

# MINLP-OPTIMIRANJE SOVPREŽNEGA STROPNEGA SISTEMA Z ELASTIČNO ODPORNOSTJO NOSILCA

## MINLP OPTIMIZATION OF A COMPOSITE I BEAM FLOOR SYSTEM WITH THE ELASTIC RESISTANCE OF THE BEAM

doc. dr. Tomaž Žula, univ. dipl. inž. grad.

tomaz.zula@um.si

prof. dr. Stojan Kravanja, univ. dipl. inž. grad.

stojan.kravanja@um.si

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo,  
prometno inženirstvo in arhitekturo

Znanstveni članek

UDK 624.07:657.471

**Povzetek** | V prispevku predstavljamo stroškovno optimirjanje sovprežnega stropnega sistema z elastično upogibno odpornostjo prereza nosilca. Strop je sestavljen iz jeklenih I-nosilcev in armiranobetonske plošče. Za optimirjanje smo uporabili metodo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Optimizacijski model vsebuje podrobno namensko funkcijo lastnih izdelavnih stroškov, ki je podvržena pogoju iz statike konstrukcij in dimenzioniranja. Pogojne enačbe dimenzioniranja so določene v skladu z Evrokodom 4. Za reševanje nekonveksnega, nelinearnega in kombiniranega diskretno-zveznega optimizacijskega problema sovprežnega stropnega sistema smo uporabili modificirani algoritem zunanjega aproksimacije s sprostivijo enačb (Modified OA/ER). Z optimiranjem so izračunani minimalni lastni izdelavni stroški konstrukcije, optimalna trdnost materiala betona in jekla ter dimenzije prečnega prereza stropnega sistema. Na koncu članka je predstavljen računski primer optimizacije. Narejena je tudi primerjava rezultatov med elastično in plastično odpornostjo prereza nosilca sovprežnega stropnega sistema.

Ključne besede: sovprežne konstrukcije, stroškovno optimirjanje, optimirjanje standardnih materialov, optimirjanje diskretnih dimenzij, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP

**Summary** | This paper presents the cost optimization of a composite I beam floor system. The elastic bending moment resistance of the composite cross-section is considered. The I beam floor system is designed to be made from a steel I sections and a reinforced concrete slab. The optimization was calculated by the mixed-integer non-linear programming (MINLP) approach. An accurate economic objective function of the self-manufacturing costs was applied and subjected to design, resistance and deflection (in)equality constraints. Dimensioning constraints were determined in accordance with Eurocode 4. The Modified Outer-Approximation/Equality-Relaxation (OA/ER) algorithm was applied for the solution of the non-convex, non-linear combined discrete-continuous optimization problem of the composite structure. The optimal result includes the minimal production costs of the structure, the optimal concrete and steel strengths, and the dimensions of the structure. A numerical example of the optimization of the composite I beam floor system, together with the comparison between results of the elastic and plastic resistances of the composite cross-section, is presented at the end of the paper.

Key words: composite structures, cost optimization, standard material optimization, discrete sizing optimization, mixed-integer non-linear programming, MINLP

## 1 • UVOD

Sovprežni stropni sistemi predstavljajo učinkovito vrsto konstrukcijskih elementov predvsem zaradi kompatibilnosti med dvema različnima materialoma, betonom v tlačni coni in jeklom v natezni coni. Zato inženirji sovprežne konstrukcije načrtujejo različne tipove objektov, kot so trgovski objekti, industrijski objekti, večetažni objekti, športni objekti itd. Posledično je optimizacija sovprežnih konstrukcij postala priljubljeno področje tudi med raziskovalci.

V preteklosti se je kar nekaj avtorjev ukvarjalo z optimizacijo različnih sovprežnih stropnih sistemov, pri čemer so uporabljali različne optimizacijske metode in algoritme. Na primer, Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)) sta raziskavo konkurenčnosti različnih sovprežni stropnih sistemov uporabila metodo nelinearnega programiranja (NLP). V nadaljevanju so našteti raziskovalci za optimalno obliko sovprežnih konstrukcij uporabili različne algoritme: Poitras s sodelavci (Poitras, 2011) roj delcev (particle swarm optimization), Omkar s sodelavci (Omkar, 2011) algoritom kolonije čebel (artificial bee colony), Kaveh in Massoudi (Kaveh, 2012) sta uporabila algoritom kolonije mravljej (ant colony system), Kravanja s sodelavci (Kravanja, 2017) metodo mešanega celoštivilskega nelinearnega programiranja.

V referenci Žula in Kravanja (Žula, 2017) smo za dimenzioniranje uporabili plas-

tično upogibno odpornost prereza nosilca. V prispevku predstavljamo stroškovno optimiranje sovprežnega stropnega sistema, kjer so pogoji upogibne odpornosti prereza nosilca definirani z elastično odpornostjo. Slednjo uporabimo, kadar imamo opravka s 3. in 4. razredom kompaktnosti. V tem članku definirano konservativno elastično odpornost prereza prvenstveno uporabimo z namenom, da prikažemo razliko rezultatov med elastično in plastično odpornostjo. Za optimiranje smo uporabili metodo mešanega celoštivilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Z MINLP se sočasno izvajajo diskretno optimiranje standardnih dimenzijs (standardnih jeklenih prerezov nosilcev in armaturnih mrež), diskretno optimiranje materiala (trdnostnega razreda betona in jekla), diskretno optimiranje zaokroženih dimenzijs (debeline armiranobetonske plošče) in optimiranje zveznih parametrov (stroškov, mase).

Diskretno/zvezni optimizacijski problem MINLP sovprežnega stropnega sistema je obsežen, nekonveksen in nelinearen. Zato optimiranje poteka v treh korakih. V prvem koraku se generira mehanska superstruktura različnih alternativ standardnih dimenzijs, materiala in zaokroženih dimenzijs. V drugem koraku se razvije optimizacijski model MINLP. V tretjem, zadnjem koraku pa se izvede opti-

miranje. Optimiranje konstrukcije je izvedeno z modifiranim algoritmom zunanje aproksimacije s sprostivijo enačb (Modified OA/ER algoritmom), ((Kravanja, 1994), (Kravanja, 1998a), (Kravanja, 1998b)). Pri tem je uporabljen dvo fazna MINLP-strategija, kjer se izvede optimiranje v dveh zaporednih fazah, kar pospeši konvergenco OA-/ER-algoritma oz. omogoči izračun rezultata, Žula in Kravanja (Žula, 2017).

Namen optimiranja je določiti minimalne lastne izdelavne stroške sovprežne konstrukcije. Namenska stroškovna funkcija je podvržena pogojnima (ne)enačbam, poznanim iz analize in dimenzioniranja sovprežnih konstrukcij. Pogoji dimenzioniranja so definirani v skladu z Evrokodi 1, 2, 3 in 4 ((Eurocode 1, 2002), (Eurocode 2, 2004a), (Eurocode 3, 2005), (Eurocode 4, 2004b)), po katerih je konstrukcija preverjena z določili mejnih stanj nosilnosti (MSN) in uporabnosti (MSU).

Sovprežno konstrukcijo sestavljajo armiranobetonska plošča in jekleni I-nosilci. Za jeklene I-nosilce lahko uporabimo varjene I-prereze, standardne vročevaljane IPE-profile ali standardne vročevaljane HEA-profile. Elastična odpornost sovprežnega prereza je odvisna od lege nevtralne osi, ki lahko leži v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici I-prereza ali v stojini I-prereza. V ta namen smo razvili različne optimizacijske modele, ki vključujejo vse kombinacije omenjenih različnih jeklenih prerezov in leg elastičnih nevtralnih osi.

Valjčni mozniki, ki so privarjeni na zgornjo pasnico I-nosilca, povezujejo armiranobeton-sko ploščo in jekleni I-nosilec (slika 2). Med betoniranjem so nosilci podprtji z vmesnimi podporami tako, da se po stridivti betona lastna in spremenljiva obtežba v celoti preneseta na sovprežni prerez.

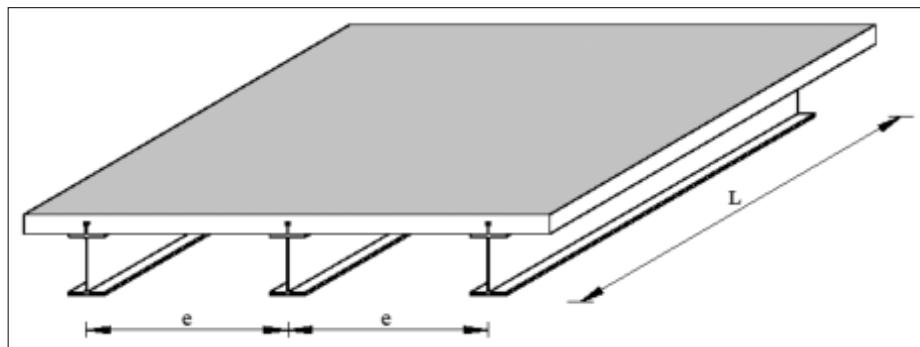
Sovprežni I-nosilci so dimenzionirani v skladu z Evrokodom 4 (Eurocode 4, 2004b), po katerem so upoštevane še dodatne zahteve za jekleni del prereza v skladu z Evrokodom 3 (Eurocode 3, 2005), za armiranobetonsko ploščo pa dodatne zahteve po Evrokodu 2 (Eurocode 2, 2004a). Obtežbe na sovprežnih nosilcih so kombinirane v skladu z Evrokodom 1 (Eurocode 1, 2002).

Po MSN so zadoščeni pogoji za elastično upogibno nosilnost sovprežnega prereza, strižno nosilnost sovprežnega prereza, lokalno izbočenje stojine nosilca zaradi striga, strižno odpornost moznikov (strig in bočni pritisk na beton) in elastično upogibno nosilnost armiranobetonske

## 2 • SOVPREŽNI STROPNI SISTEM

Sovprežno konstrukcijo obravnavamo kot prostoštežeči sovprežni nosilni sistem, glej sliko 1. Obravnavani sovprežni stropni sistem je sestavljen iz množice sovprežnih nosilcev z

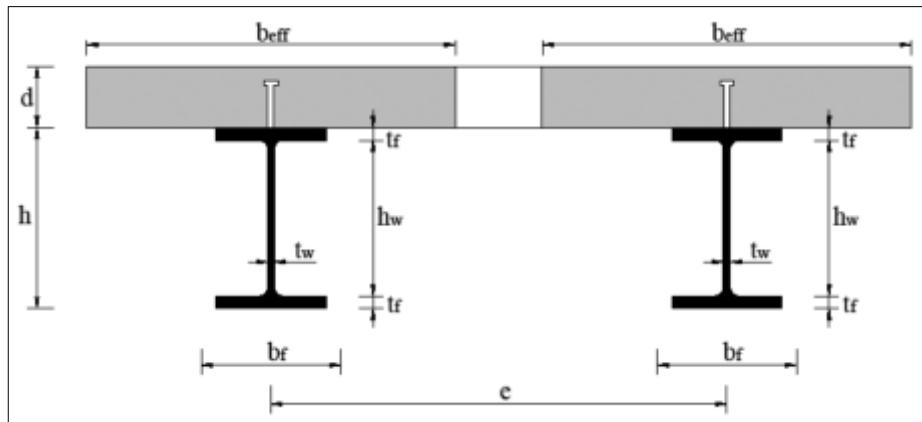
medsebojnimi vodoravnimi razmiki  $e$ . Vsak sovprežni nosilec je nadalje sestavljen iz sodeljujoče širine armiranobetonske plošče  $b_{eff}$  in enega jeklenega dvojno simetričnega I-prereza.



Slika 1 • Sovprežni stropni sistem.

plošče. Armiranobetonska plošča je dimenzionirana kot kontinuirna plošča, nosilna v eni smeri. Pri dimenzioniranju sovprežnega stropnega sistema smo upoštevali, da lahko nevtralna os leži v betonu, v zgornji pasnici jeklenega I-prereza ali v stojini I-prereza.

Pri MSU so navpični upogibki sovprežnih nosilcev računani po elastični metodi z upoštevanjem lezenja in krčenja betona pod vplivom stalne obtežbe. Pri tem največji upogibki zaradi stalnih obtežb in spremenljivih obtežb niso presegli predpisanih mejnih navpičnih upogibkov. Prav tako smo kontrolirali končne navpične upogibke in razpoke armiranobetonske plošče in jih omejili z mejnimi vrednostmi.



Slika 2 • Prečni prerez sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci.

### 3 • OPTIMIZACIJSKI MODEL COMBOPTE

Ker je optimizacijski problem sovprežnega stropnega sistema nelinearen, nekonveksni in kombinirani diskretno/zvezni optimizacijski problem, smo za reševanje optimizacije uporabili mešano celoštivilsko nelinearno programiranje MINLP.

#### 3.1 Splošna modelna formulacija MINLP

Sovprežni stropni sistem je nelinearni, nekonveksni in kombinirani diskretno/zvezni optimizacijski problem, ki ga izračunamo s pomočjo mešanega celoštivilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Splošno modelno formulacijo MINLP lahko zapišemo v obliki:

$$\min z = f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

pri pogojih  $g_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \quad k \in K$

$$\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in R^n : \mathbf{x}^{\text{LO}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\text{UP}}\}$$

$$\mathbf{y} \in Y = \{0,1\}^m,$$

pri čemer je funkcija  $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  namenska funkcija z in  $g_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  je množica pogojnih enačb in neenačb. Vse funkcije so nelinearne, zvezne in zvezno odvedljive. Vektor  $\mathbf{x}$  je vektor zveznih spremenljivk, definiran na definicijskem območju  $X$ , in  $\mathbf{y}$  je vektor diskretnih binarnih 0-1 spremenljivk, ki lahko zavzamejo vrednost 0 ali 1.

#### 3.2 Optimizacijski modeli

Za elastično odpornost sovprežnega prereza smo razvili 18 različnih optimizacijskih MINLP-modelov COMBOPTE (COMposite Beam OPTimization Elastic). Z modeli dobimo različne optimalne rešitve s kombinacijo med:

- 3 različnimi I-prerezimi sovprežnega stropnega sistema:

- jekleni varjeni I-prerez
- standardni IPE-prerez
- standardni HEA-prerez
- 3 različnimi legami nevtralnih osi:
  - v betonski plošči
  - v zgornji pasnici jeklenega I-prereza
  - v stojini jeklenega I-prereza
- 2 različni legi težiščnih osi idealiziranega

sovprežnega prereza:

- v betonski plošči
- v jeklenem I-nosilcu.

Optimizacijske modele sovprežnega stropnega sistema smo zapisali v višjem algebarskem modelnem jeziku GAMS (General Algebraic Modeling System) (Brooke, 1988). Vsak model vsebuje stroškovno namensko funkcijo, pogojne (ne)enačbe, celoštivilske in mešane celoštivilske pogojne (ne)enačbe, vhodne podatke (konstante) in spremenljivke, glej sliko 3.

### OPTIMIZACIJSKI MODEL COMBOPTE

Stroškovna namenska funkcija  $\min z = f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$   
pri pogojih  
 $g_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$

Pogojne (ne)enačbe statične analize in dimenzioniranja

*mejno stanje nosilnosti:*

- elastična upogibna odpornost sovprežnega prereza
  - odpornost na strig
  - strižna odpornost moznikov
- plastična upogibna odpornost armiranobetonske plošče

*mejno stanje uporabnosti:*

- kontrola navpičnih upogibkov sovprežnega nosilca
- kontrola navpičnih upogibkov armiranobetonske plošče
  - kontrola razpok armiranobetonske plošče

Logične pogojne (ne)enačbe za

- standardni material (trdnost betona in jekla)
- standardne dimenzijske jeklenih prerezov
- zaokrožene debeline armiranobetonske plošče

Spremenljivke  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  in vhodni podatki

Slika 3 • Struktura modelov (programa) COMBOPTE.

### 3.3 Stroškovna namenska funkcija

Optimizacijski modeli COMBOPTE vsebujejo namensko funkcijo lastnih izdelavnih stroškov, ki predstavlja obsežni sistem stroškovnih postavk, zapisanih v obliki nelinearnih funkcij, ki so jih razvili Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)) ter Žula s sodelavci ((Žula, 2016), (Žula, 2017)). Namenska funkcija obsega stroške materiala, energije in dela, potrebne za izdelavo obravnavanega sovprežnega stropnega sistema, glej enačbo (1):

min:

$$\text{Cost} = \{C_{M,s} + C_{M,c} + C_{M,r} + C_{M,sc} + C_{M,e} + C_{M,ac,fp,tc} + C_{M,f} + C_{M,c,ng} + C_{M,c,oxy} + C_{P,c,gm} + C_{P,w} + C_{P,sw} + C_{P,v} + C_{L,c,oxy-ng} + C_{L,g} + C_{L,p,a,t} + C_{L,v} + C_{L,sw} + C_{L,spp} + C_{L,f} + C_{L,r} + C_{L,c} + C_{L,v} + C_{L,cc}\}/(e \cdot L) \quad (1)$$

Spremenljivka  $\text{Cost}$  ( $\text{€}/\text{m}^2$ ) predstavlja lastne izdelavne stroške na enoto uporabne površine sovprežnega stropnega sistema ( $\text{€}/\text{m}^2$ );  $C_{M,\dots}$ ,  $C_{P,\dots}$  in  $C_{L,\dots}$  označujejo posamezne stroškovne postavke materiala, električne energije in dela, izračunane v  $\text{€}$ , glej preglednico 1;  $L$  ( $\text{m}$ ) je razpon sovprežnega stropnega sistema in  $e$  ( $\text{m}$ ) je medsebojna razdalja dveh sosednjih l-nosilcev. Stroški materiala so: konstrukcijsko jeklo  $C_{M,s}$  beton  $C_{M,c}$  rebrasta mrežna armatura  $C_{M,r}$  valjčni mozniki  $C_{M,sc}$  elektrode  $C_{M,e}$  antikorozijska zaščita, protipožarna zašči-

ta in končni premaz  $C_{M,ac,fp,tc}$  prefabricirane opažne plošče  $C_{M,f}$  naravni plin  $C_{M,ng}$  in kisik  $C_{M,oxy}$ . Stroški električne energije vključujejo: proces brušenja robov pločevin  $C_{P,gm}$  proces obločnega varjenja pločevin  $C_{P,sw}$  proces obločnega varjenja valjčnih moznikov  $C_{P,sw}$  in proces vibriranja betona  $C_{P,v}$ . Stroški dela zajemajo: plinsko rezanje jeklenih pločevin s tehnologijo kisik-naravni plin  $C_{L,c,oxy-ng}$  brušenje robov pločevin  $C_{L,g}$  priprava, sestavljanje in pritrjevanje elementov za varjenje  $C_{L,p,a,t}$  ročno obločno varjenje  $C_{L,SMAW}$  polavtomatsko obločno varjenje valjčnih moznikov  $C_{L,sw}$  peskanje pločevine in nanos antikorozijskega, protipožarnega ter končnega premaza  $C_{L,spp}$  montaža, nивeliranje, demontaža in čiščenje opažnega sistema  $C_{L,f}$  rezanje, postavitev in vezanje mrežne armature  $C_{L,r}$  betoniranje plošče  $C_{L,c}$  konsolidacija betona  $C_{L,v}$  in nega betona  $C_{L,cc}$ . Podrobno je stroškovna namenska funkcija predstavljena v člankih Klanška in Kravanje ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)), Kravanja s sodelavci (Kravanja, 2017) in Žula s sodelavci (Žula, 2016).

### 3.4 Pogojne (ne)enačbe

Namenska stroškovna funkcija je podvržena pogojnima (ne)enačbam, poznanim iz analize

$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za 8 mm debelo jekleno pločevino: $c_s = 1,25 \text{ €}/\text{kg}$
	$c_{M,s} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot f_y \cdot t + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot t + a_6) \quad (\text{€}/\text{kg})$ $a_1 = -3,7313 \times 10^{-4}; a_2 = -1,7170 \times 10^{-2}; a_3 = -4,9858 \times 10^{-4} a_4 = 2,8962 \times 10^{-2}$ $a_5 = 1,2934 \times 10^{-1} a_6 = 4,4147 \times 10^{-1} \quad f_y (\text{kN}/\text{cm}^2)^*$ ; $t (\text{cm})$ debelina pločevine
$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za standardni IPE 80 prerez: $c_s = 1,25 \text{ €}/\text{kg}$
	$c_{M,s} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot h^2 + a_3 \cdot f_y \cdot h + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot h + a_6) \quad (\text{€}/\text{kg})$ $a_1 = 1,8783 \times 10^{-4}; a_2 = 3,0707 \times 10^{-4}; a_3 = 1,6530 \times 10^{-5} a_4 = -3,3288 \times 10^{-3}$ $a_5 = -1,3915 \times 10^{-2} a_6 = 1,0630 \times 10^0 \quad f_y (\text{kN}/\text{cm}^2)^*$ ; $h (\text{cm})$ višina profila
$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za standardni prerez HEA 100: $c_s = 1,25 \text{ €}/\text{kg}$
	$c_{M,s} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot h^2 + a_3 \cdot f_y \cdot h + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot h + a_6) \quad (\text{€}/\text{kg})$ $a_1 = 2,1982 \times 10^{-4}; a_2 = 6,2266 \times 10^{-5}; a_3 = 4,1031 \times 10^{-5} a_4 = -5,3682 \times 10^{-3}$ $a_5 = 4,9888 \times 10^{-4} a_6 = 9,8361 \times 10^{-1} \quad f_y (\text{kN}/\text{cm}^2)^*$ ; $h (\text{cm})$ višina profila
$c_{M,c}$	Cena betona C 20/25: $c_c = 85,00 \text{ €}/\text{m}^3$
	$c_{M,c} = c_c \cdot (k_1 \cdot f_{ck}^2 + k_2 \cdot f_{ck} + k_3) \quad (\text{€}/\text{kg})$ $k_1 = -3,2220 \times 10^{-2}; k_2 = 4,0571 \times 10^{-1}; k_3 = 1,8829 \times 10^{-1} \quad f_{ck} (\text{kN}/\text{cm}^2)^{**}$
$C_{M,f}$	Materialni strošek prefabriciranih opažnih plošč:  $C_{M,f} = c_{M,f} \cdot 1/n_{uc} \cdot A_{cs}$ $c_{M,f}$ cena prefabriciranih opažnih plošč; $c_{M,f} = 30,00 \text{ €}/\text{m}^2$ $n_{uc}$ število ciklov uporabe opažnih plošč, od 10 do 100; $n_{uc} = 30$ $A_{cs}$ površina opaža na sovprežni nosilec; $A_{cs} = e \cdot L (\text{m}^2)$
$c_{M,r}$	Cena armaturnega jekla B 500 $0,70 \text{ €}/\text{kg}$
$c_{M,sc}$	Cena valjčnih moznikov $0,50 \text{ €}/\text{moznik}$
$c_{M,e}$	Cena elektrod $1,70 \text{ €}/\text{kg}$
$c_{M,ac}$	Cena antikorozijskega zaščitnega premaza $0,85 \text{ €}/\text{m}^2$
$c_{M,fp}$	Cena protipožarnega zaščitnega premaza R 30 $9,00 \text{ €}/\text{m}^2$
$c_{M,lc}$	Cena končnega zaščitnega premaza $0,65 \text{ €}/\text{m}^2$
$c_{M,ng}$	Cena naravnega plina $0,50 \text{ €}/\text{m}^3$
$c_{M,oxy}$	Cena kisika $1,60 \text{ €}/\text{m}^3$
$c_p$	Cena električne energije $0,10 \text{ €}/\text{kWh}$
$c_l$	Stroškovna urna postavka delavca $20,00 \text{ €}/\text{h}$
	napetost tečenja jekla, $**$ tlaka trdnost betona

Preglednica 1 • Stroškovni parametri materiala, energije in dela v optimizacijskih modelih COMBOPTE.

in dimenzioniranja sovprežnih konstrukcij. Pogojne (ne)enačbe dimenzioniranja sovprežnega stropnega sistema so definirane skladno s standardom Evrokod 4. Razdeljene so v dve skupini: pogojne (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti (MSN) in pogojne (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti (MSU).

Enačbi (2)–(3) obravnavata odpornost sovprežnega prereza na upogibni moment, kjer  $M_{Ed,cb}$  predstavlja projektni upogibni moment,  $M_{El,Rd,cb}$  pa označuje projektno elastično upogibno odpornost sovprežnega prereza. Enačba (4) definira projektno zvezno obtežbo  $q_{Ed,cb}$ . Preostali členi v enačbi so: delni faktor za stalno obtežbo  $\gamma_g$ , delni faktor za spremenljivo obtežbo  $\gamma_q$ , stalna obtežba g in spremenljiva obtežba q.

Kjer je:

$$M_{Ed,cb} \leq M_{El,Rd,cb} \quad (2)$$

Kjer je:

$$M_{Ed,cb} = q_{Ed,cb} \cdot L^2 / 8 \quad (3)$$

$$q_{Ed,cb} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q \cdot e) \quad (4)$$

V nadaljevanju enačbe (5)–(14) predstavljajo pogojne (ne)enačbe elastične upogibne odpornosti sovprežnega prereza v primeru, ko nevralna os leži v betonski plošči, slika 4.

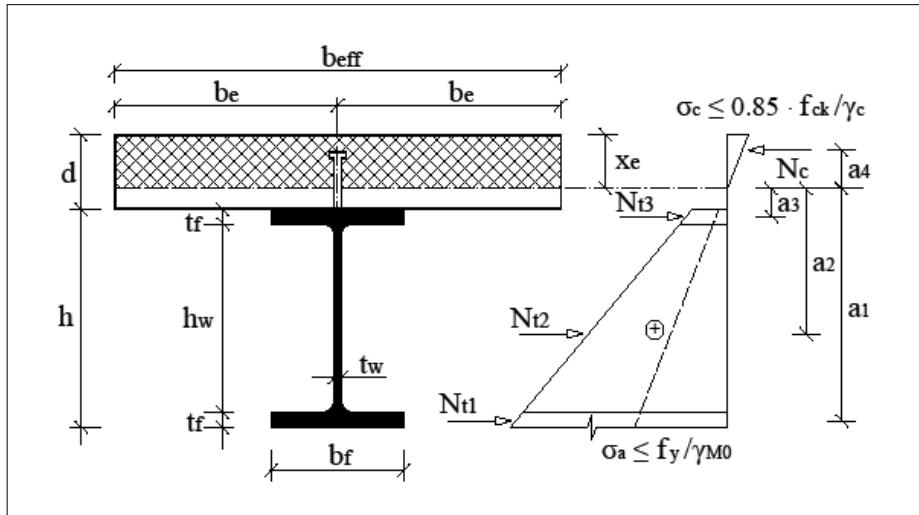
Enačbe (15)–(26) definirajo elastično upogibno odpornost sovprežnega prereza z lego nevralne osi v zgornji pasnici jeklenega l-prereza, slika 5. Na koncu enačbe (27)–(38) predstavljajo elastično upogibno odpornost sovprežnega prereza z nevralno osjo v stojini jeklenega l-prereza, slika 6.

Elastična upogibna odpornost sovprežnega prereza  $M_{El,Rd,cb}$  z lego nevralne osi v betonski plošči je podana s pogojno enačbo (6) in zajema notranje natezne sile v jeklenem prerezu  $N_{t1}$ ,  $N_{t2}$  in  $N_{t3}$  (enačbe (7)–(9)), notranjo tlačno silo v betonski plošči  $N_c$  (enačba (10)) ter razdalje med nevralno osjo in ustrezeno notranjo silo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  in  $a_4$  (enačbe (11)–(14)). Drugi členi v enačbah so: h je višina jeklenega profila,  $b_f$  je širina pasnice,  $t_f$  je debelina pasnice,  $t_w$  je debelina stojine,  $b_{eff}$  skupna sodeljuča širina betonske pasnice (velja  $b_e \leq L/8$  oziroma  $e/2$ ), d je debelina armiranobetonske plošče, n je razmerje elastičnih modulov,  $\sigma_a$  je največja natezna napetost v jeklenem prerezu,  $x_e$  je razdalja med elastično nevralno osjo in zgornjim robom betonske plošče.

$$x_e \leq d \quad (5)$$

$$M_{El,Rd,cb} = N_{t1} \cdot a_1 + N_{t2} \cdot a_2 + N_{t3} \cdot a_3 + N_c \cdot a_4 \quad (6)$$

Kjer je



Slika 4 • Elastična nevtralna os v betonski plošči.

$$N_{t1} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( I + \frac{d + h - x_e - t_f}{d + h - x_e} \right) \cdot t_f \cdot b_f \quad (7)$$

$$N_{t2} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e}{d + h - x_e} \right) \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \quad (8)$$

$$N_{t3} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot d + t_f - 2 \cdot x_e}{d + h - x_e} \right) \cdot t_f \cdot b_f \quad (9)$$

$$N_c = \frac{\sigma_a}{2 \cdot n} \cdot \left( \frac{x_e}{d + h - x_e} \right) \cdot x_e \cdot b_{eff} \quad (10)$$

$$a_1 = d + h - x_e - \left[ \frac{3 \cdot d + 3 \cdot h - 3 \cdot x_e - 2 \cdot t_f}{2 \cdot d + 2 \cdot h - 2 \cdot x_e - t_f} \cdot \frac{t_f}{3} \right] \quad (11)$$

$$a_2 = d + h - x_e - t_f - \left[ \frac{3 \cdot d + h + t_f - 3 \cdot x_e}{2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e} \cdot \frac{(h - 2 \cdot t_f)}{3} \right] \quad (12)$$

$$a_3 = d + t_f - x_e - \left[ \frac{3 \cdot d + t_f - 3 \cdot x_e}{2 \cdot d + t_f - 2 \cdot x_e} \cdot \frac{t_f}{3} \right] \quad (13)$$

$$a_4 = 2/3 \cdot x_e \quad (14)$$

Neenačba (15) definira lego elastične nevtralne osi v zgornji pasnici jeklenega prereza. Elastično upogibno odpornost sovprežnega prereza  $M_{El,Rd,cb}$  prikazuje pogojna enačba (16). Enočbe (17)–(19) predstavljajo notranje natezne sile v jeklenem prerezu  $N_{t1}$ ,  $N_{t2}$  in  $N_{t3}$  medtem ko enačbi (20)–(21) označujejo notranji tlačni sili v betonski plošči  $N_{c1}$  in  $N_{c2}$ . Razdalje med nevtralno osjo in ustrezno notranjo silo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  in  $a_5$  pa so opisane z enačbami (22)–(26).

$$d \leq x_e \leq (d + t_f) \quad (15)$$

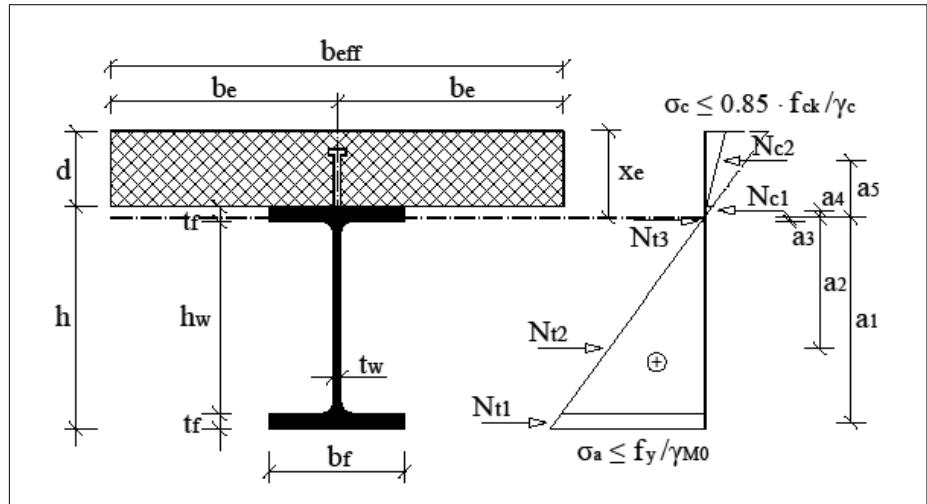
$$M_{El,Rd,cb} = N_{t1} \cdot a_1 + N_{t2} \cdot a_2 + N_{t3} \cdot a_3 + N_{c1} \cdot a_4 + N_{c2} \cdot a_5 \quad (16)$$

$$a_3 = 2/3 \cdot (d + t_f - x_e) \quad (24)$$

$$a_4 = 2/3 \cdot (x_e - d) \quad (25)$$

$$a_5 = x_e - \left[ \frac{3 \cdot x_e - 2 \cdot d}{2 \cdot x_e - d} \cdot \frac{d}{3} \right] \quad (26)$$

Kadar leži elastična nevtralna os v stojini jeklenega prereza, uporabimo enačbe (27)–(38). Pogojna enačba (28) predstavlja elastično upogibno odpornost sovprežnega prereza  $M_{El,Rd,cb}$ . Enočbi (29) in (30) opisujejo notranji natezni sili v jeklenem prerezu  $N_{t1}$  in  $N_{t2}$  medtem ko enačbe (31)–(33) definirajo notranje tlačne sile v betonski plošči  $N_{c1}$ ,  $N_{c2}$  in  $N_{c3}$ . Razdalje med nevtralno osjo in ustrezno notranjo silo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  in  $a_5$  so opisane z enačbami (34)–(38).



Slika 5 • Elastična nevtralna os v zgornji pasnici jeklenega prereza.

kjer je:

$$N_{t1} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( I + \frac{d + h - x_e - t_f}{d + h - x_e} \right) \cdot t_f \cdot b_f \quad (17)$$

$$N_{t2} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e}{d + h - x_e} \right) \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \quad (18)$$

$$N_{t3} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{d + t_f - x_e}{d + h - x_e} \right) \cdot (d + t_f - x_e) \cdot b_f \quad (19)$$

$$N_{c1} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{x_e - d}{d + h - x_e} \right) \cdot (x_e - d) \cdot b_f \quad (20)$$

$$N_{c2} = \frac{\sigma_a}{2 \cdot n} \cdot \left( \frac{2 \cdot x_e - d}{d + h - x_e} \right) \cdot d \cdot b_{eff} \quad (21)$$

$$a_1 = d + h - x_e - \left[ \frac{3 \cdot d + 3 \cdot h - 3 \cdot x_e - 2 \cdot t_f}{2 \cdot d + 2 \cdot h - 2 \cdot x_e - t_f} \cdot \frac{t_f}{3} \right] \quad (22)$$

$$a_2 = d + h - x_e - t_f - \left[ \frac{3 \cdot d + h + t_f - 3 \cdot x_e}{2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e} \cdot \frac{(h - 2 \cdot t_f)}{3} \right] \quad (23)$$

$$x_e \geq (d + t_f) \quad (27)$$

$$M_{El,Rd,cb} = N_{t1} \cdot a_1 + N_{t2} \cdot a_2 + N_{c1} \cdot a_3 + N_{c2} \cdot a_4 + N_{c3} \cdot a_5 \quad (28)$$

kjer je:

$$N_{t1} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( I + \frac{d + h - x_e - t_f}{d + h - x_e} \right) \cdot t_f \cdot b_f \quad (29)$$

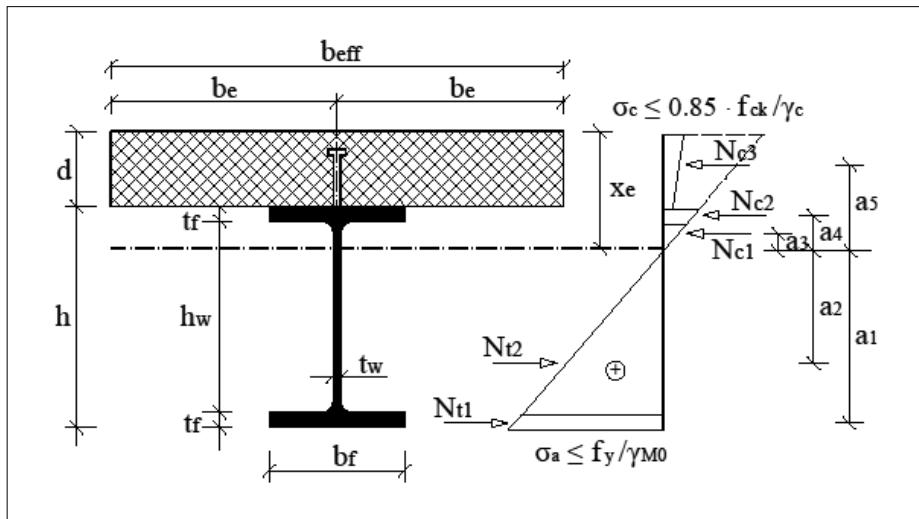
$$N_{t2} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{d + h - x_e - t_f}{d + h - x_e} \right) \cdot (d + h - x_e - t_f) \cdot t_w \quad (30)$$

$$N_{c1} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{x_e - d - t_f}{d + h - x_e} \right) \cdot (x_e - d - t_f) \cdot t_w \quad (31)$$

$$N_{c2} = \frac{\sigma_a}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot x_e - 2 \cdot d - t_f}{d + h - x_e} \right) \cdot t_f \cdot b_f \quad (32)$$

$$N_{c3} = \frac{\sigma_a}{2 \cdot n} \cdot \left( \frac{2 \cdot x_e - d}{d + h - x_e} \right) \cdot d \cdot b_{eff} \quad (33)$$

$$a_1 = d + h - x_e - \left[ \frac{3 \cdot d + 3 \cdot h - 3 \cdot x_e - 2 \cdot t_f}{2 \cdot d + 2 \cdot h - 2 \cdot x_e - t_f} \cdot \frac{t_f}{3} \right] \quad (34)$$



Slika 6 • Elastična nevtralna os v stojini jeklenega prereza.

$$a_2 = 2/3 \cdot (d + h - x_e - t_f) \quad (35)$$

$$a_3 = 2/3 \cdot (x_e - d - t_f) \quad (36)$$

$$a_4 = x_e - d - \left[ \frac{3 \cdot x_e - 3 \cdot d - 2 \cdot t_f}{2 \cdot x_e - 2 \cdot d - t_f} \cdot \frac{t_f}{3} \right] \quad (37)$$

$$a_5 = x_e - \left[ \frac{3 \cdot x_e - 2 \cdot d}{2 \cdot x_e - d} \cdot \frac{d}{3} \right] \quad (38)$$

Enačbe (39)–(41) opisujejo odpornost sovprežnega prereza na strig. Strižno silo prenaša stojina jeklenega nosilca, kjer je upoštevana nevarnost lokalnega izbočenja zaradi striga.  $V_{Ed,cb}$  predstavlja projektno strižno silo,  $V_{b,Rd,cb}$  je projektna strižna odpornost z upoštevanjem lokalnega izbočenja stojine,  $\chi_w$  je zmanjševalni koeficient strižnega izbočenja,  $t_f$  je debelina pasnice,  $t_w$  je debelina stojine in  $\gamma_{M1}$  je delni faktor odpornosti jeklenega prereza.

$$V_{Ed,cb} \leq V_{b,Rd,cb} \quad (39)$$

Kjer je:

$$V_{Ed,cb} = \frac{q_{Ed,cb} \cdot L}{2} \quad (40)$$

$$V_{b,Rd,cb} = \frac{\chi_w \cdot f_y \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} \quad (41)$$

Strižno odpornost moznikov računamo s pomočjo enačb od (42) do (44), kjer je  $V_l$  vzdolžna strižna sila,  $n_{sc}$  je število moznikov,  $P_{rd}$  je projektna strižna nosilnost moznika,  $A_a$  je prečni prerez jeklenega profila,  $f_y$  je napetost tečenja,  $f_{ck}$  je karakteristična tlačna trdnost betona,  $\gamma_a$  je delni varnostni faktor za jeklo,  $\gamma_c$  je delni varnostni faktor za beton,  $\alpha$  je koeficient, odvisen od vitkosti moznika,  $d_{sc}$  je premer valjčnega moznika,  $E_{cm}$  je sekantni modul elastičnosti betona,  $f_u$  natezna trdnost jekla in  $\gamma_v$  je delni faktor za projektno strižno nosilnost moznika.

$$V_l = 1/2 \cdot n_{sc} \cdot P_{Rd} \quad (42)$$

kjer je:

$$V_l = \min \left\{ \frac{A_a \cdot f_y}{\gamma_a}, \frac{b_{eff} \cdot d \cdot 0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \right\} \quad (43)$$

$$P_{Rd} = \min \left\{ \frac{0,29 \cdot \alpha \cdot d_{sc}^2 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_{cm}}}{\gamma_v}; \frac{0,8 \cdot f_u \cdot \pi \cdot d_{sc}^2}{4 \cdot \gamma_v} \right\} \quad (44)$$

Upogibno plastično odpornost armiranobetoniske plošče obravnavajo pogoje (ne)enačbe od (45) do (52), kjer  $M_{Ed,cs}$  in  $M_{ult,cs}$  označujeta projektni upogibni moment in plastično upogibno odpornost prereza armiranobetoniske plošče.  $\rho_c$  je prostorninska teža betona,  $b_{cu}$  je enotska širina betonske plošče (1m),  $c$  je debelina krovnega sloja betona,  $x_{ec}$  je oddaljenost nevtralne osi od zgornjega roba betonske plošče,  $f_{sk}$  je karakteristična vrednost napetosti tečenja armaturnega jekla,  $\gamma_s$  je delni varnostni faktor za armaturno jeklo,  $A_{s,min}$  je najmanjši potreben prerez armature,  $A_{s,max}$  je največji potreben prerez armature,  $\sigma_s$  je absolutna vrednost največje dovoljene napetosti armature takoj po nastanku razpoke,  $k_c$  je koeficient, ki upošteva razporeditev napetosti prereza neposredno pred nastankom razpok in vpliv spremembe ročice notranjih sil,  $k_t$  je koeficient, ki omogoča upoštevanje učinkov neenakomernih samouravnoteženih napetosti, ki zmanjšujejo sile zaradi preprečenih ali vsiljenih deformacij,  $f_{ct,eff}$  je povprečna vrednost natezne trdnosti sodeljujočega betona v času, ko je pričakovani nastanek prvih razpok in  $f_{ctm}$  je srednja vrednost osne natezne trdnosti betona.

$$M_{Ed,cs} \leq M_{ult,cs} \quad (45)$$

Kjer je:

$$M_{Ed,cs,el} = q_{Ed,cs} \cdot e^2 / 11,67 \quad (46)$$

$$q_{Ed,cs} = (\gamma_g \cdot \rho_c \cdot b_{cu} \cdot d + \gamma_q \cdot q \cdot b_{cu}) \quad (47)$$

$$M_{ult,cs} = \frac{0,48 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b_{cu} \cdot x_{ec}^2}{\gamma_c} + \frac{A_s \cdot b_{cu} \cdot (d - c - x_{ec}) \cdot f_{sk}}{\gamma_s} \quad (48)$$

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k_t \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (49)$$

$$A_{s,min} \geq 0,26 \cdot f_{ctm} / f_{sk} \cdot b_{cu} \cdot (d - c) \quad (50)$$

$$A_{s,min} \geq 0,0013 \cdot b_{cu} \cdot (d - c) \quad (51)$$

$$A_{s,max} \leq 0,04 \cdot b_{cu} \cdot d \quad (52)$$

Enačbe od (53) do (63) definirajo pogoje menjnega stanja uporabnosti. Navpični upogibki so preverjeni z enačbami (53)–(58), kjer je  $\delta_2$  upogibek sovprežnega nosilca zaradi projektnje spremenljive obtežbe  $q_{Ed}$ ,  $\delta_{max}$  je upogibek sovprežnega nosilca zaradi celotne obtežbe,  $\delta_{cr}$  je upogibek sovprežnega nosilca zaradi lezenja betona in  $\delta_{sh}$  je upogibek sovprežnega nosilca zaradi krčenja betona.  $M_{sh}$  je upogibni moment zaradi krčenja betona,  $E_a$  je elastični modul konstrukcijskega jekla,  $I_i$  je idealizirani vztrajnostni moment transformiranega sovprežnega prereza (betonski del prereza je transformiran/spremenjen v jeklenega),  $I_{cr}$  je idealizirani vztrajnostni moment zaradi krčenja betona in  $I_{sh}$  je idealizirani vztrajnostni moment transformiranega sovprežnega prereza (betonski del prereza je transformiran/spremenjen v jeklenega) zaradi lezenja betona.

$$\delta_2 \leq L / 300 \quad (53)$$

$$\delta_2 = \frac{5 \cdot q_{Ed} \cdot e \cdot L^4}{384 \cdot E_a \cdot I_i} \quad (54)$$

$$\delta_{max} \leq L / 250 \quad (55)$$

$$\delta_{max} = \delta_2 + \delta_{cr} + \delta_{sh} \quad (56)$$

$$\delta_{cr} = \frac{5 \cdot g \cdot L^4}{384 \cdot E_a \cdot I_{cr}} \quad (57)$$

$$\delta_{sh} = \frac{M_{sh} \cdot L^2}{8 \cdot E_a \cdot I_{sh}} \quad (58)$$

Navpični upogibek armiranobetoniske plošče določajo pogoje (ne)enačbe od (59) do (63), kjer je  $\delta$  upogibek armiranobetoniske plošče zaradi celotne obtežbe,  $\delta_{cr}$  je upogibek armiranobetoniske plošče zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju nerazpokane prereza in  $\delta_{sh}$  je upogibek armiranobetoniske plošče zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju razpokane prereza.  $\zeta$  je koeficient porazdelitve,  $\sigma_{sr}$  je napetost v natezni armaturi razpokane prereza pri obtežnih pogojih nastanka prvih razpok,  $\sigma_s$  je napetost v natezni armaturi pri razpokanem prerezu,  $k$  je koeficient, ki je odvisen od števila polj kontinuirane

armiranobetonske plošče,  $E_{c,eff}$  je učinkoviti modul elastičnosti betona,  $E_{cm}$  je sekantni modul elastičnosti betona,  $I_u$  je vztrajnostni moment nerazpokane betonske plošče (širine 1 m),  $I_c$  je vztrajnostni moment razpokane betonske plošče (širine 1 m).

$$\delta \leq L/250 \quad (59)$$

$$\delta = \zeta \cdot \delta_{II} + (I - \zeta) \cdot \delta_I \quad (60)$$

$$\zeta = I - 0,5 \cdot (\sigma_{sr}/\sigma_s)^2 \quad (61)$$

$$\delta_I = k \cdot \left( \frac{\rho_c \cdot b_{cu} \cdot d \cdot e^4}{E_{c,eff} \cdot I_u} + \frac{q \cdot b_{cu} \cdot e^4}{E_{cm} \cdot I_u} \right) \quad (62)$$

$$\delta_{II} = k \cdot \left( \frac{\rho_c \cdot b_{cu} \cdot d \cdot e^4}{E_{c,eff} \cdot I_c} + \frac{q \cdot b_{cu} \cdot e^4}{E_{cm} \cdot I_c} \right) \quad (63)$$

### 3.5 Logične pogojne (ne)enačbe

Z logičnima pogojnima enačbama (64)–(65) računamo diskretne vrednosti materialov  $d^{mat}$  (trdnosti betona in jekla), z enačbama (66)–(67) standardne dimenzije  $d^{st}$  (debeline pločevin in prerez armaturne mreže) ter z enačbama (68)–(69) zaokrožene dimenzije  $d^{rd}$  (debelino betonske plošče). Posamezne diskretne vrednosti so definirane kot skalarни produkt med vektorjem diskretnih številskih vrednosti alternativ in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk.

$$d^{mat} = \sum_{i \in I} q_i y_i^{mat} \quad (64)$$

$$\sum_{i \in I} y_i^{mat} = 1 \quad (65)$$

$$d^{st} = \sum_{k \in K} q_k y_k^{st} \quad (66)$$

$$\sum_{k \in K} y_k^{st} = 1 \quad (67)$$

$$d^{rd} = \sum_{m \in M} q_m y_m^{rd} \quad (68)$$

$$\sum_{m \in M} y_m^{rd} = 1 \quad (69)$$

## 4 • RAČUNSKI PRIMER

V računskem primeru predstavljamo sočasno optimiranje stroškov, standardnih dimenzijs, standardnih materialov in zaokroženih dimenzijs prostoležečegasovprežnega stropnega sistema. Stropni sistem obravnavamo z elastično odpornostjo sovprežnega nosilca. Obravnavani sovprežni stropni sistem ima razpon 15 m in je obtežen z lastno težo in enakomerno zvezno spremenljivo obtežbo 4 kN/m<sup>2</sup>, glej sliko 7. Sovprežni stropni sistem sestavlja armiranobetonska plošča, ki je preko moznikov povezana z jeklenimi l-nosilci. Premer moznikov z glavo je 19 mm. Za optimizacijo sovprežnega stropnega sistema smo uporabili omenjene optimizacijske MINLP-modele COMBOPTE. Modeli vsebujejo podrobno stroškovno namensko funkcijo, ki zajema lastne izdelavne stroške konstrukcije (stroške materiala, energije in stroške dela). Superstruktura sovprežnega sistema, sestavljenega ali iz varjenih jeklenih l-prerezov, IPE-profilov ali HEA-profilov, je podrobnejše opisana v referenci Žula in Kravanja (Žula, 2017). Obravnavane so tudi tri različne lege nevtralnih osi: v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici jeklenega l-prerezova in v

stojini jeklenega l-prerezova. Rezultat optimiranja je optimalni trdnostni razred betona, optimalno konstrukcijsko jeklo, standardni prerez jeklenih l-nosilcev, standardni prerez armaturnih mrež, razmak med l-nosilci in debelina armiranobetonske plošče pri minimalnih lastnih izdelavnih stroških sovprežnega sistema.

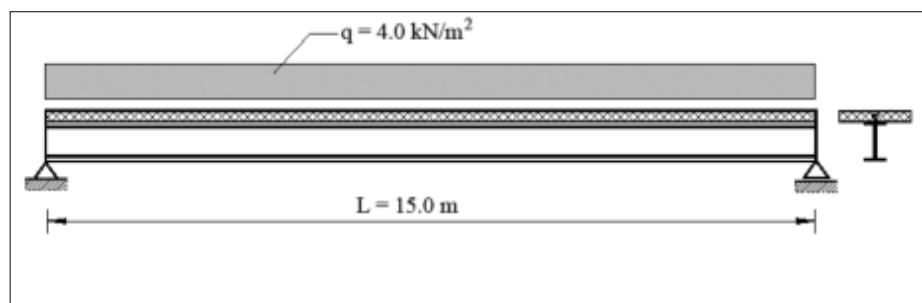
Optimiranje je bilo izvedeno s programskim paketom MIPSYN ((Kravanja, 2003), (Kravanja, 2010)), ki je bil izpeljan iz programa PROSYN (Kravanja, 1994). Reševanje MINLP-problema sovprežnega stropnega sistema je bilo izvedeno z dvofaznim optimiranjem (Žula, 2017) in z modificiranim OA-/ER-algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitivno enačbo. Za reševanje NLP-podproblemov je bil uporabljen program GAMS/CONOPT2 (Drud, 1994) (splošna metoda reduciranih gradientov), za reševanje glavnih MILP-problemov pa GAMS/Cplex 7.0 (Cplex, 2016) (metoda vejanja in omejevanja).

Preglednica 2 prikazuje najboljše rezultate sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz varjenih l-prerezov, standardnih vroče

valjanih IPE-profilov ali standardnih vroče valjanih HEA-profilov. Za sovprežni stropni sistem iz varjenih l-prerezov so bili dobjeni optimalni lastni izdelavni stroški 74,87 €/m<sup>2</sup> pri legi nevtralne osi v zgornji pasnici l-prerezova. Poleg optimalnih lastnih izdelavnih stroškov so pridobljeni še: optimalni trdnostni razred betona C 35/45, optimalni trdnostni razred konstrukcijskega jekla S 355, optimalni medsebojni razmak med nosilci 3491 mm, optimalna višina jeklenega l-prerezova 799 mm, debelina stojine 8 mm, širina pasnic 120 mm, debelina pasnic 8 mm, optimalna debelina armiranobetonske plošče 11 cm in optimalna armaturna mreža R335. Optimalni rezultati so prikazani na sliki 8.

Pri optimizaciji stropnega sistema, sestavljenega iz IPE-profilov, je dobjen najboljši rezultat, ko leži nevtralna os v stojini jeklenega IPE-profila, glej preglednico 2. Optimalni lastni izdelavni stroški so 94,52 € na m<sup>2</sup> površine stropnega sistema. Najboljši rezultat še vsebuje: optimalni trdnostni razred betona C 50/60, optimalni trdnostni razred konstrukcijskega jekla S 275, optimalni medsebojni razmak med nosilci 3397 mm, optimalni prerez IPE 550, optimalno debelino armiranobetonske plošče 9 cm in optimalno armaturno mrežo R424, glej sliko 9.

Najnižji lastni izdelavni stroški sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz HEA-profilov, 107,45 €/m<sup>2</sup>, so dobjeni v primeru, kadar nevtralna os leži v zgornji pasnici jeklenega HEA-profila. V tem primeru je optimalni trdnostni razred betona C 50/60, optimalni trdnostni razred konstrukcijskega jekla S 275, optimalni medsebojni razmak med nosilci 4058 mm, optimalni prerez HEA 500, optimalna debelina armiranobetonske plošče 12 cm in optimalna armaturna mreža R424, glej sliko 10.

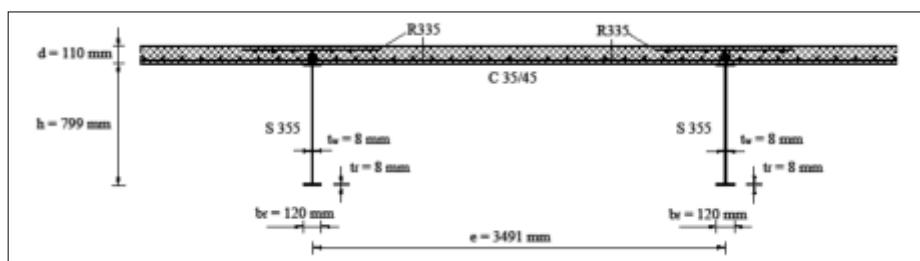


Slika 7 • Obravnavani sovprežni stropni sistem.

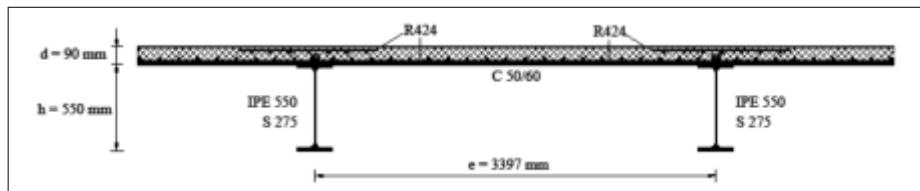
	a)	b)	c)	opis vrednosti
Varjen I-prerez	77,86 14 C20/25 1014/8 120/8 3747 S275	74,87 11 C35/45 799/8 120/8 3491 S355	79,57 11 C50/60 1041/8 120/8 4161 S275	cena (€/m <sup>2</sup> ) d (cm) beton (MPa) hw (mm) / t <sub>w</sub> (mm) bf (mm) / t <sub>f</sub> (mm) e (mm) jeklo (MPa)
	95,29 12 C20/25 550 S275 3459	95,08 10 C50/60 550 S275 3347	94,52 9 C50/60 550 S275 3397	cena (€/m <sup>2</sup> ) d (cm) beton (MPa) IPE jeklo (MPa) e (mm)
	108,29 13 C30/37 500 S235 3190	107,45 12 C50/60 500 S275 4058	112,45 10 C40/50 500 S235 3624	cena (€/m <sup>2</sup> ) d (cm) beton (MPa) HEA jeklo (MPa) e (mm)

Nevtralna os leži v: a) armiranobetonski plošči, b) zgornji pasnici jeklenega prereza c) stojini jeklenega prereza

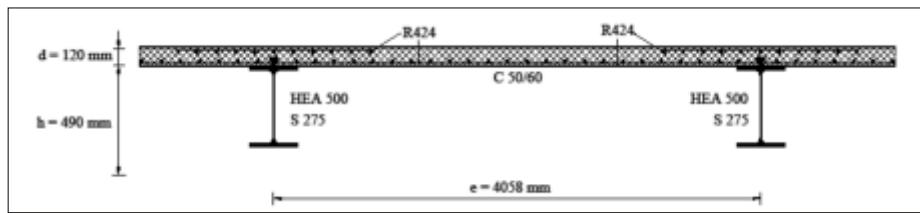
Preglednica 2 • Optimalni rezultati sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci z elastično metodo.



Slika 8 • Optimalni rezultati sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz varjenih I-prerezov.



Slika 9 • Optimalni rezultati sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz IPE-prerezov.



Slika 10 • Optimalni rezultati sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz HEA-prerezov.

## 5 • SKLEP

V prispevku smo predstavili stroškovno optimirjanje sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz armiranobetonske plošče in jeklenih I-nosilcev. Optimirjanje je bilo izvedeno z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Raz-

vili smo različne optimizacijske modele za ugotavljanje konkurenčnosti sovprežnih stropnih sistemov, pri čemer so jekleni nosilci lahko izdelani iz varjenih I-prerezov, standardnih vročevaljanih IPE-profilov ali HEA-profilov. Optimizacijski modeli

z elastično odpornostjo lahko sicer računamo sovprežne nosilce v vseh primerih, obenem pa v primeru 3. razreda kompaktnosti. Ta sovprežni stropni sistem smo že optimirali s plastično upogibno odpornostjo, glej računski primer v referenci Žula in Kravanka (Žula, 2017). Primerjava najboljših rezultatov med plastično upogibno odpornostjo (69,20 €/m<sup>2</sup>) in elastično odpornostjo (74,87 €/m<sup>2</sup>) pokaže, da je ta sovprežni stropni sistem cenejši za 7,5 %, če ga obravnavamo s plastično odpornostjo. To se sklada tudi s splošnim dejstvom, da so plastične upogibne odpornosti prerezov večje od elastičnih. V večparametrični študiji sovprežnih stropnih sistemov, glej Kravanka sodelavci (Kravanka, 2017), smo za različne razpone in obtežbe dokazali, da so sovprežni nosilci, dimenzionirani z elastično upogibno odpornostjo, v povprečju za 15 % do 20 % dražji od sovprežnih nosilcev s plastično upogibno odpornostjo.

## 7 • LITERATURA

- Brooke A., Kendrick D. and Meeraus A., GAMS - A User's Guide, Scientific Press, Redwood City, CA, 1988.
- CPLEX User Notes, ILOG inc, 2016.
- Drud, A.S., CONOPT – A Large-Scale GRG Code, ORSA J. Comput., 6(2), 207–216, 1994.
- Eurocode 1, Actions on structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2002.
- Eurocode 2, Design of concrete structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2004a.
- Eurocode 3, Design of steel structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- Eurocode 4, Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Committee for Standardization, Brussels, 2004b.
- Kaveh, A., Massoudi, MS., Cost optimization of a composite floor system using ant colony system, Iranian journal of science and technology-transactions of civil engineering, 36(C2), 139–148, 2012.
- Klanšek, U., Kravanja, S., Cost estimation, optimization and competitiveness of different composite floor systems—Part 1: Self-manufacturing cost estimation of composite and steel structures, J Construct Steel Res., 62(5), 434–448, 2006a.
- Klanšek, U., Kravanja, S., Cost estimation, optimization and competitiveness of different composite floor systems—Part 2: Optimization based competitiveness between the composite I beams, channel-section and hollow-section trusses, J Construct Steel Res., 62(5), 449–462, 2006b.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part I: A general view on simultaneous topology and parameter optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 43(2), 263–292, 1998a.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part II: Simultaneous topology, parameter and standard dimension optimization by the use of the Linked two-phase MINLP strategy, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 43(2), 293–328, 1998b.
- Kravanja, S., Soršak, A., Kravanja, Z., Efficient multilevel MINLP strategies for solving large combinatorial problems in engineering, Optimization and engineering, 4(1), 97–151, 2003.
- Kravanja, S., Žula, T., Klanšek, U., Multi-parametric MINLP optimization study of a composite I beam floor system, Engineering structures, 130, 316–335, 2017.
- Kravanja, Z., Grossmann, I.E., New Developments and Capabilities in PROSYN - An Automated Topology and Parameter Process Synthesizer, Computers & Chemical Engineering, 18(11-12), 1097–1114, 1994.
- Kravanja, Z., Challenges in sustainable integrated process synthesis and the capabilities of an MINLP process synthesizer MipSyn, Comput. chem. eng., 34(11), 1831–1848, 2010.
- Omkar, S.N., Senthilnath, J., Khandelwal, R., Naik, G.N., Gopalakrishnan, S., Artificial Bee Colony (ABC) for multi-objective design optimization of composite structures, Appl Soft Comput, 11, 489–499, 2011.
- Poirras, G., Lefrançois, G., Cormier, G., Optimization of steel floor systems using particle swarm optimization, J Construct Steel Res., 67(8), 1225–1231, 2011.
- Senouci A.B., Al-Ansari M.S., Cost optimization of composite beams using genetic algorithms, Advances in Engineering Software, 40, 1112–1118, 2009.
- Žula, T., Kravanja, S., Klanšek, U., MINLP optimization of a composite I beam floor system, Steel and composite structures, 22(5), 1163–1192, 2016.
- Žula, T., Kravanja, S., MINLP optimiranje sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci, Gradbeni vestnik, 66, 194–203, 2017.