+ corr. J.

Zbirka obrazcev
iz matematike in fizike
za srednje šole.

Sestavil

prof. K. Kunc.

Obrazci se smejo uporabljati pri pismenem višjem tečajnem izpitu iz matematike.

V Ljubljani 1928.

Založila Ig. Kleinmayr & Fed. Bamberg, družba z o. z. v Ljubljani (predstavnik Herman Hrovat).
Natisnila Zvezna tiskarna v Celju (predstavnik Milan Četina).

Vsebina.

A. Aritmetika.

B. Geometrija.

C. Fizika.

A. Aritmetika.

I. Osnovni računi.

a) Računi s celimi števili.

1. $a + (b - c + d) = a + b - c + d;$
2. $a - (b - c + d) = a - b + c - d.$

[Obrazca 1., 2.: razreševanje oklepajev. Obratno (desna in leva stran se zamenjata): postavljanje oklepajev.]

3. $(a + b - c)(x - y) = ax + bx - cx - ay - by + cy;$
4. $(ax + bx - cx - ay - by + cy) : (a + b - c) = x - y.$

Posebni primeri.

5. $a (x - y) = ax - ay;$
6. $[a + b (c - d)] x = ax + bx (c - d),$
   $= ax + b (cx - dx);$
7. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 ab + b^2;$
8. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$
9. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b) x + ab;$
10. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 a^2 b + 3 ab^2 \pm b^3;$
11. $(a^2 \mp ab + b^2)(a \pm b) = a^3 \pm b^3.$

[Obrazci 3—11: razreševanje oklepajev. Obratno (razen 4): razstavljanje na prafaktorje.]

b) Največja skupna mera $M\,(x, y, z)$, najmanjši skupni mnogokratnik $mn\,(x, y, z)$.

Če je $x = abcd, y = abef, z = abcf$, ($a, b, c, d, e, f$ so prafaktorji števil x, y, z), je

1. $M\,(x, y, z) = ab$;
2. $mn\,(x, y, z) = abcdef$;
3. $mn\,(x, y) = x.\,\dfrac{y}{M\,(x, y)}$.

c) Računanje z ulomki.

1. $\dfrac{a}{x} \pm \dfrac{b}{y} = \dfrac{ay \pm bx}{xy}$; $\dfrac{a}{m\xi} \pm \dfrac{b}{m\eta} = \dfrac{a\eta \pm b\xi}{m\xi\eta}$;
2. $\dfrac{a}{x} \cdot \dfrac{b}{y} = \dfrac{ab}{xy}$;
3. $\dfrac{a}{x} : \dfrac{b}{y} = \dfrac{a}{x} \cdot \dfrac{y}{b}$.

č) Računanje s potencami in koreni.

Definicije: $a^n = a\,.\,a\,.\,a\,.\,.\,.\,.\,.\,a$ (n faktorjev);

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n;$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m;$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a;$$

$$\sqrt[-n]{a} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}, \quad \sqrt[-n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}};$$

$$\sqrt[\frac{m}{n}]{a} = \sqrt[m]{a^n} = \left(\sqrt[m]{a}\right)^n.$$

Računi: 1. $a^m \pm b^n = a^m \pm b^n, \; a^m + a^m = 2\,a^m;$

2. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \; a^m \cdot b^m = (ab)^m;$

3. $a^m : a^n = a^{m-n}, \; a^m : b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m;$

4. $(a^m)^n = a^{mn}.$

1. $\sqrt[m]{a^x} \pm \sqrt[n]{b^y} = \sqrt[m]{a^x} \pm \sqrt[n]{a^y}, \; \sqrt[m]{a^x} + \sqrt[m]{a^x} = 2\sqrt[m]{a^x};$

2. $\sqrt[m]{a^x} \cdot \sqrt[n]{b^y} = \sqrt[mn]{a^{nx}\,b^{my}};$

3. $\sqrt[m]{a^x} : \sqrt[n]{b^y} = \sqrt[mn]{\frac{a^{nx}}{b^{my}}};$

4. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}.$

d) Logaritmovanje.

1. $\log abc = \log a + \log b + \log c;$

2. $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b;$

3. $\log a^x = x \cdot \log a;$

4. $\log \sqrt[x]{a} = \frac{\log a}{x}.$

II. Sorazmerja.

a) Iz enostavnega sorazmerja $a : b = x : y$ sledi:

1. $ay = bx;$

2. $(a \pm b) : \begin{cases} a \\ b \end{cases} = (x \pm y) : \begin{cases} x \\ y \end{cases};$

3. $(a + b) : (a - b) = (x + y) : (x - y).$

b) 1. Iz stalnega sorazmerja $a : x = x : b$ sledi:

$x = \sqrt{ab}$; [x = geometrijska sredina (srednja geometrijska sorazmernica) števil a in b].

[$\frac{a+b}{2}$ = aritmetična sredina (srednja aritmetična sorazmernica, povprečna vrednost) števil a in b];

[$\frac{a+b+c}{3}$ = aritmetična sredina (povprečna vrednost) števil a, b in c];

[$s = \frac{2ab}{a+b}$, s = harmonična sredina števil a in b; $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{s}$].

2. Iz stalnega sorazmerja $a : x = x : (a - x)$ sledi: $x^2 + ax - a^2 = o$, (količina a je razdeljena po zlatem prerezu).

c) Iz zaporednega sorazmerja $a : b : c = x : y : z$ sledijo enostavna sorazmerja:

1. $a : b = x : y$, $a : c = x : z$, $b : c = y : z$;

2. $(a + b + c) : \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases} = (x + y + z) : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$;

3. $(ma - nb + pc) : \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases} = (mx - ny + pz) : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$.

III. Enačbe.

a) Z eno neznanko.

1. Linearna (urejena) enačba $x + a = 0$ ima koren $x = - a$;

2. kvadratna (urejena) enačba $x^2 + ax + b = 0$ ima korena $x_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b^2}$;

3. enačbe višjih stopenj se pretvorijo v linearne in kvadratne: α) z razstavljenjem leve strani (desna $= 0$) na linearne in kvadratne faktorje, β) z vstavljenjem nove neznanke.

b) Enačbe z več neznankami se pretvorijo z iztrebljenjem (eliminiranjem) neznank v enačbo z eno neznanko. Iz kvadratnih in enačb višjih stopenj se vobče napravi najprej ena ali več linearnih enačb.

c) Iracijonalne enačbe se pretvorijo s kvadrovanjem, kubovanjem ... obeh strani v linearne in kvadratne.

č) Eksponentne enačbe se pretvorijo v linearne in kvadratne α) s pretvoritvijo na skupno podlogo, β) z logaritmovanjem;

α) iz $a^x = a^y$ sledi $x = y$;

β) iz $ma^x = nb^y$ sledi $\log m + x \log a =$ $= \log n + y \log b$.

IV. Spreminjanje oblike.

a) Ulomki. Če je $\frac{a}{b} = A$, je tudi

1. $\frac{am}{bm} = A$, (razširjanje ulomkov, odpravljanje dvojnih ulomkov);

2. $\frac{a:m}{b:m} = A$, (krajšanje ulomkov).

b) Korenski izrazi. Če je $\sqrt[x]{p^y} = B$, je tudi

1. $\sqrt[mx]{p^{my}} = B$, (odpravljanje ulomljenih eksponentov);

2. $\sqrt[\frac{x}{m}]{p^{\frac{y}{m}}} = B$, (krajšanje korenskih izrazov).

c) Sorazmerja. Če je $a : b = x : y$, je tudi

1. $a : b = mx : my$, $a : mb = x : my$, (odpravljanje ulomkov);

2. $a^m : b^m = x^m : y^m$, (odpravljanje korenov);

3. $\sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{x} : \sqrt[m]{y}$, (odpravljanje potenc).

č) Enačbe. Če je $x - y = a$, je tudi

1. $mx - my = ma$, (odpravljanje ulomkov);

2. $\frac{x}{m} - \frac{y}{m} = \frac{a}{m}$, (krajšanje enačbe).

V. Postopice (progresije).

1. Števila $a, a + d, a + 2d, \ldots a + (n - 1)d, \ldots$ tvorijo aritmetično postopico z diferenco d,

števila $a, ak, ak^2, \ldots ak^{n-1}, \ldots$ tvorijo geometrijsko postopico s kvocijentom k;

2. $a_n = a + (n-1)\,d$, (a_n = občni člen aritmetične postopice);

3. $a_n = ak^{n-1}$, (a_n = občni člen geometrijske postopice);

4. $s_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$, ($s_n$ = vsota n zaporednih členov aritmetične postopice);

5. $s_n = a \cdot \frac{k^n - 1}{k - 1}$, ($s_n$ = vsota n zaporednih členov geometrijske postopice);

6. $s = \frac{a}{1-k}$, (s = vsota neskončne geometrijske postopice);

7. $\delta = \frac{b-a}{n+1}$, (δ = diferenca med a in b vrinjenih n členov aritmetične postopice);

8. $\varkappa = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$, ($\varkappa$ = kvocijent med a in b vrinjenih n členov geometrijske postopice).

VI. Obrestni in obrestno-obrestni računi.

a) Navadne obresti.

1. $o = \frac{klp}{100}$, (o so obresti, ki jih da po p % naloženi kapital k Din v l letih);

2. $o_1 = \dfrac{kmp}{1200}$, (o_1 so obresti, ki jih da k Din v m mesecih).

b) Obrestne obresti.

α) Če se obresti kapitalizujejo celoletno, $k = 1 + \dfrac{p}{100}$.

1. $a_n = ak^n,\; a'_n = \dfrac{a}{k^n}$,

(a_n = vrednost kapitala a Din čez n let, a'_n pa vrednost pred n leti);

2. $s_n = rk^{n-1} + rk^{n-2} + \cdots + rk + r = r\dfrac{k^n - 1}{k - 1}$,

(s_n = vrednost n letnih obrokov po r Din tisti dan, ko zapade n-ti obrok):

3. $s_n = rk^{l(n-1)} + rk^{l(n-2)} + \cdots + rk^l + r = r\dfrac{k^{ln} - 1}{k^l - 1}$,

(s_n = vrednost n obrokov po r Din, ki se vlagajo vsakih l let, tisti dan, ko se vloži n-ti obrok);

β) Če se obresti kapitalizujejo polletno, $k_1 = 1 + \dfrac{p/2}{100}$.

1. $a_n = ak_1^{2n},\; a'_n = \dfrac{a}{k_1^{2n}}$,

(a_n = vrednost kapitala a Din čez n let, a'_n pa vrednost pred n leti);

2. $s_n = rk_1^{2n-2} + rk_1^{2n-4} + \cdots + rk_1^2 + r = r\dfrac{k_1^{2n} - 1}{k_1^2 - 1}$,

(s_n = vrednost n letnih obrokov po r Din tisti dan, ko zapade n-ti obrok);

3. $s_n = rk_1^{l(2n-2)} + rk_1^{l(2n-4)} + \cdots + rk_1^{2l} + r =$

$$= r\frac{k_1^{2ln}-1}{k_1^{2l}-1},$$

(s_n = vrednost n obrokov po r Din, ki se vlagajo vsakih l let, tisti dan, ko se vloži n-ti obrok);

4. $s_n = r_1k_1^{2n-1} + r_1k_1^{2n-2} + \cdots\cdot + r_1k_1 + r_1 =$

$$= r_1\frac{k_1^{2n}-1}{k_1-1},$$

(s_n = vrednost 2 n obrokov po r_1 Din, ki se vlagajo vsako polovico leta, tisti dan, ko se vloži zadnji obrok).

VII. Kombinatorika.

1. $P_n = 1 . 2 . 3 . 4 \ldots (n-1) . n = n!$ [P_n = število permutacij (premeščajev) iz n elementov],

$P_n = \frac{n!}{p!}$, (P_n = število permutacij iz n elementov, če je med njimi p enakih);

2. $K_n^r = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1 . 2 . 3 \ldots . r} = \binom{n}{r}$,

(K_n^r = število kombinacij r-tega razreda iz n elementov),

$K_n^{r,p} = \frac{n(n+1)(n+2)\ldots(n+r-1)}{1 . 2 . 3 \ldots . r} = \binom{n+r-1}{r}$,

($K_n^{r,p}$ = število kombinacij r-tega razreda iz n elementov, če se elementi ponavljajo);

5. $V_n^r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = \binom{n}{r} r!,$

[V_n^r = število varijacij (premen) r-tega razreda iz n elementov],

$V_n^{r,p} = n^r$, ($V_n^{r,p}$ = število varijacij r-tega razreda iz n elementov, če se elementi ponavljajo).

VIII. Binomski zakon.

$$(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} y + \binom{n}{2} x^{n-2} y^2 + \dots$$
$$\dots + \binom{n}{r} x^{n-r} y^r + \dots + \binom{n}{n-1} x y^{n-1} + y^n.$$

IX. Matematična verjetnost.

1. $v = \frac{u}{m}$, (v = absolutna verjetnost, da se zgodi izmed m mogočih eden izmed u ugodnih dogodkov),

$v = 0$ pomeni: nemogoče je, da se zgodi dogodek,

$v = 1$ pomeni: popolnoma gotovo je, da se zgodi dogodek;

2. $v = \frac{m-u}{m} = 1 - \frac{u}{m}$, ($v$ = verjetnost, da se ne zgodi ugoden dogodek);

3. $v = \frac{v_1}{v_1 + v_2}$, [$v$ = verjetnost, da izmed dveh dogodkov A (z absolutno verjetnostjo v_1) in B (z absolutno verjetnostjo v_2) nastopi prej A kakor B];

4. $v = v_1 + v_2 + v_3$, [v = verjetnost, da se zgodi ali A (z absolutno verjetnostjo v_1) ali B (v_2) ali C (v_3)];

5. $v = v_1 . v_2 . v_3$ (v = verjetnost, da se zgodi A, B in C),

$v = v_1^n$, (v = verjetnost, da se zgodi A n-krat zaporedoma),

$v = v_2\, v_2\, (1 - v_3)$, ($v$ = verjetnost, da se zgodi A in B, C pa ne),

$v = (1 - v_1)\,(1 - v_2)\,(1 - v_3)$, ($v$ = verjetnost, da se ne zgodi ne A, ne B, ne C),

$v = 1 - (1 - v_1)\,(1 - v_2)\,(1 - v_3)$, ($v$ = verjetnost, da se zgodi vsaj eden izmed dogodkov A, B in C),

$v = 1 - v_1\, v_2\, v_3$, (v — verjetnost, da se ne zgodijo vsi trije dogodki, temveč kvečjemu dva),

$v = v_1\,(1 - v_2) + v_2\,(1 - v_1)$, ($v$ = verjetnost, da se zgodi ali A, pa B ne, ali pa B, pa A ne),

$v = (1 - v_1) + (1 - v_2) + (1 - v_3)$, ($v$ = verjetnost, da se eden izmed dogodkov A, B, C ne zgodi);

6. $U = av$, (U = matematična vrednost upanja na dobitek a Din, če je v verjetnost, da se zadene).

X. Iz diferencijalnega in integralnega računa.

1. Če je $y = f(x)$, je njen diferencijalni kvocijent $\frac{dy}{dx} = [y' = f'(x)] = \lim\limits_{dx = o} \frac{f(x + dx) - f(x)}{dx}$.
2. Če je $y = x^n$, je $y' = n\,x^{n-1}$;
3. Če je $y = k$, je $y' = o$;
4. Če je $y = k . f(x)$, je $y' = k . f'(x)$;
5. Če je $y = \varphi(x) \pm \psi(x)$, je $y' = \varphi'(x) \pm \psi'(x)$;
6. Če je $y = \sin x$, je $y' = \cos x$;

7. Če je $y = \cos x$, je $y' = -\sin x$;

8. Če je $y = f(z)$, $z = \varphi(x,)$ je $y' = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} =$ $= f'(z) \,.\, \varphi'(x)$.

9. $\frac{dy}{dx} = tg\,\alpha$, [$\alpha$ = naklonski kot črte $y = f(x)$ v točki (x, y)];

$\alpha = 0^0$, torej tudi $\frac{dy}{dx} = 0$, kjer ima funkcija maksimum ali minimum,

$\alpha \lesseqgtr 90^0$, torej $\frac{dy}{dx} \gtreqless 0$, kjer funkcija $\begin{cases}\text{raste.}\\ \text{pada.}\end{cases}$

10. Če je $\frac{dy}{dx} = f'(x)$, je $y = \int f'(x)\,dx$, [y = nedoločeni integral funkcije $f'(x)$].

11. $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$;

12. $\int dx = x + k$;

13. $\int k \,.\, f(x)\,dx = k \int f(x)\,dx$;

14. $\int [\varphi(x) \pm \psi(x)]\,dx = \int \varphi(x)\,dx \pm \int \psi(x)\,dx$;

15. $\int \sin x\,dx = -\cos x + k$;

16. $\int \cos x\,dx = \sin x + k$;

17. Če je $\int f(x)\,dx = F(x)$, je $\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx =$ $= \lim_{n=\infty} [f(x_0)\,dx + f(x_1)\,dx + f(x_2)\,dx + \ldots + f(x_{n-1})\,dx] = F(x_n) - F(x_0)$,

[$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx$ = določeni integral funkcije $f(x)$ med mejama x_0 in x_n].

B. Geometrija.

I. Planimetrija.

(α, β, γ . . .: notranji koti; α_1, β_1, γ_1 . . .: zunanji koti; a, b, c . . .: stranice; ρ, r, r_a, r_b, r_c: polumeri včrtanega, očrtanega in pričrtanih krogov.)

a) Trikotnik. Splošni trikotnik.

1. $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$;
2. $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^0$;
3. $\alpha_1 = \beta + \gamma$;
4. $p = \frac{ov}{2}$, $p = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$,

$\left[s = \frac{a+b+c}{2}\right]$, $p = \frac{ab}{2} \sin \gamma$;

5. $\rho = \frac{p}{s}$;
6. $r = \frac{abc}{4\,p}$;
7. $r_a = \frac{p}{s-a}$, $r_b = \frac{p}{s-b}$, $r_c = \frac{p}{s-c}$.

Pravokotni trikotnik.

1. $a^2 + b^2 = c^2$, (Pitagorov izrek);

2. $a^2 = a_1 c$, $b^2 = b_1 c$, (Euklidov izrek: a_1, b_1: projekciji katet na hipotenuzo);

3. $v^2 = a_1 b_1$;

4. $a + b = 2\rho + 2r = 2\rho + c$;

5. $v = \dfrac{ab}{c}$.

Enakostranični trikotnik.

1. $v = \dfrac{a}{2}\sqrt{3}$;

2. $p = \dfrac{a^2}{4}\sqrt{3}$;

3. $\rho = \dfrac{v}{3} = \dfrac{a}{6}\sqrt{3}$;

4. $r = \dfrac{2v}{3} = \dfrac{a}{3}\sqrt{3}$.

Podobni trikotniki.

$$A : a = B : b = C : c = V : v = \ldots\ldots$$

ali $A = \varkappa a$, $B = \varkappa b$, $C = \varkappa c$, $V = \varkappa v, \ldots$ ($\varkappa =$ $=$ sorazmernostni faktor).

b) Četverokotnik. Splošni četverokotnik.

1. $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$;

2. $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 360^0$.

Tetivni četverokotnik.

1. $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^0$;

2. $ac + bd = ef$, (Ptolemejev izrek; e, f: diagonali);

3. $p = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$,

$$\left[s = \frac{a+b+c+d}{2}\right].$$

Tangentni četverokotnik.

$a + c = b + d$.

Paralelogram.

$p = ov$.

Kvadrat.

1. $p = a^2$, $p = \frac{e^2}{2}$, (e = diagonala);

2. $e = a\sqrt{2}$, $r = \frac{a}{2}\sqrt{2}$, $\rho = \frac{a}{2}$.

Trapez.

1. $p = \frac{a+c}{2} \cdot v$, ($a, c$: obe vzporednici, v = višina);

2. $s = \frac{a+c}{2}$, (s = srednjica).

Četverokotnik z $e \perp f$.

$p = \frac{ef}{2}$, (e, f: diagonali četverokotnika).

c) Mnogokotnik. Splošni mnogokotnik.

1. $\alpha + \beta + \gamma + \ldots + \omega = 180^0 \, (n-2)$, ($n$ = število stranic);

2. $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \ldots + \omega_1 = 360^0$;

3. $d = \dfrac{n(n-3)}{2}$, (d = število diagonal v n-kotniku).

Pravilni mnogokotnik.

1. $\alpha = 180^0 . \dfrac{n-2}{n}$, ($\alpha$ = notranji kot pravilnega n-kotnika);

2. $r : s_{10} = s_{10} : (r - s_{10})$, ($s_{10}$ = stranica pravilnega deseterokotnika);

3. $s_5 = \sqrt{r^2 + s_{10}^2}$, ($s_5$ = stranica pravilnega peterokotnika);

4. $s_{2n} = r \sqrt{2 - \sqrt{4 - \dfrac{s_n^2}{r^2}}}$, ($s_n$, s_{2n} : stranici n-kotnika, $2n$-kotnika, ki sta včrtana krogu s polumerom r);

5. $S = \dfrac{2rs}{\sqrt{4r^2 - s^2}}$, ($S$ = stranica očrtanega, s pa včrtanega mnogokotnika z istim številom stranic);

6. $p = n \dfrac{a\rho}{2}$.

č) Krog.

1. $\beta = 2\alpha$, (β = obodni kot, ležeč nad lokom središčnega kota α);

2. $o = 2\pi r$;

3. $p = \pi r^2$;

4. $l = \frac{\pi}{180} r \alpha$, ($l$ = lok, ki pripada središčnemu kotu α);

5. $i = \frac{\pi}{360} r^2 \alpha = \frac{lr}{2}$, ($i$ = ploščina izseka, ki pripada kotu α, oziroma loku l);

6. $p = \pi (R^2 - r^2)$, (p = ploščina kolobarja);

7. $i = \frac{L + l}{2} (R - r)$, ($i$=ploščina kolobarjevega izseka);

8. $P = s^2 - r^2$, (P = potenca točke s središčno razdaljo s z ozirom na krog s polumerom r).

II. Stereometrija.

(P = površje, O = osnovna ploskev, p = plašč, K = prostornina, D = telesna diagonala, $a, b, c \ldots$: robovi, v = višina, s = stranica.)

a) Prizma.

Splošna prizma.

1. $P = 2O + p$;
2. $K = Ov$.

Kvader.

1. $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;
2. $P = 2ab + 2ac + 2bc$;
3. $K = abc$.

Kocka.

1. $D = a\sqrt{3}$;
2. $P = 6a^2$;
3. $K = a^3$.

b) Valj.

Splošni valj.

1. $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$;
2. $K = \pi r^2 v$.

Enakostranični valj.

1. $v = 2r$;
2. $P = 6\pi r^2$;
3. $K = 2\pi r^3$.

c) Piramida.

1. $a_1 : a = v_1 : v;$
2. $o : O = v_1^2 : v^2;$
3. $P = O + p;$
4. $K = \frac{Ov}{3}.$

č) Stožec.

Splošni stožec.

1. $r_1 : r = v_1 : v;$
2. $p = \pi r s;$
3. $P = \pi r^2 + \pi r s;$
4. $K = \frac{\pi}{3} r^2 v.$

Enakostranični stožec.

1. $s = 2r;$
2. $P = 3\pi r^2;$
3. $K = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} r^3.$

d) Prisekana piramida.

1. $P = O + o + p;$
2. $K = \frac{v}{3}(O + \sqrt{Oo} + o).$

e) Prisekani stožec.

1. $p = \pi (R + r) s;$
2. $P = \pi R^2 + \pi r^2 + \pi (R + r) s;$
3. $K = \frac{\pi}{3} v (R^2 + Rr + r^2).$

f) Pravilna telesa.

Tetraeder.

1. $v = \frac{a}{3}\sqrt{6};$

g) Krogla.

1. $P = 4\pi r^2;$
2. $K = \frac{4\pi}{3} r^3;$

2. $P = a^2\sqrt{3}$;

3. $K = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Heksaeder glej spredaj pod *a*) Kocka.

Oktaeder.

1. $v = a\sqrt{2}$;

2. $P = 2a^2\sqrt{3}$;

3. $K = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Dodekaeder.

1. $P = 3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$;

2. $K = \dfrac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$.

Ikozaeder.

1. $P = 5a^2\sqrt{3}$;

2. $K = \dfrac{5a^3}{12}(3+\sqrt{5})$.

3. $p = 2\pi r v$, (p=kapica, oziroma pas z višino v).

Krogelni odsek.

1. $P = 2\pi r v + \pi\rho^2$;

2. $K = \dfrac{\pi}{3}(3r - v)$.

Krogelni izsek.

1. $P = 2\pi r v + \pi\rho r$;

2. $K = \dfrac{2\pi}{3} r^2 v$.

III. Ravninska trigonometrija.

a) Funkcije. $\sin\alpha = \dfrac{a}{c}$, $\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$, $\operatorname{tang}\alpha = \dfrac{a}{b}$, $\operatorname{cotg}\alpha = \dfrac{b}{a}$, $\sec\alpha = \dfrac{c}{b}$, $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{a}{c}$.

b) Medsebojna odvisnost funkcij.

1. $sin^2 \alpha + cos^2 \alpha = 1$;
2. $1 + tang^2 \alpha = sec^2 \alpha = \frac{1}{cos^2 \alpha}$;
3. $1 + cotg^2 \alpha = cosec^2 \alpha = \frac{1}{sin^2 \alpha}$;
4. $tang\ \alpha = \frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha} = \frac{1}{cotg\ \alpha}$;
5. $cotg\ \alpha = \frac{cos\ \alpha}{sin\ \alpha} = \frac{1}{tang\ \alpha}$.

c) Predznak funkcij

v	I.	II.	III.	IV. kvadrantu.
sin	+	+	−	−
cos	+	−	−	+
tang, cotg	+	−	+	−

č) Vrednost funkcij za nekatere kote.

α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0	270^0	360
$sin\ \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$cos\ \alpha$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
$tang\ \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	∞	0
$cotg\ \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞	0	∞

d) Funkcije komplementarnih kotov.

1. $sin\ (90 - \alpha) = cos\ \alpha$;
2. $cos\ (90 - \alpha) = sin\ \alpha$;

3. $tang\ (90 - \alpha) = cotg\ \alpha$;
4. $cotg\ (90 - \alpha) = tang\ \alpha$.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ sin\ \dfrac{\alpha + \beta}{2} = cos\ \dfrac{\gamma}{2}, \\ 2.\ cos\ \dfrac{\alpha + \beta}{2} = sin\ \dfrac{\gamma}{2}, \\ 3.\ tang\ \dfrac{\alpha + \beta}{2} = cotg\ \dfrac{\gamma}{2}, \\ 1.\ cotg\ \dfrac{\alpha + \beta}{2} = tang\ \dfrac{\gamma}{2}, \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{če je } \alpha + \beta + \\ + \gamma = 180^0, \text{ oz.} \\ \dfrac{\alpha + \beta}{2} = 90 - \dfrac{\gamma}{2}. \end{array}$$

e) Funkcije suplementarnih kotov.

1. $sin\ (180 - \alpha) = sin\ \alpha$;
2. $cos\ (180 - \alpha) = -\ cos\ \alpha$;
3. $tang\ (180 - \alpha) = -\ tang\ \alpha$;
4. $cotg\ (180 - \alpha) = -\ cotg\ \alpha$.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ sin\ (\alpha + \beta) = sin\ \gamma, \\ 2.\ cos\ (\alpha + \beta)) = -\ cos\ \gamma, \\ 3.\ tang\ (\alpha + \beta) = -\ tang\ \gamma, \\ 4.\ cotg\ (\alpha + \beta) = -\ cotg\ \gamma, \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{če je} \\ \alpha + \beta + \gamma = \\ = 180^0. \end{array}$$

f) Funkcije negativnih kotov in kotov $(360 - \alpha)$.

1. $sin \begin{pmatrix} -\ \alpha \\ 360 - \alpha \end{pmatrix} = -\ sin\ \alpha$;
2. $cos \begin{pmatrix} -\ \alpha \\ 360 - \alpha \end{pmatrix} = cos\ \alpha$;

3. $tang \left(\begin{matrix} -\alpha \\ 360 - \alpha \end{matrix}\right) = -\, tang\, \alpha\,;$

4. $cotg \left(\begin{matrix} -\alpha \\ 360 - \alpha \end{matrix}\right) = -\, cotg\, \alpha.$

g) Funkcije kotnih vsot in razlik.

1. $sin\,(\alpha \pm \beta) = sin\,\alpha\, cos\,\beta \pm cos\,\alpha\, sin\,\beta\,;$
2. $cos\,(\alpha \pm \beta) = cos\,\alpha\, cos\,\beta \mp sin\,\alpha\, sin\,\beta\,;$
3. $tang\,(\alpha \pm \beta) = \dfrac{tang\,\alpha \pm tang\,\beta}{1 \mp tang\,\alpha\, tang\,\beta}\,;$
4. $cotg\,(\alpha \pm \beta) = \dfrac{cotg\,\alpha\, cotg\,\beta \mp 1}{cotg\,\beta \pm cotg\,\alpha}.$

k) Funkcije dvakratnika in polovice kota.

1. $sin\, 2\,\alpha = 2\, sin\,\alpha\, cos\,\alpha\,;$
2. $cos\, 2\,\alpha = cos^2\,\alpha - sin^2\,\alpha\,;$
3. $tang\, 2\,\alpha = \dfrac{2\, tang\,\alpha}{1 - tang^2\,\alpha}\,;$
4. $cotg\, 2\,\alpha = \dfrac{cotg^2\,\alpha - 1}{2\, cotg\,\alpha}.$

1. $sin\,\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{1 - cos\,\alpha}{2}}\,;$
2. $cos\,\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{1 + cos\,\alpha}{2}}\,;$
3. $tang\,\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{1 - cos\,\alpha}{1 + cos\,\alpha}}\,;$
4. $cotg\,\dfrac{\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{1 + cos\,\alpha}{1 - cos\,\alpha}}.$

i) Vsota in razlika funkcij.

1. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$

2. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$

3. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$

4. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$

5. $\operatorname{tang}\alpha \pm \operatorname{tang}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta};$

6. $\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}.$

7. $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2},$

8. $\operatorname{tang}\alpha + \operatorname{tang}\beta + \operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}\alpha\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\gamma,$

7. in 8.: če je $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$.

j) Razreševanje pravokotnih trikotnikov.

(kateti: a, b, nasprotna kota α, β).

1. kateta iz hipotenuze: $a = c\sin\alpha = c\cos\beta;$

2. kateta iz katete: $a = b\operatorname{tang}\alpha = b\operatorname{cotg}\beta;$

3. hipotenuza iz katete: $c = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{a}{\cos\beta}.$

k) Razreševanje poševnokotnih trikotnikov.

1. $a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$, ali pa

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2\,r,$$ (sinusov izrek);

2. $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos\alpha$, (kosinusov izrek);

3. $$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tang}\frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tang}\frac{\alpha-\beta}{2}},$$ (tangensov izrek);

4. $$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}, \quad \frac{a-b}{c} = \frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\gamma}{2}},$$ (Mollweidejevi enačbi);

5. $$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}, \quad \cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}},$$

$$\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} = \frac{\rho}{s-a},$$ (izrek o polovicah trikotnikovih kotov);

6. $$p = \frac{ab}{2}\sin\gamma = 2\,r^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma =$$

$$= \rho^2\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{cotg}\frac{\beta}{2}\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}.$$

IV. Sferična trigonometrija.

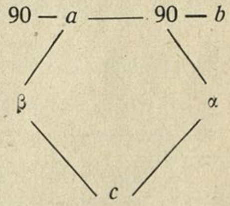
a) Ploščine.

1. $p = \pi r^2 \frac{\alpha}{90}$, (ploščina sferičnega dvokotnika);

2. $p = \pi r^2 \dfrac{e}{180}$, $[e = \alpha + \beta + \gamma = 180]$, (ploščina sferičnega trikotnika);

3. $p = \pi r^2 \dfrac{d}{180}$, $[d = 360 - (a + b + c)]$, (ploščina polarnega trikotnika).

b) Razreševanje pravokotnih sferičnih trikotnikov.



Kosinus vsake sestavine je enak produktu sinusov nasprotnih sestavin ali pa produktu kotangensov priležnih sestavin. (Neperjevo pravilo).

c) Razreševanje poševnokotnih sferičnih trikotnikov.

1. $\sin a : \sin b : \sin c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$, (sinusov izrek);

2. $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$ ali pa $\cos a = \dfrac{\cos b \cos (c - x)}{\cos x}$, kjer je $\operatorname{tang} x = \operatorname{tang} b \cos \alpha$ (kosinusov izrek za stranice);

3. $\cos \alpha = - \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a$, ali pa $\cos \alpha = \dfrac{\cos \beta \sin (\gamma - x)}{\sin x}$, kjer je $\operatorname{cotg} x = \operatorname{tang} \beta \cos a$, (kosinusov izrek za kote).

č) Nekatere uporabne naloge.

(λ = geografska dolžina, φ = geogr. širina kraja, α = azimut zvezde, v = višina, δ = deklinacija, u = urni kot.)

1. $\cos d = \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)$, [$d$ = zračna črta dveh krajev A (λ_1, φ_1) in B (λ_2, φ_2)].

2. $\sin\delta = \sin v \sin\varphi - \cos v \cos\varphi \cos\alpha$, ($\delta$ = deklinacija zvezde, ki ima v kraju (φ) v nekem trenotku azimut α in višino v);

3. $\sin u = \dfrac{\sin\alpha \cos v}{\cos\delta}$, ($u$ = urni kot zvezde z deklinacijo δ v trenotku, ko ima azimut α in višino v);

4. $\sin v = \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos u$, ($v$ = višina zvezde z deklinacijo δ v trenotku, ko ima urni kot u);

5. $\cos u_0 = -\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varphi$, ($u_0$ = urni kot zvezde z deklinacijo δ, ko zahaja v kraju s širino φ_1, $2\,u_0$ = dnevni lok zvezde, $2\,u_0$ = dolžina tistega dne, ko ima solnce deklinacijo δ, brez upoštevanja refrakcije);

$\cos u_1 = \cos u_0 - \dfrac{\sin 52'}{\cos\delta \cos\varphi}$, ($2\,u_1$ = dolžina dneva, če se upošteva refrakcija, $2\,u_0$ = dolžina brez upoštevanja refrakcije),

$\cos u_0 = -\operatorname{tg}\varepsilon \operatorname{tg}\varphi$, ($2\,u_0$ = najdaljši dan v kraju s širino φ, $\varepsilon = 23^0\ 27'\ 8''$),

$\cos u_0 = \operatorname{tg}\varepsilon \operatorname{tg}\varphi$, ($2\,u_0$ = najkrajši dan v kraju s širino φ);

6. $\sin d = \dfrac{\sin\delta}{\cos\varphi}$, ($d$ = jutranja (večerna) daljina zvezde z deklinacijo δ),

7. $\sin\delta = \sin\varepsilon \sin\lambda$ (δ = deklinacija zvezde z astronomijsko dolžino λ, $\varepsilon = 23^0\ 27'\ 8''$).

V. Ravninska analitika.

a) Točka.

1. $d = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, [d = razdalja točke $T(x_1, y_1)$ od $(0, 0)$];

2. $tang\ \alpha = \frac{x_1}{y_1}$, [$\alpha$ = naklonski kot smeri od $(0, 0)$ proti $T(x_1\ y_1)$];

3. $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$, [$d$ = razdalja točk $T_1(x_1, y_1)$ in $T_2(x_2, y_2)$];

4. $tang\ \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, [$tang\ \alpha$ = smerni koeficijent daljice $T_1\ T_2$);

5. $\xi = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $\eta = \frac{y_1 + y_2}{2}$, [$(\xi, \eta)$ je razpolovišče daljice $T_1\ T_2$];

6. $2p = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$, [$p$ = ploščine trikotnika z oglišči T_1, T_2, T_3].

b) Premica.

1. $ax + by + c = o$, (občna enačba premice);

2. $y = Ax + B$, (premica s smernim koeficijentom A in odsekom B na ordinatni osi);

3. $\frac{x}{C} + \frac{y}{B} = 1$, (premica z odsekom C na abscisni in B na ordinatni osi);

4. $y - y_1 = A(x - x_1)$, [premica, ki gre skozi točko (x_1, y_1) in ima smerni koeficijent A];

5. $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x)$, [premica, ki gre skozi točki (x_1, y_1) in (x_2, y_2)];

6. $x \cos \varphi + y \sin \varphi - p = o$, ali $\frac{ax + by + c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}} = o$, [$p = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ je pravokotnica iz (o, o), φ naklonski kot te pravokotnice];

7. $y = Ax$, [premica skozi (o, o)];

8. $x = a$, (vzporednica z ordinatno osjo);

9. $y = b$, (vzporednica z abscisno osjo);

10. $x = o$, (ordinatna os);

11. $y = o$, (abscisna os);

12. $y = -\frac{1}{A}x + B_1$, (pravokotnica na premico $y = Ax + B$);

13. $(x \cos \varphi_1 + y \sin \varphi_1 - p_1) \pm (x \cos \varphi_2 + y \sin \varphi_2 - p_2) = o$, (enačbi kotovih simetral);

14. $(ax + by + c) + \lambda (a_1 x + b_1 y + c_1) = o$, [vsaka ($\lambda$ je poljubno število) premica, ki gre skozi presečišče dveh premic];

15. $\operatorname{tang} \delta = \frac{A_1 - A_2}{1 + A_1 A_2}$, ($\delta$ = kot, ki ga oklepata $y = A_1 x + B_1$ in $y = A_2 x + B_2$);

16. $d = -(x_1 \cos \varphi + y_1 \sin \varphi - p) = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}}$, [$d$ = razdalja točke (x_1, y_1) od $ax + by + c = o$].

c) Krog.

1. $x^2 + y^2 = r^2$, [krog s središčem (o, o)];
2. $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$, [krog s središčem (p, q)];
3. $y^2 = 2rx - x^2$, [krog, ki se dotika ordinatne osi v (o, o)];
4. $x_1 x + y_1 y = r^2$, [tangenta na krog $x^2 + y^2 = r^2$ v dotikališču (x_1, y_1)];
5. $r^2(1 + A^2) = B^2$, pogoj, da je $y = Ax + B$ tangenta na $x^2 + y^2 = r^2$);
6. $(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$, [tangenta na krog $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ v dotikališču (x_1, y_1)];
7. $(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$, [polarna pola (x_1, y_1) o ozirom na krog $(x-p)^2 + (y-q)^2 - r^2$];
8. $y - y_1 = \frac{y_1 - q}{x_1 - p}(x - x_1)$, [normala na krog $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ v točki (x_1, y_1)];
9. $(x-p)^2 + (y-q)^2 - r^2 = (x - p_1)^2 + (y - q_1)^2 - r_1{}^2$, [potenčna premica dveh krogov].

č) Elipsa.

1. $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$, ali $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, [elipsa s središčem (o, o), $2a$ na abscisni, $2b$ na ordinatni osi];
2. $y^2 = 2px - \frac{px^2}{a}$, [elipsa, ki se dotika ordinatne osi v (o, o), $2a$ v absc. osi];
3. $e^2 = a^2 - b^2$, [e = razdalja žarišča od središča];
4. $p_1 = a + \frac{ex}{a}$, $p_2 = a - \frac{ex}{a}$ [p_1, p_2 : prevodnici točke (x, y)];

5. $p = \dfrac{b^2}{a}$, ($2p$ = parameter);

6. $P = \pi ab$, (P = ploščina elipsne ploskve);

7. $b^2 x_1 x + a^2 y_1 y = a^2 b^2$, ali $\dfrac{x_1 x}{a^2} + \dfrac{y_1 y}{b^2} =$ $= 1$, [tangente na elipso v dotikališču (x_1, y_1)];

8. $b^2 + a^2 A^2 = B^2$, (pogoj, da je $y = Ax + B$ tangenta na $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$);

9. $b^2 x_1 x + a^2 y_1 y = a^2 b^2$, [polara pola (x_1, y_1) z ozirom na elipso $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$];

10. $y - y_1 = \dfrac{a^2 y_1}{b^2 x_1}(x - x_1)$, [normala na elipso v točki (x_1, y_1)].

d) Hiperbola.

1. $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$, ali $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, [hiperbola s središčem (o, o), $2a$ na absc., $2b$ na ordinatni osi];

2. $y^2 = 2px + \dfrac{px^2}{a}$, [hiperbola, ki se dotika ordinatne osi v (o, o), $2a$ na absc. osi];

3. $e^2 = a^2 + b^2$, (e = razdalja žarišča od središča);

4. $p_1 = \dfrac{ex}{a} + a$, $p_2 = \dfrac{ex}{a} - a$, [p_1, p_2 : prevodnici točke (x, y)];

5. $p = \dfrac{b^2}{a}$, ($2p$ = parameter);

6. $y = \pm \dfrac{b}{a} x$, (obe asimptoti);

7. $b^2 x_1 x - a^2 y_1 y = a^2 b^2$, ali $\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$,
[tangenta na hiperbolo v dotikališču (x_1, y_1)];

8. $-b^2 + a^2 A^2 = B^2$, (pogoj, da je $y = Ax + B$ tangenta na $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$);

9. $b^2 x_1 x - a^2 y_1 y = a^2 b^2$, [polara pola (x_1, y_1) z ozirom na hiperbolo $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$];

10. $y - y_1 = - \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1} (x - x_1)$, [normala v točki (x_1, y_1)].

e) Parabola.

1. $y^2 = 2px$, [parabola z vrhom (o, o), parametrom $2p$ in osjo na abscisni osi];

2. $P = \frac{2}{3} x_1 y_1$, [P = ploščina izseka, ki ga omejujejo parabolni lok in koordinati točke (x_1, y_1)];

3. $y_1 y = p(x + x_1)$, [tangenta v dotikališču (x_1, y_1)];

4. $2AB = p$, (pogoj, da je $y = Ax + B$ tangenta na $y^2 = 2px$);

5. $y_1 y = p(x + x_1)$, [polara pola (x_1, y_1) z ozirom na parabolo $y^2 = 2px$];

6. $y - y_1 = - \frac{y_1}{p} (x - x_1)$, [normala v točki (x_1, y_1)].

f) Polarno soredje.

1. $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, (transformacija koordinat x, y v koordinati r, φ);

2. $r = \frac{p}{\cos(\varphi - \varphi_1)}$, [premica, φ_1 = naklonski kot pravokotnice p iz (o, o)];

3. $r = \dfrac{p}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$, [$\varepsilon = \dfrac{e}{a}$, $2p$ = parameter, elipsa ($\varepsilon < 1$), hiperbola ($\varepsilon > 1$), parabola ($\varepsilon = 1$)].

g) Paralelna premaknitev soredja.

$x = \xi + m,\ y = \eta + n$, [točka (m, n) je izhodišče novega soredja].

h) Zavrtenje soredja za kot α.

$x = \xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha = r \cos (\varphi + \alpha)$,
$y = \xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha = r \sin (\varphi + \alpha)$.

C. Fizika.

I. Geomehanika.

a) Foronomija. (t = čas gibanja, s = v t sekundah napravljena pot, c, v = hitrost, γ = pospešek gibanja, g = pospešek prostega pada).

1. Enakomerno gibanje: $s = ct.$
2. Enakomerno pospeševano gibanje:

$$s = \frac{\gamma}{2} t^2,$$

$$v = \gamma t, \; v = \sqrt{2 \gamma s}.$$

3. Vertikalni met $\left\{ \begin{array}{l} \text{navzdol} \\ \text{navzgor} \end{array} \right.$: $s = ct \pm \frac{g}{2} t^2,$

$$v = c \pm gt;$$

$$T = \frac{c}{g}, \quad (T = \text{dvižna doba}),$$

$$H = \frac{c^2}{2g}, \quad (H = \text{metna višina}).$$

4. Horizontalni met: $x = ct, \; y = \frac{g}{2} t^2,$

$$v_x = c, \; v_y = gt.$$

5. Poševni met:

$$x = ct \cos\alpha, \; y = ct \sin\alpha - \frac{g}{2} t^2,$$

$$v_x = c \cos\alpha, \; v_y = c \sin\alpha - gt;$$

$$T = \frac{c \sin\alpha}{g},$$ (T = dvižna doba),

$$H = \frac{c^2 \sin^2\alpha}{2g},$$ (H = metna višina),

$$d = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g},$$ (d = metna daljina).

6. Kroženje:

$$\gamma = \frac{c^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2},$$ (γ = centripetalni pospešek).

7. Harmonično gibanje:

$$e = a \sin \frac{2\pi}{T} t,$$ (e = elongacija, a = amplituda, T = = nihajna doba, t = fazni čas);

$$v = \frac{2a\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t;$$

$$\gamma = -\frac{4a\pi^2}{T^2} \sin \frac{2\pi}{T} t = -\frac{4\pi^2}{T^2} . e.$$

b) Dinamika.

1. $f = m\gamma$, (f *din* je sila, ki podeli m gramom pospešek γ *cm* sek^{-2});

2. $s = \frac{P}{K}$, (s = specifična teža snovi, katere K cm^3 tehta P gramov);

3. $R^2 = P^2 + Q^2 + 2\,PQ \cos \alpha$, ($R$ = rezultanta sil P in Q, kadar oklepata α^0);

4. $P = \frac{mc^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$, ($P$ = centripetalna sila, ki obdrži maso m pri hitrosti c na krogu s polmerom r);

5. $P = \frac{4\pi^2 me}{T^2}$, ($P$ = sila, ki mora učinkovati pri elongaciji e na maso m, da niha z nihajno dobo T);

6. $T = 2\pi \sqrt{m \frac{e}{P}}$, ($T$ = nihajna doba, ki jo ima m, če deluje na njo v elongaciji e sila P);

7. $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, ($T$ = nihajna doba matematičnega nihala z dolžino l);

8. $T = \pi \sqrt{\frac{K}{Mgd}}$ (T = nihajna doba fizičnega nihala, če deluje na maso z vztrajnostnim momentom K največji vrtilni moment Mgd;

9. $K = \frac{T^2}{\pi^2} Mgd$, ($K$ = vztrajnostni moment telesa, ki zaradi vrtilnega momenta Mgd niha z nihajno dobo T);

10. $M = Pa$, (M = vrtilni moment sile P, ki prijema z ročico a);

11. $Pa = Ks$, (Pa = vrtilni moment, ki podeli vztrajnostnemu momentu K kotni pospešek β);

12. $D = ps$, (D = delo, opravljeno s premagovanjem upora p na poti s);

13. $E = \frac{D}{t}$, (E = efekt sile, ki opravi v t sekundah delo D);

14. $E = \frac{mc^2}{2}$, $E_1 = \frac{K\alpha^2}{2}$, ($E$ = kinetična energija, ki jo ima masa m, kadar se giblje s hitrostjo c; E_1 pa kinetična energija, ki jo ima masa z vztrajnostnim momentom K, kadar se vrti s kotno hitrostjo α);

15. $E = mgh$, (E = potencijelna energija lege, ki jo ima m, če je h cm nad tlemi).

c) Stroji. Pogoji ravnotežja med delo opravljajočo silo P in bremenom Q.

1. Strmina . . : . $P = Q \sin \alpha$, ($P \parallel l$, α = naklonski kot strmine),
   $P = Q \tan \alpha$, ($P \parallel o$);
2. Pritrjeni škripec . . . : . $P = Q$;
3. Gibljivi škripec . . . : . $P = \frac{Q}{2}$;
4. Kolo na vretenu . . . . : . $P = \frac{r}{R} Q$, (R = polmer kolesa, r vretena);
5. Vzvod . . . . . . : . $P = \frac{b}{a} Q$, (a = ročica sile, b bremena);
6. Navadno škripčevje . . $P = \frac{Q}{2n}$, ($2n$ = število vseh škripcev);
7. Potenčno škripčevje . . $R = \frac{Q}{2^n}$, (n = število gibljivih škripcev);
8. Diferenčno škripčevje . . $P = \frac{R-r}{2R} Q$, (R in r polmera dvostrokega škripca);

9. Klin .... $P = \frac{a}{2b} Q = Q \sin \alpha$, ($a$ = čelo, b = stranica klina, α = naklonski kot stranic);

10. Vijak ... $P = \frac{h}{2R\pi} Q$, (h = višina zavoja, R = ročica siie).

11. $\tan \alpha = \frac{l}{Gd} p$, (občutljivost tehtnice, l = dolžina, G = teža prečke, d = razdalja težišča od vrtišča).

č) Prožnost.

$\lambda = \frac{1}{E} \frac{Pl}{q}$, ($\lambda$ = podaljšek l m dolge, q mm^2 debele žice iz snovi s prožnostnim modulom E, če jo nateza P kg).

d) Gravitacija. Newtonov zakon.

$P = \varkappa \frac{Mm}{r^2}$, ($P$ = sila, s katero se privlačujeta masi M in m, če sta r cm narazen ; $\varkappa = 6{\cdot}685.10^{-8}$ din).

II. Hidromehanika.

1. $Pb = Qa$, (na ploskev a izvajan pritisk P deluje na ploskev b z jakostjo Q);

2. $P = sfh$, (P = hidrostatični pritisk na ploskev f, ki je h cm pod nivojem tekočine z gostoto s);

3. $V = K\sigma$, (V = vzgon telesa s prostornino K, potopljenega v tekočino z gostoto σ);

4. $v = \sqrt{2gh}$, (v = hitrost iztekanja tekočine skoz luknjico h cm pod nivojem);

5. $E = Ph\,kgm = \frac{Ph}{75}$ konjskih sil, (E = efekt vodne sile, če teče čez jez vsako sekundo P litrov vode in je gladina pred jezom h metrov višja kakor pod jezom).

III. Aeromehanika.

1. $b_h = b_o \,.\, 0{\cdot}999875^h$, ($b_h$ = povprečni barometrski pritisk h metrov nad morsko gladino);

2. $pv = p_o v_o$, (p = napetost plina v prostornini v, če ima ista množina plina v prostornini v_o napetost p_o pri isti temperaturi); Boyle Mariottov zakon;

3. $d_n = d_o \left(\frac{R}{R+Tr}\right)^n$, ($d_n$ = gostota z zračno razredčevalko razredčenega plina po n dvigih bata; R = prostornina recipienta, T trobe);

$\delta = d_o \frac{š}{T}$, (δ = dosegljivi minimum gostote; $š$ = škodljivi prostor);

4. $d_n = d_o \left(1 + n\frac{T}{R}\right)$, ($d_n$ = gostota z zračno zgoščevalko zgoščenega plina po n potiskih bata);

$\delta = d_o \frac{T}{š}$, (δ = dosegljivi maksimum gostote);

5. $v = \sqrt{\frac{2g\,(b - b_1)}{\sigma}}$, ($v$ = hitrost iztekanja plina z gostoto σ iz prostora z napetostjo b v prostor z napetostjo b_1).

IV. Termika.

1. $l_t = l_o (1 + \lambda t)$, $v_t = v_o (1 + \varkappa t)$, ($l_t$ = dolžina, v_t = prostornina pri t^0; λ = linearni, $\varkappa \doteq 3\lambda$ = kubični koeficijent raztezka);

2. $b_o \doteq b_t (1 - 0{\cdot}000182\, t)$, ($b_o$ = na O^0 reducirana barometrska višina živosrebrnega barometra);

3. $p_t = p_o (1 + \varkappa t)$, ($p_t$ = napetost zaprtega plina pri t^0 in stalni prostornini);

4. $p v = p_o v_o (1 + \varkappa t) = \frac{p_o v_o}{273} T = \frac{2}{3} \frac{nmc^2}{2}$,

Mariotte—Gay—Lussacov zakon, (p = napetost v prostornini v cm^3 zaprtega plina pri temperaturi t^0, oz. absol. temperaturi T^0, če ima ista množina plina pri O^0 v prostornini v_0 napetost p_0);

5. $K = c p t$, (K = množina kalorij, ki jih sprejme p kg težko telo, iz snovi s spec. toploto c, če se segreje za t^0);

6. $z = \zeta p (T - t)$, (z = množina toplote, ki jo odda na sekundo p cm^2 površja na T^0 segretega telesa obdajajočemu sredstvu s temperaturo t^0; ζ = koeficijent zunanje provodnosti);

7. $n = \nu q \frac{T - t}{l}$, ($n$ = množina toplote, ki pride v 1 sekundi od prereza q cm^2, segretega na T^0, do l cm oddaljenega enako velikega prereza s temperaturo t^0; ν = koeficijent notranje provodnosti);

8. $E = \frac{10333\, p\, q\, h\, n}{60.75} K.S$, ($E$ = teoretični efekt parnega stroja, v katerem premakne para z napetostjo p atmosfer bat s prerezom q m^2 vsako sekundo n-krat za h metrov).

V. Magnetizem.

1. $P = \frac{\mu_1 \mu_2}{r^2}$, Coulombov zakon, ($P =$ sila, s katero učinkuje pol μ_1 polovih enot na r *cm* oddaljeni pol μ_2);

2. $P = \frac{2 M \mu}{r^3}$, ($P =$ sila, s katero učinkuje magnet z momentom M na pol μ, ki je v smeri magnetne osi r *cm* oddaljen od središča magneta).

VI. Elektrostatika.

1. $P = \frac{e_1 e_2}{r^2}$ Coulombov zakon, ($P =$ sila, s katero učinkuje elektrenina e_1 absolutnih enot na r *cm* oddaljeno elektrenino e_2);

2. $V = \frac{e}{r}$, ($V =$ potencijal elektrenine e v točki, ki je r *cm* od nje oddaljena);

3. $E = K\,V$, ($E =$ elektrenina, ki jo ima konduktor s kapaciteto K, kadar je naelektren na potencijal V);

4. $D = \frac{K V^2}{2}$, ($D =$ energija, ki jo ima konduktor s kapaciteto K, kadar je naelektren na potencijal V);

5. $K = \frac{\varepsilon f}{4 \pi d}$, ($K =$ kapaciteta kondenzatorja, ki ima dve vzporedni plošči po f cm^2 ploščine v razdalji d *cm*, če je med ploščama izolator s konstanto ε);

6. $K = K_1 + K_2$, $\frac{1}{K'} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$, ($K =$ kapaciteta dveh vzporedno, K' pa zaporedno staknjenih kondenzatorjev).

VII. Elektrodinamika.

1. $i = \frac{e}{u}$, $u = \frac{l}{kq}$, Ohmov zakon, (i = jakost toka, ki ga propušča upor u, če imata njegova konca potencijalno diferenco e, u = upor l metrov dolge žice s prerezom $q\ mm^2$ iz snovi s specifično provodnostjo k);

2. $i = \frac{n\,e}{n\,u + z}$, ($i$ = jakost toka iz baterije n zaporedno staknjenih elementov, če ima vsak element potencijalno diferenco e, notranji upor u in če se zvežeta pola baterije z uporom z);

3. $i = \frac{e}{\frac{u}{n} + z}$, ($i$ = jakost toka iz baterije n vzporedno staknjenih elementov);

4. $P = \frac{\mu\, i\, \lambda \sin \varphi}{r^2}$, Biot-Savartov zakon, ($P$ = sila, s katero učinkuje λ cm toka i na r cm oddaljen pol μ, če oklepa λ s smerjo proti μ kot φ);

5. $i = \frac{H\,r}{2\,\pi\,n} \operatorname{tang} \alpha$, ($i$ = jakost toka, ki odkloni na tangentni busoli magnetno iglo za α^0 iz magnetnega meridijana na mestu, kjer ima jakost zemeljskega magnetizma horizontalno komponento H; tokovodnik je zvit v n krogov s polumeri r;

6. $i = i_1 + i_2$. $i_1 : i_2 = u_2 : u_1$, Kirchhoffova zakona, (i_1, i_2 sta jakosti tokov, v katera se razcepi tok i, če gre skoz dve vzporedno staknjeni veji z uporoma u_1 in u_2);

7. $\frac{1}{u} = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2}$, $u' = u_1 + u_2$, (u = upor dveh vzporedno, u' dveh zaporedno staknjenih uporov);

8. $D = i^2\,u\,t$ jouleov $= 0{\cdot}2387\,.\,.\; i^2\,u\,t$ kal, Jouleov zakon, (D = množina toplote, ki jo proizvaja tok i, če teče t sekund skoz upor u);

9. $E = e\,i$, (E = efekt toka z napetostjo e in jakostjo i);

10. $e = F\,l\,v$, (e = inducirana elektromotorska sila, če se l *cm* dolga žica premika s hitrostjo v *cm/sek* skoz magnetno polje jakosti F pravokotno na silnice);

11. $e = D\,\dfrac{I - i}{t}$, (e = inducirana elektromotorska sila, če se v t sekundah spremeni jakost toka od i na I);

12. $T = 2\,\pi\,\sqrt{L\,K}$, (T = nihajna doba električnih nihajev v krogu s kapaciteto K in samoindukcijo L);

13. $\dfrac{1}{L} = \dfrac{1}{L_1} + \dfrac{1}{L_2}$, $L' = L_1 + L_2$, (L = samoindukcija dveh vzporedno, L' dveh zaporedno staknjenih tuljav).

VIII. Valovanje.

1. $c = n\,\lambda$, (c = hitrost, s katero se razširjajo valovi dolžine λ in frekvence n);

2. $c = \sqrt{\dfrac{E}{d}}$ (c = hitrost, s katero se razširjajo valovi v sredstvu s prožnostnim modulom E in gostoto d);

3. $\beta = \alpha$, (α = vpadni kot, β = odbojni kot žarka);

4. $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \dfrac{c_1}{c_2} = n$, ($\alpha$ = vpadni kot, γ = lomni kot; n = lomni količnik za prehod iz sredstva s hitrostjo c_1 v sredstvo c_2).

IX. Akustika.

1. Relativne višine tonov diatonične skale:

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2;$$

Relativne višine tonov harmonične skale:

$$1, \frac{9}{8}, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{15}{8}, 2;$$

2. $n = \frac{1}{2rl}\sqrt{\frac{P}{d\pi}}$, ($n$ = višina osnovnega tona, ki ga da struna z dolžino l in debelino $2r$, če ima napetost P in je iz snovi z gostoto d);

3. $n = \frac{c}{2l}$, $n_1 = \frac{c}{4l}$, (n = višina osnovnega tona, ki ga da l cm dolga odprta, n_1 pa zaprta piščal);

4. $c = \sqrt{1{\cdot}41\,\frac{p_0}{d_0}\,(1 + \varkappa\, t)}$, ($c$ = hitrost zvoka v suhem zraku temperature t; d_0 = gostota pri O^0, p_0 = normalni pritisk);

5. $n_1 = \frac{n\,c}{c - v}$, (n_1 = višina tona, ki se sliši, če se zvočilo, ki daje ton n, približuje ušesu s hitrostjo v; c = 333 m/sek);

6. $n_2 = n\left(1 + \frac{v}{c}\right)$, ($n_2$ = višina tona, ki se sliši, če se uho približuje s hitrostjo v zvočilu, ki daje ton n).

X. Optika.

b) Katoptrika.

1. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$, ($b$ = razdalja slike od sferičnega zrcala, če je predmetna razdalja a, f = goriščna razdalja, r = krivinski polmer).

b. Dioptrika.

1. $\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - \omega$, ($\delta$ = deviacija žarka pri prehodu skoz prizmo z lomečim kotom ω; α_1 = vpadni kot pri vstopu, α_2 = lomni kot pri izstopu);

2. $n = \dfrac{\sin \frac{\delta_0 + \omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}}$, ($n$ = lomni količnik snovi, iz katere je prizma z lomečim kotom ω; δ_0 = = minimum deviacije);

3. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$, ($b$ = razdalja slike od leče iz snovi z lomnim količnikom n in krivinskima polmeroma r_1 in r_2, oz. žariščno razdaljo f, če je predmetna razdalja a).

c) Fotometrija.

1. $i = \frac{I \cos \varphi}{4 \pi r^2}$, ($i$ = osvetljenost ploskve, ki je r cm oddaljena od svetila s svetilnostjo I, če vpadajo žarki pod kotom φ).

č) Optični aparati.

1. $v = \frac{b}{f} + 1$, (v = linearni poveček konveksne leče z žariščno razdaljo f, b = zorna razdalja);

2. $v = \frac{f(b+p)}{p(a-f)}$, ($v$ = linearni poveček mikroskopa, čigar objektiv ima žariščno razdaljo f, okular pa p; a = razdalja predmeta od objektiva, b pa zorna razdalja);

3. $v = \frac{f}{p}$, (v = linearni poveček teleskopa, čigar objektiv ima žariščno razdaljo f, okular pa p).

d) Interferenca in polarizacija.

1. $\rho = \sqrt{2r(2n+1)\frac{\lambda}{4}}$, $\rho' = \sqrt{2r \cdot 2n\frac{\lambda}{4}}$, ($\rho$ = polmer n-tega svetlega, ρ' pa n-tega temnega kolobarja, ki nastane na Newtonovem steklu s krivinskim polmerom r, če pade nanj homogenska svetloba z valovno dolžino λ);

2. $d \sin \alpha = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$, $d \sin \alpha_1 = 2n\frac{\lambda}{2}$, ($\alpha$ = uklonski kot n-te svetle, α_1 pa n-te temne proge, če gre homogenska svetloba z val. dolžino λ skoz špranjo z odprtino d);

3. $\operatorname{tang} \rho = n$, ($\rho$ = polarizacijski kot pri odboju na sredstvu z lomnim količnikom n).

XI. Astronomija.

1. $t = \rho + u$, (t = zvezdni čas v trenotku, ko ima zvezda z rektascenzijo ρ urni kot u);

2. $t = T + \delta$, (t = povprečni čas takrat, ko je pravi solnčni čas T, če je δ časovna enačba tistega dne);

3. $\alpha = 15 \sin \varphi$, (α = kot, za kolikor se vsako uro zavrti nihajna ravnina v kraju z geografsko širino φ);

4. $d = \dfrac{r}{sin\, p} = \dfrac{r\, sin\, z_1}{sin\, p_1}$, ($d$ = razdalja zvezde od zemlje, če ima zvezda obzorno paralakso p, oz. dnevno paralakso p_1 takrat, ko je njena zenitna daljina z_1, r = polmer zemlje);

5. $V = \delta + (90 - \varphi)$, ($V$ = višina zvezde z deklinacijo δ v kraju s širino φ v trenotku zgornje kulminacije; V = opoldanska višina solnca tisti dan, ko ima deklinacijo δ);

6. $sin\, \delta = sin\, \varepsilon\, sin\, \lambda$, ($\delta$ = deklinacija zvezde (solnca(z astronomijsko dolžino λ, $\varepsilon = 23^0\, 27'8''$ = naklon ekliptike);

7. $cos\, \alpha = tg\, \delta\, tg\, \varphi$, $cos\, \beta = -tg\, \delta\, tg\, \varphi$, ($2\,\alpha$ = = nočni lok, $2\,\beta$ = dnevni lok zvezde z deklinaciji δ v kraju s širino φ; $2\,\alpha$ = dolžina noči, $2\,\beta$ = dolžina dneva tisti dan, ko ima solnce deklinacijo δ);

8. $T_1^2 : T_2^2 = R_1^3 : R_2^3$, 3. Kepplerjev zakon, ($T$: obhodne dobe planetov, R njihove povprečne razdalje od solnca);

9. $P = \varkappa\, \dfrac{M\, m}{r^2}$, Newtonov zakon, ($P$ = sila, s katero se privlačujeta masi M in m, če imata razdaljo r, $\varkappa = 6{\cdot}685.10^{-8}$);

10. $m = \dfrac{4\, \pi^2}{\varkappa}\, \dfrac{R^3}{T^2}$, ($m$ = masa telesa, okoli katerega kroži v razdalji R drugo telo z obhodno dobo T; $\varkappa = 6{\cdot}685.10^{-8}$);

11. $m = \dfrac{gr^2}{\varkappa}$, ($m$ = masa zemlje, g = pospešek prostega pada, r = polmer zemlje, $\varkappa = 6{\cdot}685.10^{-8}$).

XII. Dimenzije in enote nekaterih količin.

Količina	Dimenzija	Merske enote		
		Absolutna	Praktična	Druge enote
1. Dolžina	l	1 cm	1 m = 100 cm	1 $\mu\mu = \frac{1}{10^6}$ mm, 1 $\mu = \frac{1}{10^3}$ mm. mm, dm, km, μm, svetlobno leto = 31·56,10.300.000 km
2. Ploščina	l^2	1 cm^2	1 m^2, 1 mm^2	1 a = 100 m^2, 1 ha = 100 a, 1 km^2 = 100 ha, 1 μm^2 = 100 km^2
3. Prostornina	l^3	1 cm^3	1 m	1 l = 1000 cm^3, 1 hl = 100 l
4 Čas	t	1 sekunda	1 sekunda	1 min = 60 sek, 1 ura = 60 min, 1 dan = 24 ur, 1 leto = 365·25 dni
5. Masa	m	1 g	1 kg	1 q = 100 kg, 1 t = 10 q . . .
6 Hitrost	lt^{-1}	1 cm sek^{-1}	1 m sek^{-1}	1 m min^{-1}, 1 km ura^{-1} . . .
7. Pospešek	lt^{-2}	1 cm sek^{-2}	1 m sek^{-2}	—
8. Sila	mlt^{-2}	1 dina	1 g = 981 din	1 kg = 1000 g, 1 q = 100 kg, 1 t = 10 q
9. Pritisk	$ml^{-1}t^{-2}$	1 dina cm^{-2}	1 g cm^{-2} = 981 din cm^{-2}	1 atmosfera = 1033 gcm^{-2}, 1 mm barom viš. = $\frac{1}{760}$ atmosf.
10 Delo, energija, toplota	ml^2t^{-2}	1 erg	1 joule = 10^7 ergov	1 kgm = 9·81 joulov, 1 wattska ura = 3600 joulov, 1 hektowattska ura = 100 wattskih

				wattska ura = 100 wattskih ur, 1 kilowatska ura = 1000 wattskih ur 1 kalorija = 427 *kgm*
11. Efekt	$ml^2 t^{-3}$	1 sekundni *erg*	1 watt = 10^7 sek. ergov = = 1 voltamper	1 sek *kgm* = 9·81 wattov, 1 konjska sila = 75 sek *kgm*, 1 hektowatt, kilowatt
12. Jakost magnetnega pola	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}$	1 polova enota	—	—
13. Elektrenina (elektrostatična)	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}$	1 abs enota elektrenine	1 coulomb = 3.10^9 abs. enot	1 elektron = 3.10^{10} abs. enot
14. El. potencijal napetost — el. st.	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}$	1 abs. el. statič. enota = 1 *erg* en. elektrenina-1	1 volt = $\frac{1}{300}$ abs. el. st. e.	1 milivolt = $\frac{1}{10^3}$ volta
14. El. potencijal napetost — el. m.	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}$	1 abs. el. magn. enota	1 volt = 10^8 abs. el. mag. e.	
15. Kapaciteta (elektrostatična)	l	1 *cm*	1 farad = $9\ 10^{11}$ *cm*	1 mikrofarad = $\frac{1}{10^6}$ farada
16. Jakost toka — el. stat.	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}$	1 abs. el statična enota	1 amper = 3.10^9 abs. el. st. e.	1 miliamper = $\frac{1}{10^3}$ ampera
16. Jakost toka — el. magn.	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{1}$	1 abs. el. magn. enota	1 amper = $\frac{1}{10}$ abs. el. mag. e.	
17. Upor provodnika (el. magneten)	lt^{-1}	1 abs. el. magn. enota	1 ohm = 10^9 abs. el. m. enot	—
18. Koeficijent indukcije (el. magn.)	l	1 *cm*	1 henry = 10^9 *cm*	—

Popravki.

Stran	vrsta	namesto	mora biti
11.	4.	$v_2\, v_2$	$v_1\, v_2$
19.	5.	$\frac{\pi}{3}(3\, r - v)$	$\frac{\pi}{3} v^2 (3\, r - v)$
19.	zadnja	$cosec\ \alpha = \frac{a}{c}$	$cosec\ \alpha = \frac{c}{a}$
25.	1.	$\alpha + \beta + \gamma = 180$	$\alpha + \beta + \gamma - 180$
27.	4.	$tang\ \alpha = \frac{x_1}{y_1}$	$tang\ \alpha = \frac{y_1}{x_1}$
28.	1.	$(x - x)$	$(x - x_1)$
28.	zadnja	$\frac{ax_1 + by_1 + c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}}$	$-\frac{ax_1 + by_1 + c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}}$
35.	4. od spodaj	Ks	$K\beta$
37.	1.	$Q\ sin\ \alpha$	$Q\ sin\ \frac{\alpha}{2}$
38.	obrazec 3.	$R + Tr$	$R + T$

Definicije nekaterih enot.

1. 1 *g* mase je vztrajnostni odpor 1 cm^3 čiste vode pri 4^0 *C*.

2. 1 dina je sila, ki podeli 1 *gramu* mase 1 *cm sek*$^{-2}$ pospeška.

   1 *g* sile je pritisk 1 cm^3 čiste vode pri 4^0 *C* na horizontalno podlago v brezzračnem prostoru v Parizu; (statična defin.);

   1 *g* sile je sila, ki podeli 1 *gramu* mase 981 *cm sek*$^{-2}$ pospeška;

3. 1 *erg* je delo, ki ga opravi sila, kadar premaguje upor 1 *dine* na poti 1 *cm;*

   1 *kgm* je delo, ki ga opravi sila, kadar vzdigne 1 *kg* 1 *m* vertikalno navzgor;

   1 wattska ura je delo, ki ga v 1 uri opravi sila, ki ima efekt 1 watta;

   1 Kalorija je množina toplote, ki segreje 1 *kg* vode za 1^0 *C*.

4. 1 sekundni erg efekta ima sila, ki opravi vsako sekundo 1 *erg* dela;

   1 watt efekta ima sila, ki opravi vsako sekundo 1 *joule* dela.

5. 1 polova enota je tisti magnetni pol, ki učinkuje na drug enako velik pol v razdalji 1 *cm* s silo 1 *dine.*

6. 1 enota elektrenine je tista množina elektrike, ki učinkuje na drugo enako veliko množino v razdalji 1 *cm* s silo 1 *dine;*

   1 elektron je množina proste elektrike na enovalentnem atomu.

7. 1 absolutno elektrostatično enoto potencijala ima tisto mesto v električnem polju, kamor se mora prinesti iz kakega mesta izven polja 1 absolutna enota elektrenine, da se opravi 1 *erg* dela;

1 absolutno elektromagnetno enoto potencijalne diference imata oba konca žice, če opravi abs. elektromagnetna enota toka vsako sekundo 1 *erg* dela;

1 volt potencijalne diference imata oba konca žice, če opravi 1 amper toka vsako sekundo 1 *joule* dela.

8. 1 *cm* kapacitete ima kondenzator, čigar potencijal se zviša za 1 absolutno elektrostatično enoto, kadar se mu privede 1 absolutna enota elektrenine;

1 farad kapacitete ima kondenzator, čigar potencijal se zviša za 1 volt, če se mu privede 1 coulomb elektrike.

9. 1 absolutno elektrostatično enoto jakosti ima tok, kadar teče vsako sekundo skoz žico 1 absolutna elektrostatična enota elektrike;

1 absolutno elektromagnetno enoto jakosti ima tok, ki učinkuje, kadar teče po krogu s polmerom 1 *cm*, na enotni pol v središču tega kroga s silo 2π din;

1 amper jakosti ima tok, kadar teče vsako sekundo skoz žico 1 coulomb elektrike.

10. 1 ohm upora ima tokovodnik, ki propušča 1 amper toka, kadar imata oba konca 1 volt potencijalne diference.

11. 1 henry samoindukcije ima žica, v kateri se inducira elektromotorska sila 1 volta, kadar se spremeni tok vsako sekundo za 1 amper.