

Oznaka poročila: ARRS-RPROJ-ZP-2015/14



ZAKLJUČNO POROČILO RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

A. PODATKI O RAZISKOVALNEM PROJEKTU

1. Osnovni podatki o raziskovalnem projektu

Šifra projekta	J1-4144
Naslov projekta	Geometrija in topologija 3-mnogoterosti
Vodja projekta	7083 Dušan Repovš
Tip projekta	J Temeljni projekt
Obseg raziskovalnih ur	4818
Cenovni razred	
Trajanje projekta	07.2011 - 06.2014
Nosilna raziskovalna organizacija	101 Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko
Raziskovalne organizacije - soizvajalke	
Raziskovalno področje po šifrantu ARRS	1 NARAVOSLOVJE 1.01 Matematika 1.01.02 Topologija
Družbeno-ekonomski cilj	13.01 Naravoslovne vede - RiR financiran iz drugih virov (ne iz SUF)
Raziskovalno področje po šifrantu FOS	1 Naravoslovne vede 1.01 Matematika

B. REZULTATI IN DOSEŽKI RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

2. Povzetek raziskovalnega projekta¹

SLO

Teorijo 3-mnogoterosti sta kot klasično vejo topologije in geometrije uvedla Klein in Poincaré. Ponoven zagon je dobila z dokazom Thurstonove geometrizacijske domnevo. V zadnjih tridesetih letih so bile topološke 3-mnogoterosti z geometrično hiperbolično strukturo (kot tudi hiperbolične 3-orbiterosti in stožčaste 3-mnogoterosti) predmet zelo intenzivnih raziskav po vsem svetu. Raziskovanje 3-mnogoterosti ima v Sloveniji že dolgo tradicijo, s tem izjemno aktualnim

področjem sodobne matematike se zelo uspešno ukvarja naša raziskovalna skupina na IMFM. V projektu smo odgovorili na pomembna aktualna odprta vprašanja o teh prostorih, ki so že dalj časa v središču pozornosti v svetu.

V tem triletnem temeljnem raziskovalnem projektu smo razvili teorijo 3-mnogoterosti v več smereh. Poudarek je bil na karakterizaciji 3-mnogoterosti. Z obravnavo fundamentalnih poliedrov hiperboličnih 3-mnogoterosti smo opisovali pripadajoče lastnosti volumnov, ki so topološke invariante po klasičnem togostnem izreku Mostowa. Iz Aleksandrovega izreka sledi, da je vsaka sklenjena 3-mnogoterost razvejan krov nad 3-sfero, mi pa smo preučevali topološke lastnosti tistih sklenjenih 3-mnogoterosti, ki so ciklični razvezani krovi nad lečastimi prostori. Obe karakterizaciji sta bili uporabljene za oceno kompleksnosti dobljenih 3-mnogoterosti v smislu Matveeva, ki je nadvse uporaben parameter za tabeliranje 3-mnogoterosti. Poleg tega smo karakterizaciji uporabili v kombinatorni teoriji grup, in sicer za povezavo poliederske konstrukcije z obravnavo breztorzijskih podgrup Coxeterjevih grup ter konstrukcije cikličnih krovov, z raziskovanjem končnosti in hiperboličnosti ciklično predstavljenih grup.

V našo raziskovalno ekipo smo v okviru naših mednarodnih projektov vključili več vodilnih tujih specialistov iz tega področja, ki so prispevali k zelo uspešni obravnavi vseh problemov. V naši skupini se je v času trajanja projekta zelo uspešno usposabljal večje število mladih raziskovalcev in postdoktorantov.

ANG

Theory of 3-manifolds is a classical part of topology and geometry, started by Klein and Poincaré. It got a new impetus after the proof of the celebrated Thurston geometrization conjecture. In the last thirty years topological 3-manifolds admitting hyperbolic geometric structure (as well as hyperbolic 3-orbifolds and cone 3-manifolds) have been intensively studied. Investigations of 3-manifolds has a very long tradition in Slovenia and it has been very successfully investigated by our research group at IMFM. In this research project we answered several very interesting open questions about these spaces, which have been in the center of attention by leading experts in this field.

In this three year fundamental research project we developed theory of 3-manifolds in several directions. Our focus was on characterization of 3-manifolds. By investigating fundamental polyhedra of hyperbolic 3-manifolds we described properties of their volumes, which are topological invariants due to the classical Mostow rigidity theorem. By the classical Alexander theorem, any closed 3-manifold is a branched covering of the 3-sphere, while we in turn, investigated topological properties of those closed 3-manifolds which are cyclic branched coverings of lens spaces. Both characterizations were applied to estimate the complexity, in the sense of Matveev, of obtained 3-manifolds, which is a very useful parameter for tabulating 3-manifolds. Moreover, both characterizations were applied in combinatorial group theory, namely the polyhedral construction was related to the studies of torsion-free subgroups of Coxeter groups and the cyclic covering construction was related to the investigations of cyclically presented groups, their finiteness and hyperbolicity.

Within the framework of our international research projects, we included into our research team several leading foreign experts in this research area, who contributed to a very successful treatment of these problems. During the course of this project we trained several doctoral students and postdocs in our research group.

3. Poročilo o realizaciji predloženega programa dela na raziskovalnem projektu²

Cilj tega triletnega temeljnega raziskovalnega projekta je bil razviti nov in celovit pristop k geometriji in topologiji 3-mnogoterosti z uporabo originalnih algebrskih, kombinatornih in topoloških pristopov. Teorijo 3-mnogoterosti sta kot klasično vejo topologije in geometrije uvedla Klein in Poincaré. Ponoven zagon je dobila s slovito Thurstonovo geometrizacijsko domnevo. V zadnjih desetletjih so bile 3-mnogoterosti z geometrično hiperbolično strukturo (kot tudi hiperbolične 3-orbiterosti in stožčaste mnogoterosti) predmet intenzivnih raziskav. V tem projektu smo razvili teorijo 3-mnogoterosti v več smereh, s poudarkom na poliederskih konstrukcijah, njihovi kompleksnosti in lastnostih njihovih grup simetrije z uporabo kombinatornih in algebrskih metod ter pristopov iz teorije vozlov. Pomembno je poudariti, da v nasprotju s teorijo sklenjenih ploskev, ki so bile klasificirane z Eulerjevo karakteristiko (oz. v orientabilnem primeru z redom ploskve), analogna klasifikacija 3-mnogoterosti ne obstaja. Zgoraj omenjeni karakterizaciji mnogoterosti sta najbolj uporabni za začetno klasifikacijo 3-mnogoterosti. V primeru hiperboličnih

3-mnogoterosti je volumen nadvse učinkovita invarianta za razlikovanje mnogoterosti zaradi naslednje končno lastnosti. Po izreku Thurstona in Jorgensena obstaja (do izometrije natančno) le končno število hiperboličnih 3-mnogoterosti z danim volumnom. Posledično je volumen nadvse primeren način za sistematično obravnavo hiperboličnih 3-mnogoterosti. V primeru topoloških 3-mnogoterosti je ena izmed najmočnejših karakterizacij Matveeva kompleksnost mnogoterosti, ki je, razen v nekaj izjemnih primerih, v bistvu minimalno število tetraedrov med vsemi singularnimi triangulacijami, ki predstavljajo dano 3-mnogoterost. Kompleksnost ima naslednjo končno lastnost: obstaja le končno število nerazcepnih 3-mnogoterosti z dano kompleksnostjo. Trenutno je katalogiziranih več kot 36.000 mnogoterosti s kompleksnostjo do 12. Kljub temu je kompleksnost znana le za manjše število neskončnih družin 3-mnogoterosti. Zaradi tega so izračuni in ocene kompleksnosti 3-mnogoterosti, predvsem za neskončne družine 3-mnogoterosti, nadvse aktualen problem na poti do klasifikacije 3-mnogoterosti.

Naše triletne raziskave na področju geometrije in topologije 3-mnogoterosti so bile osredotočene na reševanje zahtevnih aktualnih odprtih problemov o topoloških 3-mnogoterostih in sorodnih vprašanjih. V treh letih naših raziskav smo uspešno obravnavali vse predlagane probleme, ki smo jih navedli v projektni prijavi, in dosegli naslednje glavne rezultate:

(A) V okviru tematskega sklopa o poliederski obravnavi 3-mnogoterosti (poliedri s ciklično simetrijo in pravokotni poliedri) smo razvili nov pristop za konstrukcijo geometrijskih 3-mnogoterosti z uporabo tesalacij s polregularnimi poliedri. Zaradi tehničnosti teme smo pri tem uporabljali metode računske algebre. Poleg tega smo za dobljene 3-mnogoterosti poiskali invariante geometrijske strukture, kot so volumen, ipd. Presentacija 3-mnogoterosti s fundamentalnimi poliedri nam omogoča uporabo moderne geometrijske programske opreme za proučevanje lastnosti mnogoterosti. Uporaba naših rezultatov daje tudi zanimive lastnosti invariant hiperboličnih 3-mnogoterosti.

(B) V okviru tematskega sklopa o kompleksnosti 3-mnogoterosti (kompleksnost 3-mnogoterosti z robom in kompleksnost 3-mnogoterosti s ciklično simetrijo) smo kot uporaben pristop h klasifikaciji in numeraciji 3-mnogoterosti vpeljali in preučevali različne koncepte kompleksnosti 3-mnogoterosti, ki so osnovani na različnih pojmih teorije 3-mnogoterosti, kot npr. specialna hrbtnica, kristalizacija, fundamentalni polieder, volumen, idr. Obravnavali smo koncepte kompleksnosti glede na te aspekte in jih primerjali med seboj ter raziskovali relacije med njimi.

Tako smo uspešno obravnavali problem izračunavanja eksplisitnih vrednosti in dvostranskih ocen za kompleksnost dane 3-mnogoterosti, kar je pomembno predvsem s stališča klasifikacije in razpoznavanja 3-mnogoterosti. Razvili smo nove kombinatorne in geometrijske pristope za izračun dvostranskih ocen kompleksnosti hiperboličnih 3-mnogoterosti z robom in 3-mnogoterosti s ciklično simetrijo.

(C) V okviru tematskega sklopa o cikličnih krovih in ciklično prezentiranih grupah (ciklično razvejani krovi (g,b) -spletov in ciklično prezentirane grupe) smo nadaljevali z našimi prejšnjimi zelo uspešnimi raziskavami fundamentalnih grup 3-mnogoterosti, ki imajo ciklično simetrijo, kjer smo že v prejšnjih raziskavah dobili več pomembnih rezultatov o geometrijski realizaciji cikličnih grup. V tem triletнем projektu smo posplošili in razširili originalne tehnike študija n -besednih cikličnih prezentacij grup in vzpostavili korespondenco s cikličnimi razvejanimi krovi (g,b) -vozlov. V mnogih primerih nam poznavanje lastnosti 3-mnogoterosti daje določene informacije o lastnostih grupe (s tem lahko med drugim določimo, ali je grupa hiperbolična) in lahko izpeljemo rezultate o končnosti in hiperboličnosti ciklično prezentiranih grup, povezanih z obravnavanimi 3-mnogoterostmi.

Poleg tega pa smo v okviru naših raziskav dobili številne nove rezultate tudi na drugih, sorodnih področjih topologije in njene uporabe. Številni med njimi so že sprejeti v objavo v vodilnih SCI revijah na tem področju. O našem delu smo zelo odmevno poročali tudi na številnih mednarodnih konferencah in delavnicah v EU, Ruski federaciji, v ZDA ter na Japonskem, kot tudi na vabljenih kolokvijih na

uglednih tujih univerzah in inštitutih. Sodelovali smo tudi z uporabniki in s pomočjo metod, ki smo jih razvili v tem projektu uspešno reševali nekatere probleme iz prakse. Pri našem raziskovalnem delu smo vsa tri leta intenzivno sodelovali z odličnimi tujimi raziskovalci, predvsem v okviru naših številnih mednarodnih projektov. Naši tuji partnerji so bili: UFR Institut Fourier Grenoble (Francija), Universidad de Sevilla (Španija), Università degli studi di Pisa (Italija), Matematični inštitut RAN (Novosibirsk), Brandeis University (ZDA), Osaka University (Japonska), idr. V okviru doktorskega študija ter naših znanstveno-raziskovalnih seminarjev na Fakulteti za matematiko in fiziko ter Fakulteti za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani, smo vsako leto organizirali vrsto vabljenih predavanj, ki smo jih pripravili člani projektne skupine in vabljeni ugledni tuji strokovnjaki. Predavanja so bila še posebej zanimiva in koristna za naše mlade raziskovalce in druge podiplomske študente, ki so se izobraževali v naši projektni skupini in so v tem času tudi uspešno doktorirali.

4. Ocena stopnje realizacije programa dela na raziskovalnem projektu in zastavljenih raziskovalnih ciljev³

V treh letih raziskav smo, izhajajoč iz naših (v toku raziskav v celoti potrjenih) raziskovalnih hipotez, z izjemnim uspehom delali na vseh načrtovanih problematskih sklopih, ki so bili naveden v našem predlogu projekta. Naše raziskave so potekale skladno s predvidenim terminskim planom, predvidenim v naši projektni prijavi, in v celoti smo izpolnili vse planirane načrte, nekatere izmed ciljev pa smo tudi preseгли. Pri našem delu se nismo srečevali z nobenimi nepredvidenimi težavami. Ocenjujemo, da je naše raziskovalno delo na tem triletnem temeljnem projektu ves čas potekalo povsem v skladu z predlaganim planom raziskav in da je bil raziskovalni projekt v pogodbenem triletnem roku v celoti in zelo uspešno zaključen.

5. Utemeljitev morebitnih sprememb programa raziskovalnega projekta oziroma sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave projektne skupine⁴

Ni bilo nobenih sprememb.

6. Najpomembnejši znanstveni rezultati projektne skupine⁵

		Znanstveni dosežek	
1.	COBISS ID	16297817	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Grupe, ki niso pravilno 3-realizabilne
		ANG	Groups which are not properly 3-realizable
	Opis	SLO	Grupa se imenuje pravilno 3-realizabilna, če je fundamentalna grupa nekega kompaktnega poliedra, katerega univerzalni krovni prostor je pravilno homotopsko ekvivalenten neki topološki 3-mnogoterosti. Dokazali smo, da kadar je takšna grupa tudi kvazi-enostavno filtrirana, potem ima pro(končno generirano prosto) fundamentalno grupo v neskončnosti in semistabilne konce. Domneva se, da je pogoj o kvazi-enostavni filtraciji odvečen. Uporabljaajoč te omejitve, smo poiskali prve znane primere končno prezentiranih grup, ki niso enostavno 3-realizabilne, npr. velike družine Coxeterjevih grup.
ANG		A group is properly 3-realizable if it is the fundamental group of a compact polyhedron whose universal covering is proper homotopically equivalent to some topological 3-manifold. We proved that when such a group is also quasi-simply filtered then it has pro-(finitely generated free) fundamental group at infinity and semi-stable ends. Conjecturally the quasi-simply filtration assumption is superfluous. Using these restrictions we provided the first examples of finitely presented groups which are not properly 3-realizable, for instance large families of	

			Coxeter groups.
	Objavljeno v	Consejo Superior de Investigaciones Científicas; Real Sociedad Matemática Española; Antonio Córdoba; Revista Matemática Iberoamericana; 2012; Vol. 28, no. 2; str. 401-414; Impact Factor: 0.594; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.673; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Funar Louis, Lasheras Francisco F., Repovš Dušan	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
2.	COBISS ID	15843929	Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i>	Dvostranske ocene prostornin pravokotnih hiperboličnih poliedrov
		<i>ANG</i>	Two-sided bounds for the volume of right-angled hyperbolic polyhedra
	Opis	<i>SLO</i>	Za poljuben kompakten pravokoten polieder R v prostoru Lobačevskega $\{\mathbb{H}^3\}$ naj $\{\text{vol}\}(R)$ označuje njegovo prostornino in $\{\text{vert}\}(R)$ število njegovih oglišč. Atkinson je nedavno našel zgornjo in spodnjo mejo za vrednosti $\{\text{vol}\}(R)$, izraženi s pomočjo $\{\text{vert}\}(R)$. S konstrukcijo dvoparametrične družine poliedrov v članku dokažemo, da je asimptotična zgornja meja $5v_3/8$, kjer v_3 označuje prostornino idealnega pravilnega tetraedra v $\{\mathbb{H}^3\}$, dvojna limitna točka kvocientov $\{\text{vol}\}(R)/\{\text{vert}\}(R)$. Poleg tega v članku izboljšamo spodnjo mejo za primer, ko je $\{\text{vert}\}(R) \leqslant 56$.
		<i>ANG</i>	For a compact right-angled polyhedron R in Lobachevskii space $\{\mathbb{H}^3\}$, let $\{\text{vol}\}(R)$ denote its volume and $\{\text{vert}\}(R)$, the number of its vertices. Upper and lower bounds for $\{\text{vol}\}(R)$ were recently obtained by Atkinson in terms of $\{\text{vert}\}(R)$. By constructing a two-parameter family of polyhedra, we show that the asymptotic upper bound $5v_3/8$, where v_3 is the volume of the ideal regular tetrahedron in $\{\mathbb{H}^3\}$, is a double limit point for the ratios $\{\text{vol}\}(R)/\{\text{vert}\}(R)$. Moreover, we improve the lower bound in the case $\{\text{vert}\}(R) \leqslant 56$.
	Objavljeno v	Springer;MAIK "Nauka/Interperiodika"; Mathematical Notes; 2011; Vol. 89, no. 1; str. 31-36; Impact Factor: 0.295; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.678; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Vesnin Andrei, Repovš Dušan	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
3.	COBISS ID	16946265	Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i>	Konkordančne lastnosti vzporednih spleto
		<i>ANG</i>	Concordance properties of parallel links
	Opis	<i>SLO</i>	V članku proučujemo konkordančne lastnosti "vzporednih spleto" $P(K)$, ki so $(2,0)$ kabli vozla K . Predvsem se osredotočimo na vprašanje: "Ali mora biti K konkordanten nevozu, če je $P(K)$ konkordanten razcepnemu spletu?" Pokažemo, da je v primeru, ko je $P(K)$ gladko konkordanten razcepnemu spletu, veliko gladkih konkordančnih invariant vozla K trivialnih, posebej to velja za τ in s -invarianti, kot tudi za ustrezno normalizirane d -invariante Dehnovih kirurgij na K . Obravnavamo tudi posplošitve na $(2,2\ell)$ -kable $P_{\ell}(K)$, za katere najdemo ovire za gladko konkordanco do vsote $(2,2\ell)$ torusnega spleta in razcepnega spleta.
			We investigate the concordance properties of "parallel links" $P(K)$, given by the $(2,0)$ cable of a knot K . We focus on the question: if $P(K)$ is concordant to a split link, is K necessarily slice? We show that if $P(K)$ is smoothly concordant to a split link, then many

		ANG	smooth concordance invariants of K must vanish, including the τ and s -invariants, as well as suitably normalized d -invariants of Dehn surgeries on K . We also investigate the $(2,2\ell)$ cables $P_{\ell}(K)$, and find obstructions to smooth concordance to the sum of the $(2,2\ell)$ torus link and a split link.
	Objavljeno v		Dept. of Mathematics, Indiana University; Indiana University Mathematics Journal; 2013; Vol. 62, no. 3; str. 799-814; Impact Factor: 0.358;Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Ruberman Daniel, Strle Sašo
	Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek
4.	COBISS ID	16654681	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Realizacije končnih grup v obliki fundamentalnih grup kompaktnih metričnih prostorov
		ANG	Realizations of countable groups as fundamental groups of compacta
	Opis	SLO	Vprašanje o realizaciji končnih grup v obliki fundamentalnih grup kompaktnih metričnih prostorov je bilo dolgo časa odprto. Take realizacije je razmeroma lahko konstruirati v okviru metričnih ali kompaktnih prostorov. Kombinacija obeh lastnosti pa je za fundamentalno grupo zelo restriktivna. Problem so obravnavali mnogi topologi (vključno s Cannonom in Connerjem) vendar do rešitve niso prišli. V tem članku dokažemo, da je možno vsako končno grupo realizirati kot fundamentalno grupo kompaktnega podprostora v $\{\mathbb{R}^4\}$. V skladu z izrekom Shelaha [S. Shelah, Proc. Amer. Math. Soc. 103, no. 2, (1988), 627-632] omenjeni prostori niso lokalno s potmi povezani, če grupa ni končno predstavljiva. Izrek je dokazan z eksplicitno konstrukcijo prostora X_G za vsako števno grupo G .
		ANG	It has been an open question for a long time whether every countable group can be realized as a fundamental group of a compact metric space. Such realizations are not hard to obtain for compact or metric spaces but the combination of both properties turn out to be quite restrictive for the fundamental group. The problem has been studied by many topologists (including Cannon and Conner) but the solution has not been found. In this paper we prove that any countable group can be realized as the fundamental group of a compact subspace of $\{\mathbb{R}^4\}$. According to the theorem of Shelah [S. Shelah, Proc. Amer. Math. Soc. 103, no. 2, (1988), 627-632] such space cannot be locally path connected if the group is not finitely generated. The theorem is proved by an explicit construction of an appropriate space X_G for every countable group G .
	Objavljeno v		Birkhäuser; Mediterranean Journal of Mathematics; 2013; Vol. 10, no. 3; str. 1573-1589; Impact Factor: 0.653;Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PN, PQ; Avtorji / Authors: Virk Žiga
	Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek
5.	COBISS ID	16935513	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Groba amenabilnost nasproti parakompaktnosti
		ANG	Coarse amenability versus paracompactness
			Nedavne raziskave v grobi geometriji ali geometriji v velikem merilu so pokazale podobnosti med nekaterimi pojmi analize, geometrije v velikem merilu in topologije. Lastnost A , ki jo je vpeljal Yu, je grobi analog amenabilnosti za grupe in za njeno posplošitev (eksaktni prostori) se je z

Opis	SLO	razčlenitvami enote izkazalo, da je grobi analog parakompaktnih prostorov. V članku poglobimo analogijo med grobo amenabilnostjo in parakompaktnostjo. Med drugim definiramo grobi analog parakompaktnosti, modeliran po karakterističnih lastnostih ekspanderjev. S to analogijo podamo enostavni dokaz, da so tri kategorije prostorov grobo neamenabilne: ekspanderji, prostori grafov z obodom, ki gre proti neskončnosti, in unije potenc končne netrivialne grupe.
	ANG	Recent research in coarse geometry revealed similarities between certain concepts of analysis, large scale geometry, and topology. Property A of Yu is the coarse analog of amenability for groups and its generalization (exact spaces) was later strengthened to be the large scale analog of paracompact spaces using partitions of unity. In this paper we go deeper into divulging analogies between coarse amenability and paracompactness. In particular, we define a new coarse analog of paracompactness modeled on the defining characteristics of expanders. That analog gives an easy proof of three categories of spaces being coarsely non-amenable: expander sequences, graph spaces with girth approaching infinity, and unions of powers of a finite nontrivial group.
Objavljeno v	World Scientific; Journal of Topology and Analysis; 2014; Vol. 6, no. 1; str. 125-152; Impact Factor: 0.341; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Cencelj Matija, Dydak Jerzy, Vavpetič Aleš	
Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	

7. Najpomembnejši družbeno-ekonomski rezultati projektne skupine⁶

Družbeno-ekonomski dosežek		
1.	COBISS ID	16311641 Vir: COBISS.SI
Naslov	SLO	Divje Cantorjeve množice: Novi rezultati, domneve in vprašanja
	ANG	Wild Cantor sets: New results, conjectures and questions
Opis	SLO	Na tem plenarnem enournem vabljenem predavanju na mednarodni konferenci v Odesi, posvečeni novim rezultatom v geometriji in topologiji, je bilo predstavljeno najnovejše delo naše projektne skupine na tem projektu in naši najpomembnejši doseženi rezultati.
	ANG	In this invited one-hour plenary lecture at the international conference dedicated to new results in geometry and topology, recent work of this project research team was presented, including the most important obtained results.
Šifra	B.04 Vabljeno predavanje	
Objavljeno v	Geometriya v Odesi - 2012; Odesa, Ukrajina, 2012; Avtorji / Authors: Repovš Dušan	
Tipologija	1.10 Objavljeni povzetek znanstvenega prispevka na konferenci (vabljeno predavanje)	
2.	COBISS ID	16317785 Vir: COBISS.SI
Naslov	SLO	Konkordance vozlov
	ANG	Concordance of knots
Opis	SLO	To je bil kolokvij na Brandeis University v Bostonu, ZDA. Predstavljeni so bili glavni dosežki naše projektne skupine iz nizkodimenzionalne geometrijske topologije.

		ANG	This was a colloquium at the Brandeis University in Boston, USA. The key results of our project group in low-dimensional geometric topology were presented.
	Šifra	B.05	Gostujoči profesor na inštitutu/univerzi
	Objavljeno v	Brandeis University; Boston, ZDA, 2012; Avtorji / Authors: Strle Sašo	
	Tipologija	3.14 Predavanje na tuji univerzi	
3.	COBISS ID	16639833	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Klasifikacija vozlov v lečastih prostorih
		ANG	Classification of knots in lens spaces
	Opis	SLO	Vozli so bili do sedaj klasificirani le za peščico prostorov: 3-dimenzionalni evklidski prostor, projektivni prostor in poln torus, kjer so bili vozli v slednjem klasificirani le do tako imenovanega obrata torusa. S to disertacijo na ta skromni seznam dodamo tudi lecasti prostor $L(p, q)$. Kot stranski produkt te klasifikacije vozle v polnem torusu popolnoma klasificiramo, poleg tega pa ugotovimo tudi, kateri od teh vozlov so akiralni. V obeh primerih klasificiramo vozle do štirih križišč in do petih križišč z nekaj izjemami. Vidimo, da za vsak lecasti prostor obstaja podmnožica pravozlov v polnem torusu, ki predstavlja klasifikacijo vozlov v tem lecastem prostoru. Da lahko uspešno klasificiramo vozle v lečastih prostorih, moramo pred tem izdelati dovolj močne invariante vozlov. Kot prvo invarianto vpeljemo HOMFLYPT premenjalni modul. Do sedaj je bil HOMFLYPT premenjalni modul izračunan samo za prostora S^3 in polni torus $S^1 \times D$. Dokažemo, da je HOMFLYPT premenjalni modul prostora $L(p, 1)$ prost, pri predstavitvi bazo za vsak $p > 1$. Druga invarianta je homologija Hovanova Kauffmanovega oklepajskega premenjalnega modula prostora $\mathbb{R}P^3$. Homologija Hovanova je stopničasta homološka teorija, ki kategorificira Jonesov polinom v smislu, da je Eulerjeva karakteristika homologije enaka Jonesovemu polinomu. Asaeda, Przytycki in Sikora so to homološko teorijo posplošili tako, da so uvedli dvojnostopničasto homološko teorijo, ki kategorificira Kauffmanov oklepajski premenjalni modul I-svežnjeva nad ploskvami. Zaradi nenavadnega obnašanja spletov, ki jih projiciramo na neorientabilno ploskev $\mathbb{R}P^2$, teorija odpove pri zvitem I-svežnju $\mathbb{R}P^2 \widetilde{\times} I \approx \mathbb{R}P^3 \setminus \ast$. Pokažemo, da je diferencial v Hovanovem verižnem kompleksu mogoče ustrezno popraviti, da teorija deluje tudi za projektivni prostor. Za klasifikacijo, za izračun HOMFLYPT premenjalnih modulov vozlov in za izračun Kauffmanovih oklepajskih premenjalnih modulov vozlov, smo napisali računalniški program.
		ANG	So far knots have been classified up to a certain number of crossings only for a handful of spaces: the 3-dimensional Euclidean space, the projective space, and the solid torus, the latter being classified only up to a so-called flip. In this thesis we append the infinite family of lens spaces to this modest list. As a side product, we refine the case of the solid torus by providing a complete classification of knots in it. In both cases we classify knots up to four crossings and up to five crossings with a few exceptions. We also establish which of the knots in the solid torus are amphichiral. We see that for each lens space, a subset of prime knots in the solid torus gives the classification in the lens space. Since there are very few applicable invariants of links in $L(p, q)$, a necessary condition for making a classification in these spaces is to develop invariants of links in $L(p, q)$. The first invariant we introduce is the HOMFLYPT skein module. The HOMFLYPT skein module has so far only been calculated only for S^3 and the solid torus. We show that the HOMFLYPT skein module of $L(p, 1)$ is a free \mathbb{R} -module and we present a basis of this module for each $p > 1$. The second invariant is the Khovanov homology of the Kauffman bracket skein module

		of \mathbb{R}^3 . Khovanov homology, an invariant of links in $\{\mathbb{R}^3\}$, is a graded homology theory that categorifies the Jones polynomial in the sense that the graded Euler characteristic of the homology is the Jones polynomial. Asaeda, Przytycki, and Sikora generalized this construction by defining a double graded homology theory that categorifies the Kauffman bracket skein module of links in I-bundles over surfaces, except for the surface \mathbb{R}^2 , where the construction fails due to the strange behavior of links when projected to the non-orientable \mathbb{R}^2 . We categorify the missing case of the twisted I-bundle over \mathbb{R}^2 , $\mathbb{R}^2 \times I \approx \mathbb{R}^3 \setminus \{\ast\}$, by redefining the differential in the Khovanov chain complex in a suitable manner. The classification, the calculations of the HOMFLYPT skein modules of the knots, and the calculations of the Kauffman bracket skein modules of the knots are done by a computer program that is available at https://github.com/bgabrovsek/lpq-classification .
	Šifra	D.09 Mentorstvo doktorandom
	Objavljeno v	[B. Gabrovšek]; 2013; 205 str.; Avtorji / Authors: Gabrovšek Boštjan; Mentors / Advisors: Cencelj Matija, Mroczkowski Maciej
	Tipologija	2.08 Doktorska disertacija
4.	COBISS ID	16941401 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> Pomen ravnin v CAT(0) geometriji
		<i>ANG</i> Significance of flats in CAT(0) geometry
	Opis	<i>SLO</i> Številna vprašanja v CAT(0) geometriji izvirajo iz izrekov o Riemannovih mnogoterostih nepozitivnih prereznih ukrivljenosti. V disertaciji se ukvarjamo z enim izmed njih, s problemom periodičnih ravnin. V kontekstu realnih analitičnih mnogoterosti sta ga rešila Bangert in Schröder, [V Bangert, v Schröder, Existence of flat tori in analytic manifolds of nonpositive curvature. Ann. Sci. École Norm. Sup. 24 (1992), no. 4 pp. 605-634]. Problem sprašuje, ali vedno lahko najdemo kopijo proste abelove grupe \mathbb{Z}^m v grupi, ki deluje kokompaktno diskretno z izometrijami na CAT(0) prostoru X, ki vsebuje izometrično vloženo kopijo \mathbb{R}^m . V uvodnih poglavjih povzamemo dognanja iz del [P.-E. Caprace, N. Monod, Isometry groups of non-positively curved spaces: structure theory. J. Topol. 2 (2009), no. 4, pp. 661-700 in P.-E. Caprace, N. Monod, Isometry groups of non-positively curved spaces: discrete subgroups. J. Topol. 2 (2009), no. 4, pp. 701-746] o celotni grupi izometrij pravega kokompaktnega geodezično polnega CAT(0) prostora. Nato ta dognanja uporabimo v dokazu glavnega izreka iz [P.-E. Caprace, G. Zadnik, Regular elements in CAT(0) groups. Preprint at http://arXiv.org/abs/1112.4637 (2011)], ki poda delni odgovor na problem periodičnih ravnin: "Naj bo parvi CAT(0) prostor X produkt m geodezično polnih faktorjev. Tedaj poljubna grupa Γ , ki deluje kokompaktno diskretno z izometrijami na X, vsebuje kopijo \mathbb{Z}^m ." Čeprav predpostavke zapisanega izreka močno posežejo v splošnost problema periodičnih ravnin, so za njegov dokaz potrebni globoki izreki iz strukturne teorije grupe izometrij dotičnega CAT(0) prostora. Za dokaz ključna je rešitev Hilbertovega petega problema (izrek Gleason, Montgomery-Zippin), ki zagotavlja dihotomijo za grupe izometrij določenih CAT(0) prostorov. Bodisi je grupa izometrij Liejeva bodisi je popolnoma nepovezana lokalno kompaktna topološka grupa. Glede na to dihotomijo se dokaz izreka razdeli na dva dela. Prvi del sledi iz znanih izrekov iz teorije Liejevih grup, med tem ko se drugi del sklicuje na geometrijo CAT(0) prostora s popolnoma nepovezano grupo izometrij, [P.-E. Caprace, N. Monod, Isometry groups of non-positively curved spaces: structure theory. J. Topol. 2 (2009), no. 4,

		pp. 661-700].
	ANG	Several questions/conjectures in CAT(0) geometry are inspired by analogous theorems that are known to hold for Riemannian manifolds of nonpositive sectional curvature. This thesis deals with the one which was settled by Bangert and Schröder in early nineties for real analytic manifolds, [V Bangert, v Schröder, Existence of flat tori in analytic manifolds of nonpositive curvature. Ann. Sci. École Norm. Sup. 24 (1992), no. 4 pp. 605-634]. It is called the flat closing problem and it predicts a copy of \mathbb{Z}^m in any discrete group which acts properly and cocompactly by isometries on a CAT(0) space X containing an isometric copy of \mathbb{R}^m . We summarize results from [P.-E. Caprace, N. Monod, Isometry groups of non-positively curved spaces: structure theory. J. Topol. 2 (2009), no. 4, pp. 661-700 and P.-E. Caprace, N. Monod, Isometry groups of non-positively curved spaces: discrete subgroups. J. Topol. 2 (2009), no. 4, pp. 701-746] about the full isometry group of a proper, cocompact and geodesically complete CAT(0) space. Then we apply those results to prove the main theorem from [P.-E. Caprace, G. Zadnik, Regular elements in CAT(0) groups. Preprint at http://arXiv.org/abs/1112.4637 (2011)], a very partial answer to the flat closing conjecture: "If a proper CAT(0) space X is a product of m geodesically complete factors, then discrete Γ , which acts properly and cocompactly on X , contains a copy of \mathbb{Z}^m ." Even though the theorem above is far from the full generality of the flat closing problem, its proof uses a deep machinery from the structure theory of the isometry group of the corresponding CAT(0) space. The proof relies in an essential way to the solution of Hilbert's fifth problem (Theorem Gleason, Montgomery-Zippin). This solution leads to a dichotomy for the isometry group of a nice non Euclidean CAT(0) space - either it is a Lie group or a totally disconnected locally compact group. Applying this dichotomy to the irreducible factors from the theorem, we deal with two separated approaches. The first case is covered by older results from Lie group theory while the second relies to the geometric properties of CAT(0) space with totally disconnected isometry group, see [P.-E. Caprace, N. Monod, Isometry groups of non-positively curved spaces: structure theory. J. Topol. 2 (2009), no. 4, pp. 661-700].
	Šifra	D.09 Mentorstvo doktorandom
	Objavljeno v	[G. Zadnik]; 2014; 46 str.; Avtorji / Authors: Zadnik Gašper; Mentorji / Advisors: Caprace, Pierre-Emmanuel, Smrekar Jaka
	Tipologija	2.08 Doktorska disertacija
5.	COBISS ID	17052761 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO Večkratni navzkrižni zleпки disk svežnjev nad ploskvami ANG Multiple plumbings of disk bundles over surfaces
	Opis	SLO Zanimajo nas konfiguracije ploskev znotraj 4-razsežnih mnogoterosti. Za sklenjeno gladko povezano 4-mnogoterost X želimo dani nabor homoloških razredov $C \subset H_2(X)$ predstaviti s čim enostavnejšo konfiguracijo ploskev v X . Regularna okolica take konfiguracije je navzkrižni zlepek disk svežnjev nad ploskvami. Število geometričnih presečišč dveh ploskev narekuje število navzkrižnih lepljenj ustreznih disk svežnjev. Navzkrižni zlepek lahko predstavimo s Kirbyjevim diagramom, ki narekuje konstrukcijo robu navzkrižnega zleпка s pomočjo kirurgije. Obravnavamo dvakratni navzkrižni zlepek N dveh disk svežnjev nad sferama z Eulerjevima številoma m in n . 4-mnogoterost N predstavimo s Kirbyjevim diagramom. Nato s kirurgijo izpeljemo Heegaardov diagram robne 3-mnogoterosti $Y = \partial N$. Izračunamo Heegaard-Floerovo homologijo $\widehat{HF}(Y; \mathbb{F})$ v vseh torzijskih Spin ^c strukturah $\mathbb{F} \in \text{Spin}^c$

		(Y). Absolutno stopničenje homologije izračunamo s pomočjo kobordizma od Y do znane 3-mnogoterosti $L(m; 1) \# S_1 \times S^2$. Dobljene korekcijske člene mnogoterosti Y uporabimo pri iskanju ovir za obstoj dvakratnega navzkrižnega zlepk N znotraj 4-mnogoterosti X z $b^+_2(X) = 2$. S podobno metodo obravnavamo še enkratne navzkrižne zlepke disk svežnjeve nad sferama znotraj izbranih sklenjenih 4-mnogoterosti.
	ANG	We are interested in the configurations of surfaces inside 4-manifolds. Given a closed connected smooth 4-manifold X and a finite set of classes $C \subset H_2(X)$, we would like to represent C by the simplest possible configuration of surfaces inside X. The regular neighborhood of such a configuration is a plumbing of disk bundles over the surfaces. For each geometric intersection of two surfaces, the corresponding disk bundles are plumbed once. The plumbing may be represented by its Kirby diagram, which also describes the construction of the boundary 3-manifold using surgery. We investigate the double plumbing N of two disk bundles over spheres with Euler numbers m and n. Using the Kirby diagram of N as a surgery diagram, we obtain the Heegaard diagram of the boundary 3-manifold $Y = \partial N$. We calculate the Heegaard-Floer homology $\widehat{HF}(Y; \mathfrak{s})$ in all the torsion Spin^c structures $\mathfrak{s} \in \text{Spin}^c(Y)$. Using a cobordism from Y to the known 3-manifold $L(m; 1) \# S_1 \times S^2$, we calculate the absolute gradings of the homology $\widehat{HF}(Y)$. We use the correction terms of the 3-manifold Y to find obstructions for realizing the double plumbing N inside given 4-manifolds X z $b^+_2(X) = 2$. By a similar method we study single plumbings of disk bundles over spheres inside selected closed 4-manifolds.
Šifra	D.09	Mentorstvo doktorandom
Objavljeno v	[E. Horvat]; 2014; 137 str.; Avtorji / Authors: Horvat Eva; Mentorji / Advisors: Strle Sašo	
Tipologija	2.08	Doktorska disertacija

8. Drugi pomembni rezultati projektne skupine^Z

(i) Zunanje financiranje: Naša projektna skupina sodeluje v več mednarodnih projektih in je uspešna tudi pri pridobivanju raziskovalnega denarja v Sloveniji iz drugih virov (zunaj ARRS): tako smo dodatna sredstva za sofinanciranje naših raziskovalnih obiskov v tujini pridobili tudi iz programov Erasmus in Socrates. Tudi v času izvajanja tega projekta smo našim mladim raziskovalcem omogočili daljša izpopolnjevanja na vodilnih univerzah v državah EU in Združenih državah Amerike. Pridobili smo tudi sredstva iz EU za obiske uglednih tujih ekspertov v Sloveniji.

(ii) Odmevnost v tujini: O odmevnosti našega raziskovalnega dela v svetu pričajo tudi podatki o članstvu naših raziskovalcev v uredniških odborih uglednih tujih SCI revij, npr.:
Advances in Nonlinear Analysis [De Gruyter, COBISS ID 16253785],
Complex Variables and Elliptic Equations [Taylor & Francis, COBISS ID 513019929],
Journal of Mathematical Analysis and Applications [Academic Press, COBISS ID 3081231],
Mediterranean Journal of Mathematics, [Birkhäuser, COBISS ID 13561433],
Nonlinear Analysis [Pergamon Press, COBISS ID 26027520], idr.

9. Pomen raziskovalnih rezultatov projektne skupine^S

9.1. Pomen za razvoj znanosti⁹

SLO

Raziskovalni projekt je obravnaval eno najaktivnejših področij sodobne matematike. V zadnjih desetletjih je nizko-dimenzionalna topologija doživela eksplozivno rast in najuspešnejši

raziskovalci iz tega področja so bili izbrani za najprestižnejše nagrade (npr. Perel'man za dokaz preko sto let stare Poincaréjeve domneve). Zato je to področje, v katerem si sledijo pomembni rezultati hitreje kot na mnogih drugih področjih, tudi zaradi raznovrstne in intenzivne povezanosti z raznimi drugimi vejami matematike (posebej s teorijo grafov, funkcionalno analizo, algebrsko geometrijo in kvantno teorijo polja). Projekt je obravnaval nekatere ključne pomembne teme na področju in našli smo nove metode in tehnike za rešitev zelo težkih odprtih problemov, ki so bili že dolgo časa v središču pozornosti precejšnjega števila vodilnih strokovnjakov topologije in geometrije. Zato bodo naši rezultati zagotovo vplivali na matematiko v svetovnem merilu in bodo pospešili tudi razvoj matematike v Sloveniji. Zelo uspešno tudi odkrivamo številne možnosti za uporabo naših raziskav, npr. naši rezultati iz področja teorije vozlov in spletov imajo presenetljivo in pomembno uporabo v kemiji in biologiji, konkretno pri študiju strukture DNA. Odkrili smo tudi zelo inovativno uporabo teorije vozlov v teoriji magnetnega polja in izvedli raziskave v fraktalni geometriji, ki ima zelo široko uporabnost.

Naši rezultati so oziroma bodo objavljeni v vodilnih specializiranih mednarodnih matematičnih revijah, ki so visoko na seznamu SCI na področju matematike (Advances in Mathematics, Mathematische Annalen, Mathematical Research Letters, Proceedings of the Royal Society, Transactions of the American Mathematical Society, idr.). Nekatere objave pri založbi Elsevier North-Holland so bile uvrščene med najbolj zahtevane (downloaded) članke (npr. v reviji Topology and Its Applications). Naša projektna skupina je že dobro etabrirana na svojem področju in je dobila več domačih in tujih priznanj. Člani naše skupine so prejeli povabila za predavanja na pomembnih mednarodnih konferencah, kar potrjuje menarodno uveljavljenost naše skupine. Povečalo se je zanimanja tujih raziskovalnih institucij za sodelovanje z IMFM, predvsem iz Evropske unije, zato ima naša raziskovalna skupina največje število mednarodnih projektov iz matematike v Sloveniji. Raziskovalno delo na tem področju je imelo tudi pozitiven vpliv na razvoj slovenske matematične šole, s poudarkom na topologiji in geometriji ter njuni uporabi, ter vpetost v svetovno raziskovalno mrežo, posebej v okviru Evropske unije.

ANG

This research project treated one of the most active parts of modern mathematics: in recent decades low-dimensional topology has witnessed an explosive growth and its researchers have been awarded some of the most prestigious prizes (notably Perel'man for his proof of the over hundred years old Poincaré Conjecture). This is therefore an area in which very important results follow faster than in many other areas, also because of the many strong relations with other areas of mathematics (notably graph theory, functional analysis, algebraic geometry, and quantum field theory). This project concerned some key important subjects and we found new methods and techniques for resolving very difficult open problems which have been in the center of attention by many leading experts from topology and geometry for a long time. Therefore our results will definitely have impact on the mathematics and will also accelerate the progress of mathematics in Slovenia. We also discovered new ways to apply our results, e.g. our work had an important application in chemistry and biology in the studies of the structure of DNA. We also found new applications of knot theory in magnetic field theory and investigated fractal geometry which has broad applications.

Our results received a lot of interest from the international mathematical community. Group members published extensively in international mathematical journals placed high of the SCI list (e.g. Advances in Mathematics, Mathematische Annalen, Mathematical Research Letters, Proceedings of the Royal Society, Transactions of the American Mathematical Society, etc.). Some of our publications with the Elsevier North-Holland publishers were among the most downloaded (e.g. in Topology and Its Applications).

Our group is well established in its area and it has received many domestic and foreign awards in the past. Members of our group received invitations to give lectures at important international conferences, confirming the international recognition of our research group. We had increased interest of foreign research institution for cooperation with our institute, especially from European Union. As a result, our research group has the largest number of international project in mathematics. The project also had a very positive influence on development of Slovenian mathematical school, emphasizing topology and geometry, and connection to the research networks, especially in the European Union.

9.2. Pomen za razvoj Slovenije¹⁰

SLO

Glavni rezultati tega projekta so odkritje zelo pomembnih novih temeljnih zakonitosti in njihova uporaba v matematiki in razširitev obstoječih raziskovalnih orodij v sodobni geometrijski topologiji v dimenziji 3 in njihova uporaba, kot tudi nadaljnji razvoj raziskav na področju matematike na Slovenskem. Dobljeni rezultati se zelo dobro ujemajo z načrti razvoja slovenske znanosti in tehnologije na področju povečanja znanja, to je razvoj znanosti, kot tudi izboljšanje kakovosti podiplomskega študija.

Naše raziskave so povezane in nadgrajujejo dosedanje uspešne raziskave na tem področju in se nanašajo na probleme, ki smo jih že uspešno obravnavali z zelo pozitivnim odmevom v številnih mednarodnih raziskovalnih projektih, pri katerih sodelujemo. Kot rezultat naših dolgoletnih prizadevanj je naš inštitut mednarodno priznan evropski center za geometrijsko topologijo nizkih dimenzij in eno pomembnih stičišč strokovnjakov za 3-mnogoterosti. Naše raziskovalno delo je prejelo več domačih in mednarodnih priznanj in pred časom smo bili izbrani med najboljše programske skupine v državi. Nekateri uveljavljeni člani skupine na svojem področju že odločilno vplivajo na smer aktualnega raziskovanja v mednarodnem prostoru. V zadnjem času se vedno bolj uveljavlja tudi mlajša generacija raziskovalcev, ki ji je prav delovanje v okviru programa omogočilo pridobitev potrebnega znanja za uspešno raziskovalno delo.

Naša projektna skupina je uspešno sodelovala z gospodarstvom, npr. pri razvoju novih in učinkovitih algoritmov za generiranje diskretnih Morsovih funkcij v računski topologiji, kar se lahko uporabi v radiološki diagnostiki, npr. v CT, scintigrafiji, interni medicine in urologiji. Na teh področjih učinkovito sodelujemo z nekaterimi domačimi podjetji visoke tehnologije, ki so v konici razvoja svojih področij. V prihodnje nameravamo še razširiti delovanje na aplikativnih področjih in se še bolj umestiti v raziskovalnih mrežah znotraj EU.

Projekt je imel posebej pozitiven učinek na razvoj podiplomskih študijev v Sloveniji v okviru doktorskih programov matematike na Univerzi v Ljubljani. Pod mentorstvom naših raziskovalcev in vodilnih gostujočih raziskovalcev so mladi raziskovalci in drugi doktorski študenti izdelali svoje disertacije na najbolj propulzivnih temah topologije in geometrije.

Pripravili smo sodobne podiplomske tečaje, npr. "Topologija v računalništvu" na Fakulteti za računalništvo in informatiko na Univerzi v Ljubljani, ki je bil zanimiv tudi za druga področjih, posebej medicino.

ANG

The main result of this project is a discovery of very important new fundamental laws and their applications in mathematics, and extending the available research tools in modern geometric topology to dimension 3, and its applications, as well as further development of research in mathematics in Slovenia. Our results agree with plans for the development of Slovenian science and technology, in the field of enhancement of knowledge, i.e. on the progress of science as well as on the substantial improvement of the quality of the doctoral program.

Our research is related to and builds upon past successful research in this field and is connected with the problems which have been very successfully studied with very positive feedback in numerous international projects of our research. As the result of our longstanding efforts our institute is an internationally renowned European center of geometric topology of low dimensions and one of the important meeting points of experts in 3-manifolds. Our research has received several national and international prizes and we were selected among the best program teams in the country. Several members of the group are already very influential in international research in their fields of expertise. Our younger researchers, working within our group, have very successfully began to establish themselves. In future we shall significantly expand our work on applied aspects of topology and strengthen our position in the EU research network.

We successfully cooperated with the industry, e.g. we developed new and effective algorithms for generating discrete Morse functions in computational topology, which can be applied in radiological diagnostics, e.g. in CT, scintigraphy, internal medicine and urology. In this areas we are cooperating with some cutting-edge domestic hi-tech companies. Therefore we plan such productive collaboration also in the future.

The project had an extraordinary positive effect on the development of graduate studies in Slovenia, in particular the PhD programs in mathematics at the University of Ljubljana. Under the mentorship of our researchers and leading foreign researchers, our young researchers prepared their theses on the most up-to-date topics in topology and geometry. We offered modern graduate course like »Topology in computer science« at the Faculty of Computer Science and Informatics at the University of Ljubljana, which was of interest also for other fields, especially medicine.

10.Samo za aplikativne projekte in podoktorske projekte iz gospodarstva!

Označite, katerega od navedenih ciljev ste si zastavili pri projektu, katere konkretne rezultate ste dosegli in v kakšni meri so doseženi rezultati uporabljeni

Cilj		
F.01	Pridobitev novih praktičnih znanj, informacij in veščin	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.02	Pridobitev novih znanstvenih spoznanj	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.03	Večja usposobljenost raziskovalno-razvojnega osebja	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.04	Dvig tehnološke ravni	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.05	Sposobnost za začetek novega tehnološkega razvoja	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.06	Razvoj novega izdelka	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.07	Izboljšanje obstoječega izdelka	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.08	Razvoj in izdelava prototipa	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.09	Razvoj novega tehnološkega procesa oz. tehnologije	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>

	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.10	Izboljšanje obstoječega tehnološkega procesa oz. tehnologije	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.11	Razvoj nove storitve	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.12	Izboljšanje obstoječe storitve	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.13	Razvoj novih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.14	Izboljšanje obstoječih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.15	Razvoj novega informacijskega sistema/podatkovnih baz	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.16	Izboljšanje obstoječega informacijskega sistema/podatkovnih baz	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.17	Prenos obstoječih tehnologij, znanj, metod in postopkov v prakso	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.18	Posredovanje novih znanj neposrednim uporabnikom (seminarji, forumi, konference)	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>

F.19	Znanje, ki vodi k ustanovitvi novega podjetja ("spin off")	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.20	Ustanovitev novega podjetja ("spin off")	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.21	Razvoj novih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.22	Izboljšanje obstoječih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.23	Razvoj novih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.24	Izboljšanje obstoječih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.25	Razvoj novih organizacijskih in upravljaljskih rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.26	Izboljšanje obstoječih organizacijskih in upravljaljskih rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.27	Prispevek k ohranjanju/varovanje naravne in kulturne dediščine	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.28	Priprava/organizacija razstave	

	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.29	Prispevek k razvoju nacionalne kulturne identitete	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.30	Strokovna ocena stanja	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.31	Razvoj standardov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.32	Mednarodni patent	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.33	Patent v Sloveniji	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.34	Svetovalna dejavnost	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.35	Drugo	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>

Komentar

--

11.Samo za aplikativne projekte in podoktorske projekte iz gospodarstva!
Označite potencialne vplive oziroma učinke vaših rezultatov na navedena področja

	Vpliv	Ni vpliva	Majhen vpliv	Srednji vpliv	Velik vpliv	

G.01	Razvoj visokošolskega izobraževanja					
G.01.01.	Razvoj dodiplomskega izobraževanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.01.02.	Razvoj podiplomskega izobraževanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.01.03.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02	Gospodarski razvoj					
G.02.01	Razširitev ponudbe novih izdelkov/storitev na trgu	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.02.	Širitev obstoječih trgov	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.03.	Znižanje stroškov proizvodnje	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.04.	Zmanjšanje porabe materialov in energije	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.05.	Razširitev področja dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.06.	Večja konkurenčna sposobnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.07.	Večji delež izvoza	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.08.	Povečanje dobička	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.09.	Nova delovna mesta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.10.	Dvig izobrazbene strukture zaposlenih	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.11.	Nov investicijski zagon	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.12.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03	Tehnološki razvoj					
G.03.01.	Tehnološka razširitev/posodobitev dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.02.	Tehnološko prestrukturiranje dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.03.	Uvajanje novih tehnologij	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.04.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04	Družbeni razvoj					
G.04.01	Dvig kvalitete življenja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.02.	Izboljšanje vodenja in upravljanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.03.	Izboljšanje delovanja administracije in javne uprave	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.04.	Razvoj socialnih dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.05.	Razvoj civilne družbe	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.06.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.05.	Ohranjanje in razvoj nacionalne naravne in kulturne dediščine in identitete					
G.06.	Varovanje okolja in trajnostni razvoj					
G.07	Razvoj družbene infrastrukture					
G.07.01.	Informacijsko-komunikacijska infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.02.	Prometna infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.03.	Energetska infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

G.07.04.	Drugo:		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.08.	Varovanje zdravja in razvoj zdravstvenega varstva		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.09.	Drugo:		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

Komentar

--

12.Pomen raziskovanja za sofinancerje¹¹

	Sofinancer		
1.	Naziv		
	Naslov		
	Vrednost sofinanciranja za celotno obdobje trajanja projekta je znašala:		EUR
	Odstotek od utemeljenih stroškov projekta:		%
	Najpomembnejši rezultati raziskovanja za sofinancerja	Šifra	
		1.	
		2.	
		3.	
		4.	
		5.	
	Komentar		
	Ocena		

13.Izjemni dosežek v letu 2014¹²**13.1. Izjemni znanstveni dosežek**

Odmevna znanstvena objava v odlični reviji (diapozitiv je v priponki):

F. Hegenbarth, D. Repovš, "Controlled homotopy equivalences and structure sets of manifolds," Proc. Amer. Math. Soc. 142 (2014),3987-3999.

[COBISS.SI-ID 17080665]; kategorija: 1A2 (Z, A1/2); uvrstitev: SCI.

V tem odmevnem znanstvenem članku smo naredili velik korak v razumevanju kontrolirane kirurgije, ki je eno najtežjih področij sodobne topologije. Članek prinaša nove tehnike v teoriji kirurgije, ki je zelo intenzivno razvijajoče se področje raziskovanja, na katerem delajo številni topologi po vsem svetu. Rezultate tega članka, ki je nastal v okviru tega triletnega raziskovalnega projekta, smo že uspešno predstavili na več mednarodnih konferencah v Evropski uniji, ZDA ter Ruski federaciji in je povsod naletel na veliko zanimanje strokovne javnosti.

13.2. Izjemni družbeno-ekonomski dosežek

Odmevna predstavitev naših raziskovalnih rezultatov (diapozitiv je v priponki):

Na University of Tennessee v Knoxvilleu v ZDA je imel 29.9.2014 raziskovalec M. Cencelj vabljen predavanje "Gropes and their fundamental groups," v katerem je predstavil

najpomembnejše rezultate članka M. Cencelj, K. Eda, A. Vavpetič, "Maps from the minimal grope to an arbitrary grope" in še neobjavljenih rezultatov, dobljenih v okviru tega projekta.

Korale so neskončni 2-dimenzionalni CW kompleksi, ki nastopajo v najrazličnejših situacijah v topologiji, med drugim tudi kot deformacijski retrakti komplementov nekaterih divjih 3-krogel v 3-sferi, ki jih že desetletja preučuje sloviti topolog R. J. Daverman iz University of Tennessee. Dokazali smo zadostne in potrebne pogoje za obstoj homotopsko netrivialne preslikave iz minimalne korale v poljubno koralo. To daje dodaten vpogled v hierarhijo divjosti vložitev 3-krogel v 3-sfero, o kateri sta Daverman in Gu kasneje objavila odmeven članek.

C. IZJAVE

Podpisani izjavljam/o, da:

- so vsi podatki, ki jih navajamo v poročilu, resnični in točni
- se strinjamo z obdelavo podatkov v skladu z zakonodajo o varstvu osebnih podatkov za potrebe ocenjevanja ter obdelavo teh podatkov za evidence ARRS
- so vsi podatki v obrazcu v elektronski obliki identični podatkom v obrazcu v pisni obliki
- so z vsebino zaključnega poročila seznanjeni in se strinjajo vsi soizvajalci projekta

Podpisi:

*zastopnik oz. pooblaščen oseba
raziskovalne organizacije:*

in

vodja raziskovalnega projekta:

Inštitut za matematiko, fiziko in
mehaniko

Dušan Repovš

ŽIG

Kraj in datum:

Ljubljana

9.3.2015

Oznaka poročila: ARRS-RPROJ-ZP-2015/14

¹ Napišite povzetek raziskovalnega projekta (največ 3.000 znakov v slovenskem in angleškem jeziku) [Nazaj](#)

² Napišite kratko vsebinsko poročilo, kjer boste predstavili raziskovalno hipotezo in opis raziskovanja. Navedite ključne ugotovitve, znanstvena spoznanja, rezultate in učinke raziskovalnega projekta in njihovo uporabo ter sodelovanje s tujimi partnerji. Največ 12.000 znakov vključno s presledki (približno dve strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

³ Realizacija raziskovalne hipoteze. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikost pisave 11) [Nazaj](#)

⁴ V primeru bistvenih odstopanj in sprememb od predvidenega programa raziskovalnega projekta, kot je bil zapisan v predlogu raziskovalnega projekta oziroma v primeru sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave projektne skupine v zadnjem letu izvajanja projekta, napišite obrazložitev. V primeru, da sprememb ni bilo, to navedite. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

⁵ Navedite znanstvene dosežke, ki so nastali v okviru tega projekta. Raziskovalni dosežek iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A" ali A'. [Nazaj](#)

⁶ Navedite družbeno-ekonomske dosežke, ki so nastali v okviru tega projekta. Družbeno-ekonomski rezultat iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A" ali A'.

Družbeno-ekonomski dosežek je po svoji strukturi drugačen kot znanstveni dosežek. Povzetek znanstvenega dosežka je praviloma povzetek bibliografske enote (članka, knjige), v kateri je dosežek objavljen.

Povzetek družbeno-ekonomskega dosežka praviloma ni povzetek bibliografske enote, ki ta dosežek dokumentira, ker je dosežek sklop več rezultatov raziskovanja, ki je lahko dokumentiran v različnih bibliografskih enotah. COBISS ID zato ni

enoznačen, izjemoma pa ga lahko tudi ni (npr. prehod mlajših sodelavcev v gospodarstvo na pomembnih raziskovalnih nalogah, ali ustanovitev podjetja kot rezultat projekta ... - v obeh primerih ni COBISS ID). [Nazaj](#)

⁷ Navedite rezultate raziskovalnega projekta iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) v primeru, da katerega od rezultatov ni mogoče navesti v točkah 6 in 7 (npr. ni voden v sistemu COBISS). Največ 2.000 znakov, vključno s presledki. [Nazaj](#)

⁸ Pomen raziskovalnih rezultatov za razvoj znanosti in za razvoj Slovenije bo objavljen na spletni strani: <http://sicris.izum.si/> za posamezen projekt, ki je predmet poročanja [Nazaj](#)

⁹ Največ 4.000 znakov, vključno s presledki [Nazaj](#)

¹⁰ Največ 4.000 znakov, vključno s presledki [Nazaj](#)

¹¹ Rubrike izpolnite / prepisite skladno z obrazcem "izjava sofinancerja" <http://www.arrs.gov.si/sl/progproj/rproj/gradivo/>, ki ga mora izpolniti sofinancer. Podpisan obrazec "Izjava sofinancerja" pridobi in hrani nosilna raziskovalna organizacija – izvajalka projekta. [Nazaj](#)

¹² Navedite en izjemni znanstveni dosežek in/ali en izjemni družbeno-ekonomski dosežek raziskovalnega projekta v letu 2014 (največ 1000 znakov, vključno s presledki). Za dosežek pripravite diapozitiv, ki vsebuje sliko ali drugo slikovno gradivo v zvezi z izjemnim dosežkom (velikost pisave najmanj 16, približno pol strani) in opis izjemnega dosežka (velikost pisave 12, približno pol strani). Diapozitiv/-a priložite kot priponko/-i k temu poročilu. Vzorec diapozitiva je objavljen na spletni strani ARRS <http://www.arrs.gov.si/sl/gradivo/>, predstavitev dosežkov za pretekla leta pa so objavljena na spletni strani <http://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/>. [Nazaj](#)

Obrazec: ARRS-RPROJ-ZP/2015 v1.00a

47-6D-2C-27-8C-61-23-AD-46-FD-C8-99-8E-CE-D5-16-14-29-82-08

Priloga 1

Kontrolirane homotopske ekvivalence in strukturne množice mnogoterosti



Friedrich Hegenbarth in Dušan Repovš

Controlled homotopy equivalences and structure sets of manifolds

Proceedings of the American Mathematical Society 142 (2014), 3987-3999.

[COBISS.SI-ID 17080665]

kategorija: 1A2 (Z, A1/2); uvrstitev: SCI

V tem odmevnem članku smo naredili velik korak v razumevanju kontrolirane kirurgije, ki je eno najtežjih področij sodobne topologije. Znano je, da za poljubno sklenjeno topološko n -mnogoterost K in preslikavo $p : K \rightarrow B$, ki inducira izomorfizem $\pi_1(K) \rightarrow \pi_1(B)$, obstaja kanoničen morfizem $b : H_{n+1}(B, K, L) \rightarrow S(K)$, kjer je L periodični enostavno povezani spekter kirurgije, $S(K)$ pa topološka strukturna množica.

Konstruiramo finejšo preslikavo $a : H_{n+1}^{+}(B, K, L) \rightarrow S_{\{\varepsilon, \delta\}}(K)$, ko je $p \in UV^1$ in

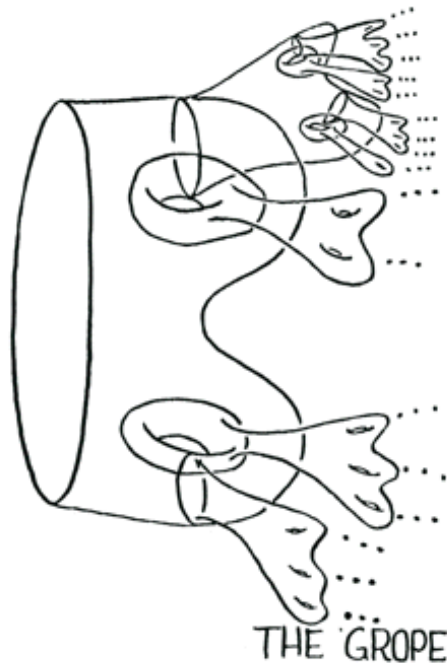
pokažemo, da je a bijekcija, če je B končno dimenzionalen kompakten ANR. Dokažemo še, da je kontrolirano kirurško zaporedje Pedersena-Quinna-Ranickega ekvivalentno točnemu L-homološkemu zaporedju preslikave p . S posameznimi stadiji Postnikovovega spektra za B nato dobimo novo filtracijo kontrolirane strukturne množice.

Članek prinaša nove tehnike v teoriji kirurgije, ki je zelo intenzivno razvijajoče se področje raziskovanja, na katerem delajo številni topologi po vsem svetu. Članek je bil že uspešno predstavljen na več mednarodnih konferencah v Evropski uniji, ZDA ter Ruski federaciji in je povsod naletel na veliko zanimanje strokovne javnosti.

Priloga 2

Korale in njihove fundamentalne groupe

Konstrukcija korale



Topology Seminar
September 29, 2014

University of Tennessee, Knoxville,
Knoxville, ZDA

COBISS ID: 17140569

Na University of Tennessee v Knoxvilleu v ZDA, smo predstavili najpomembnejše rezultate raziskovalnega članka M. Cencelj, K. Eda, A. Vavpetič, *Maps from the minimal grope to an arbitrary grope* in tudi nekaj še neobjavljenih rezultatov v okviru tega raziskovalnega projekta, v vabljenem predavanju z naslovom:

Matija Cencelj, *Gropes and their fundamental groups.*

Korale so neskončni 2-dimenzionalni CW kompleksi, ki nastopajo v najrazličnejših situacijah v topologiji, med drugim tudi kot deformacijski retrakti komplementov nekaterih divjih 3-krogel v 3-sferi, ki jih že desetletja preučuje sloviti topolog R. J. Daverman iz University of Tennessee. Dokazali smo zadostne in potrebne pogoje za obstoj homotopsko netrivialne preslikave iz minimalne korale v poljubno koralo. To daje dodaten vpogled v hierarhijo divjosti vložitev 3-krogel v 3-sfero, o kateri sta Daverman in Gu kasneje objavila odmeven članek.