Die
Decimalbruchrechnung
auf eine
sehr faßliche und kurze Art
vorgetragen.

Von

Professor F. A. Frank.

Zum Gebrauche für Lehrer und Lernende, und für alle Jene, die sich mit Decimalbrüchen befassen müssen.

Laibach,
zu finden bey Wilhelm Heinrich Korn, Buchhändler.

Gedruckt bey Joseph Sassenberg.
1820.

Vorrede.

Die nächste Veranlassung zu diesen Bögen gab der letzte Studienplan für die k. k. Gymnasien, in Folge welchem der Lehrer das nämliche Rechenbuch, welches früher nur für die deutschen Schulen bestimmt war, auch in den 4 untern lateinischen Classen vortragen muß. Da nun der zweyte Theil desselben die Decimalrechnung abhandelt, jedoch so, daß dem Lehrer eines Theils, wenn er den beabsichtigten Nutzen erzielen will, bey weitem zu viel für Zusätze übrig gelassen wurde, wozu er nicht leicht die ausgemessene Zeit mit Dictiren versplittern kann, andern Theils aber die Decimalrechnung ihres anerkannten Nutzens wegen nicht mehr ein ausschliessendes Eigenthum der Mathematiker ist, sondern itzt schon häufig im bürgerlichen Leben angewendet wird, so glaube ich, daß diese Schrift, die dem Lehrer das Dictiren, dem Schüler das Schreiben ersparet, beyden gewiß willkommen seyn dürfte.

Wie sehr ich übrigens in dieser bedacht war, alle möglichen Fälle, so zu sagen, zu erschöpfen, mit gründlichen Beyspielen zu belegen, und absonderlich das schwierige Dividiren leicht und faßlich darzustellen, wird der Sachkundige mir gewiß willig zugestehen.

Daß ich dießfalls keine Bücher benützen konnte, kann Niemanden befremden: — ich fand jede Quelle ärmer als meine. —

Gewiß ist es, daß diese Blätter nie an das Licht getretten wären, wenn mich nicht mein heuriger fruchtbarer Vortrag und meine und der Schüler künftige Bequemlichkeit dazu verleitet hätten; indeßen ist der Nutzen derselben ausgedehnter, als er dem ersten Anblicke nach zu seyn scheint: der Mediciner und Apotheker, dem die Chemie die Gewichte nach Decimalen bestimmt; der Handelsmann, Spekulant und Wechsler, für die die Reductions-Tabellen des Münz-Maß- und Gewichtsystemes eigentlich sind, und mehrentheils in Decimalen gegeben werden; der Rechnungsbeamte eines solchen Departements; der Militairist, so wie der Bau-Berg- und Forstbeamte, wird sie gewiß mit Nutzen lesen.

Geschrieben in den Herbstferien 1820.

Der Verfasser.

I. Abschnitt.

Vom Aussprechen und Anschreiben der Decimal-Brüche.

§. 1.

Die Decimalbrüche haben unmittelbar ihren Ursprung aus dem dekadischen Zahlensysteme genommen, vermöge welchem bey gleichen Zahlen jede rechts folgende Zahl dem Werthe nach um das Zehnfache kleiner, als die ihr unmittelbar vorgehende ist. So bezeichnet z. B. die Zahl 444 zwar lauter Vierer, aber der erste zur Linken gilt 400 Einheiten, der zweyte nur mehr 40 Einheiten, mithin um das Zehnfache weniger als der erste, und der dritte gar nur 4 Einheiten, und sonach wieder um das Zehnfache weniger als der zweyte. Bey ungleichen Zahlen erklärt es sich eben so leicht; denn in der Zahl z. B. 432 bezeichnet der Vierer 400 Einheiten; er würde aber an der Stelle des Dreyers nur 40, und an der Stelle des Zweyers gar nur 4 Einheiten bezeichnen: eben so bezeichnet der Dreyer an der zweyten Stelle 30 Einheiten; er würde aber an der ersten Stelle 300 und an der letzten nicht mehr als 3 einfache Einheiten bezeichnen, und eben dieses gilt von dem Zweyer.

§. 2.

Da zwischen der Einheit und der Nulle noch eine unendliche Menge von Zahlen liegen können, die zwar alle kleiner als 1 aber doch größer als 0 seyn werden, und man diese unendliche Menge von Zahlen nur durch gebrochene Zahlen oder Brüche ausdrücken kann, so ist es von selbst einleuchtend, daß, wenn man das in §. 1. dargestellte System noch hinter der Einheit fortsetzet, die erste der Einheit rechts stehende

Zahl um das Zehnfache weniger als die Einheit selbst, mithin also nur Zehntel der Einheit, die zweyte Zehntel der Zehntel d. i. Hundertel der Einheit, die dritte Zehntel der Hundertel d. i. Tausendtel der Einheit u. s. w. gelten werde. Damit man aber wisse, wo die ganzen Zahlen aufhören, und der Decimalbruch anfängt, so pflegt man nach den Einheiten der ganzen Zahl ein Komma, (,) und hinter selbem den Decimalbruch zu schreiben; sollte etwa keine ganze Zahl seyn, so wird deren Abgang durch eine o ersetzet, welche sodann anzeiget, daß ausser dem Bruche keine Ganzen vorhanden sind.

§. 3.

Das bisher Gesagte allein reichet schon hin, Decimalbrüche richtig und ohne Schwierigkeit aussprechen und anschreiben zu können, wenn man nur weiß, daß die erste Ziffer im Decimalbruche nach den Einheiten Zehntel, die zweyte Hundertel, die dritte Tausendtel, die vierte Zehntausendtel, die fünfte Hunderttausendtel der Einheit u. s. f. bezeichnet, und daß, wie bey ganzen Zahlen, jede abgängige Stelle mit einer o besetzet werden müße; ferners erkläret sich auch die Ursache leicht, woher es kommt, daß Decimalbrüche ohne Nenner geschrieben werden. Wir wollen dieses alles nun mit erläuternden Beyspielen belegen, und sehen, wie nachstehende Zahlen mit ihren angehängten Decimalbrüchen ausgesprochen werden:

1.) 327,2579. 2.) 0,43528. 3.) 17,02003.

1.) Dreyhundert sieben und zwanzig Ganze, zwey Zehntel, fünf Hundertel, sieben Tausendtel, neun Zehntausendtel.

2.) Keine Ganzen, vier Zehntel, drey Hundertel, fünf Tausendtel, zwey Zehntausendtel, acht Hunderttausendtel.

3.) Siebenzehn Ganze, keine Zehntel, zwey Hundertel, keine Tausendtel, keine Zehntausendtel, drey Hunderttausendtel.

Diese Art — Decimalbrüche auszusprechen — hätte immerhin noch Unbequemes genug, wenn nicht aus dem Gesetze — Der Nenner jedes Decimalbruches ist gleich der Einheit mit so vielen Nullen, wie viele Ziffern (bedeutende oder Nullen) der Zähler des Decimalbruches hat — eine leichtere Methode hervorgienge: diesem Gesetze zu Folge werden auch die Zahlen des Decimalbruches, ohne die den bedeutenden Decimalzahlen vorgehenden Nullen zu beachten, wie ganze Zahlen ausgesprochen, am Ende aber der nach diesem Gesetze bestimmte Nenner. Z. B.

632,7 = 632 Ganzen und 7 Zehnteln
42,13 = 42 Ganzen und 13 Hunderteln
0,273 = keinen Ganzen und 273 Tausendteln,
4,3182 = 4 Ganzen und 3182 Zehntausendteln,
9,52684 = 9 Ganzen und 52684 Hunderttausendteln,
6,05 = 6 Ganzen und 5 Hunderteln,
0,032 = keinen Ganzen und 32 Tausendteln,
2,004 = 2 Ganzen und 4 Tausendteln,
3,0027 = 3 Ganzen und 27 Zehntausendteln,
1,0006 = 1 Ganzen und 6 Zehntausendteln,
8,00054 = 8 Ganzen und 54 Hunderttausendteln,
7,00003 = 7 Ganzen und 3 Hunderttausendteln u. s. w.

Der Grund hievon ist leicht einzusehen, denn wenn man z. B. obigen Decimalbruch in der dritten Reihe 0,273 nach eben diesem Paragraphe in seine Theile $\frac{2}{10}$, $\frac{7}{100}$ und $\frac{3}{1000}$ zerlegt, und sie nun wie gemeine Brüche unter gleiche Benennung bringt, so gehen sie in diese über $\frac{200}{1000}$, $\frac{70}{1000}$ und $\frac{3}{1000}$, und geben addirt richtig $\frac{273}{1000} = 0{,}273$.

§. 4.

Obschon die Nullen links vor einer ganzen Zahl, auf die keine bedeutende Ziffer mehr folgt, zu nichts taugen, und den Werth der ganzen Zahl nicht im geringsten, am Ende angehängt aber ungemein verändern, so daß 00025 = 25, aber 25000 bey weitem nicht gleich 25 ist, so findet doch bey Decimalbrüchen in jeder Hinsicht gerade das Gegentheil Statt; denn hier taugen die am Ende einem Decimalbruche angehängten Nullen zu nichts, verändern auch nicht im geringsten seinen Werth, werden sie ihm aber zur Linken angefügt, so wird der Werth des Bruches mächtig geändert; dem zu Folge ist 243,250000 = 243,25; denn $\frac{250000}{1000000} = \frac{25}{100} = 0{,}25$; hingegen ist 243,000025 bey weitem nicht gleich 243,25; diese bezeichnen 25 Hundertel, jene aber 25 Milliontel einer Einheit.

§. 5.

Hat man nun diesen Begriff gut aufgefaßt, so wird auch das Anschreiben eines gegebenen Decimalbruches keine Schwierigkeit mehr machen, wenn man nur nach den gegebenen Ganzen das Komma, oder bey deren Ermangelung an ihre Stelle vor dem Komma eine Nulle setzt, bey Anschreibung des Zählers vom Decimalbruche die Anzahl Nullen des ausgesprochenen Nenners zum Grunde legt, und das §. 3 angeführte Gesetz nun umgekehrt so ausspricht: Der Zähler eines Decimalbruches hat so viele Ziffern (bedeutende oder Nullen) wie viele Nullen der Nenner hat. Ist nun die Anzahl der im Zähler ausgesprochenen Decimalen nicht so groß, als die Anzahl Nullen des gegebenen Nenners, so werden dem Decimalbruche links so viele Nullen vorgesetzet, bis der Zähler so viele Zahlzeichen hat, wie viel der Nenner Nullen; demnach fodert der Nenner 10 ein, der Nenner 100 zwey, der Nenner 1000 drey, der Nenner 10000 vier, der Nenner 100000 fünf, der Nenner 1000000 sechs und s. f. Zahlzeichen im Zähler, und nachstehende Brüche werden in Zahlen so ausgedrücket werden.

6 Ganze 3 Zehntel = 6,3
keine Ganzen 3 Hundertel = 0,03
25 Ganze 3 Tausendtel = 25,003
4 Ganze 3 Zehntausendtel = 4.0003
1 Ganzes 3 Hunderttausendtel = 1,00003
keine Ganzen 3 Milliontel = 0,000003
76 Ganze 23 Hundertel = 76,23
5 Ganze 762 Tausendtel = 5,762
19 Ganze 3452 Zehntausendtel = 19,3452
2 Ganze 10306 Hunderttausendtel = 2,10306
7 Ganze 250034 Milliontel = 7,250034
3 Ganze 324 Hunderttausendtel = 3,00324.

Nach §. 4. würden nachstehende Brüche sicher keinen Decimalrechner verrathen, sie müßten nur in Vergleich mit andern der gleichen Benennung wegen so ausgesprochen und angeschrieben werden:

5 Ganze 40 Hundertel = 5,40
5 Ganze 400 Tausendtel = 5,400
5 Ganze 4000 Zehntausendtel = 5,4000
5 Ganze 40000 Hunderttausendtel = 5,40000
5 Ganze 400000 Milliontel = 5,400000, denn sie sind offenbar alle = 5,4.

§. 6.

Die Decimalbrüche haben manche Vorzüge vor gemeinen Brüchen, unter welchen ausser dem, daß man sie ohne Nenner leicht lesen und schreiben kann, dieser gewiß einer der erheblichsten ist, daß die wegen gemeiner Benennung und des dabey vorkommenden Vortheiles Anfängern so schwer fallende Addition und Subtraktion gemeiner Brüche, in Decimalbrüchen nicht schwerer als die Addition und Subtraktion in ganzen Zahlen ist. Dieser letztere Vortheil wird sich weiter unten, wo von der Addition und Subtraktion der Decimalbrüche gehandelt werden wird, deutlich zeigen.

II. Abschnitt.

Von der Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche, und der Decimalbrüche, in gemeine.

§. 7.

Bey Decimalbrüchen kommen gleichfalls, wie bey gemeinen, echte unechte und gemischte Brüche vor; so ist z. B. $\frac{7}{10}$ ein echter, $\frac{100}{100}$ oder $\frac{432}{100}$ sind unechte und $7\frac{23}{1000}$ ist ein gemischter Decimalbruch.

Ehevor ich aber die Verwandlung zeige, wird es gut seyn, die 4 gewöhnlichen Rechnungszeichen, die die Mathematiker beliebter Kürze wegen angenommen haben, hier anzuführen.

Das Zeichen (+) mehr (plus) zeigt an, daß jene Zahlen, zwischen welchen es stehet, zu addiren sind. Z. B. 3 + 4 = 7.

Das Zeichen (—) weniger (minus) zeigt an, daß jene Zahlen, zwischen welchen es stehet, von einander abzuziehen sind. Z. B. 7 — 5 = 2.

Das Zeichen (X) multiplicirt (multiplicatum) zeigt an, daß jene Zahlen, zwischen welchen es stehet, mit einander zu multipliciren sind. Z. B. 4 X 5 = 20.

Das Zeichen (:) dividirt (divisum) zeigt an, daß jene Zahlen, zwischen welchen es stehet, mit einander zu dividiren sind; und zwar pflegt man die Division so anzuschreiben, daß zuerst das Dividend, dann das Divisionszeichen, hinter diesem der Theiler, dann das Zeichen der Gleichheit, und endlich hinter diesem der Quotient zu stehen kommt. Z. B. 312 : 13 = 24.

Zwar dürfte diese mathematische Art zu dividiren einigen besonders Normalschülern, die gewohnt sind das Dividend zwischen zwey Striche zu setzen, fremd vorkommen; allein es bleibt ihnen ja immerhin unbenommen obige und jede andere Division so zu schreiben: 13 | 312 | 24, obschon jedem zu rathen wäre, sich die mathematische Art anzugewöhnen, weil in selber der offenbare Vortheil, daß Theiler und Quotient, die während dem Dividiren immer unter einander multiplicirt werden, näher neben einander stehen, nicht zu verkennen ist. Dieses einleuchtend zu machen, darf man als Beyspiel nur eine etwas ungewöhnlich große Division geben.
3436 | 18049308 | 5253 Schulart;
18049308 : 3436 = 5253 mathematische Art: wie getrennt stehen Theiler und Quotient nach der obern, und wie nahe neben einander nach der untern Art!

Was aber am meisten zu wünschen macht, daß schon Normalrechenbücher nach dieser Methode abgefaßet, und die Jünglinge schon in den Elementarklassen daran gewöhnet würden, ist wohl der Umstand, daß doch jährlich wenigstens ein Theil der Normalschüler in die lateinischen Schulen übertritt. Ich weiß es aus mehrjähriger Erfahrung, mit welchen Schwierigkeiten die Jugend dort zu kämpfen hat, wenn sie sich plötzlich an die mathematische Art zu dividiren gewöhnen muß.

§. 8.

Ausser diesen 4 Rechnungszeichen haben die Mathematiker noch 2 andere Zeichen eingeführet, um gleiche und ungleiche Größen anzuzeigen.

Das Zeichen der Gleichheit, (=) gleich (æquale) kann nur zwischen Größen gesetzet werden, die einander entweder dem Werthe, oder dem Gewichte, oder dem Maße nach u. s. f. gleich sind, z. B. 3 fl. = 180 fr., 4 Pfund = 128 Loth, 7 Eimer = 280 Maß.

Das Zeichen der Ungleichheit (<) kleiner als (minus quam), oder (>) größer als (majus quam) kann nur zwischen Größen gesetzet werden, die einander dem Werthe, oder dem Gewichte oder dem Maße nach u. s. f. ungleich sind, wobey zu bemerken ist, daß die kleinere Größe allzeit an die Spitze, die größere aber immer an die Oeffnung des Zeichens zu stehen kommt. So heißt z. B. 36 kr. < 1 fl., 36 kr. sind kleiner als 1 fl. (dem Werthe nach); 72 Pfund < 1 Zentner, 72 Pfund sind kleiner als 1 Zentner (dem Gewichte nach); 25 Maß < 1 Eimer, 25 Maß sind kleiner als 1 Eimer (dem Maße nach); umgekehrt heißt: 1 fl. > 48 kr., 1 fl. ist größer als 48 kr.; 1 Zentner > 75 Pfund, 1 Zentner ist größer als 75 Pfund; 1° > 5′, 1° ist größer als 5.′

§. 9.

Soll nun ein gemeiner Bruch in einen Decimalbruch verwandelt werden, so hänge man

1. dem Zähler eine, oder, wenn er dann noch kleiner als der Nenner wäre, nach Erfoderniß zwey auch drey Nullen an, oder, was Eines ist, man multiplicire den Zähler mit 10,100,1000 u. s. w., dividire dieses Product durch den Nenner, setze den Quotienten als Decimale hinter dem Komma, und an die Stelle der Ganzen, wenn der gemeine Bruch ein echter ist, eine Nulle. Z. B. $\frac{4}{5}$ $=$ 40: 5 $=$ 0, 8; $\frac{1}{25}$ $=$ 100: 25 $=$ 0,04; bleibt

2. ein Rest, so wird dieser wieder mit 10, oder nach Erfoderniß des Theilers auch mit 100, 1000 u. s. f. multiplicirt, wenn nämlich der Theiler noch größer wäre, als der mit 10, 100 oder 1000 multiplicirte Rest, wobey aber für jede dem Reste angehängte Nulle, so lange er noch kleiner als der Theiler ist, auch im Quotienten eine Nulle gesetzet werden muß; dieses Product wird dann wieder durch den Nenner dividirt, und der Quotient als Decimale angeschrieben. Z. B. $\frac{3}{4}$ $=$ 30:4 0,75; $\frac{51102}{170000}$ $=$ 511020: 170000 $=$ 0,3006.

3. Dieses Verfahren wiederhohle man so oft, als es die Genauigkeit der Rechnung erfodert, indem man immer dem bleibenden Reste eine, oder nach Erfoderniß mehrere Nullen anhängt, das Product durch den Nenner (Thei-

ler) dividirt, und den Quotienten hinter den schon gefundenen Decimalen schreibt. Z. B. $\frac{7}{8} = 70 : 8 = 0,875$; $\frac{240420}{1200000} = 2404200 : 1200000 = 0,20035$.

4. Geht eine dieser Divisionen auf, wie es in allen vorgehenden Beyspielen dieses Paragraphs der Fall ist, so ist der gefundene Decimalbruch dem vorgelegten gemeinem Bruche vollkommen gleich; bricht man aber

5. selbst eher ab, weil vielleicht der Gegenstand der Rechnung eben keine so große Genauigkeit erfodert, oder geht die Division gar nie auf, wie es bey periodischen Brüchen der Fall ist, die man gleich aus der Wiederkehr gleicher Theildividende erkennet, und von denen im folgenden Paragraphe besonders gehandelt werden soll, so ist der gefundene Decimalbruch immer etwas kleiner als der gemeine; er kommt ihm aber desto näher, je mehr man durch obiges Verfahren Decimalstellen entwickelt, würde ihm jedoch bey dieser Art von Brüchen — selbst wenn man die Division ins Unendliche fortsetzen wollte — doch nie gleich kommen. So ist z. B. nach 3) und 4) $\frac{95}{128} = 0,7421875$; bricht man aber nach 5) die Division eher ab, z. B. nach der vierten Decimalstelle, so ist $\frac{95}{128} > 0,7421$ oder umgekehrt $0,7421 < \frac{95}{128}$. Periodische Brüche, wo die Division niemahls aufgeht, sind z. B. $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{7}{11}, \frac{17}{33}, \frac{37}{99}, \frac{23}{51}$ u. s. w.

6. Hat der gemeine Bruch etwa auch ganze Zahlen bey sich, so setze man sie statt der Nulle vor dem Komma. Z. B.

$3\frac{2}{5} = 3,4$; oder ist der gemeine Bruch ein unechter so ziehe man erst die Ganzen heraus, und setze sie an die Stelle der Ganzen. Z. B. $\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8} = 2,625$.

Anmerkung. Bekanntlich ist der Rest in Divisionen ganzer Zahlen immer ein echter Bruch; man kann also auch bey ganzen Zahlendivisionen den etwa bleibenden Rest hinter den Ganzen des Quotientens in Decimalform ausdrücken. Z. B. $1727 : 4 = 431\frac{3}{4}$ oder $1727 : 4 = 431,75$.

§. 10.

Periodischer Brüche gibt es zwey Arten: die Periode fängt entweder schon

1. mit der ersten Decimale an, und besteht aus 1, 2, 3 u. s. w. Ziffern; oder sie fängt
2. nicht mit der ersten, sondern erst nach der ersten, zweyten, dritten u. s. w. Decimale an, und hat wieder 1, 2, 3 u. s. w. Ziffern.

Diese Brüche werden darum periodische genannt, weil bey fortgesetzter Division immer wieder die nämlichen Quotienten zum Vorscheine kommen, und daher die Division nie aufgeht.

Um aber einen periodischen Bruch gleich bey seinem Anblicke zu erkennen, und zugleich bestimmen zu können, ob er ein periodischer Bruch der ersten oder zweyten Art sey, aus wie vielen Ziffern die Periode bestehe, und wenn er der zweyten Art wäre, wie viele Decimalen der Periode vorgehen; und endlich um auch nebstbey das unnöthige Wiederhohlen der Periode zu ersparen, so werde ich nach jedem solchen Bruche so viele Punkte setzen, wie viele Ziffern die Periode hat. Stehen nun hinter dem Bruche so viele Punkte, als Ziffern oder Decimalstellen der Decimalbruch hat, so ist er ganz sicher nach (1) ein periodischer Bruch der ersten Art; folgen aber weniger Punkte, als Decimalstellen der Bruch hat, so ist er nach (2) ein periodischer Bruch der zweyten Art, und die letzten Ziffern in gleicher Anzahl mit den Punkten zeigen die Periode, die weiter zur Linken aber die der Periode vorgehenden Decimalen an. So ist z. B. 0,873 ... ein periodischer Bruch der ersten Art, weil eben so viele Punkte sind, als der Bruch Ziffern hat, und die Periode besteht aus 3 Ziffern; hingegen ist dieser Bruch 0,27045 .. ein periodischer Bruch der zweyten Art, welches daraus zu entnehmen ist, weil der Bruch mehr Ziffern hat, als hinten Punkte folgen, und eben aus der Anzahl dieser Punkte ist auch zu ersehen, daß nur 45 die Periode sey, 270 aber die der Periode vorgehenden Decimalen bezeichne.

§. 11.

Weil man aber bey Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche häufig auf periodische stoßt, und man sich also ihrer nicht entschlagen kann, so will ich zur beßern Uebung für Anfänger hier die Nenner der gemeinen Brüche für alle im vorgehenden Paragraphe unter 1.) und 2.) aufgeführten Fälle angeben: die Zähler können sie willkührlich nehmen, nur mögen sie solche wählen, die mit ihren Nennern keinen gemeinen Theiler haben, widrigen Falls sie den beabsichtigten Bruch nicht immer erhalten würden.

Periodische Brüche der ersten Art, deren Periode

eine Ziffer hat, geben die Nenner 3 oder 9;
zwey Ziffern hat, geben die Nenner 11, 33 oder 99;
drey Ziffern hat, geben die Nenner 37, 111, 333 oder 999 u. s. w.

Periodische Brüche der zweyten Art mit

einer vorgehenden Decimale und Periode von einer Ziffer, geben die Nenner 30 oder 90; mit
einer vorgehenden Decimale und Periode von zwey Ziffern, geben die Nenner 22 oder 66; mit
einer vorgehenden Decimale und Periode von drey Ziffern, geben die Nenner 222 oder 666 u. s. w. mit
zwey vorgehenden Decimalen und Periode von einer Ziffer, geben die Nenner 12 oder 36; mit
zwey vorgehenden Decimalen und Periode von zwey Ziffern, geben die Nenner 220 oder 660; mit
zwey vorgehenden Decimalen und Periode von drey Ziffern, geben die Nenner 2220 oder 6660 u. s. w. mit
drey vorgehenden Deeimalen und Periode von einer Ziffer, geben die Nenner 24 oder 72; mit
drey vorgehenden Decimalen und Periode von zwey Ziffern, geben die Nenner 440 oder 1320; mit
drey vorgehenden Decimalen und Periode von drey Ziffern, geben die Nenner 4440 oder 13320 u. s. w.

§. 12.

Wir wollen nun zur beßeren Erklärung von allen obigen Nennern und in eben derselben Ordnung paßende Beyspiele anführen.

Für periodische Brüche der ersten Art.

$\left(\frac{2}{3} = 0{,}6.\right)$ $\left(\frac{4}{9} = 0{,}4.\right)$

$\left(\frac{4}{11} = 0{,}36..\right)$ $\left(\frac{17}{33} = 0{,}51..\right)$ $\left(\frac{53}{99} = 0{,}53..\right)$

$\left(\frac{17}{37} = 0{,}459\ldots\right)$ $\left(\frac{97}{111} = 0{,}873\ldots\right)$

$\left(\frac{127}{333} = 0{,}381\ldots\right)$ $\left(\frac{742}{999} = 0{,}742\ldots\right)$

Für periodische Brüche der zweyten Art.

$\left(\frac{23}{30} = 0{,}76.\right)$ $\left(\frac{79}{90} = 0{,}87.\right)$

$\left(\frac{13}{22} = 0{,}590..\right)$ $\left(\frac{49}{66} = 0{,}742..\right)$

$\left(\frac{115}{222} = 0{,}5180\ldots\right)$ $\left(\frac{329}{666} = 0{,}4939\ldots\right)$

$\left(\frac{7}{12} = 0{,}583.\right)$ $\left(\frac{25}{36} = 0{,}694.\right)$

$\left(\frac{87}{220} = 0{,}3954..\right)$ $\left(\frac{151}{660} = 0{,}2287..\right)$

$\left(\frac{763}{2220} = 0{,}34369\ldots\right)$ $\left(\frac{133}{6660} = 0{,}01996\ldots\right)$

$\left(\frac{19}{24} = 0{,}7916.\right)$ $\left(\frac{37}{72} = 0{,}5138.\right)$

$\left(\frac{327}{440} = 0{,}74318..\right)$ $\left(\frac{131}{1320} = 0{,}09924..\right)$

$\left(\frac{1313}{4440} = 0{,}295720\ldots\right)$ $\left(\frac{1301}{13320} = 0{,}097672\ldots\right)$

§. 13.

Man hat oft lange zu dividiren, bis sich die Periode wiederhohlt, so gibt z. B. der gemeine Bruch $\frac{23}{51}$ in einen Decimalbruch verwandelt einen periodischen der ersten Art, dessen Periode aus 16 Ziffern besteht; es ist demnach dieser Bruch

$$\left(\frac{23}{51} = 0{,}4509803921568627\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right)$$

In diesem und allen vorstehenden Beyspielen sollte eigentlich nach §. 8. und §. 9. 5. statt dem Gleichheitszeichen $=$ dieses Ungleichheitszeichen $>$ stehen, weil der gemeine Bruch in der That etwas größer ist, als sein Decimalbruch, da aber hier durch das Zeichen der Gleichheit nicht so viel der gleiche Werth, als vielmehr die Richtigkeit der Verwandlung angezeiget wird, so leidet die Regel dadurch eben keinen Abbruch; demnach müßte das 1. Beyspiel eigentlich so geschrieben werden: $\frac{2}{3} > 0{,}6$.) und so auch die übrigen.

Um endlich auch noch Beyspiele zu finden für solche Decimalbrüche, die den gemeinen vollkommen gleich sind, zwischen welchen man also füglich das Zeichen der Gleichheit setzen kann, die mithin keine periodischen sind, und bey denen die Division nach der ersten, zweyten, dritten u. s. w. Decimalstelle aufgeht, gebe man nur den gemeinen Brüchen die Glieder folgender geometrischen Reihe zu Nennern: 2,4,8,16,32,64,128 u. s. w. z. B. $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{5}{8} = 0{,}625$;

$\frac{7}{16} = 0,4375$; $\frac{19}{32} = 0,59375$; $\frac{47}{64} = 0,734375$;

$\frac{91}{128} = 0,7109375$ u. s. w.

§. 14.

Soll endlich ein Decimalbruch in einen gemeinen Bruch verwandelt werden, so ergeben sich folgende drey Fälle:

Fall 1. Der Decimalbruch ist kein periodischer, das heißt, die Division geht bey ihm endlich auf, wie z. B. die diesem Paragraphe zunächst vorgehenden.

Fall 2. Der Decimalbruch ist ein periodischer und zwar der ersten Art;

Fall. 3. Der Decimalbruch ist ein periodischer und zwar der zweyten Art.

Auflösung des ersten Falles.

Man schreibe unter den Decimalbruch den gehörigen Nenner, und kürze, wenn es angeht, den Bruch ab. Z. B.

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};\ 1,25 = 1\frac{25}{100} = 1\frac{1}{4};$$

$$3,75 = 3\frac{75}{100} = 3\frac{3}{4};\ 2,625 = 2\frac{625}{1000} = 2\frac{5}{8};$$

$$0,3 = \frac{3}{10};\ 2,17 = 2\frac{17}{100}$$

Fängt der Decimalbruch mit Nullen an, so werden diese, wenn der Nenner unterschrieben wird; zwar weggelassen, aber doch muß auf sie des Nenners wegen Rücksicht genommen werden, weil dieser allzeit so viele Nullen bekommen muß, wie viele bedeutende oder unbedeutende Ziffern der Zähler hat. Z. B. $0,03125 = \frac{3125}{100000} = \frac{625}{20000} = \frac{125}{4000} = \frac{1}{32}$; $3,005 = 3\frac{5}{1000} = 3\frac{1}{200}$; $32,0008 = 32\frac{8}{10000} = 32\frac{1}{1250}$; $7,0053 = 7\frac{53}{10000}$.

Auflösung des zweyten Falles.

Man schreibe unter den Decimalbruch, als Zähler des zu werdenden gemeinen Bruches, zum Nenner so viele Neuner, wie viele Ziffern die Periode hat, und kürze, wenn es angeht, den Bruch ab. Z. B. $0,6. = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; $6,4. = 6\frac{4}{9}$. $0,36.. = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$; $0,51.. = \frac{51}{99} = \frac{17}{33}$; $5,57.. = 5\frac{57}{99} = 5\frac{19}{33}$. $7,459... = 7\frac{459}{999} = 7\frac{51}{111} = 7\frac{17}{37}$; $0,873... = \frac{873}{999} = \frac{97}{111}$; $0,381... = \frac{381}{999} = \frac{127}{333}$; $18,742... = 18\frac{742}{999}$.

Auflösung des dritten Falles.

Man ziehe die der Periode vorgehenden Decimalen von dem ganzen Decimalbruche ab, der Rest gibt den Zähler des gemeinen Bruches, unter welchen man als Nenner so viele Neuner setzt, wie viele Ziffern die Periode hat, und diesen Neunern noch so viele Nullen anhängt, wie viele Decimalen der Periode vorhergehen, endlich, wenn es angeht, den

Bruch abkürzt. Z. B. $0,76. = 76 - 7 = \frac{69}{90} = \frac{23}{30}$;

$$7,590\,.. = 590 - 5 = \frac{585}{990} = \frac{117}{198} = \frac{39}{66} = \frac{13}{22} = 7\,\frac{13}{22};$$

$$2,5180\,... = 5180 - 5 = \frac{5175}{9990} = \frac{1035}{1998} = \frac{345}{666} = \frac{115}{222} = 2\,\frac{115}{222}.$$

$$3,583. = 583 - 58 = \frac{525}{900} = \frac{105}{180} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12} = 3\,\frac{7}{12};$$

$$0,3954\,.. = 3954 - 39 = \frac{3915}{9900} = \frac{783}{1980} = \frac{261}{660} = \frac{87}{220}.$$

$$0,34369\,... = 34369 - 34 = \frac{34335}{99900} = \frac{6867}{19980} = \frac{2289}{6660} = \frac{763}{2220}.$$

$$3,7916. = 7916 - 791 = \frac{7125}{9000} = \frac{2375}{3000} = \frac{475}{600} = \frac{95}{120} = \frac{19}{24} = 3\,\frac{19}{24}.$$

$$0,74318\,.. = 74318 - 743 = \frac{73575}{99000} = \frac{14715}{19800} = \frac{2943}{3960} = \frac{981}{1320} = \frac{327}{440}.$$

$$8,296171\,... = 296171 - 296 = \frac{295875}{999000} = \frac{59175}{199800} = \frac{11835}{39960} = \frac{2367}{7992} = \frac{789}{2664} = \frac{263}{888} = 8\,\frac{263}{888}.$$

Hier findet rücksichtlich des Gleichheitzeichens eben jene Bemerkung Statt, die ich §. 13. machte, nur daß hier dieses Ungleichheitszeichen $<$ stehen sollte; denn die voranstehenden periodischen Brüche sind in der That etwas kleiner, als die hinter dem Gleichheitszeichen stehenden gemeinen Brüche; demnach müßte das 1. Beyspiel eigentlich so geschrieben werden: $0{,}6. < \frac{2}{3}$, und so auch die übrigen.

III. Abschnitt.

Von der Addition und Subtraktion der Decimalbrüche.

§. 15.

Decimalbrüche werden addirt, wenn man die Ganzen wie ganze Zahlen unter einander schreibt, alsdann werden auch die Komma genau unter einander zu stehen kommen, welches nothwendig zu geschehen hat; die Decimalen nach dem Komma werden so geordnet, daß Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel, Tausendtel unter Tausendtel u. s. w. zu stehen kommen, und endlich fängt man die Addition von der Rechten zur Linken an, indem man zuerst die Decimalen und dann erst die Ganzen addiret. Sollte bey der Addition der Zehntel in der Summa eine Zusammengesetzte Zahl herauskommen, so werden nur die Einheiten an die Stelle der Zehntel geschrieben, die übrigen aber den Ganzen zugezählt. Z. B.

$$\begin{array}{r@{,}l}
5 & 027 \\
0 & 1006 \\
19 & 3 \\
0 & 14802 \\
76 & 26 \\
\hline
100 & 83562
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r@{,}l}
0 & 305 \\
26 & 84027 \\
3 & 7 \\
45 & 364 \\
7 & 63 \\
\hline
83 & 83927
\end{array}$$

Ist ein gemeiner Bruch zu einem Decimalbruch zu addiren, so verwandle man jenen in diesen, oder wenn er einen periodischen gebe, diesen in jenen. Z. B. $0{,}7 + \frac{3}{4} = 0{,}7 + 0{,}75 = 1{,}45$; sollte aber der gemeine Bruch $\frac{2}{3}$, welcher einen periodischen gibt, zu 0,7 addiret werden, so verwandelt man 0,7 in den gemeinen Bruch $\frac{7}{10}$, dann ist $\frac{7}{10} + \frac{2}{3} = \frac{21 + 20}{30} = \frac{41}{30} = 1\frac{11}{30}$, oder in Decimalform 1,36.)

§. 16.

Decimalbrüche werden subtrahirt, wenn man den kleinern unter den größern so setzt, wie §. 15. die Anweisung gegeben wurde, und dann wieder von der Rechten zur Linken zuerst die Decimalen dann aber die Ganzen abzieht: aus zwey Decimalbrüchen ist aber jener der größere, der entweder mehr Ganze hat, oder bey gleichen Ganzen in der höchsten Stelle größer ist. Z. B. $5{,}1 > 3{,}7978$, und $5{,}07978 < 5{,}1$. Sollte etwa der obere Decimalbruch weniger Decimalstellen als der untere haben, oder umgekehrt, so kann man sie mit Nullen ausfüllen, oder sich selbe blos denken; und wären die Zehntel oben kleiner, als die Zehntel unten, so wird von den Ganzen eine Einheit geborgt. Endlich bleiben alle Nullen zur Rechten, auf die keine bedeutende Ziffer mehr folgt, im Reste weg, nicht aber so die zur Linken, welche ausdrücklich gesetzet werden müßen. Z. B.

$$\begin{array}{r}23{,}82573\\ 7{,}30259\\ \hline 16{,}52314\end{array}\qquad\begin{array}{r}17{,}92\\ 8{,}37203\\ \hline 9{,}54797\end{array}\qquad\begin{array}{r}13{,}70438\\ 6{,}597\\ \hline 7{,}10738\end{array}\qquad\begin{array}{r}28{,}2438\\ 0{,}73\\ \hline 27{,}5138\end{array}$$

$$\begin{array}{r}9{,}25384\\ 3{,}74384\\ \hline 5{,}51\end{array}\qquad\begin{array}{r}6{,}38254\\ 2{,}37485\\ \hline 4{,}00769\end{array}$$

Ist ein gemeiner Bruch von einem Decimalbruche, oder dieser von jenem abzuziehen, so verwandle man auch hier, wie bey der Addition, nach Erfoderniß den einen in den andern, und verrichte die Subtraktion nach bekannten Regeln.

Z. B. $8{,}75 - 3\frac{2}{5} = 8{,}75 - 3{,}4 = 5{,}35$; $3\frac{5}{8} - 0{,}8 = 3{,}625 - 0{,}8 = 2{,}825$; hingegen $6{,}53 - 3\frac{13}{22} = 6\frac{53}{100} - 3\frac{13}{22} = 6\frac{583}{1100} - 3\frac{650}{1100} = 5\frac{1683}{1100} - 3\frac{650}{1100} = 2\frac{1033}{1100}$; $7\frac{19}{24} - 2{,}9 = 7\frac{19}{24} - 2\frac{9}{10} = 7\frac{95}{120} - 2\frac{108}{120} = 6\frac{215}{120} - 2\frac{108}{120} = 4\frac{107}{120}$.

§. 17.

Aus dem bisher vorgetragenem wird sich jeder von den Vorzügen der Decimalbrüche vor den gemeinen Brüchen, deren ich §. 6. Erwähnung machte, hinlänglich überzeugt und gewiß von Herzen gewunschen haben, daß nie gemeine, sondern immer nur Decimalbrüche addirt oder subtrahirt werden möchten, da hiezu wirklich nicht mehr Kenntniß erfodert wird, als man zur Addition und Subtraktion ganzer Zahlen braucht; aber kaum haben sich, wie es in vorgehenden zwey Paragraphen geschah, gemeine Brüche dazu gemischt, so wurde die Rechnung, absonderlich dort, wo man auch genöthiget war, den Decimalbruch in einen gemeinen zu verwandeln, gleich verwickelter. Die gänzliche Ausmerzung der gemeinen Brüche, wenigstens für die häufigsten Fälle im bürgerlichen Leben, ist so gewiß keine Unmöglichkeit, als gewiß der Wunsch, daß es einmahl geschehen möchte, noch lange ein frommer bleiben wird.

IV. Abschnitt.

Von der Multiplication und Division der Decimalbrüche.

§. 18.

Decimalbrüche werden multiplicirt, wenn man die Faktoren mit Hinweglaßung des Komma wie gewöhnlich unter einander setzt, multiplicirt, dann aber im Produkte von der Rechten zur Linken so viele Decimalen abschneidet, wie viele beyde Faktoren zusammen haben, oder wenn ein Faktor eine ganze Zahl wäre, wie viel der andere hat. Sollte das Product vielleicht weniger Zahlen haben, als abgeschnitten werden sollten, so muß der Abgang dieser links durch Nullen ersetzet werden, und eine solche auch an die Stelle der Ganzen kommen. Z. B.

5,372 X 3,45 = 5372
345
26860
21488
16116
18,53340 = 18,5334 § 16.

6,42 X 35 = 642
35
3210
1926
224,70 = 224,7 § 16.

0,00243 X 2,3 = 243
23
729
486
0,005589

Ist ein Decimalbruch mit einem gemeinen, oder umgekehrt ein gemeiner mit einem Decimalbruche zu multipliciren, so multiplicire man den Decimalbruch mit dem Zähler des gemeinen, dividire das Product durch dessen Nenner und schneide mittels des Komma im Quotienten von der Rechten zur Linken so viele Decimalen ab, als deren der Decimalbruch hat. Z. B. $0{,}75 \times \frac{3}{5} = 225 : 5 = 0{,}45$;

$\frac{3}{4} \times 0{,}0024 = 72 : 4 = 0{,}0018$.

§. 19.

Wenn man einen Decimalbruch größerer Benennung in Theile der kleinern Benennung auflösen, d. i. resolviren soll, so muß man denselben mit der Auflösezahl multipliciren, und im Producte so viele Ziffern abschneiden, wie viele Decimalen der Decimalbruch hat.

Wie viele Monate, Wochen, Tage Stunden, Minuten, und Secunden macht z. B. der Jahresbruch 0,8732.

Jahr	0,873	
	12	
	1726	
	873	
Monate	10,476	
	4	
Wochen	1,904	
	7	
Tage	6,328	
	24	
	1,312	
	656	
Stunden	7,872	
	60	
Minuten	52,320	= 52,32
	6 0	
Sekunden	19,200	= 19,2

Centen	0,953	
	100	
Pfunde	95,300	= 95,3
	32	
Lothe	9,600	= 9,6
	4	
Quinteln	2,400	= 2,4
Gulden	0,737	
	60	
Kreutzer	44,220	= 44,22
	4	
Pfeninge	0,880	= 0,88.

In allen derley Beyspielen wird nur der Decimalbruch allein, und nicht etwa auch die vorstehenden Ganzen mit der Auflösezahl multiplicirt.

§. 20.

Die Division der Decimalbrüche durch Decimalbrüche, welche die meisten Schwierigkeiten macht, kann auf folgende Art sehr leicht verrichtet werden:

Es sind nur 3 Fälle denkbar; denn entweder haben Dividend und Theiler gleich viel Decimalen, oder das Dividend hat mehr als der Theiler, oder der Theiler hat mehr, als das Dividend: im letzten Falle müßen, noch ehe man die Division beginnt, dem Dividende so viele Nullen zur Rechten noch angehänget werden, bis selbes mit dem Theiler gleichviel Decimalen hat; dann wird dieser dritte Fall zum ersten, und es sind somit auch nur für die beyden ersten Fälle hier die Regeln anzugeben.

Erster Fall.

Dividend und Theiler haben gleichviel Decimalen.

§. 21.

Man schreibe Dividend und Theiler neuerdings an, lasse aber in beyden sowohl das Komma, als auch die etwa links habenden Nullen weg, vor denen keine bedeutende Zahl mehr steht, so wird die Division ganz einer Division in ganzen Zahlen gleichen, auch eben so verrichtet, und der Quotient auch lauter Ganze bezeichnen, es seye dann, daß etwa ein Rest bliebe, welcher nach §. 9. durch Anfügung einer Nulle u. s. w.

hinter den Ganzen des Quotienten in Decimalen ausgedrücket, und so lange fortgefahren werden müßte, bis die Division endlich aufgeht, oder man auf eine Periode kommt, oder wohl auch früher aufhört, weil der Gegenstand der Rechnung eben keine so große Genauigkeit fodert. Z. B. 804, 42 : 3,27 =

80442 : 327 = 246 Ganzen.
654
———
1504
1308
———
1962
1962
———
=

29462,4 : 8,37 = 29462,40 : 837 = 2946240 : 837 = 3520 Ganz.
2511
———
4352
4185
———
1674
1674
———
= 0

1355 : 5,42 = 1355,00 : 5,42 = 135500 : 542 = 250 Ganzen
1084
———
2710
2710
———
= 0

0,0002047 : 0,0000023 = 2047 : 23 = 89 Ganzen

184

207

207

=

303,83 : 1,25 = 30383 : 125 = 243,064

250

538

500

383

375

800

750

500

500

=

$402,15 : 1,28 = 40215 : 128 = 314,1796875$

384
———
181
128
———
535
512
———
230
128
———
1020
896
———
1240
1152
———
880
768
———
1120
1024
———
960
896
———
640
640
———

Hier hätte man lange eher bey Ausfindigmachung der Decimalen die Division abbrechen können; denn wäre er auch ein Zentnerbruch, so würden die ersten drey Decimalen 179 hinreichen und zeigen, daß er nicht ganze 18 Pfund beträgt, wäre er aber ein Guldenbruch, so wären auch die ersten zwey

Decimalen 17 schon genug, und nicht ganze 11 kr. machen. Ueberhaupt läßt sich dieses leicht aus der Wichtig- oder Unwichtigkeit des Rechnungs-Gegenstandes entscheiden; nur merke man für alle derley Fälle folgendes: ehevor man abbricht, suche man noch eine Decimale; übersteigt diese die Zahl 5, so wird die nächst vorhergehende um eine Einheit vermehrt. Wendet man dieses auf das vorstehende Beyspiel an, so würde, wenn man abbrechen wollte

nach der ersten Decimale 2 nicht 1
nach der zweyten Decimale 18 nicht 17
nach der dritten Decimale 180 nicht 179
nach der vierten Decimale 1797 nicht 1796
nach der fünften Decimale 17969 nicht 17968
nach der sechsten Decimale 179687 oder 179688 herauskommen; denn die Zahl 5 kann noch die nächst vorhergehende um eine Einheit vermehren oder sie belassen; hingegen alle Zahlen unter 5 haben diese Eigenschaft nicht mehr. Wäre aber obiger Zentnerbruch einer kostbaren Waare, dann müßte man ihn wohl, wie er ist, nach §. 19. in Theile der kleineren Benennung auflösen, und eben so, wenn er den Preis einer großen Einheit bestimmen möchte, und man berechnen wollte, wie hoch ein kleiner Theil dieser Einheit zu stehen kommt. Z. B. 1 Centner kostet 314,1796875 Gulden, was kostet 1 Loth? Man findet daß 1 Loth 5 kr. und 3,563476 pf. kostet; wollte man nun diesen letzten Bruch, der 1/2 pf. übersteigt, vernachläßigen, so würde man bey jedem Pfunde mehr als 4 kr. und bey jedem Centner mehr als 6 fl. verlieren.

Das jenseits folgende Beyspiel führt bald auf eine Periode.

699,1 : 2,2 = 6991 : 22 = 317,772 . .
66

39
22

171
154

170
154

160 Anfang der Periode.
154

60
44

16

Hängt man zu dem Reste 16 wieder eine Nulle an, so wiederhohlt sich das Theildividend 160, zu welchem im Quotienten der dritte 7 gehört; es ist also nach §. 9. 5. dieses ein sicheres Anzeichen, daß der Decimalbruch 772 ein periodischer und zwar nach §. 10. der zweyten Art sey, dessen Periode 72 zwey Ziffern mit einer vorgehenden Decimale 7 hat.

Es kann sich in diesem ersten Falle auch fügen, daß Dividend und Theiler zwar richtig gleichviel Decimalen haben; aber daß das Dividend kleiner als der Theiler ist. Z. B. 0,125 : 0,625 = 125 : 625.

Wie man da verfahren müße, wird itzt im zweyten Falle, dahin dieser eigentlich gehört, vorgetragen werden. Man wäre also irrig daran, wenn man glauben möchte, das Dividend müße nothwendig dem Werthe nach größer seyn, als der Theiler: ich muß ja nicht immer untersuchen, wie oft der

Theiler im Dividende ganz stecke; ich kann ja auch untersuchen, wie viele Theile des Theilers im Dividende wohl enthalten seyn möchten, und in dieser Hinsicht ist es ja sehr natürlich, daß das Dividend dem Werthe nach auch kleiner seyn könne, als der Theiler: so heißt z. B. $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$ nicht etwa: ich soll untersuchen, wie oft $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{4}$ enthalten sey, denn dieses wäre nicht wahr, aber wohl heißt es: ich soll untersuchen, wie viele Theile von $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{4}$ enthalten seyn möchten: ich finde $\frac{15}{16}$, und dieses ist auch richtig; denn wenn es Guldenbrüche sind, so ist $\frac{3}{4} =$ 45 kr. und $\frac{4}{5} =$ 48 kr.; nun ist aber $\frac{4}{5} \times \frac{15}{16} = \frac{3}{4} =$ 45 kr., es stecken also richtig von $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{4}$ genau $\frac{15}{16}$, oder von 48 kr. in 45 kr. genau 45 kr. Drückt man $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ in Decimalform aus, so geben sie diese Brüche: 0,75 und 0,8, deren Division zum folgenden Falle gehört.

Zweyter Fall.

Das Dividend hat mehr Decimalen als der Theiler.

§. 22.

Die Division wird neuerdings, so wie im ersten Falle, angeschrieben, eben so auch dividirt, im Quotienten aber nach geendigter Division von der Rechten zur Linken so viele Decimalen durch das Komma abgeschnitten, wie viele Decimalen das Dividend mehr als der Theiler hat; sollte der Quotient etwa die benöthigte Anzahl Decimalen nicht haben, so muß man die abgängigen links durch Nullen ersetzen. Wäre endlich das Dividend kleiner als der Theiler, wohin auch das im ersten Falle angeführte Beyspiel 0,125 : 0,625 gehört, so hänge man dem Dividende so lange Nullen an, bis es endlich größer als der Theiler wird, und dividirt werden kann; wie viele Decimalen im Quotienten abzuschneiden sind, wurde schon in eben diesem Paragraphe die Anweisung gegeben. Z. B.

28,4544 : 4,56 = 28454 4 : 456 = 6,24;
2736
———
1094
912
———
1824
1824
———
=

0,0007475 : 0,575 = 7475 : 575 = 13 = 0,0013;
575
———
1725
1725
———
=

0,125 : 0,625 = 0,1250 : 0,625 = 1250 : 625 = 2 = 0,2;
1250
———
=

Wenn am Ende einer solchen Division ein Rest bliebe, so bestimme man, noch ehe man durch Anhängung von Nullen denselben in Decimalform ausdrücket, den Werth des bereits gefundenen Quotientens nämlich aus der Uiberzahl der Decimalen des Dividendes über den Theiler; denn wollte man dieses erst nach gänzlich vollendeter Division thun, so würde der Werth des Quotientens nach in diesem Paragraphe gegebener Weisung ganz sicher falsch bestimmt, weil durch fortgesetztes Dividiren des gebliebenen Restes die Anzahl Decimalen sich merklich vermehret, indem die Quotienten aus der Division dieses Restes lauter Decimalen sind, und denen schon anwesenden hinten nachgesetzet werden. Z. B.

2,2797 : 6,4 = 22797 : 64 = 356 = 0,356 wahrer Quotient ohne Decimalen des Restes.

```
22797 : 64 = 356
192
———
 359
 320
———
  397
  384
———
   13
```

hängt man nun diesem Reste eine Nulle an, und fährt im Dividiren nach §. 21. fort, so kommen aus dem Reste noch folgende Decimalen zum Vorschein,

```
130 : 64 = 203125
128
———
  200
  192
———
   80
   64
———
   160
   128
———
    320
    320
———
```

die den schon gefundenen hinten nachgesetzet werden, und den wahren Quotienten = 0,356203125 geben.

Was wäre aber dieser Quotient 356203,125, der herauskämme, wenn ich erst nach gänzlich vollendeter Division 3 Decimalen darum, weil das Dividend um drey mehr hat, von der Rechten zur Linken abschneiden wollte?

Im Schluße dieses zweyten Falles, der sicher der schwereste ist, will ich noch über alle hier angeführten besondern Fälle einige Beyspiele anfügen, damit die Anfänger sich in Auffaßung dieser Regeln hinlänglich genug üben können.

2,54004 : 73,2 = 254004 : 732 = 0,0347.
2196
———
3440
2928
———
5124
5124
———
·

0,0000728 : 5,6 = 728 : 56 = 13 = 0,000013.
56
———
168
168
———
·

0,17 : 0,68 = 0,170 : 0,68 = 170 : 68 = 25 = 0,25. §. 22. 4. Beyspiel.
136
———
340
340
———
·

$0,6417 : 4,5 = 6417 : 45 = 1426 = 0,1426.$ §. 22. 4. Beisp.

```
 45
 ---
 191
 180
 ---
  117
   90
   ---
   270
   270
   ---
     0
```

$13,683 : 3,2 = 13683 : 32 = 4275937 5 = 4,2759375.$ §. 22 4. Beysp.

```
 128
 ----
  88
  64
  ---
  243
  224
  ---
   190
   160
   ---
    300
    288
    ---
     120
      96
     ---
      240
      224
      ---
       160
       160
       ---
         0
```

12, 125 : 0, 00025 = 12, 12500 : 0, 00025 = 1212500 : 25 = 48500

100
212
200
125
125
⸗

0, 00007625 : 3, 05 = 7625 : 305 = 25 = 0,000025.

610
1525
1525
⸗

0, 75 : 0, 12 = 75 : 12 = 625 = 6, 25. §. 22. 4. Beisp.

72
30
24
60
60
⸗

0, 0025 : 1, 25 = 0,00250 : 1,25 = 250 : 125 = 2 = 0,002.

250
⸗

1,0005 : 0,0025 = 10005 : 25 = 4002 = 400, 2. §. 22. 4. Beisp.

100
⸗ 050
50
⸗

$0,001575 : 5,25 = 1575 : 525 = 3 = 0,0003.$

$$\begin{array}{r} 1575 \\ \hline 0 \end{array}$$

$0,0001 : 0,0025 = 0,000100 : 0,0025 = 100 : 25 = 4 = 0,04.$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 0 \end{array}$$

$0,75 : 0,00012 = 0,75000 : 0,00012 = 75000 : 12 = 6250$ Gan.

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 30 \\ 24 \\ \hline 60 \\ 60 \\ \hline 0 \end{array}$$

$0,099383 : 34,27 = 99383 : 3427 = 29 = 0,0029.$

$$\begin{array}{r} 6854 \\ \hline 30843 \\ 30843 \\ \hline 0 \end{array}$$

1,2 : 17,5 = 1,200 : 17,5 = 1200 : 175 = 6857142 = 0,06857142
1050 ...... §10. u. 22. 4. Beys.

1500 Anfang der Periode.
1400

1000
875

1250
1225

250
175

750
700

500
350

150 hier fängt die Periode wieder an.

0,00028 : 11,2 = 0,000280 : 11,2 = 280 : 112 = 25 = 0,000025.
224 §. 22. 4. Beyspiel.

560
560

0,00001 : 12,5 = 0,00001000 : 12,5 = 1000 : 125 = 8 =
1000 0,0000008.

§. 23.

Wenn das Dividend ein Decimalbruch, der Theiler aber eine ganze Zahl ist, so verfährt man eben so, wie bisher gelehret wurde; der Quotient bekommt nämlich so viele Decimalen, wie viele das Dividend hat, oder wohl auch mehr, wenn zuletzt ein Rest bliebe, der durch angehängte Nullen wieder nach §. 21. in Decimalform ausgedrücket werden müßte. Z. B.

Z. B. 267,51 : 37 = 26751 : 37 = 723 = 7,23.

```
    259
    ---
     85
     74
    ---
    111
    111
    ---
      ≠
```

0,4121 : 13 = 4121 : 13 = 317 = 0,0317.

```
 39
 --
  22
  13
  --
   91
   91
   --
    ≠
```

$$2,359 : 16 = 2359 : 16 = 147 = 0,1474375.$$

$$\begin{array}{r}
16 \\
\hline
75 \\
64 \\
\hline
119 \\
112 \\
\hline
70 \\
64 \\
\hline
60 \\
48 \\
\hline
120 \\
112 \\
\hline
80 \\
80 \\
\hline
0
\end{array}$$

Man thut am besten, wie ich es hier gethan habe, wenn man den Werth des Quotienten noch eher bestimmt, ehevor man dem Reste eine Nulle anhängt, und im Dividiren weiter fährt.

§. 24.

Wenn das Dividend eine ganze Zahl, der Theiler aber ein Decimalbruch ist, so hänge man dem Dividende so viele Nullen an, wie viele Decimalen der Theiler hat; so wird der Quotient nach §. 21. lauter Ganze bezeichnen, es seye dann, daß am Ende der Division ein Rest bliebe, deßen Quotienten dann lauter Decimalen seyn würden. Z. B.

$83 : 3,32 = 83,00 : 3,32 = 8300 : 332 = 25.$

664

1660
1660

$47 : 5,32 = 47,00 : 5,32 = 4700 : 532 = 8,834586$ u. s. w.

4256

4440
4256

1840
1596

2440
2128

3120
2660

4600
4256

3440
3192

248 u. s. w.

$1 : 1,25 = 1,00 : 1,25 = 100 : 125 = 1000 : 125 = 8 = 0,8.$

1000

$25488 : 35,4 = 25488,0 : 35,4 = 254880 : 354 = 720$ Ganz.

2478

708
708

0

§. 25.

Wenn das Dividend ein Decimalbruch, der Theiler aber ein gemeiner ist, so kehre man den Theiler um, und multiplicire nach §. 18. den Decimalbruch mit dem gemeinen. Z. B.

$$0{,}828 : \frac{3}{4} = 0{,}828 \times \frac{4}{3} = 3312 : 3 = 1104 = 1{,}104.$$

$$0{,}207 : \frac{3}{4} = 0{,}207 \times \frac{4}{3} = 828 : 3 = 276 = 0{,}276.$$

$$0{,}595 : 1\frac{2}{3} = 0{,}595 \times \frac{3}{5} = 1785 : 5 = 357 = 0{,}357.$$

$$145{,}18 : 2\frac{5}{6} = 14518 \times \frac{6}{17} = 87108 : 17 = 5124 = 51{,}24.$$

Bliebe in einer solchen Division ein Rest, so behandelt man ihn, wie §. 23. gesagt wurde. Z. B.

$$2{,}63 : \frac{4}{5} = 2{,}63 \times \frac{5}{4} = 1315 : 4 = 3{,}2875.$$ §. 22. 4. Beysp.

```
1315 : 4
12
--
 11
  8
 --
  35
  32
  --
   30
   28
   --
    20
    20
    --
     /
```

§. 26.

Wenn endlich das Dividend ein gemeiner, der Theiler aber ein Decimalbruch ist, so verwandle man jenen in diesen, oder, gäbe er einen periodischen, diesen in jenen, oder, was auf das Nämliche hinausgeht, man gebe dem Decimalbruche seinen Nenner, so wird er zu einem gemeinen Bruche, und beyde Brüche werden sodann wie gemeine dividirt, der Quotient aber, wenn es gerade nothwendig wäre, nach §. 9. in einen Decimalbruch verwandelt. Z. B.

$$\frac{3}{4} : 0{,}12 = 0{,}75 : 0{,}12 = 75 : 12 = 625 = 6{,}25.$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 30 \\ 24 \\ \hline 60 \\ 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{7}{8} : 1{,}25 = 0{,}875 : 1{,}25 = 875 : 125 = 7 = 0{,}7.$$

$$8\frac{3}{4} : 0{,}25 = 2{,}75 : 0{,}25 = 11 \text{; hingegen}$$

$$\frac{5}{9} : 0{,}7 = \frac{5}{9} : \frac{7}{10} = \frac{5}{9} \times \frac{10}{7} = \frac{50}{63} = 0{,}793650 \ldots\ldots$$

$$\frac{7}{13} : 0{,}13 = \frac{7}{12} : \frac{13}{100} = \frac{7}{12} \times \frac{100}{13} = \frac{700}{156} = 4\frac{76}{156} =$$

$$4\frac{19}{39} = 4{,}487179 \ldots\ldots$$

§. 27.

Wenn man einen Decimalbruch kleinerer Benennung in Theile der größeren Benennung bringen, d. i. reduciren soll, so muß man denselben mit der Auflösezahl dividiren; der Quotient kann nur Decimalen bezeichnen. Z. B. 0,852 einer Stunde, wie viel machen sie von einem Tage? 0,852 : 24 = 852 : 24 = 355 = 0,0355. Tag.

```
852 : 24 = 355
72
———
132
120
———
 120
 120
———
  0
```

12,648 kr. was geben sie für einen Guldenbruch?

12,648 : 60 = 12648 : 60 = 2108 = 0,2108 fl.

8,448 Eimer, was geben sie für einen Startinbruch, den Startin zu 10 Eimer?

8,448 : 10 = 8448 : 10 = 8448 = 0,8448. Startin.

```
8448 : 10
80
———
 44
 40
———
  48
  40
———
   80
   80
———
   0
```

Sollen Theile der größern Einheit in Decimalform von eben der Benennung dieser größern Einheit ausgedrückt werden, so verwandle man alle diese Theile erst in einen gemeinen Bruch von der Benennung der größern Einheit, und diesen dann endlich in einen Decimalbruch. Z. B. 5 fl. 4 kr. 2 pf. was für einen Guldendecimalbruch geben sie? 5 fl. 4 kr. 2 pf. = 5 fl. 4 1/2 kr. = 5 fl. 9/2 kr.; diese 9/2 kr. in einen Guldenbruch verwandelt, indem man sie mit der Auflösezahl 60, wie es mit 2 pf. durch 4 geschah, dividirt, geben 9/120 fl., dazu endlich auch die 5 fl. geschlagen, geben den gesammten Bruch in der Benennung Gulden $= 5 \frac{9}{120}$. Wenn man nun diesen in einen Decimalbruch verwandelt, so bekommt man 5,075 fl. = 5 fl. 4 kr. 2 pf.

§. 28

Die Proben über die Rechnungsarten in Decimalbrüchen werden nach eben den Regeln, wie bey Ganzen Zahlen gemacht; es wird nämlich die Addition durch die Subtraktion, die Subtraktion durch die Addition, die Multiplication durch die Division, die Division durch die Multiplication; endlich die Resolvirung durch die Reducirung, und die Reducirung durch die Resolvirung geprüft; es ist also nicht nöthig hierüber eigene Beyspiele aufzuführen, weil die durch das ganze Werk gegebenen, nach diesem Paragraph behandelt, ohnehin eine Menge darbiethen.

Nothwendige Verbesserungen.

Seite 8 §. 4. Zeile 8 lese man nach: Nullen zu nichts, (Perioden ausgenommen.)

In den erstern Abdrücken fehlt Seite 13 bey 2. unten zwischen 30: 4 und 0,75 das Zeichen =.

Seite 22 im fünften Beyspiele muß es heißen: 0,3954.. = 3954 — 39 u. s. w.

Inhalt.

I. Abschnitt.

Vom Aussprechen und Anschreiben der Decimalbrüche.

II. Abschnitt.

Von der Verwandlung der gemeinen Brüche im Decimalbrüche, und der Decimalbrüche in gemeine.

III. Abschnitt.

Von der Addition und Subtraktion der Decimalbrüche.

IV. Abschnitt.

Von der Multiplication und Division der Decimalbrüche.