di un sistema le congiungenti i punti corrispondenti a_1 b_1, a_2 b_2 . . . delle due punteggiate.

Queste generatrici saranno adunque contenute nei piani tangenti $(a_1\ b_1\ c_1)$, $(a_2\ b_2\ c_2)$ . . . della Σ, e perciò tali piani saranno pure tangenti alla quadrica generata, che sarà inviluppata dalla Σ.

Considerando solamente le punteggiate r_1 r_3 si giunge allo stesso risultato ; esse genereranno una seconda quadrica rigata inviluppata pur essa dalla Σ, e le due quadriche avranno in comune la rètta r_1 quale generatrice. Analogamente risulterà una terza quadrica quale generata dalle punteggiate r_2 r_3, e questa avrà colla prima la r_2, colla seconda la r_3 in comune La Σ si potrà allora considerare come inviluppo di due qualunque delle quadriche, che apparterranno perciò alla schiera di seconda classe da essa individuata.

Unendo a questo un teorema precedentemente esposto, ne risulterà che :

Le rette che congiungono i punti corrispondenti delle punteggiate proiettive originate dai piani tangenti della Σ su tre rette per le quali passano due di questi piani, saranno rette per le quali passerà un solo piano tangente della Σ.

Quattro piani tangenti qualunque α β γ δ della Σ tagliano su due delle rette r_1 r_2 d' intersezione di due piani tangenti di essa due gruppi di quattro punti, ehe avranno uguale rapporto doppio. Potendo essere considerata come terza punteggiata generatrice della Σ l' intersezione r_x di altri due qualunque suoi piani tangenti, anche il rapporto doppio dei quattro punti d' incontro di r_x con α, β, γ, δ dovrà essere quello già considerato, e perciò :

Quattro piani tangenti della Σ tagliano ogni intersezione di due altri piani tangenti di essa secondo un rapporto doppio costante, che può essere considerato quale rapporto doppio caratteristico per quei quattro piani.

Sia g una retta per la quale non passa che un solo piano tangente τ della Σ. Per un punto qualunque a di essa si potranno condurre ancora due piani tangenti α_1 α_2 della Σ che si taglieranno in una retta $r_1' = (\alpha_1 \alpha_2)$ della specie or ora considerata. Prese due qualunque di tali rette r_1 r_2 esse genereranno una quadrica rigata, se si congiungeranno i punti corrispondenti delle due punteggiate su esse determinate dai piani tangenti di Σ La quadrica conterrà quale generatrice del secondo sistema la retta g, e potrà essere generata da due qualunque rette dello stesso tipo di r_1 r_2. Quindi:

Per una retta dalla quale non si può condurre che un solo piano tangente della Σ, si potrà far passare una ed una sola quadrica rigata iscritta in essa, mentre per una retta per la quale passano due piani tangenti della Σ si potranno condurre sempre due quadriche rigate in essa iscritte.

Se si considera un piano qualunque σ, esso taglierà un qualunque piano tangente α di Σ, in una retta $(\alpha\ \sigma)$ per la quale (non essendo essa intersezione di due piani tangenti della Σ), come generatrice, si potrà far passare una sola quadrica rigata iscritta nella Σ. Questa quadrica avrà col piano σ ancora una sola generatrice g in comune che secondo un precedente teorema, dovrà essere una retta per la quale passeranno due piani tangenti della Σ Risulta quindi un teorema già enunciato nelle caratteristiche di una sezione piana della Σ, cioè:

In un piano qualunque giace una sola retta d'intersezione di due piani tangenti della Σ (una sola tangente doppia della sezione).

La costruzione di questa retta in un piano qualunque σ, seguirà nello stesso modo col quale fu dedotta la sua esistenza. Basterà cioè prendere l'intersezione di σ, con un piano tangente α qualunque della Σ e costruire nel noto modo la quadrica da essa individuata. La generatrice di essa che giace ancora nel piano σ sarà la retta cercata.

Si immagini ora iscritta nella Σ, una qualunque quadrica rigata della serie da essa individuata e si consideri quella serie delle sue generatrici l_1 $l_2 \ldots$ per le quali passano due piani tangenti dell'inviluppo. Se si determinano i punti d'incontro di tutte queste generatrici con un qualunque piano tangente α della Σ, i punti ottenuti dovranno stare tutti in una linea retta $g\alpha$ che sarà la generatrice della seconda serie, contenuta in α.

Determinando però l'intersezione del piano α con tutto il complesso dei piani della Σ, si otterrà quale inviluppo di queste rette la conica $C\alpha$, sezione di α con Σ. Una tangente qualunque $(\alpha\ \rho)$ della $C\alpha$ sarà intersezione del piano α con un piano tangente ρ della Σ. Le traccie dei piani tangenti di Σ condotti per le rette $l_1\ l_2\ l_3 \dots$ saranno tangenti della conica $C\alpha$ e taglieranno, secondo un teorema delle coniche, una sua tangente qualunque $(\rho\ \alpha)$ in coppie di punti di un'involuzione, poichè esse saranno a due a due passanti per i punti di una retta $g\alpha$ del piano della conica. Essendo la tangente $(\rho\ \alpha)$, una retta per la quale passano due piani tangenti della Σ, si potrà enunciare il teorema ottenuto nel seguente modo:

I piani della Σ, che si possono condurre a due a due per le generatrici appartenenti ad un sistema, di una quadrica rigata iscritta nella Σ, tagliano la retta di intersezione di due qualunque piani tangenti di essa, nelle coppie di punti di un'involuzione.

Questa involuzione di punti sulla $(\alpha\ \rho)$ sarà iperbolica od ellittica, a seconda che la $g\alpha$ taglierà la $C\alpha$ in due punti reali od in due punti immaginari. Nel secondo caso, da ogni punto di $g\alpha$ passeranno due tangenti reali della $C\alpha$, e ciò significa che per tutte le generatrici del sistema $l_1\ l_2 \dots$ della quadrica passeranno due piani tangenti reali della Σ. Nel primo caso invece, nel quale la $g\alpha$ taglia la $C\alpha$ in due punti reali, le tangenti in questi taglieranno la $(\rho\ \alpha)$ nei due punti doppi dell'involuzione che saranno reali, e perciò sarà iperbolica Dai punti della $g\alpha$ che saranno interni alla $C\alpha$ non passeranno tangenti reali di questa, e perciò ciascuna delle generatrici $l'\ l''\ l''' \dots$ che li determinano sarà intersezione di due piani tangenti immaginari della Σ. Per le generatrici $l_1\ l_2 \dots$ che taglieranno la $g\alpha$ nei punti esterni alla $C\alpha$ passeranno invece sempre due piani tangenti reali di Σ. Le due generatrici della quadrica, che passeranno per i punti d'incontro di $g\alpha$ con $C\alpha$ saranno generatrici anche della Σ perchè tagliano la $C\alpha$, nel suo punto di contatto colla traccia del piano tangente passante per esse, e nello stesso modo si comporterebbero rispetto alla sezione della Σ con un qualunque altro piano tangente.

Nel caso che l'involuzione sia iperbolica, le generatrici della quadrica, appartenenti al sistema, formato dalle intersezioni di due piani tangenti della Σ, sono separate in due gruppi da due generatrici della Σ stessa, da quelle di un gruppo i piani tangenti condotti sono reali, da quelle dell'altro sono immaginari

Invertendo il teorema antecedente a questo si potrà dire: Se nell'intersezione (α ρ) di due piani tangenti qualunque, si stabilisce un'involuzione di punti, le tangenti condotte da due punti coniugati di questa alla conica $C\alpha$, si incontreranno sempre in punti di una retta $g\alpha$ Costruendo la quadrica iscritta nella Σ che ha $g\alpha$ per generatrice, i piani passanti per due punti coniugati dell'involuzione, e la generatrice della quadrica che taglia $g\alpha$, nel punto d'incontro delle tangenti guidate dai detti punti alla $C\alpha$ saranno piani tangenti della Σ.

Se H, è una quadrica iscritta nella Σ e si considerano le sue due generatrici $g\alpha$, $l\alpha$ contenute nel piano tangente α di Σ si potrà dire che per $g\alpha$ non passano altri piani tangenti di Σ, mentre per $l\alpha$ ne passerà ancora uno.

Per un punto qualunque di $g\alpha$ passerà allora, come già fu osservato, una generatrice l di H_1, che sarà intersezione di due piani tangenti di Σ Se H_2 è una seconda quadrica iscritta nella Σ, avrà pur essa nel piano α due generatrici $g\alpha'$, $l\alpha'$ che si comporteranno in modo analogo alle $g\alpha$ $l\alpha$ per H_1. Pel punto d'incontro di $g\alpha$ con $g\alpha'$ passerà adunque una retta, l'unica passante per esso nella quale si tagliano due piani tangenti Σ, ed essa dovrà perciò essere generatrice del sistema l, comune ad H_1 ed H_2 Ecco adunque dimostrato effettivamente che due quadriche iscritte nella Σ devono avere una generatrice comune, come già fu incidentalmente osservato.

Questa generatrice comune alle due quadriche H_1 H_2 verrà costruita nel modo seguente: Si determini nel piano α, tangente della Σ, quella generatrice $g\alpha$ di H_1 per la quale non passa che il piano α stesso tangente alla Σ, e così pure la $g\alpha'$ analoga per H_2; determinando per un qualunque altro piano tangente β della Σ analogamente le generatrici $g\beta$, $g\beta'$, la retta che congiungerà il punto ($g\alpha$ $g\alpha'$) col punto ($g\beta$ $g\beta'$) sarà la generatrice della Σ comune a tutte e due le quadriche, e sarà quindi la generatrice cercata.

Considerando il punto ($g\alpha$ $l\alpha$) del piano α, cioè il punto ove esso tocca la quadrica H_1, si comprenderà che per esso passando già i due piani α, α' tangenti alla Σ (cioè quelli conducibili per $l\alpha$) ne dovrà pure passare un terzo Per eruirlo, si prenda nella $g\alpha$ un punto variabile P, per esso passerà allora una generatrice l_x di H_1, appartenente alla serie l di esso e perciò tale, che per essa passeranno due piani tangenti $\rho\rho'$ di Σ Se il punto P viene fatto coincidere con ($g\alpha$ $l\alpha$), la retta (ρ, ρ')

coinciderà colla (α, α') e la retta (α, ρ) diventerà perciò la generatrice della Σ contenuta nel piano α, quale intersezione di due piani tangenti della Σ, fra di loro infinitamente vicini. Se ne deduce che la generatrice della Σ, contenuta in un suo qualunque piano tangente α, deve necessariamente passare pel punto di contatto del piano con tutte le quadriche iscritte nell'inviluppo stesso, ed il terzo piano cercato non sarà che quello immediatamente vicino ad α e tangente alla Σ.

Determinazione della Σ mediante sei piani tangenti.

Siano dati sei piani tangenti α, β, γ, δ, ε, φ della Σ. L'intersezione (α β) dei due primi verrà tagliata dagli altri quattro nei punti c_1, d_1, e_1, f_1, quella ($\beta\gamma$) verrà pure tagliata dai rimanenti nei punti a_2 d_2 e_2, f_2 e quella (α γ) pure nei punti b_3 d_3 e_3 f_3. Sulle rette (α β) ($\beta\gamma$) sono allora stabilite due punteggiate proiettive fissate dai punti corrispondenti d_1 e_1 f_1, d_2 e_2 f_2 tagliati come è noto dai piani δ, ε, φ della Σ.

Sulle (β γ), (α γ) si formeranno anche due punteggiate proiettive individuate dai punti d_2 e_2 f_2, d_3 e_3 f_3.

Ne risulta quindi che le tre punteggiate:

(α β) (d_1 e_1 $f_1 \ldots$), (β γ) (d_2 e_2 $f_2 \ldots$), α γ) d_3, e_3, $f_3 \ldots$)

saranno proiettive, e che loro elementi corrispondenti saranno i punti d'incontro dei loro assi coi tre piani tangenti δ, ε, φ della Σ. Le tre punteggiate danno allora origine, come fu dimostrato alla generazione della Σ, quale inviluppo dei piani passanti pei punti corrispondenti delle tre punteggiate.

A fissare tale corrispondenza delle tre punteggiate bastarono sei piani qualunque della Σ, e quindi si potrà dire:

Una sviluppabile Σ è individuata in modo univoco da sei qualunque dei suoi piani tangenti.

La costruzione della Σ, data mediante sei piani tangenti, viene determinata dalla dimostrazione stessa, e consiste nella determinazione delle tre punteggiate proiettive. Potrebbe anche venir eseguita per via indiretta, considerando la Σ quale inviluppo di due coniche tangenti all'intersezione dei loro piani.

Disegnando nel piano α le cinque rette (α β) (α γ), (α δ) (α ε), (α φ) esse determineranno, quali intersezioni di piani tangenti della Σ, la conica $C\alpha$ nel piano α, e parimenti le intersezioni ($\alpha\beta$), ($\beta\gamma$), ($\beta\delta$), (β ε), (β φ) determineranno la conica $C\beta$ nel piano β Le due coniche toccano infatti tutte e due la retta (α β), ed i loro piani tangenti comuni genereranno la Σ.

È chiaro adunque che se sette piani α β, γ, δ, ε, φ, λ devono essere tangenti ad una stessa sviluppabile Σ, essi dovranno soddisfare a determinate condizioni. Per determinare queste condizioni, si consideri la conica $C\gamma$ contenuta nel piano tangente γ della Σ Le sei rette d'intersezione dei piani α, β; δ, ε, φ, λ con γ, dovranno essere sei tangenti della conica $C\gamma$ e dovranno perciò soddisfare al teorema di Brianchon, cioe le congiungenti i vertici opposti dell'esagono da esse formato, dovranno passare per un punto solo.

I sei lati dell'esagono sono: $(\gamma\ \alpha)$, $(\gamma\ \beta)$, $(\gamma\ \delta)$, $(\gamma\ \varepsilon)$, $(\gamma\ \varphi)$, $(\gamma\ \lambda)$, e perciò le rette $[(\gamma\ \beta\ \delta)(\gamma\ \varphi\ \lambda)]$, $[(\gamma\ \delta\ \varepsilon), (\gamma\ \lambda\ \alpha)]$, $[(\gamma\ \varepsilon\ \varphi)(\gamma\ \beta\ \alpha)]$ dovranno incontrarsi in un punto del piano γ. Ne seguirà allora che i tre piani: $[(\alpha\ \beta\ \gamma) \mid \varepsilon\ \varphi \mid]$, $[(\beta\ \gamma\ \delta) \mid \varphi\ \lambda \mid]$, $[(\gamma\ \delta\ \varepsilon)(\lambda\ \alpha]$ s'incontreranno in un punto giacente nel piano γ.

Se adunque i sette piani si immaginano ordinati nello spazio nella successione α, β γ, δ, ε, φ, λ e si determina l'intersezione di ogni piano col prossimo, e dell'ultimo col primo, queste sette rette: $(\alpha\ \beta)$, $(\beta\ \gamma)$, $(\gamma\ \delta)$, $(\delta\ \varepsilon)$, $(\varepsilon\ \varphi)$, $(\varphi\ \lambda)$, $(\lambda\ \alpha)$ formeranno i lat di un poligono gobbo i cui vertici saranno successivamente $(\alpha\ \beta\ \gamma)$ $(\beta\ \gamma\ \delta)$, $(\gamma\ \delta\ \varepsilon)$, $(\delta\ \varepsilon\ \varphi)$, $(\varepsilon\ \varphi\ \lambda)$, $(\varphi\ \lambda\ \alpha)$ e $(\lambda\ \alpha\ \beta)$. Ad ogni vertice di questo ettagono gobbo, può essere coordinato un lato del medesimo, che si dirà opposto, cioè quello che congiunge i due vertici che risultano sorpassando i due contigui a quello considerato, tanto da una parte che dall'altra. Saranno opposti adunque il

vertice $(\alpha\ \beta\ \gamma)$ ed il lato $(\varepsilon\ \varphi)$,
» $(\delta\ \beta\ \gamma)$ » » $(\varphi\ \lambda)$
» $(\gamma\ \delta\ \varepsilon)$ » » $(\lambda\ \alpha)$ ecc. ecc.

Siccome ora fu dimostrato, che i tre piani $[(\alpha\ \beta\ \gamma) \mid \varepsilon\ \varphi \mid]$, $[(\beta\ \gamma\ \delta) \mid \varphi\ \lambda \mid]$ e $[(\gamma\ \delta\ \varepsilon)\ \lambda\ \alpha \mid]$ passano per uno stesso punto che sta nel piano di tre vertici e questi non sono altro che i tre piani che congiungono tre qualunque vertici dell'ettagono gobbo coi loro lati opposti, dovendo perciò questa relazione valere per ogni tre piani che congiungono tre vertici consecutivi dell'ettagono col loro lato opposto, si potrà enunciare il seguente teorema, che nella sua forma, ricorderà di Brianchon valevole per sei piani di una stella, tangenti ad una stessa superficie conica di secondo grado:

Se sette piani tangenti ad una stessa sviluppabile Σ, vengono fissati in un determinato ordine, e si determinano le rette di intersezione di ognuno di essi col suo successivo e dell'ultimo col primo, si ottiene un ettagono gobbo, il quale ha la proprietà che i piani congiungenti tre suoi vertici consecutivi coi lati ad essi opposti, passeranno tutti per un punto del piano dei tre vertici.

Questa è adunque la condizione che deve essere soddisfatta da sette piani affinchè essi siano tangenti ad una stessa sviluppabile Σ

Come il teorema di Brianchon, serve a completare un esagono circoscritto ad una conica, qualora se ne conosca un pentagono determinatorio, il presente teorema servirà alla costruzione di un settimo piano tangente qualunque della Σ fissata da sei piani arbitrariamente presi.

Siano α. β. γ. δ, ε, φ, i sei piani determinatori della Σ, e si tratti di costruire un settimo qualunque: ρ. Bisognerà anzitutto fissare un ordine di successione dei piani nello spazio, e sia questo p. e : α, ρ, β, γ, δ, ε, φ Essi determineranno allora un ettagono gobbo della or accennata proprietà.

I piani passanti per un vertice dell' ettagono ed il suo lato opposto saranno:

$$
\begin{aligned}
[(\gamma\ \delta\ \varepsilon) \mid \alpha\ \rho \mid] &= \mu \\
[(\delta\ \varepsilon\ \varphi) \mid \rho\ \beta \mid] &= \pi \\
[(\varepsilon\ \varphi\ \alpha) \mid \beta\ \gamma \mid] &= a \\
[(\varphi\ \alpha\ \rho) \mid \gamma\ \delta \mid] &= \sigma \\
[(\alpha\ \rho\ \beta) \mid \delta\ \varepsilon \mid] &= \tau \\
[(\rho\ \beta\ \gamma) \mid \varepsilon\ \varphi \mid] &= \eta \\
[(\beta\ \gamma\ \delta) \mid \varphi\ \alpha \mid] &= b
\end{aligned}
$$

dei quali i piani a, b, sono già noti a priori. Secondo il precedente teorema i piani:

$b\ \mu\ \pi\ \delta$	passeranno	per un solo	punto
$\mu\ \pi\ a\ \varepsilon$	»	»	»
$\pi\ a\ \sigma\ \varphi$	»	»	»
$a\ \sigma\ \tau\ \alpha$	»	»	»
$\sigma\ \tau\ \eta\ \rho$	»	»	»
$\tau\ \eta\ b\ \beta$	»	»	»
$\eta\ b\ \mu\ \gamma$	»	»	»

Prendendo nell'intersezione ($\alpha\ \beta$) un punto qualunque P, si immagini, che da esso si voglia condurre il terzo piano tangente e sia questo il settimo piano cercato, ρ, della Σ.

La determinazione del piano ρ riuscirà allora nel modo seguente:

I punti $P \equiv [\alpha\ \beta\ \rho]$ e $[\gamma\ \delta\ \varepsilon]$ sono congiunti da una retta $r \equiv [P\ (\gamma\ \delta\ \varepsilon)]$, la quale deve giacere nel piano μ, i punti P e $(\delta\ \varepsilon\ \varphi)$ sono congiunti da una retta $s \equiv [P(\delta\ \varepsilon\ \varphi)]$ che giacerà nel piano π; l'intersezione $|\mu\ \pi|$ passa adunque pel punto P e poichè i quattro piani $\mu\ \pi$ b δ devono passare per un solo punto, la retta $|\mu\ \pi|$ giacerà nel piano $\zeta \equiv [P\ |\ b\ \delta\ |\ ]$, e siccome anche i quattro piani $\mu\ \pi$ a ε devono avere un solo punto comune, la retta $|\mu\ \pi|$ giacerà anche nel piano $\xi \equiv [P\ |\ a\ \varepsilon\ |\ ]$. La retta $|\mu\ \pi|$ è quindi nota e sarà indicata colla $|\zeta\ \xi|$; saranno perciò noti pure i piani $\mu \equiv [\ |\ \xi\ \zeta\ |\ , r]$ e $\pi \equiv [\ |\ \xi\ \zeta\ |\ , s]$, e da questi si può allora dedurre il piano cercato $\rho \equiv [\ |\ \alpha\ \mu\ |\ ,\ |\ \beta\ \zeta\ |\ ]$, che passerà pel punto preso P.

La costruzione si riduce adunque alle seguenti operazioni:

1) prendere nella $|\alpha\ \beta|$ un punto qualunque P,

2) determinare le rette: $r \equiv [P, (\gamma\ \delta\ \varepsilon)]$, $s \equiv [P, (\delta\ \varepsilon\ \varphi)]$,

3) determinare i piani $\zeta \equiv [P\ (b\ \delta)]$, $\xi \equiv [P\ (a\ \varepsilon)]$,

4) condurre i piani $\mu \equiv [(\zeta\ \xi), r]$, $\pi \equiv [(\zeta\ \xi), s]$, e

5) il piano $\rho \equiv [(\alpha\ \mu)\ (\beta\ \pi)]$ sarà il piano della Σ, condotto da P, cioè un nuovo piano tangente ad essa e costruito nella base dei sei dati.

Se il punto P percorrere la retta $(\alpha\ \beta)$, il piano determinato ρ, si muoverà nello spazio, inviluppando la superficie Σ. Infatti se la punteggiata descritta da P, viene proiettata dalle rette (b δ) ed (a ε), si ottengono due fasci di piani: $|\ b\ \delta\ |\ (\zeta_1, \zeta_2\ \zeta_3 ..)$ e $|\ a\ \varepsilon\ |\ (\xi_1\ \xi_2\ \xi_3 ..)$ che saranno proiettivi e genereranno mediante le intersezioni $(\xi_1\ \zeta_1)$, $(\xi_2\ \zeta_2)$... una serie di generatrici d'un iperboloide, che dovrà contenere quale generatrice della seconda serie anche la retta $(\alpha\ \beta)$. Il piano μ passante pel punto fisso $(\gamma\ \delta\ \varepsilon)$ descriverà allora nello spazio un cono di secondo grado, che sarà quello circoscritto all'iperboloide in questione.

La retta $(\alpha\ \mu)$ inviluppa allora una conica nel piano α, della quale $(\alpha\ \beta)$ è una tangente, e per la stessa ragione la retta $(\beta\ \pi)$ invilupperà una conica nel piano β, ed $(\alpha\ \beta)$ ne sarà pure una tangente. Il piano ρ va allora descrivendo l'inviluppo di piani tangenti a due coniche tangenti alla retta di intersezione del loro piano, ovverossia una sviluppabile Σ. Questa sviluppabile toccherà i piani α β delle due coniche, i piani δ, ε, perchè essi sono tangenti all'iperloloide ed ai coni che lo inviluppano dai punti $(\gamma, \delta, \varepsilon)$ e $(\delta, \varepsilon, \varphi)$, ed infine anche i piani γ, φ come apparisce dal procedimento tenuto nella costruzione del piano ρ se al punto arbitrariamente scelto viene fissata una volta la posizione (α β γ) ed un'altra volta la posizione (α, β, φ).

Il piano tangente ρ dell'inviluppo Σ può essere determinato ancora in un altro modo. Il punto P, scelto arbitrariamente sulla (α β) giace nel piano τ, passante inoltre per la retta (δ ε), di modo che il piano $\tau = [\mid \delta\ \varepsilon \mid, P]$ è noto; siccome però i piani a, σ, τ, α passano per un punto determinato da tre piani noti a, τ, α, ed il piano σ deve passare inoltre per la retta (γ δ), esso sarà pure determinato quale piano passante per (γ δ) e $\mid \alpha\ \tau\ a \mid$; inoltre siccome anche i piani τ, η, b, β passano tutti e quattro per un punto, determinato dai tre piani noti τ, β, b, ed il piano η deve pure passare per la retta (ε, φ) esso sarà pure determinato quale piano $\eta = [(\varepsilon\ \varphi)\ (\tau, \beta, b)]$. I tre punti ($\alpha$, β, τ), (φ, α, σ), (β, γ, η) giaciono secondo quanto fu detto precedentemente nel piano ρ cercato, che riesce perciò determinato da essi.

La costruzione può essere eseguita adunque nel modo che segue:

1) Si prenda sulla retta (α β) un punto qualunque P,

2) si determini il piano $\tau = [P, (\delta\ \varepsilon)]$ ed i punti $(\alpha, a, \tau) = Q$, $(\beta, b, \tau) = R$

3) si determinino i due piani $\sigma = [(\alpha, a, \tau), (\gamma\ \delta)]$ ed $\eta = [(\beta, b, \tau), (\varepsilon\ \varphi)]$ ed allora:

4) i tre punti (α, β, τ), (φ, α, σ), (β, γ, η) determineranno il piano ρ cercato.

Si può nuovamente asserire che facendo percorrere la retta (α β) dal punto P, anche il piano ρ determinato in quest'ultimo modo inviluppperà la sviluppabile Σ Infatti la punteggiata $\mid \alpha\ \beta \mid$ (P_1 P_2...) proiettata dalla retta (δ ε) determina un fascio di piani $\mid \delta\ \varepsilon \mid$ (τ_1 τ_2 τ_3...) col quale saranno proiettive le punteggiate $\mid \alpha.\ a \mid$ (Q_1 Q_2.) e $\mid \beta\ b \mid$ (R_1 R_2..). I fasci descritti dai piani σ_1 σ_2 σ_3... ed η_1 η_2 η_3... attorno agli assi $\mid \gamma\ \delta \mid$ ed $\mid \varepsilon\ \varphi \mid$ saranno perciò pur essi proiettivi col fascio $\mid \delta\ \varepsilon \mid$ (τ_1 τ_2 τ_3..) ed i tre punti (φ, α, σ), (α, β, τ), (β, γ, η) percorreranno perciò tre punteggiate proiettive generanti come è noto una sviluppabile Σ mediante i piani che ne congiungono i punti corrispondenti, e che saranno ρ_1 ρ_2 ρ_3... cioè quelli successivamente risultanti dalla costruzione eseguita.

La generazione della Σ riesce inoltre evidente pel fatto che le due prime punteggiate generano una conica giacente nel piano α, della quale la retta $(\alpha\ \beta)$ sarà una tangente, mentre le due ultime generano una seconda conica posta nel piano β ed avente pur essa la retta $(\alpha\ \beta)$ quale tangente, di modo che i piani congiungenti i punti corrispondenti delle tre punteggiate saranno tutti tangenti a queste due coniche, e poichè esse toccano tutte e due la retta (α, β) invilupperanno una superficie Σ Questa toccherà i piani α, β, contenenti le due coniche e toccherà gli altri quattro piani dati in forza della costruzione applicata, come riesce evidente ponendo il punto arbitrario P successivamente nei punti (α, β, γ), (α, β, δ), $(\alpha, \beta, \varepsilon)$ ed (α, β, φ).

Se sei piani tangenti $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \varphi$ di una Σ vengono tagliati da un settimo piano tangente della stessa ρ, si ottengono sei tangenti della conica C_ρ di sezione della Σ. Queste formano per la C_ρ un esagono circoscritto pel quale deve valere il teorema di Brianchon, per cui le tre congiungenti

$|\rho\ \alpha\ \beta|$ con $|\rho\ \delta\ \varepsilon|$
$|\rho\ \beta\ \gamma|$ con $|\rho\ \varepsilon\ \varphi|$ e
$|\rho\ \gamma\ \delta|$ con $|\rho\ \varphi\ \alpha|$ devono passare per un punto M. Se i sei piani determinatori della Σ vengono considerati fissi nello spazio, e si fa variare la posizione del suo settimo piano tangente ρ, in modo che esso le rimanga sempre tangente, il punto M, cambierà costantemente la sua posizione nello spazio. Da quanto fu esposto precedentemente è noto che le congiungenti i punti (ρ, α, β) con $(\rho, \delta, \varepsilon)$ percorreranno durante il movimento del piano ρ, una serie di generatrici d'una quadrica H_1 iscritta nella Σ, mentre le congiungenti i punti $(\rho, \beta\ \gamma)$ con $(\rho, \varepsilon, \varphi)$ ne percorreranno quella d'una seconda quadrica H_2. Le due quadriche $H_1\ H_2$ avranno una generatrice l comune, che potrà essere costruita nel modo già indicato e dalla costruzione seguirà che essa dovrà passare pel punto M. Quindi giacchè M dovrà sempre giacere sulla retta fissa l, si potrà dedurre il seguente notevole teorema:

Se ad un inviluppo Σ di terza classe sono tangenti sei piani susseguentisi nell'ordine α, β, γ, δ, ε, φ le loro rette d'intersezione determinano un poligono gobbo di sei lati:

$(\alpha\ \beta)$, $(\beta\ \gamma)$, $(\gamma\ \delta)$, $(\delta\ \varepsilon)$, $(\varepsilon\ \varphi)$, $(\varphi\ \alpha)$, il quale verrà tagliato da un piano qualunque ρ dell'inviluppo in sei punti tali, che le congiungenti quelli situati su ogni due lati opposti, passeranno tutte per un punto, il quale descriverà una linea retta, qualora il piano σ si muova nello spazio inviluppando la Σ.

Inviluppi Σ circoscritti ad una quadrica.

Se è data una quadrica gobba H e si vuol circoscrivere alla stessa una sviluppabile Σ, bisogna scegliersi arbitrariamente cinque piani tangenziali della stessa α β γ δ ε i quali saranno pure tangenti alla Σ Se, si prendono quali assi di tre punteggiate due generatrici l_1 l_2 di una serie della quadrica, e la retta $(\delta\ \varepsilon)$, si potrà stabilire una relazione proiettiva delle medesime facendo corrispondere fra di loro i punti determinati sulle stesse successivamente dai piani α, β, γ.

Le punteggiate proiettive l_1 (α, β, γ). l_2 (α, β, γ) e $|\ \delta\ \varepsilon\ |$ (α, β, γ) danno origine ad un inviluppo Σ, se la $|\ \delta\ \varepsilon\ |$ non è generatrice della H.

Analogamente potrà essere generata un' altra sviluppabile Σ' di terza classe, qualora invece di l_1 l_2, si prendano due generatrici g_1 g_2 appartenenti all'altra serie della H. L' uno dei due inviluppi generati ha le generatrici del sistema l quali rette per le quali passano due suoi piani tangenti e quelle del sistema g, quali rette per le quali non ne passa che uno solo, l'altro invece ha per intersezioni di due piani tangenti le g e le l quali rette giacenti in un solo piano tangente. Quindi:

Cinque piani tangenti d' una quadrica gobba, determinano due inviluppi Σ di terza classe ad essa circoscritti. Per le generatrici dell'una serie della stessa passano due piani tangenti dell' uno ed uno dell' altro.

Importante si presenta ora la domanda riguardante il numero dei piani tangenti comuni a due inviluppi Σ, Σ_1 di terza classe, circoscritti ad una stessa quadrica.

A tale proposito si possono presentare due casi differenti:

1) I due inviluppi sono tali che per le generatrici della serie g della quadrica iscritta H passano due piani tangenti di Σ ed uno di Σ_1, mentre per quelle della serie l ne passano due di Σ_1 ed uno di Σ

2) I due inviluppi sono tali che per le generatrici della serie g di H passano due piani tangenti dl Σ e due di Σ_1 mentre non ne passa che uno di Σ ed uno di Σ_1 per quelle della serie l

Il primo caso è quello or ora considerato. Se si prende un qualunque piano tangente ρ dell' inviluppo Σ, si troveranno in esso due generatrici g_ρ, l_ρ di H. Il piano ρ taglia Σ lungo una conica C_ρ, mentre taglia Σ_1 lungo una curva piana di terza classe con una tangente doppia. Nel primo caso tale tangente doppia sarà la generatrice l_ρ quale intersezione di due piani tangenti di Σ_1, e nel secondo caso per lo stesso motivo lo sarà la g_ρ

Nel primo caso le due curve di sezione contenute nel piano ρ avranno la tangente g_ρ in comune, la quale sarà contenuta in due piani tangenti di Σ ed in uno solo di Σ_1. Oltre a questa tangente comune le due curve devono avere ancora cinque tangenti comuni essendo l'una di seconda e l'altra di terza classe, e queste devono quindi giacere ciascuna in un piano tangente comune di Σ e Σ_1, poichè se per una di esse passasse un piano tangente differente verso Σ e Σ_1, per essa passerebbero tre piani tangenti della quadrica H, ed essa dovrebbe allora esserne generatrice, ciò che è impossibile, non potendo H avere in ρ altre generatrici all'infuori di g_ρ ed l_ρ.

Nel primo caso adunqe Σ e Σ_1, hanno cinque piani tangenti comuni.

Nel secondo caso invece le due sezioni hanno pure quale tangente la retta g_ρ, ma essendo essa però tangente doppia della sezione di Σ_1, le due sezioni non potranno avere che ancora quattro tangenti comuni, per le quali passeranno quattro piani tangenti comuni di Σ e Σ_1. Nel secondo caso i due inviluppi avranno adunque quattro piani comuni.

Questo caso si presenta precisamente nella dimostrazione eseguita a pag. 13 del presente lavoro nel programma dell'anno 1907, dimostrazione che riesce ora perfettamente evidente.

Inversamente si può concludere che due inviluppi Σ, Σ_1 di terza classe, che hanno cinque piani tangenziali comuni, inviluppano sempre una quadrica gobba. Se infatti si considera in un piano α tangente di Σ, l'unica retta g_α, in esso contenuta, per la quale passano due piani tangenti di Σ_1, e si considera l'unico iperloloide iscritto nella Σ che ha g_α quale generatrice, esso sarà pure iscritto nell'inviluppo Σ_1, poichè avrà con questo sette piani tangenti comuni (cioè i cinque comuni a Σ e Σ_1 ed i due passanti per g_α).

La retta g_α non può essere anche intersezione di due piani tangenti di Σ, poichè allora Σ Σ_1 non potrebbero avere cinque piani tangenti comuni, ma solamente quattro.

Si può ottenere facilmente due sviluppabili Σ, Σ_1 aventi cinque piani tangenti in comune. Basterà a tale scopo prendere nello spazio sette piani arbitrariamente p. e.: α, β, γ, δ, ε, φ, χ, costruire la Σ individuata dai sei piani $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \varphi$ e quella Σ_1 individuata dai sei piani $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \chi$. Nel piano χ si potrà costruire l'unica retta l per la quale passeranno due piani tangenti di Σ, ed analogamente nel piano φ, si potrà determinare l'unica retta g nella quale s'intersecheranno due piani tangenti di Σ_1. In forza del precedente teorema le due sviluppabili Σ Σ_1 dovranno essere circoscritte tutte e due ad un iperboloide che avrà quali generatrici le due rette l, g, poichè per ciascuna di esse passano tre suoi piani tangenti (per l, il piano $\varkappa$ ed i due piani tangenti a Σ). Siccome inoltre da un teorema precedente apparisce che l, g dovranno appartenere ciascuna ad una differente serie delle generatrici dell'iperboloide, ne consegue che l, g dovranno giacere in un piano. Ossia:

Se si scelgono sette piani qualunque, e si costruisce l'inviluppo di terza classe Σ individuato dai primi sei, e nel settimo si determina l'unica retta l che è intersezione di due suoi piani tangenti, e quindi si costruisce l'inviluppo Σ_1 individuato dai primi cinque piani e dal settimo e nel sesto si determina l'unica retta g, che è intersezione di due piani tangenti di Σ_1, le due rette l, g determineranno un nuovo ottavo piano tangente comune ai due inviluppi.

Il teorema riguardante il numero dei piani tangenti comuni a due sviluppabili Σ di terza classe, serve ancora a determinare il numero dei piani passanti pei quattro punti corrispondenti in quattro punteggiate proiettive ad assi incrociati. Se l_1, l_2, l_3, l_4 sono gli assi di quattro punteggiate proiettive, le prime tre danno origine ad un inviluppo Σ di terza classe, mentre le due prime assieme alla quarta danno origine ad un secondo inviluppo Σ_1 della stessa specie. Tanto Σ che Σ_1 inviluppano la quadrica gobba generata dalle congiungenti i punti corrispondenti delle due prime punteggiate proiettive. Per conseguenza essendo le due sviluppabili Σ e Σ_1 circoscritte ad una stessa quadrica, per le generatrici l_1, l_2 della quale passano due piani tangenti tanto dell'una che dell'altra, ne segue che non potendo queste avere che quattro piani tangenti comuni i piani contenenti i punti corrispondenti di quattro punteggiate proiettive ad assi incrociati saranno quattro.

Se α, β, γ, δ, ε, φ, $\varkappa$ sono sette piani tangenti d'una sviluppabile Σ e contemporaneamente sono pure tangenti ad un iperboloide gobbo H, allora nel piano α giaceranno due generatrici $g\alpha$ $l\alpha$ dello stesso.

Se per $l\alpha$ passa ancora un piano tangente di Σ, allora esisterà un'infinità di iperboloidi iscritti nella Σ ed aventi in comune la generatrice $l\alpha$ Perchè se H_1 è uno questi, esso avrà assieme ad H quale sviluppabile circoscritta un inviluppo di terza classe che dovrà essere identico con Σ, avendo con questa comuni i sei piani tangenti β, γ, δ, ε, φ, $\varkappa$; quindi H_1 sarà sicuramente iscritto nella Σ.

Se però nè per $g\alpha$, nè per $l\alpha$ all'infuori di α non passano altri piani tangenti di Σ, allora per $g\alpha$ quale generatrice non si potrà far passare che un solo iperboloide H_1 iscritto nella Σ, ed esso dovrà essere identico con H, poichè in caso contrario, i due iperboloidi avrebbero quale sviluppabile comune solamente l'inviluppo Σ determinato dai loro sei piani tangenti comuni β, γ, δ, ε, φ, $\varkappa$ e quindi per $g\alpha$ passerebbero due piani tangenti di Σ, cioè quello tangente ad H e quello tangente ad H_1, conclusione che sarebbe in opposizione colla supposizione; quindi H ed H_1 devono essere identici. Cioè:

Se una sviluppabile Σ di terza classe ha in comune con un iperboloide gobbo, sette piani tangenti, essa è circoscritta allo stesso.

Questo teorema viene a dimostrare l'evidenza di quanto fu asserito a pag.:

Generazione della Σ mediante due sistemi piani proiettivi.

Siano dati nello spazio due sistemi piani proiettivi, cioè tali che ad ogni punto del primo corrisponda uno ed un solo punto del secondo e ad ogni retta del primo corrisponda una ed una sola retta del secondo, e viceversa.

Siano σ e σ_1 i due sistemi piani proiettivi, e P un punto di σ al quale corrisponda nel sistema σ' il punto P'. Se si considera P quale centro di una stella di raggi r_1, r_2, r_3.... questi incontreranno il piano σ' nei punti P_1', P_2' P_3'... ai quali corrisponderanno nel sistema σ i punti P_1 P_2 ...

La stella di raggi r_1' r_2' r_3'.... che proietta i punti P_1 P_2.... dal punto P' sarà proiettiva colla stella P (r_1 r_2....). I piani che proiettano i raggi r_1 r_2 r_3.... dalla retta (P P') formano un fascio proiettivo con quello ottenuto proiettando dallo stesso asse (PP') i raggi r_1' r_2' r_3'...

I piani ρ_1 ρ_2 ρ_3... del fascio (P P') che proiettano i raggi r_1 r_2 r_3 .. tagliano il piano σ' nelle rette (σ' ρ_1), (σ' ρ_2), (σ' ρ_3)... che saranno le corrispondenti alle (σ ρ_1'), (σ ρ_2'), (σ ρ_3').. tagliate nel piano σ dai piani ρ_1' ρ_2' ρ_3'... del fascio che proietta i raggi r_1' r_2' r_3'... da (P P'), e ciò perchè essendo le due stelle P (r_1 r_2 r_3 ..) e P' (r_1' r_2' r_3' ..) proiettive, ai raggi della stella P giacenti in un piano ρ_1 devono corrispondere quelli della P' giacenti pure in un piano ρ_1', ed inoltre proiettando le due stelle P, P' mediante i raggi corrispondenti r_1, r_1'; r_2 r_2';.... punti corrispondenti dei due sistemi piani σ, σ', ai punti di σ' giacenti nella retta (ρ_1 σ') devono corrispondere quelli giacenti sulla (ρ_1' σ) nel sistema σ, con cui ne risulta che le rette (ρ_1 σ'), (ρ_1' σ) essendo luoghi geometrici di punti corrispondenti nei due sistemi, devone essere rette corrispondenti.

Le rette corrispondenti nei due sistemi σ, σ' in generale non s'incontreranno nello spazio, ma saranno incrociate. Ora succede che essendo i due fasci (P.P') (ρ_1 ρ_2 ..) e (P P') (ρ_1' ρ_2' ..) proiettivi, e coassiali, essi avranno due piani doppi α, β quali piani corrispondenti a sè stessi nei due fasci. Alla retta (α σ') corrisponde allora nel piano σ, la (α σ) come pure alla (β σ') corrisponderà la (σ β). Queste rette differiranno da tutte le altre dei due sistemi, perchè avranno la proprietà di tagliare la loro corrispondente Infatti (α σ) ed (α σ') come pure (β σ) e (β σ') formeranno due coppie di rette corrispondenti non incrociate.

Siccome i due fasci coassiali proiettivi non possono avere più di due piani doppi che saranno reali o immaginari, si potrà aggiungere che per ogni punto del piano σ o σ' passano due rette che vengono tagliate dalle loro corrispondenti, ed esse possono essere reali od immaginarie. Per la congiungente (P P') di due punti corrispondenti dei due sistemi passano quindi due e solamente due piani contenenti ciascuno un paio di rette corrispondenti.

A questi piani contenenti due rette corrispondenti dei due sistemi appartengono evidentemente anche i piani σ, σ' stessi, poichè essi si taglieranno lungo la retta (σ σ') che appartenente a σ, avrà in σ' quale corrispondente una retta s'; e quale appartenente al piano σ' avrà in σ quale corrispondente una retta t. Il piano σ viene adunque determinato dalle rette corrispondenti (σ σ'), t, ed il piano σ' dalle rette corrispondenti (σ σ') s'; essi appartengono quindi alla categoria dei piani speciali soprammenzionati.

Si tratti ora di determinare la natura dell'assieme di tutti questi piani speciali che possono contenere due rette corrispondentesi nei due sistemi σ, σ'.

I punti (s t) ed (s' t') saranno allora due punti corrispondenti. Se il punto (s t) percorre nel piano σ una punteggiata l_1, il punto $(s' \ t')$ percorrerà in σ' una punteggiata l_1' proiettiva. Le congiungenti i punti corrispondenti di queste due punteggiate determineranno una serie di generatrici d'una quadrica gobba: H_1, che avrà per generatrice della stessa serie anche la retta $(\sigma \ \sigma') = s = t'$.

Se il punto $(s \ t)$ percorre in σ una punteggiata l_2 quello $(s' \ t')$ percorrerà nuovamente in σ' una punteggiata l_2' proiettiva, e queste daranno nuovamente origine ad una quadrica gobba H_2 che come la prima avrà per generatrice la retta $(\sigma \ \sigma') = s = t'$.

Dalla generazione di H_1 ed H_2 risulta che il sistema di generatrici $g_1' \ g_1'' \ g_1'''$..... del primo e $g_2' \ g_2'' \ g_2'''$.... del secondo sono rette che congiungono punti corrispondenti dei due sistemi proiettivi dati.

Le due quadriche H ed H_1 avendo una generatrice comune, saranno inviluppate da un fascio gobbo Σ di terza classe,

Da un teorema dimostrato in antecedenza, risulta che per ogni generatrice $g_1' \ g_1'' \ g_1'''$.... di H_1 o $g_2' \ g_2'' \ g_2'''$.... di H_2 devono passare due piani tangenti comuni agli stessi.

Un piano qualunque γ tangente a questa sviluppabile Σ, conterrà una generatrice g_1 di H_1 ed una g_2 di H_2. La g_1 congiungerà i punti P_1, P_1' e la g_2 i punti Q_1, Q_1' corrispondentisi nei due sistemi dati. Questi quattro punti staranno adunque in un piano, e quindi la retta $P_1 \ Q_1$ del sistema σ, taglierà la sua corrispondente $P_1' \ Q_1'$ del sistema σ'. Quindi:

Un piano tangente di questa sviluppabile Σ, sarà un piano della categoria or ora considerata, e dei quali era domandato l'assieme.

Siccome per ogni generatrice di H_1 come pure per ogni generatrice di H_2 passano due piani dell'inviluppo Σ, questo sarà costituito da tutte le copie dei piani cercati che passando per ciascuna retta congiungente due punti corrispondenti dei due sistemi proiettivi, e giacenti sulle rette $l_1 \ l_1'$. $l_2 \ l_2'$, contiene due rette corrispondenti dei dati sistemi.

Se il punto $(s \ t)$ percorre nel piano σ un'altra punteggiata l_3 ed il suo corrispondente la proiettiva l_3' nel piano σ', verrà generata una terza quadrica H_3, e cambiando sempre la retta percorsa da $(s \ t)$ si otterrà un'infinità di quadriche aventi tutte la generatrice $(\sigma\sigma')$ comune e tutte saranno iscritte nella stessa sviluppabile Σ, perchè se si considerano tutte le rette $l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4$.... conducibili da $(s \ t)$ in σ e le loro corrispondenti $l_1' \ l_2' \ l_3' \ l_4'$... passanti per $(s' \ t')$ in σ', si vedrà che i punti corrispondenti sulle stesse non potranno essere che quelli tagliati su di esse dalle intersezioni dei piani σ, σ' coi piani dell'inviluppo Σ Infatti siccome ogni piano ρ tangente di Σ taglia σ e σ' in due rette corrispondenti nella proiettività di questi due sistemi, è naturale che all' incontro $[l_n (\rho\ \sigma)]$ non possa corrispondere che quello $[l_n' (\rho\ \sigma')]$ Quindi la quadrica H_3 le cui generatrici g_3' g_2'' g_3'''.... congiungeranno i punti corrispondenti delle punteggiate proiettive l_3, l_3' avrà in comune colla H_1 un inviluppo Σ che non potrà essere che quello comune ad H_1 ed H_2, giacchè un suo piano ρ' taglierebbe i piani σ, σ' in due rette corrispondenti $(\sigma\ \rho')$ e $(\sigma'\ \rho')$, delle quali la prima taglierebbe l_1 l_2 l_3 in tre punti che dovrebbero corrispondere a quelli d'incontro di $(\sigma'\ \rho')$ con l'_1 l'_2 l'_3 e quindi non potrebbero essere che quelle tagliate in σ σ' già da un piano dell'inviluppo comune ad H_1 ed H_2.

Tutte queste quadriche hanno per generatrice tutta l'infinità di rette congiungenti le coppie di punti corrispondenti dei due sistemi proiettivi, e quindi i piani del fascio gobbo Σ rappresentano l'assieme di tutti i piani contenenti una coppia di rette corrispondenti nei due sistemi.

Si potrà perciò enunciare il teorema:

L'assieme dei piani che contengono una coppia di rette corrispondenti in due sistemi piani proiettivi, inviluppa un fascio gobbo di terza classe, due piani del quale s'intersecano sempre lungo una retta che taglia i due piani dati in una coppia di punti corrispondenti.

Se ρ è un qualunque piano tangente di un fascio gobbo Σ di terza classe, generato dai due sistemi piani proiettivi σ, σ' nel modo ora esposto, le due rette $(\sigma\ \rho) = u$, $(\sigma'\ \rho) = u'$ saranno corrispondenti nella proiettività data, e quindi se su $(\sigma\ \rho)$ un punto si muove descrivendo una punteggiata, il suo corrispondente in σ' si muoverà lungo la $(\sigma'\rho)$ descrivendo la punteggiata proiettiva. Le rette congiungenti i punti corrispondenti di queste due punteggiate, giacendo tutte nel piano ρ, invilupperanno una conica C_ρ. Poichè esse rappresentano rette per le quali passano due piani dell'inviluppo Σ, ed uno è sempre ρ, questa conica C_ρ sarà quella inviluppata dalle sezioni del piano ρ con tutti i piani di Σ, e ne risulta il noto teorema, riguardante la sezione prodotta sulla superficie Σ da un suo piano tangente. Fatta la stessa considerazione per un altro piano ρ' dell'inviluppo Σ, si verrà alla conseguenza, che nei due piani ρ, ρ' giaceranno due coniche C_ρ, $C_{\rho'}$ tutte e due tangenti all'intersezione $(\rho\ \rho')$, le quali genereranno quale inviluppo dei loro piani tangenti la superficie Σ.

Coordinando a ciascuna tangente di $C\rho$ quella di $C\rho'$ che viene da essa tagliata e ad ogni punto del piano ρ quello di ρ' dal quale passano le tangenti di $C\rho'$ corrispondenti a quelle da esso condotte a $C\rho$, avremo una corrispondenza univoca dei due sistemi piani ρ, ρ'. Quindi:

I piani dell'inviluppo Σ tagliano su due piani qualunque dello stesso, due sistemi piani proiettivi, nei quali si corrispondono le rette di intersezione degli stessi con un qualunque piano dell'inviluppo, e si corrispondono i loro punti d'incontro con ogni intersezione di due piani di Σ.

I due piani σ, σ' dei due sistemi dati non hanno quindi alcun valore particolare per l'inviluppo generato Σ, e le considerazioni fatte su di essi varranno per ogni due piani di Σ.

Un piano π dell'inviluppo Σ taglia adunque i due piani σ, σ' in due rette corrispondenti; se ora esso si muove nello spazio avvicinandosi senza limite al piano σ, mentre $(\sigma'\pi)$ si avvicinerà senza limite alla retta $(\sigma\sigma') = t'$ la retta corrispondente $(\sigma\pi)$ tenderà senza limite ad avvicinarsi alla retta t corrispondente di t'. Quindi essendo l'intersezione di due piani tangenti infinitamente vicini di Σ, una sua generatrice ne risulterà che:

La generatrice della Σ contenuta in un suo piano tangente è la retta corrispondente all'intersezione del piano con un altro piano tangente della stessa, nella relazione proiettiva individuata dalla Σ stessa sui suoi due piani tangenti, se l'intersezione è considerata come retta di questo secondo piano.

Le coniche, dei piani tangenti della Σ.

Se α, β sono due piani tangenti della Σ, e $C\alpha$, $C\beta$ le due coniche generate in essi dalle sezioni del complesso dei piani tangenti dell'inviluppo, ed a_1, b_1 sono i punti di contatto delle medesime coll'intersezione $(\alpha\beta)$ dei due piani, è noto che la tangente condotta da a_1 alla $C\beta$ e quella da b_1 alla $C\alpha$, saranno le generatrici della Σ contenute nei due piani α. β. Queste due generatrici siano indicate con $g\alpha$, $g\beta$ Ciascuna di esse toccherà la conica alla quale appartiene in un punto della curva cuspidale di Σ. Tali punti saranno a, b.

Da un punto P preso arbitrariamente passerà il terzo piano tangente ρ della Σ e sarà individuato dalle due tangenti $t\alpha$, $t\beta$ che da P si potranno condurre a $C\alpha$ e $C\beta$. Le due rette $t\alpha$, $t\beta$ saranno tangenti alla conica $C\rho$ contenuta nel piano ρ, la quale avrà pure per tangente la generatrice $g\rho$ della Σ quale intersezione di ρ col piano tangente alla Σ, infinitamente vicino a ρ.

Si tratti ora di determinare la conica $C\rho$.

Se il piano ρ si muove nello spazio passando per le posizioni successive $\rho_1\ \rho_2\ \rho_3 \ldots$ dei piani dell'inviluppo Σ, le traccie sul piano α, : $(\alpha\rho_1)$, $(\alpha\rho_2)$, $(\alpha\rho_3)\ldots$ quali tangenti della conica $C\alpha$, taglieranno le due tangenti $(\alpha\beta)$ e $t\alpha$ di questa secondo due punteggiate proiettive. Analoga cosa succederà rispetto al piano β e si formeranno pure le due punteggiate proiettive $(\alpha\beta)$ e $t\beta$. Quindi le due punteggiate $t\alpha$ e $t\beta$ contenute nel piano ρ saranno fra di loro proiettive e l'inviluppo delle congiungenti i loro punti corrispondenti sarà la conica $C\rho$

Al punto P comune delle due punteggiate proiettive devono corrispondere nell'una e nell'altra i loro punti di contatto $r\alpha$, $r\beta$ colla $C\rho$, e questi punti non saranno altri che quelli di incontro di $t\alpha$ con $g\alpha$ e di $t\beta$ con $g\beta$, come risulta dalla seguente considerazione: In base alle due coniche $C\alpha$, $C\rho$ si formano le seguenti punteggiate proiettive:

$t\alpha \barwedge g\alpha \barwedge (\alpha\beta) \barwedge g\beta \barwedge t\beta$ se su ogni due susseguentesi di queste punteggiate, si considerano come corrispondenti i punti tagliati su esse dalle tangenti della conica da esse toccata.

Al punto P di $t\alpha$ corrisponde su $g\alpha$ il punto b_1 (tagliato da $(\alpha\beta)$ su $t\alpha$), al punto b_1 di $t\alpha$ corrisponde a_1 di $(\alpha\beta)$ [quale punto di contatto con $C\alpha$ corrispondente al punto $b_1 = (\mid \alpha\beta \mid , g\alpha)$], al punto a_1 di $(\alpha\beta)$ corrisponde sulla $g\beta$ il punto b (contatto di $C\beta$ con $g\beta$) ed in fine al punto di contatto b di $C\beta$ con $(g\beta)$ corrisponde nella punteggiata $t\beta$ il suo punto d'incontro con $g\alpha$, che sarà indicato con $b\rho$.

Il punto $b\rho$ è adunque in $t\beta$ il corrispondente al punto P d'incontro di $t\beta$ con $t\alpha$ considerato, quale punto di $t\alpha$, quindi $b\rho$ sarà il punto di contatto di $C\rho$ con $t\beta$ Analoga cosa vale nel piano α, ed ivi si avrà il punto $a\rho$ di contatto di $C\rho$ con $t\alpha$ nell'incontro di questa con $g\alpha$ Cioè:

Se α, β sono due piani tangenti della Σ, la sezione di questa con un suo qualunque piano tangente ρ_1 sarà tangente a ciascuno dei detti piani in un punto della generatrice della Σ contenuta nel rispettivo piano.

Le due tangenti $t\alpha$, $t\beta$ toccheranno le coniche $C\alpha$, $C\beta$ nei punti $r\alpha$, $r\beta$.

Congiungendo questi due punti si otterrà la generatrice della Σ contenuta in Σ, e ciò pel fatto che il piano tangente di

Σ che fosse infinitamente vicino a ρ, dovrebbe tagliare ρ lungo la retta $| r\alpha' \; r\beta' |$ poichè i punti $r\alpha'$, $r\beta'$ sono punti di contatto delle coniche $C\alpha$, $C\beta$ col piano ρ, e ciascuno di essi, sostituisce due punti infinitamente vicini della curva

La conica $C\rho$ è adunque perfettamente determinata dalle sue due tangenti $t\alpha$ $t\beta$, coi punti di contatto $a\rho$, $b\rho$ e dalla tangente $(r\alpha, r\beta)$ che quale generatrice di Σ, avrà per punto di contatto colla $C\rho$ il punto della cuspidale contenuto nel piano ρ.

Il punto della cuspidale della Σ contenuto nel piano ρ, si ottiene quindi, dalla nota proprietà delle coniche congiungendo $r\alpha$ con $b\beta$ ed $a\alpha$ con $r\beta$ e proiettando il punto d'incontro di queste due rette dal punto P sulla tangente $r\alpha$ $r\beta$, nella quale proiezione, giacerà il punto domandato.

La retta $a\rho$ $b\rho$ è la polare del punto P rispetto alla conica $C\rho$. Se il punto P si muove lungo $(\alpha\ \beta)$, il piano ρ passante per esso, si muoverà restando tangente a Σ, e taglierà su $g\alpha$, $g\beta$ due punteggiate proiettive di punti $a\rho'$, $a\rho''$, $a\rho'''$..... $b\rho'$, $b\rho''$, $b\rho'''$.... Congiungendo i punti corrispondenti $a'\rho$ $b'\rho$, $a''\rho$ $b''\rho$.. si otterrà sempre la polare del punto d'incontro del piano ρ', ρ''... con $(\alpha\ \beta)$ rispetto alla conica $C\rho'$ $C\rho''$..... in esso contenuta. Tali rette formano però nello spazio una serie di generatrici d'una quadrica gobba, per la quale $a\ a_1$ $b\ b_1$ sarà un quadrilatero gobbo di generatrici.

Ossia:

Se α β sono due piani tangenti della Σ, considerati fissi nello spazio, ed un terzo piano ρ di essa si muove nello spazio rimanendole tangente, la polare del punto d'incontro di questo piano coll'intersezione $(\alpha\ \beta)$ dei due piani fissi, rispetto alla conica $C\rho$ in esso contenuta, genera una serie di generatrici d'una quadrica gobba sulla quale esisterà un quadrilatero gobbo di generatrici, avente per vertici opposti i due punti della cuspidale della Σ posti nei due piani fissi, e per altri due vertici opposti, i punti di contatto delle coniche contenute nei medesimi colla intersezione degli stessi.

Se si conduce per l'intersezione $(\alpha\ \beta)$ un qualunque piano π esso taglierà il piano ρ tangente di Σ lungo una retta $(\pi\ \rho)$ passante pel punto P nel quale ρ taglia $(\alpha\ \beta)$. Questo raggio avrà rispetto alla conica $C\rho$ un polo S il quale dovrà come è noto giacere sulla polare $a\rho$ $b\rho$ di P rispetto $C\rho$.

Il polo S si troverà sulla retta $a\rho$ $b\rho$ nel suo punto d'incontro col quarto piano armonico π' del piano π rispetto ad α, β

nel fascio ($\alpha\ \beta\ \pi$), perchè le tangenti condotte da P a $C\rho$ sono le rette P $a\rho$, P $b\rho$ contenute nei piani α, β, e quindi essendo P $a\rho$, ($\pi\ \rho$), P $b\rho$, P S quattro raggi armonici, α, π, β, π' devono essere quattro piani armonici.

Il polo S del raggio ($\pi\ \rho$) rispetto alla conica $C\rho$, giacendo sulla polare $a\rho\ b\rho$ di P è un punto della quadrica H soprammenzionata.

Se ora il piano ρ gira nello spazio inviluppando la Σ, i poli S_1, S_2, S_3.... delle sue sezioni col piano π, in rapporto alle rispettive coniche $C\rho'$ $C\rho''$ $C\rho'''$..... giaceranno sempre nel piano π' e sulla quadrica H. ragione per cui il luogo geometrico di questi poli, dovrà essere la sezione della quadrica col piano π', e cioè una conica C.

Siccome però i piani α, β non sono per nulla speciali nell'inviluppo Σ, ed in ogni piano π dello spazio giace una retta p per la quale passano due piani tangenti di Σ, si potranno considerare questi quali piani α, β, del ragionamento or ora esposto e ne deriverà il teorema generale:

Il luogo dei poli delle sezioni di un piano π, qualunque dello spazio, coi piani di un inviluppo Σ di terza classe, in rapporto alle coniche in essi contenute, è una nuova conica, contenuta nel piano che è coniugato armonico al piano π, rispetto ai due piani dell'inviluppo che si intersecano lungo una retta del piano π.

Alla categoria dei poli S, appartengono anche i due punti di contatto di ($\alpha\ \beta$) con $C\alpha$ e $C\beta$ cioè i due punti a_1, b_1 quali poli delle intersezioni ($\pi\ \alpha$) rispetto $C\alpha$ e ($\pi\ \beta$) rispetto $C\beta$, e quindi si potrà aggiungere, che il detto luogo geometrico C è una conica che ha col piano dato due punti in comune.

Il teorema ora enunciato presenta una speciale importanza nel caso particolare che a piano π qualunque, venga scelto il piano posto a distanza infinita. Esso π_∞ taglierà allora tutti i piani ρ dell'inviluppo Σ nelle loro rette infinitamente lontane e quindi i poli S non potranno essere, che i centri delle rispettive coniche $C\rho$. Cioè:

Ogni piano tangente del fascio gobbo Σ di terza classe, taglia questo lungo una conica, il cui centro giace sempre su una conica fissa.

Letteratura.

Schrödter. Theorie der Oberflächen zweiter Ordnung und der Raumkurve dritter Ordnung.

Lange. Die 16 Wendepunkte der Raumkurve vierter Ordnung erster Species.

Killing. Der Flächenbüschel zweiter Ordnung.

Charles. Propriétés des surfaces developpables circonscrites à deux surfaces du second ordre (Comptes rendus de l'Académie des Sciences t. 54).

De La Gournerie. Traité de géometrie descriptive.

Fiedler. Darstellende Geometrie.

Dr. Chr. Wiener. Lehrbuch der darstellenden Geometrie.

G. A. v. Peschka » » » »

Schrödler. Die Raumkurve vierter Ordnung.

» Die ebenen Curven dritter Ordnung

F. Aschieri. Lezioni di geometria descrittiva.

NOTIZIE SCOLASTICHE

COMPILATE DAL DIRETTORE

I.

PERSONALE INSEGNANTE

DIRETTORE:

1. **Suppan Erminio.**

PRODIRIGENTE DELLA SUCCURSALE:

2. **Hess Gustavo,** custode del gabinetto di disegno, di geometria e della bibliotheca pauperum della Succursale, insegnò *disegno a mano* nelle classi I *d*, III *d* e IV *c*. — Ore settimanali 12.

PROFESSORI:

3. **Antonaz Guido,** capoclasse della I *a*, insegnò *matematica* nelle classi I *a*, II *a*, IV *b* e V *b*; *geometria e disegno geometrico* nelle classi II *a* e III *c* e *fisica* nella III *c*. — Ore settimanali 22.

4. **Bartoli Giovanni,** capoclasse della I *d*, insegnò *matematica* nelle classi I *d*, II *d*, III *d*, IV *c* e IV *d*; *fisica* nelle classi III *d* e IV *c*. — Ore settimanali 21.

5. **Baschiera Giulio,** capoclasse della IV *b*, custode del gabinetto di chimica nella Scuola madre, insegnò *chimica* nelle classi IV *a*, V *a*, VI *a* e VI *b*; *storia naturale* nelle classi VI *b* e VII *b* e *chimica analitica* in due corsi. — Ore settimanali 19.

6 **Benco Giordano,** capoclasse della I *b*, insegnò *lingua italiana* nelle classi I *b*, III *b*, V *a* e VI *a*; *lingua francese* nelle classi VI *a* e VII *b*. — Ore settimanali 20.

7 **Blasig Francesco,** capoclasse della IV *d*, custode dei gabinetti di fisica, chimica e storia naturale della Succursale, insegnò *storia naturale* nelle classi I *d*, II *d* e VII *a*; *fisica*

nella IV *d* e *chimica* nelle classi IV *b*, IV *c*, IV *d* e V *b*. — Ore settimanali 21.

8. **Braun Giacomo,** capoclasse della VII *b*, custode della biblioteca dei professori, insegnò *lingua italiana* nelle classi II *b* e VII *b*; *lingua tedesca* nelle classi III *b*, V *b*, VII *a* e VII *b*. — Ore settimanali 22.

9. **Budinich Antonio,** capoclasse della IV *b*, insegnò *geografia* nella I *b*; *geografia e storia* nelle classi II *c*, III *b* e IV *b*; *storia* nelle classi V *b* e VII *b*. — Ore settimanali 21.

10. **Candotti Luigi,** dottore in legge, capoclasse della VII *a*, custode del gabinetto di geografia della Scuola madre, insegnò *geografia e storia* nelle classi II *a*, III *a* e III *c*; *storia* nelle classi V *a*, VI *b* e VII *a*. — Ore settimanali 21.

11. **Cortivo Ernesto,** custode del gabinetto A di disegno, insegnò *disegno a mano* nelle classi I *a*, I *c*, II *a*, II *c*, III *a*, IV *a*, VI *a* e VII *a* — Ore settimanali 29.

12. **Cumin Giovanni,** capoclasse della III *a*, insegnò *lingua italiana* nelle classi I *a* e II *a*; *lingua tedesca* nelle classi III *a*, V *a* e VI *a*. — Ore settimanali 19.

13. **Dell'Antonio Michelangelo,** capoclasse della II *d*, insegnò *lingua italiana* nella IV *d*, e *lingua tedesca* nelle classi II *d* e IV *d*. — Ore settimanali 12.

14. **Farolfi Gino,** capoclasse della V *b*, insegnò *lingua italiana* nelle classi I *c*, III *a* e V *b*; *lingua francese* nella V *b* e VI *b*. — Ore settimanali 17.

15. **Grandi Luigi,** dottore in lettere, capoclasse della III *c*, insegnò *geografia* nella I *a*, *geografia e storia* nelle classi II *b*, IV *a* e VI *a*; *lingua italiana* nella III *c*. — Ore settimanali 18.

16. **Grignaschi Emilio,** custode del gabinetto di fisica della Scuola madre, insegnò *matematica* nella VI *b*, e *fisica* nelle classi III *b*, IV *b*, VI *b* e VII *b*. — Ore settimanali 17.

17. **Luciani don Luciano,** esortatore per le classi superiori e custode della bibliotheca pauperum della Scuola madre, insegnò *religione cattolica* nelle classi I *c*, II *c*, III *a*, III *b*, III *c*, IV *a*. IV *b*, V *a*, V *b*, VI *a*, VI *b*, VII *a* e VII *b*. — Ore settimanali 24.

18. **Moro Giovanni,** custode del gabinetto B di disegno, insegnò *disegno a mano* nelle classi I*b*, II*b*, III*b*, III*c*, IV*b*, V*a*, V*b*, VI*b* e VII*b*. — Ore settimanali 31.

19. **Nordio Attilio,** capoclasse della V*a*, custode del gabinetto di geometria della Scuola madre, insegnò *matematica* nelle classi III*a*, IV*a*, V*a* e VI*a*; *geometria descrittiva* nelle classi V*a*, VI*b* e VII*a*. — Ore settimanali 23.

20. **Pierobon Rocco,** capoclasse della IV*a*, insegnò *lingua italiana* nelle classi IV*a* e VII*a*; *lingua tedesca* nella IV*a* e *lingua francese* nelle classi V*a* e VII*a*. — Ore settimanali 17.

21. **Reis Armando,** insegnò *lingua tedesca* nelle classi I*a*, I*c*, III*c* e VI*b*. — Ore settimanali 20.

22. **Rossmann Enrico,** capoclasse della II*c*, custode della biblioteca giovanile della Scuola madre, insegnò *lingua italiana* nelle classi II*c*, IV*b* e VI*b*; *lingua tedesca* nelle classi II*c* e IV*b*. — Ore settimanali 19.

23. **Sandri Alfonso,** capoclasse della III*b*, insegnò *matematica* nelle classi I*b*, III*b* e VII*b*; *geometria* e *disegno geometrico* nelle classi III*b* e IV*a*; *geometria descrittiva* nelle classi VI*a* e VII b. — Ore settimanali 22.

24. **Stecher Umberto,** capoclasse della VI*a*, insegnò *matematica* nelle classi III*c* e VII*a*; *fisica* nelle classi III*a*, IV*a*, VI*a* e VII*a*. — Ore settimanali 21.

PROFESSORI SUPPLENTI:

25. **Benedetti Alberto,** capoclasse della III*d*, custode della collezione storico-geografica della Succursale, insegnò *geografia* nella I*d*; *geografia e storia* nelle classi II*d*, III*d*, IV*c*, IV*d*. — Ore settimanali 19.

26. **Colla Mario,** capoclasse della I*c*, insegnò nel I semestre *matematica* nella I*c*; *geometria e disegno geometrico* nelle classi II*c*, II*d*, III*d*, IV*c* e IV*d*. — Ore settimanali 16. (Vedi cronaca).

27. **Corà Carlo,** capoclasse della II*a*, insegnò *lingua tedesca* nelle classi I*b*, II*a* e II*b*. — Ore settimanali 16.

28. **Furlani Vittorio,** insegnò *geografia* nella I *c*; *lingua italiana* e *lingua tedesca* nella I *d*. — Ore settimanali 13.

29. **Giacomelli don Michele,** esortatore per le classi inferiori della Scuola madre, insegnò *religione cattolica* nelle classi I *a*, I *b*, II *a* e II *b*. — Ore settimanali 8.

30. **Ivancich Antonio,** custode del gabinetto di storia naturale della Scuola madre, insegnò *storia naturale* nelle classi I *a*, I *b*, I *c*, II *a*, II *b*, II *c*, V *a*, V *b* e VI *a*. — Ore settimanali 18.

31. **Rigo Francesco,** capoclasse della II *b*, insegnò *matematica* nelle classi II *b* e II *c*; *geometria e disegno geometrico* nelle classi II *b*, III *a* e IV *b*; *geometria descrittiva* nella V *b*. — Ore settimanali 16.

32. **Saiovitz don Carlo,** esortatore per le classi della Succursale, insegnò *religione cattolica* nelle classi I *d*, II *d*, III *d*, IV *c* e IV *d*. — Ore settimanali 10.

33. **Stua Oliviero,** candidato di prova e supplente, assistette nel primo semestre all'insegnamento della *matematica* nelle classi I *a* e VI *b*; della *fisica* nelle classi III *b* e VII *b*. Nel secondo semestre continuò ad assistere all'insegnamento della *fisica* nelle classi III *b* e VII *b* ed assunse l'intero orario settimanale e il capoclassato del supplente Colla (Vedi cronaca).

34. **Zorzini Luigi,** capoclasse della IV *c*, custode della biblioteca giovanile della Succursale, insegnò *lingua italiana* nelle classi II *d*, III *d* e IV *c*; *lingua tedesca* nelle classi III *d* e IV *c*. — Ore settimanali 20.

ASSISTENTI.

35. **Iurizza Edoardo,** assistente effettivo, insegnò *disegno a mano* nelle classi II *d* e IV *d*; *calligrafia* nelle classi I *c* e II *c*; e assistette all'insegnamento del disegno a mano nelle classi II *c*, III *a*, IV *a*, VI *a* e VII *a*. — Ore settimanali 27.

36. **Krammer Guglielmo,** insegnò *calligrafia* nelle classi II *a* e II *b*; e assistette all'insegnamento del *disegno a mano* nelle classi II *b*, III *b*, III *c*, IV *b*, V *a*, V *b*, VI *b* e VII *b*. — Ore settimanali 29.

37. **Zolja Giuseppe,** assistette all'insegnamento del *disegno a mano* nelle classi I *d*, II *d*, III *d*, IV *c* e IV *d*; e insegnò *calligrafia* nella I *d* e II *d*. — Ore settimanali 22.

38. **Fonda Attilio,** assistette all'insegnamento del *disegno a mano* nelle classi I *a*, I *b*, I *c* e II *a*; insegnò *calligrafia* nelle classi I *a* e I *b*. — Ore settimanali 18.

DOCENTI STRAORDINARI.

39. **Cobol Nicolò,** direttore della civica Scuola di ginnastica, insegnò nel primo semestre *ginnastica* nelle classi IV-VII della Scuola madre e nelle classi della Succursale. — Ore settimanali 10.

40. **Coen Davide,** maestro della Scuola popolare della Comunità israelitica, insegnò *religione israelitica* in tutte le classi. — Ore settimanali 5.

41. **Demonte Pietro,** insegnò *stenografia*. — Ore settimanali 3.

42. **Doff-Sotta Giacomo,** docente della civica Scuola di ginnastica, insegnò nel secondo semestre *ginnastica* nelle classi II-IV della Succursale. — Ore settimanali 4.

43. **Paulin Eugenio,** docente della civica Scuola di ginnastica, insegnò *ginnastica* nelle classi I-III della Scuola madre e nel secondo semestre anche nella classe I della Succursale. — Ore settimanali 12.

II.

PIANO DELLE LEZIONI

seguito durante l'anno scolastico 1907-1908

MATERIE D'OBBLIGO.

CLASSE I.

Religione, 2 ore per settimana.

Dottrina della religione cattolica, con spiegazione occasionale delle cerimonie e dei riti liturgici. (Fede, Grazia e Ss. Sacramenti; principali feste, e cerimonie dei Ss. Sacramenti).

Lingua italiana, ore 4 per settimana.

Grammatica: Le parti del discorso. Nozioni fondamentali di morfologia. Sintassi della proposizione semplice e complessa. Elementi di coordinazione e subordinazione per via d'esempi. Esercizi d'ortografia con spiegazione occasionale delle regole principali.

Letture: Lettura ortofonica a senso. Spiegazione e riproduzione libera delle cose lette. Recitazione di prose e poesie mandate a memoria.

Tanto in questa classe che nelle successive si abbia cura speciale dell'esposizione orale fatta dagli alunni.

Còmpiti: Fino a Natale, una dettatura per settimana (15-20 minuti) con ispeciale riguardo all'ortografia, poi, alternando, ogni quattro settimane due dettature, un componimento domestico e uno scolastico. Argomento dei componimenti: riproduzione di semplici e brevi racconti, prima esposti o letti dall'insegnante.

Lingua tedesca, ore 6 per settimana

Pronunzia e lettura. — Morfologia: Articolo. Sostantivo. Nome proprio. Pronome personale. Aggettivo possessivo. Aggettivo attributivo. Presente indicativo e imperativo dei verbi deboli. Comparazione dell'aggettivo e dell'avverbio — (Defant, parte I, pag 1-64).

Còmpiti: Da Natale fino alla fine del I semestre quattro brevi dettature in stretta relazione alla materia studiata. Nel II semestre sette dettature e sette còmpiti scolastici, alternativamente. Materia delle dettature come nel I semestre; per i còmpiti scolastici: riproduzione di brani bene studiati; risposte a domande facili, tolte dalla materia trattata. Esercizi di grammatica

Geografia, ore 3 per settimana.

Esposizione intuitiva di quelle nozioni elementari di geografia che sono indispensabili all'intelligenza della carta geografica. L'apparente corso diurno del sole durante le stagioni dell'anno in rapporto col sito dell'edificio scolastico. Modo di orientarsi nel territorio della propria città, sulla carta e sul globo. Spiegazione del modo come la diversa durata dei giorni e la differente altezza solare influiscano sulla differente illuminazione e riscaldamento nel corso dell'anno entro il territorio dello Stato. Le linee fondamentali della morfologia del mare e dei continenti e loro distribuzione sulla terra, sulla base di un continuo esercizio di lettura della carta geografica. Sguardo generale alla situazione dei singoli stati e colonie e a quella delle principali città delle cinque parti del mondo. Prime prove di disegno delle linee più semplici e fondamentali che costituiscono il contorno dei continenti e il confine degli stati.

Matematica, ore 4 per settimana.

Aritmetica: Il sistema decadico. Numeri romani. Le quattro operazioni con numeri astratti e concreti di una sola denominazione, senza e con decimali. Esposizione del sistema metrico di misure e pesi. Esercizi preparativi per il calcolo di conclusione. Divisibilità dei numeri, decomposizione nei fattori primi, massimo comune divisore, minimo comune multiplo. Le quattro operazioni fondamentali con frazioni comuni. Conversione di frazioni comuni in decimali e viceversa. Le operazioni con numeri di più denominazioni.

Forme geometriche: Concetti fondamentali della geometria ed esposizione intuitiva del cubo, del prisma, della piramide, del cilindro, del cono e della sfera. Sviluppo delle più importanti forme geometriche piane dedotte intuitivamente da questi solidi.

Còmpiti: 4 scolastici al semestre.

Storia naturale, ore 2 per settimana.

Nei primi sei mesi dell' anno scolastico: *Zoologia*, e precisamente mammiferi ed uccelli. Negli ultimi quattro mesi dell' anno scolastico: *Botanica*, e precisamente osservazione e descrizione di alcune piante fanerogame con graduale iniziamento alla conoscenza della morfologia.

Disegno a mano, ore 4 per settimana.

Disegni di forme ornamentali geometriche quale preparazione per l' ornamento libero. — Semplici ornamenti liberi; forme di foglie stilizzate; semplici forme di vasi in alzato geometrico.

Materiali: Matita, colori.

Spiegazioni: Applicazione ed importanza dell' ornamento disegnato.

Calligrafia, ore 1 per settimana.

Corsivo italiano e tedesco.

CLASSE II.

Religione, ore 2 per settimana.

Dottrina della religione cattolica, con spiegazione occasionale delle cerimonie e dei riti liturgici. (Speranza e Carità, precetti della Chiesa, Sacrificio della S. Messa. Giustizia cristiana; divozioni, processioni, pellegrinaggi, immagini, altari, ciò che nella Liturgia si riferisce alla S. Messa).

Lingua italiana, ore 4 per settimana.

Grammatica: Ripetizione della materia della I; completamento della morfologia e della sintassi della proposizione complessa. Nozioni generali della proposizione composta ed in particolare della coordinazione, con relativi esercizi.

Letture: Come nella I, curando di accrescere il corredo linguistico col trarre profitto anche dalla terminologia delle altre discipline studiate nella classe. Recitazione di prose e poesie a memoria.

Còmpiti: Ogni quattro settimane una dettatura per l' ortografia e l' interpunzione; un cómpito domestico e uno scolastico (Riproduzione di racconti più estesi e di certi brani considerati sotto nuovi aspetti diversi dal testo; riassunti di racconti di maggior estensione).

Lingua tedesca, ore 5 per settimana.

Riassunto di quanto fu pertrattato nel corso precedente. — Morfologia: I verbi composti. I pronomi. I numerali. Coniugazione del verbo (Indicativo attivo e passivo). — (Defant, p. I, pag 65-110)

Còmpiti: Ogni semestre quattro dettature, quattro còmpiti scolastici e quattro domestici. Materia per questi lavori come nella classe I, con esigenze maggiori.

Geografia e Storia, ore 4 per settimana.

a) *Geografia:* Ripetizione riassuntiva degli elementi di geografia matematica. Il corso apparente del sole a differenti latitudini. Spiegazione del modo come dalle differenti condizioni di illuminazione e riscaldamento derivano le diverse zone climatiche. Posizione e contorni dell' Asia e dell'Africa. Geografia oro idrografica, etnografica e topografica di questi due continenti. Condizioni climatiche dei medesimi, come esse risultano dal corso apparente del sole. Scelta di alcuni tra gli esempi più calzanti e di più facile intelligenza nel nesso in cui sta il clima dei singoli paesi colla vegetazione, i prodotti e l' occupazione degli abitanti. Morfologia generale del mare e del suolo dell' Europa. Geografia speciale delle tre penisole meridionali d' Europa e della Granbretagna nel modo indicato per gli altri continenti. Semplici abbozzi di carte geografiche.

b) *Storia:* Studio particolareggiato delle leggende; i personaggi e gli avvenimenti storici più importanti della storia greca e romana.

Matematica, ore 3 per settimana.

Ripetizione della teoria delle frazioni comuni. Operazioni con frazioni decimali incomplete, con riguardo alle necessarie abbreviazioni. Moltiplicazione e divisione abbreviata. Calcolo di conclusione applicato a problemi semplici e composti. Le più importanti nozioni riguardo a misure, pesi e monete. Dei rapporti e delle proporzioni semplici e composte, loro applicazione; regola del tre, calcolo percentuale, degli interessi semplici, degli sconti.

Còmpiti: Quattro scolastici al semestre.

Geometria e disegno geometrico, ore 2 per settimana.

a) *Geometria:* Elementi di planimetria, compresa la perfetta eguaglianza.

b) *Disegno geometrico:* Esercizi nell'uso degli strumenti per il disegno geometrico. — Costruzioni geometriche in relazione colla materia pertrattata nella planimetria e con riguardo alle forme ornamentali semplici.

Storia naturale, ore 2 per settimana.

Nei primi sei mesi dell'anno scolastico: *Zoologia.* Le forme più importanti delle rimanenti classi dei vertebrati. Animali invertebrati, di preferenza insetti.

Negli ultimi quattro mesi dell'anno scolastico: *Botanica.* Osservazione e descrizione di alcune piante crittogame e di piante fanerogame più difficili a descriversi. Graduale iniziamento alla divisione fondamentale ed alla conoscenza dei principali ordini delle piante.

Disegno a mano, ore 4 per settimana.

Disegno a mano libera da modelli geometrici, sia singoli che disposti in gruppo, secondo l'osservazione. Continuazione dell'ornato libero adoperando il colore.

Materiale: Matita (eventualmente penna), colori.

Spiegazioni: Le leggi fondamentali del disegno prospettico spiegate intuitivamente. Lo sviluppo e lo scopo dell'ornato.

Calligrafia, ore 1 per settimana.

Scrittura rotonda.

CLASSE III.

Religione, ore 2 per settimana.

Storia sacra del Nuovo Testamento — Ripetizione analoga del Catechismo.

Lingua italiana, ore 4 per settimana.

Grammatica: Della subordinazione in particolare e del periodo.

Lettura: Spiegazione di prose e poesie con riguardo speciale all'ordine e al collegamento dei pensieri, come pure a certe qualità particolari della lingua. Cenni biografici degli autori letti. Recitazione a memoria come nelle classi precedenti.

Componimenti: Ogni quattro settimane un còmpito scolastico ed uno domestico Descrizioni di certi oggetti ben noti agli alunni dall'insegnamento o per osservazione loro propria; facili paralleli; versioni in prosa di brevi poesie narrative; riduzioni di brani di lettura più lunghi.

Lingua tedesca, ore 5 per settimana.

Ripetizione per sommi capi di quanto fu pertrattato nei corsi precedenti.— Morfologia: Coniugazione del verbo (Congiuntivo attivo e passivo e forme nominali). La preposizione. L'interiezione. (Defant, p. I, pag. 111-150).

Nel secondo semestre le pag. 1-31 della II parte della grammatica del Defant, che si riferiscono alla ripetizione generale della morfologia.

Còmpiti: Ogni semestre quattro dettature, quattro còmpiti scolastici e quattro domestici. Materia per queste due ultime specie di còmpiti: risposte a domande fatte in tedesco in relazione alle cose lette; traduzioni dall'italiano nel tedesco; riproduzioni di brani letti.

Geografia e Storia, ore 4 per settimana.

a) Geografia: I paesi dell' Europa che non furono studiati nel secondo corso, ad eccezione della Monarchia austro-ungarica. L'America e l'Australia secondo i criteri già enunciati e con riguardo alle condizioni del clima. Esercizi nell' abbozzo di carte geografiche.

b) Storia: Il Medio evo. I più importanti personaggi ed avvenimenti di quest'epoca con speciale riguardo alla storia della Monarchia austro-ungarica.

Matematica, ore 3 per settimana.

Le quattro operazioni con numeri generali, con monomi e polinomi, escluse le operazioni con frazioni. Innalzamento al quadrato ed al cubo di espressioni algebriche di uno o più termini e di numeri decadici. Estrazione della seconda e terza radice da numeri decadici. Esercizi di conteggio con numeri particolari quale ripetizione della materia insegnata nei corsi precedenti, estendendoli al calcolo del termine medio e della regola di ripartizione.

Còmpiti: Quattro scolastici al semestre.

Geometria e disegno geometrico, ore 2 per settimana.

a) Geometria: Continuazione e fine della planimetria. Equivalenza e trasformazione di figure piane. Calcolo della superficie e simiglianza in relazione colla materia matematica pertrattata in questa classe.

b) *Disegno geometrico:* Continuazione delle costruzioni geometriche applicate alla materia pertrattata in questa classe.

Fisica, ore 3 per settimana.

1. *Introduzione:* Estensione ed impenetrabilità dei corpi, stati d'aggregazione; moto, inerzia; forza, punto d'applicazione, direzione ed intensità delle forze. Concetto di due forze eguali; rappresentazione grafica delle forze.
2. *Gravità:* Divisione della gravità terrestre, peso, unità di peso, centro di gravità, diverse specie d'equilibrio, la leva, la bilancia comune e la stadera, la carrucola fissa. — Peso specifico e densità relativa.
3. *Forze molecolari:* Divisibilità, porosità, coesione, adesione. — Elasticità, leggi dell'elasticità di tensione, bilancia a molla.
4. *Dei corpi liquidi:* Caratteri dei liquidi. — Propagazione della pressione. — Livello. — Pressione idrostatica. — Forza di reazione. — Vasi comunicanti (fenomeni di capillarità). — Principio di Archimede. — Determinazione del peso specifico mediante la bilancia idrostatica. — Corpi galleggianti. — Areometri a scala.
5. *Dei gasiformi:* Caratteri dei gasiformi. — Peso dell'aria, barometro, manometro, legge di Mariotte. — Macchine pneumatiche, trombe idrauliche. — Gli aerostati.
6. *Calorico:* Sensazioni prodotte dal calore, temperatura. — Cambiamenti di volume per effetto del calore. — Termoscopio e termometro. — Quantità di calore, concetto del calore specifico. — Conducibilità, raggiamento. — Breve spiegazione delle quattro stagioni. — Cambiamento dello stato di aggregazione. — Tensione dei vapori. — Principio della macchina a vapore. — Sorgenti del calore.
7. *Magnetismo:* Calamite naturali ed artificiali. — Ago magnetico, azione reciproca di due poli magnetici. — Magnetizzazione per induzione e per contatto. — Magnetismo terrestre, declinazione ed inclinazione magnetica, con ripetizione dei più importanti concetti astronomici fondamentali. — La bussola.
8. *Elettricità:* Elettrizzazione per strofinamento e per contatto. Conduttori e coibenti. — I due stati elettrici. — Elettroscopi. — Sede dell'elettricità. — Potere delle punte. —

Elettrizzazione per influenza. — I più importanti apparati per lo sviluppo dell'elettricità, condensatori. — Il temporale. — Il parafulmine. — L'elemento di Volta, batteria di Volta. — Polarità. — Corrente elettrica. — Le coppie galvaniche più comuni. — Effetti calorifici e luminosi della corrente. — Elettrolisi (elettrolisi dell'acqua e galvanoplastica). — Effetti magnetici della corrente — Telegrafo di Morse. — Esperimenti fondamentali sulle correnti indotte. — Telefono e microfono. — Elettricità termica.

Disegno a mano, ore 4 per settimana.

Continuazione del disegno prospettico da singoli modelli e da gruppi più complicati. — Continuazione dell' ornato piano policromico. — Passaggio all' ornamento plastico.

Materiale: Matita (eventualmente penna), lapis francese (crayon), colori.

Spiegazioni: Dilucidazioni sugli ornamenti disegnati in riguardo al loro stile, allo scopo a cui servono, e dove vengono adoperati. — Teoria ed armonia dei colori. — Continue spiegazioni sugli effetti prospettici e di ombre.

CLASSE IV.

Religione, ore 2 per settimana.

Culto religioso; sue divisioni. Origine delle cerimonie. Riti. Liturgia del culto esterno. Necessità e utilità del medesimo. I Ss. Sacramenti considerati dall'aspetto dogmatico, morale e liturgico.

Lingua italiana, ore 4 per settimana.

Grammatica: Ripetizione sommaria della sintassi e delle parti più importanti della morfologia. Nozioni fondamentali sulla formazione delle parole. Elementi di prosodia e di metrica.

Letture: Come nella III. Esercizi di memoria e dicitura. Un' ora per settimana lettura dei Promessi Sposi da un' edizione scolastica.

Componimenti: Otto per ogni semestre, alternardo i domestici agli scolastici; d' argomento in parte come nella III, più narrazioni e descrizioni svariate. Inoltre, esercizi di disposizioni fatte su basi che più si prestino.

Lingua tedesca, ore 3 per settimana.

Sintassi: La proposizione semplice. Coordinazione e subordinazione delle proposizioni. Il discorso indiretto. Proposizioni avverbiali. (Defant, p. II, pag. 77-132).

Còmpiti: Ogni semestre quattro còmpiti scolastici e quattro domestici. Risposte a domande fatte in tedesco come nelle altre classi. Riproduzione libera di facili racconti. Traduzioni dall' italiano nel tedesco.

Geografia e Storia, ore 4 per settimana.

a) Geografia: Geografia fisica e politica della Monarchia austro-ungarica. Studio particolareggiato delle condizioni di coltura e dei prodotti delle singole provincie, escludendone però la parte puramente statistica. Esercizio nel disegnare carte geografiche.

b) Storia: I principali personaggi storici ed avvenimenti dell' età moderna. Il perno dell' istruzione storica in questa classe è costituito dalla storia della Monarchia austro-ungarica.

Matematica, ore 3 per settimana.

Aritmetica generale: Teoria delle quattro operazioni con numeri generali, interi e frazionari. Dimostrazione delle più semplici regole riguardo la divisibilità dei numeri decadici. Teoria del massimo comune divisore e del minimo comune multiplo, applicata anche a polinomi. Equazioni di primo grado con una o più incognite, con applicazioni a problemi di pratica importanza. Teoria dei rapporti e delle proporzioni con numeri generali e loro applicazione.

Còmpiti: Quattro scolastici al semestre.

Geometria e disegno geometrico, ore 3 per settimana.

a) Geometria: Elementi di stereometria. I più importanti teoremi sulla posizione reciproca di rette e piani, con riguardo ai bisogni dell' istruzione della geometria descrittiva. Il prisma, la piramide, il cilindro, il cono e la sfera. Calcolo della superficie e del volume di questi corpi.

b) Disegno geometrico: Rappresentazione del punto, della retta limitata, di figure piane e di semplici corpi geometrici mediante due proiezioni ortogonali, in modo intuitivo e in relazione colla materia della stereometria.

Fisica, ore 2 per settimana.

1. *Dinamica:* Moto uniforme e uniformemente variabile, caduta libera, resistenza dell' aria, moto dei gravi lanciati verti-

calmente in alto. — Composizione e decomposizione dei movimenti impressi ad uno stesso punto materiale. — Rappresentazione grafica del moto parabolico dei gravi. — Relazioni fra la forza, la massa e l'accelerazione; parallelogrammo delle forze. — Moto dei gravi lungo un piano inclinato. — Dell'attrito — Leggi del pendolo. — Forza centrifuga. — Moto centrale — Moto di rotazione della Terra intorno al suo asse e di rivoluzione intorno al Sole. — Determinazione sperimentale della risultante di forze parallele dirette nello stesso senso. — Concetto del centro di gravità. — Ripetizione e rispettivamente dimostrazione sperimentale delle leggi d'equilibrio della leva, del tornio, della carrucola fissa e mobile, della taglia e del piano inclinato, con particolare riguardo al lavoro compiuto ed a quello consumato. — L'urto dei corpi elastici.

2. *Acustica:* Origine e propagazione del suono (dilucidazione mediante esperienze). — Velocità e riflessione del suono, diverse specie dei suoni. — Intensità ed altezza dei suoni, scala musicale. — Vibrazioni delle corde elastiche, il corista, tubi sonori. — Risonanze. — L'orecchio umano.

3. *Ottica:* Sorgenti luminose. — Propagazione rettilinea della luce. — Ombra, le fasi lunari, eclissi. — Camera nera. — Intensità della luce, riflessione e sue leggi, formazione delle immagini negli specchi piani e sferici. — Rifrazione, propagazione della luce attraverso piastre diafane, prismi e lenti. — Formazione delle immagini nelle lenti, camera fotografica. — L'occhio, sua facoltà di adattarsi alle diverse distanze degli oggetti, occhiali, percezione del rilievo dei corpi, durata dell'impressione, angolo visuale. — Lenti micoscopiche, microscopio, telescopi diottrici. — Dispersione, lo spettro solare, colori complementari, colori dei corpi. — Arcobaleno.

Chimica, ore 3 per settimana.

Esecuzione di esperimenti che chiariscano la differenza tra fenomeni fisici e chimici. — Caratteri dei più importanti elementi e delle loro principali combinazioni. — Descrizione intuitiva dei più importanti minerali e rocce.

Petrolio; esempi di idrocarburi, alcooli ed acidi. — Alcune osservazioni sui grassi e saponi — Idrati di carbonio — Fermentazione — Le principali combinazioni del cianogeno.

— Benzolo ed alcuni più importanti derivati di esso. — Resine (trementina), olii eterei. — Sostanze albuminoidi.

Disegno a mano, ore 4 per settimana.

Continuazione del disegno prospettico e precisamente da forme di vasi e da altri adatti oggetti tecnici o d'arte industriale, sia singoli che disposti in gruppi. Disegno di più complicati ornamenti policromici piani, di ornati della plastica, e di piante naturali.

Materiali: Matita (eventualmente penna), lapis francese (crayon), colori.

Spiegazioni: In riguardo allo stile, agli effetti di colore e di ombra.

CLASSE V.

Religione, ore 2 per settimana.

Primo semestre. Apologetica.

Secondo semestre. Dogmatica: Dogmi preliminari, Attributi di Dio, Ss. Trinità, Creazione, Gesù Cristo.

Lingua italiana, ore 3 per settimana.

Lettura di prose e poesie degli scrittori eminenti dei secoli XIX e XVIII e, possibilmente, di versioni dagli antichi, in ispecie da Omero. Caratteri e forme dei vari generi della prosa e poesia, rilevati dalle letture. Brevi biografie degli autori letti. Recitazione a memoria, come nelle classi precedenti.

Componimenti: Ogni semestre cinque o sei còmpiti, di preferenza domestici, in relazione a cose lette e apprese da altre discipline della classe. Avviamento a bene disporre.

Lingua tedesca, ore 3 per settimana.

Sintassi: Uso dell'articolo. L'oggetto. Reggenza degli aggettivi e dei verbi. Uso delle preposizioni. (Defant, p II, pag. 32-76). — Lettura di brani dell'Antologia, con continuo riguardo alla fraseologia e alla morfologia.

Còmpiti: Ogni semestre quattro còmpiti scolastici e quattro domestici. Riproduzione libera di racconti. Traduzioni dall'italiano nel tedesco.

Lingua francese, ore 3 per settimana.

Grammatica: Regole di pronunzia e di lettura; elementi della teoria delle forme (comprendendo nello studio dei verbi gli irregolari che più di frequente occorrono). Regole sintattiche necessarie all'intelligenza dei più facili componimenti.

Lettura: Semplici brani, adatti ad addestrare l'allievo all'uso elementare della lingua a voce ed in iscritto. Esercizi di memoria.

Lavori in iscritto: Da Natale sino alla fine del I semestre tre brevi dettature in stretta relazione alla materia studiata. Nel II semestre tre dettature ed otto còmpiti scolastici (riproduzioni di cose imparate a memoria o di brani bene studiati; risposte in francese a domande semplici).

Storia, ore 3 per settimana.

Storia dell'antichità e specialmente dei Greci e dei Romani, con speciale rilievo delle condizioni di coltura delle singole età storiche e continuo riguardo alla geografia.

Matematica, ore 5 per settimana

Aritmetica generale: Equazioni indeterminate di primo grado a due incognite. Teoria delle potenze e delle radici; concetto dei numeri irrazionali. L'unità immaginaria. Equazioni di secondo grado ad una incognita, e equazioni superiori ad una incognita che si possono ridurre a equazioni di secondo grado. I più semplici casi di equazioni di secondo grado a due incognite. Dottrina dei logaritmi.

Geometria: Fondamentali concetti geometrici. Teoria delle parallele. Il triangolo; sue proprietà fondamentali; eguaglianza dei triangoli. Teoremi sul quadrilatero e poligono. Dottrina degli angoli e delle corde nel cerchio. Triangoli e quadrilateri inscritti e circoscritti al cerchio. Proporzionalità delle rette e simiglianza delle figure piane; applicazione dei teoremi al triangolo e al cerchio. La trasversale del triangolo; serie di punti armonici. Equivalenza delle figure. Alcuni problemi di trasformazione e partizione delle figure piane. Calcolo delle superficie. Misura del cerchio. Alcuni problemi sull'applicazione dell'algebra alla geometria.

Còmpiti: Quattro scolastici al semestre.

Geometria descrittiva, ore 3 per settimana.

Ripetizione dei più importanti teoremi sulla posizione reciproca di rette e piani. — Pertrattazione sistematica dei problemi fondamentali della geometria descrittiva che si riferiscono a punti, rette e piani. — Proiezione di figure piane e costruzione delle loro ombre portate sopra i piani di proiezione. — Rappresentazione del cerchio dedotta dalla sua rotazione intorno ad un asse e sviluppo delle più importanti proprietà dell' elisse da proprietà analoghe del cerchio.

Storia naturale, ore 2 per settimana.

Botanica: Osservazione sui tipi del regno vegetale nei loro aggruppamenti naturali, con riflesso alla loro costituzione anatomica e morfologica ed, in generale ai processi vitali della pianta. I caratteri della famiglia sono da svilupparsi sopra singoli rappresentanti del gruppo, escludendo ogni particolare sistematico.

Chimica, ore 3 per settimana.

Chimica inorganica: Ampliamento della materia pertrattata nella IV classe, con ispeciale riguardo alle leggi che accompagnano i processi chimici. Sviluppo sperimentale delle leggi teoriche ed empiriche.

Trattamento particolare dell' idrogeno, ossigeno, azoto, carbonio, come pure delle principali combinazioni di questi elementi; analogo trattamento del cloro, bromo, iodo, fluore, zolfo, boro, fosforo, arsenico, antimonio e silicio.

Caratteri generali dei metalli; speciale pertrattazione di quei metalli e combinazioni metalliche che sono particolarmente importanti dal lato teorico e pratico.

Disegno a mano, ore 3 per settimana.

Disegno di figura; spiegazione dell' anatomia della testa dell' uomo, della sua struttura; le più importanti proporzioni, differenze secondo l' età. — Disegni a contorno, a mezzo ed intero effetto, da corrispondenti esemplari e modelli di gesso.

CLASSE VI.

Religione, ore 2 per settimana.

Primo semestre: Dogmatica; Trattato della Grazia e dei Ss. Sacramenti.

Secondo semestre: Morale.

Lingua italiana, ore 3 per settimana.

Lettura di prose e poesie dei migliori scrittori del secolo XVII e XVI, scegliendo di preferenza dall'Orlando Furioso e dalla Gerusalemme, anche come lettura domestica (da un' edizione scolastica). Brevi biografie degli autori letti. Lettura della Divina Commedia da un' edizione scolastica. Ogni semestre dai cinque ai sei componimenti come nella V, lasciando però agli alunni maggior libertà nello svolgimento.

Lingua tedesca, ore 3 per settimana.

Grammatica: Ripetizione della morfologia; i capitoli più importanti della sintassi, seguendo la grammatica dello Stejskal. Esercizi di traduzione dall'italiano in tedesco (Letture italiane, p. II).

Nel primo semestre, lettura dalla Antologia del Noë, p. I, come nell'anno precedente, scegliendo brani narrativi e descrittivi più difficili. Nel secondo semestre, breve sunto della storia della letteraura tedesca, dalle origini a Klopstock, con speciale riguardo alla prima epoca di splendore (Noë, p. II).

Còmpiti: Come nella classe V, inoltre facili e brevi temi liberi.

Lingua francese, ore 3 per settimana.

Grammatica: Ricapitolazione e completamento della teoria delle forme. Ripetizione ed ampliamento delle leggi sintattiche.

Lettura di scelti brani prosastici di genere narrativo e descrittivo, come pure di facili poesie. Contemporaneamente continuazione ed ampliamento degli esercizi orali con libera applicazione delle voci e delle frasi apprese.

Lavori in iscritto: Ogni semestre quattro còmpiti scolastici e quattro domestici. — Materia per i còmpiti scolastici: Risposte a domande in lingua francese in relazione alle cose lette, dettature e riproduzione di piccoli brani letti. Per i còmpiti domestici: Versione in prosa di poesie narrative; di quando in quando una traduzione dall'italiano in francese.

Storia, ore 3 per settimana.

Storia del medio evo e dell'età moderna fino alla pace di Vestfalia, come nel quinto corso, e con speciale riguardo alla Monarchia austro-ungarica.

Matematica, ore 4 per settimana.

Aritmetica generale: Equazioni logaritmiche ed esponenziali. Progressioni aritmetiche e geometriche; applicazione al calcolo degli interessi composti e delle rendite. Ripetizione.

Geometria: I. Trigonometria. Funzioni goniometriche. Teoremi per la risoluzione del triangolo rettangolo. Continuato sviluppo delle funzioni goniometriche. Soluzione dei poligoni regolari. Teoremi per la risoluzione di triangoli obliquagoli e loro applicazione. Soluzione di semplici equazioni goniometriche. — II. Stereometria. I più importanti teoremi sulla posizione delle rette nello spazio e rispetto ad un piano. Proprietà fondamentali dell' angolo solido in generale e del triedro in particolare (il triedro polare). Divisione dei corpi. Calcolo della superficie e dei volumi del prisma, della piramide e del tronco di piramide. Calcolo del volume del cilindro, del cono, del tronco di cono, come pure della superficie delle forme rette di questi corpi. Superficie e volume della sfera e delle sue parti.

Còmpiti: Quattro scolastici al semestre.

Geometria descrittiva, ore 3 per settimana.

Rappresentazione di prismi, di piramidi, di cilindri e di coni. Sezioni piane, sviluppi, ombre per illuminazione parallela e casi semplici di penetrazioni di questi corpi. Sviluppo elementare delle più importanti proprietà delle sezioni coniche e applicazione di queste proprietà a costruzioni di tangenti alle stesse. Piani tangenziali a superficie cilindriche e a superficie coniche. Ombra portata sull' interno del mantello di prismi e di piramidi.

Storia naturale, ore 2 per settimana

Zoologia: Descrizione degli organi più importanti del corpo umano e delle loro funzioni. (Cenni sul regime di vita) Descrizione delle classi dei vertebrati e dei gruppi più importanti degli invertebrati, avuto riguardo alle condizioni anatomiche e morfologiche ed al loro sviluppo, trascurando i particolari sistematici.

Fisica, ore 4 per settimana

1. *Introduzione:* Oggetto e metodo della fisica. — Ripetizione delle proprietà generali dei corpi. — Molecole, atomi, stato d' aggregazione.

2. *Meccanica:* Nozioni preliminari del moto, moto uniforme ed uniformemente variabile. — Inerzia. — Caduta libera. — Misura dinamica e statica delle forze. — Peso. — Resistenza dell'aria. — Moto dei gravi lanciati verticalmente in alto. — Concetto e misura del lavoro. — Forza viva. — Energia. — Composizione e decomposizione dei movimenti, moto parabolico. — Caduta dei gravi lungo un piano inclinato. — Composizione e decomposizione delle forze applicate ad uno stesso punto; risultante delle forze che agiscono su punti diversi di un sistema rigido. Il momento di rotazione La coppia. — Centro di gravità, diverse specie d'equilibrio, stabilità. — Le macchine semplici (accennando il principio della conservazione del lavoro). — Ostacoli al moto (impossibilità del moto perpetuo). — La bilancia comune e la bilancia decimale. — Moto curvilineo. — Forza centripeta e centrifuga. — Moto centrale. — Leggi d'oscillazione del pendolo matematico e fisico, di quest'ultimo soltanto in via sperimentale. (Pendolo a reversione) — Forze molecolari (ripetizione di ciò che fu trattato nei corsi inferiori). — Modulo di elasticità. — Tenacità. — Dell'urto. — Ripetizione dell'idrodinamica e complemento della materia pertrattata nei corsi inferiori. — Teorema d'efflusso orizzontale. — Pressione molecolare, capillarità, soluzione, diffusione. — Ripetizione e completamento dell'aeromeccanica. — La legge di Mariotte-Gay-Lussac. — Peso dei gas. — Calcolo della rarefazione mediante la macchina pneumatica e della condensazione mediante la tromba di compressione. — Perdita di peso dei corpi nell'aria. — Isometria barometrica. — Efflusso dei gas. — Diffusione. — Assorbimento.
3. *Termologia:* Termometri. — Coefficenti di dilatazione. — Calorimetria. — Relazioni fra il calore ed il lavoro meccanico. — Equivalente meccanico del calore. — Teoria del calore. — Cambiamento di stato d'aggregazione con riguardo alla teoria meccanica del calore. — Vapori saturi e soprariscaldati. — Densità dei vapori (Peso molecolare). — Igrometria. — Meteore acquee. — Macchina a vapore — Propagazione del calore. — Irradiazione del calore. — Linee isotermiche e isobariche. — Venti.
4. *Dottrina delle ondulazioni:* Leggi delle vibrazioni semplici. — Composizione di vibrazioni — Oscillazioni trasversali e

longitudinali. — Riflessione ed interferenza del moto ondulatorio. — Formazione di nodi e ventri. (Pertrattazione grafica ed esperimentale).

5. *Acustica:* Produzione dei suoni. — Diverse specie di suoni. — Determinazione dell' altezza dei suoni. — Scala diatonica del modo maggiore e del modo minore. — Il triaccordo. — Leggi sulle vibrazioni delle corde elastiche (Sonometro). — Toni concomitanti. — Intensità e colorito del suono. — Risonanza. — Vibrazioni delle verghe, lamine e membrane elastiche. — Tubi sonori. — L'organo vocale. — Propagazione del suono. — Velocità del suono. — Diminuzione d' intensità dei suoni coll' aumentare della distanza. — Riflessione ed interferenza delle onde sonore. L' organo dell' udito.

Chimica, ore 2 per settimana.

Chimica organica: Concetti di una combinazione organica. — Ricerca dei componenti una combinazione organica; formole atomistiche; formole molecolari; formole empiriche e razionali.

Petrolio, metano, etano, propano, butano e pentano unitamente ai loro derivati; acido palmitico, stearico e cerotico. — Etileno e propileno ed i loro principali derivati. — Acetilene, le principali combinazioni alliliche, acido oleico; grassi naturali (sapone e candele); idrati carbonici; fermentazione alcoolica.

Le più importanti combinazioni del cianogeno. — Breve pertrattazione del catrame di carbone fossile. — Benzolo, toluolo coi loro principali derivati. — Di e trifenilmetano con riguardo al colore del catrame. — Indaco. — Naftalina, antracene. — Piridina, chimolina, acridina; principali alcaloidi. — Olio di trementina, canfora; cautschouk e guttaperca; resine. — Sostanze albuminoidi.

Disegno a mano, ore 2 per settimana.

Continuazione del disegno di figura dalla plastica e da esemplari più difficili. — A misura del tempo disponibile, ripetizione dell' ornamento e del disegno di piante naturali.

CLASSE VII.

Religione, ore 1 per settimana

La chiesa cattolica, la sua dottrina e la sua storia.

Lingua italiana ore 4 per settimana.

Lettura di alcune poesie liriche di Dante, del Petrarca e del Poliziano; del Boccaccio alcune delle novelle più semplici. Cenni biografici di questi autori. Sguardo generale al rinascimento e agli umanisti.

Continuazione della lettura della Divina commedia, della quale poi, come riassunto delle spiegazioni date via via, si porranno in rilievo il carattere speciale e il pensiero fondamentale che la informano.

Riassunto della storia letteraria nelle sue fasi principali dal secolo XIV al XIX, con ricapitolazione continua delle letture fatte. In questa classe sarà pure il caso di spiegare certe prose o poesie di capitale importanza che per la loro difficoltà non si sieno trattate nelle due classi precedenti.

Esercizi di libera esposizione orale da parte degli alunni, di qualche argomento tratto dagli studi fatti.

Componimenti come nella classe VI.

Lingua tedesca, ore 3 per settimana.

Grammatica come nella classe VI. Esercizi di traduzione dall' italiano in tedesco come nella classe VI. La letteratura tedesca nella seconda epoca di splendore. Brevi biografie dei maggiori poeti da Klopstock a Goethe, e cenni sulle loro opere principali. I poeti austriaci (Noë, p. II).

Eventuale lettura di un' opera classica da un' edizione scolastica

Còmpiti come nella classe VI.

Lingua francese, ore 3 per settimana.

Grammatica: Ripetizione della materia trattata nei corsi precedenti. Completamento della sintassi.

Lettura di brani prosastici e poetici di vario genere.

Lavori in iscritto: Ogni semestre quattro còmpiti scolastici e quattro domestici. Materia per i còmpiti scolastici come nella classe VI, con esigenze maggiori. Per i còmpiti domestici: Disposizioni e sunti. Nel secondo semestre anche traduzioni dal francese in italiano come còmpiti scolastici e domestici

Storia, ore 3 per settimana.

Storia dell' evo moderno dopo la pace di Vestfalia, secondo gli stessi criteri dei corsi precedenti e con speciale riguardo alla Monarchia austro ungarica. Ripetizione della geografia della Monarchia austro-ungarica. Sguardo statistico alla produzione delle materie prime, all' industria ed al commercio, confrontati con gli altri Stati d' Europa. Costituzione ed amministrazione della Monarchia con speciale riguardo alla parte austriaca.

Matematica, ore 5 per settimana.

Aritmetica generale: Dottrina delle combinazioni. Teorema binomiale per esponenti interi e positivi. Dottrine fondamentali del calcolo di probabilità.

Geometria: I. Trigonometria sferica. Esposizione delle più importanti proprietà del triangolo sferico. Superficie del triangolo sferico. Formole fondamentali per la risoluzione di triangoli sferici rettangoli e obliquangoli. Applicazione della trigonometria sferica alla stereometria e a semplici problemi di astronomia. — II. Geometria analitica: La retta, il cerchio e le sezioni coniche esaminate analiticamente in rispetto ad un sistema di coordinate ortogonali, ed in singoli casi importanti anche ad un sistema di coordinate polari. Proprietà delle coniche relativamente ai fuochi, alle tangenti, alle normali e ai diametri. Quadratura della elisse e della parabola. Ripetizione della materia trattata nei corsi superiori, per lo più praticamente mediante soluzione di problemi.

Còmpiti: Quattro scolastici al semestre.

Geometria descrittiva, ore 2 per settimana.

Rappresentazione della sfera e sezioni piane della stessa. — Piani tangenziali, cilindri e coni tangenziali a superficie sferiche. — Ombra propria ed ombra portata sulla parte convessa e sulla parte concava di superficie cilindriche e coniche, come pure su calotte sferiche. — Ripetizione delle parti più importanti della geometria descrittiva.

Storia naturale, ore 3 per settimana.

Mineralogia: (I semestre). Studio dei minerali più importanti riguardo alle loro forme cristallografiche, ai loro caratteri fisici e chimici, ed altre relazioni istruttive a seconda di un sistema, però coll'omissione di tutte le forme rare o difficilmente alla portata degli scolari.

Elementi di geologia: (II semestre). Cenni sulle trasformazioni fisiche e chimiche. Descrizione dei principali tipi di rocce.

Dei giacimenti delle rocce e della struttura dei monti, possibilmente illustrata da esempi di località vicina; breve descrizione delle epoche geologiche, con frequenti confronti nel trattare le forme palenteologiche di tipi esistenti e vicendevoli analogie.

Fisica, ore 4 per settimana.

Nel II semestre un' ora settimanale è dedicata esclusivamente ad una ripetizione riassuntiva della materia.

Principi fondamentali di Astronomia (*Cosmografia*). Movimento diurno apparente della sfera celeste; tempo sidereo; coordinate riferite e all' orizzonte e all' equatore; determinazione del meridiano e dell' altezza polare. — Forma e dimensioni della terra. — Rotazione della stessa intorno al proprio asse (esperienza di Foucault) e conseguenze. — Movimento apparente del sole, eclittica, coordinate riferite all' eclittica. — Tempo vero e tempo medio. — Anno sidereo e tropicale. — Giorno intercalare. — Movimento reale della terra intorno al sole. — Distanza del sole. — Pianeti, breve spiegazione del loro movimento apparente. — Le leggi di Kepler; deduzione della legge di Newton da quelle di Kepler. — Distanza e movimento della luna. — Descrizione di un metodo per la determinazione della densità media della terra. — Confronto tra la massa della terra e quella del sole, alta e bassa marea — Precessione degli equinozi, spiegazione sperimentale. — Alcune brevi osservazioni sopra singoli pianeti, comete, stelle cadenti, stelle fisse, nebulose apparenti e reali.

a) *Magnetismo:* Ripetizione dei fenomeni fondamentali. — La legge di Coulomb, intensità dei poli, del campo magnetico, linee di forza — Posizione dei poli, movimento magnetico. Gli elementi del magnetismo terrestre.

b) *Elettricità statica:* Ripetizione dei fenomeni fondamentali sull' elettrizzazione per strofinio, contatto ed influenza. — Macchine d' influenza — La legge di Coulomb e la misura elettrostatica della quantità di elettricità; campo elettrico, le proprietà più importanti del potenziale in un punto nel campo. — Potenziale di un conduttore. Spiegazione del potenziale col mezzo di esperienze. — Capacità, condensatori (costante dielettrica), energia di un corpo elettrizzato. — Elettricità atmosferica.

c) *Corrente elettrica:* Differenza di potenziale in un elemento galvanico aperto, forza elettro-motrice, esperienza fondamentale di Volta, batterie galvaniche. — La corrente elettrica, il suo campo magnetico, la legge di Biot-Savart, unità elettromagnetica dell' intensità della corrente e l'Ampère. — Bussola delle tangenti di Weber. — Galvanometro a specchio. — Legge di Ohm. — Elettrolisi, polarizzazione, elemento costante. — Accumulatori. — Calore sviluppato dalla corrente. — Legge di Joule, le unità elettromagnetiche della resistenza e della forza elettromotrice; l' Ohm legale e il Volt. — Illuminazione elettrica. Effetto Peltier, correnti termiche. — Misura della resistenza col metodo di sostituzione. — Metodo di Ohm per la determinazione delle costanti dell' elemento galvanico. — Correnti derivate in due circuiti. — Campo magnetico in un circuito piano. — Azione mutua di due circuiti. — Campo magnetico di un solenoide; teoria del magnetismo di Ampère; elettro-calamite, applicazioni. — Fenomeni fondamentali del diamagnetismo. — Rotazioni elettromagnetiche. — Induzione di corrente con riguardo al principio dell' energia. — Azioni fisiologiche delle correnti indotte. — Spiegazione di una macchina magneto-elettrica e dinamo-elettrica. — Induttore di Ruhmkorf. — Telefono e microfono.

Ottica: Ripetizione della parte trattata nella IV classe sulla propagazione della luce. — Ipotesi sulla luce. — Determinazione della velocità. — Fotometria. — Riflessione, spiegazione colla teoria delle ondulazioni. Imagini con gli specchi piani e convessi. Rifrazione, spiegazione colla teoria delle ondulazioni; riflessione totale. — Passaggio della luce attraverso una lamina a facce parallele, prisma, deviazione minima, determinazione dell' indice di rifrazione. — Lenti, calcolo e costruzione delle immagini, aberrazione di sfericità. — Dispersione; aberrazione cromatica, lenti acromatiche — Spiegazione grafica dell' arcobaleno. — Spettrometro, spettri di emissione e di assorbimento, l' essenziale sull' analisi spettrale, spiegazione delle linee di Fraunhofer, colore dei corpi. — Brevi osservazioni sulla fluorescenza e fosforescenza. — Azioni chimiche della luce. — Azioni termiche, raggi sub-rossi; emissione ed assorbimento degli stessi; sostanze diatermane ed atermane. — Raggi Röntgen.

— Apparato di proiezione, camera fotografica, occhio umano. — Microscopio e cannocchiale diottrico, con breve discussione sull' ingrandimento.

Interferenza: Colori di lamine sottili, anelli di Newton, diffrazione prodotta da una fessura. — Polarizzazione per riflessione e rifrazione semplice. — Polarizzazione per doppia rifrazione; lamine di tormalina. — Prisma di Nicol. — Rotazione del piano di oscillazione. (Saccarimetro).

Disegno a mano, ore 3 per settimana.

Preparazione dei lavori per l' esame di maturità nei limiti prescritti per le classi precedenti. — Nella scelta degli oggetti è da prendersi in considerazione l' individuale abilità dello scolaro.

Osservazione: Per gli esercizi nello schizzare e per il disegno a memoria vengono raccomandati agli scolari dalla III classe in poi libri di schizzi.

MATERIE LIBERE.

Chimica analitica, soltanto per gli allievi delle classi superiori, in due corsi.

CORSO I. — Due ore per settimana.

Esperimenti di soluzioni e separazioni con diversi solventi (acqua, alcool, acidi, ammoniaca, alcali caustici e solfuro di carbonio).

Esperimenti di formazioni delle principali combinazioni, come ad esempio: ossidi basici, ossidi acidi, solfuri ed acidi.

Alcuni processi di riduzione col cannello ferruminatorio nella fiamma di riduzione. Processi di riduzione nel tubetto di vetro e con carbone a temperatura elevata.

Esame dei corpi minerali per via umida; ricerca sistematica dei principali corpi inorganici, prescindendo dall' analisi composta qualitativa.

Ricerca dei corpi minerali per via secca; fenomeni prodotti dalla loro fusione su lamina di platino con l' aggiunta di nitrato di potassio e carbonato di sodio; fenomeni di coloramento alla perla di borace; reazioni colorate alla fiamma Bunsen.

Determinazione qualitativa di diversi metalli nelle leghe, e dei più comuni minerali con più componenti.

CORSO II. — Due ore per settimana.

Alcuni esempi di ripetizione dell' analisi semplice dei corpi minerali, analisi con liquidi titolati di acidi minerali ed organici di soluzioni basiche e di soluzioni di carbonati.

Riconoscimento delle principali combinazioni del cianogeno, e loro importanza quali reagenti. Determinazione qualitativa del carbonio, nitrogeno, idrogeno, zolfo, fosforo e dei metalli in combinazioni organiche.

Analisi delle principali combinazioni delle paraffine, dei carboni idrati e della serie aromatica.

Le principali reazioni su alcuni colori minerali ed esperimenti di tintoria con indaco, alizarina e con i principali colori di anilina.

Stenografia, soltanto per allievi dalla classe quarta in su, in due corsi.

CORSO I. — Due ore per settimana.

Segni stenografici ed unione di essi per la formazione delle parole. — Abbreviazione delle parole. — Sigle.

CORSO II. — Due ore per settimana.

Abbreviazione logica: *a*) Abbreviazione radicale; *b*) Abbreviazione formale; *c*) Abbreviazione mista. — Sigle parlamentari. — Frasi avverbiali. — Esercizi pratici.

Testo: Manuale di stenografia secondo il sistema di Gabelsberger, applicato alla lingua italiana da Enrico Noë.

Ginnastica, due ore settimanali per classe.

L' istruzione fu impartita in base al piano d' insegnamento della ginnastica, emanato coll' ordinanza ministeriale del 12 Febbraio 1897, N. 17261 ex 1896.

SPECCHIETTO RIASSUNTIVO
delle materie e delle ore settimanali nelle singole classi.

MATERIE	CLASSE							Somma
	I	II	III	IV	V	VI	VII	
Religione cattolica	2	2	2	2	2	2	1	13
„ ebraica	1	1	1	1	1	1	1	7
Lingua italiana	4	4	4	4	3	3	4	26
„ tedesca	6	5	5	3	3	3	3	28
„ francese	—	—	—	—	3	3	3	9
Geografia	3	2	2	2	—	—	—	9
Storia	—	2	2	2	3	3	3	15
Matematica	4	3	3	3	5	4	5	27
Geometria e disegno geometrico . .	—	2	2	3	—	—	—	7
Geometria descrittiva	—	—	—	—	3	3	2	8
Storia naturale	2	2	—	—	2	2	3	11
Fisica	—	—	3	2	—	4	4	13
Chimica	—	—	—	3	3	2	—	8
Disegno a mano	4	4	4	4	3	2	3	24
Calligrafia	1	1	—	—	—	—	—	2
Somma per i cattolici .	26	27	27	28	30	31	31	200
Somma per gl'israeliti .	25	26	26	27	29	30	31	194

Materie libere:

Chimica analitica, (soltanto per allievi delle classi superiori), 2 corsi con due ore settimanali.

Stenografia, (per allievi dalla quarta in su), 2 corsi con due ore settimanali.

Ginnastica, due ore settimanali per classe.

III.

LIBRI DI TESTO

usati nell' anno scolastico 1907-1908.

Religione cattolica.

Classe I: Catechismo grande della religione cattolica, ediz Monauni, Trento, 1899-1906.

Classe II: Catechismo grande della religione cattolica, come nella classe I; *Cimadomo*, Catechismo del culto cattolico, ediz. VI-IX, Seiser, Trento 1895-1906.

Classe III: *Dr. Schuster*, Storia sacra del vecchio e del nuovo Testamento, i. r. disp. libri scol., Vienna.

Classe IV: *Cimadomo*, Catechismo del culto cattolico, ediz. VI-IX, Seiser, Trento, 1895-1906.

Classi V e **VI:** *F S Schouppe*, Breve corso di religione, ed. Artigianelli, Torino, 1906.

Classe VII: *Favento*, Storia della chiesa cattolica, ediz. Cobol e Priora, Capodistria, 1888.

Lingua italiana.

Classe I: Nuovo libro di letture italiane, p. I, ed. Schimpff, Trieste, 1898; *Curto dott. G.*, Grammatica della lingua italiana, ediz. II-IV, Vram, Trieste, 1903-1906.

Classe II: Nuovo libro di letture italiane, p. II, ed. Schimpff, Trieste, 1899, *Curto dott. G.*, Grammatica della lingua italiana, come nella classe I.

Classe III: Nuovo libro di letture italiane, p. III, ed. Schimpff, Trieste, 1901; *Curto dott. G.*, Grammatica della lingua italiana, come nelle classi I e III.

Classe IV: Nuovo libro di letture italiane, p. IV, ediz. Schimpff, Trieste 1902, *Curto dott. G.*, Grammatica della lingua italiana, come nelle classi I-III.

Classe V: Antologia di poesie e prose italiane, p. I e II, ediz. II, Chiopris, Trieste-Fiume, 1891.

Classe VI: Antologia di poesie e prose italiane, p. I e III, ediz. II, Chiopris, Trieste-Fiume, 1891.

Classe VII: Antologia di poesie e prose italiane, p. IV, ediz II, Chiopris, Trieste-Fiume, 1891. — *Dante.* La Divina Commedia, ed. Barbèra, Firenze, 1903.

Lingua tedesca.

Classe I e **II:** *Defant G.*, Corso di lingua tedesca, p. I, soltanto ediz. III, Monauni, Trento, 1902.

Classe III: *Defant G.*, Corso di lingua tedesca, p. I, come nelle classi I e II; *Defant G*, Corso di lingua tedesca, p. II, soltanto edizione II; Monauni, Trento, 1906.

Classe IV: *Defant G.*, Corso di lingua tedesca, p II, come nella classe III.

Classe V: *Defant G.*, Corso di lingua tedesca, p. II, come nelle classi III e IV; *Noë E.*, Antologia tedesca, p. I, soltanto ediz. IV, Manz, Vienna 1905.

Classe VI: *Dr. K. Kummer*, Deutsche Schulgrammatik, ediz VII, Tempsky, Vienna 1906. *Noë E.*, Antologia tedesca, p. I, come nella classe V; *Noë E*, Antologia tedesca, p. II, soltanto ediz. IV, Manz, Vienna 1906; Nuovo libro di letture italiane, p. II, (come nella classe seconda), quale libro di versione dall'italiano nel tedesco.

Classe VII: *Dr. K Kummer*, Deutsche Schulgrammatik, come nella classe VI; *Noë E.* Antologia tedesca, p. II, come nella classe VI.

Lingua francese.

Classe V: *Zatelli D.*, Corso di lingua francese, p. I, soltanto ediz. III, Grandi e Comp., Rovereto, 1903; *Filek Dr. E.*, Französische Chrestomathie, ed. VI, Hölder, Wien, 1895.

Classe VI: *Zatelli D.*, Corso di lingua francese, p. II, soltanto ediz. II, Sottochiesa, Rovereto 1901; *A. Bechtel*, Französische Chrestomathie, ediz. IV-V, Manz, Wien, 1892-1902.

Classe VII: *A. Bechtel*, Französische Chrestomathie, come nella classe VI.

Geografia e storia.

Classe I: *Gratzer Dr. C.*, Testo di Geografia per le scuole medie, p. I, ed. Monauni, Trento 1905; *Kozenn B. Stenta Dr. M.* Atlante geografico ad uso delle scuole medie, ediz. Hölzel, Vienna, 1904.

Classe II: *Morteani L.*, Compendio di geografia per la seconda classe ginnasiale, ed. Schimpff, Trieste, 1895; *Mayer F.*, Manuale di Storia per le classi infer. delle scuole medie, p. I, ed. Tempsky, Vienna e Praga, 1898; *Kozenn-Stenta*, Atlante geografico, come nella classe I; *Putzger F. W.*, Historischer Schulatlas, ediz. XI-XXV. Pichler, Wien, 1889-1905.

Classe III: *Morteani L.*, Compendio di geografia per la terza classe ginnasiale, ed. Schimpff, Trieste, 1896; *Mayer Dr. F.*, Manuale di storia per le classi infer. delle scuole medie, p. II, ediz. Tempsky, Vienna e Praga, 1897; *Kozenn-Stenta*, Atlante geografico, come nelle classi I e II; *Putzger F. W.*, Historischer Schulatlas, come nella classe II.

Classe IV: *Klun Dr. V.*, Geografia universale ad uso delle scuole medie, p. II, ediz. IV, Gerold, Vienna, 1892; *Mayer Dr., F.*, Manuale di storia per le classi infer. delle scuole medie, p. III, ed. Tempsky, Vienna e Praga, 1895; *Kozenn Stenta*, Atlante geografico, come nelle classi I-III; *Putzger F. W.*, Historischer Schul-atlas, come nelle classi II e III.

Classe V: *Zeehe A.*, Manuale di Storia antica, ed. Monauni, Trento, 1906; *Putzger F. W.*, Historischer Schulatlas, come nelle classi II-IV.

Classe VI: *Gindely A.*, Manuale di storia universale per i ginnasi superiori, vol. II, ed. Loescher e Tempsky, Torino e Praga, 1887, e vol. III, ed. Tempsky, Vienna e Praga 1895; *Putzger F. W.*, Historischer Schulatlas, come nelle classi II-IV.

Classe VII: *Gindely A.*, Storia universale, tomo III, come nella classe VI; *Hannak Dr. E.*, Compendio di storia, geografia e statistica della monarchia aust-ung., ediz. III, Hölder, Vienna, 1894; *Haardt V.*, Geographischer Atlas der österr.-ungar. Monarchie, ediz. III, Hölzel, Wien: *Putzger F. W.*, Historischer Schulatlas, come nelle classi II-VI.

Matematica.

Classi I e II: *Wallentin dott. F.*, Manuale di aritmetica per la prima e la seconda classe delle scuole medie, ediz. Monauni, Trento, 1896.

Classe III: *Wallentin dott. F.*, Manuale di aritmetica per la terza e quarta classe delle scuole medie, ediz. Monauni, Trento, 1892.

Classe IV: *Wallentin dott. F.*, Trattato di aritmetica per le classi superiori dei ginnasi e delle scuole reali, ed. Monauni, Trento 1895; *Postet Fr.*, Raccolta di quesiti di esercizio, ediz. Monauni, Trento, 1895.

Classe V-VII: *Wallentin dott. F.*, Trattato di aritmetica e *Postet Fr.*, Raccolta di quesiti, come nella classe IV; *Mocnik dott. F.*, Trattato di geometria, ed. Dase, Trieste, 1891.

Geometria, disegno geometrico e geometria descrittiva.

Classi II-IV: *Ströll A.*, Elementi di geometria, ediz. II, Hölder, Vienna, 1903

Classi V-VII: *Menger G.*, Elementi di geometria descrittiva, ed. Hölder, Vienna 1888.

Storia naturale.

Classi I-II: *Pokorny dott. A.*, Storia naturale del regno animale, ed. Loescher, Torino e Vienna, 1902; *Pokorny dott. A.-Caruel T.*, Storia illustrata del regno vegetale, ed V-VI, Loescher, Torino e Vienna, 1891-1904.

Classe V: *Burgerstein Dr. A.*, Elementi di botanica, ediz. Hölder, Vienna 1895.

Classe VI: *Dr. Graber*, Elementi di zoologia, ediz. Tempsky, Vienna e Praga, 1896.

Classe VII: *Hochstetter Dr. F.* e *Bisching Dr. A.*, Elementi di mineralogia e geologia, ed. Hölder, Vienna, 1882.

Fisica.

Classe III: *Dr. G. Krist*, Elementi di fisica per le classi inferiori delle scuole medie, ed. Monauni, Trento 1894.

Classe IV: *Vlacovich N.*, Elementi di fisica sperimentale, ediz. II, Caprin, Trieste, 1888.

Classi VI e VII: *Münch P.*, Trattato di fisica, ed. Hölder, Vienna, 1898.

Chimica.

Classe IV: *Fiumi G.*, Elementi di chimica e mineralogia, ediz. I e II, Grigoletti, Rovereto, 1900 e Monauni, Trento 1904.

Classi V e VI: *Fiumi G.*, Trattato di chimica, ediz II-III, Rovereto, 1894, Monauni, Trento, 1905.

Nell'anno scolastico 1908-09 avverranno i seguenti cambiamenti:

Religione: Cesserà l' uso del *Catechismo grande* nella classe III e del *Favento* nella classe VII; verranno introdotti nella classe III il *Cimadomo*, come nella classe II, e nella classe VII il Compendio di Storia ecclesiastica ad uso delle Scuole medie italiane della Monarchia, ed. Monauni, Trento, 1908.

Geografia: Cesserà l' uso del *Klun* nella classe IV, che verrà sostituito col Compendio di geografia della Monarchia austro-ungarica del prof. *Morteani L.*, ediz. Schimpff, Trieste, 1897; e sarà ammesso l' uso delle II edizioni del *Morteani*, Compendio di geografia per la III classe delle scuole medie, Schimpff, Trieste 1907, e *Morteani*, Compendio di Geografia per la III classe delle scuole medie, Schimpff, 1908.

Fisica: Cesserà l'uso del *Vlacovich* nella classe IV, che verrà sostituito col *Krist*, già in uso nella classe III.

IV.

TEMI DI LINGUA ITALIANA

eaborati dagli scolari dei corsi superiori, ed esercizi rettorici.

CLASSE V *a*

Il ferro e l'oro. Dialogo (dom.) — Tutto quel che ci è intorno, dall'atomo di polve al maggior dei pianeti, tutto ci parla, purchè sappiamo ascoltare. (Tommaseo) (scol.) — L'arcano rimorso di Aristodemo (dom.) — Il contenuto morale dell'Odissea (scol.) — Partenza! (dom.) — La sirena dell'opificio (scol.) — La forza invitta dell'ingordo ventre (Odissea XVII) (dom.) — Il monologo d'Adelchi (scol.) — Le comunicazioni fluviali e marittime (dom.) — Il tempo è denaro (scol.).

prof. G. Benco.

CLASSE V *b*.

Tipi e macchiette nel libro del Manzoni (dom.) — Di alcuni elementi mitologici nell'Ode «Al signor di Montgolfier» (scol.) — S'io non andrò sempre fuggendo di gente in gente. (La vita di U. Foscolo) (dom.) — Salite alpestri, ascensioni umane (scol.) — Il capo d'anno (dom.) — L'età di Pericle (scol.) — Significato e importanza dei cori manzoniani (dom.) — In morte di un nostro grande amico (E. de Amicis) (scol.) — Figure e figurette goldoniane (dom.) — Il ritorno di Ulisse (scol.)

prof. G. Farolfi.

CLASSE VI *a*

L'utilità della stampa (dom.) — La Grecia vinta sedusse col fascino della sua intellettualità Roma vincitrice (scol.) — Il tuo padre morì quando fu vinto. (Attilio Regolo, Atto I, Scena III) (dom.) — L'anello della ragione (Orlando Furioso VII) (scol.) — Gli eredi del giovin signore (dom.) — L'ambizione si attacca più facilmente alle anime piccole che alle grandi (scol.) — La luce artificiale (dom). — Il saccente (ritratto morale) (scol.) — L'imboschimento del Carso (dom.) — Goffredo di Buglione eccita i crociati alla conquista di Gerusalemme (scol.).

prof. G. Benco.

CLASSE VI *b*.

Una salita in montagna (dom.) —

La gola e il sonno e l'oziose piume
Hanno dal mondo ogni virtù bandita.

(Petrarca). (Scol.)

La telegrafia Marconi attraverso l'Oceano (dom.) — Una lezione d'antropologia (scol.) — Nell'anniversario della morte di G. Carducci (dom.) — L'Ariosto narra un episodio dell'Orlando (scol.) — La ferrovia, seminatrice d'energie (dom.) — Se fossi ricco .... (scol.) — La bicicletta (dom.) — Le mie letture preferite (scol).

prof. E. Rossmann

CLASSE VII *a*.

L'oro è come l'acqua d'un fiume che desola e rovina se inonda subitamente, mentre porta in ogni dove la fecondità e la vita, se giunge lentamente per mille condotti (dom.) — Dante contempla Firenze dal monte Uccellatoio (scol.) — Il rimorso sfibra e deprava oppure eccita e nobilita? (dom.) — Pio II ad Ancona (scol.) —

..... io mi son un che quando
Amore spira, noto; ed a quel modo
Ch'ei detta dentro, vo significando.

(Dante, purg. XXIV). (Dom.)

L'avventura di una moneta falsa (scol.) — Quali relazioni corrano tra le differenti maniere di civiltà e le fogge del vestire (scol.) — L'ospitalità (scol.) — A scelta: *a*) L'azione dell'acqua nella formazione della superfice terrestre; *b*) Ma nulla fa chi troppe cose tenta; *c*) La morte di Orlando nella Chanson de Roland e nel Morgante Maggiore (dom.) — A scelta: *a*) Civiltà marittima e civiltà continentale; *b*) L'acido solforico e le industrie; *c*) Le condizioni morali e politiche di un popolo animano e informano la sua letteratura, e la letteratura opera efficacemente nelle condizioni morali e civili di esso popolo (mat.)

prof. R. Pierobon.

CLASSE VII *b*.

La Firenze di Cacciaguida (dom.) — Telescopio e microscopio (scol.) — Come descrive la poesia e come narra la pittura (Secondo il Laocoonte) (dom.) — Gallerie, ponti e canali. (scol.) —

Anima umana, sei simile all'acqua,
Sorte dell'uomo, sei simile al vento.

(Goethe). (Dom.)

La pietra (scol.) — I demoni della quinta bolgia (dom.) — Il fuoco (scol.) — Il primo canto del Purgatorio (dom.) — A scelta: *a*) Il commercio e la civiltà; *b*) Le splendide fortune, al pari dei venti impetuosi, producono grandi naufragi (Plutarco); *c*) L'elettricità nella vita moderna (mat.)

prof. G. Braun.

Esercizi rettorici.

CLASSE VII *a*.

La congiura de' Pazzi nella storia e nella tragedia di Vittorio Alfieri. (V. Piani).

prof. R Pierobon.

CLASSE VII *b*.

Il Sogno d'una notte d'estate di Shakespeare e il Peter Squentz di Andrea Gryphius (R. Velcich). — Rinnovamento sociale e intellettuale nella seconda metà del secolo XVIII. (P. Sardotsch) — I periodi geologici. (G Türk). — Fiorentini nell'Inferno di Dante. (C. Pozzo).

prof. G. Braun

V.

RAGGUALI STATISTICI.

	CLASSE I				II				III				IV				V			VI		VII		SOMMA		
	a	b	c	d succ.	a	b	c	d succ.	a	b	c	d succ.	a	b	c succ.	d succ.	a	b	c	a	b	a	b	Scuola madre	Succursale	Totale
1. Numero.																										
Alla fine del 1906-1907	41	45	47	42	35^{1}	38	35	42	43	42	34*)	31	35	31^{1}	28	.	27	25^{1}	21	35^{2}	36	28	27^{1}	591^{6}	177	768^{6}
Al principio del 1907-1908	56	57	57	56	38	39	38	40	32	32	33	37	42	43	33	31	28	28	.	25	25	29	28	630	197	827
Entrati durante l'anno	2	1	2	2	1	.	1	.	1	1	1	1	.	1	.	1	2	.	.	.	1	.	1	11	4	15
Inscritti quindi in tutto	58	58	59	58	39	39	39	40	33	33	34	38	42	44	33	32	30	28	.	25	26	29	29	645	201	846
Di questi sono:																										
a) Scolari nuovi:																										
promossi	50	52	54	52	3	2	4	3	2	5	4	3	3	4	1	6	4	3	.	.	1	1	1	193	65	258
ripetenti	.	.	1	.	.	1	.	.	1	.	.	.	1	.	.	1	1	.	.	.	.	.	.	5	1	6
b) dell'Istituto:																										
promossi	.	.	.	.	29	34	33	34	24	28	25	32	33	35	32	24	19	19	.	22	20	27	28	376	122	498
ripetenti	8	6	4	6	7	2	2	3	6	.	5	3	5	5	.	1	6	6	.	3	5	1	.	71	13	84
Uscirono durante l'anno	10	13	16	12	3	3	2	3	3	.	1	9	3	4	5	6	1	2	.	1	5	.	1	68	35	103
Rimasero alla fine dell'anno:																										
pubblici	48	45	43	46	30	36	37	37	30	33	33	29	39	39	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576	166	742
privati	.	.	.	.		.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Somma	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	40	28	26	29	26	.	24	21	29	28	577	166	743
2. Luogo di nascita.																										
Trieste e territorio	34	35	29	30	27	29	23	29	23	24	22	20	25	28^{1}	23	21	15	19	.	15	16	21	17	402^{1}	123	525^{1}
Istria	6	3	5	12	3	4	6	2	3	7	5	5	7	7	5	3	7	1	.	4	3	3	3	77	27	104
Gorizia-Gradisca	.	1	2	2	2	.	2	2	2	.	2	2	2	1	.	1	3	2	.	3	.	.	1	23	7	30
Dalmazia	.	1	3	1	.	.	2	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	2	.	.	1	.	3	13	1	14
Altre province della monarchia	1	.	.	.	1	.	.	3	.	.	1	1	.	.	.	.	1	1	.	1	1	1	2	10	4	14
Estero (compr. Ungheria)	7	5	4	1	3	3	4	1	2	2	3	1	4	3	.	1	3	1	.	1	.	4	2	51	4	55
Somma	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	39^{1}	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576^{1}	166	742^{1}
3. Lingua famigliare.																										
Italiana	48	44	40	46	36	36	35	35	30	32	32	29	37	39^{1}	28	26	29	26	.	24	21	28	28	565^{1}	164	729^{1}
Slovena	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Boema	.	.	.	.	.	.	.	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	2
Serba	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Greca	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	3	.	3
Inglese	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Ungherese	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Italiana-Francese	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Italiana-Serba	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Italiana-Tedesca	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Italiana-Greca	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Somma	48	45	43	46	36	36	35	37	30	33	33	29	39	39^{1}	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576^{1}	166	742^{1}

	CLASSE																							SOMMA		
	I				II				III				IV				V			VI		VII		Scuola madre	Succursale	Totale
	a	*b*	*c*	*d* succ.	*a*	*b*	*c*	*d* succ.	*a*	*b*	*c*	*d* succ.	*a*	*b*	*c* succ.	*d* succ.	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*a*	*b*			
4. Religione.																										
Cattolica	42	43	38	46	35	33	34	36	26	28	31	28	34	30[1]	28	26	29	26	.	21	19	28	24	521[1]	164	685[1]
Greco-orientale	1	1	1	.	.	1	.	.	.	.	1	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	7	.	7
Serbo-ortodossa	.	.	1	.	.	.	.	.	1	.	1	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	5	.	5
Evangel. di conf. aug.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
" " " elvet.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
Israelitica	5	1	3	.	.	1	3	1	3	3	.	1	3	9	.	.	.	.	.	3	2	.	3	39	2	41
Senza confessione	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	.	2
Somma	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	39[1]	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576[1]	166	742[1]
5. Età.																										
Di anni 11	15	16	8	11	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.		.	.	.	.	39	11	50
" 12	18	13	16	14	13	8	4	8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	72	22	94
" 13	10	9	9	15	7	11	17	15	7	5	2	5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	77	35	112
" 14	2	6	7	5	13	11	8	10	3	12	12	11	10	6	6	2	.	.	.	.	.	.	.	90	34	124
" 15	2	1	3	1	2	5	6	4	13	8	9	6	9	16[1]	12	10	6	7	.	.	.	.	.	87[1]	33	120[1]
" 16	1	.	.	.	1	1	2	.	6	6	6	4	8	10	8	5	10	7	.	4	3	.	.	65	17	82
" 17	.	.	.	.	.	.	.	.	1	2	4	3	10	6	1	6	7	7	.	5	7	6	5	60	10	70
" 18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	1	1	3	4	3	.	5	3	10	8	36	4	40
" 19	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	2	.	8	7	5	9	32	.	32
" 20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	2	.	3	3	9	.	9
" 21	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	5	2	8	.	1
" 23	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	.	1
Somma	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	39[1]	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576[1]	166	742[1]
6. Domicilio dei genitori.																										
Trieste	43	43	41	37	31	32	35	35	26	28	28	25	30	34[1]	25	26	25	23	.	20	20	27	23	509[1]	148	657[1]
Altrove	5	2	2	9	5	4	2	2	4	5	5	4	9	5	3	.	4	3	.	4	1	2	5	67	18	85
Somma	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	39[1]	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576[1]	166	742[1]
7. Classificazione.																										
a) alla fine dell'anno scol. 1907-1908:																										
Classe prima con eminenza	3	1	1	.	4	3	3	2	.	.	1	2	1	2	.	.	1	3	.	1	1	2	3	30	4	34
Classe prima	28	27	24	30	25	20	24	15	17	20	26	17	22	29[1]	17	13	18	10	.	14	10	26	25	365[1]	92	457[1]
Classe seconda	9	11	9	6	6	8	5	13	7	9	2	6	12	5	5	8	6	7	.	8	7	1	.	112	38	150
Classe terza	3	4	1	3	.	3	.	2	1	1	1	1	.	.	1	1	.	2	.	.	.	.	.	16	8	24
Ammessi all'esame di riparazione	4	1	7	6	1	2	5	4	5	3	3	3	4	3	5	4	3	4	.	1	2	.	.	48	22	70
Ammessi all'esame suppletorio	1	1	1	1	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	1	.	.	5	2	7
Non classificati	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.		.	.	.	.	.	.	.		.	.	.
Somma	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	39[1]	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576[1]	166	742[1]
b) Completamento della classificazione dell'anno scolastico 1906-1907:																										
Ammessi all'esame di riparazione	6	5	6	7	4	8	2	8	5	4	1	9	4	9	10	.	5	3	6	9[1]	12	.	.	88[1]	35	123[1]
Corrisposero	6	5	6	7	4	8	2	8	5	4	1	6	4	9	10	.	5	3	5	9[1]	11	.	.	86[1]	32	118[1]
Non corrisposero o non comparvero	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	3	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.	.	2	3	5

	CLASSE																							SOMMA		
	I				II				III				IV				V			VI		VII		Scuola madre	Succursale	Totale
	a	b	c	d succ.	a	b	c	d succ.	a	b	c	d succ.	a	b	c succ.	d succ.	a	b	c	a	b	a	b			
Accordato l'esame suppletorio	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	2	.	.	.	3	.	3
Corrisposero	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Non corrisposero	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	1	.	1
Non comparvero	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.	.	.	2	.	2
Quindi il risultato finale della classificazione dell'anno scolastico 1906-1907 è il seguente:																										
Classe prima con eminenza	2	3	3	3	.	1	1	1	1	3	1	1	3	3	1	.	2	1	.	2	2	2	5	34	7	41
Classe prima	26	31	31	33	25^{1}	29	25	35	30	33	31	26	23	19^{1}	25	.	16	15	15	25^{2}	28	26	22	419^{4}	150	569^{4}
Classe seconda	13	6	10	3	8	4	7	3	8	3	1	4	5	6	2	.	6	8^{1}	6	7	6	.	0^{1}	103^{2}	13	116^{2}
Classe terza	.	5	3	3	2	4	2	3	4	3	1	.	4	3	.	.	3	.	.	.	.	.	.	33	7	40
Non classificati	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.	.	.	2	.	2
Somma	41	45	47	42	35^{1}	38	35	42	43	42	34	31	35	31^{1}	28	.	27	25^{1}	21	35^{2}	36	28	27^{1}	591^{6}	177	768^{6}
8. Tasse.																										
Alla fine del I semestre erano:																										
Paganti	34	38	26	22	18	12	14	8	17	11^{1}	17	11	25	23^{1}	7	11	13	15	.	11	16	17	10	317^{2}	59	376^{2}
Esentati della metà	1	2	5	4	4	6	3	5	2	4	4	6	7	6	7	1	3	.	.	4	2	4	4	61	23	84
Esentati	18	13	17	25	16	21	21	25	14	17	12	19	10	11	19	18	13	12	.	9	7	8	13	232	106	338
Totale	53	53	48	51	38	39	38	38	33	32^{1}	33	36	42	40^{1}	33	30	29	27	.	24	25	29	27	610^{2}	188	798^{2}
Alla fine del II semestre erano:																										
Paganti	24	27	18	12	18	18	18	20	19	21	18	13	27	26^{1}	14	14	20	18	.	16	16	21	14	339^{1}	73	412^{1}
Esentati della metà	2	2	4	2	2	2	3	1	1	1	4	4	3	5	4	.	.	1	.	3	1	3	4	41	11	52
Esentati	22	16	21	32	16	16	16	16	10	11	11	12	9	8	10	12	9	7	.	5	4	5	10	196	82	278
Totale	48	45	43	46	36	36	37	37	30	33	33	29	39	39^{1}	28	26	29	26	.	24	21	29	28	576^{1}	166	742^{1}
Importo pagato:																										
nel I semestre corone	1030	1110	795	645	630	450	465	375	540	420	570	440	855	810	315	375	435	450	.	400	540	570	360	10430	2150	12580
nel II semestre corone	690	990	620	390	570	500	555	555	615	625	600	480	840	845	550	440	590	525	.	515	465	655	480	10680	2415	13095
Totale	1720	2100	1415	1035	1200	950	1020	930	1155	1045	1170	920	1695	1655	865	815	1025	975	.	915	1005	1225	840	21110	4565	25675
La tassa d'iscrizione a cor. 4 ammontò a cor.	204	212	216	216	12	12	16	12	16	20	12	12	16	12	4	20	20	12	.	.	4	4	4	792	264	1056
La tassa per la biblioteca degli scolari a cor. 1 ammontò a cor.	50	53	54	54	3	3	4	3	3	5	3	3	4	3	1	5	5	3	.	.	1	1	1	196	66	262
La tassa duplicati a cor. 2 ammontò a cor.	.	2	.	.	.	.	.	.	.	2	.	.	2	4	.	.	.	.	.	.	2	.	4	16	.	16
9. Materie libere.																										
Chimica analitica:																										
I corso	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	3	7	.	1	1	.	.	12	.	12
II corso	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	2	1	.	5	.	5
Stenografia:																										
I corso	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	9	4	4	1	5	1	.	.	.	.	.	19	5	24
II corso	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	3	.	.	.	3	1	4
Ginnastica	13	22	20	29	9	9	15	23	18	13	5	20	8	2	14	11	.	.	.	4	1	1	.	140	97	237
10. Stipendi.																										
Numero degli stipendisti	.	.	1	.	.	.	1	1	.	1	.	1	.	1	.	2	1	2	.	1	.	.	2	10	4	14
Importo totale cor.	.	.	200	.	.	.	200	210	.	200	.	110	.	100	.	360	100	310	.	100	.	.	600	1810	680	2490

*) Nel 1906-07 la classe III *c* era collocata nella Succursale.

NB. Dal titolo 2 in poi gli scolari privatisti sono resi evidenti dall'esponente posto accanto al numero degli scolari pubblici.

VI.

BENEFICENZA

Come negli anni antecedenti, così anche in questo, il Consiglio della città assegnò un cospicuo importo, e precisamente cor. 2300, per l'acquisto di libri per scolari poveri e meritevoli.

Vennero sussidiati:

Un allievo della IV*a* con un importo di cor. 400, dal Comitato collatore degli stipendi di fondazione *Marco Levi*

Cinque allievi con un importo complessivo di 400 corone, elargito anche quest'anno dall'Illustrissimo Signor Barone *Giovanni Economo*

Due allievi con un importo di complessive 50 corone, largito dai Sigg. *Basilio* e *Margherita Cassab* in memoria del loro indimenticabile figlio *Graziadio*, già allievo della scuola, perito tragicamente la notte dal 18 al 19 agosto 1905 nella grotta del Tasso presso Opicina.

Un allievo della V*a* con un vestito completo e altro della IV*c* con un importo di cor. 30 dalla società filantropica *La Previdenza.*

Godettero stipendi:

1) Tre allievi (della I*c*, della II*e* e della III*b*), dal fondo civanzi di multe di finanza, nell'importo di annue corone 200 per ciascuno.

2) Un allievo della II*d*, dalla fondazione *Luigi Cominotti*, nell'importo di annue cor. 210.

3) Un allievo della IV*d*, della fondazione *Barone Reinelt*, nell'importo di annue cor. 260

4) Cinque allievi (della IV*b*, della IV*d*, V*a*, V*b* e VI*a*) dal fondo provinciale dell'Istria, nell'importo di annue cor. 100.

5) Un allievo della V*b*, dalla fondazione dott. *Vitale Laudi*, nell'importo di annue cor. 210.

6) Due allievi della VII*b*, dalla fondazione *Nicolò Mazzoni*, nell'importo di annue cor. 300.

7) Un allievo della III*d*, dalla fondazione *Dott. Pietro Felice Gabrielli*, nell'importo di annue cor. 110.

Fondo di soccorso per allievi poveri

della civica Scuola Reale superiore di Trieste.

Fu istituito allo scopo di venir in aiuto con sussidi di danaro ad allievi poveri e meritevoli per contegno, diligenza e profitto.

Il relativo statuto, accolto dal Corpo insegnante nella conferenza tenuta addì 5 aprile 1906 e dal Magistrato civico con decreto del 3 febbraio 1907 N 21321-06-VI, ottenne l'approvazione dell' I. R Luogotenenza del Litorale con dispaccio del 3 marzo 1907 N. VII-295-07.

Resoconto per l'anno scolastico 1907-1908.

Introiti.

	corone
Libretto della Cassa di risparmio triestina N. 156737 .	855.51
In contanti (vedi resoconto 1906-07)	1.14
26 giugno '07. Dal Corpo insegnante per la morte del padre del catechista don M. Giacomelli	37.—
10 luglio '07. Civanzo di una riparazione nella VI*a* .	—.40
18 agosto '07. Dalla famiglia del prof. Hess per onorare la memoria del sig. Andrea Fik	15.—
8 settembre '07. Dal prof G. Hess in morte della sig. Margherita Arnstein	15.—
28 ottobre '07. Dal Corpo insegnante per la morte del fratello dell'assistente Fonda	33.—
4 dicembre '07. Dal prof. Iurizza e consorte in morte della zia Lucia Iurizza	15.—
17 dicembre '07. Dal Corpo insegnante in morte della madre del prof. Zorzini	32.—
17 dicembre '07. Dal direttore per onorare la memoria del fratello Giovanni	20.—
17 dicembre '07. Dal Corpo insegnante nella stessa occasione	53.—
20 dicembre '07. Dai prof. Budinich e Stecher . . .	2.—
20 dicembre '07. Civanzo di un viaggio	1.70
9 gennaio '08. Civanzo di una riparazione nella Succursale	1.44
11 gennaio '08. Idem nella classe IV *a*	—.18

23 gennaio '08. Dal Corpo insegnante in morte del padre del prof. Baschiera	36.—
24 gennaio '08. Dagli allievi della VI *b* nella stessa occasione	20.—
5 febbraio '08. Civanzo di una riparazione nella II *a*	—.16
5 febbraio '08. Dagli allievi della IV *b* per onorare la memoria del padre del loro condiscepolo Piazza	20 —
3 aprile '08. Civanzo di una riparazione nella III *a*	1.44
14 maggio '08. Dagli allievi partecipanti alla gita del 1° di maggio a Matteria	25.80
25 maggio '08. Dal prof. G. Hess per la morte della signora Caterina Zampieri	10.—
28 maggio '08. Dal corpo insegnante in morte della madre del prof. Bartoli	37 —
Interessi sul libretto della Cassa di risparmio fino al 31 dicembre 1907	35.02
Totale	1267 79

Esiti.

		corone
16 ottobre '07	Ad un allievo della V *b*	24.—
»	» » V *a*	20.—
»	» » III *c*	20.—
»	» » III *a*	30.—
4 gennaio '08	» » IV *d*	20.—
»	» » I *c*	20 —
8 aprile '08	» » VII *a*	38.—
23 »	« » II *d*	30 —
»	» » III *d*	20. —
»	» » IV *c*	20.—
»	» » IV *c*	20.—
14 maggio '08	» » V *a*	30.—
19 »	» » VII *b*	30.—
20 »	» „ I *c*	6.—
Libretto della Cassa di risparmio triestina		825.51
Interessi depositati alla stessa cassa		35.02
In contanti		79 26
	Totale	1267.79

Il Cassiere
prof. E. Cortivo.

VII.

AUMENTO DELLE COLLEZIONI SCIENTIFICHE

Le spese per i gabinetti e per la biblioteca dei professori furono fatte coll'importo di 2500 corone derivante dalla dotazione fissata dall'Autorità magistratuale.

Vennero assegnati:

a) alla biblioteca dei professori della Scuola madre	cor.	400
b) per acquisti nei gabinetti della Scuola madre .	»	1500
c) alla biblioteca dei professori e per acquisti nei gabinetti della Succursale	»	600
Totale . .	cor.	2500

Al gabinetto del disegno a mano B venne assegnato ancora l'importo di cor. 16 derivante da tasse per attestati duplicati rilasciati dalla Direzione.

Le spese per la biblioteca giovanile vennero fatte coll'importo di 262 corone incassato da 262 scolari neoinscritti.

Vennero assegnati:

a) alla biblioteca giovanile della Scuola madre . .	cor.	196
b) alla biblioteca giovanile della Succursale . . .	»	66
Totale . .	cor.	262

1) **Biblioteca dei professori.**

Bibliotecario: prof. *G. Braun.*

Doni:

Dall'i. r. Luogotenenza di Trieste: Bollettino delle leggi ed ordinanze per il Litorale austro illirico, 1907 08.

Dal Municipio di Trieste: Verbali del Consiglio della città di Trieste. Annata XLVI-1906. Trieste 1907. — Bollettino statistico mensile, 1907-08. — Riassunto di statistica per l'anno 1906; id. per il 1907. — Conto consuntivo della Amministrazione civica di Trieste per l'anno 1905. Trieste 1906. — Conto di previsione della Amministrazione civica di Trieste per l'anno 1908. Trieste 1908. — Prospetto del personale insegnante e statistica degli allievi delle civiche scuole popolari e cittadine alla fine dell'anno scolastico 1906-07. — Archeografo triestino, serie terza II, 1; III, 1; III, 2. — *Muratori*, Rerum italicarum scriptores, fascicolo 45-57. — Archivio Muratoriano, n. 4. — *Giuseppe Caprin*, L'Istria nobilissima, II. Trieste 1907. — *Dott. Lorenzo Lorenzutti*, Granellini di sabbia. Ricordi delle vicende triestine nel periodo dal 1850 al 1900. Trieste 1907. — *N. Cobol*, Alpi Giulie. Trieste 1907.

Dalla Direzione di pubblica beneficenza: La beneficenza pubblica di Trieste, 1906.

Dalla Direzione del Museo civico di antichità di Trieste: Elenco dei doni ricevuti dal 1° gennaio 1904 al 31 dicembre 1906, e nel 1907.

Dall'Istituto per il promovimento delle piccole industrie per Trieste e l'Istria: Protocolli delle sedute (1° giugno 1907, 20 dicembre 1907)

Dall'Istituto per il promovimento delle piccole industrie in Gorizia: Relazione sull'attività spiegata durante l'anno 1906.

Dall'i. r. Osservatorio marittimo di Trieste: Rapporto annuale contenente le osservazioni meteorologiche di Trieste ecc. per l'anno 1903. Trieste 1907.

Dalla stazione sperimentale agrario-chimica di Spalato: Bericht über die Tätigkeit der k. k. landw.-chem. Versuchs-Station in Spalato im Jahre 1906.

Dalla Direzione della Federazione degli insegnanti della Regione Giulia: Atti del III congresso della Federazione.

Dall'i. r. Museo commerciale austriaco: Studien-Nachrichten der Export-Akademie des k. k. österr. Handels-Museums 1906-07.

Dalla Direzione del Ginnasio superiore provinciale di Horn: Festschrift des niederösterr. Landes-Real- u. Obergymnasiums in Horn. Zur Erinnerung an den 250-jährigen Bestand des Gymnasiums in Horn.

Dal regio Istituto tecnico superiore di Milano: Programma. Anno 1907-08

Dalla Redazione della Favilla enimmistica: I numeri del periodico pubblicati durante l'anno.

Dall'autore, signor Augusto Prister: Le tracce degli antichi ghiacciai sul Carso triestino. Trieste 1907.

Dal signor Giorgio Valle: Collana di storie e memorie contemporanee, diretta da Cesare Cantù. Milano 1864-1870. 41 vol.

Dal Signor Edoardo Mayer: Marco Besso, Roma nei proverbi e modi di dire. — J. C. Morison, Menschheitsdienst, Lipsia, 1880. G. H. Pember, Die ersten Zeitalter der Erde. Lipsia.

Acquisti:

Periodici (1907 e 1907-08): Rassegna bibliografica della letteratura italiana — Bullettino della Società Dantesca (e Atti e notizie della S. D., n. 1). — Nuova Antologia. — Rassegna scolastica (Firenze). — Atti e memorie della Società istriana di archeologia e storia patria. — Annuario scientifico ed industriale. Anno XLIV, 1907. — Verordnungsblatt für Cultus und Unterricht (2 esemplari). — Zeitschrift für das Realschulwesen. — Meteorologische Zeitschrift.—Jahrbuch der Chemie, XVI. Jahrgang. Braunschweig 1907. — Zeitschrift des deutschen und österr. Alpenvereins, XXXVIII, 1907. — *Bertacchi,* Nuovo dizionario geografico universale, II, fasc. 46 48. Torino, Unione tipografica editr. — *Bertolini,* Dizionario universale di storia, fasc. 67-73. Milano, Vallardi. — *Brehm,* La vita degli animali, fasc. 158-165 (fine). Torino, Unione tip. ed. — *Ratzel,* La terra e la vita, fasc. 34-36 (fine) Torino, Unione tip. ed. — Dizionario di cultura universale, fasc. 10-11. Milano, Vallardi. — *Bronn,* Klassen und Ordnungen des Tierreichs, II (III) 74-77; IV 80-100; IV (suppl.) 27-29; V (II) 78-79. Lipsia. — *Meyers* Grosses Konversations-Lexikon, Sechste Auflage, vol. XVII-XIX. Lipsia. — *Longinotti e Baccini,* La letteratura italiana nella storia della cultura, III Firenze 1907. — *Vittorio Turri,* Dizionario storico manuale della letteratura italiana. III ediz. Torino (Paravia) — La Divina Commedia di Dante Alighieri nuovamente commentata da Francesco Torraca Roma 1905-07. — *Ferdinand Brunot,* Histoire de la langue française des origines à 1900. II. Le seizième siècle. Paris 1906 — *Alois Höfler,* Grundlehren der Logik und Psychologie. 2. Aufl., Vienna 1906 — *Hermann Kluge,* Themata zu deutschen Aufsätzen, Altenburg 1906 — *G. Küneken,* Dispositionen zu deutschen Aufsätzen, Lipsia — *L. Cholevius,* Dispositionen zu deutschen Aufsätzen, Lipsia 1898-1907 (3 fasc.) — *Smidek,* Alphabetisches Normalien-Register, — Vorschriften für die Abhaltung der

Reifepüfungen an Gymnasien und Realschulen. 1908 (6 esempl). — *Gustav Hergel*, Die materielle Stellung der Mittelschullehrer. 1907.

La biblioteca conta presentemente 2184 opere in 3614 volumi e 499 opuscoli.

2) Biblioteca dei professori della Succursale.

Acquisti:

Verordungsblatt für Cultus und Unterricht 1908.

3) Biblioteca giovanile della Scuola madre.

Custode: prof. *E. Rossmann*

Doni:

Dal Municipio di Trieste: *Cobol*, Alpi Giulie. — Dal prof. Rossmann: *De Amicis*, Bozzetti militari (scelti); *Werner*, San Michele.

Acquisti:

Alippi, L'illuminazione elettrica. — *Barboni*, Patria (viaggio in automobile traverso l'Italia). — *Barrili*, Tizio, Caio, Sempronio. — *Barzini*, La metà del mondo in automobile. — *Bencivenni*, Le meraviglie del corpo umano. — Biografie: Alfieri, Leopardi, Prati, Rosmini, Volta. — *Cappanera*, Lezioni pratiche di telegrafia elettrica. — *Carducci*, L'opera di Dante, (discorso); La guerra (ode). — *Cecchi*, Il galateo dello scolare. — *Checchi*. Teatro di società; Il piccolo Haydn; Mozart fanciullo; Giuseppe Verdi; G. Rossini. — *Clasio*, Favole e sonetti pastorali. — *Collodi*, Pinocchio. — *Cordelia*, Piccoli eroi. — *De Amicis*, Gli amici; Marocco. — *de Benedetti*, Verso la mèta; Guida per gli studenti delle scuole medie (2 esempl.) — *Dickens*, Memorie di Davide Copperfield; Il circolo Pickewick; Grandi speranze. — *Daudet*, Storia d'un fanciullo, Il signor Tale. — *Errera*, Gatti che sembrano uomini. — *Fava*, Francolino. — *Ferrari*, La Satira e Parini; Amore senza stima. — *Ferriani*, Piccolo eroe. — *Fucini*, All'aria aperta. — *Gabrielli*, Donizetti. — *Gherardi del*

Testa, Gustavo III re di Svezia; Le due sorelle. — *Giacosa,* Novelle e paesi Valdostani. — *Giornalino della Domenica,* A. 1907, puntate 34-37, 41, 43-52; A. 1908, 1-26. — *Goldoni,* Commedie scelte; Memorie; La locandiera (annot.); Le bourru bienfaisant. — *Grant-Allen,* La vita delle piante. — *Grimm,* Märchen II e III vol (4 esemp). — *Ibsen,* Spettri; Rosmersholm. — *Klinger,* Il più grande traforo del mondo. — *Laisant,* Iniziazione alle matematiche — *Lamartine,* Graziella (Paris, Hachette); Graziella (Sonzogno); Il tagliapietre. — *Lanzi,* Nel mattino della vita. — *La Lettura,* 6 puntate A. 1908. — *Lauria,* Il signorino. — *Lipparini,* Storia dell'arte. — *Loriga,* La statura e le funzioni del corpo umano. — *Machiavelli,* Storie fiorentine (I-III libro). — *Mantegazza,* Testa. — *Mantica,* Il figurinaio — *Manzoni,* Poesie liriche. — *Mariano,* Il professor Mangiarino (per l'apprendimento della lingua). — *Menasci,* Goethe. — *Montgomery,* Incompreso (5 esempl.) — *Nieri,* Cento racconti popolari lucchesi. — *Occioni,* Eudossia (tragedia). — *Omero,* Iliade (Monti), annot. — *Ostwald'* Come si impara la chimica; Come si studiano i corpi — *Parini,* Prose scelte (2 esempl.); Odi. — *Perodi,* Le novelle della nonna (4 vol.). — *Peresino,* Elementi di fisica, meteorologia e cosmografia; Elementi di chimica — *Schwarz,* Libro dei bimbi. — *Shakespeare,* Re Lear (trad. Cippico) — *Solerti,* Vita del Petrarca. — *Strafforello,* Gli eroi del lavoro. — *Verga,* I Malavoglia. — *Verri,* Le notti romane. — *Wiseman,* Fabiola.

La biblioteca conta presentemente 992 volumi. Distribuiti durante l'anno scolastico vol. 1840 fra 431 scolari.

4) Biblioteca giovanile della Succursale.

Custode: prof. suppl.: *L Zorzini.*

Acquisti:

Baccini, I dodici monelli; Il pesce abitato; Cristoforo Colombo. — *Benussi,* La regione Giulia. — *Capuana,* State a sentire; Chi vuol fiabe, chi vuole?; Fanciulli allegri. — *Cappelli,* Trottolino. — *Cioci,* Moccolo. — *Cellini,* Autobiografia. — *De Amicis,* Ai ragazzi. — *Della Sala-Spada,* Tu quoque. — *Donati,* Pregi e difetti dei ragazzi. — *Gianella,* Mandrin. — *Gironi,* Ridendo si impara. — *Giacosa,* Cose vecchie e cose nuove. — *Mantegazza,* Testa. — *Montalenti,* Il piccolo ribelle. — *Muzzi,* Figli del popolo venuti in onore. — *Melano,* Storia di G. Tell. — *Morandi,* Masaniello. — *Mercedes*, Cuor di monello — *Nieri*, Cento racconti popolari lucchesi. — *Rembadi*, Il capitombolo di Visnù. — *Salgari*, Montagna azzurra. — *Simonatti Spinelli*, Nelle alte regioni. — *Sienkievicz*, Quo vadis? (ediz scol). — *Thouar*, Ricreazioni.

5) Gabinetto di Fisica della Scuola madre.

Custode: prof. *E. Grignaschi.*

Acquisti:

Termometro normale da — 8⁰ + 100⁰. — Termometro dimostrativo. — Apparato di Dalton per determinare la pressione dei vapori. — Apparato per dimostrare la propagazione delle onde sonore nell'aria. — Apparato per dimostrare la propagazione della pressione nei liquidi. — Conduttore per esperienze di elettrostatica. — Campana, piatto e accessori per la macchina pneumatica di Geryk. — Cubo di Leslu.

6) Gabinetto di Fisica della Succursale.

Custode: prof. *F. Blasig.*

Acquisti:

Macchina di Atwood per dismostrare le leggi della caduta.

7) Gabinetto di Chimica della Scuola madre.

Custode: prof. *G. Baschiera.*

Doni:

Dagli allievi Schaffenhauer Adolfo, IV *b*: Piede di mummia egiziana; Zuzic Giulio, VII *a*: Alcune tavole schematiche.

Acquisti:

4 apparati per elettrolisi. — Un fornello a gas sistema Fletscher. — Un fornello di combustione per l'analisi elementare. — Un aspiratore sistema Caster. — 4 cucchiai di ferro per la combustione dell'ossigeno. - Crogioli e bacinelle di porcellana. — Bottiglie da reagenti. — Bicchieri reattivi ed eprovette. —

Cannule e bastoncini di vetro — Cannule e tappi di gomma elastica. — Acidi, sali, preparati organici e minerali. — Reagenti analitici.

8) **Gabinetto di Chimica della Succursale.**

Custode: prof. *F. Blasig.*

Acquisti:

Apparecchio Kipp. — Prisma ad indaco. — Gasometro di vetro. — Depuratore per gas. — Bacinella Petri. — Tubi a bolla di vetro difficilmente fusibili. — Grande vasca pneumatica di vetro. — Sostegno per pipette. — Sostegno per matracci. — Mollette per crogioli. — Chimicali diversi ed accessori per gabinetto.

9) **Gabinetto di Storia naturale della Scuola madre.**

Custode: prof. suppl. *A. Ivancich.*

Doni:

Nitsche Bruno, allievo della I*b:* due piante di cotone e alcune foglie di tabacco. — Deschmann Mario, II*a:* due spugne. — Schaffenhauer Adolfo, IV*b:* due preparati di dente d'elefante e un dente di tricheco — Sig. Roberto Cosulich: un grande cubo di pirite. — de Nardo Mario, I*b:* un gruppo di spugne del Mar Rosso; una vetrinetta di farfalle esotiche. — Levi Bruno, VI*b*: un teschio umano degli scavi d'Aquileia. — Cicinelli Agostino, VII*a:* un bell'esemplare di stalagmite, un pezzo di carbon fossile con pirite. — Camerini Riccardo, I*a:* un frutto di Martinia. — Il prof. G. Moro costruì diverse forme cristalline del sistema tesserale. — I seguenti allievi disegnarono e regalarono al gabinetto: Micalich Mario, V*b:* due tabelle murali di botanica (Apice di vegetazione del fusto, e Apice di vegetazione della radice); Dorissa Umberto, IV*a:* una tabella di anatomia umana (Sezione orizzontale dell'occhio destro); Calligaris Giusto, VI*a:* una tabella di anatomia umana (Schema della circolazione sanguigna); Castellani Ugo, VI*a:* una tabella murale d'anatomia umana (Diversi tipi di capillari sanguigni); Mayer Loris, VI*a:* una tabella murale (Sistema del regno animale); Rovere Bruno, VI*a:* una tabella schematica dimostrante lo sviluppo delle cormofite; Tautscher Edoardo, V*b:* una tabella dimostrante il dominio degli organismi nelle diverse epoche geologiche. —

Cicinelli Agostino, VII*a*: due fotografie della cascata della Rosandra.

Acquisti:

48 tabelle murali e 13 diapositive da proiezioni per l'istruzione nella geologia. — Una pinzetta d'ottone con punte di platino, per l'analisi dei minerali. — Due tabelle murali di biologia botanica. — 18 tabelle murali di anatomia.

10) Gabinetto di Storia naturale della Succursale.

Custode: prof. *F. Blasig*.

Doni:

Dal sig. ing. Clemente Penco in Idria: ricco assortimento di minerali mercuriferi e di esemplari geologici delle miniere di Idria. — Dal sig. Oreste Fantin, civico veterinario: grande testa di bue ungherese e di scimmia. — Dagli scolari: Banelli Bonaventura, IV*c*: calcolo intestinale di armenta. — Bortolotti Carlo, II*d*: pezzo di asbesto, di pirite speculare, sega e mascelle di pesce sega. — Saversnig Adinaro, IV*d*: grosso granchio ed animalucci di mare. — Pitacco Ferruccio, IV*d*; Derosa Emilio, II*d*; Dorati Edoardo, II*d*; Mora Renato, II*d*; insetti e conchiglie diverse.

Acquisti:

Tavola murale di Niepel: ragno. — Tavola murale di Andersen: limmofilo, zanzara e mosca. — Tavola murale di Leidemann: gufo reale e barbagianni. — Talpa imbalsamata. — Raccolte di lepidotteri, di coleotteri e di altri insetti.

11) Gabinetto di Geografia e storia della Scuola madre.

Custode: prof. dott. *L. Candotti*.

Acquisti:

Bollettino della Società geografica italiana, 1908. — Mitteilungen der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien, 1908. — *Prof. dott. E. Stenta*, Carta geografica del Litorale, Vienna, Ed. Hölzl (2 esempl.). — *Prof. dott. Fr. Umlauft*, Wandkarte zum Studium der Geschichte der österr.-ung. Monarchie, Vienna, Hölzl (2 esempl.). — *Prof dott. Fr. Umlauft,* Schulwandkarte der österr. Alpenländer, Vienna, Freytag u. Berndt. — *Hübners* Geografisch-statistische Tabellen, 1907.

12) Gabinetto di Geografia e storia della Succursale.

Custode: prof. suppl. *A Benedetti.*

Acquisti:

Stenta, Carta geografica del Litorale, Vienna, Hölzl. — *Spruner-Bretschneider,* Europa im Aufange des VI. Jahrhunderts. — *Zehmann,* Geografische Charakterbilder: N. 8, Cascata del Reno presso Sciaffusa; N. 15, Napoli ed il Vesuvio; N. 25, Grotta di Postumia; N. 27, Porto d'Amburgo; N. 33, Marschen olandesi; N. 34, La ferrovia del S.-Gottardo presso Wassey.

13) Gabinetto di Geometria e disegno geometrico della Scuola madre.

Custode. prof. *A. Nordio.*

Acquisti:

Modello per dimostrare la proprietà focale d'una sezione cilindrica. — Modello per lo sviluppo d'un cilindro sezionato obliquamente. — Due squadretti per la tavola nera.

14) Gabinetto di Geometria e disegno geometrico della Succursale

Custode: prof. *G. Hess.*

Acquisti:

Modello per la dimostrazione del teorema della perpendicolare ad un piano. — Cilindro obliquo circolare. — Cono obliquo circolare. — Prisma triangolare scomponibile in tre piramidi. — Un compasso per la tavola nera.

15) Gabinetto del disegno a mano della Scuola madre.

Collezione A.

Custode: prof *E. Cortivo.*

Doni:

Dagli scolari: Mochiutti Leone, II *c:* un votazza di rame. — Zernitz Attilio, II *c:* due bottiglie campioni «Odol». — Cosulich

Enrico, III*a*: due scodelle friulane. — Zennaro Guido, IV*a*: una brocca di vetro e due bottiglie.

Acquisti:

12 tavole di figura (Storch-Eisenmenger). — Una piccola brocca di maiolica, colorata. — Una scodella di terra con manico, verniciata. — Un catino di ottone. — Due cuccume turche di ottone. — Una padella di ottone. — 10 cartoni colorati per corpi stereometrici. — 6 crisantemi e 18 ciclami artificiali. — 4 vasi di maiolica, verniciati. — 4 vasi di argilla, smaltati. — Due maschere di gesso (Beethoven e Liszt). — Due coppini di ottone. — Una cuccuma di rame. — Una casseruola — 7 scatole di legno bianco. — 2 scatole di legno oscuro.

16) **Gabinetto del disegno a mano della Scuola madre.**

Collezione B.

Custode: prof. *G. Moro.*

Doni:

Dal prof. Ivancich: Un vaso di terracotta. — Dagli scolari: Lonschar Giuseppe, VI*b*: una cuccuma di rame. — Novak Umberto, IV*b*: una conchiglia fassiolaria. — Notarangelo Guido, IV*b*: una civetta imbalsamata. — Merk Giorgio, III*b*: una conchiglia tritone.

Acquisti:

Due cuccume turche da caffè di ottone. — Una cuccuma da caffè di rame. — Una cuccuma da caffè di ottone. — Un cucchiaione di ottone. — Una padella di ottone. — Un tagliere di legno. — Un tagliere rotondo di legno. — Tre crivelli. — Una botticella. — Un falco imbalsamato con ali spiegate. — Un gabbiano c. s. — Un ciuffolotto c. s. — Una cicogna. — 20 insetti e farfalle con rispettivi astucci. — 40 foglie secche pressate fra cartone e vetro. — 20 foglie secche plastiche su cartoncino. — Due serie di solidi di legno (12 pezzi). — Un paio di zoccoli. — Un paio di scarpe di legno e pelle. — Un vaso basso di terracotta verniciata. — Un vaso alto di terracotta verniciata, verde. — Un vaso di terracotta. — 2 cesti di vimini. — 10 vasi di maiolica.

17) Gabinetto del disegno a mano della Succursale.

Custode: prof. *G. Hess.*

Doni:

Dagli scolari: Pessi Giorgio, V*b*: un elmo ed una corazza di gesso dipinti, imitazione dell'antico. — Paucich Nicolò, II*d*: un imbuto ed un pentolino di ferro — Mora Renato, II*d*: un vaso di terra e un calamaio d'ottone. — Petrich Mario, II*d*: due vasi di terra. — Zoff Antonio, II*d*: un vaso di terra e due bottiglie.

Acquisti:

Tre vasi colorati di porcellana. — Cinque vasi di terra. — Una brocca di terra. — Una scodella di terra.

VIII.

ESAMI DI MATURITÀ.

Anno scolastico 1907-1908.

Sessione d'estate. Gli esami orali si tennero nei giorni 1 fino al 7 luglio sotto la presidenza dell'I. R. Ispettore scolastico provinciale prof. Nicolò Ravalico.

Vi assistettero il magnifico signor Podestà, avvocato Sandrinelli, i membri della deputazione municipale di questa scuola, onor. C. Hermet, D. Risigari e ing. E. Vivante, il dirigente del Magistrato civico dott. G. Artico, e l'assessore alla pubblica istruzione dott. P. Rozzo.

Si presentarono a questi esami 32 candidati, allievi della scuola; di questi, 7 vennero dichiarati maturi con distinzione, 19 semplicemente maturi, 5 furono rimessi a ripetere l'esame in una materia dopo le vacanze, ed un candidato fu dichiarato non maturo.

Sessione d'autunno. Le prove in iscritto si tennero nei giorni 21-26 settembre, gli esami orali nel pomeriggio del giorno 27 e tutto il 28 settembre, sotto la presidenza dell'I. R. Ispettore scolastico provinciale prof. Nicolò Ravalico.

Vi si presentarono i 6 candidati — tra i quali uno esterno — impediti, causa malattia, a dare gli esami orali nella sessione di estate; un candidato esterno, ammesso all'esame in questa sessione dall'I. R. Luogotenenza ed i 5 candidati rimessi nella sessione di luglio a ripetere l'esame in una materia dopo le vacanze.

Di questi 12 candidati, uno non potè continuare l'esame orale iniziato causa improvvisa indisposizione sopraggiuntagli, 8 furono dichiarati maturi e 3 candidati vennero rimandati a nuova prova in una materia alla fine del primo semestre.

Sessione di febbraio. Gli esami scritti si tennero nei giorni 18 e 19 febbraio, le prove orali nel pomeriggio del 21 febbraio sotto la presidenza dell'I. R. Ispettore scolastico provinciale prof. Nicolò Ravalico.

Vennero esaminati e dichiarati maturi i tre candidati rimessi a nuovo esame in una materia nella sessione di autunno, ed il candidato che, colpito nella sessione di settembre da improvviso malore durante gli esami orali, aveva ottenuto intanto dall' I. R. Ministero del Culto ed Istruzione il permesso di poter continuare gli esami orali in questa sessione.

Risultato finale. Il risultato finale delle tre sessioni è quindi il seguente:

Si presentarono agli esami . . . . 48 candidati
In seguito alle prove scritte non vennero ammessi
agli esami orali . . . . 9 »
Vennero dichiarati maturi con distinzione . . . 7 »
Semplicemente maturi . . . . 31 »
Non maturi . . . . 1 »

Candidati dichiarati maturi.

N. progr.	Cognome e Nome	Luogo nativo	Anni d' età	Anni di studio	Carriera scelta
1	Abeatici Carlo *	Trieste	17	7	Vita pratica
2	Batera Mario	Milano	17	7	»
3	Bearz Narciso (esterno)	Pola	23	7	Geometra
4	Bolaffio Giuseppe	Trieste	17	7	Vita pratica
5	Bossi Guido	Pola	22	12	Ing. civile
6	Catolla Francesco	Trieste	18	7	Architettura
7	Dapas Domenico	Rovigno	18	4	Vita pratica
8	Di Veroli Giorgio *	Roma	17	7	Ing. elettr.
9	Fiorioli Vittorio	Riva	21	9	Vita pratica
10	Franceschinis Guglielmo	Trieste	18	7	Tecn. d'assic.
11	Grigolli Bruno	Mori (Trentino)	18	6	Vita pratica
12	Guillermin Emilio	Venezia	18	8	Ing. civile
13	Klun Giusto	Trieste	19	8	"
14	Lazzar Gualtiero *	"	17	7	Ing. elettr.
15	Lettich Armando	"	18	7	Ing. navale
16	Levi Giulio	"	17	7	Ing. civile
17	Levi Leone Luciano	"	18	8	Ing. navale
18	Lubich Carlo	"	19	7	Vita pratica
19	Maidich Roberto	"	20	7	"
20	Mann Giorgio	"	18	8	"
21	Manzutto Alberto *	"	17	7	Ing. elettr.
22	Meak Ernesto	"	17	7	Vita pratica
23	Migliorini Mario	"	18	8	Filologia
24	Nordio Ettore	"	18	8	Medicina
25	Nussa Gastone	"	19	7	Vita pratica
26	Perlot Cesare (esterno)	Trento	23	6	Ing. chim.
27	Retta Mario	Trieste	20	8	Ing. civile
28	Rizzardi Angelo	"	18	7	Vita pratica
29	Roghella Carlo	Gorizia	21	10	Ing. civile
30	Samblich Renato *	Trieste	17	7	"
31	Savorgnani Tullio *	"	18	7	"
32	Seu Pietro	"	18	7	Geometra
33	Sopranich Elvidio	Alessandria d'Egitto	20	9	Scuola commerc.
34	Stark Pietro	Trieste	18	7	"
35	Tagliapietra Ezio	Petrovia (Istria)	19	7	Ing. civile
36	Tamburin Mario	Trieste	19	9	Filologia
37	Zaia Umberto *	"	18	7	Vita pratica
38	Zvitanovich Gustavo	"	17	7	Tecn. d'assic.

* Maturi con distinzione.

Anno scolastico 1907-1908.

Agli esami furono ammessi 48 scolari pubblici dell'Istituto ed un candidato che si presentò all'esame per la seconda volta.

Vennero assegnati i seguenti temi, che si elaborarono nei giorni 1-4 giugno:

Lingua italiana.

Nella sezione A: a scelta

1. Civiltà marittima e civiltà continentale.
2. L'acido solforico e le industrie,
3. Le condizioni morali e politiche di un popolo animano e informano la sua letteratura, e la letteratura opera efficacemente nelle condizioni morali e civili di esso popolo.

Il primo tema è stato prescelto da nove candidati, il secondo da quattro, il terzo da nove.

Nella sezione B: a scelta

1. Il commercio e la civiltà.
2. Le splendide fortune, al pari dei venti impetuosi, producono grandi naufragi. (Plutarco).
3. L'elettricità nella vita moderna.

Il primo tema è stato prescelto da 16 candidati, il secondo da quattro, il terzo da sette.

Lingua tedesca.

Nelle sezioni A *e* B:

Das Alte stürzt, es ändert sich die Zeit,
Und neues Leben blüht aus den Ruinen. (Schiller).

(Tema libero).

Lingua francese.

Nella sezione A:

Versione dal francese nell'italiano: «Le Calabrais Léonce Pilate». (Henry Cochin, Boccace)

Nella sezione B:

Versione dal francese nell'italiano: «Napoléon à sa dernière parade». (Honoré de Balzac).

Geometria descrittiva.

Nella sezione A:

1. Disegnare le proiezioni d'una piramide regolare pentagonale iscritta in una sfera data. (Raggio della sfera = 6 cm Il centro della base della piramide giace sul raggio della sfera le cui proiezioni includono un angolo di 45^0 colla $_1x_2$, distante dal centro della sfera di $^2/_3$ del raggio)

2. Un cilindro circolare obliquo ha i centri delle basi *o* (20, 4, 0), *c* (20, 12, 12) ed il raggio delle medesime r = 4. Disegnare la sezione con un piano obliquo, la cui prima traccia forma colla $_1x_2$ un angolo di 45^0 ed è distante dal centro *o* della base di 7 unità, mentre la seconda traccia include colla $_1x_2$ un angolo di 30^0. Costruire le ombre proprie e portate sui piani di proiezione del tronco superiore del cilindro. (Il tronco inferiore s'immagina levato via).

3. Sezione iperbolica d'un cono obliquo a base circolare poggiato sul piano di profilo. Il centro della base è *o* (0, 6, 5) il raggio r = 4 ed il vertice del cono è V (9, 6, 1). Il piano secante sarà parallelo alle generatrici i cui piedi sono *a* (0, 6, 9), *b* (0, 10, 5) e la sua traccia sul piano della base passerà per il centro di questa.

Nella sezione B:

1. I punti N (0, 7, 2·5) e M (0, 7, 5·5) sono i centri di due circonferenze parallele al primo piano di proiezione coi raggi 4 e 5 cm. Queste circonferenze determinano il manto di un tronco di cono. Eseguire la costruzione d'ombre per illuminazione parallela a 45^0.

2. Un cono circolare ha la base col raggio r = 5 cm. parallela al primo piano di proiezione. Il centro della stessa è *M* (0, 6, 8·5), il vertice del cono è V (— 2 5, 6, 0). Determinare la sezione di questo cono con un piano S, che dimezza l'asse ed è parallelo alle generatrici, che contengono i punti A (5, 6, z) e B) (0, 11, z) del cono.

3. Rappresentare il triangolo iscoscele che ha per base A (7·5, 3·5, 6·5) B (4, 7, 4·5), l'altezza h = 5·5 cm. e il vertice distante 4 cm. dal punto D (0, 4, 5).

Gli esami orali cominceranno il giorno 6 di luglio sotto la presidenza dell' i. r. Ispettore scolastico provinciale prof. Nicolò Ravalico.

Il risultato degli esami verrà pubblicato nel programma del p. v. anno scolastico.

IX.

CRONACA DELLA SCUOLA

Colla fine dell' anno scolastico 1906-1907 cessarono di far parte del corpo insegnante di questa scuola i supplenti sigg. *Luigi Borri*, emerito professore dell' i. r. scuola reale Elisabettina di Rovereto, ed *Edoardo Pernici*, i quali per la loro zelante e proficua attività svolta in questa scuola si meritarono la stima e l'affetto dei colleghi e dei discepoli.

Il corpo insegnante venne completato coll' assunzione del nuovo supplente sig. *Alberto Benedetti*, colla riassunzione dei supplenti sigg. *Mario Colla*, *Carlo Corà*, *Vittorio Furlani*, *Antonio Ivancich*, *Francesco Rigo* e *Luigi Zorzini*, e degli assistenti al disegno a mano sigg. *Guglielmo Krammer*, *Giuseppe Zolja* e *Attilio Fonda* (decr. mag. dell'8 ottobre 1907 N. 32319-VI approvato con decr. luog. del 7 ottobre 1907 N. VII-1088). L'istruzione della religione cattolica e le esortazioni domenicali vennero, dall' Ordinariato vescovile, come per l'anno passato, affidate in via sussidiaria ai R. *D. Michele Giacomelli* e *D. Carlo Sajovitz* (decr. mag. del 17 settembre 1907 N. 31174-VI), e restarono assegnati a questa scuola per l'insegnamento della religione ebraica e per la stenografia i sigg. *Davide Coen* e *Pietro Demonte* (decr. mag. del 8 ottobre 1907 N. 32319-VI). Fu concesso inoltre al signor *Oliviero Stua*, candidato abilitato all'insegnamento nelle scuole reali, di compiere in quest'Istituto il prescritto anno di prova, (decr. luog. del 25 novembre 1907 N. VII-1307-1).

Il prof. provvisorio *Antonio Bartoli* venne infine nominato docente effettivo nel triennio di prova (decr. mag. del 12 dicembre 1907 N. 43479-VI).

*
* *

Gli esami di ammissione alla prima classe si tennero nei giorni 1° di luglio e 16 settembre, quelli alle altre classi, come pure quelli di riparazione e suppletori, i giorni 16-19 settembre. L' ufficio divino d' inaugurazione del nuovo anno scolastico venne celebrato il 20 settembre, ed il giorno 21 cominciarono le lezioni regolari.

A causa del numero degli allievi inscritti venne chiusa la terza sezione della classe quinta ed aperta in sua vece una quarta sezione della classe quarta. La scuola ebbe così durante quest'anno tutte le classi inferiori divise in quattro sezioni, tutti i corsi superiori in due, complessivamente dunque 22 classi, cinque delle quali trovarono collocamento nella Succursale, e precisamente le classi I *d*, II *d*, III *d*, IV *c* e IV *d*.

Il giorno 4 ottobre si festeggiò l'onomastico di S. M. l'Imperatore con un solenne ufficio divino, al quale assistettero l'intero Corpo insegnante e gli allievi cattolici dell'Istituto; ed il giorno 19 novembre venne celebrata la messa funebre in memoria di S. M. la defunta Imperatrice Elisabetta.

Il giorno 21 novembre fu data vacanza per la festa della B. V. della Salute.

I membri della deputazione municipale di questa scuola, onor. Domenico Risigari e ing Enrico Vivante, consiglieri della città, onorarono ripetutamente (15 ottobre, 13 e 27 maggio) la scuola di una loro visita, informandosi minutamente dell'andamento e dei bisogni della stessa.

Per disposizione ministeriale, ed in via eccezionale, le vacanze natalizie ebbero principio quest'anno col mezzodì del giorno 21 dicembre (decreto luogoten. dell'11 dicembre 1907 N. VII-326/3).

Il primo semestre si chiuse il 15 febbraio, ed il giorno 18 febbraio cominciò il secondo.

Il 1° di maggio fu data vacanza per le solite passeggiate.

L'insegnamento della Religione cattolica fu ispezionato dal Commissario vescovile M. R. dott. *Carlo Mecchia* i giorni 27, 28 e 30 marzo nelle classi della scuola madre, ed i giorni 6 e 7 maggio in quelle della succursale; il sig. Commissario assistette anche il giorno 10 maggio alla esortazione ed alla S. Messa che si celebra nella Succursale.

Il giorno 6 di maggio anche il sig. *Edoardo Brechler*, i r. professore e delegato ispettore speciale per l'insegnamento del disegno a mano onorò la scuola di una sua visita.

Il signor prof. *Nicolò Ravalico*, i r. ispettore scolastico provinciale, ispezionò l'Istituto nella prima settimana di giugno.

Le iscrizioni degli allievi alla prima classe (sessione di estate) si fecero i giorni 30 di giugno, 1 e 2 di luglio.

Il giorno 4 di luglio, in cui si chiude l'anno scolastico, si terranno gli esami di ammissione alla prima classe, ed il 6 di luglio cominceranno gli esami orali di maturità.

***

Fu questo un anno disgraziato e da non trovar riscontro negli annali dell' Istituto per ciò che riguarda le frequenti assenze di docenti causate da malattia o da altro. Così, il prof. Michelangelo Dell'Antonio ottenne, per ragioni di salute, una riduzione d'orario per il semestre invernale (decr. mag. del 26 settembre 1907 N. 24498-VI), estesa in seguito anche al semestre estivo (decr. mag. del 26 febbraio 1908 N. 4831-VI). Il supplente Vittorio Furlani ebbe poi un permesso d'assenza della durata di 10 giorni (decr. mag. del 18 ottobre 1907 N. 35864-VI) per sostenere gli esami di abilitazione nella geografia e storia, superati con buon esito. Allo stesso scopo furono accordati: al supplente Corà un permesso d'assenza di 8 giorni in due riprese (decr. mag. del 5 ottobre 1907 N. 34067-VI) e altro di 10 giorni (decr. mag. dell'11 gennaio 1908 N. 938-VI); al supplente Colla uno di 10 giorni nel mese di ottobre (decr. mag. del 5 ottobre 1907 N. 34067-VI) e altro, pure di 10 giorni, nel mese di gennaio (decr. mag. del 8 gennaio 1908 N. 515-VI); e finalmente al supplente Ivancich, nel mese di gennaio, uno di 10 giorni (decr. mag. del 8 gennaio 1908 N. 515-VI) per ultimare i suoi esami.

Tutti i suddetti docenti, avendo superato con buon successo questi esami, vennero abilitati all' insegnamento nelle scuole medie.

A queste assenze se ne aggiungono ben altre; senza contare quelle di minor rilievo, cagionate da leggere indisposizioni, e quelle varianti dai 5 agli 8 giorni del direttore e dei docenti Baschiera, Braun, Iurizza e Fonda, va in prima linea rilevato l'assenza prolungata del supplente Zorzini, chè, ammalatosi gravemente addì 18 novembre, non potè riprendere le lezioni che al principio del secondo semestre. Le sue ore di lezione vennero affidate per la durata della sua malattia al prof. Rossmann (tedesco, IV *c*) ed ai supplenti Benedetti (italiano, III *d*) Corà (tedesco III *d*) e Furlani (italiano II *d* e IV *c*). Il corpo insegnante stava già per rimettersi allo stato normale, quando si ammalò il prof. Bartoli (7 febbraio - 2 marzo), e, come ciò non bastasse, sopraggiunse al principio del secondo semestre la grave malattia del supplente Colla, la quale non permise allo stesso di riprendere più le lezioni nel corso dell' intero secondo semestre.

Ambedue vennero suppliti dal candidato di prova sig. Oliviero Stua, che assunse, fino al 2 di marzo, l'orario completo del prof. Bartoli, e poi quello intero del supplente Colla.

*
* *

Lo stato di salute della scolaresca è stato anche poco soddisfacente a causa dell' epidemia d' influenza sviluppatasi in città nel mese di gennaio e seguenti. Di malattie contagiose (infettive) non si ebbero però a lamentare che singoli casi.

Il giorno 14 febbraio venne rapito all' affetto della famiglia, dei docenti e dei condiscepoli l'allievo della IV classe Guido Zennaro. La sua memoria resterà sempre cara a quanti lo conobbero.

X.

ESERCIZI GINNASTICI, GIUOCHI ALL'APERTO, GITE ED ESCURSIONI DEGLI SCOLARI.

Allo sviluppo fisico della scolaresca il Comune provvide oltrechè colla solita istruzione regolare nella ginnastica, anche coi giuochi all'aperto.

Alle lezioni di ginnastica s'inscrissero 349 allievi, che vennero divisi, nel semestre d'inverno, complessivamente in 11 sezioni con due ore settimanali d'insegnamento per ciascuna.

Delle 7 sezioni formate dagli allievi della Scuola madre e che ebbero la rispettiva istruzione nella palestra della civica Scuola di ginnastica in via della Valle, una venne istruita dal direttore della suddetta scuola sig. N. Cobol e 6 dal docente sig. E. Paulin; gli allievi della Succursale vennero istruiti dal direttore N. Cobol nella palestra della civica scuola popolare di via Paolo Veronese.

Nel secondo semestre le sezioni della Scuola madre vennero ridotte a cinque, quelle della Succursale a tre; due sezioni di quest'ultima vennero istruite dal docente di ginnastica sig. G. Doff-Sotta, mentre le altre sei restarono affidate al docente sig. E. Paulin.

Anche quest'anno venne data molta importanza agli esercizi ordinativi, a corpo libero, a manubri, a bastoni, e con le clave.

Col giorno 23 di marzo s'iniziarono gli esercizi ed i giuochi all'aperto nel vasto campo di via Tommaso Grossi, con gli stessi insegnanti e col medesimo orario delle lezioni di ginnastica. Vi si eseguirono vari giuochi cumulativi o in squadre, come il tiro alla fune, la palla al balzo, la palla vibrata, bocce, birilli, tamburello, calcio e molti altri giuochi giovanili.

Gli esercizi si chiusero colla fine dell'anno scolastico.

***

Nel corso dell'anno scolastico vennero intraprese le seguenti gite ed escursioni:

12 e 13 ottobre: Salita del monte Maggiore da Lupoglava; vi parteciparono 20 allievi delle classi IV *a* in poi. La Società Alpina delle Giulie procurò agli scolari la riduzione del 50% sulle spese di pernottamento e l'entrata libera al rifugio. (Prof. Blasig).

27 ottobre: Salita sul Castellaro maggiore e sul Cocus dalla parte di Draga, con 58 allievi delle classi II-V. Ritorno per Basovizza. (Prof. Blasig).

17 novembre: Salita sul Taiano da Erpelle; ritorno per Matteria. 31 partecipanti delle classi II-VI. (Prof. Blasig).

10 gennaio: Al pattinaggio di Percedol. 17 partecipanti della classe I *b*. (Docente di ginnastica E. Paulin)

11 gennaio: Al pattinaggio di Percedol. 68 partecipanti delle classi I *c*, II *a*, *b*, *c*. (Doc. Paulin).

18 gennaio: Al pattinaggio di Percedol 35 partecipanti delle classi I *c* e II *a*. (Doc. Paulin).

23 gennaio: Idem, con 19 allievi della I *a*. (Doc. Paulin).

25 gennaio: Passeggiata per Opicina, Prosecco, Contovello e Barcola. 48 partecipanti delle classi I *a*, *b* e *c*. (Doc. Paulin).

26 gennaio: Salita del Monte Santo presso Gorizia, con 8 allievi di diverse classi (prof. Blasig).

9 febbraio: Salita del monte Cerna Perst con 8 allievi di diverse classi. Si discese dalla parte di Podberdo e si prosegui fino al lago di Veldes (prof. Blasig).

12 febbraio: Passeggiata per Opicina e Trebiciano alla vedetta Alice con 36 allievi delle classi II *a*, *b* e *c*. (Doc. Paulin).

14 febbraio: Visita dell'Officina del gas illuminante con gli allievi della classe V *b*. Il dott. Abeatici mostrò e descrisse minutamente agli allievi tutto l'impianto e l'ing. Bearzi fece vedere il macchinario dell'officina elettrica. (Prof. Blasig).

22 febbraio: Passeggiata alla vedetta Alice con 26 allievi delle classi I *a* e *c*. (Doc. Paulin).

26 febbraio: Passeggiata a Repentabor con 27 allievi delle classi II *a* e *c*. (Doc. Paulin).

5 aprile: Escursione geralogica lungo il corso della Rosandra con 15 allievi delle classi III VII. (prof. Blasig).

14, 15 e 16 aprile: Visita delle miniere mercurifere di Idria con alcuni allievi delle classi superiori. La comitiva venne accolta molto affabilmente dal sig. I. Billek, consigliere superiore e direttore dello stabilimento. Guidati dall'i. r. consigliere sig. Horsic, gli allievi visitarono minutamente le officine. L'ingegnere montanistico sig. Clemente Penco, già allievo della scuola, accompagnò i visitatori nei pozzi e nelle gallerie fino a 300 metri di profondità, illustrandone la parte geologica e tecnica. Il ritorno si effettuò a piedi per Schwarzemberg e Zoll fino ad Aidussina, quindi con ferrovia.

Il 1° maggio si fecero le seguenti gite:

30 allievi della classe I *b*, accompagnati dal prof. Benco, intrapresero un'escursione sul Carso, recandosi per Opicina e Trebiciano alla vedetta Alice. Il ritorno seguì verso il tocco.

Un'altra comitiva di 70 allievi di tutte le classi, sotto la direzione del prof. Cortivo, alla quale si associarono il direttore ed i prof. Moro, Iurizza, Stua e Fonda, si recò con la ferrovia ad Erpelle e prese poi la via di Matteria, che raggiunse dopo un largo lungo giro le colline circostanti. Si ritornò nel pomeriggio a piedi sino ad Erpelle e poi con la ferrovia a Trieste.

Un gruppo di 40 allievi delle classi IV *e*, guidato dai prof. Pierobon e Budinich, raggiunse Rodik colla ferrovia, intraprese la salita del monte Artuise e continuò la passeggiata fino a Divaccia. Il ritorno seguì con la ferrovia.

35 allievi delle classi II-VII, guidati dai prof. Blasig e Furlani, si recarono da Divaccia, che avevano raggiunta colla ferrovia, al ponte di Skofle sul Recca ed alle rovine del castello di Noviscoglio. Visitarono poi la grotta di S. Canziano e ritornarono per Lesecce a Divaccia, donde ripartirono per Trieste.

2 maggio: Visita degli altiforni di Servola con gli allievi delle classi V *b* e VII *a*. (Prof. Blasig).

9 maggio: Escursione botanica oltre il Monte spaccato a Padriciano, Trebiciano e Conconello colle classi I *d* e II *d*. (Prof. Blasig).

13 maggio: Visita delle fabbriche di birra e di ghiaccio di Matteo Judtmann cou gli scolari della V *b* ed alcuni della VII *a* (Prof. Blasig).

16 maggio: Escursione botanica nel parco di Miramare con le classi I *d* e II *d*. Si ritornò per Prosecco ed Opicina. (prof. Blasig).

18 maggio: Visita del transatlantico „Martha Washington" della società di navigazione Austro Americana, con tutti gli allievi della scuola.

25 maggio: Visita della fabbrica di olii vegetali di Servola con gli allievi delle classi VI *b* e VII *b*. (Prof. Baschiera).

XI

DECRETI PIÙ IMPORTANTI

pervenuti alla scuola dalle Autorità superiori.

Decr. luog. del 31 agosto 1907 N. VII-4/67. Esprime alla Direzione ed al Corpo insegnante il meritato riconoscimento delle loro prestazioni per il miglioramento ottenuto nelle condizioni dell'Istituto.

Decr. mag. del 19 settembre 1907 N 58232-1906-VI. Comunica che il Consiglio della città trasferì il dott. Carlo Gratzer, professore presso questa scuola, provvisoriamente addetto al Ginnasio comunale, in via definitiva a quell'Istituto.

Decr. mag. del 23 ottobre 1907 N 30573-VI. Comunica che il Consiglio della città elesse a membri della deputazione municipale per questa scuola gli onor. *Domenico Risegari*, *Carlo Hermet* ed ing *Enrico Vivante*.

Decr. mag. del 3 dicembre 1907 N 30679-VI. Comunica che viene presa grata notizia del buon andamento di questo Istituto durante l'anno scolastico 1906-1907.

Decr. luog. del 16 marzo 1908 N. VII-416. Comunica che per facilitare l'esame di maturità nella fisica, l'i r. Ministero del culto e dell'istruzione con dispaccio del 29 febbraio 1908 N. 10052 ha disposto che fino ad ulteriori disposizioni nel secondo semestre della settima classe venga ogni settimana dedicata una delle ore di fisica esclusivamente ad una ripetizione riassuntiva.

Decr. luog. del 29 marzo 1908 N VII-418-08 Invita a rendere di pubblica ragione che nella sessione autunnale 1908 esami di maturità per intiero (in iscritto ed orali) saranno tenuti soltanto presso le scuole secondarie di Trieste.

Decr. luog. del 4 aprile 1908 N. VII-458-08. Comunica che il signor Ministro del culto e dell'istruzione con dispaccio del 10 marzo 1908 N. 11342 dispose che in tutte le scuole secondarie l'anno scolastico abbia a chiudersi il 4 luglio a. c, semprechè però durante la stagione calda non venga ridotto l'orario.

Decr. luog. del 20 aprile 1908 N. VII-418/4-08. Comunica alcune disposizioni che il signor Ministro del culto e dell'istruzione con dispaccio del 2 aprile a. c. N. 15509 trovò di pubblicare in appendice al nuovo regolamento sugli esami di maturità contenuto nell'ordinanza minist. del 29 febbraio 1908 N. 10051 (Boll. dell'Ord. minist. N. 19).

Decr. mag. dell'11 maggio 1908 N. 18827-VI. Comunica che la Delegazione municipale ha dato la sua autorizzazione acchè vengano esposti alcuni disegni degli allievi al Congresso di Londra, approvandone la spesa necessaria.

Decr. mag. del 22 maggio 1908 N. 12567/07-VI. Comunica che il Consiglio della Città nella seduta del 20 maggio a. c. ha preso il seguente deliberato:

Le aggiunte quinquennali dei docenti delle scuole medie del Comune sono aumentate dal 1° gennaio 1909 in modo che la prima è portata a cor. 500, la terza a cor. 700, la quarta a cor. 800 e la quinta a cor. 900.

Decr. Luog. del 30 maggio 1908 N. VII-724. Comunica le disposizioni prese dal signor Ministro del Culto e dell'Istruzione (disp. minist. del 7 maggio 1908 N. 8331) per festeggiare in modo generale ed uniforme in tutte le scuole il Giubileo del 60° anno di regno di Sua Maestà.

XII.

ELENCO DEGLI SCOLARI

che alla fine dell'anno scolastico riportarono la *prima classe con eminenza.*

I *A*	Brocchi Lucillo	da Seraievo
	Cesare Carlo	„ Trieste
	Fachiri Pantaleone	„ „
I *B*	Gherzabek Giuseppe	„ „
I *C*	Zhepirlo Mario	„ „
II *A*	Antoniani Attilio	„ Corfù
	Bortolussi Galliano	„ Trieste
	Brunetti Oliviero	„ „
	Dolcher Ernesto	„ „
II *B*	Gianni Mario	„ „
	Kers Arrigo	„ „
	Masutti Marino	„ „
II *C*	Moro Romano	„ „
	Pirc Tiziano	„ „
	Zannier Carlo	„ „
II *D*	Cirillo Ferruccio	„ „
	Ruzzier Francesco	„ Gorizia
III *C*	Riccoboni Alberto	„ Este
III *D*	Gridelli Edoardo	„ Trieste
	Ruzzier Dante	„ Gorizia

IV *A*	Puppis Carlo	da	Trieste
IV *B*	Negri Giorgio	"	"
	Piazza Alessandro	"	Bologna
V *A*	Basilio Francesco	"	Trieste
V *B*	Denon Ruggero	"	"
	Piacentini Giulio	"	"
	Viezzoli Ermanno	"	"
VI *A*	Dorissa Umberto	"	"
VI *B*	Vecchi Lucio	"	"
VII *A*	Borri Gino	"	Schio
	Costantini Mario	"	Trieste
VII *B*	Sulligoi Carlo	"	"
	Türk Gustavo	"	"
	Zimmermann Biagio	"	Capodistria

XIII.

AVVISO

per l'anno scolastico 1908-1909

L'iscrizione degli scolari verrà fatta nei giorni 11, 12, 14 e 15 settembre, dalle 9 ant. a mezzogiorno.

Gli scolari che domandano l'ammissione per la prima volta, o che intendono di riprendere gli studi interrotti, si presenteranno, accompagnati dai genitori o dai loro rappresentanti, alla Direzione dell'Istituto (Via dell'Acquedotto) ed esibiranno: 1) la *fede di nascita*; 2) l'*attestato di vaccinazione*; 3) un *certificato medico* riguardo alla sanità degli occhi; 4) i *documenti scolastici.*

Questi consistono:

a) per gli allievi che domandano l'ammissione alla prima classe e che vengono da una scuola popolare, nell'*attestato di frequentazione*;

b) per gli allievi che domandano l'ammissione alle altre classi e che vengono da altri istituti pubblici, nell'*ultimo attestato semestrale*, munito della prescritta clausola di dimissione.

La tassa d'iscrizione per gli scolari che entrano per la prima volta nell'Istituto è di corone 4.—, il contributo per la biblioteca degli scolari di cor. 1.—, da pagarsi all'atto dell'iscrizione.

Gli scolari appartenenti all'Istituto si presenteranno da sè soli nei giorni suindicati, e precisamente quelli della Scuola madre al professore incaricato dell'iscrizione in via dell'Acquedotto, e quelli della Succursale al dirigente della medesima, ad eccezione degli allievi che assolsero la quarta classe della Succursale, che dovranno presentarsi alla Scuola madre. Gli scolari ai quali venne concesso l'esame di riparazione in una materia, o il suppletorio, s'inscriveranno dopo dati questi esami, All' atto dell' iscrizione gli allievi indicheranno anche le materie libere che intendono di frequentare.

Ritardi che non venissero a tempo debito giustificati, equivarranno ad un volontario abbandono della scuola, e, passati i giorni dell' iscrizione, per esservi riammessi si dovrà chiedere formale permesso alla Autorità superiore.

La tassa scolastica importa corone 30 al semestre, e va pagata all' Esattoria presso il Magistrato civico antecipatamente; può anche esser pagata in tre rate. Ad allievi poveri e meritevoli per comportamento e profitto la Delegazione municipale potrà concedere l' esenzione dalla tassa o la riduzione a metà. Ad allievi poveri della prima classe, il pagamento potrà esser prorogato fino alla fine del 1° semestre, ove nei primi due mesi gli aspiranti dimostrino buon contegno e profitto. L' esenzione o riduzione definitiva avviene in questo caso appena sulla base della classificazione del primo semestre. L' esenzione o riduzione vale soltanto per l'anno scolastico in cui fu concessa, e va perduta nel secondo semestre, se l' allievo nella classificazione semestrale non ha corrisposto nei costumi e nel progresso.

* * *

Per l' ammissione alla prima classe si richiede:

a) l'età di 10 anni compiuti o da compirsi entro l' anno solare in corso;

b) la prova di possedere una corrispondente preparazione.

Questa vien data per mezzo di un esame che comprende i seguenti oggetti:

a) **Religione.** Si richiedono quelle cognizioni che vengono acquistate nella scuola popolare. Gli scolari provenienti da una scuola popolare i quali nel certificato di frequentazione abbiano riportato nella religione almeno la nota "buono", sono dispensati da tale esame.

b) **Lingua italiana.** L' esame vien dato in iscritto ed a voce. Si richiede speditezza nel leggere e nello scrivere; sicurezza nello scrivere sotto dettatura, conoscenza degli elementi della morfologia e dell'analisi di proposizioni semplici e complesse.

c) **Aritmetica.** L'esame si fa in iscritto ed a voce. Si esige la conoscenza delle quattro operazioni fondamentali con numeri interi.

Per questi esami non si paga alcuna tassa.

Gli scolari che in base a questo esame sono dichiarati non idonei ad esser ammessi nella scuola media, sia nella sessione di estate sia in quella di autunno, non possono dare una seconda volta l'esame di ammissione nè nell' Istituto dal quale furono dichiarati non idonei, nè in un altro che abbia la medesima lingua d'insegnamento, ma sono rimandati al prossimo anno scolastico.

A questi scolari viene restituita la tassa d' iscrizione ed il contributo per la biblioteca degli scolari, pagati all' atto dell' iscrizione.

Per l' ammissione alle altre classi si richiede:

a) l' età corrispondente,

b) la prova di possedere le cognizioni fissate dal piano d' insegnamento.

Questa vien data o col dimostrare di aver assolto nell'anno precedente la classe corrispondente di una Scuola Reale di eguale organizzazione o per mezzo di un esame di ammissione.

Gli scolari che vengono da Scuole Reali con altra lingua d' insegnamento o di altra organizzazione, daranno quest'esame soltanto nella lingua italiana, rispettivamente in quelle lingue moderne nelle quali non ebbero un' eguale preparazione.

Per questi esami non si paga alcuna tassa.

Gli scolari che non hanno frequentato nell' anno precedente una Scuola Reale pubblica, quelli che hanno abbandonato la Scuola Reale prima della classificazione finale e quelli che hanno studiato privatamente, daranno un esame di ammissione, l' estensione del quale varierà a seconda dei casi.

Per questo esame si deve pagare a titolo di tassa d' esame d' ammissione l' importo di corone 24.—.

* * *

Gli esami di ammissione alla prima classe si terranno il giorno 16 settembre dalla ore 8 ant. in poi, soltanto nella Scuola madre.

Gli esami di ammissione alle altre classi si terranno nei giorni 16 settembre dalle 9 ant alla 1 pom., e 17-19 settembre dalle ore 8 ant. alla 1 pom , tanto nella Scuola madre quanto nella Succursale Gli scolari obbligati a dare questi esami si presenteranno il giorno 16 settembre alle ore 9 ant. nella Direzione dell' Istituto (via Acquedotto), dove verranno debitamente informati in proposito.

Gli esami di riparazione e gli esami suppletori si terranno nei giorni 16 settembre dalle ore 9 antim. alla 1 pom., e 17-19 settembre dalle ore 8 ant alla 1 pom., tanto nella Scuola madre quanto nella Succursale.

Gli scolari ai quali venne concesso di dare l'esame di riparazione, si presenteranno il giorno 16 settembre alle 9 ant. dal rispettivo professore; quelli cui venne accordato l'esame suppletorio, il giorno 16 settembre alle ore 9 ant. nella Direzione dell' Istituto.

Gli scolari che non si presentassero nei giorni stabiliti e non potessero giustificare il ritardo, trascorso il periodo degli esami (16-19 settembre) perderanno ogni diritto alla continuazione di questi.

Il giorno 20 settembre verrà celebrato negli oratori della Scuola madre e della Succursale un ufficio divino d'inaugurazione dell'anno scolastico, ed il giorno 21 settembre alle ore 8 ant. principieranno regolarmente le lezioni.