Osmo izvestje mestne višje realke v Idriji

za šolsko leto 1908-9.

Izdalo ravnateljstvo.

V Idriji 1909.

Založila mestna realka. — Natisnila Učiteljska tiskarna v Ljubljani.

Osmo izvestje mestne višje realke v Idriji

za šolsko leto 1908-9.

Izdalo ravnateljstvo.

V Idriji 1909.

Založila mestna realka. — Natisnila Učiteljska tiskarna v Ljubljani.

Integracija racionalnih ulomkovih funkcij.

Napisal *Ivo Tejkal.*

I. del.

1. Splošni opis.

Če iščemo integral funkcije, se poslužujemo različnih metod, ki so:

a) razdelitev funkcij v vsoto prostejših,

b) substitucija novih nestalnih,

c) delna integracija i. t. d.

Z njimi privedemo integral na elementarni, lažje integrujoč integral.

Imenovane metode splošno tudi uporabljamo pri integraciji racionalnih ulomkov.

(Pričetek tega dobimo že pri prvih raziskovalcih na tem polju, pri Leibnitzu in Bernoulliju.)

Vsaka racionalna funkcija $\frac{F(x)}{f(x)}$ se da razstaviti v cele funkcije, ki postanejo za pravovlomne kvocijente enaki ničli, in v parcialne vlomke, ki njih števec vsebuje le konstante, imenovalec pa potence linearnih binomov, tvarjajoč faktorje od $f(x)$.

Tako postane

$$f(x) = (x-a)^{\alpha}(x-b)^{\beta} \ldots\ldots\ldots (x-m)^{\mu}$$

po navedenem

$$\frac{F(x)}{f(x)} = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \ldots\ldots + a_m +$$

$$+ \frac{A_0}{(x-a)^{\alpha}} + \frac{A}{(x-a)^{\alpha-1}} + \ldots\ldots + \frac{A_{\alpha-1}}{x-a}$$

$$+\frac{B_0}{(x-b)^\beta}+\frac{B}{(x-b)^{\beta-1}}+\ldots\ldots+\frac{B_{\beta-1}}{x-b}$$

$$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

$$\frac{M_0}{(x-m)^\mu}+\frac{M}{(x-m)^{\mu-1}}+\ldots\ldots+\frac{M_{\mu-1}}{x-m}$$

Ker da

$$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$$

in za

$$n \gtrless 1 \text{ tudi}$$

$$\int\frac{dx}{(x-g)^n}=-\frac{1}{(n-1)(x-g)^{n-1}}+c$$

sledi, če se upošteva

$$\int\frac{dx}{x-g}=ln(x-g)+c$$

integral gornje enačbe

$$\int\frac{F(x)}{f(x)}=\frac{a_0}{m+1}x^{m+1}+\frac{a_1}{m}x^m+$$

$$+\frac{a_2}{m-1}x^{m-1}+\ldots\ldots+\frac{a_{m-1}}{2}x^2+a_m x+c$$

$$-\frac{A_0}{(\alpha-1)(x-a)^{\alpha-1}}-\frac{A_1}{(\alpha-2)(x-a)^{\alpha-2}}-\ldots\ldots$$

$$-\frac{A'_{\alpha-2}}{x-a}+A_{\alpha-1}\,ln(x-a)$$

$$-\frac{B_0}{(\beta-1)(x-b)^{\beta-1}}-\frac{B_1}{(\beta-2)(x-b)^{\beta-2}}-\ldots\ldots$$

$$-\frac{B_{\beta-2}}{x-b}+B_{\beta-1}\,ln(x-b)$$

$$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

$$\frac{M_0}{(\mu-1)(x-m)^{\mu-1}}-\frac{M_1}{(\mu-2)(x-m)^{\mu-2}}-\ldots\ldots$$

$$\ldots-\frac{M_{\mu-2}}{x-m}+M_{\mu-1}\,ln(x-m)$$

Iz te formule dobimo splošni stavek:

Integral racionalnega diferenciala lahko sestavimo iz algebraične in logaritmične funkcije.

Seveda se poslužujemo imenovanega stavka le takrat, kadar je razdelitev ulomkov mogoča in izvedljiva.

2. Eulerjeva metoda.

Vzemimo zopet

$$f(x) = (x - a)^{\alpha} (x - b)^{\beta} (x - c)^{\gamma} \ldots\ldots (x - m)^{\mu}$$

Lahko torej pišemo

$$f(x) = (x - a)^{\alpha} f_1(x)$$

$$f_1(x) = (x - b)^{\beta} (x - c)^{\gamma} \ldots\ldots (x - m)^{\mu}$$

Potem obstoji enačba

1. $$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{F(x)}{(x - a)^{\alpha} f_1(x)} = \frac{S_0}{(x - a)^{\alpha}} + \frac{F_1(x)}{f_1(x)(x - a)^{\alpha - 1}},$$

kjer nam označi S_0 konstanto.

Ker je torej

$$\frac{F(x) - S_0 f_1(x)}{(x - a)^{\alpha} f_1(x)} = \frac{F_1 x}{(x - a)^{\alpha - 1} f_1(x)};$$

ter

$$F(x) - S_0 f_1(x) \text{ deljivo z } x - a, \text{ torej}$$

$$F(a) - S_0 f_1(a) = 0,$$

mora biti izpolnjena enačba

$$S_0 = \frac{F(a)}{f_1(a)}$$

$f_1(a)$ je končna, torej se S_0 razlikuje od ničle, ker sta tudi oba polinoma relativni praštevili; to je že itak predpogoj obeh polinomov $F(x)$ in $f(x)$.

Enačba 1. je torej možna in veljavna. Na enak način nadaljujemo:

2. $$\left\{\begin{array}{l}
\dfrac{F_1(x)}{-(x\ a)^{\alpha - 1} f_1(x)} = \dfrac{S_1}{(x - a)^{\alpha - 1}} + \dfrac{F_2(x)}{(x - a)^{\alpha - 2} f_1(x)} \\[2ex]
\dfrac{F_2(x)}{(x - a)^{\alpha - 2} f_1(x)} = \dfrac{S_2}{(x - a)^{\alpha - 2}} + \dfrac{F_3(x)}{(x - a)^{\alpha - 3} f_1(x)} \\[2ex]
\dfrac{F_3(x)}{(x - a)^{\alpha - 3} f_1(x)} = \dfrac{S_3}{(x - a)^{\alpha - 3}} + \dfrac{F_4(x)}{(x - a)^{\alpha - 4} f_1(x)} \\[2ex]
- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\[2ex]
\dfrac{F_{\alpha - 1}(x)}{(x - a) f_1(x)} = \dfrac{S_{\alpha - 1}}{(x - a)} + \dfrac{F_{\alpha}(x)}{f_1(x)}
\end{array}\right.$$

S sukcesivnim vstavljanjem dobimo iz 1. in 2. enačbe:

3. $$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{S_0}{(x-a)^{\alpha}} + \frac{S_1}{(x-a)^{\alpha-1}} + \frac{S_2}{(x-a)^{\alpha-2}} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{S_{\alpha-1}}{x-a} + \frac{F_{\alpha}(x)}{f_1(x)}$$

Nadaljujemo razstavljenje:

$$\frac{F_{\alpha}(x)}{f_1(x)} = \frac{T_0}{(x-b)^{\beta}} + \frac{T_1}{(x-b)^{\beta-1}} + \ldots + \frac{T_{\beta-1}}{x-b} + \frac{T_{\beta}(x)}{f_2(x)}$$

— — — — — — — — — — — — —

Za določitev konštant $S_1\ S_2\ S_3 \ldots\ldots T_1\ T_2 \ldots\ldots$ upoštevamo posebne slučaje.

I. Naj bo $\alpha = \beta = \gamma \ldots = 1$;

potem je $f(x) = (x-a)(x-b)\ldots(x-m)$;

po navedenem torej

$$\frac{Fx}{f(x)} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c} + \ldots + \frac{M}{x-m} =$$

$$= \frac{A}{x-a} + \frac{F_1(x)}{f_1(x)} \text{ ali}$$

4. $$f(x) = (x-a) f_1(x)$$

$$F(x) = A f_1(x) + (x-a) F_1 x$$

Iz 1. enačbe prihaja

$$A = S_0 = \frac{F(a)}{f_1(a)}$$

Z diferenciranjem 4. enačbe dobimo:

$$f'(x) = (x-a) f'_1(x) = f_1(x);$$

postavimo $x = a$, potem je $f'(x) = f'(x)$ in iz tega izhaja vrednost konstante $A : A = \frac{F(a)}{f'(a)}$.

Na isti način dobimo vrednost ostalih konstant B, C, i. t. d.

$$B = \frac{F(b)}{f'(b)}; \qquad C = \frac{F(c)}{f'(c)}$$

— — — — —

II. Iz prej izvedene 3. formule

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{S_0}{(x-a)^\alpha} + \frac{S_1}{(x-a)^{\alpha-1}} + \frac{S_2}{(x-a)^{\alpha-2}} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{S_{\alpha-1}}{x-a} + \frac{F_\alpha(x)}{f_1(x)}$$

dobimo z ozirom na

$f(x) = (x-a)^\alpha f_1(x)$:

$F(x) = f_1(x)\,[S_0 + S_1(x-a) + S_2(x-a)^2 + \ldots$

$\ldots + S_{\alpha-1}(x-a)^{\alpha-1}] + F_\alpha(x)(x-a)^\alpha$

Če postavimo

$S_0 + S_1(x-a) + S_2(x-a)^2 + \ldots + S_{\alpha-1}(x-a)^{\alpha-1} = X$

in diferenciramo n krat ter vedno pristavljamo $x = a$, dobimo: $x_a = S_0$ in za n diferencialov:

4a. $x'_a = 1.\,S;\ x_a'' = 1.\,2.\,S_2 \ldots.\ x_a^{(n)} = n!\,S_n$

Z m kratnim diferenciranjem enačbe $F(x) = f_1(x)\,X + F_\alpha(x)$ $(x-a)^\alpha$ dobimo:

$F'(x) = f_1'(x)X + f_1(x)X' + \alpha(x-a)^{\alpha-1}F(x) +$
$(x-a)^\alpha F'_\alpha(x)$

$F''(x) = f_1''(x)\,X + 2f_1'(x)X' + f_1(x)X'' + \alpha(\alpha-1)$
$(x-a)^{\alpha-2}F(x) + 2\alpha(x-a)^{\alpha-1}F'(x) + (x-a)^\alpha F''(x)$

— — — — — — — — — — — — —

$F^m(x) = Xf_1{}^m(x) + \binom{m}{1}X'f_1{}^{m-1}(x) +$

$+ \binom{m}{2}X''f_1{}^{m-2}(x) + \ldots\ldots$

$+ \binom{m}{1}X^{(m-1)}f_1'(x) + X^{(m)}f_1(x) + \alpha(\alpha-1)\ldots$

$\ldots(\alpha-m+1)(x-a)^{\alpha-m}F_\alpha(x) + \binom{m}{1}\alpha(\alpha-1)\ldots$

$\ldots(x-m+2)(x-a)^{\alpha-m+1}F'_\alpha(x) + \ldots + \ldots$

$\ldots + \binom{m}{1}\alpha(x-a)^{\alpha-1}F^{(m-1)}_{(x)} + (x-a)^\alpha F^{(m)}_{(x)}$

Postavimo v te enačbe $x = a$ in te v 4a izvedenih enačb za $X,\ X'\ X''$ i. t. d., dobimo sistem m enačb,

$F(a) = S_0 f_1(a)$

$F'(a) = S_0 f_1'(a) + S_1 f_1(a)$

$$F''(a) = S_0 f_1''(a) + 2\, S_1 f_1'(a) + 2!\, S_2 f_1(a)$$

— — — — — — — — — —

$$F^{(m)}_{(a)} = S_0\, f_1{}^{m}(a) + 1!\, \tbinom{m}{1} S_1 f_1{}^{(m-a)}_{(a)} + 2!\, \tbinom{m}{2} S_2 f_2{}^{m-1}_{(a)} + \ldots$$

Iz teh enačb moremo izračunati sukcesivno vrednost konstant S_0, S_1 . . . . in na isti način tudi T_0, T_1 . . . . i. t. d.

III. Dosedaj smo upoštevali samo realne korene; more pa imeti ednačba $f(x) = 0$ kompleksne korene, ki so potem konjugirani po obliki

$$p + i\,q\,,\; p - i\,q$$

Torej je

$$[x - (p + i\,q)]\,[x - (p - i\,q)] =$$

$$x^2 - p\,x - i\,q\,x - p\,x + i\,q\,x + p^2 + q^2 =$$

$$= (x - p)^2 + q^2$$

Četudi vzamemo kompleksne korene, lahko napišemo ulomek $\dfrac{F(x)}{f(x)}$ v tej-le obliki:

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{F(x)}{[(x - p)^2 + q^2)]^{\lambda} f_1(x)} = \frac{F_1(x)}{[(x - p)^2 + q^2]^{\lambda - 1} f_1(x)} +$$

$$+ \frac{P_0 + Q_0\, x}{[(x - p)^2 + q^2]^{\lambda}}$$

Levi števec mora imeti korene $p + i\,q\,, p - i\,q$; iz teh-le dobimo te-le enačbe:

$$F(p + i\,q) - [P_0 + Q_0\,(p + i\,q)]\, f_1(p + i\,q) = 0$$

$$F(p - i\,q) - [P_0 + Q_0\,(p - i\,q)]\, f_1(p - i\,q) = 0$$

Rešitev teh ednačb da za P in Q realne količine, ki mora biti od njih vsaj ena različna od ničle.

IV. Na ta način določujemo konstante P_0 Q_0. Ako so konjugirani kompleksni koreni višje stopnje, dobimo za $\dfrac{F(x)}{f(x)}$ na isti način kakor pri reelnih korenih to-le razčlenitev parcialnih ulomkov:

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{P_0 + Q_0\, x}{[(x - p)^2 + q^2]^{\lambda}} + \frac{P_1 + Q_1\, x}{[(x - p)^2 + q^2]^{\lambda - 1}} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{P\lambda_{-1} + Q\lambda_{-1}x}{(x-p^2)+q^2} + \frac{F\lambda(x)}{f_1(x)}$$

$$F(x) = f_1(x)\,[P_0 + Q_0 x + (P_1 + Q_1 x)\,[(x-p)^2 + q^2] +$$

$$+ \{(P\lambda_{-1} + Q\lambda_{-1}x)\,[(x-p)^2 + q^2]\lambda^{-1}\}$$

Zaznamujmo kakor prej:

$$(P_0 + Q_0 x) + P_1 + Q_1 x)\,[(x-p)^2 + q^2) + \ldots$$

$$\ldots . + (P\lambda_{-1} + Q\lambda_{-1}x)\,[(x-p)^2 + q^2]^{\lambda-1} = X,$$

in diferencirajmo $n$krat z vstavljanjem

$X = p \pm i\,q$ dobimo

$X_{p\pm iq} = P_0 + Q_0\,(p \pm i\,q)$ in nadaljno 2 n enačb

$$5.\quad \left\{ \begin{array}{l} X'_{p\pm iq} = Q_0 + 2\,[P_1 + Q_1\,(p \pm i\,q)] \cdot \pm i\,q \\ X''_{p\pm iq} = 2\,[P_1 + Q_1\,(p \pm i\,q)] + 2^2\,Q_1 \pm i\,q - 2^3\,[P_2 \\ + Q_2\,(p \pm i\,q)] \\ - - - - - - - - - - - \\ X^{n}_{p+iq} = \left\{ \dfrac{d^n}{dx^n} \sum_{K=1}^{K=\lambda-1} (P_K = Q^x_K)\,[x-p)^2 + q^2]^K \right\} x =_{q\pm iq} \end{array} \right.$$

Z $n$kratnim diferenciranjem enačbe

$$F(x) = f_1(x)\,X + [(x-p)^2 + q^2]^\lambda$$

dobimo, če obenem vstavimo $x = p \pm i\,q$

$$F(p \pm i\,q) = f_1\,(p \pm i\,q)\,X p \pm i\,q$$

$$F'(p \pm i\,q) = f_1'(p \pm i\,q)\,X p \pm i\,q +$$

$$+ f_1\,(p \pm i\,q)\,X'\,p \pm i\,q$$

$$- - - - - - - - - -$$

$$F^{(n)}_{(p+iq)} = f_1^{(n)}\,(p \pm i\,q)\,X_{p\pm iq} + \binom{m}{1}\,f_{1\,(p+iq)}^{(n-1)}\,X_{p\pm iq} +$$

$$+ \binom{m}{1}\,X^{n-1}_{(p\pm iq)}\,f_1'\,(p \pm i\,q) + X^{(n)}_{p\pm iq}\,f_1\,(p \pm i\,q).$$

Iz tega sistema lahko izračunimo,

$$X p \pm i\,q \quad X'\,p \pm i\,q \quad X''\,p \pm i\,q \ldots\ldots X^{(n)}_{p\pm iq}.$$

Če vstavimo njih vrednost v sistem 5. dobimo sukcesivno P_0, Q_0, P_1 Q_1 i. t. d.

Resultat prejšnjih raziskav lahko izrazimo tako-le:

Racionalni ulomek $\frac{F(x)}{f(x)}$ moremo vedno, četudi ima $f(x)$

kompleksne korene in bodisi katerekoli stopnje, razstaviti v parcialne ulomke. Ta razstava parcialnih ulomkov je zapopadena v sledeči formuli:

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{S_{\alpha-1}}{x-a} + \frac{S_{\beta-1}}{x-b} + \ldots\ldots +$$

$$+ \sum_{n=o}^{n=\alpha-2} \frac{S_n}{(x-a)^{\alpha-n}} + \sum_{n=o}^{n=\beta-2} \frac{T_n}{(x-b)^{\beta-n}} + \ldots.$$

$$+ \sum_{n=o}^{n=\lambda-1} \frac{P_n + Q_n x}{[(x-p)^2 + q^2]^{\lambda-n}} + \ldots\ldots$$

3. Integracija.

Iz oblike razčlenitve parcialnih ulomkov razvidimo, da se bomo bavili pri integraciji samo s tremi oblikami integralov; te so, splošno izražene:

a) $\displaystyle\int \frac{M}{x-m}\, dx$

b) $\displaystyle\int \frac{M_n}{(x-m)^{\gamma-n}}\, dx$

c) $\displaystyle\int \frac{P_n + Q_n x}{[(x-p)^2 + q^2]^{K-n}}\, dx$

Prvi dve obliki integriramo z lahkoto.

Za a) dobimo

$$\int \frac{M}{x-m}\, dx = M\, ln\,(x-a) + \text{konst.}$$

za b)

$$\int \frac{M_n\, dx}{(x-m)^{\gamma-n}} = -\frac{M_n}{(\gamma-n-1)\, x-a)^{\gamma-n-1}}\, dx$$

I. Integrale tretje skupine izračunimo z rekurentnimi formulami. Postavimo

$$\int \frac{(P_n + Q_n x)\, dx}{[(x-p)^2 + q^2]^{K-n}} = \int \frac{(P + Q x)\, dx}{[(x-p)^2 + q^2)^{\lambda}} = J_\lambda$$

potem je

$$J_\lambda = \int \frac{P + Q\, x\, dx}{[(x-p)^2 + q^2]^{\lambda}} = \frac{Q}{2} \int \frac{2\,(x-p)\, dx}{[(x-p)^2 + q^2]^{\lambda}} +$$

$$+ (P + Qp) \int \frac{dx}{[(x-p)^2 + q^2]^\lambda}$$

Z uvedbo nove izpremenljive $t = (x-p)^2$ nastane:

$$J_\lambda = \frac{Q}{2} \int \frac{dt}{[(t+q)^2]^\lambda} + (P + Qp) \int \frac{dx}{[(x-p)^2 + q^2]^\lambda} =$$

$$= -\frac{Q}{2} \frac{1}{(\lambda - 1)(t + q^2)^{\lambda - 1}} + (P + Qp) \int \frac{dx}{[(x-p)^2 + q^2]^\lambda} =$$

$$= -\frac{Q}{2} \frac{1}{(\lambda - 1)[(x-p)^2 + q^2]^{\lambda - 1}} + (P + Qp) \int \frac{dx}{[(x-p)^2 + q^2]^\lambda}$$

V integralu

$$L_\lambda = \int \frac{dx}{[(x-p)^2 + q^2]^\lambda} -$$

substituiramo variablo

$$\frac{x-p}{2} = t, \; dx = q\, dt$$

$$L_\lambda = q \int \frac{dt}{[q^2(1+t^2)]^\lambda} = \frac{1}{q^{2\lambda - 1}} \int \frac{dt}{(t^2+1)^\lambda} =$$

$$= \frac{1}{q^{2\lambda-1}} \int \frac{1 + t^2 - t^2}{(t^2+1)^\lambda} dt = \frac{1}{q^{2\lambda-1}} \left[\int \frac{t^2+1}{(t^2+1)^\lambda} dt - \right.$$

$$\left. - \int \frac{t^2}{(1+t^2)^\lambda} dt \right] = \frac{1}{q^{2\lambda-1}} \left[\int \frac{dt}{(t^2+1)^{\lambda-1}} - \frac{1}{2} \int t \frac{2\, t\, td}{(1+t^2)^\lambda} \right]$$

S pomočjo parcialne integracije dobimo

$$\frac{1}{2} \int t \frac{2t}{(1+t^2)^\lambda} dt = -\frac{1}{2(\lambda-1)} \frac{t}{(1+t^2)^{\lambda-1}} +$$

$$+ \frac{dt}{2(\lambda-1)(1+t^2)^{\lambda-1}}$$

Vstavimo ta izraz v zgornjo formulo in pišimo analogno prejšnji zaznamvi

$$\int \frac{dt}{(1+t^2)^{\lambda-1}} = L_{\lambda-1}, \text{ dobimo}$$

$$L_\lambda = \frac{1}{q^{2\lambda-1}} \left[L_{\lambda-1} \left[1 - \frac{1}{2(\lambda-1)} \right] + \frac{t}{2(\lambda-1)(1-t^2)^{\lambda-1}} \right]$$

Ta izraz je rekurentna formula za integral L in se glasi napisan v nekoliko drugačnem redu:

$$q^{2\lambda-1} L_\lambda = \frac{t}{2(\lambda-2)(1+t^2)^{\lambda-1}} + \frac{2\lambda-3}{2\lambda-2} L_{\lambda-1};$$

če zopet navedemo x:

$$q^{2\lambda-1} L_\lambda = q^{2\lambda-1} \frac{(x-p)}{[x-1)[(x-p)^2+q^2]^{\lambda-1}} +$$

$$+ \frac{2\lambda-3}{2\lambda-2} L_{\lambda-1}$$

Treba nam je le še izračuniti integral L_1, da dobimo iz prejšnje formule L_2, L_3 .... in J_2 J_3 ...

Tako je $L_1 = \int \frac{dx}{(x-p)^2+q^2}$;

Postavimo $x - p = q\,t$;

potem je

$$L_1 = \frac{1}{q} \int \frac{at}{1+t^2} = \frac{1}{q} \, arctg\, t = \frac{1}{q} \, arctg \frac{x-p}{q}$$

Slučaj J_1 se špecialno obravnava.

Tako je $J_1 = \int \frac{P+Qx}{(x-p)^2+q^2} dx = \int \frac{P+Qp+Q(x-p)}{(x-p)^2+q^2} dx =$

$$= (P+Qp) L_1 + Q \int \frac{x-p}{(x-p)^2+q^2} dx$$

Torej je $\int \frac{x-p}{(x-p)^2+q^2} dx = \frac{1}{2} \, ln\, [(x-p)^2+q^2]$

in L_1 ima zgoraj naznačeno vrednost. Torej je J_1:

$$J_1 = \frac{Q}{2} \, ln\, [(x-p)^2 - q^2] + \frac{P+Qp}{q} \, arctg \frac{x-p}{q}$$

Z integralom J_1 in J_2 so označeni vsi integrali te skupine.

II. Lahko se pa integrale te skupine izvede še na drug način. Dobili smo:

$$J_1 = \int \frac{P+Qx}{[(x-p)^2+q^2]} dx = \frac{Q}{2} \, ln\, [(x-p)^2+q^2] +$$

$$+ \frac{P+Qp}{q} \, arctg \frac{x-p}{q}.$$

Če si mislimo q kot izpremenljivo, dobimo z diferenciranjem obeh strani enačbe:

$$-2q\int\frac{P+Qx}{[(x-p)^2+q^2]^2}dx=-2qJ_2=\frac{Q}{2}\frac{2q}{(x-p)^2+q^2}+$$

$$+\frac{P+Qp}{q}\frac{-\frac{x-p}{q^2}}{1+\left(\frac{(x-p)}{q}\right)^2}-\frac{P+Qp}{q^2}\operatorname{arctg}\frac{x-p}{q}$$

torej

$$J_2=-\frac{Q}{2}\frac{1}{(x-p)^2+q^2}+\frac{x-p}{2q^2[p^2+(x-p)^2}[P+Qp]+$$

$$+\frac{P+Qp}{2q^2}\operatorname{arctg}\frac{x-p}{q}.$$

Z nadaljnim diferenciranjem lahko izračunimo vse J_λ.

Drugih kakor navedenih izrazov ni. Njih integracija da povprek le algebraične, logaritmične in ciklometrične funkcije.

Zadnji skupini moremo pri uvedbi kompleksnih količin medsebojno izraziti.

Z dosedanjimi izvajanji je dokazan, v začetku navedeni stavek, da se da popolnoma izvesti integrale racionalnih ulomkov z algebraičnimi in logaritmičnimi funkcijami.

4. Zgledi.

To, dosedaj teoretično izvršeno razlago, hočemo dopolniti z nekaterimi špecialnimi zgledi.

1. $$\int\frac{x^2-7}{x^3+2x^2-5x-6}dx$$

$f(x)=x^3+2x^2-5x-6$ ima, kar se lahko dobi, koren ∓ 1; dobi se torej nadaljne korene:

$(x^3+2x^2+5x-6):(x+1)=x^2+x-6$

$x^2+x-6=0$

$$x=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}$$

$x_1=2$

$x_2=-3$

Oba nadaljna korena sta $x = 2, x = -3$.

Torej je:

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{x^2 - 7}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+3}.$$

Ker je

$$\frac{F(x)}{f'(x)} = \frac{x^2 - 7}{3x^2 + 4x - 5},$$

dobimo

$$A = \frac{F(-1)}{f'(-1)} = +1; \quad B = \frac{F(+2)}{f'(+2)} = -\frac{1}{5};$$

$$C = \frac{F(-3)}{f'(-3)} = \frac{1}{5};$$

bo torej

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{5(x-2)} + \frac{1}{5(x+3)} \text{ in}$$

zaraditega integral

$$\int \frac{x^2 - 7}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}\, dx = \int \left[\frac{1}{x+1} - \frac{1}{5(x+2)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{5(x+3)} \right] dx = ln \frac{(x+1)\sqrt[5]{x+3}}{\sqrt[5]{x+2}} + \text{konst.}$$

2. $$\int \frac{dx}{x^3 (x-1)^2 (x+1)};$$

torej je

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{A_0}{(x-a)^3} + \frac{A_1}{(x-a)^2} + \frac{A_2}{(x-a)} + \frac{B_0}{(x-1)^2} +$$

$$+ \frac{B_1}{(x-1)} + \frac{C_0}{x+1}$$

kjer se postavi $a = 0$.

Kjer je $f(x) = x^3 (x-1)^2 (x+1)$,
postane

$$f_1(x) = (x-1)^2 (x+1) = x^3 - x^2 - x + 1$$

$$f_1'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

$f''(x) = 6x - 2$; ker je

$F(x) = 1$, najdemo iz

$1 = f_1(a) A_0$

$0 = f_1'(a) A_0 + A_1 f_1(a)$

$0 = f_1''(a) A_0 + 1.2. A_1 f_1(a) + 1.2. A_2 f_1(a)$

Ker je $a = 0$, dobimo

$f_1(0) = 1$; $f_1'(0) = -1$

$f_1''(0) = -2$; to se pravi:

$1 = A_0$; $0 = -A_0 + A_1$

$0 = -2A_0 - 2A_1 + 2A_2$ in iz tega

$A_0 = 1$, $A_1 = 1$, $A_2 = 2$.

Nadalje je

$f_2(x) = x^3(x+1) = x^4 + x^3$

$f_2'(x) = 4x^3 + 3x^2$; $1 = 2B_0$, $0 = 7B_0 + 2B_1$

torej

$$B_0 = \frac{1}{2};\ B_1 = -\frac{7}{4}.$$

Končno

$f_3(x) = x^3(x-1)^2$

Iz tega dobimo

$$C_0 = -\frac{1}{4}.$$

Integral je torej:

$$\int \frac{1}{x^3(x-1)^2(x+1)}\,dx = \int \left[\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2(x-1)^2} - \frac{7}{4(x-1)} - \frac{1}{4(x+1)}\right] dx =$$

$$- \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} + 2\ln x - \frac{1}{2(x-1)} - \frac{7}{4}\ln(x-1) -$$

$$- \frac{1}{4}\ln(x+1)$$

3. $$\int \frac{x+1}{(x^2+1)^2(x-1)}\,dx;$$

$$\frac{x+1}{(x^2+1)^2(x-1)} = \frac{P_0 + Q_0 x}{(x^2+1)^2} + \frac{P_1 + Q_1 x}{x^2+1} + \frac{A_0}{x-1};$$

Je

$F(x) = + x\,1;\ f_1(x) = x - 1,$

$x = p \pm q\,i$, kjer je $p = 0, q = 1$

torej bo po v 2. IV. rabljeni zaznamvi

$X\,p \pm i\,q = P_0 \pm i\,Q_0;$

$X\,p \pm i\,q = Q_0 \pm 2\,(P_1 \pm i\,Q_1) \pm i$

Temu odgovarja

a) $F(p \pm q\,i) = \pm i + 1 = (\pm i - 1)\,(P_0 \pm i\,Q_0) \pm i + 1 =$
$= \pm i\,P_0 + P_0 - Q_0 \mp i\,Q_0$

ali

$\pm i\,(1 - P_0 + Q_0) = 0$

$1 + P_0 + Q_0 = 0;$

iz teh obeh enačb se določi P_0 in Q_0;

Potem je

$P_0 = 0;\ Q_0 = -1$

b) $F'(p \pm q\,i) = f'(p \pm i\,q)\,X\,p \pm i\,q + f(p \pm i\,q)\,X'\,p \pm i\,q.$

Ker je $F'(x) = 1;\ f'(x) = 1$

postane $1 = \mp i + (\pm i - 1)\,[-1 + 2\,(P_1 \pm i\,Q_1) \pm i]$

ali

$P_1 - Q_1 = 0 \quad \pm i\,(P_1 + Q_1 + 1 = 0$

Iz tega sledi

$$P_1 = Q_1 = -\frac{1}{2}.$$

Je še $A_0 = \left[\dfrac{F(x)}{(x^2+1)^2}\right]_{x=1} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2};$

Torej je

$$\frac{x+1}{(x^2+1)^2\,(x-1)} = -\frac{x}{(x^2+1)^2} - \frac{1}{2}\,\frac{x+1}{x^2+1} + \frac{1}{2\,(x-1}$$

Po v 5 izvedenih formulah je

$$\int \frac{x+1}{x^2+1}\,dx = +\frac{1}{2}\,ln\,[x^2+1] + arctg\,x$$

$$\int \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = -\frac{1}{2\,(x^2+1)}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)} = ln\,(x-1);$$

iz tega izhaja

$$\int \frac{x+1}{(x^2+1)^2\,(x-1)}\,dx = \frac{1}{2\,(x^2+1)} +$$

$$+ \frac{1}{2}\,ln\,[(x^2+1)\,(x-1)] + arctg\,x + \text{konst.}$$

4. Kot zadnji primer navedemo integracijo izrazov oblike

$$\frac{A + Bx + \ldots .\, Kx^K}{a\,x^n \pm b}$$

Oglejmo si najprej ulomek

$$\frac{x^{m-1}}{x^n - 1},\ n > m-1$$

α) n naj je soda število potem ima $x^n - 1$ korene

$$x = +1;\ x = -1;$$

$$x = cos\,\frac{2\,K\,\pi}{n} \pm i\,sin\,\frac{2\,K\,\pi}{n};$$

splošno so torej koreni

$$x = cos\,\frac{2\,K\,\pi}{n} \pm i\,sin\,\frac{2\,K\,\pi}{n} \qquad K = 0,\,1\,..\,\frac{n}{2}$$

Z razstavo parcialnih ulomkov dobimo za

$$\frac{x^{m-1}}{x^n - 1}:$$

$$\frac{x^{m-1}}{x^n - 1} = \sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}} \frac{P_K + Q_K\,x}{\left(x - cos\,\frac{2\,K\,\pi}{n}\right)^2 + sin^2\,\frac{2\,K\,\pi}{n}};$$

iz tega dobimo za K te korene:

a) $x^{m-1} = f_K\,(x)\,[P_K + Q_K\,x] +$

$$\left[\left(x - cos\,\frac{2\,K\,\pi}{n}\right)^2 + sin^2\,\frac{2\,K\,\pi}{n}\right] F_K\,(x)$$

ker je $F_K\,(x)$ neodvisen od

$$\left[\left(x - cos\,\frac{2\,K\,\pi}{n}\right)^2 + sin^2\,\frac{2\,K\,\pi}{n}\right];$$

za
$f_K(x)$ dobimo

$$f(x)=\left[\left(x-\cos\frac{2K\pi}{n}\right)^2+\sin^2\frac{2K\pi}{n}\right]f_K(x);$$

z diferenciranjem dobimo

$$f'(x)=2\left(x-\cos\frac{2K\pi}{n}\right)f_K(x)+$$

$$+f'_K(x)\left[\left(x-\cos\frac{2K\pi}{n}\right)^2+\sin^2\frac{2K\pi}{n}\right]$$

Ako vstavimo v tej enačbi in v a) za x vrednost

$$x=\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n},$$

dobimo sledeče enačbe:

$$\left[\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}\right)^{m-1}=$$

$$=f_K(x)\left[P_K+Q_K\left(\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}\right)\right]$$

$$f'\left[\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}=\right.$$

$$=\pm 2i\sin\frac{2K\pi}{n}f_K\left(\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}\right)$$

Ker je $f'(x)=n\,x^{n-1}$ in iz tega

$$f'\left(\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}\right)=$$

$$=n\left(\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}\right)^{n-1}=n,$$

je

$$f_K\left(\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}=\frac{\pm 2in}{\sin\frac{2K\pi}{n}}\right.$$

Po znani formuli je

$$\left(\cos\frac{2K\pi}{n}\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}\right)^{m-1}=$$

$$\cos\frac{2K\pi}{n}(m-n)\pm i\sin\frac{2K\pi}{n}(m-n)=$$

$$= \cos \frac{2K\pi}{n} m \pm i \sin \frac{2K\pi}{n} m.$$

Dobimo torej

$$P_K + Q_K \left(\cos \frac{2K\pi}{n} \pm i \sin \frac{2K\pi}{n} \right) =$$

$$\frac{\left[\cos \frac{2K\pi}{n} m \pm i \sin \frac{2K\pi}{n} m \right] . \pm 2 i \sin \frac{2K\pi}{n}}{n}$$

Iz tega

$$P_K + Q_K \cos \frac{2K\pi}{n} = - \sin \frac{2K\pi}{n} m \sin \frac{2K\pi}{n} . \frac{2}{n} \pm$$

$$\pm i \left[Q_K \sin \frac{2K\pi}{n} - \frac{2}{n} \cos \frac{2K\pi m}{n} \right] = 0$$

Torej $Q_K = \frac{2}{n} \cos \frac{2K\pi m}{n}$

$$P_K = - \frac{2}{n} \left[\cos \frac{2K\pi m}{n} \cos \frac{2K\pi}{n} + \right.$$

$$\left. + \sin \frac{2K\pi m}{n} \sin \frac{2K\pi}{n} \right]$$

Razstava parcialnih ulomkov ima torej to-le obliko:

$$\frac{x^{m-1}}{x^n - 1} = \frac{2}{n} \sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}} \frac{x \cos \frac{2K\pi m}{n} - \left(\cos \frac{2K\pi m}{n} \cos \frac{2K\pi}{n} + \sin \frac{2K\pi m}{n} \sin \frac{2K\pi}{n} \right)}{x^2 - 2x \cos \frac{2K\pi}{n} + 1}$$

Pri sodem n je $x = \cos \frac{2K\pi}{n} \pm i \sin \frac{2K\pi}{n}$

za $K = 0$ enak $+1$, za $K = \frac{n}{2}$ enak -1;

prva oblika vsote je potem ($K = 0$):

$$\frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{1}{x - 1};$$

zadnja oblika $K = \frac{n}{2}$ pa je, kakor je m sodo ali liho število.

Za $m = 2l$:

$$\frac{x+1}{x^2+2x+1} = \frac{1}{x+1},$$

ker je $\cos 2l\pi = +1$,

$\cos \pi = -1$;

za $m = 2l - 1$:

$$-\frac{x+1}{x^2+2x+1} = -\frac{1}{x+1};$$

ker je $\cos(2l-1)\pi = -1$;

splošna je torej oblika:

$$\frac{(-1)^m}{x+1}.$$

Zaraditega moremo tudi razstavo parcialnih ulomkov izraziti v tej-le obliki:

$$\frac{x^{m-1}}{x^n-1} = \frac{2}{n}\sum_{n=K=1}^{K=\frac{n-2}{2}} \frac{x\cos\frac{2K\pi m}{n} - \cos\frac{2K\pi(m-1)}{n}}{x^2 - 2x\cos\frac{2K\pi}{n} + 1} +$$

$$+ \frac{1}{n(x-1)} + \frac{(-1)^m}{n(x+1)}$$

β) Za lihi n so koreni splošni

$$x = \cos\frac{2K\pi}{n} \pm i\sin\frac{2K\pi}{n},\ n = 0, 1, \ldots\ldots \frac{n-1}{2};$$

za $K = 0$

je $x = +1$; torej je:

$$\frac{x^{m-1}}{x^n-1} = \frac{2}{n}\sum_{K=1}^{K=\frac{n-1}{2}} \frac{x\cos\frac{2K\pi m}{n} - \cos\frac{2K\pi(m-1)}{n}}{x^2 - 2x\cos\frac{2K\pi}{n} + 1} +$$

$$+ \frac{1}{n(x-1)}$$

Na isti način dobimo nadaljne formule:

$$\gamma)\quad \frac{x^{m-1}}{x^n+1}=\frac{2}{n}\sum_{K=0}^{K=\frac{n-2}{2}}\frac{-x\cos\frac{2K+1}{n}\pi m+\cos\frac{2K+1}{n}\pi(m-1)}{x^2-2x\cos\frac{2K+1}{n}\pi+1}$$

$n=2l$

$$\delta)\quad \frac{x^{m-1}}{x^n+1}=\frac{2}{n}\sum_{K=0}^{K=\frac{n-3}{2}}\frac{-x\cos\frac{2K+1}{n}\pi m+\cos\frac{2K+1}{n}\pi(m-1)}{x^2-2x\cos\frac{2K+1}{n}\pi+1}+$$

$$+\frac{(-1)^{m-1}}{n(x+1)},\quad n=2l+1$$

Ker se dobi v 4. izpeljanih formulah

$$\int\frac{-\cos h\,\vartheta\,(m-1)+X\cos h\,\vartheta\,m}{(x-\cos h\,\vartheta)^2+\sin^2 h\,\vartheta}\,dx=$$

$$=\frac{1}{2}\cos h\,\vartheta\,m\,ln\left[(x-\cos h\,\vartheta)^2+\sin^2 h\,\vartheta\right]+$$

$$\frac{-\cos h\,\vartheta\,(m-1)+\cos h\,\vartheta\,m\cos h\,\vartheta}{\cos h\,\vartheta}\,arctg\,\frac{x-\cos h\,\vartheta}{\sin h\,\vartheta}=$$

$$=\cos h\,\vartheta\,m\,ln\left[(x-\cos\vartheta\,h)^2+\sin^2 h\,\vartheta\right]-$$

$$-\sin h\,\vartheta\,m\,arctg\,\frac{x-\cos h\,\vartheta}{\sin h\,\vartheta}$$

dobimo za

$\int\frac{x^{m-1}}{x^n+1}\,dx$ te-le oblike:

$$a)\quad \int\frac{x^{m-1}}{x^n-1}\,dx=\frac{1}{n}\,ln\,(x-1)+\frac{(-1)^m}{n}\,ln\,(x+1)+$$

$$+\frac{1}{n}\sum_{K=1}^{K=\frac{n-2}{2}}\left[\cos\frac{2K\pi}{n}\,m\,ln\left(x^2-2x\cos\frac{2K\pi}{n}+1\right)\right]-$$

$$-\frac{2}{n}\sum_{K=1}^{K=\frac{n-2}{2}}\left[\sin\frac{2K\pi}{n}\,m\,arctg\,\frac{x-\cos\frac{2K\pi}{n}}{\sin\frac{2K\pi}{n}}\right]\quad n=2p$$

$$b)\quad \int\frac{x^{m-1}}{x^n-1}\,dx=\frac{1}{n}\,ln\,(x-1)+$$

$$+\frac{1}{n}\sum_{K=1}^{K=\frac{n-1}{2}}\left[\cos\frac{2K\pi}{n}\, m\, ln\left(x^2-2x\cos\frac{2K\pi}{n}+1\right)\right]-$$

$$-\frac{2}{n}\sum_{K=1}^{K=\frac{n-1}{2}}\left[\sin\frac{2K\pi}{n}\, m\, arctg\frac{x-\cos\frac{2K\pi}{n}}{\sin\frac{2K\pi}{n}}\right]+\text{konst.},$$

$n=2p+1$

c) $$\int\frac{x^{m-1}}{x^n+1}dx=-$$

$$-\frac{1}{n}\sum_{K=0}^{K=\frac{n-2}{2}}\left[\cos\frac{2K+1}{n}\pi\, m\, ln\left(x^2-2x\cos\frac{2K+1}{n}\pi+1\right)\right]+$$

$$+\frac{2}{n}\sum_{K=0}^{K=\frac{n-2}{2}}\left[\sin\frac{2K+1}{n}\pi\, m\, arctg\frac{x-\cos\frac{2K+1}{n}\pi}{\sin\frac{2K+1}{n}\pi}\right]+\text{konst.}$$

$n=2p$

d) $$\int\frac{x^{m-1}}{x^n+1}dx=\frac{(-1)m}{n}ln(x+1)-$$

$$-\frac{1}{n}\sum_{K=0}^{K=\frac{n-3}{2}}\left[\cos\frac{2K+1}{n}\pi\, m\, ln\left(x^2-2x\cos\frac{2K+1}{n}\pi+1\right)\right]+$$

$$+\frac{2}{n}\sum_{K=0}^{K=\frac{n-3}{2}}\left[\sin\frac{2K+1}{n}\pi\, m\, arctg\frac{x-\cos\frac{2K+1}{n}\pi}{\sin\frac{2K+1}{n}\pi}\right]+\text{konst.}$$

$n=2p+1$

e) Če postavimo v $\int\frac{z^{m-1}}{az^n\pm b}dz$

$z=\sqrt[n]{\frac{b}{a}}\,x$, dobimo

$$\int\frac{z^{m-1}}{az^n\pm b}dz=\frac{1}{b}\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{m}{n}}\int\frac{x^{m-1}}{x^n\pm 1}dx;$$

na ta način dospemo do ene izmed štirih oblik a, b, c, d.

Na tej podlagi potem tudi lahko integriramo splošni integral

$$\int\frac{A+Bz+Cz^2+\ldots.Kz^K}{az^n\pm b}dz$$

5. Algebraični integral.

Iz dosedanjih razmotrivanj vidimo, da sestoji integral racionalnega ulomka iz algebraičnega in transcedentnega dela. Transcedentni členi nastanejo z integracijo parcialnih ulomkov, ki so njih števci prve stopnje; integral torej postane algebraičen, če so števci teh ulomkov enaki ničli. Po prej porabljeni zaznamvi je

$A_{\alpha-1} = 0; \quad B_{\beta-1} = 0 \; . \; . \; . \; . \; .$

Predpogoj, da je $A_{\alpha-1}, B_{\beta-1} \ldots$ enak ničli, je, da ne vsebuje polinom $f(x)$ nikakih linearnih faktorjev prve potence.

Za konštante $A_{\alpha-1}, B_{\beta-1}$, i. t. d. smo dobili prej enačbe

$$A_{\alpha-1} = \frac{X_a^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}; \; B_{\beta-1} = \frac{J_b^{\beta-1}}{(\beta-1)!} \; . \; . \; . \; . \; .$$

$X_a^{(\alpha-1)}, \; J_b^{(\beta-1)} \; . \; . \; . \; . \; .$

mora biti enak ničli.

Postavimo

$$\varphi(x) = (x-a)^\alpha \frac{F(x)}{f(x)} = \frac{F(x)}{f_1(x)}$$

$$\psi(x) = (x-b)^\beta \frac{F(x)}{f(x)} = \frac{F(x)}{f_2(x)}$$

— — — — — — — —

Z $(\alpha-1)$ kratnim diferenciranjem dobimo za $\varphi^{\alpha-1}(x)$, če vstavimo a za x in primerjamo dobljeno vrednost s prejšnjo, izvedeno za $x_a{}^{(\alpha-1)}$:

$\varphi_{(a)}^{(\alpha-1)} = X_a^{(\alpha-1)}$; na isti način dobimo nadaljne enačbe

$\psi_{(b)}^{(\beta-1)} = J_b^{(\beta-1)}; \; . \; . \; . \; . \; . \; .$

$\int \frac{F(x)}{f(x)} dx$ je algebraičen, če so izpolnjene enačbe

$\varphi_{(a)}^{(\alpha-1)} = 0; \quad \psi_{(b)}^{(\beta-1)} = 0 \; . \; . \; . \; .$

Število teh enačb je enako številu korenov $a, b, c \ldots .$

Te enačbe so splošno druga od druge neodvisne; če je pa stopnja od $F(x)\, m$ in od $f(x)\, n$ ter $m \leqq n-2$, potem je ena teh enačb zapopadena v drugih:

Potem je namreč:

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \sum_{\kappa=0}^{\kappa=\alpha-1} \frac{A_\kappa}{(x-a)^{\alpha-\kappa}} + \sum_{\kappa=0}^{\kappa=\beta-1} \frac{B_\kappa}{(x-b)^{\alpha-\kappa}} + \ldots$$

Če postavimo v teh parcialnih ulomkih enake imenovalce, potem je v števcu najvišja potenca x enaka $x^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots\ldots-1}$ množena z $A_{\alpha-1}+B_{\beta-1}+\ldots\ldots$; ker je pa od $F(x)$ najvišja potenca kvečjemu x^{n-2}, in ker je $(\alpha+\beta+\gamma\ldots-1) = n-1$, zato je produkt $a^{n-1}(A_{\alpha-1}+B_{\beta-1}+\ldots)$ le tedaj ničla, če je $A_{\alpha-1}+B_{\beta-1}+\ldots=0$;

torej je $\frac{\varphi_{(a)}^{(\alpha-1)}}{(\alpha-1)!} + \frac{\varphi_{(b)}^{(\beta-1)}}{(\beta-1)!} + \ldots = 0$

6. Hermitejeva metoda.

Razstava parcialnih ulomkov zahteva znanje korenov od $f(x)$. Hermite je vendar dokazal, da tega ni treba za izračunanje algebraičnih delov integrala.

Vzemimo A in B kot relativno prima polinoma; potem lahko dobimo dva druga polinoma x in Y, tako, da je enačba $Ax+BY=C$ izpolnjena, kjer je tudi C poljuben polinom.

Tako je namreč

$A = BQ_1 + R_1$ torej $R_1 = A - BQ_1$

$B = R_1Q_2 + R_2$ torej $R_2 = -AQ_2 + (1+Q_1Q_2)B$

$R_1 = R_2Q_3 + R_3$ torej $R_3 = A(1+Q_1Q_2) - B(Q_1+Q_3+Q_1Q_2Q_3)$

— — — — — — — — — — — — — — —

$R_\kappa = R_{\kappa+1}Q_{\kappa+2}+1 \qquad 1 = Ax_1 + BY_1$

Postavimo $x = Cx_1 - \lambda B$

$Y = CY_1 + \lambda A$ je

$$1 = A\frac{x+\lambda B}{C} + B\frac{Y-\lambda A}{C}$$

ali

$C = Ax + BY$

Če je polinom A pte, B qte stopnje, volimo λ tako, da je $x(q-1)$ te stopnje; če je stopnja polinoma C manjša kakor $p+q$, more biti Y kvečjemu $(p-1)$ te stopnje.

Oglejmo si ulomek $\frac{F(x)}{f(x)}$;

$f x = \xi_1 . \xi_2^2 . \xi_3^3 \ldots\ldots \xi_K^K$

kjer pomeni ξ_1 produkt korenov prve, ξ_2^2 isti druge stopnje i.t.d

Torej je $f(x) = \xi_1 . \xi_2^2 . \xi_3^3 \ldots\ldots$

$f'(x) = \xi_2^2 \, \xi_3^3 \ldots\ldots\ldots + 2 \xi . \xi_2 . \xi^2_3 + \ldots\ldots$

Največji skupni faktor je

$D_1 = \xi_2 . \xi^2_3 . \xi^3_4 \ldots\ldots;$

in ima s svojimi izvedbi skupni faktor $D_2 = \xi_3 \, \xi_4^2 \ldots\ldots$ i.t.d.; da dospemo do faktorja D_{K-1}, ki nima s svojimi izvedbi nikakega skupnega faktorja.

Torej je

$D_1 = \xi_2 \, \xi^2_3 \, \xi^3_4 \ldots.$

$D_2 = \xi_3 \, \xi_4 \ldots\ldots$

$D_3 = \xi_4 \ldots.$

$D_K = 1$

Iz tega izračunamo

$$
\begin{array}{ll}
f(x) = A_1 D_1 & A_1 = \xi_1 . \xi_2 \, \xi_3 \ldots. \\
D_1 = A_2 D_2 & A_2 = \xi_2 \, \xi_3 \ldots. \\
D_2 = A_3 D_3 & A_3 = \xi_3 \\
- \; - \; - \; - & - \; - \; - \; - \\
D_{K-1} = A_K . 1 & A_K = \xi_K
\end{array}
$$

torej je

$$\xi_1 = \frac{A_1}{A_2}; \quad \xi_2 = \frac{A_2}{A_3} \ldots\ldots \xi_{K-1} = \frac{A_{K-1}}{A_K}$$

Na isti način dobimo

$\xi_1, \xi_2, \xi_3 \ldots\ldots$

Če postavimo $\xi_1 = B$; $\xi^2_2 \, \xi^3_3 \ldots. = A$,

$F(x) = C$, ostane vedno enačba

$F(x) = Y_1 \, \xi_1 + x_1 \, \xi^2_2 \, \xi^3_3 \ldots\ldots$

ali

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{x_1}{\xi_1} + \frac{Y_1}{\xi^2_2 \, \xi^3_3 \ldots.}$$ na isti način dobimo

$Y_1 = Y_2 \, \xi^2_2 + x_2 \, \xi^3_3 \ldots.$ ali

— — — — — — —

$$\frac{Y_1}{\xi^2_2\,\xi^3_3} = \frac{x_2}{\xi^2_2} + \frac{Y^2}{\xi^3_3}$$

— — — — —

$$Y_{K-2} = Y_{K-1}\,\xi^{K-1}_{K-1} + x_{k-1}\,\xi^K_K$$

ali

$$\frac{Y_{K-2}}{\xi^{K-1}_{K-1}\,\xi^K_K} = \frac{x_{K-1}}{\xi^{K-1}_{K-1}} + \frac{Y_{K-1}}{\xi^K_K}$$

Za ulomek $\frac{F(x)}{f(x)}$ dobimo:

a) $$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{x_1}{\xi_1} + \frac{x_2}{\xi^2_2} + \ldots\ldots \frac{x_{K-1}}{\xi^{K-1}_{K-1}} + \frac{Y_{K-1}}{\xi^K_K}$$

Na ta način privedemo integracijo $\int \frac{F(x)}{f(x)}\,dx$ na izračunanje integralov oblike

$$\int \frac{P(x)}{x^a}\,dx.$$

Ker je x in njegova izvedba x' po definiciji x relativno prima, obstoji enačba:

b) $P(x) = P_1(x)\,x + P_2(x)\,x'$

S tem privedemo integral na obliko

$$\int \frac{P(x)}{x^m}\,dx = \int \frac{P_1(x)}{x^{m-1}}\,dx + \int P_2(x)\,.\,\frac{x'\,dx}{x^m} =$$

$$= \int \frac{P_1(x)}{x^{m-1}}\,dx + \int \frac{P_2{}'\,x}{x^{m-1}}\,dx - \frac{P_2(x)}{(m-1)\,x^{m-1}} =$$

$$= -\frac{1}{m-1}\,\frac{P_2(x)}{(m-1)\,x^{m-1}} + \int \frac{Q(x)}{x^{m-1}}\,dx$$

Isto delamo pri integralu

$\frac{Q(x)}{x^{m-1}}\,dx$ i. t. d., da pridemo do integrala $\int \frac{F(x)}{x}\,dx.$

Ker ima x le korene prve stopnje, da integracija transcedentne funkcije n. pr.:

$$\frac{dx}{(x^2 + x + 1)^3};$$

po formuli b) je

$$1 = P_1(x)\,X + P_2(x)\,X'$$

$$X = x^2 + x + 1;\; X' = 2x + 1$$

torej

$$1 = (x^2 + x + 1)\,P_1(x) + (2x + 1)\,P_2(x).$$

Postavimo $P_2(x) = \alpha x + \beta$;

potem mora biti

$$P_1(x) = \gamma$$

$$1 = \gamma(x^2 + x + 1) + (2x + 1)(\alpha x + \beta)$$

$$1 = \gamma x^2 + \gamma x + \gamma + 2\alpha x^2 + \alpha x + 2\beta x + \beta$$

torej

$$2\alpha + \gamma = 0$$

$$\gamma + \alpha + 2\beta = 0$$

$$\gamma + \beta = 1$$

ali

$$\gamma = +\frac{4}{3},\quad \alpha = -\frac{2}{3},\quad \beta = -\frac{1}{3}.$$

$$P_1 x = \frac{4}{3},\quad P_2(x) = -\frac{1}{3}(2x + 1)$$

$$\int\frac{dx}{(x^2+x+1)^3} = \frac{4}{3}\int\frac{dx}{(x^2+x+1)^2} - \frac{1}{3}\int\frac{(2x+1)^2}{(x^2+x+1)^3}\,dx =$$

$$= \frac{4}{3}\int\frac{dx}{(x^2+x+1)^2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\,\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} -$$

$$-\frac{1}{3}\int\frac{dx}{(x^2+x+1)^2} = \frac{1}{6}\,\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} + \int\frac{dx}{(x^2+x+1)^2}$$

Istotako se izračuna

$$\int\frac{dx}{(x^2+x+1)^2} = \frac{4}{3}\int\frac{dx}{x^2+x+1} - \frac{1}{3}\int\frac{(2x+1)^2}{(x^2+x+1)^2}\,dx =$$

$$= \frac{4}{3}\int\frac{dx}{x^2+x+1} + \frac{1}{3}\,\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} - \frac{2}{3}\int\frac{dx}{(x^2+x+1)} =$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} + \frac{2}{3}\int\frac{dx}{x^2+x+1}$$

Torej je

$$\int \frac{dx}{(x^2+x+1)^3} = \frac{1}{6}\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} + \frac{1}{3}\frac{2x+1}{x^2+x+1} +$$

$$+\frac{2}{3}\int \frac{dx}{x^2+x+1}$$

kjer je $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$ transcedentna funkcija.

II. del.

Določeni integral.

1. Uvodne opombe.

Vsa dosedanja razmotrivanja so nam pokazala pot, ki moremo po nji dobiti vrednost integralov racionalnih funkcij; v naslednjem se hočemo ozirati na določne integrale racionalnih funkcij, ki bodi njih oblika ista kakor doslej.

$$\frac{F(x)}{f(x)}:$$

$$f\,x = (x-a)^{\alpha}\,(x-b)^{\beta}\,\ldots\,(x-m)^{\mu}$$

Oglejmo si integral

$$\int_A^B \frac{F(x)}{f(x)}\,dx$$

Tu razločujemo dva dela.

a) $f(x)$ nima reelnega korena med A in B; potem ostane $\frac{F(x)}{f(x)}$ stalen in končen v intervalu $A \ldots . B$.

V tem slučaju nam ne dela integracija nikakih težkoč.

Integral dobimo po prej navedeni metodi in njega vrednost z razstavljanjem mej za izpremenljivo.

$$\int \frac{F(x)}{f(x)}\,dx = g\,(x),$$

torej

$$\int_A^B \frac{F(x)}{f\,x}\,dx = g\,(B) - g\,(A)$$

β) Med A in B se nahaja vsaj en koren a od $f(x)$, torej $A < a < B$.

Dokazati hočemo, da nima v tem slučaju integral $\int\limits_A^B \frac{F(x)}{f(x)} dx$ nobenega smisla.

Naj bo torej $f(x) = (x-a)^\alpha f_1(x)$;

kjer nima $f_1(x)$ med A in B nikakega korena; nasprotno naj bo $A < a < B$.

Da dobimo pomen od $\int\limits_A^B \frac{F(x)}{f(x)} dx$, moremo preiskati integral

$\int\limits_{a+\delta}^{a+\varepsilon} \frac{F(x)}{f(x)} dx$, kjer δ in ε pojema v neskončnosti.

Torej je

$$\int\limits_{a+\delta}^{a+\varepsilon} \frac{F(x)}{f(x)} dx = K \int\limits_{a+\delta}^{a+\varepsilon} \frac{dx}{(x-a)^\alpha}.$$

Če to storimo, se približuje k končni količini $\frac{F(a)}{f(a)}$.

Integral $\int\limits_{a+\delta}^{a+\varepsilon} \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ pada za $\lim \varepsilon = 0$, $\lim \delta = 0$, vendar pa ne dado neskončno majhne vrednosti.

Če hočemo, da ima integral $\int\limits_A^B \frac{F(x)}{f(x)} dx$ kako smisel, mora integral $\int\limits_{a+\delta}^{a+\varepsilon} \frac{F(x)}{f(x)} dx$ za $\lim \delta = 0$ in za $\lim \varepsilon = 0$ postati neskončno majhen. Ker pa da naša preiskava za taistega končno vrednost, ne zamore integral $\int\limits_A^B \frac{F(x)}{f(x)} dx$ imeti pravega pomena.

Vidimo torej, da moramo izvajati preiskovanje o določenih integralih racionalnih ulomkov le tedaj, če njih števec nima realnih korenov, (razun slučaja α). Raziskava takih integralov naj bode naše nadaljnje delo. Da upoštevamo vsemožne slučaje, bomo preiskovali integrale med neskončnimi mejami.

2. Formula.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(x)}{f(x)}\, dx = \pi i \gtrless \pm \frac{F(a)}{f'(a)}$$

Če hočemo, da integral

$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(x)}{f(x)}\, dx$ ni brez smisla, mora $f(x)$ imeti kompleksne korene.

Glede $F(x)$ in $f(x)$ moramo še pripomniti to-le:

$f(x)$ mora biti tak polinom, čigar stopnja je za dve enoti manjša kakor stopnja od $F(x)$.

To nam dokaže naslednje:

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots a_m x^m$$
$$f(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \ldots\ldots b_n x^n.$$

Napišimo to formulo v obliki

$$F(x) = x^m \left(a_m + a_{m-1} \frac{1}{x} + a_{m-2} \frac{1}{x^2} + \ldots\right.$$
$$\left.\ldots + a_0 \frac{1}{x^m}\right)$$
$$f(x) = x^n \left(b_n + b_{n-1} \frac{1}{x} + b_{n-2} \frac{1}{x^2} + \ldots\ldots\right.$$
$$\left.\ldots + b_0 \frac{1}{x^n}\right).$$

Če narašča x v neskončno, se bližajo izrazi v oklepajih končni vrednosti a_m, oziroma b_n.

Če napišemo ulomek

$\frac{F(x)}{f(x)}$ v obliki $\frac{F(x)}{f(x)} = x^{m-n}\, \psi(x)$, je za $\lim x = \pm \infty$

$\lim \psi(x = \frac{a_m}{b_n}$.

Da ima integral $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(x)}{f(x)} dx$ vrednost, mora biti integral $\int\limits_r^s x^{m-n} \psi(x)\, dx$ neskončno majhen, kjer sta r in s poljubno veliki števili.

Ker je enačba zadoščena

$\int\limits_r^s \psi(x) x^{m-n} dx = \psi(\xi) \int\limits_r^s x^{m-n} dx$, kjer je $\lim \xi = \frac{a_m}{b_n}$ za $\lim s = \infty$, $\lim r = \infty$, postane $\int\limits_r^s \psi(x) x^{m-n} dx$ le tedaj neskončno majhen, če je tudi $\int\limits_r^s x^{m-n} dx$ neskončno majhen; to se more le takrat zgoditi, kadar je $m - n + 1 < 0$, torej kvečjemu za $m = n - 2$.

Če vzamemo, da se ne nahaja v $f(x)$ noben koren več kakor enkrat in če še uvedemo imaginerne količine, moremo po razmotrivanjih v I. 2, to-le napisati.

$\frac{F(x)}{f(x)} = \Sigma \frac{F(a)}{f'(a)} \frac{1}{x-a}$ kjer je $a = p \pm q i$.

Preiščimo integral

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(a)}{f'(a)} \frac{dx}{x-a} = \frac{F(a)}{f(a)} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x-a}.$$

Bo

$$\int \frac{dx}{x-(p \pm iq} = \int \frac{x-p}{(x-p)^2+q^2} dx \pm i \int \frac{q\, dx}{(x-p)^2+q^2}$$

torej $\int \frac{dx}{x-(p \pm q i} = \frac{1}{2} ln[(x-p)^2+q^2] \pm i\, arctg \frac{x-p}{2} +$ konst.

Če integriramo med mejami r in s, dobimo

$$\int_r^s \frac{dx}{x-(p+iq)} = \frac{1}{2}\, ln \frac{(s-p)^2+q^2}{(r+p)^2+q^2} \pm i\left[arctg\frac{s-p}{q} + \right.$$

$$\left. + arctg\frac{r+p}{q}\right].$$

Ker je sedaj r in s tak, da $\lim r = \lim s = \infty$,

$$\text{bo } \lim\, ln \frac{(s-p)^2+q^2}{(r+p)^2+q^2} = \lim \frac{s^2\left[1-\frac{2p}{s}+\frac{p^2+q^2}{s^2}\right]}{r^2\left[1+\frac{2p}{r}+\frac{p^2+q^2}{r^2}\right]} = ln\frac{s}{r}$$

$$\text{in } \lim\, arctg\frac{s-p}{q} = \frac{\pi}{2},$$

$$\lim\, arctg\frac{r+p}{q} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{torej } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x-(p+iq)} = \frac{1}{2}\, ln\frac{s}{r} \pm i\pi, \text{ in splošno}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(x)}{f(x)}\, dx = \frac{1}{2}\, ln\frac{s}{r} \lesseqgtr A + i\pi \lesseqgtr (+A)$$

V I. 5. smo izvedli formulo $\lesseqgtr A = 0$, če je $m \leqq n-2$; torej bo

$$\text{I. } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(x)}{f(x)}\, dx = i\pi \lesseqgtr \left[+\frac{F(a)}{f'(a)}\right]$$

3. Specialni slučaji.

Da si olajšamo preiskavo, sestavimo v $f(x)$ specialno vrednost.

Če postavimo $f(x) = x^n - (a+bi)$, bodo koreni enačbe $f(x) = 0$ splošno imaginerni, dokler je $b \gtrless 0$; za $b = 0$ velja to samo, če je $n = 2l$, torej soda število.

Ker $a + bi$ lahko pišemo v obliki

$a + bi = \varrho\,(cos\,\vartheta + i\, sin\,\vartheta) = \varrho\, e^{i\vartheta}$

ter obenem korene od $f(x) = 0$ izrazimo v obliki

$\alpha = r(\cos t + i \sin t)$, dobimo

$r^n (\cos n t + i \sin_n t) = \varrho (\cos \vartheta + i \sin \vartheta)$ in iz obeh enačb

$r^n \cos n t = \varrho \cos \vartheta$

$r^n \sin n t = \varrho \sin \vartheta$ formule,

$r^n = \varrho\,, n t = \vartheta + 2 K \pi$, torej

$$r = \varrho^{\frac{1}{n}},\ t = \frac{\vartheta + 2 K \pi}{n}$$

ali

$$\alpha = r e^{it} = \varrho^{\frac{1}{n}} e^{\frac{\vartheta + 2 K \pi}{n} i},\ K = 0, 1 \dots n - 1$$

ϑ naj bo med 0 in 2π.

$0 < \vartheta < 2\pi$, ako še postavimo $n = 2e$, ostane α za vse vrednosti ϑ imagineren.

Da si še olajšamo opazovanje, volimo $\varrho = 1$ in nadaljno $F(x) = x^{m-1}$, s čimer se opazovanje ne specializira, kakor razvidimo iz končne opazke v I. 4. ε.

Potem je

$$\frac{F(a)}{f'(a)} = \frac{a^{m-n}}{n} = \frac{1}{n} e^{\left(\frac{m}{n} - 1\right)\vartheta i} e^{\frac{2Km}{n}\pi i};$$

dobimo torej

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{m-1}}{x^m - e^{\vartheta i}} dx = \frac{\pi i}{n} e^{\left(\frac{m}{n} - 1\right)} \sum_{K=0}^{K=n-1} \left(\pm e^{\frac{2Km\pi}{n} i}\right..$$

Določiti moramo še, kdaj se ima uporabljati znak $+$ oziroma $-$.

Po raziskavi v II. 2, je odvisno znamenje sumandov od znamenja q_K v izrazu $\alpha = p_K + q_K i$.

Sedaj bo

$$q_K = \sin \frac{\vartheta + 2 K \pi}{n} \text{ za } K = 0, 1 \dots \frac{n}{2} - 1 \text{ pozitiven,}$$

$$\text{za } K = \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1 \dots . n - 1 \text{ negativen.}$$

Dobimo torej

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{m-1}}{x^n - e^{\vartheta i}} dx = \frac{\pi i}{n} e^{\left(\frac{m}{n} - 1\right)\vartheta i} \left[\sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}-1} e^{\frac{2Km}{n}\pi i} - \right.$$

$$-\sum_{K=\frac{n}{2}}^{K=n-1} e^{\frac{2Km}{n}\pi i}\Big] =$$

$$= \frac{\pi i}{n} e^{\left(\frac{m}{n}-1\right)\vartheta i} \sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}-1} e^{\frac{2Km}{n}\pi i} (1 - e^{m\pi i})$$

Ako je m liho število, postane $e^{m\pi i} = -1$, torej $1 - e^{m\pi i} = 2$ ter dobimo:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{m-1}}{x^n - e^{\vartheta i}} dx = \frac{2\pi i}{n} e^{\frac{m}{n} - \vartheta i} \sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}-1} e^{\frac{2Km}{n}\pi i}$$

Če zvršimo sumacijo, dobimo

$$\sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}-1} e^{\frac{2Km}{n}\pi i} \frac{1 - e^{m\pi i}}{1 - e^{\frac{2m}{n}\pi i}} = \frac{2}{1 - e^{\frac{2m}{n}\pi i}} \text{ in}$$

iz tega formulo

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{m-1}}{x^n - e^{\vartheta i}} = \frac{4\pi i}{n} \frac{e^{\left(\frac{m}{n}-1\right)\vartheta i}}{1 - e^{\frac{2m}{n}\pi i}}$$

Iz tega hočemo izvajati nekaj sklepčnih trditev. Če množimo in delimo desno stran enačbe z $e^{-\frac{m}{n}\pi i}$ z istočasnim ozirom na enačbo $e^{\pi i} = -1$, dobimo

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{m-1}}{x^n - e^{\vartheta i}} dx = \frac{2\pi}{n} \frac{e^{\left(\frac{m}{n}-1\right)(\vartheta \pi) i}}{\sin \frac{m}{n}\pi}$$

kjer je $-\pi < \vartheta - \pi < +\pi$.

Stavimo torej $\vartheta - \pi = \vartheta_1$ in napišemo v formuli namesto ϑ_1 zopet ϑ, dobimo

$$\int_{-\infty}^{-\infty} \frac{a^{m-1}}{x^n - e^{\vartheta i}} dx = \frac{2\pi}{n} \frac{e^{\left(\frac{m}{n}-1\right)\vartheta i}}{\sin \frac{m}{n}\pi}$$

Pripomnimo še, da mora enačba

$\int_{-b}^{o} f(x)\, dx = \int_{o}^{b} f(x)\, dx$ obstati, če je $f(x)$ prema funkcija od x.

Torej je

$$\int_{-b}^{+b} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{b} f x\,dx$$

in dobimo

$$\int_{0}^{\infty} \frac{x^{m-1}}{x^n + e^{\vartheta i}}\,dx = \frac{\pi}{n}\,\frac{e^{\left(\frac{m}{n}-1\right)\vartheta i}}{\sin\frac{m}{n}\pi}$$

II. Dosedaj se nismo ozirali na špecialne slučaje parametra ϑ. Postaviti hočemo $\vartheta = 2\pi$, torej obdelovati slučaj $f(x) = x^n - 1$.

Preiščimo integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{m_1-1} - x^{m_2-1}}{x^n - 1}\,dx = A,$$

v katerem je m_1, m_2 liho in n sodo število.

Po formuli 1. je

$A = \frac{\pi i}{n} \sum \pm \frac{\alpha^{m_1-1} - \alpha^{m_2-1}}{\alpha^{n-1}}$, kjer je α koren od $x^n - 1 = 0$,

od oblike $\alpha = e^{\frac{2K\pi i}{n}}$

Iz tega dobimo

$$A = \frac{\pi i}{n}\left[\sum_{0}^{\frac{n}{2}-1} e^{\frac{2m_1}{n}K\pi i}\left(1 - e^{m_1\pi i}\right) - \sum_{0}^{\frac{n}{2}-1} e^{\frac{2m_2}{n}K\pi i}\left(1 - e^{m_2\pi i}\right)\right]$$

Ako porabljamo prej naznačeno pot, dobimo zaradi

$$1 - e^{m\pi i} = 2 \text{ in } \sum_{K=0}^{K=\frac{n}{2}-1} e^{2K\frac{m}{n}\pi i} = -\frac{e}{2i\sin\frac{m}{n}\pi} - e^{\frac{m}{n}\pi i}$$

relacijo

$$A = \frac{4\pi i}{n}\left[\frac{e - \frac{m_2}{n}\pi i}{2i\sin\frac{m_2}{n}\pi} - \frac{e - \frac{m}{n}.\pi i}{2i\sin\frac{m}{n}\pi}\right]$$

Če zamenjamo v tem izrazu eksponencialno vrednost z dotičnimi trigonometričnimi, dobimo za A

$A = \frac{2\pi}{n}\left[\operatorname{cotg}\frac{m_2}{n}\pi - \operatorname{cotg}\frac{m_1}{n}\pi\right]$ in slednjič, ker je funkcija

$\frac{x^{m_1-1} - x^{m_2-1}}{x^n - 1}$ prima funkcija od x, relacija

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{m_1-1} - x^{m_2-1}}{x^n - 1} dx = \frac{\pi}{n} \left[cotg \frac{m_2}{n} \pi - cotg \frac{m_1}{n} \pi \right].$$

III. Formulo 1. razložimo s špecialnim zgledom.

Naj bo $f(x) = (x - p)^2 + q^2$, $F(x) = \pm q$

potem je $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\pm q}{(x-p)^2 + q^2} dx = \pi i \lesseqgtr \pm \frac{\pm q}{2(\alpha - p)}$$

Za α pa dobimo $\alpha = p \pm i q$ torej

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\pm q}{(x-p)^2 + q^2} dx = \pm q \pi i \left[\frac{-1}{2 q i} + \frac{-1}{2 q 1} \right]$$

torej $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\pm q}{(x-p)^2 + q^2} dx = \pm \pi.$$

Literarni vidi:

G. W. Leibnitz: Mathematische Schriften 5. 1849—1863.

J. Bernoulli: Opera omnia 1—1742.

Lagrange: Oeuvres 5.

C. G. J. Jacobi: Werke 3, 6.

L. Euler: Institutiones calculi integralis, prestavljeno od Sabmona 1828—30.

Hermite: Cours d' analyse 1873.

Ch. Duhanel: Cours d' analyse 1847.

G. F. Meyer: Vorlesungen über die Theorie bestimmter Integrale, Leipzig 1871.

A. L. Caudiy: Resumé des loçons a l' école polytechnique 1823.

F. Moigno: Loçons sur le calcul diff. et integr. II. 1844.

J. A. Serret: Cours de calcul diff. et integr., prestavljeno od A. Hanack.

Genocchi-Peano: Calcolo differentiale, prestavljeno od G. Bohlmann - A. Schlepp. 1898/99.

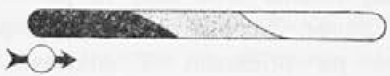
Tiskovne napake: ln = log. natur.; vse druge l beri za e.

Poljudna razlaga indukcijskega toka.

Spisal *Julij Nardin.*

Ako se človek uči o elektriki iz kake učne knjige, dobi vtisk, kakor bi bila statiška elektrika nekaj drugega od dinamiške. Tak vtisk dobi zaraditega, ker ne more dobiti med njima prave zveze. Posebno pri indukcijskih tokih jo pogreša največkrat. To me je napotilo, da sem spisal naslednjo razpravico, ki hočem v njej pokazati, kako se da indukcija razlagati z influenco.

Znano je, da postane neelektrična kovinska palica po razdelbi električna, če ji približamo kako električno telo, n. pr. električno kroglico. Ako je kroglica pozitivno električna, postane nji najbližji konec palice negativno, drugi pa pozitivno električen. (Glej sl. 1.)



Sl. 1.

Pregibljemo li krogljico ob palici, tedaj se pregiblje v tej ravno tako hitro negativna elektrika, ki jo potegne kroglica za seboj. Pozitivna se pa negativne elektrike tako izogiblje, da smukne, ko je ta približno v sredi, mimo nje proti nasprotnemu koncu. V palici se giblje tedaj pozitivna in negativna elektrika, vsaka pa v smer, ki je drugi nasprotna. Ker imenujemo gibanje elektrik v telesih električni tok, lahko rečemo, da nastaneta v palici dva nasprotna si toka: negativen in pozitiven tok. Ta toka imata pa kratko življenje. Ko se prične kroglica oddaljevati od palice, začne minevati vpliv nanjo. To provzročuje sprijaznenje elektrik, da si tečeta nasproti. Tako nastaneta zopet dva toka, katerih smer pa je ravno nasprotna smeri prejšnjih tokov in trajata le, dokler ne izgine vedno manjši vpliv krogle.

Namesto ene krogle bi jih imeli lahko več. Prikazen bi se razločevala od prejšnje le v tem, da bi bil tok v palici močnejši. Moč toka bi pa rasla le do gotove meje s številom kroglic, kar bo razvidno iz sledečega. Kroglice, ki se približujejo palici, razdvajajo v nji elektriko kakor v prejšnjem slučaju in potegnejo negativno elektriko s seboj do konca palice, kakor nam predstavlja slika 2.

Slika 2.

Ko se to zgodi, ostaneta elektriki nekaj časa na miru, čeravno pridejo vedno nove kroglice mimo njiju. Resničnost te trditve uvidimo lahko, če pomislimo, da v dolgi vrsti krogel nimajo ne prve in ne zadnje krogle nobenega vpliva na palico. (na sliki so te krogle ločene s črtami). Vpliv krogel, nahajočih se med črtama, je pa vedno enak, dokler se ne začne manjšati njih število, nakar se pomikata elektriki skupaj, kakor smo videli prej.

Elektrika bi vplivala na palico ravno tako, če bi se gibala sama brez kroglic. To napravimo, če pustimo, da švigne elektrika skozi vzporedno s palico nategnjeno žico. Ako nadomestimo tudi palico z žico, tedaj imamo dve žici, ki jih moramo krstiti, da vemo, o kateri je govor. Žico, ki nadomestuje palico, imenujemo sekundarno, drugo pa primarno. V olajšavo pojasnjevanja si mislimo, govoreč o toku sploh, vedno le gibanje pozitivne elektrike, tedaj vedno le pozitivni tok. Nadalje naj se imenuje še tok v primarni žici primarni tok, v drugi pa sekundarni. Sedaj nam je mogoče opisati prikazni v žicah na krajši način.

Sekundarni tok nastane vsakokrat, ko se primarni tok pojavi in ko izgine. Njegova smer je v prvem slučaju nasprotna, v drugem pa enaka smeri primarnega toka.

Sekundarne toke, ki trajajo le po en trenutek, imenujemo tudi indukcijske toke.

Kdor je zasledoval pazljivo to razmotrivanje, je opazil, da sem nekaj prezrl. Prezrl sem namreč tok, ki nastane v začetku, ko se kroglice približujejo palici, to je tedaj, ko se elektriki razkrajata. Ta tok, ki bi ga lahko imenovali „uvodni tok“, ima smer gibajočih se kroglic, oziroma primarnega toka in nima nobenega praktiškega pomena, ker nastane polagoma in je zaraditega jako šibak.

* * *

V naslednjem hočem še razložiti, kako se da napetost indukcijskih tokov poljubno regulirati.

Ako nastane v primarni žici tok, se zbudi, kakor smo videli, v sekundarni indukcijski tok, ki švigne z neko silo od enega konca do drugega. Obe žici bodita debeli, da si lahko predstavljamo njih prerez. Sila, ki zadene z njo tok na prerez, se razdeli enako na vsak del prereza. Ako si mislimo tedaj sekundarno žico, razcepljeno na dva, tri ali več enakih delov, tako da teče po vsakem delu tudi dvakrat, trikrat ali večkrat manjši tok, uvidimo, da mora biti sila, ki zadene z njo vsak teh delov ob prerez svoje žice, enako velika, ali drugače rečeno, napetost toka ostane na ta način neizpremenjena. Premeni se pa, če spojimo zaporedno vse dele žice s svojimi toki, da dobimo eno dvakrat, trikrat ali večkrat daljšo žico. Po tej teče sedaj dvakrat, trikrat ali večkrat manjši tok, pa s tolikrat večjo napetostjo; sedaj pritiskajo namreč vsi deli toka na eden in isti del prereza, zaradi česar se pritiski seštejejo.

Kar smo teoretiško razmotrili, doženemo praktiško, če vijemo primarno in sekundarno žico vsako v obroč. V slučaju, da sta oba obroča enako debela, nastane v sekundarnem *n*-krat napetejši tok od toka v primarnem obroču, če ima ta *n*-krat manj ovojev od onega in če sta oba obroča vzporedno postavljena eden poleg drugega. Razume se, da mora biti žica izolirana.

Šolski poizkus.

Znano je, da se hitro izproži elektroskop, ki se nahaja v vlažnem zraku. Zaraditega so mislili nekateri fiziki, da je vlažen zrak dober prevodnik elektrike. Elster in Geitel pa sta prišla pri svojih preiskavah v prostem zraku do ravno nasprotnega mnenja. Dognala sta, da prevaja vlažni zrak elektriko slabše nego suhi. Ako izgubijo izolatorji elektriko v vlažnem zraku, jo izgubijo, ker leže nanje vlaga, da nastane vodena plast, ki prevaja elektriko v zemljo. To trditev dokažemo preprosto na sledeči način: Na ploščo, ki je pritrjena na precej dolgi elektroskopovi palici, denemo kak izolator, ki je le toliko obdrgnjen, da ne gredo še elektroskopovi listki narazen. Kakor hitro pa dahnemo nanj, se listki razkoračijo v znamenje, da je tekla elektrika po vlažni plasti na elektroskopov kovinski del do listkov, ne pa v zrak.

Šolska poročila.

Sestavil *ravnatelj dr. Beuk.*

A.

I. Učiteljski zbor.

a) Izpremembe. Ob koncu šolskega leta 1907/8 je izstopil iz učiteljskega zbora namestni učitelj **Dragotin Lapajne.** — Namestnega učitelja **Kajetana Stranetzkega** je imenovalo mestno županstvo za pravega učitelja (m. ž. 6. avg. 1908, c. kr. dež. šol. svet 9. oktobra 1908, št. 4567).

b) Učiteljski zbor ob koncu šolskega leta 1908/9:

α) Ravnatelj: **Dr. Stanislav Beuk;** je učil prirodopis v VI. in VII. ter slovenščino v IV. razredu; 8 ur na teden.

β) Profesorji in pravi učitelji: 1. **Andrej Plečnik;** je učil veroznanstvo v vseh realčnih razredih in v pripravljalnem razredu ter vodil verske vaje; 13 + 2 + 2 uri na teden.

2. **Matija Pirc,** razrednik VII. razreda, varih učil za zgodovino in zemljepis; je učil zemljepis in zgodovino v II. in III. razredu, zgodovino v VI. in VII. razredu in slovenščino v II. razredu; 17 ur na teden.

3. **Dr. Dragotin Lončar,** razrednik I. razreda; je učil zemljepis in zgodovino v IV. razredu, zemljepis v I. razredu, zgodovino v V. razredu, slovenščino v I. razredu in nemščino v II. razredu; 18 ur na teden.

4. **Julij Nardin,** razrednik VI. razreda, varih učil za fiziko; je učil matematiko v V. in VII. razredu ter fiziko v VI. in VII. razredu; 18 ur na teden.

5. **Baltazar Baebler,** razrednik III. razreda, varih učil za kemijo; je učil kemijo v IV., V. in VI. razredu, aritmetiko in fiziko v III. razredu ter vodil vaje v analitiški kemiji; 18 ur na teden.

6. **Dr. Josip Mencej,** varih učiteljske knjižnice; je učil slovenščino v III.—VII. razredu in nemščino v I. razredu; 17 ur na teden.

7. **Kajetan Stranetzky,** razrednik II. razreda, varih učil za prirodopis; je učil aritmetiko (matematiko) v I., II. in IV. razredu, fiziko v IV. razredu ter prirodopis v I., II. in V. razredu; 18 ur na teden.

γ) Učitelj telovadbe: 8. **Ivan Bajželj,** varih telovadnega in igralnega orodja; je poučeval telovadbo v vseh realčnih razredih in pripravljalnem razredu ter lepopisje v I. in II. razredu; 17 ur na teden.

δ) Namestni učitelji: 9. **Ivo Tejkal**, varih učil za geometrijo; je učil geometrijo (opisno) v II.—VII. razredu in matematiko v VI. razredu; 19 ur na teden.[1])

10. **Oskar Kamenšek**, razrednik V. razreda, varih dijaške knjižnice; je učil nemščino v III.—VII. razredu; 18 ur na teden.

11. **Ivan Vaupotič**, akademični slikar, varih učil za prostoročno risanje; je učil prostoročno risanje v I.—VII. razredu; 24 ur na teden.

12. **Janko Drnovšek**, razrednik IV. razreda; je poučeval francoščino v III.—VII. razredu; 19 ur na teden.

ε) Učitelj pripravljalnega razreda: **Engelbert Gangl**, deželni poslanec; je učil razen veroznanstva in telovadbe vse predmete v svojem razredu, neobvezni predmet petje in vodil petje pri šolskih mašah; 23 + 6 ur na teden.

Šolski sluga: Franc Božič.
Hišnik: Franc Karčnik.
(Šolski sluga: Valentin Albrecht, na dopustu).

II. Učila.

a) Za nabavo potrebnih učil skrbi mestna občina idrijska, ki votira v ta namen vsako leto gotov znesek. Za leto 1909 se je dovolilo 1334 K; iz te vsote pa se morajo pokriti tudi stroški za pisarniške potrebščine, tiskovine, kredo in črnilo po učilnicah in dr. Ker ne plačujejo učenci nikakih pristojbin, ni nobenih drugih dohodkov za nabavo učil, kakor del gorenje vsote. — Vsled reforme v klasifikaciji se je v tekočem letu izdalo za tiskovine veliko več kot druga leta, treba je bilo novih izpričeval, tiskovin za razredne in glavne kataloge itd. Kako se je porabil ostanek za posamezne zbirke, je razvideti iz sledečih pregledov.

b) Prirastek zbirkam učil.

1. Učiteljska knjižnica. (Varih dr. Mencej.)

I. — *Carniolia*, Zeitschrift für Heimatkunde, 1. letnik, Ljubljana 1908. (677, 667) — *Dom in Svet*, 21. letnik, Ljubljana 1908. (71) — *Himmel und Erde*, illustr. naturwiss. Monatschrift. Letnik 20. Berlin 1908. (611) — *Kolo hrvatsko*, naučno-književni zbornik. 4. knjiga. Zagreb 1908. (640) — *Körper und Geist*. 17. Jahrgang. Leipzig und Berlin 1908—1909. (635) — *Monatschrift* für das Turnwesen. 27. Jahrgang. Berlin 1908. (639) — *Natur und Offenbarung*. 54. Band. Münster in W. 1908. (488) — *Naturwissenschaftliche Rundschau*. 23. Jahrgang. Braunschweig 1908. (636) — *Naturwissenschaftliche Wochenschrift*. Neue Folge. VII. Band. Jena 1908. (637) — *Petermann Dr. A.* Mitteilungen a. J. Perthes geogr. Anstalt mit Beilage. Zv. 54. Gotha 1908. (627) — *Planinski Vestnik*. Letnik XIV. Ljubljana 1908. (286) — *Simonič dr. Fr.*, Slovenska bibliografija, I. del (1550—1900). Ljubljana 1903—1905. (674, 668). —

---

[1]) V I. polletju so ga nadomeščali med dopustom: Dr. Beuk v II. in IV. razredu, Nardin v V., VI. in VII. razredu (geometrija), Baebler v VI. (matematika) in Stranetzky v III. razredu.

Slovan. Mesečnik za književnost, umetnost in prosveto. 6. letnik. Ljubljana 1908. (289) — *Stimmen aus Maria Laach*. Katholische Blätter. 74 und 75. B. Freiburg in B. 1908. (489) — *Verordnungsblatt* f. d. Dienstbereich des k. k. Ministeriums für Kultus und Unterricht. Wien 1908. (59) — *Zbornik Slovenske Matice*. (Trubarjev Zbornik). Zv. X. Ljubljana 1908. (84) — *Zeitschrift* f. Schulgeographie. Let. XXIX. Wien 1908. (140) — *Zeitschrift* f. d. Realschulwesen. Let. XXXIII. Wien 1908. (214) — *Zeitschrift* f. d. physikal. und chem. Unterricht. Let. XXI. Berlin 1908. (485) — *Zeitschrift* für deutsches Altertum und deutsche Literatur. Zv. 50. Berlin 1908. (597) — *Zentralblatt* f. d. gewerbl. Unterrichtswesen in Österreich. Zv. XXVI. Wien 1908. (487) — **III.** — *Bezjak dr. J.*, Didaktika. Posebno ukoslovje slov. učnega jezika v ljudski šoli. Ljubljana 1906. (672, 669) — **VI.** — *Adelungs J. Ch.*, Deutsche Sprachlehre. Wien 1782. (681, 670) — *Euphorion*, Zeitschrift f. Literaturgeschichte. Zv. XV. Leipzig u. Wien 1908. (632) — *Euphorion*, 7. Ergänzungsheft. Neue Fischart-Studien von A. Hauffen. 1908. (683, 671) — *Hrvatska knjižnica* III. (Veli Jože.) Ljubljana 1908 (625) — *Knezova knjižnica*. Zv. XV. Ljubljana 1908. (77) — *Kristan Etb.*, Ljubislava. Ljubljana. 1907. (678, 672) — *Lepušić Ivan*, Pustolovka. Zagreb 1908. (671, 673) — *Levné svazky novel*. Praga. 35 zvezkov. (682, 674) — *Mickiewicz Adam - Velikanović I.*, Soneti, romance i balade. Zagreb 1908. (669, 675) — *Posljednji Zrinski i Frankopani*. Matica Hrvatska. Zagreb 1908. (675, 676) — *Prevodi* iz svetovne književnosti. V. Faust. Ljubljana 1908. (400) — *Prijatelj dr.*, O kulturnem pomenu slovenske reformacije. — *Abditus*, Reformacija in socialni boji slovenskih kmetov. Ljubljana 1908. (673, 677) — *Turgenev - Lovrenčević*, Novi rod (Nov). Zagreb 1908. (676, 678) — *Zabavna knjižnica*. Zv. XX. Ljubljana 1908. (76) — **VIII.** — *Seidl Ferd.*, Kamniške ali Savinjske Alpe. Ljubljana 1907. (668, 679) — **X.** — *Heidenwolf H.*, Die Entführung der ungarischen Krone im Jahre 1440. Wien 1906. (679, 680) — *Kindermann I. K.*, Historischer und geograph. Abriß des Herzogthums Steyermark. Grätz 1780. (680, 681) — **XVII.** — *Haupt Ott.*, Gold, Silber und die Valuta-Herstellung. Wien 1892. (667, 682) — *Radić Stjepan*, Današnja financijalna znanost. Zagreb 1908. (670, 683).

Od teh knjig so darovali: Thaler Emil, dijak VI. razreda, št. 680 in 681. Prof. I. Vaupotič, št. 682. — Avtor knjige, št. 679.

2. Dijaška knjižnica. (Varih O. Kamenšek.)

a) Po nakupu: Slovenske večernice, 61. zv. — S. Gregorčič, Poezije. — Stein der Weisen 41. und 42. Bd. — Zvonček. Leto IX. — Der gute Kamerad. 22. Folge. — Dom in Svet. 21. letnik. — Spisi Mišjákovega Julčka. I. zv. — Andrej Rapè, Mladini. I. zv. — Naturwissenschaftliche Taschenbibliothek. I. Bdchen: Telluria.

b) Po darilih: Ministrstvo za uk in bogočastje: Branislav vitez Janowski, O brzojavnih vremenskih napovedih. — Narodna založba v Ljubljani: Sajovic dr. Gv., V naravi, izbrani naravoslovni spisi Frana Erjavca. — Gdč. Franja Račičeva v Pragi: Domači Prijatelj. V. letnik. — G. realčni ravnatelj dr. St. Beuk v Idriji: Brentano Hanny, Kaiser Franz Josef I. 1848—1908. — Kaiser Franz Josef I. Eine Festschrift. — Zbornik Matice Slovenske. VIII. in IX. zvezek. — Knezova knjižnica. IV. in XIII. zv. — Zabavna knjižnica. XVIII. in XIX. zv. — Valjavec, Poezije. — Prevodi iz svetovne književnosti. III. in IV. zv. — Günther, Physische Geographie. — Hrvatska knjižnica. I. zv. — Planinski Vestnik. XIV. leto. — G. realčni učitelj I. Bajželj v Idriji: Planinski Vestnik. VII., VIII. in IX. leto.

— G. c. kr. notar A. Pegan v Idriji: Waidmannsheil. XXIII., XXV. in XXVI. Jahrgang. — Planinski Vestnik. IX., X., XI. in XII. leto. — Gospod profesor I. Vaupotič v Idriji: Sammlung deutscher Beispiele zur Bildung des Styls. I. Band. — Freytags Schulausgaben für den deutschen Unterricht. 12 zvezkov. — Graesers Schulausgaben klassischer Werke. 10 zvezkov. — Schiller, Die Räuber. — Goethe, Torquato Tasso. — Wieland, Oberon. — Shakespeare W., Romeo u. Julia, Hamlet, Othello. — Goethe, Faust. — Sedmošolci idrijske realke: Goethe, Hermann und Dorothea. — Grillparzer, König Ottokars Glück und Ende. — Učenci VI. realčn. razreda: Schiller, Kabale und Liebe. — Goethe, Egmont. — Lessing, Minna von Barnhelm. — Učenec I. razreda Anton Hladnik: Slovenske večernice 47., 49. in 53. zvezek. — Vrhovec, Avstralija in nje otoki. — Dr. L. Vončina, Friderik Baraga. — Učenec I. razreda Avgust Petrič: Stowe, Stric Tomova koča. — Hildegarda. — Nikolaj Zrinjski. — Močni baron Ravbar. — Knjižnica za mladino. 5. snopič. — Vrhovec, Avstralija in nje otoki. — Knjižničar: Aucassin und Nicolette. — Musäus, Rolands Knappen. — Strzemcha P., Kleine Poetik. — Schiller, Der Geisterseher, Willhelm Tell. — Manzoni A., Zaročenca. — Grossi T., Marko Visconti. — Lenau N., Gedichte. — Grillparzer, König Ottokars Glück und Ende, Sappho, Der Traum ein Leben, Libussa. — Planinski Vestnik. XIII. leto. — Koprivšek L., Grška in rimska mythologija. — Trdina J., Zgodovina slovenskega naroda. — Klassisches Lesebuch. — Vošnjak B., Na razsvitu. — Plemič F., Tilho in drugi. — Regali J., Reliefi. — Poljanec L., Poezije. — Ilustrovani narodni koledar. 1908. — Vergils Aeneide. — Tagebuch eines bösen Buben. — Zachariä, Der Renommist.

3. Zemljepisna in zgodovinska zbirka. (Varih M. Pirc.)

Nastenska podoba habsburških vladarjev. — Stenski zemljevid parobrodne družbe Lloyd (dar generalne agenture na Dunaju). — Imenik mest, trgov in krajev v zemljevidu slovenske dežele, 1864. — Prof. Janko Drnovšek je podaril 2 albuma (Milan, Le Dauphiné Reinwanderbuch, zemljevid Le Dauphiné), načrt Pariza, Bruslja, 52 razglednic iz Nemčije, Belgije, Francije in Švice in 19 komadov francoskega in belgijskega denarja. — Starega denarja so darovali učenci 72 komadov, in sicer: Guštin, Stravs ml., Petrič, Hvala, Lazar, Kobal, Sedej III., Lapajne III., Strguljec, Starec, Žnidaršič in Eržen.

4. Fizikalna zbirka. (Varih J. Nardin.)

Različne žice, žreblji, kemikalije. — Sicer ni bilo v tem letu prirastka v inventar.

5. Zbirka za kemijo. (Varih B. Baebler.)

Dve retorti z izlivkom, dve brez izlivka. — 4 cevi s kroglami. — Stekleničica za tehtanje. — 10 okroglih steklenih plošč. — Gospa Marija Lapajne je darovala zbirko surovin za izdelovanje keramičnih predmetov, enkrat in dvakrat žgani porcelan, izgotovljene kamenine, majolike in fayence. — Kemikalije za poizkuse, špirit, bencin.

6. Prirodopisna zbirka. (Varih K. Stranetzky.)

Zbirka najvažnejših hribin, in sicer: Travertin, magnezit, dolomit, anhidrit, sadra, granit, sienit, diorit, diabás, krem. porfir, porfirit, melafir, trahit, fonolit, andezit, bazalt (2), gnajs, rogovačnik, sljudovec, filit, sprimek, labora, peščenjak, gomola, skrilavec, vulkanski pepel, vulkanski grôh, asfalt in ozokerit. — Passer domesticus (2). — Več plazivcev, žuželk in rudnin so podarili učenci.

7. Zbirka za geometrijo. (Varih I. Tejkal.)

Nekaj popravil risalnega orodja. — V inventarju ni bilo nič prirastka.

8. Zbirka za prostoročno risanje in lepopisje. (Varih I. Vaupotič.)

Več objektov za risanje po naravi. —

c) Stanje zbirk koncem š. l. 1908/9.

1. Učiteljska knjižnica: del 713, zvezkov 1401, izvestij 1654.
2. Dijaška knjižnica: del 432, zvezkov 1141.
3. Zemljepisna in zgodovinska zbirka: stenskih zemljevidov 62, aparatov 9, knjig in slik 262, novcev 276, diapozitivov 185, 54 fotografij in 2 stereoskopa, okvirov 136.
4. Fizikalna zbirka: aparatov 190, orodij, priprav, podob in knjig 84.
5. Kemiški kabinet: aparatov, orodij in priprav 1682, kemikalij 580, tabel in knjig 5 in zbirka izdelovanja lončevine.
6. Prirodopisna zbirka: iz zoologije 1298, iz botanike 1804, iz mineralogije 468 komadov in 153 priprav in orodij, 2 perfektoskopa s 54 fotografijami.
7. Učila za geometrijo: 24 modelov, 1 predložno delo, 25 risalnih orodij in 1 aparat.
8. Učila za prostoročno risanje in lepopis: 1790 komadov.
9. Podobe za nazorni nauk: 51.
10. Petje: 2 harmonija, 1 akord. piščalka.

III. Štatistika učencev.

	Pripravljalni razred	Realčni razred							Skupaj
		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	
I. *a)* Število koncem šolskega leta 1907/8	46	44^1	50	33	31	23^2	31	20	232^3
b) Število začetkom šolskega leta 1908/9	49	56	44	54	37^2	34^2	25	24	274^4
1. Med šolskim letom jih je vstopilo	—	—	—	—	—	0^1	—	—	0^1
Vseh sprejetih je bilo torej	49	56	44	54	37^2	34^3	25	24	274^5
Med temi na novo, in sicer:									
Na podlagi sprejemnega izpita	—	16	1	—	1	2	—	—	20
Iz nižjih razredov premeščenih	41	—	4	3	1	3	1	1	13
Repetentov	—	2	2	1	4^1	4^1	1	—	14^2
Zopet sprejetih je bilo, in sicer:									
Iz nižjih razredov premeščenih	—	34	34	45	26	21	16	22	198
Repetentov	7	4	—	2	3^1	2^2	3	—	14^3
2. Izstopilo jih je	1	—	3	3	2	2	4	1	15
c) Število koncem šolskega leta 1908/9	48	56	41	51	35^2	32^3	21	23	259^5
II. Po rojstnem kraju jih je bilo:									
Iz Idrije	34	27	17	18	14	14	8	10	108
„ idrijskega okraja	4	4	3	8	—	2	3	—	20
s Kranjskega sicer	2	11	10	14	10^2	11	7	10	73^2
„ Primorskega	7	13	9	10	10	5^3	3	3	53^3
„ Koroškega	—	1	—	—	—	—	—	—	1
„ Štajerskega	1	—	1	1	1	—	—	—	3
„ Češkega	—	—	1	—	—	—	—	—	1
Skupaj	48	56	41	51	35^2	32^3	21	23	259^5
III. Po veri so bili:									
Katoliki	48	56	41	51	35^2	31^3	21	23	258^5
Protestantje	—	—	—	—	—	1	—	—	1
Skupaj	48	56	41	51	35^2	32^3	21	23	259^5
IV. Po materinščini jih je bilo:									
Slovencev	48	54	41	49	35^2	32^3	20	23	254^5
Nemcev	—	2	—	1	—	—	—	—	3
Hrvatov	—	—	—	—	—	—	1	—	1
Čehov	—	—	—	1	—	—	—	—	1
Skupaj	48	56	41	51	35^2	32^3	21	23	259^5
V. Po starosti jih je bilo:									
10 let starih	5	—	—	—	—	—	—	—	5
11 „ „	9	5	—	—	—	—	—	—	14
12 „ „	18	20	12	—	—	—	—	—	22
13 „ „	6	14	10	—	—	—	—	—	24
14 „ „	5	10	13	5	5	—	—	—	33
15 „ „	4	5	4	16	9	5	—	—	39
16 „ „	—	2	2	17	11	5	2	—	39
17 „ „	1	—	—	9	6^1	10	3	—	28^1
18 „ „	—	—	—	2	3^1	6^1	6	5	22^2
19 „ „	—	—	—	3	1	3^2	7	7	20^2
20 „ „	—	—	—	—	—	1	2	6	9
21 „ „	—	—	—	—	—	2	—	3	5
22 „ „	—	—	—	—	—	—	1	1	2
24 „ „	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Skupaj	48	56	41	51	35^2	32^3	21	23	259^5

	Pripravljalni razred	Realčni razred I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Skupaj
VI. Po bivališču staršev:									
Iz Idrije in najbližje okolice . .	36	32	20	24	15	14	7	8	120
Od drugod	12	24	21	27	20^{2}	18^{3}	14	15	139^{5}
Skupaj .	48	56	41	51	35^{2}	32^{3}	21	23	259^{5}
VII. Klasifikacija:									
a) V šolskem letu 1908/9 jih je bilo za prestop v naslednji višji razred, oz. dovršilo je najvišji razred:									
Odlično sposobnih z odličnim uspehom	2	6	4	5	2	—	1	—	18
Sposobnih z dobrim uspehom	41	36	19	22	22^{1}	25	14	20	158^{1}
Vobče sposobnih	—	—	2	6	2	—	—	—	10
Nesposobnih z nezadostnim uspehom . . .	5	11	12	16	7	2^{2}	4	3	55^{2}
Ponavljalni izpit jih ima . . .	—	3	5	3	1	6	3	1	22
Neklasifikovanih je bilo	—	—	1	—	1^{1}	1^{1}	3	—	6^{2}
Izrednih učencev	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Skupaj .	48	56	43	52	35^{2}	34^{3}	25	24	269^{5}
b) Dodatek k šolskemu letu 1907/8:									
Ponavljalnih izpitov je bilo dovoljenih	—	5	5	4	1	3	4	—	22
Med temi uspešnih	—	5	5	4	1	3	4	—	22
Neuspešnih	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Dodatnih izpitov je bilo dovoljenih	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Med temi uspešnih	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Neuspešnih	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Tedaj je končni rezultat za 1907/8:									
Za prestop v naslednji višji razred, oziroma dovršilo je najvišji razred:									
Odlično sposobnih z odličnim uspehom	2	6	5	2	2	1	1	—	17
Sposobnih z dobrim uspehom	35	32^{1}	42	26	24	19	23	20	186^{1}
Vobče sposobnih	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Nesposobnih z nezadostnim uspehom . . .	9	6	2	5	5	3^{1}	5	—	26^{1}
Neizprašanih.	—	—	1	—	—	0^{1}	2	—	3^{1}
Skupaj .	46	44^{1}	50	33	31	23^{2}	31	20	232^{3}

IV. Podpore učencem.

a) Dijaške ustanove.

Razred	pripr.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Skupaj
Št. štipendistov	—	2	1	2	1	—	—	2	8
Znesek ustanov v K	—	186·— 60·—	453·44	186·— 186·—	279·79	—	—	210·— 100·—	1661·23

b) Lokalne podpore.

1.) „Podporno društvo za dijake na realki v Idriji,“[1] ki ima namen podpirati uboge in vredne dijake s knjigami, obleko in drugimi učnimi pripomočki, je izposodilo v tekočem šolskem letu 2212 šolskih knjig, 33 risalnih desk, 107 risalnih okvirov in 27 šestil.

V tekoči upravni dobi pa je imenovano društvo vrhutega prvikrat razdelilo med 54 potrebnih dijakov 20 oblek, 24 ogrinjal, 16 parov črevljev in 1 klobuk v vrednosti 902·90 K.

2) Idrijsko meščanstvo in uradništvo je kazalo vedno in povsod v dejanju blago srce za realčno mladino. Z veseljem je podpiralo vsako akcijo v podporo revni mladini in več jih daje revnim učencem hrano, nekaj tudi stanovanje.

---

[1]) Društveni občni zbor se je vršil dne 22. decembra 1908 in je izvolil za upravno leto 1908/9 naslednji odbor: dr. Stanislav Beuk, realčni ravnatelj (predsednik), Val. Lapajne, trgovec (podpredsednik), Ivan Bajželj, učitelj telovadbe (tajnik), Balt. Baebler, realčni profesor (blagajnik), Franc Šinkovec, c. kr. rudn. paznik, in dr. J. Štverak, c. kr. rudn. nadzdravnik (namestnika), Jan Gruden, veleposestnik, in Karel Svoboda, c. kr. rudn. svetnik (pregledovalca računov).

Pokrovitelj društva postane, kdor plača 100 K, društvenik 10 K, podpornik vsak, ki društvu kaj daruje.

Zaznamek pokroviteljev, društvenikov in podpornikov v tekoči upravni dobi (sklep 15. junija): 1.) Pokrovitelji: C. kr. ministrstvo za javna dela 300 K, mestna občina idrijska 300 K, Okrajna hranilnica in posojilnica v Idriji 100 K. 2.) Društveniki: Arko Mihael, Baebler Balt. st., Baebler Balt. ml., Bajželj Iv., dr. Beuk St., Bouška Fr., Bratuš Ant., Ciniburk Fr., Dežela Josipina, Didič Fr., Drnovšek Janko, Gangl Engelbert, Goli Fr. X., Gruden Jan, Harmel Drag., Kamenšek Oskar, Kenda Iv., Kenda Pet., Knap Ant., Kobal Al., Kobal Matevž, Kogovšek Jos., Kumer Ant., Lapajne Drag., Lapajne Fani, Lapajne Marija, Likar Marija, dr. Lončar Drag., Makuc Antonija, dr. Mencej Jos., Nardin Julij, Novak Al., Novak Jos., Novak Jul., Novak Otmar, dr. Papež Milan, Pegan Al., Penco Klemen, Pirc Danilo, Pirc Matija, Pleskovič Rud., Potočnik Rud., Prelovec Fr., Rupnik Jos., Slavik Bohumil, Souvan Marija, Svoboda Karel, Stranecky Kajetan, Sturm Hinko, Šepetavec Jos., Šinkovec Fr., dr. Štverak J., Šotola Jaroslav, Tauses Julija, Tauzes Fr., Tejkal Ivo, Terček Marija, Tomec Anica, Turk Iv., Vaupotič Iv., Vidic Filip, Vončina Fr. — 3.) Podporniki: *a*) v Idriji: Baebler Leop. 4 K, Buh Pavla 1 K, Burnik Jos. 2 K, Burnik Lina 2 K, Burnik Rafael 1 K, Demšar Fr. 2·50 K, Gabron Vinko 1 K, Grilc Jos. 1 K, Gruden Jos. 1 K, Harmel Iv. 1 K, Harmel Leopoldina 2 K, Ipavec Ant. 1 K, Janda Fr. 5 K, Kavčič Fr. 5 K, Kavčič Marija 5 K, Kanduč Fr. 2 K, Kolenc Matija 5 K, Lapajne Iv. 1 K, Mačkovšek And. 2 K, Moravec Matevž 1 K, Novak Rajko 1 K, Nussböck Mihael 5 K, Oblak Jos. 1 K, Pečirer Št. 1 K, Poženel Ant. 1 K, Premerstein pl. Kajetan 5 K, Rupnik Marija 5 K, Svetic Filip 1 K, Šabec Avg. 2 K, Šuntar Ivan 2 K, Treven Val. 3 K, Vidmar Val. 1 K, Vončina Andr. 2 K, Vončina Fr. 2 K, Zazula Jos. st. 1 K, dijaški koncert po E. Ganglu 146·28 K, darovi namesto razsvetljave o cesarjevem jubileju 174·50 K; *b*) izven Idrije: Accetto Jakob v Ljubljani 6 K, Faganeli Katarina v Mirnu 10 K, Francka Henrika sinovi v Zagrebu 25 K, Hmelak Franc v Lokavcu 10 K, Jurca Fr. v Postojni 50 K, Kovač Karel v Starem trgu 10 K, Kunstelj Josip na Vrhniki 20 K, Kuttin Fr. v Postojni 10 K, Lavtar Ivan v Ljubljani 10 K, Martelanc Cvetko v Barkovljah 50 K, Mayer Karel v Ložah pri Vipavi 50 K, Meglič Karel v Ljubljani 10 K, Mlekuž Adolf v Bovcu 10 K, Ostan Franc v Bovcu 10 K, Pavletič Jos. v Mirnu 10 K, Prijatelj Franc v Tržišču 5 K, Rovan Josip v Gorici 5 K, Sancin Anton v Škednju 20 K, Šešek Ivan v Ljubljani 10 K, Šolar Fr. v Kropi 10 K, Tomšič Ivan na Vrhniki 20 K, Turk Josip v Ljubljani 10 K, Vončina Ivan v Ljubljani 10 K.

Podporno društvo ima (16. junija 1909) v gotovini 8468·52 K, naloženih na vložnih knjižicah št. 4405, 7192, 8149 v Okrajni hranilnici in posojilnici v Idriji, 2498 knjig, 42 risalnih desk, 114 risalnih okvirov, 28 šestil, 22 ravnil, 5 trikotov, 1 omaro za knjige in potrebne tiskovine.

Poročevalec izpolnjuje prijetno dolžnost, da zahvaljuje vse p. n. dobrotnike kar najtopleje, posebe še c. kr. ministrstvo za javna dela, odnosno c. kr. rudniško ravnateljstvo v Idriji, mestno občino idrijsko in Okrajno hranilnico v Idriji, ki so naklonili „Podpornemu društvu" večje prispevke, g. E. Gangla za prireditev dijaškega koncerta v prid „Podpornemu društvu" ter vsem, ki so pripomogli k uspehu koncerta in prosi blage dobrotnike, da še nadalje ohranijo učeči se mladini svojo naklonjenost.

V. Šolsko zdravstvo.

a) V šolskem poslopju. Po učnih sobah, stopnicah in hodnikih so nastavljeni higieniški pljuvalniki, stranišča so prirejena za poplavljenje z vodo, urinoarji se namažejo večkrat s posebnim oljem. Tla učnih sob in telovadnic se napoje trikrat na leto z oljem zoper prah. Ob daljšem odmoru ob 10. uri zapuščajo učenci učne sobe, ki se medtem dobro prezračijo. V tem času se izprehajajo po prostornem realčnem dvorišču in po velikem travniku za realčnim poslopjem. V vseh nadstropjih je učencem na razpolago izborna pitna voda iz vodovoda. V kletnih prostorih se nahaja učencem v uporabo 20 pršnih kopeli z gorko vodo. Vsled odloka c. kr. naučnega ministrstva z dne 5. februarja 1906, št. 43.597 iz 1905, se prečita v nižjih razredih v začetku vsakega šolskega leta navodilo: Kako je ravnati z razpokljivimi in lahko vnetljivmi snovmi, ki jih rabimo v vsakdanjem življenju. Tudi sicer se opozarja učence ob danih prilikah (izleti, telovadba, lepopisje, prirodopisje) na pravilno negovanje telesa in posameznih udov. — Na poziv c. kr. deželnega šolskega sveta za Kranjsko z dne 10. maja 1909, št. 2006, se je pri konferenci učiteljskega zbora dne 15. junija t. l. izdelal natančen načrt, kako se je vesti učiteljem in učencem ob slučaju požara v realčnem poslopju ali če bi gorela katera sosednjih hiš. Nevarnost večjega ognja na zavodu samem je skoraj izključena, ker ima realka centralno kurjavo in je poslopje kaj trdno zidano; hodniki so iz betona, stopnice kamenitne in na železnih traverzah. — Poizkusi, v kolikem času in kakšnem redu bi mogli v resnem slučaju učenci zapustiti poslopje, so pokazali, da se izprazne realka v manj kot dveh minutah v popolnem redu in brez vsake gneče, ker so hodniki dovolj prostorni in stopnice dosti široke.

b) Zunaj šole se glede na odlok c. kr. naučnega ministrstva z dne 15. sept. 1890, št. 19.097, zaradi nedostajanja pripravnega igrišča in kopališča telesnega razvoja šolske mladine ni moglo tako pospeševati kakor bi se bilo rado. Skupnih dijaških iger in skupnega kopanja se tudi v preteklem šolskem letu ni dalo oživiti in upeljati, zato pa so se gojili tembolj drugi športi. V zimskem času so se učenci v prav velikem številu drsali na prostornem drsališču posestnice g. Likarjeve, nadalje se je prav posebno razvilo sankanje, ker je idrijska okolica zelo pripravna za ta šport. Zaradi gorke pomladi so se mogli učenci tudi že prav zgodaj kopati na prostem v Idrijci (Strug). Tudi kolesarjev je precej na zavodu. Izostale šolske igre je nadomeščala prostovoljna telovadba. Veliko realcev je telovadilo ob prostih popoldnevih v realčni telovadnici, pa tudi realčno dvorišče so uporabljali v ta namen, osobito za prosti skok, za skok ob palici in za lučanje kamenitne krogle. — Razen pod *B, 2, b)* naštetih izletov se je priredilo še nekaj botaniških ekskurzij, ena za zemljemerstvo, ena za osnovne pojme iz zemljepisa, ogledovanje električne centrale v Spodnji Idriji in običajni majniški izleti. — Ob lepem vremenu se je tudi risalo mnogo na prostem.

VI. Kronika.

1908:

6. in 7. julija: Vpisovanje in sprejemni izpiti v I. razred.
16.-18. julija: Ustne zrelostne izkušnje.
15. in 16. septembra: Vpisovanje in sprejemni izpiti v I. razred.
17. septembra: Vpisovanje v ostale razrede.
18. septembra: Ponavljalni izpiti. Izpiti v višje razrede.
20. septembra: Začetek šolskega leta s slovesno službo božjo.
21. septembra: Začetek rednega pouka.
5. oktobra: Slovesna služba božja povodom godu Nj. Veličanstva.
22. in 23. oktobra: Učenci gredo k izpovedi in k sv. obhajilu.
1. in 2. novembra: Pouka prosta dneva.
19. novembra: Spominska sv. maša za Nj. Veličanstvo pokojno cesarico Elizabeto.
1. decembra: Pouka prost dan za priprave na
2. decembra: Slavnost v proslavo 60letnega vladanja Nj. Apost. Veličanstva cesarja Franca Jožefa I., ki se je vršila z nastopnim sporedom: Ob 8. uri: Slavnostna služba božja v cerkvi pri Sv. Križu. Po maši v okrašeni realčni telovadnici: 1. Slavnostni govor. (Ravnatelj dr. Beuk.) — 2. Slavnostna pesem. (Dijaški pevski zbor.) — 3. Deklamacija. (Učenec VII. razreda Fr. Hinterlechner.) — 4. Cesarska pesem. (Vsi.)
24. decembra do 3. januarja: Božične počitnice.

1909:

5. in 6. februarja: Izkušnje za privatiste.
13. februarja: Sklep I. polletja s slovesno službo božjo in razdelitvijo semestralnih izkazov.
13.-16. februarja: Pouka prosti dnevi.
17. februarja: Pričetek rednega pouka v II. polletju.
15. in 16. marca: Učenci gredo k izpovedi in k sv. obhajilu.
7.-13. aprila: Velikonočne počitnice.
3. maja: Majnikov izlet.
10. maja: Ravnateljstvo daje na ta dan prosto.
2.-5. junija: Pismena zrelostna izkušnja.
7. junija: Vč. g. dekan M. Arko nadzoruje pouk iz veroznanstva.
10. junija: Zavod se udeleži procesije Sv. Rešnjega telesa.
14. in 15. junija: Učenci gredo k izpovedi in k sv. obhajilu.
22. junija: Zavod se udeleži procesije sv. Ahacija.
24.-26. junija: Ustne zrelostne izkušnje.
28. in 30. junija: Izkušnje za privatiste.
8. julija: Sklep šol. leta s slovesno službo božjo in razdelitvijo letnih izpričeval.

Dne 16. junija 1909 sta v Ljubljani umrla

Milan Szillich in Franc Vončina,

učenca VI. razreda.

Bila sta ljuba tovariša svojim sošolcem. N. v m. p.!

VII. Najvažnejši odloki šolskih oblasti.

1. C. kr. naučno ministrstvo, 11. junija 1908, št. 26.651: Nov predpis o izpraševanju in o klasifikaciji na srednjih šolah. Po tem predpisu dobe učenci za I. polletje semestralni izkaz (izpričevalo), koncem II. polletja pa letno izpričevalo z redi iz vedenja in posameznih učnih predmetov. Redi za vedenje so: prav lepo, lepo, primerno in neprimerno, za učne predmete pa: prav dobro, dobro, zadostno in nezadostno. — V letnem izpričevalu je tudi povedano, kako je učenec dovršil razred (VII.), ali z odličnim ali z dobrim ali z nezadostnim uspehom, oziroma (I.-VI.) ali je sposoben za prestop v naslednji višji razred ali ne. Če ima učenec vsaj v polovici učnih predmetov „prav dobro" in v nobenem ne „zadostno", je za prestop odlično sposoben, če nima nobenega nezadostnega reda, je sposoben, če ima pa kak nezadosten red, ni sposoben za prestop. Vendar more v nižjih razredih pod gotovimi pogoji učenec prestopiti v naslednji višji razred, tudi če ima en nezadosten red (v jeziku, matematiki ali geometriji); takrat se mu napiše v izpričevalo, da je „vobče sposoben" za prestop, toda mora naslednji razred ponavljati, če dobi še enkrat iz ravnotega predmeta „nezadostno". — Vsako polletje se razdeli v tri konferenčne dobe. O uspehih učenja se obveščajo starši s posebnimi naznanili; o učencih VI. in VII. razreda pa se obveščajo starši le v izjemnih slučajih. Starši imajo pravico, da se lahko odreko tem poročilom.
2. C. kr. naučno ministrstvo, 21. junija 1908, št. 23.151: Glede pripustitve absolventov višjih obrtnih in podobnih šol k zrelostnim izkušnjam na realkah.
3. C. kr. dež. šol. svet kranjski, 29. sept. 1908, št. 5547: God Nj. Veličanstva je proslaviti 5. oktobra.
4. C. kr. dež. šol. svet kranjski, 10. nov. 1908, št. 6512: Poziv k nabiranju prispevkov za jubil. ustan. „Das Kind". Učenci zavoda so prispevali 33 K 30 h, in sicer: Pripr. 3·34, I. 6·38, II. 3·74, III. 4·50, IV. 3·63, V. 4·79, VI. 2·18 in VII. 4·74.
5. C. kr. naučno ministrstvo, 2. jan. 1909, št. 51.190 ex 1908: Glede izkušenj zasebnih učencev (privatistov). Praviloma delajo zasebni učenci izkušnje le koncem šolskega leta; na željo staršev ali varihov pa se lahko pripuste tudi koncem I. polletja k izkušnji. Taksa za celoletno izkušnjo znaša 48, za polletno 24 K.
6. C. kr. dež. šolski svet kranjski, 6. jan. 1909, št. 7214 ex 1908: Šola priporočaj učencem nabavo in rabo domačih nabiralnikov za denar.
7. C. kr. naučno ministrstvo, 17. jan. 1909, št. 2010: O uživanju dijaških ustanov z ozirom na novi predpis o klasifikaciji.
8. C. kr. naučno ministrstvo, 7. marca 1909, št. 8890: O šolnini na srednjih šolah z ozirom na novi predpis o klasifikaciji. Šolnina znaša za kraje z manj kot 25.000 prebivalci 30 K na vsako polletje. Plačevanja šolnine se lahko pod gotovimi pogoji oproste učenci, ki so lepega vedenja in marljivi ter so njihovi starši (vzdrževatelji) resnično revni.
9. C. kr. naučno ministrstvo, 29. marca 1909, št. 1997: Nekatere izpremembe o pripustu absol. srenješolcev k študijam na visokih šolah. Točka 5: Dopolnilno zrelostno izkušnjo, kakor jo predpisujeta

za absolvirane realce, ki hočejo na univerzo, odloka c. kr. naučnega ministrstva z dne 28. aprila 1885, št. 7553 in z dne 14. julija 1904, št. 4509, je skrčiti samo na latinščino in filozof. propedevtiko; te izkušnje pa se ne more delati pred pretekom enega leta po realčni maturi. Če pa hoče realec doseči vse pravice, ki jih ima absolvirani gimnazijec za obisk visokih šol, se mora podvreči tudi izkušnji iz grščine; to izkušnjo pa dela lahko tudi pozneje, med visokošolskimi študijami.

10. C. kr. naučno ministrstvo, 8. aprila 1909, št. 14.741: Nov učni načrt za realke, ki se po njem prične poučevati deloma že v š. l. 1909/10.

11. C. kr. naučno ministrstvo, 25. aprila 1909, št. 17.149: Šolsko leto 1908/9 je skleniti izjemoma dne 8. julija.

12. C. kr. dež. šol. svet kranjski, 10. maja 1909, št. 2006: Glede varnostnih odredb v slučaju požara na zavodu.

B.

Pouk.

1. Obvezni predmeti.

a) Učni načrt.

V šolskem letu 1908/9 se je poučevalo v obveznih predmetih po posebnem učnem načrtu za nižjo, oziroma višjo mestno realko v Idriji, kakor ju je odobrilo c. kr. naučno ministrstvo z odlokoma z dne 7. junija 1901, št. 13.152, in z dne 5. julija 1905, št. 23.775. Ta učni načrt se vobče strinja z normalnim učnim načrtom za realke, objavljenim z razpisom c. kr. naučnega ministrstva z dne 28. aprila 1898., št. 10331, ter se razločuje od njega v glavnem le glede učnega jezika v posameznih predmetih ter glede francoščine, ki se prične poučevati na zavodu šele v III. razredu.

V naslednji preglednici kažejo oklepaji pri številkah tedenskih ur, da se poučuje dotični predmet z nemškim učnim jezikom. Ostali predmeti se poučujejo s slovenskim, francoščina po možnosti s francoskim učnim jezikom. Terminologijo je podati v vseh predmetih v slovenskem in nemškem jeziku.

Predmet	Pripravljalni razred	I.	II.	III.	VI.	V.	VI.	VII.	Skupaj
		razred							
Verouk	2	2	2	2	2	2	(2)	(1)	13
Slovenščina	4	3	3	3	3	3	3	3	21
Nemščina	11	(5)	(5)	(4)	(4)	(3)	(3)	(4)	28
Francoščina	—	—	—	(5)	(4)	(4)	(3)	(3)	19
Zemljepis	1	3	(2)	(2)	(2)	—	—	—	9
Zgodovina	—	—	2	2	2	(3)	(3)	(3)	15
Matematika	4	(4)	—	—	—	(5)	(4)	(5)	18
Aritmetika	—	—	(3)	(3)	(3)	—	—	—	9
Prirodopis	—	2	2	—	—	(2)	(2)	(3)	11
Fizika	—	—	—	3	2	—	(4)	(4)	13
Kemija	—	—	—	—	—	(3)	(2)	—	5
Kemija in mineralogija	—	—	—	—	3	—	—	—	3
Opisna geometrija	—	—	—	—	—	(3)	(3)	(2)	8
Geometrija in geometriško risanje	—	—	(2)	(2)	(3)	—	—	—	7
Prostoročno risanje	2	4	4	4	4	3	2	3	24
Lepopisje	1	1	1	—	—	—	—	—	2
Telovadba	1	2	2	2	2	2	2	2	14
Skupaj	26	26	28	32	34	33	33	33	219

b) **Učne knjige** za šolsko leto 1909/10:

Katere knjige se bodo rabile za posamezne predmete, se naznani pozneje. Z ozirom na novi učni načrt za realke (glej A, VII, 10) je pričakovati nekaj izpremememb v dosedanjih učnih knjigah.*)

c) Šolske in domače naloge.

1. Iz slovenščine.

V. razred.

1. Spor zaradi nasledstva na prestolu po smrti Dušana Silnega v zgodovini in narodni pesmi. — 2. Kako naj skrbi tudi dijak za ugled učnega zavoda, ki ga poseča? — 3. Lambergarjevi poslanci v Gornjem Gradu. (Po Detelovi povesti „Pegam in Lambergar".) — 4. Ne hvali dneva pred večerom! — 5. Katere zgodovinske snovi, oziroma junake opeva slovenska narodna pesem? — 6. „Če doma jim dobro ni, žrjavi se črez morje vzdignejo . . ." (Lepa Vida.) — 7. Znaki živalske pravljice. — 8. „Gozdič je že zelen, — travnik že razcveten, — ptički pojejo — zeleno pomlad". (Nar. pesem.) — 9. „Al' jezero, ki na njegà pokraj'ni — stojiš, ni, Črtomir, podoba tvoja?" (Prešeren.) — 10. Načrti za bodoče počitnice.

VI. razred.

1. Moje misli in moji sklepi ob začetku šolskega leta. — 2. Vodilne misli v Stritarjevi odi „Nazaj!" — 3. Dobra knjiga — dober prijatelj. — 4. Ofelija v Shakespeare-Cankarjevem „Hamletu". — 5. „Saj pač dovolj ognjena — ljubav do doma ni nobena, — ki strastna ni! — A ne iz cenih besedi, iz del se javljaj žar strasti!" (Gregorčič.) — 6. Katera načela smeši Prešeren v satiri „Nova pisarija"? — 7. Aškerc: „Imaš kaj, poštar, ti zame?" (Uloga pisma v navadnem življenju.) — 8. Mažuranić: „Ah, da vide svieta puci ostali . . . Dok vi za krst podnosite muke, Nit bi zato barbarim se zvali, Što vi mroste, dok su oni spali!" (Poglavje iz jugoslovanske zgodovine.) — 9. Olika in omika. — 10. Svetovna važnost Sredozemskega morja.

VII. razred.

1. V čem se kaže Trubarjeva ljubezen do lastnega naroda? — 2. „Požel je kmetič in pospravil plod, — a kod, mladenič, kod gre tvoja pot? — Kaj si sejal, mladenič, kaj boš žel?" (O. Zupančič.) — 3. Slovenci med ostalimi Slovani. — 4. Tvoja beseda je zrcalo tvoje omike. — 5. a) Vodnik in njegovi učitelji. b) Vodnik in Francozi. — 6. „O, plamen za resnico in pravico — naj v duši ne ugasne Vam nikdar! — Za dom, za narod, za svobodo zlato — vam v prsih vedno gori sveti žar!" (Aškerc.) — 7. Prešeren obupuje o bodočnosti slovenskega naroda, a se upira ilirizmu. (Kako naj sodimo o tem?) — 8. Značaj mladeniča Zorina. — 9. Sebičnost rodi neslogo, nesloga — pogin. — 10. Naloge za zrelostni izpit.

Vaje v prostem predavanju.

Helenska lepota je premogla rimsko moč, a oboje Kristova ljubezen. (Rus Fr.) — Zgodovina — luč resnice z ozirom na Slovane. (Bevk.) — Zupančičevi

*) Zaznamek učnih knjig se razobesi na „črni deski".

„Samogovori", primerjani s prejšnjimi zbirkami tega pesnika. (Tuječ.) — VI. Levstikovi „Obsojenci". (Mayer.) — Ocena Meškove drame „Na smrt obsojeni". (Novak.)

Prebrana slovstvena dela.

V. razred.

Aškerc, Stara pravda. — Detela, Pegam in Lambergar.

VI. razred.

Mažuranić, Smrt Smail-age Čengijića. — Shakespeare-Cankar, Hamlet.

VII. razred.

Stritar, Zorin.

2. Iz nemščine.

V. razred.

1. Ein Student schildert seinem Freunde sein Studierstädtlein. (Ein Brief.) — 2. Ein Spielmann erzählt sein wunderbares Abenteuer in Kyffhäuser. (Nach dem Gedichte Viehoffs „Die Spielleute im Kyffhäuser".) — 3. Geschichte des „Glückes von Edenhall" nach Uhlands gleichnamigem Gedicht in zeitlicher Anordnung. — 4. Polykrates' Glück und Ende. — 5. Die Macht des Gesanges. (Nach „Bertran de Born".) — 6. Kudruns Wiedersehen mit Ortwin und Herwig. (Nach der 25. Aventiure des Kudrunliedes.) — 7. Wie leitet Klopstock seinen „Messias" ein? — 8. Hektors Abschied von Andromache. — 9. Die Freuden und Vorteile des Wanderns. — 10. Zur Auswahl: a.) Der Landmann am Sonntag, b.) Sommerabend auf dem Lande.

VI. razred.

1. Ländliche Beschäftigungen während des Jahres. — 2. Siegfrieds Tod am Lindenbrunnen. — 3. Wie feierte unsere Anstalt den 2. Dezember? — 4. Die erste Blütezeit der deutschen Literatur und ihre bedeutendsten Dichter. 5. Gedankengang und Gliederung der Ode Klopstocks „Friedrich der Fünfte". — 6. Wie schafft sich der Präsident von Walter Gewißheit über die Liebe seines Sohnes zu Luise? — 7. Inhalt und Deutung des Gedichtes „Adler und Taube" von Goethe. — 8. Musikus Miller und seine Tochter in „Kabale und Liebe". — 9. Die Bedeutung der Ströme für die Menschheit. — 10. Die Vorgeschichte zu Lessings „Minna von Barnhelm".

VII. razred.

1. Erklärung des Goetheschen Gedichtes „Gesang der Geister über den Wassern". — 2. Inwiefern erweist sich der Pfarrer in „Hermann und Dorothea" als ein vorurteilsfreier Beurteiler menschlicher Verhältnisse? — 3. Charakteristik des Apothekers. — 4. In was für einer Beziehung zur Handlung in Schillers „Maria Stuart" stehen die Worte Elisabeths (II. 5): „Was man scheint, hat jedermann zum Richter; was man ist, hat keinen"? — 5. Leicesters Handeln. — 6. Wie beweist Johanna d' Arc ihre göttliche Sendung? — 7. Licht- und Schattenseiten der fortgeschrittenen Kultur. (Nach Schillers „Spaziergang".) — 8. Mit des Geschickes Mächten ist kein ew'ger Bund zu flechten. — 9. Keine Rosen ohne Dornen. — 10. Maturitätsarbeiten.

Prebrana slovstvena dela.

VI. razred.

Schiller, Kabale und Liebe. — Lessing, Minna von Barnhelm. — Goethe, Egmont.

VII. razred.

Goethe, Hermann und Dorothea. — Schiller, Maria Stuart. — Schiller, Die Jungfrau von Orleans. — Grillparzer, König Ottokars Glück und Ende. — Goethe, Iphigenie auf Tauris.

d) Uspeh pouka. (Glej A, III.)

e) Zrelostne izkušnje.

1. Dodatek k izvestju 1907/8.

α) Poletni termin.

Uspeh izkušenj.

	Javnih	Zasebnih	Eksternih
	učencev		
K zrelostni izkušnji se je priglasilo	20	—	1
Zrelostne izkušnje se ni dovolilo	—	—	—
Pred ustno izkušnjo je odstopil	1	—	—
Pri ustnih izkušnjah je dobilo izpričevalo:			
zrelosti z odliko	2	—	—
zrelosti	17	—	1
Reprobiranih je bilo:			
na pol leta	—	—	—
na eno leto	—	—	—
na nedoločen čas	—	—	—
Med ustnimi izkušnjami odstopil	—	—	—
Skupaj . . .	20	—	1

β) V jesenskem in februarskem terminu ni bilo na zavodu zrelostnih izkušenj.

Zaznamek 1907/8 aprobiranih maturantov.

Ime	Rojstni kraj in leto	Študij		Stopnja zrelosti	Aprobirani so se izjavili, da se obrnejo na, k
		čas	kraj		
Brovet Rupert	Bled 1887	1899/1900—1906/1907 1907/1908	Ljubljana Idrija	zrel	mornarski komisarijat
Dežela Avguštin	Idrija 1888	1900/1901—1903/1904 1904/1905—1907/1908	Ljubljana Idrija	zrel	tehniko
Ferjančič Kornelij	Celovec 1880	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	rudarsko akademijo
Fux Karel	Metlika 1889	1900/1901—1904/1905 1905/1906—1907/1908	Novo mesto Idrija	zrel	tehniko
Habe Matevž	Vojsko 1890	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel z odliko	davkarijo
Ipavec Rafael	Idrija 1887	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	tehniko
Kavčič Evgen	Idrija 1888	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel z odliko	rudarsko akademijo
Kavčič Franc	Žiri 1889	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	tehniko
Koler Janez	Idrija 1887	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	železnici
Krulej Ernest	Laški trg 1888	1901/1902—1904/1905 1905/1906—1907/1908	Ljubljana Idrija	zrel	trgovini

Ime	Rojstni kraj in leto	Študij		Stopnja zrelosti	Aprobirani so se izjavili, da se obrnejo na, k
		čas	kraj		
Lapajne Adolf	Idrija 1889	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	tehniko
Lapajne Feliks	Idrija 1888	1899/1900—1901/1902 I. 1901/1902 II.—1907/1908	Ljubljana Idrija	zrel	trgovsko akademijo
Legat Ivan	Lesce 1888	1899/1900—1906/1907 1907—1908	Ljubljana Idrija	zrel	trgovsko akademijo
Lipužič Matija	Idrija 1888	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	rudarsko akademijo
Prinz Jožef	Reka 1887	1900/1901—1905/1906 1906/1907—1907/1908	Ljubljana Idrija	zrel	železnici
Turk Anton	Novi kot 1888	1901/1902—1907/1908	Idrija	zrel	tehniko
Urbančič Jožef	Ljubljana 1887	1899/1900—1906/1907 1907/1908	Ljubljana Idrija	zrel	tehniko
Vodopivec Franc	Brestovica 1887	1899/1900—1905/1906 1906/1907—1907/1908	Gorica Idrija	zrel	geodeziji
Weiß Franc	Idrija 1889	1901/1902 - 1907/1908	Idrija	zrel	rudarsko akademijo
Štebi roj. Urbančič Frančiška*)	Trnova 1884	1899/1900—1903/1904	C. kr. učiteljišče v Ljubljani	zrela	tehniko

*) **Pripuščena z dovoljenjem** c. kr. **dež. šol. sveta za Kranjsko z odlokom z dne 23. marca** 1908, št. 1483.

2. Zrelostne izkušnje l. 1908/9.

α) Poletni termin.

Pismene zrelostne izkušnje so se vršile po odloku c. kr. dež. šol. sveta za Kranjsko z dne 6. maja 1909, št. 2505, od 2.—5., ustne pa od 24.—26. junija.

Pismene naloge.

1. Nemščina:

a) Gemeinsame Hilf' in gemeinsamer Not
hat Reiche und Staaten gegründet;
der Mensch ist ein Einsamer nur im Tod,
doch Leben und Streben verbündet.

Grillparzer, „Feldmarschall Radetzky".

b) Welthistorische Begebenheiten und welthistorische Männer.

c) Die Elektrizität in ihrer praktischen Anwendung.

2. Opisna geometrija:

a) Ein umgekehrter gerader Kegel von der Höhe $h = 6$ und dem Grundradius $r = 3$ in der P_I ist nach einer Parabel zu schneiden. Der Scheitel der Parabel soll auf einer Erzeugenden, die parallel zur Kreuzrißebene ist, liegen und die Achse = 4 betragen.

b) Es ist die kleinste Kugel zu konstruieren, welche zwei gegebe Gerade AB und CD berührt.

A (0, 1, 2) B (8, 1, 7) C (0, 7, 1) D (8, 3, 1)

c) Die Strecke AC [A (16, 7, 10) C (12, 5, 1)] sei die Diagonale eines auf P_{II} senkrechten Quadrates, welches den mittleren Schnitt eines regelmäßigen Oktaëders darstellen soll. Die Projektionen dieses Oktaëders sind samt Selbst- und Schlagschatten zu konstruieren.

3. Slovenščina:

a) Kakšnega pomena je Adrija za našo monarhijo?

b) Zgodovinski dogodki so ali pospeševali ali ovirali razvijanje slovenske književnosti.

c) „Človek gore prekopava, — morje je njegova pot, —
vse zverine ustrahuje, — on je vseh stvari gospod."

Slomšek.

4. Francoščina:

Un voleur au piège. (Morceau à résumer.)

Uspeh izkušenj.	Javnih	Zasebnih	Eksternih
	učencev		
K zrelostni izkušnji se je priglasilo	24	—	—
Zrelostne izkušnje se ni dovolilo	3	—	—
Pred ustno izkušnjo je odstopilo	2	—	—
Pri ustnih izkušnjah je dobilo izpričevalo:			
zrelosti z odliko	1	—	—
zrelosti	16	—	—
Reprobiranih je bilo:			
na pol leta	1	—	—
na celo leto	—	—	—
na nedoločen čas	—	—	—
Med ustnimi izkušnjami odstopil	1	—	—
Skupaj	24	—	—

Zaznamek 1908/9 aprobiranih maturantov.

Ime	Rojstni kraj in leto	Študij		Stopnja zrelosti	Aprobirani so se izjavili, da se obrnejo na, k
		čas	kraj		
Baloh Štefan	Idrija 1889	1901/1902—1908/1909	Idrija	zrel	tehniko
Hinterlechner Franc	Ljubljana 1888	1899/1900—1904/1905 1905/1906 1906/1907—1908/1909	Ljubljana Gorica Idrija	zrel	geodeziji
Kutin Friderik	Postojna 1890	1901/1902—1906/1907 1907/1908—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	zemljedelsko vis. šolo
Matko Rudolf	Rajhenburg 1888	1900/1901—1906/1907 1907/1908—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	tehniko
Mayer Evgen	Vipava 1889	1901/1902—1905/1906 1906/1907—1908/1909	Gorica Idrija	zrel	zemljedelsko vis. šolo
Mihevc Anton	Dol. Logatec 1890	1902/1903—1908/1909	Idrija	zrel	živinozdravilstvu
Minatti Viljem	Ig-Studenec 1888	1900/1901—1906/1907 1907/1908—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	železnici
Novak Frančišek	Idrija 1892	1902/1903—1908/1909	Idrija	zrel	tehniko
Olifčič Robert	Ljubljana 1890	1902/1903—1907/1908 1908—1909	Ljubljana Idrija	zrel	živinozdravilstvu

I m e	Rojstni kraj in leto	Študij		Stopnja zrelosti	Aprobirani so se izjavili, da se obrnejo na, k
		čas	kraj		
Pelhan Ignacij	Idrija 1889	1901/1902—1908/1909	Idrija	zrel	zemljedelsko vis. šolo
Rus Franc	Št. Vid pri Lukovici 1889	1900/1901—1903/1904 1904/1905—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	živinozdravilstvu
Rus Ivan	Grosuplje 1891	1901/1902—1903/1904 1904/1905—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	tehniko
Schweiger Ivan	Črnomelj 1890	1900/1901—1902/1903 1904/1905—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	tehniko
Slejko Maks	Vel. Žablje 1890	1902/1903—1908/1909	Idrija	zrel z odliko	tehniko
Šircelj Franc	Ljubljana 1888	1900/1901—1906/1907 1907/1908—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	železnici
Tujetsch Evgen	Idrija 1884	1898/1899—1902/1903 1907/1908—1908/1909	Ljubljana Idrija	zrel	zemljedelsko vis. šoio
Vidmar Ivan	Idrija 1891	1902/1903—1908/1909	Idrija	zrel	tehniko

2. Neobvezni predmeti.

a) Petje. (Poučeval E. Gangl.)

Petje se je poučevalo v dveh tečajih po dve uri na teden. V prvem tečaju so se seznanili učenci z notami, intervali, takti, dur-škalami in dinamiškimi znamenji. V drugem tečaju so ponovili in izpopolnili snov prvega tečaja. Za podlago pevskemu pouku je služila Foersterjeva „Pevska šola". Gojenci obeh tečajev so se naučili več cerkvenih, narodnih in umetnih pesmi za moške in mešane zbore. Pri šolskih mašah so oskrbovali petje deloma v moških, deloma v mešanih zborih ter priredili dne 25. aprila t. l. v realčni telovadnici javen koncert v prid „Podpornemu društvu za dijake na realki v Idriji". Zato sta imela oba tečaja več skupnih pevskih vaj.

Udeležba I. tečaja v prvem polletju 56, v drugem 56 učencev.
„ II. tečaja v prvem polletju 28, v drugem 28 učencev.

b) Vaje v kemiji. (Vodil B. Baebler.)

Prvi tečaj za V. razred; obisk: v I. tečaju 7, v II. tečaju 6 učencev; dve tedenski uri.

Predelana tvarina: Vporaba najvažnejših kemiških priprav in vaje o topenju, precipitaciji, filtraciji, kristalizaciji, destilaciji itd.

Kvalitativna analiza najvažnejših elementov v anorganskih spojinah mokrim in suhim potom. Tehnologiški poizkusi sporedno z obligatno, v razredu predelano tvarino.

Drugi tečaj za VI. razred; obisk: 7 učencev; dve tedenski uri.

Predelana tvarina: Vaje sporedno z obligatno, v razredu predelano tvarino, in sicer: kvalitativno določevanje ogljika, vodika, dušika, žvepla in halogenov v organskih tvarinah. Kvalitativno določevanje najvažnejših organskih spojin. Vaje o določevanju vrelišča in tališča. Nekaj gravimetriških in volumetriških analiz, med drugimi določevanje trdote idrijskih voda. Tehnologiški poizkusi: izdelovanje mila, barvanje z anorganskimi in organskimi barvami itd.

Nadalje so si ogledali vsi učenci V. razreda pod vodstvom strokovnega učitelja za kemijo žgalnico za živo srebro v Idriji, učenci VI. razreda pa na Vrhniki tvornico za parkete, mlekarno, pivovarno in opekarno, v Logatcu pa tvornico za cement.

C.

Šola in dom.

Tudi v preteklem šolskem letu se je skrbelo, da sta delovala šola in dom po možnosti skupno in po enakih načelih. — Ob konferencah so poročali razredniki redno staršem ali vzdrževateljem o napredku in vedenju učencev. Ker je po novem predpisu (glej *A*, VII. 1) na polletje ena konferenca manj, kot jih je bilo prej, se je tem bolj pokazala potreba osebnega občevanja. V to svrho je določil takoj v začetku šolskega leta vsak učitelj po eno uro na teden, ki je bil v nji na razpolago staršem in njihovim namestnikom. Teh ur se je večina staršev ter stanodajalcev prav pridno posluževala. — Če se je pokazala potreba, se je starše ali njih namestnike pozvalo, da so se zglasili na zavodu. — Na ta način je bilo mogoče staršem in gospodarjem pozvedeti, česar so želeli in učiteljem povedati, kar se jim je zdelo potrebno za dosego dobrih učnih uspehov in za pravilno vzgojo. Ravnateljstvo pripoznava z zadovoljstvom, da so se dani nasveti upoštevali in le želi, da bi postalo občevanje doma s šolo še zaupljivejše. Ni le gledati na to, da si pridobi srednješolec gotovo mero raznega znanja, ampak treba je skrbeti v ravno toliki meri — če ne še v večji — za to, da se pravilno vzgoji. — Prvo da lahko šola sama, slednje pa le, če ima v domu oporo in podporo.

Dijaška stanovanja je pregledala posebna komisija v mesecu oktobru. Teh stanovanj je bilo 63 s 161 učenci zavoda. Gledala je na to, da odgovarjajo stanovanja predpisom v zdravstvenem oziru, stanodajalce pa opozarjala, da skrbe za to, da dijaki izpolnjujejo disciplinarne predpise, sami pa se drže pravil, zbranih v knjižicah: Poučilo tistim, ki imajo dijake na hrani in stanovanju in Kako je skrbeti doma za zdravje šolske mladine.

D.

Imenik učencev v šolskem letu 1908/9.

(**Debeli** tisk znači odličnjake; oklepaji pa med letom izstopivše učence.)

Pripravljalni razred.

Albreht Franc. — Brus Andrej. — Čok Anton. — Čuček Jožef. — Faganeli Jožef. — Gosler Viktor. — Govekar Matija. — Grošelj Jožef. — Hreščak Oskar. — Jurjavčič Anton. — Kenda Franc. — Kobal Alojzij. — **Kočevar Franc.** — Kogej Rudolf. — Koler Ivan. — Kovač Karel. — Kumer Filip. — Lapajne Cveto. — Lapajne Dušan. — Likar Jožef. — Lukežič Franc. — Majnik Ivan. — Majnik Stanislav. — Marc Albin. — Marc Ivan. — Martelanc Alojzij. — Mohorič Franc. — Možina Danilo. — Oblak Karel. — Oblak Štefan. — (Orehek Matej.) — Peljhan Franc. — Pivk Vincencij. — Podobnik Ivan. — Poljšak Franc. — Poženel Henrik. — Rupnik Anton. — Rupnik Jožef. — Sedej Ivan. — Skvarča Viktor. — Šinkovec Jožef. — Šolar Ludovik. — Štros Avguštin. — Tušar Franc. — Tušar Vincencij. — Velikanje Ivan. — Vidmar Vincencij. — Vončina Andrej. — Vončina Gabriel.

Realčni razredi.

I. razred.

Bajt Leopold. — Balleg Franc. — Bercar Ivan. — Bergoč Ivan. — Brejc Anton. — Čuk Dragotin. — **Dežela Stanislav.** — Faganeli Ivan. — Ferjančič Ignacij. — Ferjančič Stanislav. — Florenini Franc. — Gabrijelčič Ignacij. — Gabrovšek Anton. — Garlatti Miljutin. — Gregorač Franc. — Gregorač Ivan. — Gruden Rajko. — **Hladnik Anton.** — Jelinčič Viktor. — Jereb Jožef. — Jurjavčič Franc. — Kolenec Franc. — Koler Ivan. — Kovač Anton. — Kuštrin Anton. — Lapajne Ivan. — **Lazar Ciril.** — Marec Ivan. — Marec Jožef. — Mikuž Matevž. — Mlakar Ivan. — Mrovle Ivan. — Pelhan Stanislav. — Penco Avguštin. — Pirc Andrej. — Pirc Ivan. — Pivk Jožef. — Plešnar Franc. — **Poniž Evgen.** — Ravnik Avguštin. — **Rejc Ivan.** — Repar Ludovik. — Rovan Božidar. — Svetličič Leopold. — Šinkovec Bogomir. — Štrekelj Leopold. — Štrekelj Vladimir. — **Štrempfel Jožef.** — Taučer Aron. — Thurnherr Ferdinand. — Velikajne Anton. — Vončina Ciril. — Vončina Dragotin. — Wruss Avguštin. — Zazula Rafael. — Zagar Bogoslav.

II. razred.

Albert Anton. — Baloh Ivan. — Basiaco Jožef. — Bernik Ivan. — Borija Ivan. — Brenčič Ignacij — Gruntar Rudolf. — Gustin Julij. — Hainrihar Franc. — **Hainrihar Vincencij.** — Hribarnik Adalbert. — Hrovat Avguštin. — Hvala Justin. — Jazbar Anton. — **Kacin Dominik.** — Kenda Maks. — Kobal Ciril. — Kogej Jakob. — Lapajne Dimitrij. — Lauter Jožef. — Lazar Ignacij. — Leban Henrik. — Logar Franc ml. — (Logar Franc st.) — (Marc Ivan.) — (Moravec Jernej.) — Novak Ivan. — Pečirer Julij. — Penco Klemen. — Petrič Jožef. — Podobnik Franc. — pl. Premerstein Ivan. — **Rihtar Ciril.** — Rijavec Srečko. — Sandrin Ivan. — Šepetavec Boris. — Šinkovec Franc. — Štravs Jožef ml. — Štravs Jožef st. — Šušteršič Ladislav. — Tavzes Stefan. — Turk Janko. — **Uršič Franc.** — Weibl Rudolf.

III. razred.

Blumauer Valter. — (Bras Marij.) — Bratuš Franc. — Dežela Viktor. — Eržen Jožef. — Furlan Gabriel. — (Gabrovšek Jožef.) — Gostiša Matevž. — (Grabrijan Stanislav.) — Helmich Leon. — Hmelak Julij. — Horvat Jožef. — Jelinčič Leopold. — Karče Emil. — Kavs Vladislav. — Kenda Ivan. — Kobal Franc. — Kogej Anton. — Kogej Peter. — Koler Franc. — Kunstelj Jožef. — Lampe Franc. — Lapajne Miroslav. — Likar Franc. — Marec Jožef. — Martelanc Avgust. — **Mlinar Leopold.** — **Močnik Anton.** — Mozetič Franc. — Nussböck Viktor. — Oblak Karel. — Pavletič Jožef. — **Peteln Anton.** — Pirc Franc. — Plevnik Ivan. — Poka Ludovik. — Rejic Franc. — Rupnik Srečko. — Schweiger Slavoljub. — Sedej Franc. — Slavik Vladimir. — **Starec Vladimir.** — Sterguljec Stanislav. — Šapla Vladimir. — Šesek Vladimir. — Šinkovec Ferdinand. — Šinkovec Franc. — Šinkovec Ivan. — **Šotola Jaroslav.** — Thurnherr Emil. — Vončina Anton. — Zajec Venčeslav. — Zuljan Srečko. — Žnidaršič Venčeslav.

IV. razred.

Bonča Ivan. — Brejc Avgust. — Črček Karel. — Čuk Stanislav. — Dekleva Vladimir. — (Dolenc Alojzij.) — Dominco Franc. — Ferjančič Franc. — Hribarnik Romvald. — Jereb Franc. — Jurca Jožef priv. — Korenčan Milan. — Kristančič Božidar. — Kumer Alojzij. — Kumer Jožef. — Kuštrin Alojzij. — Leban Ignacij. — Levstik Edvard. — Lipužič Alojzij. — Mačkovšek Franc. — Mlekuž Oskar. — Negode Bogdan. — Novak Gabriel. — Ostan Franc. — Pahor Franc. — Parma Viktor. — Pivk Leopold. — Prijatelj Ciril. — **Sancin Ernest.** — **Sonc Stanislav.** — (Šinkovec Ivan.) — Tomec Janko. — Trošt Ciril. — Turek Hugon. — Turk Viljem. — Turk Vladislav. — Vidmar Tomaž. — Vončina Franc. — Žabkar Avgust priv.

V. razred.

Accetto Viktor. — Bevk Peter priv. — Bonča Ludovik. — Bratina Jožef. — Brzin Karel. — Burnik Franc. — (Cotič Julij.) — Deu Rajmund. — Gabrovšek Franc. — Gregorič Gregor priv. — Jerin Alojzij. — Jurman Ivan. — Kandare Franc. — Kenda Henrik. — Krševani Vladimir. — Kunc Jožef. — Leban Bogomil. — Levstek Božidar. — Makuc Franc. — Medica Milan. — Mikuž Franc. — Orel Stanislav. — Pahor Ivan. — Pivk Štefan. — Podobnik Anton. — Prelovec Henrik. — Přibil Ivan. — Punčuh Ludovik. — Ramor Ivan. — Šinkovec

Viktor. — Štih Franc priv. — Tavzes Ivan. — Terpin Franc. — Teršar Jožef. — Vončina Ferdinand. — Vončina Jožef ml. — Vončina Jožef st. — (Žerjav Anton.)

VI. razred.

Bajt Jožef. — (Bizjak Filip.) — Erjavec Franc. — (Jenčič Anton.) — Kanduč Valentin. — Lackenbacher Leon. — Lapajne Franc. — Lapajne Ivan. — Mayer Franc. — Mlekuž Adolf. — Pahor Bogdan. — Pitomic Albin. — **Sedej Anton.** — Seljak Anton. — (Szillich Milan.) — Šinkovec Dragotin. — Šmid Franc. — Štrempfel Ludovik. — Šušteršič Mirko. — Thaler Emil. — Tominc Albin. — Tomšič Dušan. — Wisiak Rudolf. — (Vončina Franc.) — Vončina Valentin.

VII. razred.

Baloh Štefan. — Bevk Ivan. — Gruden Jožef. — Hinterlechner Franc. — Kos Anton. — Kutin Friderik. — Matko Rudolf. — Mayer Evgen. — Mihevc Anton. — Minatti Viljem. — Novak Franc. — Olifčič Robert. — Pelhan Ignacij. — Remic Franc. — Rus Franc. — Rus Ivan. — Schweiger Janko. — Slejko Maks. — Šircelj Franc. — Terpin Jožef. — Tujetsch Evgen. — Turk Franc. — Vidmar Ivan. — Vodeb Teodor.

E.

Naznanilo o začetku šolskega leta 1909/10.

Šolsko leto 1909/10 se prične dne 19. septembra s skupno sv. mašo v cerkvi pri Sv. Križu ob 8. uri dopoldne.

Za sprejem učencev veljajo te-le določbe:

a) Učenci, ki želijo **vstopiti v pripravljalni razred,** naj se oglase s svojimi starši ali njih namestniki **dne 16. septembra** od 9. do 12. ure osebno pri ravnatelju ter naj z rojstnim (krstnim) listom dokažejo, da so že izpolnili deveto leto svoje starosti ali ga še izpolnijo v letu 1909, nadalje, da so dovršili z dobrim uspehom vsaj III. razred ljudskih šol. Čitati in pisati morajo znati slovensko in nemško. Sprejem bo za vse začasen; pri komur se bo razvidelo v prvih šestih tednih, da ne more uspevati, bo moral zapustiti pripravljalni razred.

b) Učenci, ki žele **na novo vstopiti v I. razred,** naj se oglase s svojimi starši ali njih namestniki **dne 15. septembra** od 8. do 12. ure osebno pri ravnatelju ter naj z rojstnim (krstnim) listom dokažejo, da so že izpolnili deseto leto svoje starosti ali ga izpolnijo še v letu 1909. Oni, ki so doslej pohajali ljudsko šolo, naj se izkažejo z izpričevalom, obsegajočim rede iz veronauka, učnega jezika (slovenskega in nemškega) in računstva.

Vsi vnanji učenci se oglase lahko tudi pismeno, poslati jim je le pravočasno gori navedeni listini.

Sprejet je učenec v I. razred šele tedaj, ko je prebil z dobrim uspehom sprejemno izkušnjo.

Sprejemne izkušnje v I. razred se bodo vršile dne 16. septembra ob 9. uri dopoldne.

Ponavljati sprejemne izkušnje v istem letu ni dovoljeno.

Učenci, ki so bili sprejeti meseca julija v I. razred, naj pridejo šele k slovesni otvoritvi dne 19. septembra.

Tisti učenci, ki so dovršili z ugodnim uspehom pripravljalni razred mestne realke v Idriji, prestopijo brez izkušnje v I. realčni razred. Oglase naj se z izpričevalom dne 17. septembra dopoldne.

c) **V vse ostale razrede** se bodo sprejemali učenci **dne 17. septembra,** in sicer: II.—IV. **dopoldne od 8. do 12.,** V.—VII. pa **popoldne od 2. do 5. ure.** Učenci, **ki so doslej obiskovali ta zavod,** naj prineso zadnje šolsko izpričevalo; oni pa, ki hočejo na zavod **vstopiti na novo,** se morajo izkazati z rojstnim (krstnim) listom in z zadnjim šolskim izpričevalom, ki je na njem zaznamovan pravilno javljen odhod.

č) **Ponavljalni dodatni in sprejemni izpiti za višje razrede** se vrše **18. septembra.**

d) **Podatke o sprejemnini in drugih denarnih prispevkih,** kakor tudi o šolnini, se bo razglasilo pozneje, in sicer v uradnem listu in na črni deski ravnateljstva.

e) Z ozirom na važnost dobrega stanovanja si pridržuje ravnateljstvo pravico, da sprejme le one učence, ki so na takem stanovanju, ki ga je odobril učiteljski zbor, oziroma ravnatelj. Zato naj ne sklepajo starši ali njih namestniki s stanodajalci nobene obvezne pogodbe, predno si niso dobili od ravnateljstva dovoljenja za dotično stanovanje. — Ravnateljstvo bode pripravilo staršem in njih namestnikom zaznamek dobrih, zanesljivih stanovanj. — Vsi oni pa, ki imajo ali hočejo dobiti dijakov na stanovanje in hrano, naj se oglase pri podpisancu ali pismeno ali pa osebno v za to določenih, na črni deski ravnateljstva razvidnih urah v teku velikih počitnic.

f) **Redni pouk** se prične v ponedeljek 20. septembra.

V Idriji, meseca julija 1909.

Dr. Stanislav Beuk,
ravnatelj

Zaznamek

znanstvenih člankov v dosedanjih izvestjih
mestne realke v Idriji.

L. 1901/2: **Ustanovitev zavoda.** Spisal ravnatelj Karel Pirc.
Slovenska pesem idrijskih rudarjev. Spisal Makso Pirnat.

L. 1902/3: **Kje naj postavimo mejo psihiškemu življenju v organiški prirodi?** Spisal dr. S. Beuk.
Pripravniški tečaj v Idriji. Spisal Makso Pirnat.
Kratek popis novega realčnega poslopja. Spisal ravnatelj Karel Pirc.

L. 1903/4: **Začetni pouk v prostem risanju na realkah.** Spisal Vinko Levičnik.
† Ivan Rode. Nekrolog. Napisal M. Pirnat.

L. 1904/5: **† Ravnatelj Karel Pirc.** Nekrolog. Napisal dr. S. Beuk.
Bernoullijeva lemniskata. Spisal dr. S. Bevk.
Rudniško gledališče v Idriji. Spisal Makso Pirnat.
Govor ob stoletnici Schillerjeve smrti. M. Pirnat.

L. 1905/6: **Nekaj fizikalnih poizkusov.** Spisal Julij Nardin.
Učni načrt za telovadbo v realkah. Napisal Iv. Bajželj.

L. 1906/7: **Radioaktiviteta in razpadanje atomov.** Spisal B. Baebler.

L. 1907/8: **Mestna realka v Idriji 1901—1908.** Napisal dr. S. Beuk.
Donesek k vprašanju o koncu sveta. Spisal Julij Nardin.
Praktiške vaje v kemiji. Spisal B. Baebler.
O domovini in naseljevanju južnih Slovanov. Poročal dr. Drag. Lončar.
Pozabljen pesnik (J. Cimperman). Sestavil E. Gangl.

L. 1908/9: **Integracija racionalnih ulomkovih funkcij.** Spisal Ivo Tejkal.
Poljudna razlaga indukcijskega toka. Spisal Julij Nardin.