

O GIBALNI KOLIČINI SVETLOBE V PROZORNEM SREDSTVU

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 41.20.Jb

Kaže, da so se približali rešitvi več kot sto let stare dileme o gibalni količini svetlobe v prozorni snovi, znane kot nasprotje Minkowskega in Abrahama. V mednarodnem letu svetlobe se zdi vredno poročati o tem tudi zaradi novih merilnih načinov.

THE MOMENTUM OF LIGHT IN A TRANSPARENT MEDIUM

Apparently, the more as hundred years old dilemma of the momentum of light in a transparent medium, known as the Minkowski-Abraham controversy, is nearing its solution. In the International year of light it seems appropriate to report on this also with respect to new measuring methods.

Gibalna količina svetlobe

James Clerk Maxwell je že leta 1862 izpeljal zvezo:

$$G = W/c, \quad g = G/V = |\vec{E} \times \vec{H}|/c^2 \quad (1)$$

med gibalno količino G , ki jo ima svetloba z energijo W , če c zaznamuje hitrost svetlobe v praznem prostoru. Dodali smo še zvezo za gostoto gibalne količine. Zveza velja v praznem prostoru. Leta 1908 je Hermann Minkowski napovedal, da je gibalna količina svetlobe v prozornem dielektriku z lomnim količnikom n večja kot v praznem prostoru:

$$G_M = nW/c, \quad g_M = G_M/V = |\vec{D} \times \vec{B}|. \quad (2)$$

Dodali smo zvezo za gostoto gibalne količine. Leto pozneje je Max Abraham zatrdil, da je gibalna količina svetlobe v prozornem dielektriku manjša kot v praznem prostoru:

$$G_A = W/(nc), \quad g_A = G_A/V = |\vec{E} \times \vec{H}|/c^2. \quad (3)$$

Tudi v tem primeru smo dodali zvezo za gostoto gibalne količine. Pri tem vzamemo, da lomni količnik ni odvisen od valovne dolžine, se pravi, da ne

upoštevamo razklona, in da je dielektrik nemagneten. V praznem prostoru z $n = 1$ enačbi (2) in (3) preideta v (1).

Enačbe za gostoto gibalne količine povežemo z enačbami za gibalno količino z zvezami za elektromagnetno valovanje: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$, $g_M = \varepsilon g_A = n^2 g_A$, $B^2 = \varepsilon\varepsilon_0\mu_0 E^2$, $B = E/(c/n)$ in $w = W/V = \varepsilon\varepsilon_0 E^2$. Omejili smo se na najpreprostejši primer, da je valovanje ravno in se razmere ne spreminjajo s krajem. V enačbah še nismo izvedli časovnega povprečenja, ki bi pripeljalo na primer do $\overline{w} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2$.

Gibalna količina elektromagnetnega valovanja je zanimiva količina [1]. O nasprotujočih si enačbah (2) in (3) so še posebej vneto razpravljali, tako da se je nabrala obsežna literatura [1].¹

Do enačb (2) in (3) sta pripeljali zapleteni izpeljavi, v katerih sta Minkowski in Abraham uporabila različna tenzorja energije-gibalne količine elektromagnetnega polja. V kvantnem okviru je do enačb mogoče priti preprosto z zvezo med gibalno količino fotona in valovno dolžino svetlobe $G_1 = h/\lambda$. Planckova konstanta h energijo fotona povezuje s frekvenco $W_1 = h\nu$. Enačba (2) sledi, če upoštevamo, da je valovna dolžina v snovi z lomnim količnikom n enaka λ/n : $G_{1M} = nh\nu/(\lambda\nu) = nW_1/c$. Enačba (3) pa sledi, če z zvezo $m_1c^2 = h\nu$ vpeljemo efektivno maso fotona in z njo izračunamo gibalno količino: $G_{1A} = m_1v = (h\nu/c^2)c/n = W_1/(cn)$ s hitrostjo svetlobe $v = c/n$ v snovi z lomnim količnikom n [2, 3].

Vprašanje je že na prvi pogled zapleteno. Elektromagnetno valovanje v snovi zaniha naelektrene delce, tako da gibalno količino sestavljata prispevek polja in prispevek delcev. Po enačbah (1) in (3) sklepamo, da prispevek polja zajame Abrahamova enačba. Enačba Minkowskega pa ne opiše polne gibalne količine v snovi, kakor bi morda pričakovali [4]. Polne gibalne količine ni mogoče preprosto vpeljati, ker ni preproste utemeljitve, kdaj snov miruje. To je mogoče za krajevno in časovno omejen sunek elektromagnetnega valovanja. Najprej vzamemo, da nemotena snov miruje, potem elektromagnetno polje v sunku zaniha atome in po prehodu sunka nemotena snov zopet miruje. Polno gibalno količino v posebnem primeru podaja zveza $G = \frac{1}{2}[(n^2 + 1) - \frac{1}{3}(n^2 - 1)^2]G_A$ [4]. Pokaže se, da enačba Minkowskega

¹Spletni naslov *PDF Bibliography on the Abraham-Minkowski debate*. Princeton ... vsebuje 225 člankov, a zahteva prijavo. (Nemškim člankom so dodani angleški prevodi.) Posamezni članki pa so prosto dostopni, na primer *H. Minkowski, Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern* ali *M. Abraham, Zur Elektrodynamik bewegter Körper*.

podaja *pseudogibalno količino*, ki je v tem primeru precej koristna. Nekateri Abrahamovo gibalno količino imenujejo *kinetična gibalna količina*, medtem ko je za gibalno količino Minkowskega več imen: *kvazigibalna količina*, *kanonična* ali *kristalna gibalna količina* ali kar *valovni vektor*. Različna imena opozarjajo tudi na različne poglede. Razpravi o tem se izognemo [5].

Pogled na veljavo enačb (2) in (3) se je s časom spreminjal. Najprej je prevladovalo mnenje, da je prava enačba Minkowskega, za katero se je zdelo, da jo podpirajo merjenja. Potem se je mnenje začelo nagibati k Abrahamovi enačbi. Zdaj nekateri menijo, da sta pravi obe enačbi, le da veljata v različnih okoliščinah [2, 3].

Poskusi

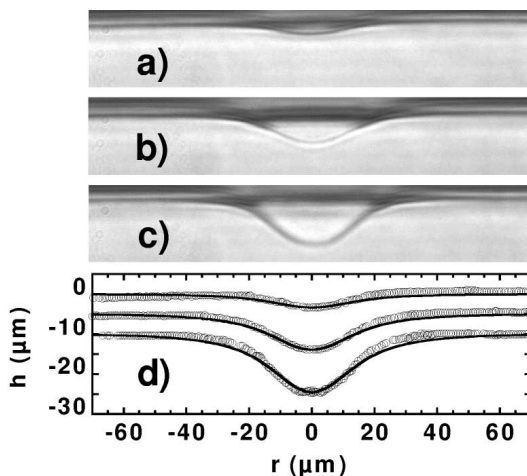
Da bi razumeli poskuse, si oglejmo, kako svetloba deluje na prozorno snov. Po izreku o gibalni količini je sunek sile enak spremembi gibalne količine. Na ravno mejo prozorne snovi naj iz praznega prostora pravokotno pade omejen curek svetlobe. Del energijskega toka $r^2 = (n - 1)^2 / (n + 1)^2$ se odbije, del $1 - r^2$ vstopi v snov. Treba je upoštevati tudi odziv odbitega dela. Za razliko gibalnih količin za oba primera dobimo:

$$\Delta G_M = (1 - r^2)nW/c - (1 + r^2)W/c = [(n - 1)/(n + 1)]2W/c, \quad (4M)$$

$$\Delta G_A = (1 - r^2)W/(nc) - (1 + r^2)W/c = -[(n - 1)/(n + 1)]2W/c. \quad (4A).$$

Sprememba gibalne količine v enoti časa da silo. Ko upoštevamo odziv, iz zapisanih enačb razberemo, da curek svetlobe na prozorno snov po Minkowskem deluje od snovi proti praznemu prostoru, in po Abrahamu enako izdatno v nasprotni smeri.

Iz tega sledi navodilo za preizkus enačb (2) ali (3). Posvetiti je treba na vodoravno mejo prozorne snovi. Če se na osvetljenem delu snov izboči navzgor, velja enačba (2), če se ugrezne navzdol, pa enačba (3). A. Askin in J. M. Dziedzic sta leta 1973 laserski curek usmerila na gladino vode [6]. Z laserjem pri valovni dolžini 530 nm sta v 60 ns trajajočih sunkih, ki so si sledili 20-krat na sekundo in dosegli največjo moč od 1 do 4 kW, osvetljevala del gladine s premerom 4,2 μm . Opazila sta, da se je prepuščen curek zožil. To sta pojasnila z učinkom zbiralne leče zaradi izbočenosti gladine. Po tem naj bi veljala enačba Minkowskega. Na sklep so letele pripombe, da bi zaradi velike moči laserskih sunkov izbočenost lahko povzročile sile, ker se je na robu sunkov močno spremenilo elektromagnetno polje.

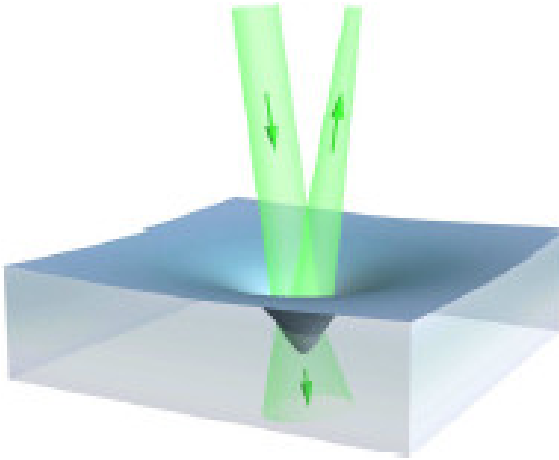


Slika 1. Gladina med plastema kapljevine je bila tem bolj izbočena, čim večja je bila moč laserja pri poskusu A. Casnerja in J.-P. Delvilla. Od zgoraj navzdol je bila moč laserja 0,27 W, 0,54 W in 0,81 W [7]. Uporabili so linearno polarizirani curek ionskega argonskega laserja z valovno dolžino 514 nm. Spremembo oblike gladine so uspešno napovedali z uporabljenimi enačbami.

Tudi druga merjenja so govorila za enačbo Minkovskega. Alexis Casner in Jean-Pierre Delville sta leta 2001 uporabila šibek neprekinjen curek argonskega ionskega laserja [7]. Opazovala sta mejo med plastema kapljevinskih mešanic z zelo majhno površinsko napetostjo, ki so ju sestavljali v glavnem voda, toluen in butanol. Meja je bila jasno izbočena v smeri curka in izbočenost je naraščala z močjo laserja (slika 1).

Od drugih poskusov samo omenimo enega s plinom in drugega s trdnino. Leta 2005 je ameriška raziskovalna skupina z odbojem fotonov na oblaku rubidijevih atomov v Bose-Einsteinovem kondenzatu dobila rezultat, ki je ustrezal enačbi Minkovskega [8]. Leta 2008 je kitajska raziskovalna skupina uporabila kremenovo vlakno s premerom 450 nm in pri izstopu svetlobe iz vlakna zaznala silo v notranjost vlakna, kar je ustrezalo Abrahamovi enačbi [9]. Rezultate poskusa z vlaknom so kritizirali z dveh strani, tako da jih kaže sprejeti z zadržkom.

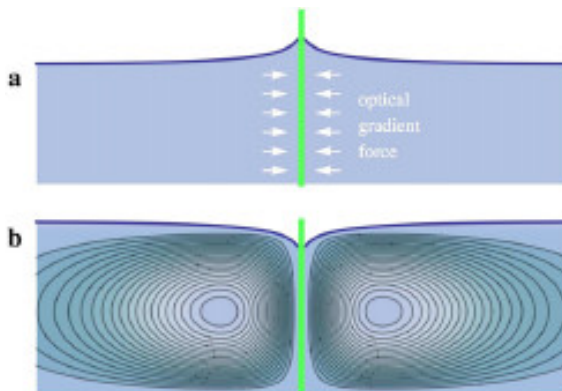
Skupina raziskovalcev z Državnega laboratorija za optoelektronske materiale in tehnologije v Guanzhouu na Kitajskem in z Inštituta za kompleksne sisteme na Weizmannovem inštitutu v Izraelu je pred kratkim poročala o svojih poskusih [3]. Gladino vode ali mineralnega olja so obsevali z vzpore-



Slika 2. Pri poskusu se del vpadnega laserskega curka odbije in zoži, del ga vstopi v kapljevino. Na gladini po Abrahamovi enačbi nastane vdolbina, ki deluje kot ukrivljeno zbiralno zrcalo, zaradi katerega se zoži odbiti curek. Kot med vpadnim in odbitim curkom je pretiran, v resnici je meril le 3° [3].

dnim neprekinjenim laserskim curkom in opazovali odbiti curek. Ugotovili so, da se je odbiti curek zožal. To so pojasnili z vdolbino, ki je nastala po Abrahamovi enačbi in je delovala kot zbiralno zrcalo (slika 2). Zasledovali so, kako se je vzpostavilo ravnovesje med silo zaradi svetlobe in površinsko napetostjo. Laserski curek z valovno dolžino 532 nm je imel Gaussov profil s polmerom 0,165 mm pri olju in 0,175 mm pri vodi. Moč je segla od 0,4 do 1 W pri olju in od 1,2 do 2 W pri vodi. Izmerili so površinsko napetost, lomni količnik in absorpcijski koeficient in izvedli več kontrolnih poskusov. Curek se je po vključitvi zožil v 0,7 s pri olju in 1,0 s pri vodi. Pri moči laserja 1 W je bil krivinski polmer ugreznjenega dela 2,76 m pri olju, pri moči 2,1 W pa 2,98 m pri vodi. Gladina se je ugreznila za 20 nm.

Pojasnili so, zakaj so nekatere meritve podprle enačbo Minkovskega in druge Abrahamovo enačbo. Gladina se izboči, kar ustreza enačbi Minkovskega, če svetloba sicer povzroči spremembo tlaka v kapljevini, a ne požene kapljevine v gibanje, ko je svetlobni curek preozek ali posoda preplitva. Če pa svetloba požene kapljevino v kroženje, se gladina na mestu curka ugrezne, kar ustreza Abrahamovi enačbi. Poskus in razlago so še dodatno podprli. Skupina se že dalj časa ukvarja z zadevo in po tej strani zbuja zaupanje. Vendar se o vprašanju mnenja precej razhajajo, zato ni pričakovati, da bodo razprave ponehale.



Slika 3. Tako pojasnijo, zakaj nekatera merjenja podpirajo enačbo Minkovskega in druga Abrahamovo enačbo. Če je curek zelo ozek in posodica plitva, svetloba povzroči, da se gladina dvigne po enačbi Minkovskega. Če svetloba požene kapljevino v krožni tok, se gladina ugrezne po Abrahamovi enačbi [3].

LITERATURA

- [1] D. J. Griffiths, *Resource letter EM-1: electromagnetic momentum*, Am. J. Phys. **80** (2012), 7–18.
- [2] U. Leonhardt, *Momentum in an uncertain light*, Nature **444** (2006), 823–824.
- [3] L. Zhang, W. She, N. Peng in U. Leonhardt, *Experimental evidence for Abraham pressure of Light*, New Journal of Physics **17** (2015), 53035, 1–12.
- [4] R. Peierls, *More Surprises in Theoretical Physics*, Princeton University Press, Princeton 1991, str. 38, 41.
- [5] A. B. Pippard, *Momentum and pseudo-momentum: 1. Classical pseudo-momentum and wave pressure*, Eur. J. Phys. **13** (1992), 2–87.
- [6] A. Askin, M. Dziedzic, *Radiation pressure on a free liquid surface*, Phys. Rev. Lett. **30** (1973), 139–142.
- [7] A. Casner, J-P. Delville, *Giant deformation of a liquid-liquid interface induced by the optical radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001), 054503-1-4.
- [8] G. K. Campbell, A. E. Leanhardt, J. Mun, M. Boyd, E. W. Street, W. Ketterle in D. E. Pritchard, *Photon recoil momentum in dispersive media*, Phys. Rev. Lett. **94** (2005), 170403-1-4.
- [9] W. She, J. Yu in R. Feng, *Observation of a push force on the end of a nanometer silica filament exerted by outgoing light*, Phys. Rev. Lett. **101** (2008), 243601-1-4.

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/>