Anleitung

zur

gesammten Rechenkunst.

Von

Dr. Franz Seraphin Mozhnik.

Anleitung

zur

gesammten Rechenkunst.

Ein Handbuch

für Alle, welche es in den verschiedenen Berechnungen des bürgerlichen und kaufmännischen Lebens zur Fertigkeit bringen wollen.

Von

Franz Mozhnik,

Doktor der Philosophie, Lehrer der vierten Klasse an der k. k. Normalschule in Görz, und Mitgliede der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft daselbst.

Laibach 1843.

Druck von Joseph Blasnik.

Vorwort.

Anfängern auf dem kürzesten und leichtesten Wege, ohne dabei der Gründlichkeit zu vergeben, das Wichtigste aus dem ganzen Gebiete der Rechenkunst zuzuführen, ist der Zweck vorliegender Anleitung.

Es lag nicht in meiner Absicht ein wissenschaftliches Kunstwerk aufzustellen, worin alle denkbaren Rechnungsarten, und von diesen alle möglichen Fälle durchgeführt erscheinen, ohne Rücksicht, ob das wirkliche Leben solche verlangt oder nicht. Eine solche Richtung, welcher leider in so vielen Rechenbüchern der neuern Zeit gehuldiget wird, glaube ich ohne Bedenken als eine falsche bezeichnen zu dürfen; es geschieht meistens, daß der einem solchen Leitfaden folgende Anfänger über den vielen besondern Fällen, über den zahllosen Nebensätzen und speziellen Regeln zuletzt das Wesentliche und Nothwendige selbst aus dem

Auge verliert, daß er Jahre lang die zusammengesetztesten und verwickeltsten Berechnungen ausführen lernt, uud zuletzt in die größte Verlegenheit kommt, wenn er die leichtesten Aufgaben des gewöhnlichen Lebens auflösen soll. Werke dieser Art gleichen Bäumen, welche viel blühen, aber keine Früchte bringen. Beim Unterrichte, besonders beim eigentlichen Volksunterrichte muß man es ganz vorzüglich auf Gemeinnützigkeit, Anwendung und praktische Brauchbarkeit absehen. Ich will gewiß nicht, daß man die Verstandesbildung bei dem Rechnungsunterrichte beseitige, vielmehr bin ich der entschiedenen Ansicht, daß jeder wie immer gestaltete Unterricht im Rechnen, wenn dabei außer der praktischen Befähigung nicht auch die Uebung der Denkkraft angestrebt wird, seinem natürlichen Endzwecke widerspricht, und deßhalb unbedingt zu verwerfen ist. Aber ich glaube, der Verstand des Anfängers könne eben dadurch am zweckmäßigsten angeregt und geübt werden, daß man ihm praktische Aufgaben, wie sie das wirkliche Leben verlangt, zur Beurtheilung und Ausrechnung vorlegt.

Die vorliegende Schrift sollte daher mit Beseitigung aller unfruchtbaren Theorien nur diejenigen Rechnungen enthalten, welche man im Leben und für das Leben braucht, diese jedoch in einen natürlichen Zusammenhang gebracht, und auf bestimmte, klare, und wohlbegründete Regeln zurückgeführt, dergestalt, daß der Rechnende stets auch der Gründe seines Verfahrens sich bewußt wird. In die reine Rechenkunst, welche den ersten Theil dieses Werkchens bildet, und sich mit dem sogenannten arithmetischen Mechanismus befaßt, wurde dasjenige aufgenommen, was dem angewandten Rechnen zur unentbehrlichen Grundlage dient. Ueberall ist den häufig anwendbaren Abkürzungen und Rechnungsvortheilen die verdiente Aufmerksamkeit gewidmet worden; Vortheile jedoch, welche im wirklichen Leben selten oder vielleicht nie in Anwendung kommen, die eben darum mit Unrecht Vortheile genannt werden, konnten als der praktischen Tendenz dieser Anleitung zuwider laufend darin keine Aufnahme finden. Besondere Sorgfalt habe ich auf die Auswahl und Zusammenstellung der Beispiele verwendet, und dabei durchgängig die neuesten Daten, Preislisten und Kurszettel zu Grunde gelegt.

Noch muß bemerkt werden, daß ich bei der Ausarbeitung dieser Schrift vorzugsweise unsere vaterländischen Bedürfnisse im Auge gehabt habe. Das Rechnen ist zwar allenthalben dasselbe, aber die Art, wie es ins Leben eingreift, ist in verschiedenen Ländern verschieden. Damit ein Rechenbuch für die österreichische Jugend den beabsichtigten Nutzen stiften könne, so muß es offenbar auch für österreichische Verhältnisse bearbeitet werden.

Sollte unsere vaterländische Jugend, deren Bildung meine Kräfte zu widmen ich mir zur angenehmen Ehre rechne, aus dieser Anleitung Nutzen ziehen: so fühle ich mich für meine Mühe nach Wunsch belohnt.

Görz, im März 1843.

Der Verfasser.

Anleitung

zur

gesammten Rechenkunst.

Einleitung.

Von der Rechenkunst überhaupt.

§. 1.

Jedes einzelne Ding für sich betrachtet ist eine Einheit; mehrere Dinge derselben Art bilden eine Mehrheit. So ist z. B. ein Gulden eine Einheit, vier Gulden bilden eine Mehrheit.

Der Ausdruck, womit man die Einheit oder eine bestimmte Mehrheit bezeichnet, wird Zahl genannt.

Man unterscheidet ganze und gebrochene Zahlen. Ganze Zahlen sind solche, unter welchen man sich die ganze Einheit ein= oder mehrmal vorstellt; gebrochene Zahlen aber oder Brüche heißen diejenigen, unter welchen man sich nur einen Theil der Einheit ein= oder mehrmal vorstellt. Z. B. eine Elle, drei Ellen sind ganze Zahlen, weil die erste die ganze Einheit, nämlich eine Elle, einmal, die zweite ebenfalls die ganze Einheit, aber dreimal, in sich enthält; ein Viertel Elle, drei Viertel Ellen aber sind Brüche, weil man sich darunter nur einen Theil der Einheit, nämlich den vierten Theil einer Elle vorstellt, und zwar unter der ersten Zahl einmal, unter der zweiten dreimal.

Wenn man bei einer Zahl nicht auf die Art, sondern nur auf die Menge der Einheiten, welche darin vorkommen, Rücksicht nimmt, so heißt sie eine unbenannte Zahl; wird aber sowohl die Menge als die Art der Einheiten ausgedrückt, so nennt man sie eine benannte Zahl. Z. B. drei ist eine unbenannte, drei Gulden eine benannte Zahl; denn bei der ersten ist die Art der Einheiten nicht benannt, bei der zweiten ist sie benannt; die erste Zahl kann was immer für Einheiten, die zweite nur Gulden bedeuten.

§. 2.

Die Lehre, wie man aus gegebenen Zahlen mittelst bestimmter Veränderungen andere unbekannte Zahlen findet, wird die Rechenkunst genannt.

Man kann die Rechenkunst in die reine und angewandte abtheilen. In der reinen Rechenkunst entwickelt man die allgemeinen Rechnungsregeln ohne Bezug auf ein besonderes Bedürfniß des bürgerlichen Lebens; in der angewandten Rechenkunst aber werden jene allgemeinen Regeln auf die bei den mannigfaltigen Geschäften vorkommenden Berechnungen angewendet.

§. 3.

Jede Veränderung einer Zahl besteht in deren Vermehrung oder Verminderung. Beides kann wieder hauptsächlich auf zweierlei Art geschehen.

Eine Zahl wird vermehrt, wenn man zu ihr eine oder mehrere beliebig große Zahlen dazu setzt; oder auch, wenn man die Zahl selbst öfters nimmt. Erstere Rechnungsart heißt das Addiren, letztere das Multipliziren.

Ebenso wird eine Zahl vermindert, wenn man von ihr eine oder mehrere beliebig große Zahlen wegnimmt; oder auch, wenn man von ihr eine und dieselbe Zahl mehrmal hinwegnimmt, und zwar so vielmal, als man kann. Ersteres heißt das Subtrahiren, letzteres das Dividiren.

Es gibt also vier Hauptrechnungsarten: das Addiren, Subtrahiren, Multipliziren und Dividiren.

Erster Theil.

Die reine Rechenkunst.

Erstes Hauptstück.

Das Rechnen mit unbenannten Zahlen.

I. Abschnitt.

Das Rechnen in ganzen Zahlen.

1. Dekadisches Zahlensystem.

§. 4.

Die auf einander folgenden Zahlen mit Worten aussprechen, heißt **zählen**. Man zählt
eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehn.

Zehn Einheiten für sich betrachtet heißen ein **Zehner**.

Man zählt dann weiter
zwei Zehner, drei Zehner, . . . neun Zehner,
oder kürzer
zwanzig, dreißig, . . . neunzig.

Zehn Zehner zusammengenommen heißen ein **Hundert**.

Man zählt wieder
zwei Hunderte, drei Hunderte, . . . neun Hunderte.

Zehn Hunderte erhalten den Namen Tausend.

Auf die nämliche Art wird dann das Zählen weiter fortgesetzt.

Tausendmal Tausend nennt man eine Million, eine Million Millionen eine Billion, u. s. w.

§. 5.

Die Schriftzeichen der Zahlen heißen Ziffern.

Man braucht zur Darstellung aller noch so großen Zahlen nur wenige Zeichen; die wirklich gebräuchlichen sind folgende:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

Das erste Zeichen, welches die Nulle heißt, bedeutet das Nichts, die übrigen bezeichnen folgeweise die ersten neun Zahlen.

Die Nulle heißt eine unbedeutliche Ziffer, die übrigen neun Ziffern werden bedeutliche genannt.

Mit diesen zehn Ziffern lassen sich nun alle denkbaren Zahlen darstellen. Jede Zahl, wie groß sie auch sein mag, ist nämlich aus Einheiten, Zehnern, Hunderten, . . . zusammengesetzt; sie wird daher vollkommen bestimmt, wenn man ausdrückt, wie viele Einheiten, wie viele Zehner, Hunderte, . . . sie enthält. Die Anzahl der Einheiten, Zehner, Hunderte, . . . ist nicht größer als neun, und kann also durch die Ziffern der ersten neun Zahlen ausgedrückt werden. Man braucht nur noch sichtbar darzustellen, ob eine Ziffer Einheiten, ob sie Zehner, Hunderte, . . bedeutet. Dieses geschieht durch die Folge, in welcher die Ziffern neben einander hingeschrieben werden; man nimmt an, daß jede Ziffer an der ersten Stelle, von der Rechten angefangen, Einheiten, an der zweiten Stelle Zehner, an der dritten Hunderte, . . . und überhaupt an jeder folgenden Stelle gegen die Linke, zehnmal so viel bedeutet, als an der nächstvorhergehenden.

Diese Zusammenstellung der Zahlen, vermöge welcher jede Ziffer an der folgenden Stelle gegen die Linke das Zehnfache ihres Werthes an der nächstvorhergehenden Stelle bedeutet, wird das Zehnersystem oder das dekadische Zahlensystem genannt.

§. 6.

Beim Aussprechen geschriebener Zahlen wird vorausgesetzt, daß man jede ein-, zwei- und dreizifferige Zahl fertig zu lesen wisse. Um dann jede mit beliebig vielen Ziffern geschriebene Zahl auszusprechen, beobachte man Folgendes:

Man theile die Zahl von der Rechten angefangen, in Klassen zu drei Ziffern ab; die letzte Klasse kann auch weniger als drei Ziffern haben. Hinter der ersten Klasse setze man einen Punkt, hinter der zweiten einen Strich, hinter der dritten einen Punkt, hinter der vierten zwei Striche, u. s. w. Sodann lese man, von der Linken angefangen, jede Klasse für sich, als wenn sie allein da wäre, und setze beim Punkte das Wort Tausend, beim Striche das Wort Million, bei zwei Strichen Billion, u. s. w. dazu; so ist die Zahl richtig ausgesprochen.

So z. B. wird 12.057′354.801 gelesen: zwölf Tausend sieben und fünfzig Millionen, drei Hundert vier und fünfzig Tausend acht Hundert eins.

Man braucht die Zahl auch nicht wirklich, sondern nur in Gedanken in Klassen einzutheilen, und auch nur in Gedanken mit den betreffenden Punkten und Strichen zu versehen; was besonders bei kleinern in der Ausübung gewöhnlich vorkommenden Zahlen ohnehin sehr leicht ist.

§. 7.

Beim Anschreiben der Zahlen wird vorausgesetzt, daß man die Zahlen unter Tausend recht fertig anzusetzen wisse. Alsdann kann man auch jede größere Zahl nach folgender Regel mit Ziffern darstellen:

Man schreibe, von der Linken angefangen, zuerst jene Zahl an, nach welcher das erste Mal der Beisatz Tausend, Million, . . . gehört wird. Die übrigen Zahlen müssen dann, wie man sie in Abtheilungen zu drei ausspricht, eben so auch in Klassen zu drei Ziffern, nämlich als Hunderte, Zehner und Einheiten, angeschrieben werden. Auf das Wort Million müssen noch zwei Klassen, auf Tausend eine folgen. Werden in einer Klasse nicht alle drei Bestandtheile d. i. Hunderte, Zehner und Einheiten angegeben, so wird das Fehlende durch Nullen ergänzt. Wenn beim Aussprechen der Zahl eine ganze Klasse nicht vorkommt, so werden alle drei Stellen mit Nullen ausgefüllt.

Z. B. zwei Tausend fünfzig Millionen, sieben Hundert eilf wird angeschrieben: 2050 000 711.

2. Das Addiren.

§. 8.

Addiren heißt, gegebene Zahlen zusammenzählen. Die gegebenen Zahlen heißen Posten oder Addenden; und die Zahl, welche beim Addiren herauskommt, die Summe.

Um anzuzeigen, daß zwei oder mehrere Zahlen zu addiren sind, setzt man zwischen je zwei derselben das Zeichen + (mehr). Man merke hier auch das

Gleichheitszeichen = (gleich), welches anzeigt, daß die Zahlen oder Zahlenverbindungen, zwischen welchen es steht, einander gleich sind. Z. B. $2 + 1 = 3$ wird gelesen: 2 mehr 1 ist gleich 3, oder 2 und 1 ist 3.

Beim Addiren der Zahlen wird vorausgesetzt, daß man zu jeder ein- oder zweiziffrigen Zahl eine einziffrige sogleich und fertig zu addiren wisse.

§. 9.

Für das Addiren der Zahlen hat man folgende Regeln zu merken:

1. Man schreibe die Posten so unter einander, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, überhaupt gleichnamige Stellen unter einander zu stehen kommen; darunter ziehe man einen Querstrich.

2. Man addire zuerst die Einheiten, dann die Zehner, u. s. w., und schreibe die jedesmalige Summe unter die addirten Ziffern; ist sie mehrziffrig, so setze man bloß die Einheiten darunter, die Zehner aber werden zu der nächstfolgenden Reihe weiter gezählt. Die Summe der letzten Reihe wird immer ganz hingeschrieben.

Beispiele.

Posten	324	818
	31	207
	214	539
Summe	569	1564

Im zweiten Beispiele hat man: 9 und 7 ist 16, und 8 ist 24 Einheiten d. i. 2 Zehner und 4 Einheiten, die 4 Einheiten werden angeschrieben, die 2 Zehner aber zur Reihe der Zehner weiter gezählt, indem man sagt: 2 (welche übrig geblieben sind) und 3 ist 5, und 1 ist 6, die 6 Zehner schreibt man an; 5 und 2 ist 7, und 8 ist 15 Hunderte, welche man ganz hinschreibt.

Geübtere Rechner lassen während des Addirens das Wörtchen und, so wie die einzelnen Posten weg, und sprechen sogleich nur die jedesmalige Summe aus. Im zweiten Beispiele würde man sagen: 9, 15, 24 (4 wird angeschrieben); 2, 5, 6 (wird angeschrieben); 5, 7, 15 (wird ganz angeschrieben).

§. 10.

Um sich von der Richtigkeit der Summe zu überzeugen, wiederhole man die Addizion noch einmal, und zwar von oben nach unten, wenn man früher von unten nach oben addirt hat. Erhält man in beiden Fällen dieselbe Summe, so kann man die Addizion als richtig ansehen.

3. Das Subtrahiren.

§. 11.

Subtrahiren oder abziehen heißt eine Zahl von einer andern wegnehmen.

Die Zahl, von welcher abgezogen wird, heißt der Minuend; die Zahl, welche man abzieht, der Subtrahend; und die Zahl, welche beim Subtrahiren herauskommt, der Rest. Der Rest zeigt also an, um wie viel der Minuend größer ist als der Subtrahend; darum wird er auch der Unterschied genannt.

Um anzuzeigen, daß eine Zahl von einer andern abzuziehen ist, setzt man zwischen Minuend und Subtrahend das Zeichen — (weniger); z. B. $4 - 1 = 2$ wird gelesen: 3 weniger 1 ist gleich 2.

Der Unterschied muß so beschaffen sein, daß er zum Subtrahend addirt den Minuend gibt. Das Subtrahiren wird also verrichtet, wenn man eine Zahl findet, welche zu dem Subtrahend addirt den Minuend gibt.

Beim Subtrahiren wird vorausgesetzt, daß man geläufig abzuziehen wisse, wenn der Subtrahend einziffrig, und der Unterschied kleiner als 10 ist.

§. 12.

Für das Subtrahiren zweier Zahlen sind folgende Regeln zu beobachten.

1. Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, . . . zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man subtrahire zuerst die Einheiten, dann die Zehner, . . . indem man jedesmal zur Ziffer des Subtrahends so viel addirt, daß man die darüber stehende Ziffer des Minuends bekommt; die addirte Ziffer wird unter den Querstrich gesetzt, und zwar unter diejenige Stelle, wo die Subtrakzion geschehen ist.

3. Ist eine Ziffer des Subtrahends größer als die darüber stehende des Minuends, so denke man sich diese Ziffer des Minuends um 10 vergrößert, und subtrahire; dagegen muß man dann auch die nächst höhere Ziffer des Subtrahends um 1 vermehren.

Beispiele.

Minuend	758	4045
Subtrahend	345	338
Rest	413	3707

Im ersten Beispiele sagt man: 5 und (3) ist 8; 4 und (1) ist 5; 3 und (4) ist 7. Die Ziffer, welche man jedesmal addiren muß, und welche hier eingeklammert ist, wird auch sogleich während des Aussprechens unter den Querstrich angeschrieben.

Im zweiten Beispiele müßte man zuerst 8 von 5 abziehen, was aber nicht möglich ist, da 8 größer ist als 5; man vermehrt also 5 um 10, wodurch man 15 erhält; nun läßt sich subtrahiren: zu 8 muß 7 addirt werden, um 15 zu bekommen; die addirte Ziffer 7 setzt man unter den Querstrich. Da die Einheiten im Minuend um 10 vermehrt wurden, so muß man, damit der Unterschied nicht geändert werde, auch den Subtrahend um 10 Einheiten oder 1 Zehner vermehren, d. i. man vergrößert die nächst höhere Ziffer desselben um 1; 1 und 3 ist 4; zu 4 muß nichts oder 0 addirt werden, um die darüberstehende 4 zu erhalten; die addirte 0 wird in den Rest angeschrieben. 3 kann wieder von 0 nicht subtrahirt werden, man vergrößert 0 um 10, so hat man 10; zu 3 muß nun 7 addirt werden, um 10 zu erhalten; 7 wird angeschrieben. Die folgende Stelle im Subtrahend, welche hier leer ist, wo man sich aber 0 denkt, wird nun um 1 vermehrt, wodurch man 1 hat; zu 1 muß man 3 addiren, damit 4 herauskommt; die addirte 3 wird in den Rest gesetzt. — Man spricht während der Rechnung: 8 und (7) ist 15; bleibt 1, und 3 ist 4, und (0) ist 4; 3 und (7) ist 10; bleibt 1, und (3) ist 4.

§. 13.

Um sich von der Richtigkeit des Restes zu überzeugen, braucht man nur Rest und Subtrahend zu addiren, wodurch, wenn richtig subtrahirt wurde, der Minuend herauskommen muß.

4. Das Multipliziren.

§. 14.

Multipliziren heißt eine Zahl so oftmal nehmen, als eine andere Einheiten enthält.

Die Zahl, welche man mehrmal nimmt, heißt der Multiplikand; die Zahl, welche anzeigt, wie oft der Multiplikand genommen werden soll, der Multiplikator; beide zusammen nennet man Fak=

toren. Die Zahl, welche bei der Multiplikazion herauskommt, heißt das **Produkt**.

Wenn von dem Produkte von mehr als zwei Zahlen gesprochen wird, so versteht man darunter das Endprodukt, welches herauskommt, wenn man die erste Zahl mit der zweiten multiplizirt, dieses Produkt dann mit der dritten, das neue Produkt mit der vierten Zahl, u. s, w. multiplizirt.

Es ist an sich gleichgiltig, welchen Faktor man als Multiplikand annimmt; am bequemsten ist, denjenigen dafür zu nehmen, welcher mehr bedeutliche Ziffern enthält.

Das Zeichen der Multiplikazion ist ein schiefes Kreuz, nämlich $\times$, welches zwischen die Faktoren gesetzt wird; z. B. $8 \times 5 = 40$ wird gelesen: 8 multiplizirt mit 5 ist gleich 40.

Beim Multipliziren wird vorausgesetzt, daß man je zwei einziffrige Zahlen geläufig zu multipliziren wisse, was in der Kenntniß des sogenannten **Ein mal Eins** besteht.

§. 15.

I. Eine Zahl wird mit 10, 100, 1000 multiplizirt, wenn man ihr rechts 1, 2, 3 Nullen anhängt.

Beispiele.

1) 256×10
$\overline{2560}$

2) 78405×1000
$\overline{78405000}$

§. 16.

II. Eine Zahl wird mit einer **einziffrigen** Zahl multiplizirt, wenn man mit der einziffrigen Zahl zuerst die Einheiten, dann die Zehner, . . . der andern Zahl multiplizirt. Das jedesmalige Produkt wird, wenn es einziffrig ist, unter diejenige Stelle geschrieben, welche man multiplizirt hat; ist es aber einziffrig, so werden nur die Einheiten davon an jene Stelle gesetzt, die Zehner aber zu dem Produkte der nächst höhern Stelle hinzugezählt; das letzte Produkt wird immer ganz angeschrieben.

Beispiele.

1) 712 × 4 — 2848

2) 8035 × 6 — 48210

Im ersten Beispiele sagt man: 4mal 2 ist 8; 4mal 1 ist 4; 4mal 7 ist 28; und schreibt das jedesmalige Produkt unter die multiplizirte Stelle.

Im zweiten Beispiele spricht man: 6mal 5 ist 30 (0 wird angeschrieben), bleibt 3; 6mal 3 ist 18, und 3 ist 21 (1 wird angeschrieben), bleibt 2; 6mal 0, und 2 ist 2 (wird angeschrieben); 6mal 9 ist 48 (wird ganz angeschrieben).

§. 17.

III. Wenn zwei mehrziffrige Zahlen zu multipliziren sind, so beobachte man folgende Regeln:

1. Man schreibe den Multiplikator so unter den Multiplikand, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, . . . zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man multiplizire den ganzen Multiplikand mit jeder Ziffer des Multiplikators, und fange das jedesmalige Theilprodukt unter diejenige Ziffer des Multiplikators zu schreiben an, mit welcher man multiplizirt.

Es ist gleichgiltig, in welcher Ordnung mit den einzelnen Ziffern des Multiplikators multiplizirt wird; gewöhnlich multiplizirt man zuerst mit den Einheiten, dann mit den Zehnern, u. s. w.

3. Die einzelnen Theilprodukte werden, so wie sie angeschrieben sind, addirt; ihre Summe ist das verlangte Produkt.

Beispiel.

3407	oder	3407	oder	3407
253		253		253
10221		6814		17035
17035		17035		10221
6814		10221		6814
861971		861971		861971

Hier muß der ganze Multiplikand mit jeder Ziffer des Multiplikators multiplizirt werden. Wenn mit 3 multiplizirt wird, so fängt man das Produkt unter 3 zu schreiben an; wird mit 5 multiplizirt, so beginnt man unter 5 zu schreiben; wird mit 2 multiplizirt, so fängt man dieses Produkt unter 2 zu schreiben an.

§. 18.

IV. Kommen in einem oder in beiden Faktoren rechts Nullen vor, so wird die Multiplikazion verrichtet, wenn man jene Nullen wegläßt, die dann übriggebliebenen Zahlen mit einander multiplizirt, und dem Produkte rechts so viele Nullen anhängt, als ihrer in beiden Faktoren vorkommen.

Beispiele.

1) 347×400	2) 4560×29	3) 80500×650
138800	29	65
	4104	4025
	912	4830
	132240	52325000

Im ersten Beispiele ist nur mit 4 multiplizirt worden; dem Produkte hat man die weggelassenen zwei Nullen wieder angehängt.

Im zweiten Beispiele wird während des Multiplizirens die Nulle des Multiplikands weggelassen, aber zuletzt dem erhaltenen Produkte wieder angehängt.

Im dritten Beispiele läßt man die Nullen beider Faktoren weg, hängt aber dann dem Produkte so viele Nullen an, als ihrer beide Faktoren rechts haben, nämlich drei.

§. 19.

Die beste Probe über die Richtigkeit des Produktes besteht darin, daß man die Aufgabe noch einmal überrechnet; wenn dann die Produkte übereinstimmen, so darf man die Multiplikazion als richtig annehmen. Zur größern Gewißheit kann man bei der zweiten Multiplikazion die Faktoren verwechseln, d. i. denjenigen zum Multiplikand annehmen, der früher Multiplikator war.

5. Das Dividiren.

§. 20.

Dividiren heißt eine Zahl in so viele gleiche Theile theilen, als eine andere Einheiten enthält, oder untersuchen, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist.

Die Zahl, welche getheilt wird, heißt der Dividend; die Zahl, welche anzeigt, in wie viele gleiche Theile der Dividend getheilt werden soll, der Divisor; und die Zahl, welche beim Dividiren herauskommt, der Quotient. Der Quotient zeigt also an wie groß ein Theil ist, oder wie oft der Divisor im Dividende enthalten ist.

Aus der Erklärung des Dividirens geht hervor, daß es bald als Theilung, bald als Vergleichung angewendet wird.

Das Zeichen der Division besteht in zwei über einander stehenden Punkten, nämlich :, welche man zwischen den Dividend und Divisor setzt; z. B.

6 : 2 = 3 wird gelesen: 6 dividirt durch 2 ist gleich 3. — In der Ausübung setzt man gewöhnlich den Dividend zwischen zwei Striche, und schreibt links den Divisor; der Quotient kommt dann rechts vom Dividende zu stehen; das frühere Beispiel würde dabei so stehen: 2|6|3. — Oft wird die Division bloß angezeigt, besonders dann, wenn der Dividend kleiner ist als der Divisor; dies geschieht, indem man den Divisor unter den Dividend, und zwischen beide einen Strich setzt; z. B. $\frac{3}{4}$ wird gelesen: 3 dividirt durch 4. Man nennt diese Form des Quotienten die Bruchform.

Beim Dividiren wird vorausgesetzt, daß man den Quotienten sogleich zu bestimmen wisse, wenn der Divisor einziffrig, und der Dividend kleiner ist als das Zehnfache des Divisors.

§. 21.

I. Eine Zahl wird durch 10, 100, 1000 dividirt, wenn man ihr rechts 1, 2, 3 Ziffern durch einen Beistrich abschneidet; die links stehenden Ziffern sind der Quotient, die rechts stehenden aber der Rest, welcher noch durch den Divisor zu theilen wäre, was man dadurch anzeigt, daß man den Quotienten aus dem Rest und Divisor in Bruchform hinschreibt.

Beispiele.

1) $3420 : 10 = 342$

2) $5673 : 1000 = 5{,}673 = 5\frac{673}{1000}$

22.

II. Eine Zahl wird durch eine einziffrige Zahl dividirt, wenn man sie, von der höchsten Stelle angefangen, Ziffer für Ziffer dividirt. Man untersucht zuerst, wie oft der Divisor in der höchsten Ziffer des Dividends, oder wenn diese zu klein ist, in den zwei höchsten Ziffern enthalten ist; die Ziffer, welche dieses anzeigt, wird unter die dividirte Zahl gesetzt. Nun nimmt man die nächste Ziffer des Dividends, und denkt sich derselben, wenn früher ein Rest übriggeblieben ist, diesen Rest als Zehner vorangesetzt; man dividirt die so entstandene Zahl und schreibt den Quotienten darunter; den etwa übriggebliebenen Rest denkt man sich abermal der folgenden Ziffer des Dividends als Zehner vorangesetzt, und dividirt die dadurch gebildete Zahl. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man alle Ziffern des Dividends in Rechnung genommen hat. Bleibt zuletzt ein Rest, so wird der Quotient aus demselben in Bruchform angesetzt.

Beispiele.

1) $\underline{5178 : 3}$ 2) $\underline{264396 : 5}$

1726 $52879\frac{1}{5}$

Im ersten Beispiele spricht man: 3 in 5 geht 1mal, bleibt 2; zu diesem Reste setzt man die folgende Ziffer des Dividends, nämlich 1, und sagt: 3 in 21 geht 7mal; 3 in 7 geht 2mal, bleibt 1; dieser Rest wird wieder als Zehner der folgenden Ziffer 8 vorangesetzt, und man hat: 3 in 18 geht 6mal. Im zweiten Beispiele mußte man, weil 2 kleiner als 5 ist, gleich das erste Mal untersuchen, wie oft 5 in den zwei höchsten Stellen, nämlich in 26 enthalten ist. Zuletzt bleibt 1 als Rest, daher wird noch der Divisor 5 in Bruchform darunter geschrieben.

§. 23.

III. Wenn Dividend und Divisor mehrziffrig sind, so beobachte man beim Dividiren folgende Regeln:

1. Man ziehe zu beiden Seiten des Dividends einen aufrechten Strich, links schreibt man den Divisor, rechts kommt nach und nach der Quotient zu stehen; oder man schreibe zuerst den Dividend, dann den Divisor, setze zwischen beide das Divisionszeichen, nach dem Divisor wird das Gleichheitszeichen, und nach diesem der Quotient hingeschrieben.

2. Man fängt bei der höchsten Stelle zu dividiren an; man schneidet nämlich im Dividende, von der Linken angefangen, so viele Ziffern ab, als der Divisor Stellen hat, oder um eine mehr, wenn jene Ziffern kleiner sind als der Divisor; diese abgeschnittenen Ziffern bilden den ersten Dividend.

3. Nun untersucht man, wie oft der Divisor in dem ersten Dividende enthalten ist; man erleichtert sich diese Arbeit, wenn man versucht, wie oft die höchste Ziffer des Divisors in der höchsten oder in den zwei höchsten Ziffern des Dividends enthalten ist; die Zahl, welche dieses anzeigt, ist die erste Ziffer des Quotienten.

4. Man multiplizire den ganzen Divisor mit der gefundenen Ziffer des Quotienten, und ziehe das Produkt sogleich während des Multiplizirens von dem ersten Dividende ab, indem man zu jedem einzelnen Produkte so viel dazu addirt, daß man die nächste Zahl bekommt, welche in der Stelle der Einheiten die entsprechende Ziffer des Dividends hat; was man zum Produkte addirt hat, wird unter diese Ziffer des Dividends angeschrieben. Entstehet durch das Addiren eine zweiziffrige Zahl, so werden die Zehner davon zu dem folgenden Produkte weiter gezählt.

Wenn man in den letzten Stellen nicht abziehen kann, so ist der Quotient zu groß genommen worden; man muß ihn kleiner nehmen. Bleibt ein Rest, der eben so groß oder größer ist als der Divisor, so ist der Quotient zu klein angenommen worden; man muß ihn größer nehmen.

5. Zum übriggebliebenen Reste wird jedesmal die nächstfolgende Ziffer des Dividends herabgesetzt; die Zahl, welche dadurch entstehet, ist der neue Dividend. Man untersucht dann, wie oft der Divisor in dem neuen Dividende enthalten ist; die Zahl, welche dieses anzeigt, setzt man als eine neue Ziffer in den Quotienten, multiplizirt dann damit den ganzen Divisor, und zieht das Produkt von dem betreffenden Dividende ab.

Geschieht es, daß der Divisor größer ist als ein Dividend, daß er also in diesem nicht enthalten ist, so schreibt man in den Quotienten eine Nulle, und setzt sogleich die nächstfolgende Ziffer des Dividends herab.

6. Auf diese Art wird fortgefahren, bis man nach und nach alle Ziffern des Dividends herabgesetzt hat. — Bleibt zuletzt ein Rest, so ist dieser noch durch den Divisor zu dividiren; der Quotient davon wird jedoch nur in Bruchform angezeigt und dem erhaltenen ganzen Quotienten angehängt.

B e i s p i e l.

Es soll 4391 durch 83 dividirt werden.

83	439,1	$52\frac{75}{83}$	oder	439,1 : 83 = $52\frac{75}{83}$
	241			241
	75			75

Da der zweiziffrige Divisor 83 größer ist als die zwei höchsten Stellen des Dividends, so nimmt man die drei höchsten Stellen 439 als ersten Dividend, und sagt versuchsweise: 8 in 43 geht 5mal; 5 wird in den Quotienten geschrieben; dann wird damit der ganze Divisor 83 multiplizirt, und das Produkt gleich während des Multiplizirens von dem ersten Dividende 439 abgezogen, indem man sagt: 5mal 3 ist 15, und

(4) ist 19, bleibt 1; die 4, welche man zu 15 dazu setzen mußte, um die nächste Zahl zu bekommen, die in den Einheiten 9 hat, wird sogleich als Rest unter 9 geschrieben; dann sagt man: 5mal 8 ist 40, und der von 19 übriggebliebene Zehner ist 41, und (2) ist 43; weil zu 41 noch 2 addirt werden mußte, um eine Zahl zu erhalten, welche in den Einheiten 3 hat, so wird 2 als Rest unter 3 angesetzt. Zu dem Reste 24 setzt man die folgende Ziffer des Dividends 1 herab, so ist 241 der neue Dividend; man sagt nun: 8 in 24 geht 2mal, schreibt 2 in den Quotienten, multiplizirt damit den ganzen Divisor 83 und zieht das Produkt, wie früher, gleich während des Multiplizirens von dem betreffenden Dividende 241 ab. Der letzte Rest 75 wird mit dem in Bruchform unterschriebenen Divisor den Ganzen des Quotienten angehängt.

§. 24.

IV. Wenn im Divisor rechts Nullen vorkommen, so lasse man diese Nullen weg, und schneide im Dividend, von der Rechten angefangen, eben so viele Ziffern durch einen Beistrich ab. Hierauf dividire man durch den Divisor die links gebliebene Zahl des Dividends, wodurch der wahre Quotient herauskommt. Zu dem übriggebliebenen Reste setze man die abgeschnittenen Ziffern des Dividends herab, so hat man den wahren Rest, welcher zum ganzen Divisor gehört.

Beispiel.

$$\begin{array}{l} \underline{344,63} \; : \; 300 \\ 114\frac{263}{300} \end{array}$$

Hier schneidet man im Dividende zwei Ziffern rechts ab, und dividirt die übrigen durch 3, wodurch man 114 erhält; dabei bleibt 2 als Rest, diesem hängt man die abgeschnittenen Ziffern 64 an, und schreibt darunter den ganzen Divisor.

§. 25.

Die Probe für die Richtigkeit der Division bestehet darin, daß man den Quotienten mit dem Divisor multiplizirt, und den etwa gebliebenen Rest zum Produkte addirt; erhält man dadurch den Dividend, so ist richtig dividirt worden.

6. Vortheile beim Multipliziren und Dividiren ganzer Zahlen.

a. Multiplikazionsvortheile.

§. 26.

1. Wenn im Multiplikator eine 1 vorkommt, so läßt man den Multiplikand ungeändert als das erste Theilprodukt stehen, multiplizirt ihn dann bloß mit den andern bedeutlichen Ziffern, schreibt die dadurch erhaltenen Theilprodukte gehörig darunter, und addirt alle diese Zahlen.

Beispiele.

1) 3421×41
13684
———
140261

2) 56073×108
448584
———
6055884

3) 9785×9001
88065
———
88074785

4) 4312×123
8624
12936
———
530376

Im ersten Beispiele multiplizirt man bloß mit 4, und rückt das Produkt um eine Stelle links, weil die 4 um eine Stelle weiter zur Linken von 1 ist.

Im zweiten Beispiele schreibt man das Produkt mit 8 um zwei Stellen rechts heraus, weil 8 um zwei Stellen rechts von 1 stehet.

Im dritten Beispiele multiplizirt man mit 9, und schreibt dieses Produkt um drei Stellen links hinein, weil 9 auf der dritten Stelle links von 1 steht.

Im vierten Beispiele endlich wird das Produkt mit 2 um eine, jenes mit 3 um zwei Stellen rechts gerückt, weil eben diese Stellung auch 2 und 3 gegen 1 haben.

§. 27.

2. Mit 11 wird eine Zahl multiplizirt, wenn man die erste Ziffer rechts ungeändert hinschreibt, dann zur ersten die zweite, zur zweiten die dritte, und überhaupt zu jeder Stelle die nächst höhere dazu addirt.

Beispiel.

$$\begin{array}{l} \underline{38423 \times 11} \\ 422653 \end{array}$$

Man sagt: 3 ist 3, und setzt die 3 unter den Strich; 3 und 2 ist 5, und schreibt die 5 an die Stelle der Zehner; 2 und 4 ist 6, wird angeschrieben; 4 und 8 ist 12, die 2 setzt man an die Stelle der Tausende, die 1 aber merkt man sich, und fährt fort: 1 und 8 ist 9, und 3 ist 12, 2 wird angeschrieben, 1 aber weiter gezählt; 1 und 3 ist 4, und 0 (welche man sich links von 3 denken kann) ist 4, welche man wieder anschreibt.

§. 28.

3. Mit 25 wird eine Zahl multiplizirt, wenn man sie mit 100 multiplizirt, und das Produkt dann durch 4 dividirt. — Mit 125 wird eine Zahl multiplizirt, wenn man sie mit 1000 multiplizirt, und das Produkt durch 8 dividirt.

Beispiele.

1) $\begin{array}{l} \underline{5986_{00} \times 25} : 4 \\ 149650 \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} \underline{3795_{000} \times 125} : 8 \\ 474375 \end{array}$

§. 29.

4. Wenn der Multiplikator ein Produkt zweier Faktoren ist, mit denen man bequem multipliziren kann, so multiplizirt man zuerst mit dem einen Faktor, und das Produkt dann mit dem andern Faktor.

Beispiele.

1) 9206×49

$\times 7$

64442

$\times 7$

451094

2) 21956×33

$\times 3$

65868

$\times 11$

724548

Im ersten Beispiele ist der Multiplikator $49 = 7 \times 7$, daher multiplizirt man zuerst mit 7, und das Produkt wieder mit 7.

Im zweiten Beispiele ist $33 = 3 \times 11$, daher wird zuerst mit 3, uud das Produkt noch mit 11 multiplizirt.

§. 30.

5. Wenn der Multiplikator aus lauter Neunern besteht, mit Ausnahme der Einheiten welche auch eine andere Ziffer sein können, so addirt man zu den Einheiten so viel, daß man 10 zur Summe bekommt; dadurch erhält man 100, 1000, 10000, . .; man multiplizirt nun zuerst mit 100, 1000, 10000, . . ., dann multiplizirt man noch mit der Ziffer, welche man zu den Einheiten dazu addiren mußte; das zweite Produkt wird hierauf von dem ersten subtrahirt.

Beispiel.

$3975_{000} \times 997$

11925

3963075

Man addirt hier zu 997 noch 3 Einheiten, so bekommt man 1000; nun multiplizire man die gegebene Zahl mit 1000, aber dadurch bekommt man zu viel, und zwar das 3fache zu viel; man muß daher die gegebene Zahl 3975 noch mit 3 multipliziren, und dieses 3fache 11925 von dem früher erhaltenen 1000fachen, nämlich von 3975000, abziehen.

§. 31.

6. Wenn der Multiplikator aus lauter Neunern besteht, mit Ausnahme der höchsten Ziffer, welche nicht nothwendig 9 sein muß, so vermehrt man ihn um 1; dadurch erhält man eine Zahl, welche aus einer einzigen bedeutlichen Ziffer mit rechts folgenden Nullen bestehet; man multiplizirt nun mit dieser Zahl, und setzt das Produkt so unter den Multiplikand, daß zuerst die Nullen darunter zu stehen kommen, dann erst die übrigen Ziffern des Produktes; der Multiplikand wird sodann von dem darunter stehenden Produkte abgezogen.

Beispiel.

$$
\begin{array}{r}
7296 \times 5999 \\
43776000 \\
\hline
43768704
\end{array}
$$

Addirt man zu 5999 noch 1 dazu, so hat man 6000; man multiplizirt nun die gegebene Zahl mit 6000, indem man zuerst drei Nullen hinschreibt, und dann mit 6 multiplizirt; aber das Produkt ist um das 1fache des Multiplikands d. i. um den Multiplikand selbst zu groß; man muß daher noch den darüber stehenden Multiplikand abziehen.

b. Divisionsvortheile.

§. 32.

1. Durch 25 wird eine Zahl dividirt, wenn man sie mit 4 multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt. — Durch 125 wird eine Zahl dividirt, wenn

man sie mit 8 multiplizirt, und das Produkt dann durch 1000 dividirt.

B e i s p i e l e.

1) $34625 : 25$ $\quad$ 2) $2157 : 125$

$\overline{\quad\quad\quad}\times 4$ $\quad$ $\overline{\quad\quad\quad}\times 8$

$1385,00 = 1385$ $\quad$ $17,256 = 17\frac{256}{1000}$

§. 33.

2. Wenn der Divisor ein Produkt zweier Faktoren ist, durch welche man bequem dividiren kann, so dividirt man zuerst durch den einen Faktor, und den Quotienten dann noch durch den andern Faktor.

B e i s p i e l.

$$\begin{array}{l} 466320 \ : \ 48 \\ \overline{\quad\quad\quad\quad}:6 \\ 77720 \\ \overline{\quad\quad\quad\quad}:8 \\ 9715 \end{array}$$

Weil $48 = 6 \times 8$ ist, so wird zuerst durch 6, und der Quotient noch durch 8 dividirt.

7. Theilbarkeit der Zahlen.

§. 34.

Eine Zahl heißt durch eine andere theilbar, wenn sie sich durch dieselbe ohne Rest dividiren läßt. Z. B. 35 ist durch 5 theilbar, weil 5 in 35 genau 7mal enthalten ist, und also kein Rest übrigbleibt; 37 aber ist durch 5 nicht theilbar, weil da ein Rest übrigbleibt.

Die Kennzeichen für die Theilbarkeit der Zahlen sind folgende:

1. Durch 2 sind alle geraden Zahlen theilbar, d. i. solche, welche in der Stelle der Einheiten 0, 2, 4, 6 oder 8 haben; z. B. 30, 42, 154, 316, 308.

Jene Zahlen, welche in der Stelle der Einheiten 1, 3, 5, 7, 9 haben, heißen ungerade Zahlen, und sind nicht durch 2 theilbar; z. B. 51, 83, 125, 217, 1249.

2. Durch 3 sind alle Zahlen theilbar, deren Ziffernsumme durch 3 theilbar ist; z. B. 84 ist durch 3 theilbar, weil die Ziffernsumme 12 durch 3 theilbar ist; eben so sind 375, 2691, 14070 durch 3 theilbar.

Beim Addiren der Ziffern läßt man die 3, 6, 9 weg.

3. Durch 4 sind alle Zahlen theilbar, deren zwei niedrigste Ziffern rechts durch 4 theilbar sind; z. B. 136, 3052, 100716.

4. Durch 5 sind alle Zahlen theilbar, welche in der Stelle der Einheiten 0 oder 5 haben; z. B. 25, 60, 175, 25700.

5. Durch 10, 100, 1000 sind alle Zahlen theilbar, welche rechts 1, 2, 3 Nullen haben. So sind 340, 2700 durch 10; 5200, 2163000 durch 100; 28000, 908000 durch 1000 theilbar.

Die Kennzeichen für die Theilbarkeit durch die übrigen Zahlen sind zusammengesetzter, und daher für die Anwendung minder brauchbar.

II. Abschnitt.

Das Rechnen in Brüchen.

§. 35.

Ein Bruch ist eine Zahl, welche dadurch entstehet, daß man ein Ganzes in mehrere gleiche Theile theilet, und einen oder mehrere solche Theile nimmt.

Zu einem Bruche sind daher zwei Zahlen erforderlich: die eine, welche angibt, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt wird, welche also die Theile benennt, sie heißt der Nenner; und die andere, welche anzeigt, wie viele solche Theile genommen werden, welche also die Theile zählt, sie heißt der Zähler. Man schreibt den Nenner unter den Zähler, und trennt beide durch einen Strich.

Im Bruche $\frac{5}{8}$ oder $^5/_8$ (fünf Achtel:) ist 8 der Nenner, und zeigt an, daß das Ganze in 8 gleiche Theile getheilt sei; 5 ist der Zähler, und gibt an, daß von solchen gleichen Theilen 5 genommen werden.

Man unterscheidet gemeine und Dezimalbrüche.

Dezimal- oder zehntheilige Brüche heißen diejenigen, deren Nenner 10, 100, 1000, . ., überhaupt 1 mit lauter Nullen ist; alle übrigen werden gemeine Brüche genannt. So sind

$\frac{3}{10}$, $\frac{26}{100}$, $\frac{5}{1000}$, . . . Dezimalbrüche,
$\frac{3}{4}$, $\frac{51}{80}$, $\frac{27}{200}$, . . . gemeine Brüche.

1. Gemeine Brüche.

§. 36.

Die gemeinen Brüche werden in echte und unechte eingetheilt.

Ein echter Bruch ist derjenige, dessen Zähler kleiner ist als der Nenner, welcher daher weniger als ein Ganzes bezeichnet; jeder andere ist ein unechter Bruch, er ist gleich einem Ganzen oder größer als ein Ganzes, je nachdem der Zähler gleich dem Nenner oder größer als der Nenner ist.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{17}{20}$ sind echte,
$\frac{2}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{17}{8}$, $\frac{215}{20}$ = unechte Brüche.

Aus einem unechten Bruche werden die Ganzen herausgezogen, wenn man den Zähler durch den Nenner dividirt, z. B.

$\frac{4}{4} = 1$; $\frac{12}{4} = 3$; $\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$

So oft das Endergebniß einer Rechnung ein unechter Bruch ist, muß man immer die Ganzen herausziehen.

§. 37.

Eine Zahl, welche aus einer ganzen Zahl und einem angehängten Bruche bestehet, heißt eine gemischte Zahl; z. B. $5\frac{3}{8}$, $304\frac{7}{16}$.

Wenn bei der Division ganzer Zahlen ein Rest übrig bleibt, so ist der Quotient immer eine gemischte Zahl.

Eine gemischte Zahl einrichten heißt, sie in einen uuechten Bruch verwandeln.

Eine gemischte Zahl wird eingerichtet, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner multiplizirt, und zum Produkte den Zähler addirt; diese Summe ist der Zähler, der Nenner wird ungeändert beibehalten; z. B.

$3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$; $7\frac{5}{11} = \frac{82}{11}$.

§. 38.

Wenn man den Zähler eines Bruches bei ungeändertem Nenner wachsen läßt, so wird der Werth des Bruches größer, weil man dadurch mehrere eben so große Theile erhält. Wenn man hingegen den Nenner eines Bruches bei ungeändertem Zähler wachsen läßt, so wird der Werth des Bruches kleiner, weil durch die Vergrößerung des Nenners das Ganze in mehrere gleiche Theile zu theilen ist, also die einzelnen Theile kleiner werden, und von diesen kleinern Theilen eben so viele zu nehmen sind, als früher.

Der Werth eines Bruches bleibt ungeändert, wenn man Zähler und Nenner mit einerlei Zahl multiplizirt; denn so vielmal mehr Theile der neue Bruch enthält, eben so vielmal kleiner sind die einzelnen Theile; z. B.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}.$$

§. 39.

Um zwei oder mehrere Brüche hinsichtlich ihrer Größe vergleichen, um sie addiren und subtrahiren zu können, müssen sie dieselbe Benennung d. i. gleiche Nenner haben; wenn sie daher ungleiche Nenner haben, so müssen sie erst auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden, und zwar ohne Aenderung des Werthes. Da die Verwandlung der Brüche, ohne den Werth zu ändern, durch Multiplikation des Zählers und Nenners geschieht, so hat man, um einen gemeinschaftlichen Nenner zu finden, nur eine Zahl zu suchen, in welcher alle Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest enthalten sind. Um die Rechnungen so einfach als möglich zu führen, pflegt man die Brüche allezeit auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen.

Bei der Auffindung des kleinsten gemeinschaftlichen Nenners sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. Wenn kein Paar von Nennern durch dieselbe Zahl theilbar ist, so multiplizirt man alle Nenner mit einander; das Produkt ist dann der kleinste allgemeine Nenner.

2. Wenn alle kleinern Nenner in dem größten

ohne Rest enthalten sind, so ist dieser größte Nenner selbst der kleinste gemeinschaftliche Nenner.

3. Wenn alle oder einige Nenner durch dieselbe Zahl theilbar sind, jedoch nicht alle kleinern Nenner in dem größten als Faktoren vorkommen, so findet man den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner auf folgende Art:

a. Man schreibe die gegebenen Nenner in eine Reihe neben einander, und streiche die kleinern Nenner, welche in den größern ohne Rest enthalten sind, durch.

b. Dann sehe man, ob von den übriggebliebenen Nennern nicht zwei oder mehrere durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar sind. Ist dieses der Fall, so ziehe man darunter einen Querstrich, setze links die Zahl, durch welche jene Nenner theilbar sind, und dividire durch dieselbe; die Nenner, welche dadurch nicht theilbar sind, werden unverändert heruntergesetzt, von den übrigen kommen nur die Quotienten herab.

c. Die erhaltenen neuen Zahlen kürzt man, wo möglich, auf dieselbe Weise ab, und wiederholt diese Arbeit so lange, bis kein Paar der unter dem Querstriche erhaltenen Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl mehr theilbar ist.

d. Endlich multiplizirt man die Zahlen unter der letzten Querlinie und die links stehenden Zahlen, durch welche man dividirt hat, mit einander; das Produkt ist der kleinste Hauptnenner.

Hat man den gemeinschaftlichen Nenner mehrerer Brüche gefunden, so erhält man den neuen Zähler eines jeden Bruches, indem man untersucht, mit welcher Zahl der frühere Nenner multiplizirt werden muß, um den neuen Nenner zu erhalten, oder wie oft der frühere

Nenner in dem neuen enthalten ist; mit derselben Zahl d. i. mit dem gefundenen Quotienten muß dann auch der frühere Zähler multiplizirt werden; das Produkt gibt den Zähler des neuen Bruches, welcher mit dem gegebenen Bruche einerlei Werth hat.

Man zieht gewöhnlich neben den gegebenen Brüchen eine aufrechte Linie, setzt obenan den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner; rechts schreibt man dann die erhaltenen Quotienten, und noch weiter, nachdem man einen zweiten aufrechten Strich gezogen, die Produkte, welche die neuen Zähler bilden.

Beispiele.

1. Man bringe die Brüche $^3/_4$, $^2/_5$, $^4/_9$, auf die kleinste gemeinschaftliche Benennung.

Da die Nenner 4, 5, 9 durch keine gemeinschaftliche Zahl theilbar sind, so ist ihr Produkt $4 \times 5 \times 9 = 180$ der kleinste allgemeine Nenner; man hat also

$$\begin{array}{c|c|c l l}
\multicolumn{2}{c}{180} & & & \\
^3/_4 & 45 & 135 & \text{folglich} & ^3/_4 = {}^{135}/_{180} \\
^2/_5 & 36 & 72 & & ^2/_5 = {}^{72}/_{180} \\
^4/_9 & 20 & 80 & & ^4/_9 = {}^{80}/_{180}
\end{array}$$

2. Die Brüche $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_{12}$ sollen gleichnamig gemacht werden.

Hier sind alle kleinern Nenner in dem größten 12 ohne Rest enthalten, also ist 12 der kleinste gemeinschaftliche Nenner, und man hat

$$\begin{array}{c|c|c l l}
\multicolumn{2}{c}{12} & & & \\
^1/_2 & 6 & 6 & \text{daher} & ^1/_2 = {}^6/_{12} \\
^2/_3 & 4 & & & ^2/_3 = {}^8/_{12} \\
^3/_4 & 3 & 9 & & ^3/_4 = {}^9/_{12} \\
^5/_{12} & 1 & 5 & & ^5/_{12} = {}^5/_{12}
\end{array}$$

3. Man soll die Brüche $^{2}/_{3}$, $^{4}/_{5}$, $^{3}/_{32}$, $^{9}/_{40}$, $^{13}/_{60}$ auf den kleinsten Hauptnenner bringen.

Man sucht zuerst den kleinsten allgemeinen Nenner:

$$\begin{array}{r|ccccc} 4 & \cancel{3} & \cancel{5} & 32 & 40 & 60 \\ \hline 2 & & & 8 & 10 & 15 \\ \hline & & & 4 & \cancel{5} & 15 \end{array}$$

Der kleinste Hauptnenner ist also

$$4 \times 15 \times 2 \times 4 = 480,$$

und man hat

$$\begin{array}{r|r|r} & \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\quad}_{}^{480}} \\ ^{2}/_{3} & 160 & 320 \\ ^{4}/_{5} & 96 & 384 \\ ^{3}/_{32} & 15 & 45 \\ ^{9}/_{40} & 12 & 108 \\ ^{13}/_{60} & 8 & 104 \end{array} \quad \text{folglich} \quad \begin{array}{l} ^{2}/_{3} = {}^{320}/_{480} \\ ^{4}/_{5} = {}^{384}/_{480} \\ ^{3}/_{32} = {}^{45}/_{480} \\ ^{9}/_{40} = {}^{108}/_{480} \\ ^{13}/_{60} = {}^{104}/_{480} \end{array}$$

§. 40.

Wenn man den Zähler eines Bruches verkleinert ohne dabei den Nenner zu ändern, so wird dadurch der Werth des Bruches kleiner, weil man wenigere eben so große Theile erhält. Läßt man hingegen den Nenner des Bruches bei ungeändertem Zähler kleiner werden, so wird der Werth des Bruches vergrößert, weil durch das Verkleinern des Nenners das Ganze in wenigere Theile zu theilen ist, also die einzelnen Theile größer ausfallen, und von diesen größern Theilen eben so viele, als vorhin, zu nehmen sind.

Der Werth eines Bruches wird nicht geändert, wenn man Zähler und Nenner durch einerlei Zahl dividirt; denn so vielmal weniger Theile der neue Bruch enthält, eben so vielmal größer sind die einzelnen Theile; z. B.

$$\frac{18}{24} = \frac{18:6}{24:6} = \frac{3}{4}$$

§. 41.

Einen Bruch ohne Aenderung des Werthes mit kleinern Zahlen darstellen, heißt den Bruch abkürzen.

Ein Bruch, dessen Zähler und Nenner beide durch dieselbe Zahl theilbar sind, wird abgekürzt, wenn man Zähler und Nenner durch jene Zahl dividirt; z. B.

$$\overbrace{\frac{4}{18} \,\Big|\, \frac{2}{9}}^{2} \qquad \overbrace{\frac{36}{57} \,\Big|\, \frac{12}{19}}^{3} \qquad \overbrace{\frac{44}{84} \,\Big|\, \frac{11}{21}}^{4}$$

$$\overbrace{\frac{35}{80} \,\Big|\, \frac{7}{16}}^{5} \qquad \frac{200}{240} \overbrace{\,\Big|\,}^{10} \frac{20}{24} \overbrace{\,\Big|\,}^{4} \frac{5}{6}$$

So oft in dem Endergebnisse einer Rechnung ein Bruch erscheint, der sich abkürzen läßt, soll man ihn immer auf eine einfachere Form bringen.

§. 42.

Beim Addiren der Brüche beobachte man folgende Regeln:

1. Wenn die Brüche gleiche Nenner haben, so werden sie addirt, wenn man die Zähler addirt, und den gemeinschaftlichen Nenner unter die Summe schreibt; z. B.

$$\begin{array}{l} {}^1/_8 \\ {}^3/_8 \\ \hline {}^4/_8 = {}^1/_2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} {}^1/_{12} \\ {}^5/_{12} \\ {}^{11}/_{12} \\ \hline {}^{17}/_{12} = 1\,{}^5/_{12} \end{array}$$

2. Haben die Brüche ungleiche Nenner, so müssen sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden; dann werden die neuen Zähler addirt, und unter ihre Summe der Hauptnenner gesetzt; z. B.

$$\begin{array}{l|l|l} \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad}_{\textstyle 12}} & \\ {}^1/_2 & 6 & 6 \\ {}^1/_3 & 4 & 4 \\ {}^1/_{12} & 1 & 1 \\ \cline{3-3} \multicolumn{3}{r}{{}^{11}/_{12}} \end{array} \qquad \begin{array}{l|l|l} \multicolumn{2}{c}{\underbrace{\qquad}_{\textstyle 30}} & \\ {}^3/_5 & 6 & 18 \\ {}^5/_6 & 5 & 25 \\ {}^7/_{10} & 3 & 21 \\ \cline{3-3} \multicolumn{3}{r}{{}^{64}/_{30} = {}^{32}/_{15} = 2\,{}^2/_{15}} \end{array}$$

3. Kommen unter den Addenden ganze oder gemischte Zahlen vor, so addirt man zuerst die Brüche, dann die Ganzen; wenn beim Addiren der Brüche auch Ganze herauskommen, so werden sie zu den Ganzen weiter gezählt; z. B.

$$\begin{array}{r} 29\,{}^3/_{10} \\ 45 \\ 16\,{}^4/_{10} \\ \hline 90\,{}^7/_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r|r|l} \multicolumn{2}{r}{\underbrace{\qquad}_{\textstyle 30}} & \\ 45\,{}^1/_2 & 15 & 15 \\ 127\,{}^3/_5 & 6 & 18 \\ {}^8/_{15} & 2 & 16 \\ \cline{1-1}\cline{3-3} 173\,{}^{19}/_{30} & & {}^{49}/_{30} = 1\,{}^{19}/_{60} \end{array}$$

Im zweiten Beispiele werden die Brüche auf gleiche Nenner gebracht, und dann addirt; die Summe enthält 1 Ganzes und $^{19}/_{30}$; der Bruch wird angeschrieben, 1 Ganzes aber zu den Ganzen in den Addenden gezählt.

§. 43.

Beim Subtrahiren der Brüche sind folgende Regeln zu beobachten:

1. Wenn die Brüche gleiche Nenner haben, so werden sie subtrahirt; wenn man die Zähler abzieht, und unter den Rest den gemeinschaftlichen Nenner schreibt; z. B.

$$\begin{array}{c} 5/_9 \\ 1/_9 \\ \hline 4/_9 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 7/_8 \\ 3/_8 \\ \hline 4/_8 = 1/_2 \end{array}$$

2. Haben die Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuerst auf eine gemeinschaftliche Benennung gebracht; dann subtrahirt man die neuen Zähler, und setzt unter ihren Rest den gemeinschaftlichen Nenner; z. B.

$$\begin{array}{c|c|c} \multicolumn{2}{c}{8} & \\ 5/_8 & 1 & 5 \\ 1/_4 & 2 & 2 \\ \cline{3-3} \multicolumn{3}{r}{3/_8} \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} \multicolumn{2}{c}{12} & \\ 3/_4 & 3 & 9 \\ 2/_3 & 4 & 8 \\ \cline{3-3} \multicolumn{3}{r}{1/_{12}} \end{array}$$

3. Wenn eine ganze Zahl von einer gemischten abzuziehen ist, so wird der Bruch sogleich herabgesetzt, und die Ganzen allein werden abgezogen; z. B.

$$\begin{array}{c} 4\,3/_4 \\ 2 \\ \hline 2\,3/_4 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 27\,1/_2 \\ 18. \\ \hline 9\,1/_2 \end{array}$$

4. Wenn ein Bruch oder eine gemischte Zahl von einer ganzen Zahl abzuziehen ist, so addirt man zu dem Bruche des Subtrahends so viel hinzu, daß man ein Ganzes erhält; was man hinzuaddirt, wird sogleich in den Rest geschrieben; dann vermehrt man

den Subtrahend um 1 Ganzes, und subtrahirt die Ganzen; z. B.

$$\begin{array}{r} 5 \\ \frac{1}{4} \\ \hline 4\frac{3}{4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ 15\frac{3}{5} \\ \hline 33\frac{2}{5} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 125 \\ 78\frac{7}{8} \\ \hline 46\frac{1}{8} \end{array}$$

Im ersten Beispiele sagt man: $\frac{1}{4}$ und ($\frac{3}{4}$) ist 1; 1 (um welches der Subtrahend vermehrt wird) und (4) ist 5.

5. Wenn ein Bruch oder eine gemischte Zahl von einer gemischten Zahl abzuziehen ist, so ist es am besten, zuerst die gemischten Zahlen einzurichten, und dann erst zu subtrahiren; z. B.

$$\begin{array}{rcl|c|r} & & & \multicolumn{2}{c}{4} \\ 5\frac{1}{2} & = & \frac{11}{2} & 2 & 22 \\ \frac{3}{4} & = & \frac{3}{4} & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rcl|c|r} & & & \multicolumn{2}{c}{15} \\ 9\frac{2}{3} & = & \frac{29}{3} & 5 & 145 \\ 6\frac{4}{5} & = & \frac{34}{5} & 3 & 102 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{19}{4} = 4\frac{3}{4} \qquad\qquad \frac{43}{15} = 2\frac{13}{15}.$$

§. 44.

Beim Multipliziren der Brüche sind folgende Regeln zu beobachten;

1. Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man den Zähler damit multiplizirt, und diesem Produkte den Nenner des Bruches zum Nenner gibt; oder, wenn man den Nenner durch die ganze Zahl dividirt, und diesen Quotienten als Nenner eines Bruches annimmt, dessen Zähler der frühere Zähler ist. Die zweite Verfahrungsart läßt sich nur dann anwenden, wenn der Nenner des Bruches durch die ganze Zahl theilbar ist. Z. B.

$$\frac{5}{8} \times 4 = \frac{5 \times 4}{8} = \frac{20}{8} \Big| \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2},$$

oder $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{8 : 4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$

Daraus folgt:

Ein Bruch mit seinem Nenner multiplizirt gibt den Zähler; z. B.

$^3/_5 \times 5 = {}^{15}/_5 = 3 \qquad {}^7/_8 \times 8 = {}^{56}/_8 = 7$

2. Um eine gemischte Zahl mit einer ganzen Zahl oder umgekehrt zu multipliziren, so multiplizirt man mit der ganzen Zahl zuerst den Bruch, dann die Ganzen der gemischten Zahl; kommen bei der Multiplikazion des Bruches auch Ganze heraus, so werden sie zu dem Produkte der Ganzen addirt; z. B.

$3^3/_4 \times 3 = 11^1/_4$; denn $^3/_4 \times 3 = {}^9/_4 = 2^1/_4$

$10 \times 5^3/_8 = 53^3/_4$; denn $^3/_8 \times 10 = {}^{30}/_8 = {}^{15}/_4 = 3^3/_4$

3. Eine ganze Zahl wird mit einem Bruche multiplizirt, wenn man sie mit dem Zähler multiplizirt, und dieses Produkt durch den Nenner dividirt; z. B.

$$216 \times \frac{2}{3} = \frac{216 \times 2}{3} = \frac{432}{3} = 144$$

$$508 \times {}^4/_6 = \frac{2032}{5} = 406\,{}^2/_5$$

4. Wenn ein Bruch mit einem Bruche zu multipliziren ist, so multiplizire man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner; das Produkt der Zähler wird zum Zähler, das Produkt der Nenner aber zum Nenner angenommen; z. B.

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8} \qquad \frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{48} \Big| \frac{5}{16}$$

5. Wenn eine gemischte Zahl und ein Bruch, oder zwei gemischte Zahlen mit einander zu multipliziren sind, so ist am bequemsten, die gemischten Zahlen einzurichten, und dann erst zu multipliziren; z. B.

$$2\tfrac{3}{4} \times \tfrac{4}{5} = \tfrac{11}{4} \times \tfrac{4}{5} = \tfrac{44}{20} = \tfrac{11}{5} = 2\tfrac{1}{5}$$

$$6\tfrac{5}{8} \times 2\tfrac{1}{2} = \tfrac{53}{8} \times \tfrac{5}{2} = \tfrac{265}{16} = 16\tfrac{9}{16}$$

§. 45.

Beim Dividiren der Brüche verfahre man nach folgenden Regeln:

1. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man den Zähler dadurch dividirt, und dem Quotienten den ungeänderten Nenner zum Nenner gibt, oder, wenn man den Nenner mit der ganzen Zahl multiplizirt, und dieses Produkt dem ungeänderten Zähler als Nenner unterschreibt. Das erste Verfahren ist nur dann anwendbar, wenn sich der Zähler durch die ganze Zahl ohne Rest theilen läßt. Z. B.

$$\frac{8}{15} : 4 = \frac{8 : 4}{15} = \frac{2}{15}$$

oder $\frac{8}{15} : 4 = \frac{8}{15 \times 4} = \frac{8}{60} \Big| \frac{2}{15}$

2. Eine gemischte Zahl wird durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man dadurch zuerst die Ganzen, dann den Bruch der gemischten Zahl dividirt; bleibt beim Dividiren der Ganzen ein Rest, so wird dieser mit dem angehängten Bruche eingerichtet, und dann durch die ganze Zahl dividirt; z. B.

$20\tfrac{8}{15} : 4 = 5\tfrac{2}{15}$ $\qquad$ $124\tfrac{3}{4} : 5 = 24\tfrac{19}{20}$

Im zweiten Beispiele bleibt bei der Division der Ganzen 4 als Rest, dieser mit dem Bruche gibt $4\tfrac{3}{4} = \tfrac{19}{4}$ und durch 5 dividirt $\tfrac{19}{20}$

3. Um eine Zahl durch einen Bruch zu dividiren, multiplizirt man sie mit dem umgekehrten Bruche; z. B.

$$612 : \tfrac{3}{4} = 612 \times \tfrac{4}{3} = \tfrac{2448}{3} = 816$$

$$\tfrac{4}{5} : \tfrac{2}{3} = \tfrac{4}{5} \times \tfrac{3}{2} = \tfrac{12}{10} = \tfrac{6}{5} = 1\tfrac{1}{5}$$

$$9\tfrac{3}{8} : \tfrac{5}{12} = \tfrac{75}{8} \times \tfrac{12}{5} = \tfrac{900}{40} = \tfrac{45}{2} = 22\tfrac{1}{2}$$

4. Um eine Zahl durch eine gemischte Zahl zu dividiren, richtet man diese ein, und dividirt dann durch den unechten Bruch; z. B.

$$72 : 2\tfrac{3}{5} = 72 : \tfrac{13}{5} = 72 \times \tfrac{5}{13} = \tfrac{360}{13} = 27\tfrac{9}{13}$$

$$\tfrac{1}{2} : 10\tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{2} : \tfrac{41}{4} = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{4}{41} = \tfrac{4}{82} = \tfrac{2}{41}$$

$$12\tfrac{5}{16} : 5\tfrac{2}{3} = \tfrac{197}{16} : \tfrac{17}{3} = \tfrac{197}{16} \times \tfrac{3}{17} = \tfrac{591}{272} = 2\tfrac{47}{272}.$$

2. Dezimalbrüche.

§. 46.

Die Dezimalbrüche werden auf eine ganz eigenthümliche Art angeschrieben. Man schreibt nämlich nur den Zähler an, und schneidet in demselben, von der Rechten angefangen, so viele Ziffern durch einen Beistrich ab, als im Nenner Nullen vorkommen; der Nenner wird dann gänzlich weggelassen. Jener Beistrich heißt der Dezimalstrich.

Bleibt vor dem Dezimalstriche keine Ziffer übrig, so kommt an diese Stelle eine Nulle.

Sind aber im Zähler gar weniger Ziffern vorhanden, als man abschneiden sollte, so werden die links fehlenden Ziffern durch Nullen ersetzt; vor den Dezimalstrich kommt dann auch eine Nulle.

Beispiele.

$$\frac{312}{100} = 3{,}12 \qquad \frac{512063}{10000} = 51{,}2063$$

$$\frac{198}{1000} = 0{,}198 \qquad \frac{32}{10000} = 0{,}0032$$

Die Ziffern vor dem Dezimalstriche sind Ganze, die Ziffern nach demselben aber heißen Dezimalen; und zwar bedeutet die erste Ziffer nach dem Striche Zehntel, die zweite Hundertel, die dritte Tausendtel, u. s. w. Es ist z. B.

$$5,342 = \frac{5342}{1000} = \frac{5000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{2}{1000}$$

$$\text{oder } 5,342 = 5 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$$

Ein Dezimalbruch wird ausgesprochen, wenn man zuerst die ganzen Stellen ausspricht und das Wort Ganze hinzusetzt, und dann jede Dezimalstelle einzeln, mit oder auch ohne Hinzufügung des Nenners ausspricht; oder auch alle Dezimalen als Zahl angibt und den allgemeinen Nenner dazusetzt.

412,3104 wird gelesen: 412 Ganze, 3 Zehntel, 1 Hundertel, keine Tausendtel, 4 Zehntausendtel; oder: 412 Ganze, mit den Dezimalen 3, 1, 0, 4; oder: 412 Ganze, 3104 Zehntausendtel.

Der Werth eines Dezimalbruches wird nicht geändert, wenn man ihm rechts eine oder mehrere Nullen anhängt. Dadurch kann man leicht bewirken, daß mehrere Dezimalbrüche gleich viele Dezimalen erhalten; z. B.

$$28,5 = 28,500,$$
$$0,52 = 0,520,$$
$$4,137 = 4,137.$$

§. 47.

Ein gemeiner Bruch wird in einen Dezimalbruch verwandelt, wenn man den Zähler durch den Nenner dividirt, so lange es angeht; hat man keine Ziffer mehr zu dem Reste hinzu zu fügen, so setze man im Quotienten den Dezimalstrich, und hänge diesem, so wie jedem folgenden Reste eine Nulle an, und fahre so im Dividiren fort. Geht die Division zuletzt auf, so ist der erhaltene Dezimalbruch dem gegebenen gemeinen vollkommen gleich, sonst nur angenähert, und zwar um so genauer, je mehrere Dezimalen man entwickelt.

Wie viel Dezimalen man zu entwickeln habe, hängt von den Umständen der Aufgabe ab. Bedeutet der Dezimalbruch z. B. Gulden, und ist er schon das Endergebniß der ganzen Rechnung, so reicht es hin, 3 Dezimalen, also noch die Tausendtel zu entwickeln, da 0,001 Gulden kleiner ist als ¼ Pfennig, also ein nicht mehr zahlbares Geld. Wenn aber der Dezimalbruch nicht das Endergebniß der Rechnung ist, sondern es wäre damit noch eine Multiplikazion vorzunehmen, so müßte er auch genauer, nämlich in mehreren Dezimalen angegeben werden.

Beispiele.

```
 25                     23
 ——                     ——
  8|25|3,125            78|23|0,29487...
      10                    230
       20                    740
        40                    380
         0                     680
                                560
                                 14
```

Im zweiten Beispiele geht die Division nicht auf, daher ist der gemeine Bruch ²³/₇₈ durch den Dezimalbruch 0,29487 nicht genau, sondern nur näherungsweise ausgedrückt.

Wenn man in einem Dezimalbruche mehr Dezimalen hat, als man ihrer braucht, so läßt man die überflüssigen weg, vergrößert jedoch die letzte beibehaltene Dezimale um 1, wenn die nächste darauf folgende Dezimale, die man schon wegläßt, 5 oder größer als 5 ist, d. h. man korrigirt die letzte beibehaltene Dezimale. Wollte man z. B. in dem obigen Dezimalbruche 0,29487 nur drei Dezimalen beibehalten, so würde man dafür 0,295 setzen, weil die erste weggelassene Dezimale 8 größer als 5 ist.

§. 48.

Wenn sich bei der Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen zehntheiligen immerfort dieselbe Ziffernreihe wiederholt, so heißt der Dezimalbruch ein **periodischer**.

Beispiele.

$\frac{1}{3}$ $\qquad\qquad$ $\frac{763}{660}$

```
3|1|0,333...        66,0|77,3|1,156060...
   10                    103
     10                   370
       10                   400
                              400
                                40
```

Im ersten Beispiele bestehet die Periode aus einer Ziffer, nämlich 3; im zweiten aus zwei Ziffern, nämlich 60.

§. 49.

Ein Dezimalbruch wird in einen gemeinen verwandelt, wenn man die Dezimalen desselben zum Zähler, zum Nenner aber 1 mit so vielen Nullen annimmt, als Dezimalen vorhanden sind; dann wird der Bruch, wenn es angeht, abgekürzt.

B e i s p i e l e.

$$0,75 = \frac{75}{100} \Big| \frac{3}{4}$$

$$0,0625 = \frac{625}{10000} \Big| \frac{25}{400} \Big| \frac{1}{16}$$

$$47,24 = 47\,\frac{24}{100} \Big| \frac{6}{25}$$

§. 50.

Dezimalbrüche werden addirt, wenn man sie zuerst so anschreibt, daß die Dezimalstriche, mithin die gleichnamigen Stellen genau unter einander zu stehen kommen, dann das Addiren wie bei ganzen Zahlen verrichtet, und in der Summe den Dezimalstrich gerade unter die übrigen Dezimalstriche setzt.

B e i s p i e l e.

45,356	0,5
12,509	0,25
8,395	0,125
0,098	0,0625
66,358	0,9375

Im ersten Beispiele addirt man zuerst die Tausendtel, man erhält 28; 28 Tausendtel geben 8 Tausendtel und 2 Hundertel; die 8 Tausendtel werden angeschrieben, die 2 Hundertel zu den Hunderteln weiter gezählt, u. s. w.

§. 51.

Dezimalbrüche werden **subtrahirt**, wenn man den Subtrahend so unter den Minuend setzt, daß die Dezimalstriche gerade unter einander zu stehen kommen, dann das Subtrahiren wie bei ganzen Zahlen verrichtet, und in dem Reste den Dezimalstrich genau unter die übrigen Dezimalstriche setzt.

Beispiele.

184,79215	5,85
72,34622	5,2356
112,44593	0,6144

Im zweiten Beispiele denkt man sich die leeren Stellen des Minuends mit Nullen besetzt.

§. 52.

Bei der **Multiplikazion** der Dezimalbrüche hat man folgende Regeln zu beobachten:

1. Ein Dezimalbruch wird mit 10, 100, 1000 multiplizirt, wenn man den Dezimalstrich um 1, 2, 3 Stellen gegen die Rechte rückt. Hat der Dezimalstrich nicht so viele Stellen, als zur Ortsveränderung des Dezimalstriches nöthig sind, so ergänze man die fehlenden rechts mit Nullen. Z. B.

$$4,135 \times 10 = 41,35$$

$$12,034 \times 100 = 1203,4$$

$$0,572 \times 10000 = 5720$$

2. Ein Dezimalbruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man ihn wie eine ganze Zahl multiplizirt, und im Produkte den Dezimalstrich an die so vielte Stelle von der Rechten an setzt, an welcher der Multiplikand steht; z. B.

$$\begin{array}{l} 32{,}537 \times 8 \\ \hline 260{,}296 \end{array} \quad \text{denn } 32{,}537 = \frac{32537}{1000}$$

$$\text{und } \frac{32537}{1000} \times 8 = \frac{260296}{1000} = 260{,}296$$

$$\begin{array}{l} 13{,}9682 \times 17 \\ 9\,77774 \\ \hline 237{,}4594 \end{array}$$

3. Ein Dezimalbruch wird mit einem Dezimalbruche multiplizirt, wenn man die Multiplikazion, ohne Rücksicht auf die Dezimalstriche, wie bei ganzen Zahlen verrichtet, und dann im Produkte so viele Dezimalstellen abschneidet, als ihrer in beiden Faktoren zusammen vorhanden sind. Hat das Produkt nicht so viele Ziffern, als abgeschnitten werden sollen; so müssen die fehlenden Stellen links mit Nullen ersetzt, und in die Stelle der Ganzen auch eine Nulle angeschrieben werden. Z. B.

$$\begin{array}{r} 7{,}314 \times 3{,}25 \\ 325 \\ \hline 36570 \\ 1\,4628 \\ 21\,942 \\ \hline 23{,}77050 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}521 \times 0{,}082 \\ 82 \\ \hline 13042 \\ 52168 \\ \hline 0{,}534722 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0{,}315 \times 0{,}017 \\ 2205 \\ \hline 0{,}005355 \end{array}$$

Im ersten Beispiele multiplizirt man 7314 mit 325, und schneidet im Produkte 2377050 fünf Dezimalstellen ab, weil so viele Dezimalen in beiden Faktoren vorkommen. Von der Richtigkeit überzeugt man sich, wenn man die beiden Dezimalbrüche als gemeine Brüche betrachtet und als solche multiplizirt; es ist

$$7{,}314 = \frac{7314}{1000} \text{ und } 3{,}25 = \frac{325}{100};$$

daher

$$7{,}314 \times 3{,}25 = \frac{7314}{1000} \times \frac{325}{100} = \frac{7314 \times 325}{100000}$$

$$= \frac{2377050}{100000} = 23{,}77050$$

§. 53.

Will man im Produkte nur eine bestimmte Anzahl von Dezimalen erhalten, so bedient man sich der abgekürzten Multiplikazion.

Dabei verfahre man nach folgenden Regeln:

1. Man setze die Einheiten des Multiplikators unter diejenige Dezimalstelle des Multiplikands, welche im Produkte noch vorkommen soll; die übrigen Ziffern werden in verkehrter Ordnung geschrieben, so daß der ganze Multiplikator umgekehrt erscheint.

Hat der Multiplikator leere Stellen über sich, so ergänze man dieselben mit Nullen.

2. Man multiplizire mit der ersten rechts vorkommenden Ziffer des umgekehrten Multiplikators zuerst die um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplikands, schreibt jedoch dieses Produkt nicht an, sondern merkt sich davon nur die nächsten Zehner, welche man die Korrektur nennt; nun multiplizirt man die gerade darüber stehende Ziffer des Multiplikands, addirt die Korrektur dazu, und fängt hier das Produkt zu schreiben an; nun werden nach der Reihe auch die weiter folgenden Ziffern des Multiplikands multiplizirt; so erhält man das erste Theilprodukt.

Auf gleiche Weise multiplizirt man dann mit der zweiten, dritten, . . Ziffer im Multiplikator, und schreibt die einzelnen dadurch erhaltenen Theilprodukte so unter einander, wie die Posten bei der Addition.

Um sich vor Verwirrung zu schützen, kann man die Ziffern des Multiplikators, mit denen man bereits multiplizirt hat, durchstreichen.

3. Die Theilprodukte werden addirt, und in der Summe schneidet man die verlangte Anzahl Dezimalen ab.

Soll die letzte Dezimalstelle im Produkte vollkommen richtig sein, so entwickle man eine Dezimale mehr, als ihrer genau sein sollen.

Beispiele.

1. Man entwickle das Produkt aus 35,21567 und 21,785 in 3 Dezimalen.

abgekürzt	vollständig
35,21567 × 21,785	3521567
5,8,7,1,2	21785
704313	17607835
35216	28172536
24651	24650969
2817	3521567
176	7043134
767,173	767,17337095

Weil hier im abgekürzten Produkte 3 Dezimalen verlangt werden, so setzt man die Einheiten des Multiplikators d. i. die Ziffer 1 unter die dritte Dezimale 5 des Multiplikands; die übrigen Ziffern schreibt man so, daß der ganze Multiplikator umgekehrt unter den Multiplikand zu stehen kommt. Nun multiplizirt man mit 2; man sagt: 2mal 7 ist 14, bleibt 1 zur Korrektur; 2mal 6 ist 12, und 1 (Korrektur) ist 13; man schreibt 3 an, 1 wird, indem man auf die gewöhnliche Art weiter multiplizirt, zu dem folgenden Produkte gezählt. Hierauf multiplizirt man mit 1, und zwar: 1mal 6 ist 6, bleibt 1 zur Korrektur, weil 6 näher an 1 Zehner liegt als an 0 Zehner; 1mal 5 ist 5, und 1 (Korrektur) ist 6; man schreibt 6 gerade unter die erste Ziffer des ersten Theilproduktes, und multiplizirt wie gewöhnlich weiter. Eben so multiplizirt man dann mit 7, 8 und endlich mit 5. Die Theilprodukte werden, wie sie stehen, addirt, und im Produkte 3 Dezimalen abgeschnitten.

2. Man multiplizire 245,31 mit 0,00956 so, daß im Produkte 4 Dezimalen erscheinen.

$245{,}31_{00} \times 0{,}00956$ oder $0{,}00956_0 \times 245{,}31$

6.5.9000	13542
22078	19120
1227	3824
147	478
2,3452	29
	1
	2,3452

In diesem Beispiele kommen die Einheiten des Multiplikators unter die vierte Dezimalstelle des Multiplikands; die fehlenden Dezimalen rechts im Multiplikand werden durch Nullen ergänzt.

§. 54.

Für das Dividiren der Dezimalbrüche hat man Folgendes zu merken:

1. Ein Dezimalbruch wird durch 10, 100, 1000 dividirt, wenn man den Dezimalstrich um 1, 2, 3 Stellen gegen die Linke rückt. Hat der Dezimalbruch nicht so viele Stellen, als zur Ortsveränderung des Dezimalstriches nöthig sind, so ergänze man die fehlenden links mit Nullen. Z. B.

568,24 : 10 = 56,824

15,37 : 100 = 0,1537

78,39 : 1000 = 0,07839

Diese Regel kann auch bei ganzen Zahlen angewendet werden; nämlich:

Eine ganze Zahl wird durch 10, 100, 1000 dividirt, indem man ihr rechts 1, 2, 3 Ziffern als Dezimalen abschneidet; z. B.

59023 : 100 = 590,23

728 : 10000 = 0,0728

2. Ein Dezimalbruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man ihn wie eine ganze Zahl dividirt, und im Quotienten den Dezimalstrich setzt, bevor man die erste Dezimalstelle des Dividends in Rechnung zieht; z. B.

131,7612 : 4
―――――――
32,9403

2784,3 : 72 = 38,6708 . . .
624
483
510
600
24

3. Ist der Divisor ein Dezimalbruch, so multiplizirt man Divisor und Dividend mit 10, 100, 1000, je nachdem der Divisor 1, 2, 3 Dezimalstellen enthält; dadurch bleibt im Divisor der Dezimalstrich weg, der Divisor wird also eine ganze Zahl; im Dividend aber erscheint der Dezimalstrich um so viele Stellen weiter gegen die Rechte, als im Divisor Dezimalstellen waren. Dann wird der Dividend durch die ganze Zahl, welche nun den Divisor vorstellt, dividirt.

Beispiele.

Man dividire 3486,303 durch 75,34.

7534|348630,3|46,27 ..
47270
20663
55950
3212

2. Wie oft ist 0,037 in 2,5415 enthalten?

37|2541,5|68,689 ..
321
255
330
340
7

3. Es soll 0,0494 durch 2,57864 dividirt werden.

$4940,_{00} : 257864 = 0,0191 ...$
2361 360
40 5840
14 7976

§. 55.

Wenn man im Quotienten nur einige Dezimalen erhalten will, so bedient man sich der abgekürzten Division.

Dabei läßt man bei dem jedesmaligen Dividiren, anstatt dem Reste eine Nulle anzuhängen, eine neue Ziffer rechts im Divisor weg. Die jedesmal gefundene Ziffer des Quotienten wird dann zuerst mit der höchsten im Divisor weggelassenen Ziffer multiplizirt, und die aus diesem Produkte erhaltene Korrektur zu dem ersten eigentlichen Produkte addirt.

Beispiele.

1. Man soll 343,71 durch 112,73 abgekürzt dividiren.

1‚1‚2‚7‚3 | 34571 | 3,0668
752
76
9
0

Dem Reste 752 sollte, um die erste Dezimale im Quotienten zu erhalten, eine Nulle angehängt werden; dafür aber wird im Divisor die letzte Ziffer 3 weggelassen. Weil 1127 in 752 0mal enthalten ist, so wird sogleich auch die folgende Ziffer 7 im Divisor weggelassen; 112 ist in 752 6mal enthalten; nun multiplizirt man: 6mal 7 ist 42, bleibt 4 zur Korrektur; 6mal 2 ist 12, und 4 (Korrektur) ist 16, und (6) ist 22, bleibt 2; 6mal 1 ist 6, und 2 ist 8, und (7) ist 15; u. s. w. Statt zum Reste 76 eine Nulle hinzu zu fügen, wird im Divisor wieder eine neue Ziffer rechts, nämlich 2, weggelassen, und dann weiter dividirt.

2. Man dividire abgekürzt 28,3 durch 1728.

1‚7‚2‚8 | 28,3 | 0,0164.
110
7

Hier sagt man: 1728 in 28 ist 0mal enthalten; man zieht nun die erste Dezimale 3 in Rechnung, und setzt im Quotienten den Dezimalstrich; 1728 in 283 ist auch 0mal enthalten. Statt nun zum Dividende eine 0 hinzu zu setzen, wird im Divisor die letzte Ziffer 8 weggelassen; 172 in 283 geht 1mal. Zum Reste 110 wird ebenfalls keine 0 hinzu gesetzt, sondern im Divisor eine neue Ziffer, nämlich 2 weggelassen; u. s. w.

Zweites Hauptstück.

Das Rechnen mit benannten Zahlen.

1. Benannte Zahlen und ihr Zusammenhang.

§. 56.

Um sich das Auffassen der benannten Zahlen zu erleichtern, betrachtet man mehrere kleinere Einheiten einer Art zusammen als eine nächst höhere Einheit derselben Art, und gibt ihr dann einen besondern Namen. So nimmt man beim Gelde z. B. den Pfennig als die niedrigste Einheit an; 4 Pfennige zusammen nennt man einen Kreuzer, und betrachtet diesen als die nächst höhere Einheit; 60 Kreuzer nimmt man wieder als eine noch höhere Einheit an, und gibt ihr den Namen Gulden.

Wenn bei Dingen derselben Art verschiedene Einheiten angenommen werden, so heißen die größern Einheiten von höherer Benennung, und die kleinern Einheiten von niedrigerer Benennung.

Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten der niedrigern Benennung eine Einheit der höhern Benennung ausmachen, heißt der Verwandler zwischen jenen Benennungen. So ist zwischen Pfennigen und Kreuzern 4, zwischen Kreuzern und Gulden 60 der Verwandler.

Eine benannte Zahl, welche nur einen Namen hat, heißt einnamig; z. B. 5 Gulden, 27 Pfund.

Eine benannte Zahl, deren Bestandtheile verschiedene Namen haben, heißt eine mehrnamige Zahl, 4 Gulden 25 Kreuzer ist eine mehrnamige Zahl; eben so 17 Pfund 28 Loth.

§. 57.

Alle Dinge, die wir uns vorstellen, und die wir daher der Rechnung unterziehen können, kommen in der Zeit oder im Raume vor, sind also Zeit- oder Raumgrößen; daher müssen sich alle bei benannten Zahlen angenommenen Einheiten auf die Bestimmung der Zeit- oder der Raumgrößen beziehen.

§. 58.

A. Bestimmung der Zeitgrößen.

Die Zeit wird nach Jahren, Monaten, Wochen, Tagen, u. s. w. und zwar nach folgender Tafel berechnet:

1	Jahr	hat	12	Monate
1	Monat	=	30	Tage
1	Woche	=	7	=
1	Tag	=	24	Stunden
1	Stunde	=	60	Minuten
1	Minute	=	60	Sekunden.

In der Interessenrechnung wird zwar gewöhnlich der Monat zu 30 Tagen, und somit das Jahr zu 12mal 30 d. i. 360 Tagen angenommen; in der Wirklichkeit aber hat ein gemeines Jahr 365, ein Schaltjahr 366 Tage; eben so haben die Monate eine ungleiche Anzahl Tage, und zwar:

Jänner . . .	31	Tage	Juli	31	Tage
Februar . . .	28	=	August . . .	31	=
im Schaltjahr	29	=	September .	30	=
März	31	=	Oktober . .	31	=
April	30	=	November .	30	=
Mai	31	=	Dezember . .	31	=
Juni	30	=			

§. 59.

B. Bestimmung der Raumgrößen.

Die Raumgrößen bestimmt man entweder nach ihrer Menge, nach ihrer Ausdehnung oder nach ihrer Schwere; sie werden also entweder gezählt, gemessen oder gewogen.

Der Maßstab für den Werth der verschiedensten Gattungen von Raumgrößen, und daher das gewöhnliche Eintauschungsmittel derselben ist das Geld.

Bei der Bestimmung der Raumgrößen ist also auf die verschiedenen Zählungsarten, Maße, Gewichte und Münzen Rücksicht zu nehmen.

§. 60.

1. Zählungsarten.

Die gebräuchlichsten sind:

1 Schock	enthält 60	Stück
1 Schilling	= 30	=
1 Mandel	= 15	=
1 Dutzend	= 12	=

Ein Bund Federn sind 25 Stück.

1 Ballen Papier	hat 10	Rieß
1 Rieß =	= 20	Buch
1 Buch Schreibpapier	= 24	Bogen
1 = Druckpapier	= 25	=

§. 61.

2. Maße.

Die Maße unterscheidet man in Längen- Flächen- und Körpermaße.

a. Längenmaße.

Um eine Länge zu messen, nimmt man irgend eine bekannte Länge als Einheit an. Bei Linien wird gewöhnlich ein Fuß oder Schuh, bei Tüchern, Zeugen und andern Schnittwaren die Elle als Längeneinheit angenommen.

Im bürgerlichen Leben wird der Fuß (') in 12 Zoll (''), und der Zoll in 12 Linien (''') eingetheilt. Beim Feldmessen bedient man sich gewöhnlich des Dezimalmaßes, nach welchem ein Fuß 10 Zoll und ein Zoll 10 Linien enthält.

6 Fuß nennt man eine Klafter (°); 4000 Wiener Klafter machen eine österreichische Postmeile.

Eine Wiener Elle enthält 2,465 Wiener Fuß.

b. Flächenmaße.

Die Flächen, als Länder, Wiesen, Gärten und dergl. mißt man mit viereckigen Flächen, welche gleich große und gegen einander gleich geneigte Seiten haben (□) und Quadrate heißen. Je nachdem jede Seite eines Quadrates eine Meile, eine Klafter, ein Fuß,... ist, wird das Quadrat eine Quadratmeile (□Meile), eine Quadratklafter (□°), ein Quadratfuß (□'),... genannt. Die Eintheilung dabei ist folgende:

1 □Meile	hat 16000000 □°				
1 □°	= 36 □'				
1 □'	= 144 □''	nach dem Duodezimalmaße	und 100 □''	nach dem Dezimalmaße.
1 □''	= 144 □'''		= 100 □'''	

Ein Joch enthält 1600 □°

c. Körpermaße.

Die Größe der Körper wird im Allgemeinen durch einen Würfel oder Kubus bestimmt, welcher eine Kubikmeile, eine Kubikklafter, ein Kubikfuß genannt wird, je nachdem jede Seite desselben eine Meile, eine Klafter, einen Fuß, ... beträgt.

Die Verwandler ersieht man aus Folgendem:

1 Kubikmeile enthält 64000 000 000 Kub°
1 Kub° hat 216 Kub′
1 Kub′ = 1728 Kub″ } nach dem Duo- und 1000 Kub″ } nach dem
1 Kub″ = 1728 Kub‴ } dezimalmaße = 1000 Kub‴ } Dezimalmaße.

Zum Körpermaße gehöret auch das sogenannte Hohlmaß, womit das Getreide und die Flüssigkeiten gemessen werden.

Die Eintheilung des Getreidemaßes in unsern Ländern stellt folgende Tafel dar:

1 Muth	hat	30	Metzen
1 Metzen	=	8	Achtel
1 Achtel	=	4	große Maßel
1 großes Maßel	=	2	kleine Maßel
1 kleines Maßel	=	2	Becher.

Flüssigkeiten, als Wein, Bier,.. werden nach Faß, Eimer, Maß, u. s. w. gemessen, und zwar:

1 Eimer	hat	40	Maß
1 Maß	=	4	Seidel
1 Seidel	=	2	Pfiffe.

Beim Weine enthält das Faß 10, beim Bier 2 Eimer.

§. 62.

3. Gewichte.

In Oesterreich sind fünferlei Gewichte üblich.

a. Das Handelsgewicht. Dieses wird im

gewöhnlichen Handel gebraucht, und hat folgende Eintheilung:

1 Wiener Pfund (℔.) hat 32 Loth (Lth),
1 Loth = 4 Quentchen (Qtch)
100 Pfund nennt man einen Zentner.

b. Das Mark- oder Münzgewicht. Man bedient sich desselben beim Münzwesen, beim Abwägen des Silbers und der daraus verfertigten Sachen.

1 Mark	hat	16	Loth
1 Loth	=	4	Quentchen
1 Quentchen	=	4	Pfennige
1 Pfennig	=	2	Heller
1 Heller	=	128	Richtpfennige.

Eine Wiener Mark ist etwas mehr als $\frac{1}{2}$ Pfund Handelsgewicht.

In Deutschland wird durchaus die kölnische Mark gebraucht, welche etwas leichter ist als die Wiener Mark; denn 5 Wiener Mark = 6 köln. Mark.

c. Das Dukatengewicht. Damit werden Gold und die daraus verfertigten Sachen abgewogen.

Der kaiserliche Dukaten (#) wird in 60 Dukatengran eingetheilt

5 # wiegen ungefähr 1 Loth Handelsgewicht.

d. Das Juwelengewicht.

1 Karat hat 4 Juwelengran.

85 Juwelenkarat wiegen ungefähr ein Loth Handelsgewicht.

c. Das Apothekergewicht.

1 Pfund	hat	12	Unzen
1 Unze	=	8	Drachmen
1 Drachme	=	3	Skrupel
1 Skrupel	=	20	Apothekergran.

Ein Apothekerpfund enthält genau 24, daher eine Unze genau 2 Loth vom Handelsgewichte.

§. 63.

Außer den angeführten fünferlei Gewichten merke man noch das Gewicht, dessen man sich zum Probiren des Silbers und des Goldes bedient.

Silber und Gold werden nämlich bei der Verarbeitung, damit sie mehr Härte erlangen, mit Kupfer zusammengesetzt, d. i. legirt. Eine solche Mischung ist dann um so feiner, je mehrere Theile reines Silber oder Gold, und je weniger Zusatz sie enthält.

Um nun den Grad der Feinheit des Silbers oder Goldes zu probiren, nimmt man eine Mark als Einheit an.

Bei Silber wird die Mark in 16 Loth à 18 Silbergrän eingetheilt. Feines Silber ohne allen Zusatz, wo also in einer Mark alle 16 Loth reines Silber sind, heißt darum auch 16löthiges Silber. 13löthig heißt solches Silber, wo in einer Mark 13 Loth Silber und 2 Loth Kupfer enthalten ist.

Bei Gold theilt man die Mark in 24 Karat à 12 Goldgrän. Ganz reines Gold ohne allen Zusatz heißt 24karatig. Gold 19 Karat 7 Grän fein heißt solches, wo in einer Mark 19 Karat 7 Grän reines Gold, das übrige aber, nämlich 4 Karat 5 Grän, Zusatz ist.

Wenn Silber 16löthig oder Gold 24karatig ist, so wird in der Münzkunst und im Handel eine Mark davon eine feine Mark, sonst eine rauhe Mark genannt.

§. 64.

4. Münzen.

Es gibt wirklich geprägte und bloß eingebildete oder Rechnungsmünzen. Die Rechnungsmünzen sind der Maßstab, nach welchem der Kaufwerth aller Dinge, also auch der geprägten Münzen bestimmt wird.

In Oesterreich rechnet man nach Gulden, Kreuzern und Pfennigen, und zwar:

1 Gulden (fl.) hat 60 Kreuzer (Kr.)
1 Kreuzer = 4 Pfennige (dl.)

Auf eine kölnische Mark fein Silber gehen 20 Gulden; man nennt dieses Geld Konventions-Münze oder Konventions-Kurant.

Ein Reichsthaler wird zu $1\frac{1}{2}$ Gulden gerechnet.

Außerdem kommt auch noch Wiener-Währung vor, worunter man die österreichischen Einlösungsscheine versteht. 250 fl. W. W. = 100 fl. K. M.

Im lombardisch-venetianischen Königreiche rechnet man nach Lire à 100 Centesimi. 3 Lire austriache machen 1 fl. K. M.

Die geprägten Münzen sind aus Gold, Silber oder Kupfer. In Oesterreich gibt es folgende:

a) Goldmünzen:

Ein	Souveraind'or (Souv.) gilt	13 fl.	20 Kr.	
=	halber Souveraind'or =	6 =	40 =	
=	kaiserlicher Dukaten =	4 =	30 =	
=	Doppeldukaten =	9 =	— =	

b) Silbermünzen:

Ein	Kronthaler gilt	2 fl.	12 Kr.	
=	halber Kronthaler =	1 =	6 =	
=	Viertel = =	— =	33 =	
=	Speziesthaler =	2 =	— =	

Dann gibt es Guldenstücke, und zwar ganze, halbe und Viertel, ferner Zwanziger, Zehner, Fünfer, und Groschen à 3 Kr. Endlich sind die Lire austriache à 20 Kr., und zwar ganze, halbe und Viertel.

c) Kupfermünzen:

Kreuzer, halbe und Viertel-Kreuzer, Stücke zu 5, 3 und 1 Centesimi.

2. Die vier Rechnungsarten mit einnamigen Zahlen.

§. 65.

Für das Rechnen mit einnamigen Zahlen gelten dieselben Regeln, wie für das Rechnen mit unbenannten Zahlen; nur ist Folgendes zu merken:

1. Bei der Addizion müssen die Posten gleiche Namen haben, welchen dann auch die Summe bekommt.

Beispiel.

Jemand hat folgende Beträge eingenommen:

im	Jänner	1345	fl.
=	Februar	810	=
=	März	98	=
=	April	635	=
=	Mai	1082	=
=	Juni	217	=
wie viel im Ganzen?		4187	fl.

2. Bei der Subtrakzion müssen der Minuend und der Subtrahend einerlei Namen haben, welchen dann auch der Rest bekommt.

Beispiel.

Ein Kaufmann hatte an Kaffeh einen Vorrath von 2175 ℔., davon verkaufte er 1405 ℔.; wie viel Kaffeh bleibt ihm noch übrig?

2175 ℔.
1405 =
---
770 ℔.

3. Bei der Multiplikazion kann bloß der Multiplikand eine benannte Zahl sein, der Multiplikator aber muß während der Rechnung als unbenannt betrachtet werden, und das Produkt bekommt den Namen des Multiplikands.

Beispiel.

1 Elle kostet 5 fl., was kosten 4 Ellen? Offenbar 4mal 5 fl.; man muß also 5 fl. 4 mal nehmen, oder 5 fl. mit 4 multipliziren.

5 fl. $\times$ 4 = 20 fl.

Zwei benannte Zahlen kann man nicht mit einander multipliziren; z. B. 5 fl. mit 4 Ellen multipliziren hieße, 5 fl. 4 Ellen mal nehmen, was ein Unsinn ist.

Bei Flächen- und Körperberechnungen werden während der Multiplikazion beide Faktoren als unbenannt betrachtet, der Name des Produktes ergibt sich dann aus der Natur der Aufgabe.

Beispiel.

Ein Garten, welcher die Form eines Rechteckes hat, ist 20^0 lang und 12^0 breit, wie groß ist sein Flächeninhalt?

$$20 \times 12 = 240;$$

der Flächeninhalt des Gartens ist also 240 □°

Nach den Lehren der Geometrie muß man hier die Länge und die Breite mit einander multipliziren, das Produkt bedeutet dann Quadrate, in denen jede Seite gleich ist der Einheit, in welcher die Länge und die Breite ausgedrückt sind, also hier □ Klafter.

4. Bei der Division, wenn sie als Theilung angewendet wird, kann bloß der Dividend benannt sein, der Divisor aber muß in der Rechnung als unbenannt betrachtet werden, und der Quotient erhält den Namen des Dividends.

Beispiel.

Ein Beamte hat jährlich 900 fl. Besoldung; wie viel kommt auf einen Monat? Offenbar der 12te Theil von 900 fl.; man muß also 900 fl. in 12 gleiche Theile theilen, oder 900 fl. durch 12 dividiren.

12|900 fl.|75 fl.
60
0

Wird aber die Division als Vergleichung angewendet, so sind Dividend und Divisor benannt, und zwar müssen sie gleichnamig sein; der Quotient erscheint durch die Rechnung selbst als unbenannt, kann aber dann auch einen Namen erhalten, welcher von den Umständen der Aufgabe abhängt.

Beispiel.

Wie viel Ellen Tuch kann man um 30 fl. kaufen, wenn eine Elle $4\frac{1}{2}$ fl. kostet?

$$30 : 4^1/_2 = 30 \times {}^2/_9 = {}^{60}/_9 = {}^{20}/_3 = 6^2/_3$$

also $6^2/_3$ Ellen.

Bei Flächen= und Körperberechnungen müssen Dividend und Divisor auf dieselbe Längeneinheit bezogen werden; der Name des Quotienten wird aus der Natur der Aufgabe bestimmt.

Beispiel.

Ein vierkantiges durchaus gleich weites Gefäß enthält 25 Kub'; wenn nun die Höhe 2' beträgt, wie groß ist die Bodenfläche?

$$25 : 2 = 12\,{}^1/_2;$$

die Bodenfläche enthält also $12\,{}^1/_2$ □'

Hier muß man nämlich den Körperinhalt durch die Höhe dividiren; der Quotient ist der Flächeninhalt der Grundfläche, und bedeutet daher Quadrate, in denen jede Seite gleich ist der Einheit, womit die Höhe gemessen wurde, und welche auch der Einheit des Körpermaßes zu Grunde liegt.

3. Die vier Rechnungsarten mit mehrnamigen Zahlen.

§. 66.

Die Regeln, welche beim Rechnen mit mehrnamigen Zahlen zu beobachen sind, beruhen auf denselben Gründen, wie jene beim Rechnen mit unbenannten und zwar mehrziffrigen Zahlen; sie lassen sich daher auch leicht aus diesen ableiten, man braucht nur das, was bei mehrziffrigen Zahlen in Hinsicht der Einheiten, Zehner, Hunderte,... zu beobachten ist, bei den mehrnamigen Zahlen auf die verschiedenen Benennungen, von der niedrigsten angefangen, als: Pfennige, Kreuzer, Gulden; Loth, Pfunde, Zentner u. s. w. zu beziehen.

Vor Allem ist nothwendig zu wissen, wie die Einheiten irgend einer Benennung unter eine andere Benennung derselben Art gebracht werden können.

§. 67.

Die Einheiten einer höhern Benennung in Einheiten einer niedrigern Benennung verwandeln, heißt jene *resolviren* oder *auflösen*.

Das Resolviren geschieht nach folgenden Regeln:

1. Eine einnamige Zahl wird in eine niedrigere Benennung aufgelöst, wenn man sie mit dem betreffenden Verwandler multiplizirt.

Beispiel.

Wie viel Loth geben 14 Pfund?

1 ℔. hat 32 Lth., und 14 ℔. haben 14mal 32 Lth.

32 × 14 oder 14 × 32
128 — × 4
448 Lth. 56
— × 8
448 Lth.

2. Die Dezimalen einer einnamigen Zahl werden in Ganze der niedrigern Benennungen aufgelöst, wenn man sie zuerst mit dem Verwandler für die nächst niedrigere Benennung multiplizirt, und von dem Produkte so viele Ziffern als Dezimalen abschneidet, als ihrer früher waren; die Ganzen bedeuten Einheiten dieser nächst niedrigern Benennung, die Dezimalen werden auf dieselbe Weise in die noch niedrigere Benennung aufgelöst.

Beispiele.

31,5,42 fl. = 31 fl. 32 Kr. 2 pf.
32,52 Kr.
2,08 pf.

5,378 Jahre = 5 Jahre 4 Mon. 16 Tage
756
4,5,36 Monate
16,08 Tage

Wenn bei einer Rechnung ein Dezimalbruch, welcher Gulden bedeutet, herauskommt, und man begnügt sich, nebst den Gulden bloß die Kreuzer zu wissen, welche in den Dezimalen enthalten sind; so multiplizire man die Zehntel mit 6, dieses Produkt bedeutet Kreuzer, nur muß man wegen der Korrektur auch die folgenden Dezimalen multipliziren, aber von diesen Produkten nur die letzten Zehner beibehalten.

B e i s p i e l.

fl. 214,785 = fl. 214„47.

Man sagt hier: 6mal 5 ist 30, bleibt 3; 6mal 8 ist 48 und 3 ist 51, bleibt 5; 6mal 7 ist 42 und 5 ist 47; also 47 Kreuzer.

3. Eine mehrnamige Zahl wird in die niedrigste Benennung aufgelöst, wenn man die Einheiten der höchsten Benennung mit dem Verwandler für die nächst niedrigere multiplizirt, und zu dem Produkte die bereits vorhandenen Einheiten dieser niedrigern Benennung addirt, welches meistens gleich während des Multiplizirens geschieht. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man auf die niedrigste Benennung kommt.

B e i s p i e l.

Wie viel Tage machen 35 Jahre 7 Monate 15 Tage?

35 Jahre 7 Mon. 15 Tage
12
―――
70
35
―――
420 Mon.
+ 7 „
―――
427 Mon.
30
―――
12810 Tage
+ 15 „
―――
12825 Tage.

kürzer: 35 Jahre 7 Mon. 15 T.
70
―――
427 Mon.
―――
12825 Tage.

§. 68.

Die Einheiten einer niedrigern Benennung in Einheiten einer höhern Benennung verwandeln, heißt jene reduziren.

Für das Reduziren sind folgende Regeln zu merken:

1. Eine einnamige Zahl wird auf eine höhere Benennung gebracht, wenn man sie durch den betreffenden Verwandler dividirt.

Beispiel.

Wie viel Klafter betragen 247 Fuß?

$$247' : 6 = 41\tfrac{1}{6}^{\circ}$$

2. Eine einnamige Zahl, in welcher Ganze von höhern Benennungen enthalten sind, wird in Ganze dieser höhern Benennungen reduzirt, wenn man sie durch den Verwandler für die nächst höhere Benennung dividirt; der Quotient bedeutet Einheiten der nächst höhern, der Rest aber die übrig gebliebenen Einheiten der niedrigern Benennung. Der Quotient wird, wenn es angeht, auf die nämliche Art auf die nächst höhere Benennung reduzirt.

Beispiele.

1) 15265 Bogen Druckpapier sind wie viele Ballen, Rieß, Buch und Bogen?

		20	10	
25	15265 Bog.	61,0 Buch	30 Rieß	3 Ballen
	26	10 Buch		
	15 Bog.			

also

15265 Bog. = 3 Ball. 10 Buch 15 Bog.

2) Wie viel ℔., Loth und Qtch. geben 5231 Qtch.?

$$\begin{array}{l|l|l}
\overbrace{4}^{32} & 5231 \text{ Qtch.} & 1307 \text{ Lth.} \\
 & 3 \text{ Qtch.} & 27 \text{ Lth.}
\end{array} \; 40 \text{ ℔.}$$

folglich 5231 Qtch. = 40 ℔. 27 Lth. 3 Qtch.

3. Eine mehrnamige Zahl wird auf die höchste Benennung am bequemsten mittelst des Striches gebracht. Man ziehe nämlich einen aufrechten Strich, setze rechts die gegebenen Zahlen, von der niedrigsten Benennung angefangen, unter einander, und schreibe jeder Zahl links gegenüber den Verwandler zwischen dieser und der nächst höhern Benennung. Dann dividire man die erste rechts stehende Zahl durch den links stehenden Verwandler, und hänge den in Dezimalen erhaltenen Quotienten der darunter befindlichen Zahl an. Die so gefundene Zahl wird wieder durch den links gegenüber stehenden Verwandler dividirt, der Quotient an die nächstfolgende Zahl als Dezimalbruch angehängt, und so bis zur höchsten Benennung fortgefahren. Die zuletzt erhaltene Zahl ist der gesuchte Dezimalbruch in der höchsten Benennung.

B e i s p i e l e.

1) Es sollen 215 fl. 28 Kr. 3 dl. auf die Benennung Gulden reduzirt werden.

$$\begin{array}{r|l}
4 & 3 \text{ dl.} \\
60 & 2{,}8{,}75 \text{ Kr.} \\
 & 215{,}479 \text{ fl.}
\end{array}$$

2) Man reduzire die Größe $4^{\circ}\ 5'\ 6''\ 3'''$ auf die Benennung Klafter.

$$\begin{array}{r|l}
12 & 3''' \\
12 & 6{,}25'' \\
6 & 5{,}5208' \\
 & 4{,}9201^{\circ}
\end{array}$$

Um Kreuzer, welche neben Gulden vorkommen, in einen Gulden-Dezimalbruch zu verwandeln, braucht man sie nur durch 6 zu dividiren, und den Quotienten nach dem Dezimalstriche hinzuschreiben.

B e i s p i e l e.

fl. 37,,24 = fl. 37,4 fl. 310,,51 = fl. 310,85
fl. 712,,13 = fl. 712,2167 fl. 5,,2 = fl. 5,0333.

§. 69.

Beim Addiren mehrnamiger Zahlen sind folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe die Posten so unter einander, daß Zahlen derselben Benennung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu addiren an, addire Benennung für Benennung, bis man zur höchsten kommt, und schreibe die jedesmalige Summe unter die addirten Zahlen.

3. Ist die erhaltene Summe so groß, daß sie Einheiten der nächst höhern Benennung enthält, so reduzirt man sie auf diese höhere Benennung; die übriggebliebenen Einheiten werden an die gehörige Stelle geschrieben, die erhaltenen höhern Einheiten aber zu ihrer Benennung weiter gezählt.

B e i s p i e l e.

1) Ein Landgut gab

im Jahre	1838	einen	reinen	Ertrag	von	fl.	1875 „ 54
=	= 1839	=	=	=	=		2380 „ 50
=	= 1840	=	=	=	=		1409 „ 48
=	= 1841	=	=	=	=		1782 „ 32
=	= 1842	=	=	=	=		2005 „ 45
wie viel in allen 5 Jahren?						fl.	9454 „ 49

Hier werden zuerst die Kreuzer addirt und ihre Summe dadurch auf Gulden reduzirt, daß man die Einheiten ungeändert hinschreibt, und nur die Zehner durch Division mit 6 in Gulden verwandelt. Beim Addiren der Einheiten in den Kreuzern erhält man 19; die 9 Einheiten werden als Kreuzer angeschrieben, 1 Zehner wird zu den Zehnern weiter gezählt; als Zehnersumme kommt dann 22 heraus; 22 Zehner geben (weil auf einen Gulden 6 Zehner gehen) 3 Gulden und 4 Zehner; die 4 Zehner werden unter die Zehner gesetzt, die 3 Gulden aber zu den Gulden weiter gezählt.

2) Man addire folgende Zahlen:

28	Ztr.	14	℔	25	Lth.	2	Qtch.
124	"	85	"	17	"	3	"
97	"	—	"	24	"	—	"
8	"	50	"	3	"	3	"
258.	"	51	"	7	"	—	"

4	8 Qtch.	2 Lth.
32	71 Lth.	2 ℔
	7 Lth.	
100	149 ℔	1 Ztr.
	49 ℔	

§. 70.

Beim Subtrahiren mehrnamiger Zahlen verfahre man nach folgenden Regeln:

1. Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß Zahlen derselben Benennung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu subtrahiren an, subtrahire nach der Reihe die Einheiten jeder Benennung, bis man zur höchsten kommt, und schreibe den jedesmaligen Rest unter die subtrahirten Zahlen.

3. Ist bei einer Benennung die Zahl des Subtrahends größer, als jene des Minuends, so wird letztere um so viel Einheiten vermehrt, als ihrer eine nächst höhere Einheit enthält, und dann die Subtrakzion verrichtet. Sodann wird aber, damit der Rest

ungeändert bleibe, auch der Subtrahend in der nächst höhern Benennung um 1 vermehrt.

Beispiele.

1) Von 35 Ztr. 67 ℔ 28 Lth. werden verkauft:

28 = 38 = 12 =; wie viel bleibt?

7 = 29 = 16 =

2) Jemand schuldete fl. 2148 „ 45;

darauf zahlt er = 842 „ 52;

wie viel bleibt er schuldig? fl. 1305 „ 53.

Hier denkt man sich die 4 Zehner im Minuend um 1 Gulden d. i. um 6 Zehner vermehrt, wodurch man 10 Zehner erhält, von diesen zieht man dann die 5 Zehner des Subtrahends ab; weil man den Minuend um 1 Gulden vermehrt hat, so muß auch zu den Gulden des Subtrahends 1 addirt werden. Man sagt: 2 und (3) ist 5; 5 und (5) ist 10, bleibt 1 Gulden; 1 und 2 ist 3, und (5) ist 8; u. s. w.

3) Eine Druckerei braucht an Papier 12 Ballen; hat aber nur noch 5 Ball. 4 Rieß 13 Buch;

wie viel fehlt noch? 6 = 5 = 7 =

Hier denkt man sich im Minuend 20 Buch, und subtrahirt; dagegen vergrößert man auch den Subtrahend um 20 Buch oder 1 Rieß. Ferner denkt man sich an der Stelle der Rieße im Minuend 10, wovon die 5 Rieß des Subtrahends subtrahirt werden können; dafür aber muß man auch den Subtrahend um 10 Rieß oder 1 Ballen vermehren. Man spricht hier: 13 Buch und (7) geben 20 Buch d. i. 1 Rieß, bleibt 1; 1 und 4 sind 5 Rieß, und (5) sind 10 Rieß d. i. 1 Ballen, bleibt 1; 1 und 5 sind 6 Ballen, und (6) sind 12 Ballen.

§. 71.

Beim Multipliziren einer mehrnamigen Zahl mit einer unbenannten beobachte man Folgendes:

1. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu multipliziren an, multiplizire nach und nach auch die höhern Benennungen, und schreibt das jedesmalige Produkt unter die multiplizirte Benennung.

2. Ist das erhaltene Produkt so groß, daß es Einheiten der nächst höhern Benennung enthält, so reduzirt man es auf diese höhere Benennung; die übriggebliebenen Einheiten werden an die gehörige Stelle geschrieben, die erhaltenen höhern Einheiten aber zu dem Produkte dieser letztern und zwar sogleich während des Multiplizirens weiter gezählt.

Beispiele.

1) Man multiplizire 12 Ztr. 48 ℔ 17 Lth. mit 8.

99 Ztr. 88 ℔ 8 Lth.

17 × 8

32 | 136 Lth. | 4 ℔
8 Lth.

48 × 8

100 | 388 ℔ | 3 Ztr.
88 ℔.

Hier werden die 4 ℔., welche in dem Produkte der Lothe enthalten sind, zum Produkte der Pfunde addirt; eben so zählt man die 3 Ztr., welche man aus dem Produkte der Pfunde herauszieht, zu dem Produkte der Zentner.

2) Bei einem Unternehmen gewinnen 6 Personen zu fl. 248 „ 42; wie groß war der ganze Gewinn?

fl. 248 „ 42 × 6

fl. 1492 „ 12

Hier multiplizirt man zuerst die Kreuzer: 6mal 2 sind 12 Kr.; die 2 Kr. werden angeschrieben, 1 Zehner wird weiter gezählt; 6mal 4 ist 24, und 1 sind 25 Zehner, diese geben 4 fl. und 1 Zehner; 1 Zehner wird an die Stelle der Zehner hingeschrieben, die 4 fl. aber werden zu dem Produkte der Gulden hinüber gezählt.

Ein anderes Verfahren, eine mehrnamige Zahl mit einer unbenannten zu multipliziren, besteht darin, daß man die mehrnamige Zahl in die niedrigste oder höchste Benennung verwandelt, und dann multiplizirt.

Beispiel.

45 ℔ 26 Lth. 2 Qtch. sollen 15mal genommen werden.

a) 45 ℔ 26 Lth. 2 Qtch.
$\times 4$
180
$\times 8$
1466 Lth.
5866 Qtch.

5866 Qtch. $\times$ 15
29330
87990 Qtch.

$$4 \,|\, 87990 \text{ Qtch.} \,|\, \overbrace{21997 \text{ Lth.}}^{32} \,|\, \overbrace{687 \text{ ℔}}^{100} \,|\, 6 \text{ Ztr.};$$

2 Qtch. 279 87 ℔
237
13 Lth.

Das Produkt ist also 6 Ztr. 87 ℔ 13 Lth. 2 Qtch.

b)
4	2 Qtch.
32	26,5 Lth.
	45,8281 ℔

45,8281 ℔ $\times$ 15
229 1405
687,4215 ℔

687,4215 ℔ = 6 Ztr. 87 ℔ 13 Lth. 2 Qtch.
$\times 4$
1 6860
8
13,4880 Lth.
1,952 Qtch.

Bei geometrischen Berechnungen, wo beide Faktoren mehrnamige Zahlen sind, müssen sie auf einerlei

Längeneinheit gebracht, und dann als unbenannte Zahlen multiplizirt werden.

Beispiel.

Ein Schulzimmer ist 3° 5′ 6″ lang und 2° 3′ 4″ breit, wie groß ist die Bodenfläche desselben?

3°5′6″	2°3′4″	282 × 184
23′	15′	2256
46	30	1128
282″	184″	51888

$$144 \mid 51888\ \square'' \mid \overset{36}{\smile}\ 360\ \square' \mid 10\ \square°;$$

868

48 □″

Der Flächenraum ist also 10 □° 48 □″.

§. 72.

Wenn eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte zu dividiren ist, wo also die Division als Theilung angewendet wird, so beobachte man folgende Regeln:

1. Man fange bei der höchsten Benennung zu dividiren an, dividire nach und nach alle niedrigern Benennungen, und gebe dem jedesmaligen Quotienten jenen Namen, den die dividirte Zahl hat.

2. Bleibt bei der Division einer Benennung ein Rest, so verwandle man ihn in die nächst niedrigere Benennung, und addire dazu die im Dividend bereits vorhandenen Einheiten dieser Benennung; dann wird weiter dividirt.

Beispiele.

1) 18 Personen kaufen zusammen 148 Ztr. 72 ℔ 24 Lth. von einer Waare; wenn sie nun gleich theilen, wie viel bekommt eine Person?

18 | 148 Ztr. 72 ℔ 24 Lth. | 7 Ztr. 70 ℔ 22 Lth. $2^2/_3$ Qt.

12

1272 ℔

12 × 4

48 × 8

408 Lth.

48

12

48 Qtch.

$^{12}/_{18} = {}^{2}/_{3}$

2) Man suche den 6ten Theil von fl. 385„18.

$$\frac{\text{fl. } 385,,18}{\text{fl. } 64,,13} : 6$$

Hier ist bei der Division der Gulden 1 als Rest geblieben, diesen Rest verwandelt man in Zehner, 1 fl. hat 6 Zehner, und einer ist schon vorhanden, sind 7 Zehner; dann dividirt man die Zehner und Einheiten der Kreuzer.

Ein anderes Verfahren, eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte zu dividiren, besteht darin, daß man die mehrnamige Zahl auf die niedrigste oder höchste Benennung bringt, und dann dividirt.

Beispiel.

Man dividire 12 Ztr. 18 ℔ 15 Lth. durch 23.

a) 12 Ztr. 18 ℔ 15 Lth.

1218 ℔

4872

23|38991 Lth.|1695 Lth. 1 Qtch.
159
219
121
6
24 Qtch.

32|1695 Lth.|52 ℔
95 -
31 Lth.

Der Quotient ist also 52 ℔ 31 Lth. 1 Qtch.

b) 32|15 Lth.
100|18,468 ℔
|12,18468 Ztr.

23|12,18468 Zt.|0,52 976 Zt. = 52 ℔ 31 Lth. 1 Qt.
68
224
176
158
20

52,976 ℔

3 904

31,232 Lth.

0,928 Qtch.

Um eine mehrnamige Zahl durch eine andere benannte Zahl zu dividiren, bringe man beide auf dieselbe Benennung, und dividire dann.

B e i s p i e l.

Wie oft sind 85 fl. 13 Kr. in 2300 fl. 51 Kr. enthalten?

fl. 85 „ 13
5113 Kr.

fl. 2300 „ 51
138051 Kr.

5113|138051|27
35791
0

4. Die wälsche Praktik.

§. 73.

Die wälsche Praktik bestehet darin, daß man die im Rechnen vorkommenden niedrigern Zahlen als aliquote Theile einer höhern Zahl betrachtet und als solche berechnet.

Es heißt aber ein aliquoter Theil einer Zahl ein solcher Theil, welcher in dieser Zahl ohne Rest enthalten ist; z. B. 15 Kreuzer sind ein aliquoter Theil von 60 Kreuzern oder einem Gulden, und zwar der 4te Theil, weil sie darin 4mal enthalten sind, und kein Rest übrigbleibt. Alle Brüche, deren Zähler 1 ist, sind aliquote Theile der Einheit; z. B. $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, ...

Die bei benannten Zahlen im Rechnen am häufigsten vorkommenden aliquoten Theile ersieht man aus folgender Tafel.

Beim Gelde.							
30 Kreuzer	=	$^1/_2$	Gulden	2 Pfennig	=	$^1/_2$	Kreuzer
20 »	=	$^1/_3$	»	1 »	=	$^1/_4$	»
15 »	=	$^1/_4$	»				
12 »	=	$^1/_5$	»	50 Centes.	=	$^1/_2$	Lira
10 »	=	$^1/_6$	»	25 »	=	$^1/_4$	»
6 »	=	$^1/_{10}$	»	20 »	=	$^1/_5$	»
5 »	=	$^1/_{12}$	»	10 »	=	$^1/_{10}$	»
4 »	=	$^1/_{15}$	»	5 »	=	$^1/_{20}$	»
3 »	=	$^1/_{20}$	»	4 »	=	$^1/_{25}$	»
2 »	=	$^1/_{30}$	»	2 »	=	$^1/_{50}$	»
1 »	=	$^1/_{60}$	»	1 »	=	$^1/_{100}$	»
Beim Gewichte.							
50 Pfund	=	$^1/_2$	Zentner	16 Loth	=	$^1/_2$	Pfund
25 »	=	$^1/_4$	»	8 »	=	$^1/_4$	»
20 »	=	$^1/_5$	»	4 »	=	$^1/_8$	»
10 »	=	$^1/_{10}$	»	2 »	=	$^1/_{16}$	»
5 »	=	$^1/_{20}$	»	1 »	=	$^1/_{32}$	»
4 »	=	$^1/_{25}$	»				
2 »	=	$^1/_{50}$	»	2 Quentchen	=	$^1/_2$	Loth
1 »	=	$^1/_{100}$	»	1 »	=	$^1/_4$	»

Bei der Zeit.					
6 Monate	= $1/2$	Jahr	15 Tage	= $1/2$	Monat
4 »	= $1/3$	»	10 »	= $1/3$	»
3 »	= $1/4$	»	6 »	= $1/5$	»
2 »	= $1/6$	»	5 »	= $1/6$	»
1 »	= $1/12$	»	3 »	= $1/10$	»
			2 »	= $1/15$	»
			1 »	= $1/30$	»

Wenn eine Zahl kein aliquoter Theil einer höhern Zahl ist, so läßt sie sich immer in aliquote Theile derselben zerfällen, und zwar durch die Subtrakzion, wenn ihr gerade noch ein aliquoter Theil bis zur höhern Zahl fehlt, sonst durch die Addizion. So sind

$3/4 = 1 - 1/4$
48 Kr. = 1 fl. — 12 Kr.
} Zerfällungen durch die Subtrakzion;

$6/8 = 1/2 + 1/8$
25 Kr. = 20 Kr. + 5 Kr.
28 ℔ = 20 + 4 ℔ + 4 ℔
} Zerfällungen durch die Addizion.

§. 74.

Die wälsche Praktik wird insbesondere angewendet, wenn aus dem bekannten Betrage der Einheit der Betrag einer gleichartigen Mehrheit gefunden werden soll, und wenn in diesem Falle im Betrage der Einheit, oder in der Mehrheit, oder in beiden zugleich kleinere Theile eines höhern Ganzen vorkommen. Diese kleinern Theile sind entweder als Brüche oder als Unterbenennungen gegeben.

Bei solchen Aufgaben sehe man vor Allem auf die Mehrheit, deren Betrag man wissen will: ob sie nämlich eine ganze Zahl und mit der Einheit, deren Betrag man kennt, gleichnamig ist, oder ob sie einen Bruch oder **Unterbenennungen** von jener Einheit enthält.

§. 75.

Erster Fall.

Wenn die Mehrheit, deren Betrag man sucht, eine **ganze** Zahl und mit der Einheit, deren Betrag man kennt, **gleichnamig** ist: so nehme man Rücksicht auf den Betrag der Einheit.

a. **Ist die niedrigere Geldsorte im Betrage der Einheit gerade ein aliquoter Theil der höhern Geldeinheit**, so erhält man den Betrag für die Mehrheit, wenn man so viele solche aliquote Theile nimmt, als die Mehrheit Einheiten enthält, und dann diese aliquoten Theile durch die Division zu Ganzen der höhern Geldsorte bringt; dieses alles geschieht, wenn man sogleich aus der Mehrheit den betreffenden aliquoten Theil herauszieht. Kommen im Betrage der Einheit auch Ganze der höhern Geldsorte vor, so berechnet man zuerst den Werth für die höhere Geldsorte durch die Multiplikazion, dann den Betrag für die niedrigere Geldsorte durch die Division, und addirt diese Beträge zusammen.

Beispiel.

1. Was kosten 64 ℔, wenn 1 ℔ 15 Kr. kostet?

64 ℔ à 15 Kr.

fl. 16

Die Mehrheit, deren Werth man sucht, ist 64 ℔; die Einheit, deren Betrag man kennt, ist 1 ℔; hier ist also die Mehrheit eine ganze Zahl und mit der Einheit gleichnamig, man nehme daher auf den Betrag der Einheit, d. i. auf 15 Kreuzer Rücksicht. 15 Kr. sind $^1/_4$ fl.; 64 ℔ à $^1/_4$ fl. kosten $^{64}/_4$ fl.; man muß also, um die ganzen Gulden herauszuziehen, 64 durch 4 dividiren, wodurch man 16 fl. erhält.

2. 1 ℔ kostet 20 Centesimi, was kosten 85 ℔?

85 ℔ à 20 Centes.

Lire 17

3. Was kosten 46 Ellen à fl. 3 „ 20?

46 Ellen à fl. 3 „ 20

fl. 138

15 „ 20 . . à . . . 20 Kr.

fl. 153 „ 20

Hier wird zuerst der Werth à 3 fl. berechnet, indem man 46 mit 3 multiplizirt; dann sucht man den Werth à 20 Kr. = $\frac{1}{3}$ fl., dieser ist $\frac{46}{3}$ fl., man dividirt also 46 durch 3, wodurch man 15 fl. und $\frac{1}{3}$ fl. oder 20 Kr. bekommt; die beiden Beträge werden addirt.

4. Was kosten 2116 ℔ à Lire 7 „ 25 Cent.?

2116 ℔ à Lire 7 „ 25

Lire 14812

529 . . à . . . 25 Cent. = $\frac{1}{4}$ Lira

Lire 15341

b. Ist die niedrigere Geldsorte im Betrage der Einheit kein aliquoter Theil der höhern Geldeinheit, so zerfälle man sie durch die Addizion oder durch die Subtrakzion in lauter aliquote Theile, berechne zuerst den Betrag für die Ganzen der höhern Geldsorte durch die Multiplikazion, dann den Betrag für die aliquoten Theile durch die Division, und addire oder subtrahire die erhaltenen Beträge, je nachdem die Zerfällung durch die Addizion oder

Subtrakzion geschah. Bei der Zerfällung durch Addizion sehe man darauf, daß man immer mit den größern aliquoten Theilen anfange, und daß wo möglich jeder folgende Theil ein aliquoter Theil eines andern vorhergehenden Theiles sei, aus dessen Betrage dann auch sein Betrag durch die Division herausgezogen wird.

Beispiele.

1. Was kosten 168 Ellen, wenn 1 Elle auf 24 Kr. kommt?

	168 Ellen	à	24 Kr.
fl.	56 . . .	à	20 Kr.
	11„12 .	à	4 „
fl.	67„12		

Die Mehrheit, deren Werth gesucht wird, ist 168 Ellen; die Einheit, deren Werth man kennt, ist 1 Elle; die Mehrheit ist also eine ganze Zahl und mit der Einheit gleichnamig, daher sieht man auf den Betrag der Einheit d. i. auf 24 Kr. Diese sind kein aliquoter Theil eines Guldens, lassen sich aber in 20 Kr. und in 4 Kr. zerfällen. Man berechnet zuerst den Betrag à 20 Kr. = $^1/_3$ fl., wodurch man $^{168}/_3$ fl. = 56 fl. erhält; den Betrag à 4 Kr. berechnet man aus dem Betrage à 20 Kr., indem man davon den 5ten Theil nimmt, weil 4 Kr. der 5te Theil von 20 Kr. sind; diese zwei Beträge werden addirt.

2. Man berechne den Werth von 42 Ellen à fl. 4„44?

	42 Ellen à fl. 4„44	
fl.	168	
	14	20 = $^1/_3$ fl.
	14	20
	2„48 . . .	4 = $^1/_5$ von 20
fl.	198„48	

3. Wie viel betragen 86 ℔ à Lire 12„65 Cent.?

86 ℔. à Lire 12„65
172
43 . . . . 50 = $\frac{1}{2}$ Lira
8„60 . . . . . 10 = $\frac{1}{5}$ von 50
4„30 . . . . . 5 = $\frac{1}{2}$ von 10
Lire 1087„90 Cent.

4. Was kosten 214 Metzen à fl. 1„37 Kr.

107 . . . . . 30 = $\frac{1}{2}$ fl.
21„24 . . . . 6 = $\frac{1}{5}$ v. 30
3„34 . . . . 1 = $\frac{1}{6}$ v. 6
fl. 345„58

5. Wie viel in K. M. betragen 3240 Pfund Sterling à fl. 9„51?

3240 Pf. St. à fl. 9„51
fl. 29160
1620 . . . . . . 30 = $\frac{1}{2}$ fl.
810 . . . . . . 15 = $\frac{1}{2}$ von 30
324 . . . . . . 6 = $\frac{1}{5}$ von 30
fl. 31914

6. Was machen 125 ℔ à 48 Kr.?

125 ℔ à 48 Kr.
—25 . . 12
fl. 100

Zu 48 Kr. fehlen noch 12 Kr. = $\frac{1}{5}$ fl., um einen ganzen Gulden zu erhalten, oder 48 Kr. = 1 fl. — 12 Kr.; man nimmt also zuerst 125 ℔ à 1 fl., wodurch man 125 fl. erhält, dann berechnet man 125 α zu 12 Kr. = $\frac{1}{5}$ fl., indem man 125 durch 5 dividirt; und zieht den zweiten Betrag 25 fl. von dem ersten 125 fl. ab.

7. Wie hoch kommen 214 Eimer, wenn der Eimer mit fl. 8„40 Kr. bezahlt wird?

214 Eim. à fl. 8„40

fl. 1926 = à . . 9 fl.
— 71„20 à . . 20 Kr.

fl. 1854„40

Zu 40 Kr. fehlen noch 20 Kr. = $\frac{1}{3}$ fl. bis zu einem ganzen Gulden, oder fl. 8 „ 40 = 9 fl. — 20 Kr.; man sucht daher zuerst den Werth zu 9 fl., dann zu 20 Kr. = $\frac{1}{3}$ fl., und zieht den zweiten Werth vom ersten ab.

Wenn die Mehrheit, deren Werth berechnet werden soll, einziffrig ist, so verfährt man am kürzesten, wenn man den Betrag für die Einheit damit unmittelbar multiplizirt; z. B.

7 Ztr. à fl. 25 „ 45

fl. 180 „ 15

§. 76.

Zweiter Fall.

Wenn die Mehrheit, deren Betrag man sucht, einen Bruch oder Unterbenennungen von der Einheit, deren Betrag angegeben wird, enthält; so nehme man Rücksicht auf diese kleinern Theile in der Mehrheit.

a. Sind die kleinern Theile in der Mehrheit gerade ein aliquoter Theil der Einheit, deren Werth man kennt, so erhält man den Betrag für die Mehrheit, wenn man aus dem bekannten Betrage der Einheit denselben aliquoten Theil herauszieht.

kommen nebst dem aliquoten Theile der Einheit auch Ganze derselben Benennung vor, so berechnet man zuerst den Betrag für die Ganzen, dann den Betrag für den aliquoten Theil, und addirt beide Beträge.

Beispiele.

1. Was kosten 20 ℔, wenn 1 Ztr. auf 140 fl. zu stehen kommt?

20 ℔ à fl. 140 pr. Ztr.

fl. 28

Die Mehrheit, deren Werth man sucht, ist 20 ℔; die Einheit, deren Werth man kennt, ist 1 Ztr.; die Mehrheit enthält also eine Unterbenennung von der Einheit, daher sehe man auf diese Unterbenennung selbst, nämlich auf 20 ℔. Diese sind ein aliquoter Theil von 1 Ztr., und zwar der 5te Theil; man schließt daher: 1 Ztr. kostet 140 fl., 20 ℔ werden nur den 5ten Theil davon kosten, man muß also aus 140 fl. den 5ten herausziehen.

2. Was kostet $^1/_4$ Elle eines Tuches, wovon die Elle fl. 5 „ 12 kostet?

$^1/_4$ Elle à fl. 5 „ 12

fl. 1 „ 18

3. Wie hoch kommen 4 Ztr. 50 ℔ à fl. 54 der Ztr.?

4 Ztr. 50 ℔ à fl. 54 pr. Ztr.

fl. 216

50 ℔ . . . 27

fl. 243

Hier wird zuerst der Betrag für 4 Ztr. berechnet, indem man fl. 54 mit 4 multiplizirt, dann der Betrag für 50 ℔ = $^1/_2$ Ztr., indem man fl. 54 durch 2 dividirt; die beiden Beträge werden addirt.

4. Was kosten $3\frac{1}{8}$ Ellen à fl. 6 „ 24?

$3\frac{1}{8}$ Ellen à	fl. 6 „ 24	
	fl. 19 „ 12	
$\frac{1}{8}$	— „ 48	
	fl. 20 „ —	

b. Wenn die kleinern Theile in der Mehrheit kein aliquoter Theil der Einheit sind, so zerfälle man sie durch die Addizion oder durch die Subtrakzion in lauter aliquote Theile, berechne zuerst den Betrag für die ganzen Einheiten durch die Multiplikazion, dann den Betrag für die aliquoten Theile durch die Division, und addire oder subtrahire die erhaltenen Beträge, je nachdem das Zerfällen durch die Addition oder Subtrakzion geschah.

Beispiele.

1. Was kosten 20 Loth, wenn 1 ℔ fl. 2 „ 20 Kr. kostet?

20 Lth. à	fl. 2 „ 20 pr. ℔	
16 Lth. = $\frac{1}{2}$ ℔	1 „ 10	
4 „ = $\frac{1}{4}$ von 16	— „ $17\frac{1}{2}$	
	fl. 1 „ $27\frac{1}{2}$	

2. Wie viel betragen 8 Ztr. 24 ℔ à fl. 35 pr. Ztr.?

8 Ztr. 24 ℔ à	fl. 35 pr. Ztr.
	fl. 280
20	7
4	1 „ 24
	fl. 288 „ 24

3. Was machen 12 Ztr. 85 ℔ à fl. 87 der Zentner?

12 Ztr. 85 ℔ à fl. 87 pr. Ztr.

1044
50 . . . 43 „ 30
25 . . . 21 „ 45
10 . . . 8 „ 42

fl. 1117 „ 57

4. Man berechne den Werth von $4^5/_8$ Ellen à fl. 4 „ 40.

$4^5/_8$ Ellen à fl. 4 „ 40

fl. 18 „ 40
$^1/_2$ . . . 2 „ 20
$^1/_8$ . . . — „ 35

fl. 21 „ 35

5. Wie hoch kommen 75 ℔ zu 46 Lire der Zentner?

75 ℔ à Lire 46 pr. Ztr.
ab 25 ℔ = $^1/_4$ Ztr. 11 „ 50

Lire 34 „ 50 Cent.

Zu 75 ℔ fehlen noch 25 ℔ = $^1/_4$ Ztr., um einen ganzen Zentner zu erhalten, oder es ist 75 ℔ = 1 Ztr. — 25 ℔; man nimmt also zuerst den Werth für 1 Ztr., dann für 25 ℔, und subtrahirt den zweiten Werth vom ersten.

6. Was kosten 8 ℔ 24 Lth. à fl. 2 „ 20 pr. ℔?

8 ℔ 24 Lth. à fl. 2 „ 20 pr. ℔

9 ℔ . . . . 21 „ —
ab 8 Lth. = $^1/_4$ ℔ — „ 35

fl. 20 „ 25

7. Was betragen $3\frac{7}{8}$ Ellen à fl. 5 „ 12?

$3\frac{7}{8}$ Ellen à	fl.	5 „ 12
4 . . .	fl.	20 „ 48
ab $\frac{1}{8}$ . .		— „ 39
	fl.	20 „ 9

8. Eine Masse Silber enthält 6 Mark 9 Lth. 3 Qtch. feines Silber; wenn nun die Mark feines Silber mit fl. 20 „ 36 bezahlt wird, was ist die Silbermasse werth?

6 Mark 9 Lth. 3 Qtch. à	fl.	20 „ 36 pr. Mark
	fl.	123 „ 36
8 Lth. = $\frac{1}{2}$ Mark		10 „ 18
1 „ = $\frac{1}{8}$ von 8		1 „ 17,25
2 Qtch. = $\frac{1}{2}$ Lth.		— „ 38,62
1 „ = $\frac{1}{2}$ von 2		— „ 19,31
	fl.	136 „ 9,18

9. Die jährliche Einnahme kommt auf fl. 2452 „ 12; wie viel beträgt die Einnahme in 2 Jahren 7 Monaten 18 Tagen?

fl. 2452 „ 12	für	1 Jahr	
fl. 4904 „ 24	=	2 Jahr	
1226 „ 6	=	6 Mon.	= $\frac{1}{2}$ J.
204 „ 21	=	1 „	= $\frac{1}{6}$ von 6
102 „ 10,5	=	15 Tag.	= $\frac{1}{2}$ Mon.
20 „ 26,1	=	3 „	= $\frac{1}{5}$ von 15

fl. 6457 „ 27,6, wofür man fl. 6457 „ 28 annimmt;

oder in Dezimalen:

fl.	2452,2	für 1	Jahr
	2452,2	= 1	=
	1226,1	= 6	M.
	204,35	= 1	=
	102,175	= 15	T.
	20,435	= 3	=

fl. 6457,46 = fl. 6457 „ 28.

10. Wenn 1 Ztr. mit fl. 48 „ 15 bezahlt wird, wie hoch werden 20 Ztr. 62 ℔ 2 Lth. zu stehen kommen?

20 Ztr. 62 ℔ 2 Lth. à fl. 48 „ 15 pr. Ztr.

20 Ztr. à 48 fl.	fl.	960 „ —
à 15 Kr. = 1/4 fl.		5 „ —
50 ℔ = 1/2 Ztr.		24 „ 7,5
10 = = 1/5 von 50 . . .		4 „ 49,5
2 = = 1/5 von 10 . . .		— „ 57,9
2 Lth. = 1/32 von 2 ℔ . .		— „ 1,8
	fl.	994 „ 56,7 d. i.

fl. 994 „ 57;

oder kürzer:

20 Ztr. 62 ℔ 2 Lth. à fl. 48,25

	965
50 ℔	24,125
10 = ...	4,825
2 = ...	0,965
2 Lth.	0,030
fl.	994,945 = fl. 994 „ 57.

Drittes Hauptstück.

Die Proporzionenlehre.

1. Verhältnisse.

§. 77.

Die Vergleichung zweier gleichartigen Zahlen, um zu sehen, wie vielmal die eine in der andern enthalten ist, heißt ein Verhältniß. Die beiden Zahlen heißen Glieder, und zwar die erste das Vorderglied, die zweite das Hinterglied. Wenn man die zwei Zahlen 8 ℔ und 2 ℔ mit einander vergleicht, um zu sehen, wie oft die zweite in der ersten enthalten ist, so ist diese Vergleichung das Verhältniß von 8 ℔ zu 2 ℔; 8 ℔ ist das Vorderglied, 2 ℔ das Hinterglied.

Um zu erfahren, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, muß man die Division anwenden; daher wird ein Verhältniß dadurch angezeigt, daß man zwischen die Glieder das Divisionszeichen setzt; z. B. 8 : 2, welches man ausspricht: 8 verhält sich zu 2, oder kürzer: 8 zu 2.

Die Zahl, welche anzeigt, wie oft das Hinterglied in dem Vordergliede enthalten ist, heißt der Exponent oder Name des Verhältnisses. Um daher den Exponenten zu erhalten, braucht man nur das Vorderglied durch das Hinterglied zu dividiren. In dem frühern Beispiele ist 4 der Exponent, weil 2 in 8 4mal enthalten ist.

§. 78.

Verhältnisse, welche denselben Exponenten haben, heißen gleiche Verhältnisse; z. B. 8 : 2, 12 : 3, 20 : 5 sind gleiche Verhältnisse, weil sie denselben Exponenten 4 haben.

Ein Verhältniß bleibt unverändert, wenn man beide Glieder mit einerlei Zahl multiplizirt oder durch einerlei Zahl dividirt, weil in beiden Fällen der Exponent dadurch nicht geändert wird; z. B.

$$\frac{20 : 4}{40 : 8}\times 2 \qquad \frac{20 : 4}{100 : 20}\times 5 \qquad \frac{20 : 4}{10 : 2}: 2 \qquad \frac{20 : 4}{5 : 1}: 4$$

In allen Fällen ist 5 der Exponent, das Verhältniß 20 : 4 ist also nicht geändert worden.

Durch die Multiplikazion kann man Verhältnisse, in welchen Brüche vorkommen, durch ganze Zahlen ausdrücken; man braucht nur beide Glieder mit jedem Nenner zu multipliziren; z. B.

$$\frac{{}^3/_4 : 5}{3 : 20}\times 4 \qquad \frac{3 : {}^1/_2}{6 : 1}\times 2 \qquad \frac{\frac{{}^2/_5 : 2{}^1/_4}{{}^8/_5 : 9}\times 4}{8 : 45}\times 5$$

Durch die Division kann man jedes Verhältniß, dessen beide Glieder durch einerlei Zahl theilbar sind, abkürzen, indem man beide Glieder durch jene Zahl dividirt; z. B.

$$\frac{15 : 6}{5 : 2}: 3 \qquad \frac{28 : 8}{7 : 2}: 4 \qquad \frac{10 : 5}{2 : 1}: 5$$

§. 79.

Wenn beide Glieder eines Verhältnisses gleich sind, so heißt dieses ein Verhältniß der Gleich=

heit; z. B. 1 : 1, 5 : 5, 8 : 8. Der Exponent eines Verhältnisses der Gleichheit ist 1.

Wenn das Vorderglied größer ist als das Hinterglied, so heißt das Verhältniß fallend; z. B. 4 : 2, 8 : 3, 20 : 12. Der Exponent eines fallenden Verhältnisses ist größer als 1.

Wenn das Vorderglied kleiner ist als das Hinterglied, so heißt das Verhältniß steigend; z. B. 2 : 6, 5 : 13, 18 : 20. Der Exponent eines steigenden Verhältnisses ist kleiner als 1.

Ein fallendes Verhältniß kann nicht gleich sein einem steigenden, und ein steigendes kann nicht gleich sein einem fallenden. Wenn daher zwei Verhältnisse gleich sind, so müssen beide fallend, oder beide steigend, oder beide Verhältnisse der Gleichheit sein.

Aufgaben.

1. Wie verhält sich ein Fuß zu einer Klafter?

Wie 1 : 6.

2. Ein kaiserlicher Dukaten hat 270 Kreuzer, ein Souveraind'or aber 800 Kreuzer; wie verhält sich der kaiserliche Dukaten zu dem Souveraind'or?

Wie 270 : 800 oder 27 : 80.

3. Ein Pariser Fuß hat 144 Par. Linien, ein Wiener Fuß aber 140,127 Par. Linien, wie verhält sich der Pariser Fuß zu dem Wiener Fuß?

Wie 144 : 140,127 oder 144000 : 140127.

4. Wie verhält sich die englische Seemeile zur geographischen Meile, wenn auf einen Grad des Aequators 60 englische Seemeilen, und 15 geographische Meilen gehen?

Wie 15 : 60 oder 1 : 4.

Weil auf einen Grad mehr englische Seemeilen als geographische Meilen gehen, so sind die erstern kleiner als die letztern, man muß daher für das Vorderglied, welches sich auf Seemeilen bezieht, die kleinere Zahl 15 annehmen. — Dieses Verhältniß könnte man auch so ableiten: weil 60 englische Seemeilen einen Grad geben, so ist eine englische Seemeile = $\frac{1}{60}$ Grad, eben so ist eine geographische Meile = $\frac{1}{15}$ Grad; daher verhält sich die englische Seemeile zur geographischen Meile,

wie $\frac{1}{60} : \frac{1}{15}$ oder 15 : 60 oder 1 : 4.

5. Aus einer kölnischen Mark feines Silber werden 20 Konventionsgulden, und 14 preußische Thaler geprägt; wie verhalten sich die Konventionsgulden zu den preußischen Thalern?

Wie 14 : 20 oder 7 : 10.

6. 1 Elle Tuch kostet 4 Gulden, 5 Ellen kosten daher 5mal 4 = 20 Gulden; was für ein Verhältniß findet zwischen den Längen, und welches zwischen den Werthen des Tuches Statt?

Verhältniß der Längen 1 : 5,

Verhältniß der Werthe 4 : 20 oder 1 : 5; also sind beide Verhältnisse gleich.

7. 5 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 8 Tagen, 10 Arbeiter werden für dieselbe Arbeit nur halb so viele Tage, also 4 Tage brauchen; wie verhalten sich die Zahlen der Arbeiter, und wie jene der Tage?

Verhältniß der Zahlen der Arbeiter 5 : 10 oder 1 : 2,

Verhältniß der Zahlen der Tage 8 : 4 oder 2 : 1; es ist also das Verhältniß zwischen den Zahlen der Arbeiter gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der Tage, aber in umgekehrter Ordnung genommen.

2. Proporzionen.

§. 80.

Die Gleichstellung von zwei gleichen Verhältnissen heißt eine Proporzion. Z. B. die Verhältnisse 8 : 4 und 6 : 3 sind gleich, weil sie denselben Exponenten 2 haben; man kann sie also einander gleich setzen, wodurch man 8 : 4 = 6 : 3 erhält; dieser Ansatz nun bildet eine Proporzion, welche so gelesen wird: 8 verhält sich zu 4, wie sich 6 zu 3 verhält, oder kürzer: 8 zu 4, wie 6 zu 3.

Jede Proporzion enthält zwei Verhältnisse, folglich vier Glieder, welche man nach der Ordnung zählt. Das erste und vierte Glied werden die äußern, das zweite und dritte aber die innern oder mittlern Glieder genannt. In der frühern Proporzion ist 8 das erste, 4 das zweite, 6 das dritte, 3 das vierte Glied; 8 und 3 sind die äußern, 4 und 6 die innern Glieder.

Wenn in einer Proporzion die beiden innern Glieder gleich sind, so heißt sie eine stetige, und das innere Glied heißt die mittlere stetige Proporzionale zwischen den beiden äußern. Z. B. 4 : 8 = 8 : 16 ist eine stetige Proporzion, und 8 ist die mittlere stetige Proporzionale zwischen 4 und 16.

§. 81.

In jeder Proporzion ist das Produkt der äußern Glieder gleich dem Produkte der innern Glieder.

Denn wenn in dem einen Verhältnisse das äußere Glied 2, 3, 4mal größer ist als das innere, so muß dagegen in dem andern Verhältnisse das äußere Glied 2, 3, 4mal kleiner sein als das innere, so daß die beiden äußern Glieder dasselbe Produkt geben, als die innern.

Z. B. $8 : 4 = 6 : 3$

Das Produkt der äußern Glieder ist $8 \times 3 = 24$, das Produkt der innern $4 \times 6 = 24$, also eben so groß.

§. 82.

Eine Proporzion auflösen heißt, aus einer Proporzion, in welcher drei Glieder bekannt sind, das unbekannte Glied finden.

Man pflegt das unbekannte Glied einer Proporzion gewöhnlich mit dem Buchstaben X zu bezeichnen.

Um ein äußeres Glied der Proporzion zu finden, multiplizire man die beiden innern mit einander, und dividire das Produkt durch das bekannte äußere.

Z. B. $X : 12 = 3 : 4$

Das Produkt der innern Glieder ist $12 \times 3 = 36$, also muß auch das Produkt der äußern Glieder 36 sein; eines dieser Glieder, also einer der beiden Faktoren ist 4, so findet man den andern Faktor, wenn man das Produkt 36 durch den einen Faktor, nämlich durch das bekannte äußere Glied 4 dividirt; dadurch erhält man 9. Die Proporzion ist also $9 : 12 = 3 : 4$.

Um ein inneres Glied der Proporzion zu finden, multiplizire man die beiden äußern Glieder mit einander, und dividire das Produkt durch das bekannte innere Glied.

Z. B. $6 : 3 = X : 4$

Das Produkt der äußern Glieder ist $6 \times 4 = 24$, daher muß auch das Produkt der innern Glieder 24 sein; eines dieser Glieder 3 ist bekannt, so findet man das andere, wenn man das Produkt 24 durch den einen Faktor 3 dividirt, wodurch man 8 bekommt. Die Proporzion ist also $6 : 3 = 8 : 4$.

Beispiele.

Man löse folgende Proporzionen auf:

1. $X : 5 = 12 : 4\ ;\ X = \frac{5 \times 12}{4} = 15$

2. $X : \frac{1}{2} = 2 : 7\ ;\ X = \frac{\frac{1}{2} \times 2}{7} = \frac{1}{7}$

3. $3 : X = 5 : 30\ ;\ X = \frac{3 \times 30}{5} = 18$

4. $\frac{2}{3} : X = \frac{1}{4} : \frac{3}{5}\ ;\ X = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{4}} = 1\frac{3}{5}$

5. $3 : 4\frac{1}{2} = X : 18\ ;\ X = \frac{3 \times 18}{4\frac{1}{2}} = 12$

6. $\frac{1}{8} : \frac{8}{9} = X : 2\frac{1}{4}\ ;\ X = \frac{\frac{1}{8} \times 2\frac{1}{4}}{\frac{8}{9}} = \frac{81}{256}$

7. $3 : \frac{4}{5} = 5 : X\ ;\ X = \frac{\frac{4}{5} \times 5}{3} = 1\frac{1}{3}$

8. $1 : \frac{5}{8} = 1\frac{3}{5} : X\ ;\ X = \frac{5}{8} \times 1\frac{3}{5} = 1$

§. 83.

Zwei Arten von Zahlen sind gerade proporzionirt, oder stehen in geradem Verhältnisse, wenn zu einer 2, 3, 4mal so großen Zahl der einen Art auch eine 2, 3, 4mal so große Zahl der andern Art gehört. So sind Ware und Preis gerade proportionirt; denn für die doppelte Menge Ware muß man auch die doppelte Geldsumme zahlen, für 3mal so viel Ware 3mal so viel Geld; umgekehrt erhält man für 2, 3mal so viel Geld auch 2, 3mal so viel Ware. Wenn z. B. 1 Elle Tuch 4 Gulden kostet, so hat man:

1, 2, 3, 4, 5 Ellen Tuch kosten
4, 8, 12, 16, 20 Gulden.

In geradem Verhältnisse stehen auch: Kapital und Zins, Zeit und Zins, die Arbeitszeit und der Arbeitslohn, die Zahl der Arbeiter und die Größe der Arbeit, das Gewicht der Fuhr und die Fracht, die Weite des Weges und die Fracht, die Menge der Nahrungsmittel und die Zahl der zu Nährenden, die Menge und die Dauer der Lebensmittel, die einzelnen Ausdehnungen (Länge, Breite, Höhe) und der Inhalt, die Einlage bei einer Unternehmung und der Gewinn oder Verlust, u. s. w.

Wenn zwei Arten von Zahlen gerade proporzionirt sind, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der andern Art in der nämlichen Ordnung genommen. So ist in dem obigen Beispiele

das Verhältniß zweier Längen = 2 Ellen : 4 Ellen,
das Verhältniß der zugehörigen Werthe
= 8 Gulden : 16 Gulden,

beide Verhältnisse haben den Exponenten $^1/_2$; sind also einander gleich; daher

2 Ellen : 4 Ellen = 8 Gulden : 16 Gulden,
oder 2 : 4 = 8 : 16;

es ist also wirklich das Verhältniß von zwei Zahlen der ersten Art gleich dem Verhältnisse der zwei zugehörigen Zahlen der andern Art in derselben Ordnung genommen.

§. 84.

Zwei Arten von Zahlen heißen **verkehrt proporzionirt**, oder stehen in **verkehrtem Verhältnisse**, wenn zu einer 2, 3, 4mal so großen Zahl der einen Art nur der 2te, 3te, 4te Theil von der Zahl der andern Art gehört. So sind die Zahl der Arbeiter und die Dauer der Arbeit verkehrt proporzionirt; denn 2mal so viel Arbeiter werden zu derselben Arbeit nur halb so viel Zeit brauchen, 3mal so viel Arbeiter brauchen nur den dritten Theil der Zeit; umgekehrt, um eine Arbeit in 2, 3mal so viel Zeit zu vollenden, braucht man nur die Hälfte, den 3ten Theil der Arbeiter. Wenn z. B. 1 Arbeiter für eine bestimmte Arbeit 60 Tage braucht, so hat man:

1,	2,	3,	4,	5	Arbeiter brauchen
60,	30,	20,	15,	12	Tage für dieselbe Arbeit.

In verkehrtem Verhältnisse stehen auch: Kapital und Zeit bei gleichem Zinsbetrage, die Dauer der Nahrungsmittel und die Zahl der zu Nährenden, die einzelnen Ausdehnungen (Länge, Brete, Höhe) unter einander bei gleichem Inhalte, Zeit und Geschwindigkeit bei demselben Wege, der Preis des und das Gewicht eines Backwerks von immer gleichem Preise, die Größe einer Einlage und die Länge der Zeit, u. s. w.

Wenn zwei Arten von Zahlen verkehrt proporzionirt sind, so ist das Verhältniß von je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse der zwei zugehörigen Zahlen der andern Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen. So ist im obigen Beispiele

das Verhältniß zweier Zahlen von Arbeitern

= 2 Arb.: 5 Arb.

das Verhältniß der zwei zugehörigen Zeiten in umgekehrter Ordnung

= 12 Tag.: 30 Tag.;

beide Verhältnisse haben denselben Exponenten $^2/_5$, sind also gleich; daher

2 Arb. : 5 Arb. = 12 Tag. : 30 Tag.,

oder 2 : 5 = 12 : 30;

es ist also wirklich das Verhältniß von zwei Zahlen der ersten Art gleich dem Verhältnisse der zwei zugehörigen Zahlen der zweiten Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen.

3. Die einfache Regeldetri.

§. 85.

Wenn zwei Arten von Zahlen gerade oder verkehrt proporzionirt sind, und es sind zwei Zahlen der einen Art bekannt, von den beiden zugehörigen Zahlen der zweiten Art aber nur eine bekannt, und die andere zu suchen; so heißt die Rechnung, durch welche man diese unbekannte Zahl findet, die einfache Regeldetri.

Z. B. 2 Ellen einer Ware kosten 8 Gulden; wie viel Gulden kosten 7 Ellen? — Antwort: 28 Gulden. Die beiden Arten von Zahlen, welche hier vorkommen, nämlich die Anzahl Ellen und die Anzahl Gulden, sind gerade proporzionirt, weil 2, 3, 4mal so viel Ellen auch 2, 3, 4mal so viel Gulden kosten. Von der ersten Art sind zwei Zahlen, nämlich 2 Ellen und 7 Ellen bekannt, von der zweiten Art ist nur eine (8 Gulden) bekannt, die andere (28 Gulden) aber zu suchen. Dieß ist also eine Aufgabe, welche nach der einfachen Regeldetri berechnet wird.

Die unbekannte Zahl wird in der Rechnung mit x bezeichnet.

Bei der Regeldetri werden die zusammengehörigen Zahlen neben einander, die gleichartigen aber unter einander geschrieben; die gleichartigen Zahlen müssen, wenn sie nicht gleichnamig sind, auf gleiche Benennung gebracht werden.

§. 86.

Jede einfache Regeldetri kann durch eine Proporzion aufgelöst werden, und zwar nach folgenden Regeln:

1. Man untersuche, ob die beiden Arten von Zahlen gerade oder verkehrt proporzionirt sind, indem man beurtheilt, ob zu einer 2, 3, 4mal so großen Zahl der ersten Art auch eine 2, 3, 4mal so große Zahl der zweiten Art, oder nur der 2te, 3te, 4te Theil von der Zahl der zweiten Art gehört.

2. Man setzt das Verhältniß der beiden Zahlen der ersten Art gleich dem Verhältnisse der zwei zugehörigen Zahlen der zweiten Art in der nämlichen Ordnung genommen, wenn beide Arten gerade, und in umgekehrter, wenn sie verkehrt proporzionirt sind.

3. Die Proporzion wird aufgelöst.

Beispiele.

1. 2 Ellen Tuch kosten 8 Gulden; wie viel Gulden kosten 7 Ellen?

2 Ellen 8 fl. 2 Ellen : 7 Ellen = 8 fl. : x fl.

7 " x " woraus $x = \frac{7 \times 8}{2} = 28$ fl. folgt.

Ware und Preis sind gerade proporzionirt, man setzt also das Verhältniß von zwei Zahlen der einen Art, nämlich 2 Ellen : 7 Ellen, gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der andern Art in der nämlichen Ordnung genommen, nämlich 8 fl. : x fl. Die Proporzion 2 : 7 = 8 : x wird dann aufgelöst.

2. Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins geben, wie viel Zins wird man von 350 fl. Kapital bekommen?

100 fl. Kap. 5 fl. Zins   100 fl. : 350 fl. Kap. = 5 fl. Zins : x fl. Zins,
350 » x »   also $x = \frac{350 \times 5}{100} = 17\frac{1}{2}$ fl. Zins.

3. Ein Kapital gibt in 1 Jahre 355 fl. Zins, wie viel gibt es in 3 Jahren 6 Monaten?

1 Jahr 355 fl.   1 Jahr : $3\frac{1}{2}$ Jahr = 355 fl. : x fl.,
$3\frac{1}{2}$ „ x „   also $x = 355 \times 3\frac{1}{2} = 1242\frac{1}{2}$ fl.

4. Wie viel Ztr. kann man für 20 fl. laden, wenn man für 5 Ztr. 6 fl. Fracht zahlen muß?

x Ztr. 20 fl.   x Ztr. : 5 Ztr. = 20 fl. : 6 fl.,
5 „ 6 „   also $x = \frac{5 \times 20}{6} = 16\frac{2}{3}$ Ztr.

5. Um einen Gang von $3\frac{1}{2}$ Fuß Breite pflastern zu können, sind 168 Ziegelsteine erforderlich; wie viel Ziegelsteine braucht man zur Pflasterung eines eben so langen Ganges, der aber 4 Fuß breit ist?

$3\frac{1}{2}$ Fuß Breite 168 Zieg. $3\frac{1}{2}$ Fuß : 4 Fuß = 168 Zieg. : x Zieg.;
4 „ x „   also $x = \frac{4 \times 168}{3\frac{1}{2}} = 192$ Z.

6. 12 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 30 Tagen; wie viel Arbeiter muß man dingen, damit dieselbe Arbeit in 20 Tagen vollendet werde?

12 Arb. 30 Tage   12 Arb. : x Arb. = 20 Tag. : 30 Tag.,
x „ 20 „   also $x = \frac{12 \times 30}{20} = 18$ Arb.

Hier sind die beiden Arten von Zahlen verkehrt proporzionirt, denn 2, 3, 4mal so viel Arbeiter brauchen nur die Hälfte, den 3ten, 4ten Theil so viel Zeit; daher setzt man das Verhältniß der beiden Zahlen der ersten Art, nämlich 12 Arb. : x Arb. gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der zweiten Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen, nämlich 20 Tage : 30 Tage; die Proporzion $12 : x = 20 : 30$ wird dann aufgelöset.

7. A leihet dem B 180 fl. ohne Zins auf 10 Monate; auf wie lange muß B dem A wieder 75 fl. leihen, damit der Dienst beiderseits gleich ist?

180 fl. 10 Mon. 180 fl. : 75 fl. = x Mon. : 10 Mon.,

75 „ x „ also $x = \frac{180 \times 10}{75} = 24$ Mon.

$= 2$ Jahre.

8. Eine Kreuzersemmel wiegt 5 Lth., wenn der Metzen Weizen fl. 3 „ 20 kostet; wie schwer wird eine solche Semmel sein, wenn der Metzen Weizen nur fl. 2 „ 40 gilt?

5 Lth. $3^1/_3$ fl. 5 Lth. : x Lth. = $2^2/_3$ fl. : $3^1/_3$ fl.,

x „ $2^2/_3$ „ also $x = \frac{5 \times 3^1/_3}{2^2/_3} = 6^1/_4$ Lth.

§. 87.

Ein anderes Verfahren, die Regeldetri aufzulösen, welches natürlicher und meist einfacher ist als jenes mit Hilfe der Proporzionen, besteht in der Strichmethode. Dabei beobachtet man folgende Regeln:

1. Man ziehe einen aufrechten Strich, schreibe x auf die linke, und die damit gleichnamige Zahl auf die rechte Seite.

2. Darunter werden die beiden Zahlen der andern Art gehörig angesetzt. Man beurtheile nämlich ob x größer oder kleiner ausfallen werde, als die damit gleichnamige Zahl. Soll x größer ausfallen, so wird die kleinere jener Zahlen als Divisor links, und die größere als Faktor rechts des Striches gesetzt; soll aber x kleiner ausfallen, so findet das Gegentheil Statt.

3. Der Ansatz wird aufgelöst. Es werden nämlich die gemischten Zahlen eingerichtet, die Nenner auf die entgegengesetzte Seite übertragen, und die Zahlen beiderseits abgekürzt. Sodann multiplizirt man die links bleibenden, und eben so die rechts bleibenden Zahlen, das Produkt linker Hand ist nun der Divisor, das Produkt rechter Hand der Dividend; und der Quotient, welchen man erhält, zeigt die gesuchte Zahl an.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens läßt sich leicht einsehen. Schon durch das Kopfrechnen überzeugt man sich, daß jede einfache Regeldetri in eine Multiplikazion und in eine Division zerfällt; es wird nämlich jedesmal die mit x gleichnamige Zahl mit einer der beiden andern bekannten Zahlen multiplizirt, und durch die andere dividirt. Muß aber dieses jedesmal geschehen, so ist offenbar, daß man, wenn x größer ausfallen soll, mit der größern Zahl multipliziren, und durch die kleinere dividiren müsse; und umgekehrt, wenn x kleiner ausfallen soll. Der Bequemlichkeit halber setzt man x links, und die damit gleichnamige Zahl rechts eines aufrechten Striches, und schreibt die Zahl, durch welche die mit x gleichnamige Zahl zu dividiren ist, als Divisor links des Striches, die andere Zahl aber als Faktor rechts desselben.

Das Wegschaffen der Brüche und das Abkürzen beruhet auf dem Grundsatze:

Ein Quotient bleibt unverändert, wenn man Divisor und Dividend mit einerlei Zahl multiplizirt, oder durch einerlei Zahl dividirt.

Der Quotient, welcher bei der Regeldetri herauskommt und die unbekannte Zahl vorstellt, wird also nicht geändert, wenn man auf beiden Seiten des Striches mit einerlei Zahl multiplizirt oder dividirt. — Wenn daher auf einer Seite ein Bruch vorkommt, so braucht man, um ihn wegzuschaffen, nur beiderseits mit dessen Nenner zu multipliziren. Dadurch bleibt der Nenner auf der Seite des Bruches weg, weil ein Bruch mit seinem Nenner multiplizirt den Zähler gibt; auf der andern Seite aber erscheint er als Multiplikator. Um also einen Bruch wegzuschaffen, streicht man den Nenner durch, und überträgt ihn auf die entgegengesetzte Seite als Faktor. Kommt eine gemischte Zahl vor, so wird sie früher in einen Bruch verwandelt, und davon der Zähler auf derselben Seite angeschrieben, der Nenner aber sogleich auf die andere Seite als Faktor übertragen. — Wenn zwei Zahlen zu beiden Seiten des Striches durch dieselbe Zahl theilbar sind, so kürzt man ab, indem man sie beide durch jene Zahl dividirt.

Beispiele.

1. 3 ℔ Kaffeh kosten 2 fl.; was kosten 46 ℔?

3 ℔ 2 fl.	x fl.	2	
46 „ x „	3	46	
	3	92	$30^2/_3$ fl.

Man zieht einen aufrechten Strich, schreibt links x mit der Benennung an, und rechts die damit gleichnamige Zahl. Nun schließt man: 3 ℔ kosten 2 fl., 46 ℔ werden gewiß mehr kosten; x muß also größer als 2 ausfallen, daher muß man durch die kleinere Zahl 3 dividiren, und mit der größern 46 multipliziren; zu diesem Ende schreibt man die kleinere Zahl 3 auf die Divisor-, und die größere 46 auf die Dividendseite. Da sich die Zahlen zu beiden Seiten nicht abkürzen lassen, so multiplizirt man die Zahlen rechter Hand, und dividirt ihr Produkt 92 durch 3, wodurch man $30\frac{2}{3}$ erhält.

2. Von $4\frac{1}{2}$ Ztr. zahlt man 8 fl. Fracht, wie viel wird man von $1\frac{1}{2}$ Ztr. zahlen?

$4\frac{1}{2}$ Ztr. 8 fl.
$1\frac{1}{2}$ „ x „

x fl.	8
($4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$)
3 $\cancel{9}$	$\cancel{2}$
$\cancel{2}$	3
3	8 | $2\frac{2}{3}$ fl.

Man sagt hier: von $4\frac{1}{2}$ Ztr. zahlt man 8 fl. Fracht, von $1\frac{1}{2}$ Ztr. wird man gewiß weniger zahlen; x muß also kleiner als 8 ausfallen; daher muß man durch die größere Zahl dividiren, mit der kleinern aber multipliziren; man schreibt also die größere Zahl $4\frac{1}{2}$ als Divisor links, und die kleinere $1\frac{1}{2}$ als Multiplikator rechts. Nun richtet man zuerst $4\frac{1}{2}$ ein, schreibt den Zähler 9 auf dieselbe Seite, den Nenner 2 aber auf die rechte; dann richtet man eben so $1\frac{1}{2}$ ein, schreibt den Zähler 3 auf dieselbe, den Nenner 4 aber auf die linke Seite. 2 und 2 heben sich beiderseits auf. 3 und 9 kürzt man durch 3 ab. Endlich dividirt man die rechts bleibende Zahl 8 durch die links bleibende 3.

3. Ein Landwirth hat jährlich einen Acker, welcher $4\frac{1}{2}$ Klafter breit und 20 Klafter lang ist, mit einer gewissen Samengattung besäet; nun will er eben so viel Samen auf einen andern Acker aussäen, welcher nur $3\frac{3}{4}$ Klafter breit ist; wie viel wird dessen Länge betragen müssen?

$4\frac{1}{2}$ Kl. breit 20 Kl. lang
$3\frac{3}{4}$ „ x „

x Kl. lang	20
$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$

woraus x = 24 Klafter.

4. Zu einem Kleide verlangt der Schneider $5\frac{1}{2}$ Ellen Tuch von 2 Ellen Breite; im Tuchladen ist aber nur Tuch von $\frac{7}{4}$ Ellen Breite zu haben; wie viel Ellen muß man davon zu jenem Kleide nehmen?

$7\frac{1}{2}$ Ellen Tuch 2 Ell. breit x Ellen | $5\frac{1}{4}$
x " $\frac{7}{4}$ " $\frac{7}{4}$ | 2

also x = 6 Ellen.

4. Die zusammengesetzte Regeldetri.

§. 88.

Wenn eine Art von Zahlen mit zwei oder mehrern andern Arten in geradem oder verkehrtem Verhältnisse steht, und es ist eine Reihe zusammengehöriger Zahlen aller dieser Arten bekannt, von einer andern Reihe zusammengehöriger Zahlen aber eine derselben unbekannt und zu suchen; so heißt die Rechnung, durch welche man diese unbekannte Zahl findet, die zusammengesetzte Regeldetri.

Z. B. 18 Ztr. werden 20 Meilen weit um 24 fl. verführt; wie viel Ztr. werden 30 Meilen weit um 32 fl. verführt? — Antwort: 16 Ztr.

Hier sind drei Arten von Zahlen, die Anzahl Zentner, die Anzahl Meilen und die Anzahl Gulden. Von diesen Arten ist eine Reihe zusammengehöriger Zahlen bekannt, nämlich 18 Ztr. werden 20 Meilen weit um 24 fl. verführt; von einer andern Reihe zusammengehöriger Zahlen, nämlich: 16 Ztr. werden 30 Meilen weit um 32 fl. verführt, sind nur zwei Zahlen bekannt, eine (16 Ztr.) aber unbekannt und zu suchen. Dieß ist also eine Aufgabe der zusammengesetzten Regeldetri.

§. 89.

Jede zusammengesetzte Regeldetri kann in mehrere einfache zerlegt, und so aufgelöset werden; allein das dabei zu beobachtende Verfahren ist meistens schwierig und weitläufig. Kürzer, einfacher und natürlicher ist die Auflösung mittelst der Strichmethode.

Die zusammengesetzte Regeldetri unterscheidet sich von der einfachen nur dadurch, daß in der einfachen die Art von x bloß von einer bekannten Art, bei der zusammengesetzten aber von mehrern bekannten Arten abhängt. Bei der zusammengesetzten Regeldetri nach der Strichmethode wird daher dasselbe Verfahren beobachtet, und der Ansatz eben so begonnen, wie bei der einfachen; nur muß man die Art von x mit jeder bekannten Art besonders vergleichen, und beurtheilen, ob wegen dieser bekannten Art x größer oder kleiner ausfallen werde als die mit x gleichnamige Zahl; daraus schließt man, mit welcher Zahl dieser Art multiplizirt und durch welche dividirt werden soll. Es ist jedoch nicht nöthig, mit den Zahlen jeder bekannten Art einzeln zu multipliziren und zu dividiren; man braucht nur jene Zahlen, durch welche dividirt werden soll, links, jene aber, mit welchen multiplizirt werden soll, rechts des Striches zu schreiben, und zuletzt das Produkt der linksstehenden Zahlen als Divisor, das Produkt der rechtsstehenden aber als Dividend anzunehmen. Das Wegschaffen der Brüche und das Abkürzen geschieht auf dieselbe Art, und beruhet auf denselben Gründen, wie bei der einfachen Regeldetri.

Bei der zusammengesetzten Regeldetri ist daher Folgendes zu beobachten:

1. Man ziehe einen aufrechten Strich, schreibe x

auf die linke oder Divisorseite, und die damit gleichnamige Zahl auf die rechte oder Dividendseite.

2. Darunter werden die beiden Zahlen einer jeden Art gehörig angesetzt. Man vergleiche nämlich die Art von x mit jeder andern Art, und beurtheile, ob wegen dieser Art x größer oder kleiner ausfallen müsse, als die mit x gleichnamige Zahl. Soll x größer ausfallen, so wird die kleinere Zahl jener Art als Divisor links, und die größere als Faktor rechts des Striches gesetzt; soll aber x kleiner ausfallen, so findet das Gegentheil Statt.

3. Der Ansatz wird aufgelöset.

Beispiele.

1. Wenn 18 Ztr. 20 Meilen weit um 24 fl. verführt werden; wie viel Zentner werden 30 Meilen weit um 32 fl. verführet?

18 Ztr.	20 Meil.	24 fl.	x Ztr	18
X „	30 „	32 „	30	20
			24	32

woraus x = 16 Ztr.

Man vergleicht hier die Art von x zuerst mit Meilen, indem man sagt: 20 Meilen weit werden 18 Ztr. geführt, 30 Meilen weit werden um dasselbe Geld gewiß weniger Ztr. geführt; wegen der Anzahl Meilen wird also x kleiner ausfallen, daher schreibt man die größere Zahl 30 als Divisor links, und die kleinere 20, mit welcher man multiplizieren soll, rechts. Dann vergleicht man die Art von x auch mit Gulden: um 24 fl. Fuhrlohn kann man 18 Ztr. führen, um 32 fl. wird man gewiß mehr Ztr. führen können; wegen der Anzahl Gulden wird also x größer sein, man muß also mit der kleinern Zahl dividiren, und mit der größern multipliziren; die kleinere Zahl 24 wird daher links, die größere 32 aber rechts angesetzt. Die Auflösung geschieht dann wie bei der einfachen Regeldetri.

2. Ein Garten, welcher 22 Klafter lang und 9 Klafter breit ist, wird um 360 fl. verkauft; was wird nach demselben Verhältnisse ein anderer Garten kosten, welcher 34 Klafter lang und 11 Klafter breit ist?

22^0 lang	9^0 breit	360 fl.	x fl.		360
34^0 „	11^0 „	x „	22		34
			9		11

also x = 680 fl.

3. 15 Arbeiter verrichten eine Arbeit in 10 Tagen, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten; wie viele Arbeiter wird man aufnehmen müssen, damit sie die nämliche Arbeit in 6 Tagen vollenden, indem sie aber täglich nur 10 Stunden arbeiten?

15 Arb.	10 Tag.	12 Stund.	x Arb.	15
x „	6 „	10 „	6	10
			10	12

x = 30 Arbeiter.

4. Aus 10 ℔ Garn verspricht der Weber 60 Ellen Leinwand zu machen, welche $1\frac{1}{2}$ Ellen breit sein soll; wie viel Ellen Leinwand wird man von 5 ℔ Garn bekommen, wenn die Leinwand nur $1\frac{1}{4}$ Elle breit ist?

10 ℔	60 Ell.	$1\frac{1}{2}$ breit	x Ellen	60
5 „	X „	$1\frac{1}{4}$ „	10	5
			$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$

woraus x = 36 Ellen.

5. Zu einer Mauer, welche 15^0 lang, 5^0 hoch und $2\frac{1}{2}'$ dick ist, braucht man 60000 Ziegelsteine; wie viel braucht man von solchen Ziegelsteinen zu einer Mauer, welche 18^0 lang, 8^0 hoch und $3'$ dick ist?

15° lang 5° hoch $2\frac{1}{2}$' dick 60000 Z.	x 3	60000
18° „ 8° „ 3' „ x „	$2\frac{1}{2}$	3
	5	8
	15	18

also x = 138240 Zieg.

5. Der Kettensatz.

§. 90.

Der Kettensatz wird angewendet, um aus einer bekannten Zahl einer Art die zugehörige unbekannte Zahl einer andern Art durch Hilfe einer oder mehrerer Mittelbestimmungen zu finden.

Z. B. Wie viel Gulden geben 3120 Pfennige?

Um hier aus der bekannten Anzahl der Pfennige die zugehörige noch unbekannte Anzahl der Gulden zu finden, muß man die Mittelbestimmungen: 4 Pfennige geben 1 Kreuzer, und 60 Kreuzer geben 1 Gulden, zu Hilfe nehmen. Diese Aufgabe wird daher nach dem Kettensatze aufgelöset.

§. 91.

Beim Kettensatze sind folgende Regeln zu beobachten:

1. Man ziehe einen aufrechten Strich, und überlege aus den Umständen der Aufgabe, welchen Namen x haben wird.

2. Sodann schreibe man x mit seiner Benennung links, die bekannte Zahl aber, deren Betrag gesucht wird, rechts des Striches.

3. Darunter setze man alle Mittelbestimmungen, und zwar fange man jedesmal links mit einer Zahl an, welche mit der nächstvorhergehenden Zahl auf der rechten Seite völlig gleichen Namen und gleiche Natur

hat, und rechts neben jede Zahl kommt diejenige Zahl zu stehen, welche mit ihr gleichen Werth hat. Kommt eine mehrnamige Zahl vor, so muß sie in eine einnamige verwandelt werden. — Wenn alle Mittelbestimmungen in die Kette aufgenommen wurden, was man daran erkennt, daß die letzte Zahl rechts mit x in allen Stücken gleicher Natur und gleiches Namens ist, so ist der Ansatz fertig.

4. Der Ansatz wird aufgelöset, und zwar nach denselben Regeln, wie bei der Regeldetri.

Die Richtigkeit des Kettensatzes beruhet auf dem Grundsatze:

Wenn man Gleiches mit Gleichem multiplizirt oder durch Gleiches dividirt, so bekommt man wieder Gleiches.

In der Kette sind nämlich je zwei gegenüber stehende benannte Zahlen am Werthe gleich, also muß auch das Produkt aus x und den übrigen links stehenden Zahlen dem Produkte aller rechts stehenden Zahlen gleich sein. Da ferner von jeder Benennung zwei Zahlen vorkommen, die eine links, die andere rechts; so kann man sich beiderseits nach und nach durch die Einheit jeder Benennung dividirt denken, wodurch alle Benennungen wegfallen, und nur unbenannte Zahlen zurückbleiben; die beiderseitigen Produkte müssen auch da noch immer gleich sein. — Wenn man nun diese gleichen Produkte durch das Produkt aller links stehenden bekannten Zahlen dividirt, so müssen auch die Quotienten gleich sein. Auf der linken Seite bleibt dadurch bloß x zurück, rechts aber erscheint der Quotient aus dem Produkte der rechts befindlichen bekannten Zahlen durch das Produkt der links befindlichen; daher ist die unbekannte Zahl x wirklich gleich dem Quotienten, welcher herauskommt, wenn man das rechts erhaltene Produkt durch das links erhaltene dividirt.

Die Auflösung des Ansatzes beruhet bei der Kette auf denselben Gründen, wie bei der Regeldetri.

Beispiele.

1. Was kosten 2 Ztr. Quecksilber, wenn man 4 Loth um 21 Kr. bekommt?

x fl.	2 Ztr.
1	100 ℔
1	32 Lth.
4	21 Kr.
60	1 fl.; also x = 560 fl.

Man zieht einen aufrechten Strich, setzt x mit dem Namen, hier Gulden, links, rechts aber die Zahl 2 Ztr., deren Werth man sucht. Da man mit Ztr. aufhört, so muß die folgende Mittelbestimmung mit Ztr. anfangen; dieß geschieht, indem man folgert: wenn 1 Ztr. . . . 100 ℔ enthält. Hier hört man rechts mit ℔ auf, so muß man wieder links mit ℔ anfangen; dieß geschieht, indem man ansetzt: wenn 1 ℔ . . . 32 Lth. enthält. Nun bildet man den Uebergang von der Ware zum Preise dadurch, daß man sagt: wenn 4 Lth. . . . 21 Kr. kosten. Hier hört man mit Kreuzern auf; x bedeutet aber Gulden, darum zieht man noch die Mittelbestimmung zu Hilfe: wenn 60 Kr. . . . 1 fl. geben. Da die letzte Zahl rechts mit x gleichen Namen hat, so ist der Ansatz fertig. Der ganze Ansatz lautet also wörtlich:

Wie viel Gulden kosten 2 Ztr.,
wenn 1 Ztr. . . 100 ℔,
wenn 1 ℔ . . . 32 Lth. enthält,
wenn 4 Lth. . . 21 Kr. kosten,
und wenn 60 Kr. . . . 1 fl. geben?

Die Auflösung des Ansatzes geschieht wie bei der Regeldetri.

2. Jemand gibt für 3 Ztr. einer Ware 35 fl.; wie hoch kommt 1 ℔ zu stehen?

X Kr.	1 ℔
100	1 Ztr.
3	35 fl.
1	60 Kr., woraus X = 7 Kr. folgt.

3. Jemand hat von seinem Freunde 20 Metzen Weizen ausgeborgt, und will ihm statt des Weizens Wein zurückstellen. Wenn nun 1 Metzen Weizen fl. 3 „ 12, der Eimer Wein aber 8 fl. kostet; wie viel Eimer Wein muß für 20 Metzen Weizen gegeben werden?

x Eim.	20 Metz.
1	$3\frac{1}{5}$ fl.
8	1 Eim., also x = 8 Eimer Wein.

§. 92.

Der Kettensatz wird hauptsächlich bei der Verwandlung der Münzen, Maße und Gewichte eines Landes in gleichgeltende Münzen, Maße und Gewichte eines andern Landes angewendet.

Es giebt eigene Handbücher, aus welchen man das gegenseitige Verhältniß der verschiedenen Maße, Gewichte und Münzen ersehen kann. Auch kommen in derlei Taschenbüchern die Unterabtheilungen jeder Maß=, Gewichts=, Münzeinheit vor, deren Kenntniß bei der Verwandlung mehrnamiger Zahlen in einnamige und umgekehrt unentbehrlich ist.

Beispiele.

1. Wie viel Wiener Fuß betragen 85 französische Metres?

Es ist 1 Metre = 443,3 Par. Linien, und
1 W. Fuß = 114,13 Par. Linien.

x Wien. Fuß	85 Metres
1	443,3 P. L.
114,13	1 W. Fuß; also x = 330,16 W. Fuß.

2. Wie viel österreichische Meilen machen 62 englische Seemeilen?

Auf einen Grad des Aequators gehen 60 engl. Seemeilen, und 14,67 österr. Meilen, also 60 engl. Seem. = 14,67 österr. M.

x öst. Meil.	62 engl. Seem.
60	14,67 öst. M.; woraus x = 15,158 öst. M.

3. Wie viel in Wiener Maß hält ein Quarter in England?

1 Quarter = 14408 Par. Kubikzoll,
1 W. Metzen = 3100 „ „

x W. Metzen	1 Quarter
1	14408 P. Kub.″
3100	1 W. Metzen; also x = 4,648 W. Metzen.

4. Wie viel W. Pfund betragen 214 französische Kilogramme?

1 Kilogramm = 20813 holländ. As
1 W. Pfund = 11655 „ „

x W. ℔	214 Kilogr.
1	20813 As
11655	1 W. ℔; also x = 382,15 W. ℔.

5. Wie viel Hamburger Pfund geben 24 Arobas 24 Pfund in Lissabon?

1 Aroba = 32 Pfund; 1 Lissab. ℔ = 9552 holl. As
1 Hamb. ℔ = 10080 „ „

x Hamb. ℔	$24^3/_4$ Arob.
1	32 Lissab. ℔
1	9552 As
10080	1 Hamb. ℔; also x = 750,52 Hamb. ℔

6. Wie viel Gulden Konv. Münze betragen 576 russische Rubel?

Auf eine feine kölnische Mark Silber gehen 20 fl. Konv. Münze, und 13 Rubel; also 20 fl. Konv. M. = 13 Rubel.

x fl. K. M.	576 Rubel
13	20 fl. K. M.; also x = 886,15 fl.
	= fl. 886 „ 9 Kr.

7. Wie viel Francs beträgt der innere Werth von 625 Lire toscane?

Auf eine Mark fein Silber gehen 51,97 Francs und zugleich 62 Lire toscane; also sind 51,97 Francs = 62 Lire tosc.

x Francs	625 Lire tosc.
62	51,97 Francs; woraus x = 523,89 Fr.

§. 93.

Bei verschiedenen Berechnungen des bürgerlichen und kaufmännischen Lebens pflegt man das Perzent (%) d. i. den Ertrag von 100, zur Grundlage anzunehmen. Die Perzentrechnung beruhet auf dem Kettensatze.

Es sei z. B. der Ertrag von 1543 fl. zu 5% zu bestimmen, d. h. zu berechnen, wie viel auf 1543 fl. kommt, wenn man 5 fl. von 100 fl. nimmt.

Nach dem Kettensatze hat man

x fl. Ertrag	1543 fl.
100	5 Ertrag
100	1543 × 5

man muß also die gegebene Summe 1543 mit dem Perzent 5 multipliziren, und das Produkt durch 100 dividiren.

Daraus ergibt sich die Regel:

Um den Ertrag einer Summe nach Perzenten zu berechnen, multiplizire man die Summe, deren Ertrag man sucht, mit dem Perzent, und dividire das Produkt durch 100.

Ob früher die Multiplikazion oder die Division vorgenommen wird, ist an sich gleichgiltig; nur in jenen Fällen, wo die gegebene Summe rechts zwei oder mehrere Nullen hat, ist zuerst die Division vorzunehmen, indem man zwei Nullen wegläßt, und die dann übrigbleibende Zahl mit dem Perzente multiplizirt.

Beispiele.

1. Wie viel beträgt der Zins von 825 fl. zu 5 %, d. h. wenn 100 fl. jährlich 5 fl. Zins geben?

$$\frac{825 \times 5}{41{,}25} = \text{fl. } 41 \,,, 15.$$

2. Jemand hat nach 4 Monaten eine Summe von 5120 fl. zu bezahlen; wenn er aber die Zahlung sogleich leistet, so genießt er $2^1/_4$ %, d. h. bei je 100 fl. werden ihm $2^1/_4$ fl. nachgelassen; wie viel wird nun dem Schuldner in diesem Falle im Ganzen nachgelassen, und wie viel hat er nur zu zahlen?

5120 à $2^1/_4$ %	Ganze Schuld fl.	5120
10240	Abzug „	115 „ 12
1280	Zahlung fl.	5004 „ 48
115,20 = fl. 115 „ 12		

Hier wird 5120 zuerst mit 2 multiplizirt, dann wird 5120 noch mit ¼ multiplizirt oder durch 4 dividirt, und beide Zahlen werden addirt; die Summe durch 100 dividirt gibt den Abzug.

Wollte man hier sogleich nur die eigentliche Zahlung wissen, so würde man so schließen: bei 100 fl. werden $2^1/_4$ fl. nachgelassen, anstatt 100 fl. darf man also nur $97^3/_4$ fl. zahlen; und es wäre zu bestimmen, wie viel $97^3/_4$ % von 5120 fl. betragen.

$$
\begin{array}{r l}
\underline{5120} \times & \underline{97^3/_4} \\
358\,40 & \\
4608\,0 & \\
25\,60 & \ldots \; ^1/_2 \\
\underline{12\,80} & \ldots \; ^1/_4 \\
5004{,}80 = & \text{fl. } 5004 \,{}_{''}\, 48\text{; wie früher.}
\end{array}
$$

3. Jemand kauft um 6300 fl. Waren, und gewinnt bei deren Verkaufe 9 %, d. h. für 100 fl., die er beim Kaufe ausgegeben hat, nimmt er beim Einkaufe 100 fl. und darüber noch 9 fl., also 109 fl. ein; wie viel beträgt der ganze Gewinn?

$$
\begin{array}{r}
\underline{63{,}00 \text{ à } 9\ \%} \\
\text{fl. } 567.
\end{array}
$$

4. Jemand kauft für einen Kaufmann um 4200 fl. Waren ein, und läßt sich als Belohnung für seine Mühe beim Einkaufe $1^1/_2$ % bezahlen; wie viel beträgt seine ganze Belohnung?

$$
\begin{array}{r}
4200 \text{ à } 1^1/_2 \\
\underline{21} \\
\text{fl. } 63
\end{array}
$$

§. 94.

Manchmal wird der Ertrag nach Permille (‰) d. i. von 1000 berechnet. In diesem Falle muß die Summe, deren Ertrag zu finden ist, mit dem Permille multiplizirt, und das Produkt durch 1000 dividirt werden.

Die Richtigkeit davon läßt sich wie bei der Perzentrechnung nachweisen.

Beispiele.

1. Wie viel beträgt 1 ‰ von 6840 fl., d. h. wie viel kommt auf 6840 fl., wenn man 1 von 1000 rechnet?

$$\frac{6\,840 \text{ à } 1\,‰}{6{,}840 = \text{fl. } 6 \,,, \, 50.}$$

2. Jemand hat 2 ‰ von 12000 fl. zu fordern; wie viel beträgt dieses?

$$\frac{12{,}000 \text{ à } 2\,‰}{\text{fl. } 24.}$$

Anhang.

Von dem Quadrate und der Quadratwurzel.

§. 95.

Ein Produkt aus zwei gleichen Faktoren wird die zweite Potenz oder das Quadrat genannt, und jeder von diesen gleichen Faktoren heißt die Quadratwurzel des Produktes. So ist $10 \times 10 = 100$ das Quadrat von 10, und 10 ist die Quadratwurzel von 100.

Das Quadrat einer Zahl wird dadurch angezeigt, daß man dieser Zahl rechts oben die Ziffer 2 hinzusetzt; die Quadratwurzel aus einer Zahl aber wird dadurch ausgedrückt, daß man dieser Zahl links das Wurzelzeichen $\sqrt{}$ vorsetzt.

Z. B. $100 = 10^2$, und $10 = \sqrt{100}$.

Eine Zahl zum Quadrate erheben heißt diese Zahl mit sich selbst multipliziren. Z. B. 9 zum Quadrate erheben heißt 9 mit 9 multipliziren; 9mal 9 ist 81; das Quadrat von 9 ist also 81, oder $9^2 = 81$.

Aus einer Zahl die Quadratwurzel ausziehen heißt eine Zahl suchen, welche mit sich selbst multiplizirt die gegebene Zahl gibt. Z. B. Aus 9 die Quadratwurzel ausziehen heißt eine Zahl suchen, welche mit sich selbst multiplizirt 9 gibt; diese Zahl ist 3, weil 3mal 3 9 ist; die Quadratwurzel aus 9 ist also 3, oder $\sqrt{9} = 3$

§. 96.

Um eine Zahl zum Quadrate zu erheben, braucht man sie nur mit sich selbst zu multipliziren.

Z. B.

```
   54          2,08
   54          2,08
  ----        ------
  216          1664
 270          416
 ----        ------
 2916 Quadrat 4,3264 Quadrat
```

Aus dem zweiten Beispiele sieht man, daß das Quadrat eines Dezimalbruches doppelt so viel Dezimalen enthält, als der gegebene Dezimalbruch, woraus folgt, daß im Quadrate die Dezimalen immer in gerader Anzahl vorkommen müssen.

Die Quadrate der einziffrigen Zahlen sind nach der Ordnung:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

§. 97.

Um aus einer Zahl die Quadratwurzel auszuziehen, beobachte man folgende Regeln:

1. Man theile die Zahl von der Rechten gegen die Linke in Klassen zu zwei Ziffern; die letzte Klasse zur Linken kann auch nur eine Ziffer enthalten.

2. Man suche die größte Ziffer, deren Quadrat in der ersten Klasse zur Linken enthalten ist, und

schreibe sie nach dem Gleichheitszeichen als erste Ziffer der Wurzel.

3. Sodann erhebe man diese Ziffer zum Quadrate, und ziehe dasselbe von der ersten Klasse ab.

4. Zu dem Reste setze man die nächstfolgende Klasse hinzu; schreibe den doppelten bereits gefundenen Theil der Wurzel so darunter, daß eine Stelle zur Rechten leer bleibt; und untersuche, wie oft diese Zahl in der darüber stehenden enthalten ist.

5. Den Quotienten schreibe man als eine neue Ziffer in die Wurzel und zugleich in die leere Stelle zu dem Divisor. Dieser vermehrte Divisor wird dann mit der neugefundenen Ziffer der Wurzel multiplizirt, und das Produkt während der Multiplikazion selbst von der ganzen darüber stehenden Zahl abgezogen.

Läßt sich dieses Produkt nicht abziehen, so ist die neue Ziffer der Wurzel zu groß, man muß sie daher nach und nach kleiner nehmen, bis man subtrahiren kann.

6. Zu dem Reste setze man wieder die nächste Klasse hinzu und wiederhole dasselbe Verfahren, wie früher, bis man alle Zifferklassen heruntergesetzt hat.

Findet man 0 als eine Ziffer der Wurzel, so kann man, ohne zu multipliziren und abzuziehen, sogleich die nächste Klasse herabsetzen.

7. Bleibt zuletzt kein Rest, so hat man die Wurzel vollständig gefunden, und die gegebene Zahl ist ein vollkommenes Quadrat. Bleibt aber am Ende ein Rest, so ist die Wurzel nicht vollkommen genau; sie kann jedoch mit jeder beliebigen Genauigkeit in Dezimalen bestimmt werden, indem man nämlich jedem Reste eine Klasse von zwei Nullen anhängt, und dann weiter wie bei ganzen Zahlen verfährt, nur daß man

in der Quadratwurzel den Dezimalstrich setzt, bevor man dem Reste die erste Klasse von Nullen anhängt.

Beispiele.

1. Wie groß ist die Quadratwurzel von 54756?

$\sqrt{5|47|56} = 234$ Quadratwurzel.

```
 4
 ――
 147
  43
 ―――
 1856
  464
 ――――
 """"
```

Die größte Ziffer, deren Quadrat in 5 vorkommt, ist 2, dieß ist die erste Ziffer der Wurzel; das Quadrat von 2 ist 4, von 5 bleibt 1. Zu diesem Reste setzt man die folgende Klasse 47, nimmt den bereits gefundenen Theil 2 der Wurzel doppelt, und schreibt dieses Doppelte 4 so unter 147, daß die Stelle unter 7 leer bleibt; man untersucht, wie oft 4 in der darüber stehenden Zahl 14 enthalten ist, es geht 3mal; der Quotient 3 kommt als die zweite Ziffer in die Wurzel, und in die leere Stelle zum Divisor. Nun wird der so vermehrte Divisor 43 mit der neugefundenen Ziffer 3 multiplizirt, und von der darüber stehenden Zahl abgezogen. Zu dem Reste 18 wird wieder die folgende Klasse 56 hinzugesetzt; man nimmt die bereits gefundene Wurzel 23 dppelt, und schreibt dieses Doppelte 46 so unter 1856, daß eine Stelle rechts leer bleibt; man untersucht, wie oft 46 in 185 oder versuchsweise 4 in 18 enthalten ist, u. s. w.

2. Eine quadratförmige Wiese hat einen Flächenraum von 1201 $\square^{0}$ 28 $\square'$; wie groß ist die Länge einer Seite?

Um aus dem Flächeninhalte eines Quadrates die Länge einer Seite zu finden, muß man aus dem Flächeninhalte die Quadratwurzel ausziehen.

1201 □° 28 □'

$\times 6$

7206

$\times 6$

$\sqrt{4|32|64}$ □' = 208' = 34° 4' Länge einer Seite

„ 3264

408

„„„„

3. Auf einer falschen Wage wiegt eine Ware in der einen Wagschale 18, in der andern 25 Pfund; wie groß ist das wahre Gewicht dieser Ware?

Wenn das Gewicht in den beiden Wagschalen verschieden ausfällt, so ist die Wage unrichtig. Um aber auch mittelst einer solchen Wage dennoch das wahre Gewicht zu erhalten, multiplizire man die beiden falschen Gewichte, und ziehe aus dem Produkte die Quadratwurzel.

25 × 18

200

$\sqrt{4|50}$ = 21,21 ℔ = 21 ℔ 6 Lth. 3 Qtch. ist das wahre Gewicht.

„ 50 — $\times 4$ — 84

41 — $\times 8$ — 6,72 Lth.

900 — 2,88 Qtch.

422

5600

4241

1359

4. Ein Haus, dessen Grundfläche die Form eines Rechteckes hat, ist 12° 5' lang und 8° 4' breit; wie groß ist die Entfernung zweier entgegengesetzten Ecken des Hauses.

Die Länge und Breite des Hauses kann man als Katheten eines rechtwinkligen Dreieckes betrachten, dessen Hypothenuse dann die Entfernung zweier entgegengesetzten Ecken ist. Wenn aber in einem rechtwinkligen Dreiecke die beiden Katheten gegeben sind, so findet man die Hypothenuse, wenn man jede Kathete zum Quadrate erhebt, diese Quadrate addirt, und aus der Summe die Quadratwurzel auszieht.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Länge} = 12^0\,5' = 77' \\ \text{Breite} = \;\;8^0\,4' = 52' \end{array}\right\}\ \text{Katheten}\ \begin{array}{r} 77^2 = 5929 \\ 52^2 = \underline{2704} \\ 8633 \end{array}$$

$\sqrt{86|33} = 92{,}9\;1' = 15^0\;2'\;11''$ ist die gesuchte Entfernung.

$$\begin{array}{r} 81 \\ \hline 533 \\ 182 \\ \hline 16900 \\ 1849 \\ \hline 25900 \\ 18581 \\ \hline 7319 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 182 \\ \hline 10{,}92'' \end{array}$$

§. 98.

Um aus einem Dezimalbruche die Quadratwurzel auszuziehen, theile man, vom Dezimalstriche angefangen, sowohl die Ganzen als die Dezimalen in Klassen zu zwei Ziffern; wenn in den Dezimalen die letzte Klasse rechts nur eine Ziffer enthalten sollte, so wird eine Nulle angehängt. Dann verfahre man wie bei ganzen Zahlen, nur daß man in der Wurzel den Dezimalstrich setzt, bevor man die ersten Klassen von Dezimalen herabsetzt. — Sollte zuletzt ein Rest bleiben, so kann man die Wurzel durch Anhängen von

Nullklassen zu dem jedesmaligen Reste in beliebig vielen Dezimalen entwickeln.

Aus einem gemeinen Bruche wird die Quadratwurzel ausgezogen, wenn man ihn zuerst in einen Dezimalbruch verwandelt, und dann aus diesem die Quadratwurzel auszieht.

Beispiele.

1. Es soll aus 229,2196 die Quadratwurzel ausgezogen werden.

$\sqrt{2|29,21|96} = 15,14$ Quadratwurzel.

```
 1
---
 129
  25
----
   421
   301
  ----
   12096
    3024
  ------
  ''''''
```

2. Wie groß ist die Quadratwurzel aus $1/8$?

$1/8 = 0,125$; $\sqrt{0,12|50} = 0,353\ldots$ Quadratwurzel.

```
 9
---
 350
  65
----
 2500
  703
-----
  391
```

3. Jemand will eine Scheibe machen, deren Fläche 25 □″ betragen soll; wie groß wird er den Halbmesser dazu nehmen?

Um aus dem Flächenraume eines Kreises die Länge des Halbmessers zu bestimmen, muß man den Flächenraum durch 3,14 dividiren, und aus dem Quotienten die Quadratwurzel ausziehen.

$$3{,}_{\iota}1{,}4\,|\,25_{00}\,|\,7{,}9618;\ \sqrt{7{,}96|18} = 2{,}8\,2'' = 2''\,10'''$$

3020	4	1 64	muß der
1940	396	9,84'''	Halbmesser
56	48		betragen.
25	1218		
	562		
	94		

Zweiter Theil.

Die angewandte Rechenkunst.

Erstes Hauptstück.

Die Interessenrechnung.

§. 99.

Eine Summe Geldes, welches man Jemanden unter der Bedingung leihet, daß er für dessen Benützung ein bestimmtes Geld bezahlt, heißt ein Kapital; das Geld, welches für die Benützung des Kapitals bezahlt wird, heißt Interesse oder Zins. Das Interesse von 100 wird Perzent genannt; dieses bezieht sich, wenn nicht ausdrücklich das Gegentheil bemerkt wird, gewöhnlich auf ein Jahr; z. B. ein Kapital ist zu 5 Perzent angelegt, heißt: von je 100 fl. Kapital erhält man in einem Jahre 5 fl. als Interesse.

Wenn Jemand einen Geldbetrag später zahlt, als er ihn zahlen sollte, so wird er nicht nur diesen Betrag, sondern auch das Interesse davon für die Zeit, um welche er später zahlt, zu entrichten haben. Wenn aber Jemand einen Betrag früher zahlt, als er ihn zahlen sollte, so wird er nicht den ganzen Betrag, sondern nur so viel zahlen, daß dieses sammt dem Interesse davon für die Zeit, um welche er früher zahlt, den Geldbetrag ausmacht, den er später zu bezahlen hat. — Wenn also ein Geldbetrag zu irgend einer bestimmten Zeit zahlbar ist, so hat er nach dieser Zeit einen größern, vor derselben aber einen kleinern Werth.

§. 100.

Bei der Interessenrechnung sind vier Bestimmungen zu berücksichtigen, nämlich: das Kapital, die Zeit, durch welche das Kapital anliegt, das Perzent und das Interesse. Jede dieser vier Bestimmungen hängt von den drei übrigen ab, und kann aus denselben berechnet werden.

Bei den Aufgaben der Interessenrechnung kommt gewöhnlich zu berechnen vor:

1. das Interesse,
2. das Kapital,
3. die Zeit,
4. das Perzent,
5. der Werth eines Geldbetrages nach oder vor einer bestimmten Zeit.

Am häufigsten kommt die erste unter diesen Aufgaben vor, nämlich die Berechnung der Interessen.

In der Interessenrechnung wird gewöhnlich jeder Monat zu 30 Tagen, und daher das Jahr zu 360 Tagen angenommen.

1. Berechnung der Interessen.

§. 101.

Die Interessen eines Kapitals werden auf folgende Weise berechnet:

1. Das Interesse für ein Jahr findet man, wenn man das Kapital mit dem Perzent multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt.

Wenn das Kapital am Ende zwei Nullen hat, so wird früher durch 100 dividirt, indem man jene zwei Nullen wegläßt, und die übrigbleibende Zahl noch mit dem Perzent multiplizirt.

2. Das Interesse für mehrere Jahre wird gefunden, wenn man das Interesse für ein Jahr mit der Anzahl Jahre multiplizirt.

3. Kommen auch Monate und Tage vor, so zerlege man die Monate in aliquote Theile eines Jahres, und nehme aus dem jährlichen Interesse eben solche Theile; die Tage aber zerlege man in aliquote Theile eines Monates, und nehme eben solche Theile aus dem monatlichen Interesse. Alle diese Posten werden dann zu dem Interesse auf Jahre addirt.

Die Berechnung der jährlichen Interessen geschieht nach der Regel der Perzentrechnung; die Berechnung der Interessen auf Monate und Tage aber nach der wälschen Praktik.

Beispiele.

1. Wie viel Interesse geben fl. 2584 Kapital zu 4 % in einem Jahre?

fl. 25|84 à 4 %

103,36 = fl. 103 ,, 22.

2. Was geben fl. 5600 Kapital à 5 % in einem Jahre?

fl. 56|00 à 5 %

fl. 280.

3. Wie groß ist das jährliche Interesse von fl. 3680 à $5\frac{1}{2}$ %?

fl. 36|80 à $5\frac{1}{2}$ %

18400
1840

202,40 = fl. 202 ,, 24.

4. Jemand hat folgende Kapitalien anliegen:

bei A fl. 2500 à $4\frac{1}{2}$ %,
„ B „ 3850 à 5 %,
„ C „ 4580 à 6 %;

wie viel Interesse zieht er jährlich von allen drei Kapitalien?

Von	dem	ersten	fl.	112 „ 30
„	„	zweiten	„	192 „ 30
„	„	dritten	„	274 „ 48
		zusammen	fl.	579 „ 48.

5. Wie viel Interesse geben fl. 2480 in 3 Jahren zu 6 %?

fl. 24,80 à 6 %
148,80 für 1 Jahr,
446,40 für 3 Jahre,

also fl. 446 „ 24 Interessen.

6. Wie groß ist das Interesse von fl. 3450 zu $4\frac{1}{3}$ % in 2 Jahren 8 Monaten?

fl. 34,50 à $4\frac{1}{3}$ % in 2 J. 8 M.

138 00
11 50

149,50	für 1	Jahr
149,50	„ 1	„
49,833	„ 4	Mon.
49,833	„ 4	„
398,666	für 2	Jahre 8 Mon.

wofür fl. 398 „ 40 gerechnet werden.

Hier wird, um das Interesse für 2 Jahre zu erhalten, das Interesse für 1 Jahr noch einmal angesetzt; um das Interesse für 4 Monate = ⅓ Jahr zu berechnen, zieht man aus dem einjährigen Interesse den 3ten Theil heraus.

7. Wie viel Interesse geben fl. 5160 „ 36 in 5 Monaten zu 6 %?

fl. 5160,6 à 6% in 5 Mon.

309,63,6 in 1 Jahr

103,21 2 in 4 Mon.
25,80 3 „ 1 „

129,01 5 in 5 Mon.,

wofür man fl. 129 „ 1 rechnet.

8. Ein Kapital von fl. 2800 ist zu 4 % durch 3 Jahre 11 Monate und 6 Tage angelegt; wie viel Interesse wirft es in dieser Zeit ab?

fl. 2800 à 4% in 3 J. 11 M. 6 T.

112 für 1 Jahr

336 für 3 Jahr.
56 „ 6 Mon.
37 „ 20 „ 4 „
9 „ 20 „ 1 „
1 „ 52 „ 6 Tag.

fl. 440 „ 32 für 3 J. 11 M. 6 T.

§. 102.

Ist das Interesse bloß für Tage zu bestimmen, so verfährt man am kürzesten nach folgenden Regeln:

1. Das Interesse zu 6 % für mehrere Tage wird gefunden, wenn man das Kapital mit der Anzahl Tage multiplizirt, und das Produkt durch 6000 dividirt, indem man zuerst 3 Dezimalen abschneidet und dann noch durch 6 dividirt. — Wenn bei den Gulden des Kapitals Kreuzer vorkommen, so läßt man

9 *

sie gewöhnlich während der Rechnung weg, vergrößert jedoch, wenn 30 Kreuzer oder darüber vorhanden sind, die Anzahl Gulden um 1; sonst werden die Kreuzer in Dezimalen von Gulden verwandelt.

2. Ist das Interesse auf Tage zu mehr oder weniger als 6 % zu bestimmen, so suche man zuerst das Interesse zu 6 %; dann zerlege man das gegebene Perzent durch die Addizion oder Subtrakzion in lauter aliquote Theile von 6, und nehme eben solche Theile aus dem 6 % Interesse; diese werden dann addirt oder subtrahirt, je nachdem die Zerlegung durch die Addizion oder Subtrakzion geschah.

Das Verfahren bei 6 % läßt sich aus der Regeldetri erklären. — Es seien z. B. fl. 2000 Kapital durch 75 Tage zu 6 % angelegt, so hat man die Aufgabe: 100 fl. Kapital geben in 360 Tagen 6 fl. Interesse; wie viel Interesse geben 2000 fl. Kapital in 75 Tagen? Die Rechnung wird so stehen:

100 fl. Kap.	360 Tag.	6 fl. Int.	x fl. Int.	$\cancel{6}$
2000 „	75 „	× „	100	2000
			60 $3\cancel{6}\cancel{0}$	75
			6000	2000×75.

Das Interesse à 6 % für mehrere Tage wird daher gefunden, wenn man das Kapital 2000 mit der Anzahl Tage 75 multiplizirt, und das Produkt durch 6000 dividirt.

Die Berechnung der Interessen zu mehr oder weniger als 6 % aber beruhet dann auf den Grundsätzen der wälschen Praktik.

Beispiele.

1. Wie viel Interesse geben fl. 3516 à 6 % in 38 Tagen?

$$
\begin{array}{l}
3\,516 \times 38 \\
\hline
28\,128 \\
105\,48 \\
\hline
133{,}608 : 6000 \\
\hline
22{,}268 = \text{fl. } 22 \,,, \, 16.
\end{array}
$$

2. Wie viel beträgt das Interesse von fl. 780 à 6 %, vom 3. April bis 8. August?

vom 3. April bis 3. Aug. = 4 Mon.	=	120 Tage
„ 3. Aug. „ 8. Aug.	=	5 „
		125 Tage

$$
\begin{array}{l}
780_{000} \times 125 \\
\hline {}^{:8} \\
97{,}500 \\
\hline
16{,}25 = \text{fl. } 16 \,,, \, 15.
\end{array}
$$

3. Wie viel beträgt das Interesse von fl. 4560 à 8 % in 57 Tagen?

$$
\begin{array}{ll}
4\,560 \times 57 & \\
\hline
31\,920 & \\
228\,0 & \\
\hline
259{,}920 & \\
\hline
43{,}32 & \text{à } 6\,\% \\
14{,}44 & ,, \; 2\,\% = \tfrac{1}{3} \text{ von } 6\,\% \\
\hline
57{,}76 = \text{fl. } 57 \,,, \, 46. &
\end{array}
$$

4. Wie viel Interesse geben fl. 9378 „ 45 à $7\tfrac{1}{4}$ % vom 14. August bis 7. November?

vom 14. Aug. bis 14. Nov.	=	90 Tage
ab „ 7. Nov. „ 14. Nov.	=	7 „
		83 Tage

$$
\begin{array}{l}
\underline{9\,379} \times 83 \\
28\,137 \\
\underline{750\,32} \\
\underline{778{,}457} \\
129{,}743 \text{ à } 6\,\% \\
\;\;21{,}624 \text{ „ } 1\,\% \\
\;\;\;\underline{5{,}406} \text{ „ } \tfrac{1}{4}\,\% \\
156{,}773 = \text{fl. } 156 \text{ „ } 46
\end{array}
$$

Hier wurden im Kapital die 45 Kr. weggelassen, und dafür die Anzahl Gulden um 1 vermehrt.

5. Wie hoch belaufen sich die Interessen von fl. 2345 „ 15 à 4 % in 99 Tagen?

$$
\begin{array}{l}
234\,5_{00} \times 99 \\
\underline{\;\;2\,345} \\
\underline{232{,}155} \\
\;\;38{,}692 \text{ à } 6\,\% \\
\underline{-12{,}897} \text{ „ } 2\,\% \\
\;\;25{,}795 = \text{fl. } 25 \text{ „ } 48.
\end{array}
$$

§. 103.

Bei runden Summen kann die Berechnung der Interessen auf Tage zu 6 % meistens sehr bequem im Kopfe geschehen. Ist das Kapital gerade 6000 so hat man die Anzahl Tage mit 6000 zu multipliziren und durch 6000 zu dividiren, wodurch sie unverändert bleibt, es ist also die Anzahl Tage selbst das Interesse à 6 %. Ist aber das Kapital ein Vielfaches oder ein aliquoter Theil von 6000, so darf man nur das eben so Vielfache oder einen eben solchen Theil von der Anzahl Tage nehmen, um das gesuchte 6 % Interesse zu erhalten.

Beispiele.

6000 fl.	geben	à 6 %	in	38	Tagen		38 fl.		Inter.,
12000 »	»	»	»	»	»	»	$2 \times 38 = 76$ fl.		»
3000 »	»	»	»	»	»	»	$\frac{1}{2} \times 38 = 19$ fl.		»
1000 »	»	»	»	»	»	»	$\frac{1}{6} \times 38 = 6$ fl. 20 kr.		»
5000 »	»	»	»	»	»	»	$(1 - \frac{1}{6}) \times 38 = 31$ fl. 40 kr.		»

2. Berechnung des Kapitals.

§. 104.

Dabei wird der Kettensatz oder die Regeldetri angewendet; bei letzterer muß man die Bestimmung der Perzente z. B. zu 5 % in die gleichbedeutende auflösen: 100 fl. Kapital geben in 1 Jahre 5 fl. Interesse.

Beispiele.

1. Jemand bezieht jährlich fl. 330 als Interesse; wie groß ist das Kapital bei 6 %?

$$\begin{array}{r|l} x \text{ fl. Kap.} & 330 \text{ fl. Int.} \\ 6 & 100 \text{ fl. Kap.} \end{array} \qquad x = \text{fl. } 5500 \text{ Kapital.}$$

2. Welches Kapital wird zu $4\frac{1}{2}$ % in 3 Jahren ein Interesse von fl. 837 abwerfen?

$$\begin{array}{llll} 100 \text{ fl. Kap.} & 1 \text{ Jahr} & 4\frac{1}{2} \text{ fl. Int.} \\ x \quad " & 3 \quad " & 837 \quad " \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x \text{ fl. Kap.} & 100 \\ 3 & 1 \\ 4\frac{1}{2} & 837 \end{array}$$

Kapital: fl. 6200.

Man schließt hier: um in 1 Jahre ein bestimmtes Interesse zu bekommen, muß man 100 fl. Kapital an anlegen; um dasselbe Interesse in 3 Jahren zu erhalten, braucht man weniger Kapital anzulegen; wegen der Anzahl Jahre wird also x kleiner ausfallen, deßwegen setzt man die größere Zahl 3 als Divisor links, und die kleinere 1 als Faktor rechts des Striches. Ferner: um $4\frac{1}{2}$ fl. Interesse zu erhalten, muß man 100 fl. Kapital anlegen; um 837 fl. Interessen zu bekommen, muß man mehr Kapital anlegen; x wird also wegen der Interessen größer ausfallen, daher setzt man die kleinere Zahl $4\frac{1}{2}$ links, die größere 837 rechts.

3. Berechnung der Zeit.

§. 105.

Dabei wird die Regeldetri angewendet.

Beispiele.

1. In welcher Zeit geben fl. 4700 Kapital zu $4\frac{1}{2}$ % ein Interesse von fl. 423?

100 fl. Kap.	1 Jahr	$4\frac{1}{2}$ fl. Int.		x Jahr	1
4700 „	x „	423 „		4700	100
				$4\frac{1}{2}$	423

In 2 Jahren.

Man folgert: 100 fl. Kapital müssen 1 Jahr anliegen, um ein bestimmtes Interesse zu geben, 4700 fl. Kapital brauchen weniger Zeit anzuliegen, um das nämliche Interesse zu erhalten; wegen des Kapitals wird also x kleiner. Ferner: um $4\frac{1}{2}$ fl. Int. zu bekommen, muß ein Kapital 1 Jahr ausstehen, um 423 fl. Int. zu erhalten, muß dasselbe Kapital mehr Jahre ausstehen; wegen der Interessen muß also x größer ausfallen.

2. Wie lange muß ein Kapital von fl. 6520 zu 5 % ausstehen, um fl. 320 Interessen einzutragen?

100 fl. Kap.	1 Jahr	5 fl. Int.		x Jahr	1
6520 „	x „	320 „		6520	100
				5	320

In 0,982 Jahr = 11 Mon. 23 Tag.

4. Berechnung des Perzentes.

§. 106.

Bei der Berechnung des Perzentes wird der Kettensatz oder die Regeldetri angewendet, indem man die

Frage: zu x %? so auflös: x fl. Int. geben 100 fl. Kapital in 1 Jahre?

B e i s p i e l e.

1. Jemand leiht fl. 16000 aus; wie viel Perzent muß er verlangen, um davon ein jährliches Einkommen von fl. 900 zu genießen?

x fl. Int.	100 fl. Kap.
16000	900 fl. Int.; $x = 5\frac{5}{8}$ fl. Int.

100 fl. Kapital müssen also $5\frac{5}{8}$ fl. Int. geben, d. h. das Kapital muß zu $5\frac{5}{8}$ % angelegt werden.

2. Zu wie viel % ist ein Kapital von fl. 7840„30 angelegt, wenn es in 1 Jahre und 6 Monaten ein Interesse von fl. 705„39 gibt?

x fl. Int. 100 fl. Kap. 1 Jahr
$705\frac{13}{20}$ „ $7840\frac{1}{2}$ „ $1\frac{1}{2}$ „

x fl. Int.	$705\frac{13}{20}$
$7840\frac{1}{2}$	100
$1\frac{1}{2}$	1

zu 6 %.

3. Jemand zahlt monatlich 1 Kr. Interesse von 1 fl. Kapital; zu wie viel % verzinset er es?

x fl. Int. 100 fl. Kap. 1 Jahr
$\frac{1}{60}$ „ 1 „ $\frac{1}{12}$ „

x fl. Int.	$\frac{1}{60}$
1	100
$\frac{1}{12}$	1

à 20 %.

5. Berechnung des Werthes eines Geldbetrages nach oder vor einer bestimmten Zeit.

a. Nach den gewöhnlichen Interessen.

§. 107.

Um den Werth eines Kapitals nach einer gewissen Zeit zu finden, berechne man das Interesse davon für diese Zeit und addire dieses zu dem gegebenen

Kapitale; oder man suche mittelst des Kettensatzes unmittelbar den ganzen Belauf, indem man zuerst den Belauf von 100 für die gegebene Zeit sucht, welches geschieht, wenn man zu 100 das Perzent für diese Zeit addirt.

Beispiele.

1. Auf einem Gute lastet eine Schuld von fl. 8500; nach 2 Jahren zahlt der Besitzer das $5^1/_2$ % Interesse und das Kapital zurück; wie viel muß er wohl zahlen?

8500 à $5^1/_2$ %
425
42,5
467,5 für 1 Jahr
fl. 935 für 2 Jahre

Kapital	fl.	8500
Int. für 2 Jahre	„	935
Belauf	fl.	9435

oder

Perzent für 2 Jahre = 11,
also Belauf von 100 fl. Kap. nach 2 Jahren = 111 fl.,

man hat also	x fl. Bel.	8500 fl. Kap.
	100	111 fl. Bel.

Belauf fl. 9435.

2. Jemand nimmt auf 6 Monate fl. 2560 zu 5 % auf Interesse; wie viel wird er nach Verlauf dieser Zeit zu zahlen haben?

25 60 à 5 %
128,00 für 1 Jahr
fl. 64 für 6 Monate

Kapital	fl.	2560
Int. für 6 Monate	„	64
Belauf	fl.	2624

oder

Perzent für 6 Monate = $2^1/_2$, daher

x fl. Bel.	2560 fl. Kap.
100	$102^{1}/_{2}$ fl. Bel., woraus $x = 2624$ fl.

3. Ein Kaufmann hatte eine Summe von fl. 4108 am 20. Oktober zu zahlen, leistete aber die Zahlung erst am 31. Dezember, wie viel hatte er da mit 6 % Interesse zu bezahlen?

vom 20. Okt. bis 20. Dez. = 60 Tage
" 20. Dez. " 31. Dez. = 11 "
71 Tage

4108×71
28756
291,668
48,611 = fl. 48 " 37

Kapital fl. 4108
Int. für 71 Tage 48 " 37
Belauf fl. 4156 " 37

Nach dem Kettensatze würde sich dieses Beispiel minder bequem ausarbeiten lassen.

§. 108.

Um den Werth eines Geldbetrages vor einer gewissen Zeit mit Rücksicht auf die gewöhnlichen Interessen zu berechnen, bedient man sich des Kettensatzes, indem man zuerst den Belauf von 100 für die gegebene Zeit sucht; welches geschieht, wenn man zu 100 das Perzent für diese Zeit addirt.

Beispiele.

1. Für ein Kapital, welches durch 3 Jahre zu $5^{1}/_{2}$ % ausgestanden ist, erhält man an Kapital und Interessen fl. 5359; wie groß war das Kapital?

Perzent für 3 Jahre = $16^{1}/_{2}$,

also geben 100 fl. Kapital in 3 Jahren $116^{1}/_{2}$ fl. Kapital sammt Interessen; und man hat

x fl. Kap.	5359 fl. Kap. sammt Int.
$116\frac{1}{2}$	100 fl. Kap.

Kapital fl. 4600.

2. Jemand hat nach 4 Monaten fl. 5240 zu bezahlen; er wünscht aber kontant d. i. sogleich zu zahlen; wie viel wird die kontante Zahlung nun betragen, wenn man das Interesse zu 6 % rechnet?

Perzent für 4 Monate ist 2,

daher geben 100 fl. kontant 102 fl. nach 4 Monaten und man hat

x fl. kont.	5240 fl. nach 4 Mon.
102	100 fl. kont.

kontante Zahlung fl. 5137 „ 15.

b. Nach Zinseszinsen.

§. 109.

Wenn das Interesse am Ende eines jeden Jahres zum Kapitale geschlagen und von Neuem verzinset wird, so nennt man das aus dem Interesse selbst wieder hervorgehende Interesse Zinseszins. Z. B. Von 100 fl. erhält man in 1 Jahre 5 fl. Interesse; wenn man nun diese nicht behebt, sondern zum Kapitale schlägt, so wird man am Ende des zweiten Jahres nicht nur von 100 fl., sondern auch von den dazu geschlagenen 5 fl. das Interesse ansprechen; dieses letztere ist der Zinseszins.

Um den Werth eines Geldbetrages, wovon Zins auf Zins gerechnet wird, nach einer bestimmten Anzahl von Jahren zu finden, addire man zu 100 das Perzent, und dividire diese Summe durch 100; den

Quotienten setzt man so oft als Faktor, als Jahre da sind; das erhaltene Produkt wird noch mit dem gegebenen Geldbetrage multiplizirt, so hat man den gesuchten Endwerth.

Der Grund dieses Verfahrens liegt in dem Kettensatze. — Es sei z. B. ein Kapital von fl. 5000 zu 5 % angelegt; wie viel wird dieses Kapital, Zins von Zins gerechnet, nach 4 Jahren werth sein? — Man hat zur Auflösung folgende Kette:

x fl. am Ende des 4. Jahres	5000 fl. Kapital
100	105 fl. am Ende des 1. Jahres
100	105 " " " " 2. "
100	105 " " " " 3. "
100	105 " " " " 4. "

Wenn man beiderseits viermal durch 100 dividirt, so bleibt auf der Dividendseite

$$5000 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05.$$

Man muß also zu 100 das Perzent 5 addiren, und diese Summe durch 100 dividiren; der Quotient 1,05 wird 4mal d. i. so oft, als Jahre da sind, als Faktor gesetzt, und dieses Produkt noch mit dem anfänglichen Betrage 5000 multiplizirt.

Man bedient sich bei dieser Rechnung der abgekürzten Multiplikazion, und entwickelt in dem Produkte aus den gleichen Faktoren zwei Dezimalen mehr, als der gegebene Geldbetrag Ziffern enthält; das letzte Produkt, wo man mit dem gegebenen Geldbetrage multiplizirt, wird in 3 Dezimalen bestimmt.

Beispiele.

1. Jemand legt ein Kapital von fl. 3485 zu 4 % Zins auf Zins an; wie groß wird dieses Kapital nach 3 Jahren?

1,04 × 1,04
416

1,0816 × 1,04
43264

1,124864 × 3485
5,8,4,3

3374592
449946
89989
5624

3920,151 = fl. 3920 „ 9.

Die letzte Multiplikazion mit 3485 wurde in 3 Dezimalen ausgeführt.

2. Ein Kaufmann hat einen Handelsfond von fl. 22800; wenn er nun durch 4 Jahre jährlich $7\frac{1}{2}$ % beim Geschäfte gewinnt, wie groß wird sein Vermögen am Ende des 4. Jahres?

Hier wird man in 7 Dezimalen rechnen, das letzte Produkt aber nur in 3 Dezimalen entwickeln.

1,075 × 1,075 × 1,075
1075

5375
7525
1075

1,155625$_0$ × 1,075
5,7,0,1

1155625 0
808938
57781

Fürtrag 1,2422969 × 1,075

Uebertrag 1,2422969 × 1,075
5‚7‚0‚1

1 2422969
869608
62115

1,3354692 × 22800
00 8‚2‚2

26709384
2670938
1068375

30448,697 = fl. 30448 „ 41.

3. Jemand legt im Anfange eines jeden Jahres fl. 2000 zu 5 % Zins auf Zins an; am Ende des 3. Jahres fordert er sämmtliche Kapitalien sammt Zinsen von Kapital und Interesse ein; wie groß wird dieser ganze Belauf?

1,05 × 1,05
525

1,1025 × 1,05
55125

1,157625

1,157625 × 2000

2315,250 = fl. 2315 „ 15

1,1025 × 2000

2250,0

1,05 × 2000

2100

2000 fl. im Anf. des 1. Jahres geben fl. 2315„15 am Ende des 3. Jahres
2000 » » » 2. » » 2205„— » » » » »
2000 » » » 3. » » 2100„— » » » » »

ganzer Belauf fl. 6620„15.

§. 110.

Um den Werth eines Geldbetrages vor einer bestimmten Anzahl von Jahren mit Rücksicht auf Zin=

seszinsen zu finden, addire man zu 100 das Perzent, und dividire diese Summe durch 100; den Quotienten setze man so oft als Faktor, als Jahre da sind; dieses Produkt ist der Divisor, der gegebene Geldbetrag aber der Dividend; der Quotient beider ist dann der gesuchte Werth.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens läßt sich aus der Anwendung des Kettensatzes ersehen. — Z. B. Welchen gegenwärtigen Werth haben 6000 fl. nach 3 Jahren zahlbar, den Zins auf Zins à 4% gerechnet? — Man hat folgenden Ansatz:

x fl. gegenwärtigen Werth	6000 fl. am Ende des 3. Jahr.
104	100 " " " " 2. "
104	100 " " " " 1. "
104	100 fl. gegenwärtigen Werth

Wenn man beiderseits dreimal durch 100 dividirt, so erhält man

$$1{,}04 \times 1{,}04 \times 1{,}04 \mid 6000$$

Man muß also den Quotienten, welcher herauskommt, wenn man zu 100 das Perzent addirt, und diese Summe durch 100 dividirt, 3mal d. i. so oftmal, als Jahre angegeben sind, als Faktor setzen; dieses Produkt dann als Divisor, und den gegebenen Geldbetrag als Dividend annehmen.

Beispiele.

1. Was sind fl. 4000 nach 3 Jahren zahlbar bei 5 % Zinseszinsen gegenwärtig werth?

1,05 × 1,05	1,,1.5.7.6.2.5 | 4000 000 | 3455,331
525	527125
1,1025 × 1,05	64075
55125	6194
1,157625	406
	59
	1

gegenwärtiger Werth fl. 3455 „ 21.

Hier wird abgekürzt dividirt. Da die höchste Ziffer im Quotienten Tausende bedeutet, also 4 ganze Ziffern vorkommen, so muß man den Quotienten, um 3 Dezimalen zu erhalten, in 7 Ziffern entwickeln.

2. Jemand hat die Obliegenheit durch 4 Jahre am Schlusse jedes Jahres fl. 500 zu bezahlen; wie viel muß er bei 4 % Zinseszinsen sogleich zahlen, um sich dieser ganzen Verpflichtung zu entledigen?

$$\begin{array}{l}
1{,}04 \times 1{,}04 \\
\underline{\quad 416} \\
1{,}0816 \times 1{,}04 \\
\underline{\quad 4326} \\
1{,}12486 \times 1{,}04 \\
\underline{\quad 4499} \\
1{,}16985
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
500 : 1{,}04 = 480{,}769 \\
500 : 1{,}0816 = 462{,}278 \\
500 : 1{,}12486 = 444{,}517 \\
500 : 1{,}16985 = 427{,}402
\end{array}$$

500 fl. am Ende des 1. Jahr. geben	fl.	480„46	gegenwärtig
500 „ „ „ „ 2. „ „	„	462„17	„
500 „ „ „ „ 3. „ „	„	444„31	„
500 „ „ „ „ 4. „ „	„	427„24	„
zusammen	fl.	1814„58.	

3. Zu einem Landgute finden sich drei Käufer: A will fl. 18000 sogleich bar bezahlen; B bietet fl. 20000, aber so, daß er nur fl. 10000 sogleich bar, die andere Hälfte aber nach 5 Jahren erlegen will; C bietet auch fl. 20000, und zwar fl. 5000 sogleich, fl. 8000 nach 3 Jahren, und den Rest nach 4 Jahren zahlbar; welcher von den drei Kauflustigen hat wohl den besten Anbot gemacht, wenn die Zinseszinsen zu 5 % gerechnet werden?

Hier wird man den gegenwärtigen Werth aller Anbote bestimmen.

A bietet bar . . . . fl. 18000 sogleich,
B bietet bar . . . . fl. 10000 sogleich
und fl. 1000 nach 5 Jahren, oder fl. 7835„16 „

zusammen fl. 17835„16 sogl.

C bietet bar . . . . fl. 5000 sogleich
fl. 8000 nach 3 Jahren, oder 6910„42 „
fl. 7000 nach 4 Jahren, oder 5758„55 „

zusammen fl. 17669„37 sogleich.

A hat also den vortheilhaftesten Anbot gemacht.

Man hätte auch alle Beträge auf das Ende des 5. Jahres reduziren, und dann mit einander vergleichen können.

Zweites Hauptstück.

Berechnung der im Handel vorkommenden Abzüge und auf den Geldbetrag sich beziehenden Nebenkosten.

1. Tara und Gutgewicht.

§. 111.

Das Gewicht einer Ware, welches man findet, wenn man sie sammt dem Behältnisse abwiegt, worin sie eingepackt ist, heißt das Brutto- oder Sporco-Gewicht. — Das Gewicht, welches nach allen Abzügen übrig bleibt, nach welchem dann die Ware berechnet und bezahlt wird, heißt das Netto-Gewicht.

Die vorzüglichsten Abzüge am Gewichte sind die Tara und das Gutgewicht.

§. 112.

Die Tara ist der Abzug am Brutto-Gewichte, welcher wegen des Gewichtes des Behältnisses bewilliget wird, worin die Ware eingepackt ist.

Sie kann auf dreierlei Art angegeben werden. Entweder sagt man, wie viel das Behältniß der Ware für sich allein wiegt; dieses ist die wirkliche Tara (Tara reale); z. B. eine Kiste Zucker wiegt 550 ℔, die Kiste für sich ist 35 ℔ schwer, so wiegt der Zucker allein 515 ℔; hier ist 550 ℔ das Brutto-Gewicht, 35 ℔ die Tara reale, und 515 ℔ das Netto-Gewicht. — Oder man gibt an, wie viele

Pfund im Durchschnitte bei einem Frachtstücke als Tara abzuziehen sind, z. B. 2 ℔ pr. Sack. — Häufig wird die Tara auch in Perzenten angegeben, indem man bestimmt, wie viele Pfund von 100 Pfund als Tara abgezogen werden müssen; z. B. die Tara ist 5 %, heißt, von je 100 ℔ Brutto muß man 5 ℔ als Tara abziehen, oder 100 ℔ Brutto geben 95 ℔ Netto, wenn nämlich außer der Tara kein anderer Gewichtsabzug vorkommt.

Wenn die Tara im Durchschnitte angegeben ist, so darf man, um die ganze Tara zu berechnen, nur die Durchschnitts-Tara mit der Anzahl der Frachtstücke zu multiplizieren. — Ist die Tara in Perzenten angegeben, so findet man die ganze Tara, wenn man das Brutto-Gewicht mit den Tara % multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt. Die Dezimalen der Pfunde werden, außer bei sehr theuern Waren, weggelassen; nur wird, wenn 5 oder mehr als 5 Zehntel vorkommen, die Anzahl der Pfunde um 1 vermehrt.

§. 113.

Das Gutgewicht (Sopratara) ist der Abzug am Gewichte, den der Großhändler beim Verkaufe gewisser Waren an den Kleinhändler wegen Einwägen und Verstreuen beim Kleinverkaufe bewilliget.

Das Gutgewicht wird meistens in Perzenten, manchmal auch im Durchschnitte für ein Frachtstück angegeben.

Die Berechnung des ganzen Gutgewichtes geschieht so wie die Ausrechnung der ganzen Tara.

§. 114.

Kommt bloß Tara oder bloß Gutgewicht vor, so wird die ganze Tara, oder das ganze Gutgewicht vom Brutto abgezogen, der Rest ist das Netto-Gewicht.

Wenn Tara und Gutgewicht zusammen vorkommen, und nicht in % angegeben sind, so wird die ganze Tara und das ganze Gutgewicht zusammenaddirt, und die Summe vom Brutto abgezogen; was übrig bleibt, ist Netto.

Wenn aber Tara und Gutgewicht zusammen vorkommen, und es ist das Gutgewicht in % angegeben, so wird meistens zuerst die ganze Tara vom Brutto abgezogen, und erst von dem erhaltenen Reste das Gutgewicht berechnet und abgezogen; dieser letzte Rest bedeutet dann das Netto-Gewicht.

Wenn Tara und Gutgewicht in % gegeben sind, so kann man sich mit Vortheil auch des Kettensatzes bedienen.

§. 115.

Beispiele.

1. Eine Ware wiegt 215 ℔ Sporco, die Tara beträgt 28 ℔; wie groß ist das Netto-Gewicht?

Sporco	215	℔
ab Tara	28	„
Netto	187	℔.

2. Von 4 Ballen Pfeffer ist das Brutto 532 ℔, die Tara 4 ℔ pr. Ballen; wie viel beträgt das Netto-Gewicht und der Werth à fl. 18 pr. Ztr.?

4 Ballen Pfeffer Brutto	532	℔
ab Tara à 4 ℔ pr. Ball.	16	„
Netto	516	℔ à 18 fl. pr. Ztr.
	4128	
	92,88 = fl. 92„53.	

Weil hier der Preis pr. Ztr. gegeben ist, so betrachtet man die 516 ℔ einstweilen als Ztr., berechnet den Werth dafür à 18 fl., dividirt aber dann den erhaltenen Betrag durch 100, indem man 2 Dezimalen abschneidet.

3. Es ist das Netto-Gewicht und der Werth von 4 Kisten Dalmatiner Feigen im Gewichte von 511 ℔ Brutto, wenn die Tara zu 10 %, und der Zentner Netto zu fl. 6 gerechnet wird, zu bestimmen.

511 ℔ à 10 %   Brutto 511 ℔
51,10   ab Tara à 10 % 51 „
also 51 ℔ Tara.   Netto 460 ℔ à fl. 6 pr. Ztr.
27,60 = fl. 27„36.

oder

x fl.	511 ℔ Brutto
100	90 ℔ Netto
100	6 fl., woraus x = 27,594 = fl. 27„36.

4. Bei einer Parthie Jamaikaholz, gewogen Brutto 18112 ℔, wird 2 % Gutgewicht bedungen; wie viel bleibt Netto?

18112 ℔ à 2 %   Brutto 18112 ℔
362,24   ab Gutgew. à 2 % 362 „
also 362 ℔ Gutgewicht   Netto 17750 ℔

5. Eine Parthie von 240 Stück Brasilienholz wiegt 8460 ℔, das Gutgewicht ist 2 ℔ pr. Stück; wie groß ist das Netto-Gewicht, und wie viel beträgt der Werth à fl. 2„20 pr. Ztr.?

240 Stück Brasilienholz Brutto 8460 ℔
ab Gutgewicht zu 2 ℔ pr. Stück 480 „
Netto 7980 ℔ à fl. 2„20 pr. Z.
159 60
26 60 20
186,20 = fl. 186„12

6. 7 Säcke Roßhaar wiegen Brutto 4184 ℔, die Tara ist 6 ℔ pr. Sack; wie viel ist Netto-Gewicht?

Tara 6 ℔ pr. Sack . . 42 ℔ Brutto 4184 ℔
Gutgew. 2 ℔ „ 14 „ Tara u. Gutgew. 56 „
56 ℔ Netto 4128

7. Ein Triester kauft in Smirna Wachs à fl. 103 pr. Ztr. Netto; wie viel beträgt eine Parthie von 5123 ℔ Brutto, wenn die Tara 602 ℔, und das Gutgewicht 2 % ist?

Brutto	5123 ℔	4521 ℔ à 2 %
ab Tara	602 „	90,42
	4521 ℔	also 90 ℔ Gutgew.
ab Gutgew. à 2 %	90 „	
Netto	4431 ℔ à 103 fl. pr. Ztr.	
	132 93	
	4563,93 = fl. 4563„56.	

8. Von 15 Ballen Flachs, gewogen Brutto 7451 ℔, die Tara zu 2 % und das Gutgewicht zu 1 % gerechnet, ist das Netto-Gewicht und der Werth à fl. 26„36 pr. Ztr. zu bestimmen.

		74 51 ℔ à 2 %
Brutto	74 51 ℔	149,02 ℔ Tara
ab Tara à 2 %	1 49 „	7302 ℔ à 1 %
	73 02 ℔	
ab Gutgew. à 1 %	73 „	73 ℔ Gutgewicht.
Netto	72 29 ℔ à fl. 26„36 pr. Ztr.	
	433 74	
	1445 8	
	36 14,5 30	
	7 22,9 6	
	1922,91 4 = fl. 1922„55	

oder mittelst des Kettensatzes

x fl.	7451 ℔ Brutto
100	98 ℔ ohne Tara
100	99 ℔ Netto
100	$26\frac{3}{8}$ fl.; also x = 1922,903 = fl. 1922„55.

2. Sconto.

§. 116.

Der Abzug an der Bezahlung, welcher demjenigen bewilliget wird, welcher früher bezahlt, als eigentlich bedungen war, heißt Sconto.

Der Sconto wird allezeit in Perzenten angegeben. Diese Perzente beziehen sich entweder auf die Zeit selbst, um welche die Bezahlung früher erfolgt; oder aber beziehen sie sich auf 1 Jahr (per anno) oder 1 Monat (per mese); im zweiten Falle muß man zuerst das Perzent für die gegebene Zeit berechnen.

Der Sconto von einer bestimmten Summe wird gefunden, wenn man diese Summe mit den % multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt.

Wenn man den Sconto von der gegebenen Summe abzieht, so zeigt der Rest die kontante Bezahlung an.

Bei Sconto-Berechnungen kann sehr vortheilhaft auch der Kettensatz angewendet werden.

Beispiele.

1. Wie viel beträgt der Sconto zu 2 % von fl. 2415, und wie groß ist die kontante Zahlung?

24 15 à 2 %

48,30 = fl. 48„18

Gesammte Zahlung	fl.	2415„—
ab Sconto à 2 %	„	48„18
kontante Zahlung	fl.	2366„42

2. Eine Ware wird auf 4 Monate Zeit um fl. 865„12 verkauft; wie hoch beläuft sich die kontante Zahlung, wenn der Sconto zu 6 % per anno bewilliget wird?

Sconto für 4 Monate 2 %

8 65 × 2
17,30 = fl. 17„18

Warenbetrag fl. 865„12
ab Sconto für 4 Mon. „ 17„18
kontante Zahlung fl. 847„54

3. Eine Parthie Zimmt kostet fl. 685„10 auf 5 Monate Zeit, der Sconto beträgt $^1/_2$ % per mese; wie viel wird man kontant zahlen?

Sconto für 5 Monate $2^1/_2$ %

6 85 × $2^1/_2$
13 70
2 42,5
17,125 = fl. 17„8

Warenbetrag fl. 685„10
ab Sconto für 5 Mon. „ 17„ 8
kontante Zahlung fl. 668„ 2

4. Jemand kauft in Triest 5 Fässer Potasche, gewogen Brutto 5218 ℔ mit 10 % Tara; wie viel wird er kontant dafür zahlen, wenn der Zentner zu fl. 14 mit $2^1/_2$ % Sconto gerechnet wird?

Brutto 521 8 ℔
ab Tara à 10 % 522 „
Netto 469 6 ℔ à fl. 14 pr. Ztr.
187 84
657,44 = fl. 657„26
ab Sconto à $2^1/_2$ % „ 16„25
kont. Zahlung fl. 641„ 1

6 57 × $2^1/_2$
13 14
3 28,5
fl. 16,42 5 Sc.

oder

$$\begin{array}{r|l} x \text{ fl. kont.} & 5218 \text{ ℔ Brutto} \\ 100 & 90 \text{ ℔ Netto} \\ 100 & 14 \text{ fl. auf Zeit} \\ 100 & 97\tfrac{1}{2} \text{ kontant} \end{array}$$

$x = 641{,}03 = \text{fl. } 641,,1.$

3. Assekuranz.

§. 117.

Gesellschaften, welche gegen eine voraus zu bezahlende Gebühr die gänzliche Vergütung des Schadens übernehmen, den eine Ware zur See oder bei andern Gelegenheiten erleiden kann, nennt man Assekuranz-Kompagnien; die Gebühr aber, welche für die Uebernahme der Gefahr voraus bezahlt wird, heißt Assekuranz-Prämie.

Die Prämie wird immer nach Perzenten berechnet, indem man nämlich die versicherte Summe mit der Prämie % multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt.

Beispiele.

1. Wie hoch ist die Assekuranz-Prämie von fl. 15280 von Triest nach Alessandria à $1\frac{3}{8}$ %?

$$\begin{array}{rl} \text{fl. } 152\,80 & \text{à } 1\tfrac{3}{8}\ \% \\ 38\,20 & \ldots \tfrac{1}{4} \\ 19\,10 & \ldots \tfrac{1}{8} \\ \hline 210{,}10 & = \text{fl. } 210,,6. \end{array}$$

2. Jemand versichert in Triest auf Waren im Betrage von fl. 16360 von Smirna nach Triest à $1\frac{1}{2}$ %; wie viel beträgt die Prämie?

$$\begin{array}{rl} \text{fl. } 163\,60 & \text{à } 1\tfrac{1}{2}\ \% \\ 81\,80 & \\ \hline 245{,}40 & = \text{fl. } 245,,24. \end{array}$$

4. Sensarie.

§. 118.

Die Sensarie oder Mäcklergebühr (Courtage) ist die Vergütung der Mühe, welche der Unterhändler hat, wenn er zwischen Kaufleuten desselben Ortes einen Kauf abschließt. Derlei Unterhändler heißen Sensale oder Mäckler.

Bei Waren wird die Sensarie nach Perzenten angegeben, und zwar gewöhnlich vom Verkäufer und vom Käufer gezahlt; bei Wechseln und Staatspapieren bestimmt man die Sensarie meistens nach Permille.

Die Sensarie wird berechnet, wenn man den durch den Sensal unterhandelten Belauf mit den Perzenten oder Permille multiplizirt, und das Produkt durch 100 oder 1000 dividirt, je nachdem die Sensarie in % oder ‰ gegeben ist.

Beispiele.

1. Wie groß ist die Sensarie bei einem Warenbetrage von fl. 5280 à $\frac{1}{2}$ %?

$$\frac{52|80 \text{ à } \frac{1}{2} \%}{26{,}40 = \text{fl. } 26\,,,\,24.}$$

2. Wie groß ist die Sensarie von gekauften Wechseln im Belaufe von fl. 8500 à 1 ‰?

$$8{,}500 = \text{fl. } 8\,,,\,30.$$

3. Wie viel beträgt die Sensarie von einem Warengeschäfte von fl. 4580 zu $\frac{1}{2}$ %; wie viel bekommt der Verkäufer, und wie viel muß der Käufer zahlen?

$$\frac{45|80 \text{ à } \frac{1}{2} \%}{22{,}90 = \text{fl. } 22\,,,\,54 \text{ Sensarie.}}$$

Der Verkäufer hat vom Käufer zu erhalten	fl.	4580 „ —
ab die Sensarie à $\frac{1}{2}$ %	„	22 „ 54
Der Verkäufer bekommt also	fl.	4557 „ 6.
Der Käufer hat dem Verkäufer zu zahlen	fl.	4580 „ —
dazu die Sensarie à $\frac{1}{2}$ %	„	22 „ 54
der Käufer muß also zahlen	fl.	4602 „ 54.

5. Provision und Del credere.

§. 119.

Die Provision oder Kommission ist die Vergütung für die Mühe, welche ein Kaufmann hat, wenn er ein Geschäft für Rechnung eines Andern besorgt, d. i. für einen Andern Waren oder andere Gegenstände einkauft oder verkauft. Derjenige, welcher ein Geschäft für einen Andern besorgt, heißt der Kommissionär; derjenige aber, welcher dem Kommissionär die Ausführung des Geschäftes aufträgt, der Kommittent.

Die Provision wird nach Perzenten berechnet, indem man die Summe, worauf sie sich bezieht, mit den % multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt.

Beim Einkaufe wird die Provision von dem Werthe des gekauften Gegenstandes, nachdem schon die dabei vorkommenden Auslagen dazu addirt wurden, berechnet. Die Provision wird dann zu jenem ganzen Betrage addirt.

Beim Verkaufe wird die Provision von dem Werthe des verkauften Gegenstandes, ehe noch die dabei vorfallenden Spesen abgezogen wurden, berechnet. Wenn beim Verkaufe der Kommissionär dem Kommittenten für den Käufer gut steht, so daß, wenn der

Käufer zur festgesetzten Zeit nicht zahlen würde, der Kommissionär statt seiner bezahlen müßte; so erhält der Kommissionär für diese Gefahr noch eine besondere Gebühr, welche Del credere heißt, und so wie die Provision nach Perzenten berechnet wird. Die Provision und das Del credere werden von dem übrigen Betrage abgezogen; was übrigbleibt, ist der reine Ertrag (netto ricavo) des verkauften Gegenstandes.

Die Provision für Besorgung einer Versicherung wird von der versicherten Summe berechnet.

Beispiele.

1. Wie viel beträgt die Provision von fl. 5460 zu $1\frac{1}{2}$ %?

5460 à $1\frac{1}{2}$ %
2730
81,90 = fl. 81„54.

2. Jemand besorgt den Einkauf von 1245 ℔ Kaffeh à fl 30 pr. Ztr., die Spesen betragen fl. 3„35, Provision 2 %; wie viel wird der Belauf sein?

1245 ℔ à fl. 30 pr. Ztr.
373,50 = fl. 373„30
Spesen 3„35
fl. 377„ 5
Provision à 2 % 7„32
der ganze Belauf fl. 384„37

377 × 2
7,54 = fl. 7„32

3. Wie viel beträgt die Provision à $\frac{1}{2}$ %, und wie groß ist der reine Ertrag eines verkauften Wechsels von fl. 1785„12?

$1785 \times \frac{1}{5}$	Wechselsumme fl. 1785„12
8,925 = fl. 8„56	ab Provision à $\frac{1}{2}$ % 8„56
	netto ricavo fl. 1776„16.

4. Wie viel betragen die Assekuranzspesen auf versicherte fl. 8568 für Waren von Odessa nach Triest, wenn die Prämie zu $2\frac{1}{8}$ %, die Sensarie zu $\frac{1}{4}$ % und die Provision à $\frac{1}{2}$ % gerechnet wird?

$8568 \times 2\frac{1}{8}$	Versicherungs-Prämie à $2\frac{1}{8}$ % für versicherte fl. 8568 fl. 182„ 4
17136	Sensarie à $\frac{1}{4}$ % . . . 21„25
1071	Provision à $\frac{1}{2}$ % . . 42„50
182,07 = fl. 182„4	Assekuranzkosten fl. 246„19.
$8568 \times \frac{1}{4}$	
21,42 = fl. 21„25	

5. Ein Kaufmann in Wien verkauft für einen Triester Kaufmann 6 Fässer Tafelöhl, gewogen Brutto 5485 ℔, Tara 16 %, zu fl. 30 pr. Ztr. auf 4 Monate Zeit; wie viel ist der reine Ertrag davon, wenn die Sensarie $\frac{1}{2}$ %, die Provision $1\frac{1}{2}$ % und das Del credere 3 % beträgt?

6 Fässer Tafelöhl Brutto 5485 ℔
Tara à 16 % 878 „

5485×16	Netto 4607 ℔ à fl. 30 pr. Ztr.
32910	1382,10 = fl. 1382„6
877,60 ℔ Tara	
1382 à $\frac{1}{2}$ %	ab Sens. à $\frac{1}{2}$ % fl. 6„55
6,91 = fl. 6„55	Prov. à $1\frac{1}{2}$ % „ 20„45
	Del credere à 3 % „ 41„30 . 69„10
	reiner Ertrag fl. 1312„56.

Drittes Hauptstück.

Die Theilrechnung.

1. Die Durchschnitts- und Terminrechnung.

§. 120.

Die Durchschnittsrechnung wird angewendet, wenn ein Ganzes, welches aus ungleichen Theilen zusammengesetzt ist, in gleiche Theile getheilt werden soll.

Sie zerfällt in die einfache und zusammengesetzte.

Die einfache Durchschnittsrechnung findet Statt, wenn die Theile, aus welchen das Ganze zusammengesetzt ist, nur unter einer Beziehung ungleich sind, in den übrigen Umständen aber übereinstimmen. Wenn aber die einzelnen Bestandtheile des Ganzen in mehrfacher Beziehung verschieden sind, so wird die zusammengesetzte Durchschnittsrechnung angewendet.

§. 121.

Bei der einfachen Durchschnittsrechnung verfährt man nach folgender Regel:

Man addire die gegebenen Zahlen, und dividire die Summe durch die Anzahl derselben.

Beispiele.

1. Jemand mischt dreierlei Weine, von dem ersten Weine die Maß à 28 Kr., von dem zweiten à 20 Kr., und von dem dritten à 18 Kr.; wenn er nun

von jeder Gattung gleich viel nimmt, wie hoch kommt eine Maß der Mischung zu stehen?

Hier sind die Bestandtheile der Mischung nur in Hinsicht des Preises ungleich, in der Menge stimmen sie überein, daher gehört das Beispiel zur einfachen Durchschnittsrechnung.

1 Maß	des	1.	Weines	kostet	28 Kr.
1 Maß	„	2.	„	„	20 „
1 Maß	„	3.	„	„	18 „

3 Maß der Mischung kosten also 66 Kr.
: 3
daher 1 Maß 22 Kr.

2. Ein Silberarbeiter setzt feines (16löthiges) Silber, 11löthiges Silber und Kupfer (0löthiges Silber) zu gleichen Theilen zusammen; wie viel Loth Silber kommen auf eine Mark dieser Mischung?

In 1 Mark feinen Silbers	sind	16	Lth.	Silber
„ 1 Mark 11löth. „	„	11	„	„
„ 1 Mark Kupfer „	„	0	„	„

In 3 Mark der Mischung sind also 27 Lth. Silber,

daher in 1 Mark 9 Lth. Silber.

Die Mischung ist also 9löthig.

3. Ein Gut gibt in 5 aufeinander folgenden Jahren nachstehenden reinen Ertrag:

im ersten	Jahre	fl.	2565 „ 24
„ zweiten	„	„	2844 „ 44
„ dritten	„	„	2085 „ —
„ vierten	„	„	2633 „ 17
„ fünften	„	„	2408 „ 15

wie viel ist der reine jährliche Ertrag im Durchschnitte? 12536 „ 40 : 5
fl. 2507 „ 20.

§. 122.

Bei der zusammengesetzten Durchschnitts-rechnung beobachte man Folgendes:

1. Man schreibe die einzelnen Bestandtheile unter einander, und die Zahlen, welche zu jedem Bestand-theile gehören, neben einander.

2. Man bestimmt den Betrag eines jeden Be-standtheils durch Multiplikazion der neben einander stehenden Zahlen.

3. Man addire sowohl die Zahlen, welche die Menge der einzelnen Bestandtheile ausdrücken, als die erhaltenen Beträge und dividire die zweite Summe durch die erste; der Quotient ist der gesuchte Werth eines Theils.

Beispiele.

1. Ein Weinwirth mischt 4 Eimer Wein à fl. 12, 3 Eimer à fl. 14, und 5 Eimer à fl. 15; wie viel wird ein Eimer des so gemischten Weines werth sein?

Hier sind die Bestandtheile sowohl hinsichtlich ihrer Menge als ihres Preises ungleich; es wird daher die zusammengesetzte Durchschnittsrechnung angewendet.

4 Eimer à fl. 12 = fl. 48
3 Eimer à fl. 14 = „ 42
5 Eimer à fl. 15 = „ 75

also kosten 12 Eim. der Mischung fl. 165
: 12
daher 1 Eimer „ „ fl. 13„45.

2. Jemand schmilzt 4 Mark 15löthiges, 2 Mark 12löthiges und 3 Mark 10löthiges Silber; wie viel löthig ist die Mischung?

4 Mark	15löthiges	Silber enthalten	60 Lth.	Silber
2 "	12 "	" "	24 "	"
3 "	10 "	" "	30 "	"
9 Mark	der Mischung	enthalten also	114 Lth.	
			: 9	
	also 1 Mark	. . . .	$12^2/_3$ Lth.	

1 Mark der Mischung enthält demnach $12^2/_3$ Lth. feines Silber, oder die Mischung ist $12^2/_3$löthig.

3. Ein Kaufmann mischt dreierlei Kaffeh, 8 ℔ à 36 Kr., 9 ℔ à 32 Kr.. und 7 ℔ à 24 Kr.; was kostet 1 ℔ des so gemischten Kaffeh?

8 ℔	à 36 Kr.	=	288 Kr.	
9 "	à 32 "	=	288 "	
7 "	à 24 "	=	168 "	
24 ℔	Mischung kosten		744 Kr.,	
			: 24	
also 1 ℔	" kostet		31 Kr.	

§. 123.

Wenn mehrere in verschiedenen Terminen oder Zeitfristen zahlbare Beträge auf einmal bezahlt werden, und man will die Zeit wissen, nach welcher diese Gesammtzahlung zu geschehen hat, damit daraus weder dem Gläubiger noch dem Schuldner ein Nachtheil erwachse; so wendet man die Terminrechnung an.

Man verfährt dabei nach denselben Regeln, wie bei der Durchschnittsrechnung.

Sind nämlich die einzelnen Terminzahlungen gleich, so braucht man nur die Zeiten, wann sie geleistet werden sollen, zu addiren, und die Summe durch die Anzahl derselben zu dividiren.

Sind aber die Terminzahlungen verschieden, so hat man eine zusammengesetzte Terminrechnung.

Dabei wird jede Terminzahlung mit der zugehörigen Zeit multiplizirt; dann addirt man sowohl die Terminzahlungen als die erhaltenen Produkte, und dividirt die zweite Summe durch die erste.

Der Quotient, welcher zuletzt herauskommt, zeigt die Zeit an, wann die gesammte Zahlung zu erfolgen hat.

Beispiele.

1. Jemand hat fl. 6000 in drei gleich großen Raten zu zahlen, und zwar fl. 2000 nach 1 Monate, fl. 2000 nach 4 Monaten, und fl. 2000 nach 10 Monaten; wann wird die Zahlung erfolgen, wenn er die ganze Summe von fl. 6000 auf einmal abtragen will?

fl. 2000	nach	1	Mon.
„ 2000	„	4	„
„ 2000	„	10	„
	3	15	5 Mon.

Die Zahlung wird also nach 5 Monaten zu leisten sein.

2. Eine Summe von fl. 10000 ist in vier Terminen zu bezahlen, und zwar: fl. 3000 nach 4 Monaten, fl. 2500 nach 6 Monaten, fl. 2000 nach 8 Monaten, und der Rest nach 1 Jahre; wenn nun die ganze Summe auf einmal erlegt wird, wann soll dieses geschehen?

	fl. 3000	nach	4	Mon.	=	12000
	„ 2500	„	6	„	=	15000
	„ 2000	„	8	„	=	16000
Rest	„ 2500	„	12	„	=	30000
	1,0000					7,3000 = 7 Mon. 9 Tag.

Die Gesammtzahlung wird demnach in 7 Monaten 9 Tagen zu erfolgen haben.

2. Die Gesellschaftsrechnung.

§. 124.

Die Gesellschaftsrechnung wird angewendet, wenn eine Zahl in mehrere Theile getheilt werden soll, welche unter einander ein bestimmtes Verhältniß haben. Die Zahlen, durch welche dieses Verhältniß ausgedrückt wird, heißen Verhältnißzahlen.

Z. B. Drei Kaufleute treten in Handlungsgesellschaft; A legt fl. 4000, B fl. 6000, C fl. 10000 zur Handlung; sie gewinnen zusammen fl. 3000; wie viel gebührt einem jeden von dem Gewinne? — Hier muß der Gewinn verhältnißmäßig nach den Einlagen getheilt werden; dieß ist also eine Gesellschaftsrechnung, in welcher die Einlagen 4000, 6000, 10000 die Verhältnißzahlen sind.

Die Gesellschaftsrechnung kommt vor bei Kompagniehandlungen, Bankerotten, Erbschaften, Schiffsantheilen, Steuervertheilungen, Vermischungen, und verschiedenen Privatgeschäften.

Man unterscheidet die einfache und die zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung.

Die einfache Gesellschaftsrechnung wird in solchen Aufgaben angewendet, wo bloß eine Reihe von Verhältnißzahlen angegeben wird; kommen aber in einer Aufgabe mehrere Reihen von Verhältnißzahlen vor, so findet die zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung Statt.

§. 125.

Bei der einfachen Gesellschaftsrechnung sind folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe die Verhältnißzahlen in einer Reihe unter einander; sind sie Brüche, so werden sie

auf einerlei Nenner gebracht, die Zähler bilden dann die Verhältnißzahlen.

2. Wenn alle Verhältnißzahlen durch dieselbe Zahl theilbar sind, so werden sie dadurch abgekürzt.

3. Wenn sich die Verhältnißzahlen nicht mehr abkürzen lassen, so werden sie addirt.

4. Die Summe der Verhältnißzahlen wird als Divisor, und die zu vertheilende Zahl als Dividend angenommen; den daraus erhaltenen Quotienten multiplizirt man nach und nach mit jeder Verhältnißzahl, so hat man die verlangten Theile.

Der Grund dieses Verfahrens läßt sich leicht einsehen. Daß erstlich durch das Weglassen des gemeinschaftlichen Nenners bei Brüchen das Verhältniß der Theile ungeändert bleibt, erhellet daraus, weil zwischen Brüchen, welche einerlei Nenner haben, dasselbe Verhältniß Statt findet, als zwischen ihren Zählern. Auch durch das Abkürzen aller Verhältnißzahlen durch einerlei Zahl wird das Verhältniß der Theile gar nicht geändert. Wenn man endlich die gegebene Zahl in so viele gleiche Theile theilt, als alle Verhältnißzahlen zusammen Einheiten enthalten, d. h. wenn man die zu vertheilende Zahl durch die Summe der Verhältnißzahlen dividirt; so zeigt der Quotient den Theil an, welcher einer Einheit entspricht; um dann den Theil, welcher irgend einer andern Verhältnißzahl entspricht, zu erhalten, braucht man nur den Theil für die Einheit d. i. den vorhin erhaltenen Quotienten mit dieser Verhältnißzahl zu multipliziren.

Beispiele.

1. Drei Personen treten zu einem Handlungsgeschäfte zusammen, und zwar gibt A fl. 2800, B fl. 3600, und C fl. 4000; sie gewinnen damit fl. 1300, wie viel soll nun jeder bekommen?

A fl. 28ØØ	7 ; 50 × 7	=	fl. 350	gewinnt	A
B „ 36ØØ	9 ; 50 × 9	=	„ 450	„	B
C „ 40ØØ	10 ; 50 × 10	=	„ 500	„	C
	26 | 1300 | 50		fl. 1300 ganz. Gew.		

Hier lassen sich alle Verhältnißzahlen zuerst durch 100 abkürzen, indem man 2 Nullen wegläßt, und dann noch durch 4; dadurch bleibt das Verhältniß der Theile ungeändert. Der ganze Gewinn von fl. 1300 ist nun so zu vertheilen, daß auf A 7, auf B 9, auf C 10, also auf alle zusammen 26 gleiche Theile kommen; dividirt man daher die zu vertheilende Zahl 1300 durch die Summe aller Verhältnißzahlen, nämlich durch 26, so zeigt der Quotient 50 einen solchen Theil an; da aber A 7, B 9, C 10 solche Theile bekommt, so muß man 50 noch mit den einzelnen Verhältnißzahlen multipliziren.

2. Zu feinem rothen Siegellak braucht man 4 Theile Terpentin, 1 Theil Kreide, 6 Theile Zinnober und 6 Theile Schellak; wie viel von jedem dieser Bestandtheile muß man zu 102 ℔ Siegellak nehmen?

Terpentin	4 ;	6 × 4 =	24 ℔	Terpentin
Kreide	1 ;	6 × 1 =	6 „	Kreide
Zinnober	6 ;	6 × 6 =	36 „	Zinnober
Schellak	6 ;	6 × 6 =	36 „	Schellak
	17 | 102 | 6		102 ℔	

3. Vier Personen nehmen ein Lotterieloos; dazu gibt A 30 Kr., B fl. 1, C fl. 1„30, D fl. 2; sie gewinnen damit fl. 8000; wie viel bekommt jede Person?

A	30'	1 ;	A	bekommt also	fl. 800
B	60'	2 ;	B	„	„ 1600
C	90'	3 ;	C	„	„ 2400
D	120'	4 ;	D	„	„ 3200
		10 | 8000 | 8000		zusammen	fl. 8000.

4. Jemand schuldet an A fl. 5000, an B fl. 6000, an C fl. 8000, an D fl. 9000; sein Vermögen beträgt aber nur fl. 22820, wie viel wird jeder Gläubiger nun wohl erhalten?

A	fl. 50·0·0·	;	815 × 5 =	fl. 4075	bekommt A
B	„ 60·0·0·	;	815 × 6 =	„ 4890	„ B
C	„ 80·0·0·	;	815 × 8 =	„ 6520	„ C
D	„ 90·0·0·	;	815 × 9 =	„ 7335	„ D

28 | 22820 | 815 fl. 22820 zusammen

42

140

5. Es sollen fl. 5610 nach dem Verhältnisse der Zahlen $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$, unter A, B, C, D vertheilt werden.

12

A	$^1/_2$	6	6	;	170 × 6 =	fl. 1020	erhält A
B	$^2/_3$	4	8	;	170 × 8 =	„ 1360	„ B
C	$^3/_4$	3	9	;	170 × 9 =	„ 1530	„ C
D	$^5/_6$	2	10	;	170 × 10 =	„ 1700	„ D

33 | 5610 | 170 fl. 5610 zusamm.

231

00

6. Drei Personen kaufen ein Schiff um fl. 24000.

Davon zahlt A fl. 12000, B fl. 8000, C den Rest; welchen Theil oder Part wird jeder am Schiffe haben?

Das ganze Schiff wird als Einheit angenommen.

A	fl. 120·0·0·	3	A hat also $^3/_6$ = $^1/_2$ Part
B	„ 80·0·0·	2	B „ „ $^2/_6$ = $^1/_3$ „
C	„ 40·0·0·	1	C „ „ . . . . $^1/_6$ „
		6	

7. An einem Schiffe hat A $^1/_3$, B $^3/_8$ und C $^7/_{24}$ Part; wenn nun dieses Schiff fl. 1845 Fracht verdient; wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

		24				
A	$^1/_3$	8	8	;	76,875×8 = fl. 615,000 = fl. 615 » —	erhält A
B	$^3/_8$	3	9	;	76,875×9 = » 691,875 = » 691 » 53	» B
C	$^7/_{24}$	1	7	;	76,875×7 = » 538,125 = » 538 » 7	» C

24 | 1845 | 76,875 fl. 1845 zusammen.
165
210
180
120

§. 126.

Bei der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung hat man Folgendes zu merken:

1. Man schreibe die Verhältnißzahlen, welche auf denselben Theil Bezug haben, in einer Reihe neben einander, und die einzelnen Reihen unter einander.

2. Man multiplizire die neben einander stehenden Verhältnißzahlen mit einander.

3. Die erhaltenen Produkte betrachte man als Verhältnißzahlen einer einfachen Gesellschaftsrechnung, nach welcher dann das Weitere gerechnet wird.

Beispiele.

1. Drei Kaufleute sind mit einander in Gesellschaft getreten, und haben zusammen fl. 4600 gewonnen. Wenn nun A fl. 2000 durch 8 Monate, B fl. 4000 durch 6 Monate, und C fl. 5000 durch 5 Monate in dem Gesellschaftsfonde liegen ließ; wie viel von dem Gewinne wird jeder von ihnen bekommen?

A	fl. 2000	durch	8 Mon.	=	160·0·0·	2
B	„ 4000	„	6 „	=	240·0·0·	3
C	„ 8000	„	5 „	=	400·0·0·	5
						10 | 4600 | 460

460 × 2 = fl. 920 gewinnt A
460 × 3 = „ 1380 „ B
460 × 5 = „ 2300 „ C

fl. 4600 ganzer Gewinn.

Hier werden je zwei neben einander stehende Verhältnißzahlen multiplizirt; denn es ist gleichviel, ob A fl. 2000 durch 8 Mon. oder fl. 16000 durch 1 Mon.
„ B „ 4000 „ 6 „ „ „ 24000 „ 1 „
„ C „ 8000 „ 5 „ „ „ 40000 „ 1 „
in dem Fonde liegen läßt. Da nun im zweiten Falle die Zeit bei allen gleich ist, nämlich ein Monat, so hängen die einzelnen Antheile am Gewinne bloß von den Einlagen, nämlich den Produkten 16000, 24000, 40000 ab, welche daher als Verhältnißzahlen einer einfachen Gesellschaftsrechnung betrachtet werden.

2. Vier Fleischer pachten eine Weide. A läßt 30 Stücke durch 4 Monate, B 40 Stücke durch 6 Monate, C 60 Stücke durch 3 Monate, D auch 60 Stücke aber durch 5 Monate darauf weiden. Sie zahlen einen Pachtzins von fl. 126; wie groß ist die Zahlung eines jeden?

A	30	Stücke	durch	4	Mon.	=	120·	2
B	40	„	„	6	„	=	240·	4
C	60	„	„	3	„	=	180·	3
D	60	„	„	5	„	=	300·	5
								14 | 126 | 9

9 × 2 = fl. 18 zahlt A
9 × 4 = „ 36 „ B
9 × 3 = „ 27 „ C
9 × 5 = „ 45 „ D

fl. 126 zusammen.

3. Drei Gemeinden erhalten für einen Brückenbau fl. 400 Lohn. Aus der Gemeinde A arbeiteten

22 Mann durch 10 Tage zu 9 Stunden, aus der Gemeinde B 18 Mann durch 9 Tage zu 10 Stunden, aus der Gemeinde C 15 Mann durch 5 Tage zu 12 Stunden täglich. Welchen Antheil an jenem Lohne wird wohl jede der drei Gemeinden haben?

A	22 Mann	durch	10 Tage	à	9 St.	=	1980·	99	11	
B	18 »	»	9 »	»	10 »	=	1620·	81	9	
C	15 »	»	5 »	»	12 »	=	900·	45	5	
									25	400 | 16
										150

16 × 11 = fl. 176 bekommt die Gemeinde A
16 × 9 = „ 144 „ „ „ B
16 × 5 = „ 80 „ „ „ C

fl. 400 zusammen.

3. Die Vermischungsrechnung.

§. 127.

Die Vermischungsrechnung wird angewendet, wenn man das Verhältniß finden will, in welchem gleichartige Dinge von verschiedenem Gehalte mit einander vermengt werden müssen, um eine bestimmte Mittelgattung zu erhalten.

Z. B. Ein Weinhändler wollte einen Wein zu fl. 10 pr. Eimer haben, er hat aber nur Weine zu fl. 8 und zu fl. 15; in welchem Verhältnisse müßte er diese beiden Gattungen mischen, damit ein Eimer der Mischung gerade den Preis von fl. 10 erhalte? — Dieß ist eine Vermischungsrechnung.

Die Gattung, welche man durch Mischung erhalten will, muß immer geringer sein als die beste, und besser als die geringste Sorte, die man zur Mischung nimmt.

§. 128.

Wenn nur zwei Gattungen unter einander gemischt werden sollen, um daraus eine bestimmte Mittelgattung zu erhalten, so beobachte man folgende Regeln:

1. Man schreibe die beiden zu vermischenden Gattungen unter einander, setze dazwischen einen Querstrich, und links desselben die Mittelgattung; rechts ziehe man einen aufrechten Strich.

2. Man bestimme den Unterschied zwischen der Mittelgattung und der geringern, und schreibe denselben rechts neben der bessern Gattung; dann bestimme man auch den Unterschied zwischen der Mittelgattung und der bessern, und setze ihn rechts neben der geringern. Diese Unterschiede sind die Verhältnißzahlen der Mischung für die nebenstehenden Gattungen; sie werden, wenn sie durch einerlei Zahl theilbar sind, noch dadurch abgekürzt.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens läßt sich leicht einsehen. Das, was der geringern Gattung bis zur Mittelgattung abgeht, muß die bessere durch ihren Ueberschuß ersetzen, je mehr sich also die geringere Gattung von der Mittelgattung unterscheidet, desto mehr von der bessern Gattung muß zur Mischung genommen werden; die Menge der bessern Gattung oder die Verhältnißzahl der Mischung für die bessere Gattung wird also durch den Unterschied zwischen der Mittelgattung und der geringern angezeigt. Umgekehrt das, was die bessere Gattung mehr werth ist als die Mittelgattung, muß durch Hinzusetzen der schlechtern ausgeglichen werden; man wird also um so mehr von der geringern Gattung in die Mischung aufnehmen, je mehr sich die bessere Gattung von der Mittelgattung unterscheidet; dieser Unterschied ist also die Verhältnißzahl der Mischung für die geringere Gattung.

Beispiele.

1. Ein Wirth braucht zum Ausschanke einen Wein zu 20 Kr. die Maß; er hat aber nur Weine, wovon die Maß 24 Kr., und 18 Kr. kostet; wie wird er diese beiden Gattungen mischen, um einen Wein zu dem gewünschten Preise zu erhalten?

$$20 \begin{array}{c|c|c} 24 & 2 & 1 \\ \hline 18 & 4 & 2 \end{array}$$

Der Unterschied zwischen der Mittelgattung 20 und der geringern 18 ist 2; er wird neben die bessere 24 hinzugesetzt; der Unterschied zwischen der Mittelgattung 20 und der bessern 24 ist 4, und wird neben die schlechtere 18 hingeschrieben. Die Verhältnißzahlen der Mischung sind also 2 und 4, oder abgekürzt 1 und 2, d. h. der Wirth muß von dem bessern Weine 1 Theil, von dem schlechtern aber 2 eben solche Theile zusammenmischen, oder er muß von dem Weine zu 18 Kr. doppelt so viel zur Mischung nehmen, als von dem bessern zu 24 Kr.

2. Ein Goldschmid hat 17 und 22karatiges Gold; in welchem Verhältnisse wird er diese beiden Gattungen zusammensetzen, damit das Gemisch 19karatig sei?

$$19 \begin{array}{c|c} 17 & 3 \\ \hline 22 & 2 \end{array}$$

Nimmt man also z. B. 3 Loth 17karatiges Gold, so muß man 2 Loth 22karatiges Gold dazu nehmen, damit die Mischung 19karatig sei.

3. Wie viel feines Silber und Kupfer (0löthiges Silber) braucht man zu einer Masse von 12 Mark 13löthigen Silbers?

$$13 \begin{array}{c|c} 16 & 13 \\ \hline 0 & 3 \end{array} \qquad 12 \text{ Mark} = 192 \text{ Loth}$$

$$\begin{array}{c|c|c} 16 & 192 & 12 \end{array}$$

12 × 13 = 156 Lth = 9 Mark 12 Lth. feines Silber
12 × 3 = 36 Lth. = 2 „ 4 „ Kupfer

12 „ — zusammen

Durch die Vermischungsrechnung wird hier gefunden, daß feines Silber und Kupfer in dem Verhältnisse 13 : 3 gemischt werden müssen; das Weitere geschieht nach der Gesellschaftsrechnung.

§. 129.

Manchmal will man auch mehr als zwei Gattungen zur Mischung verwenden, und zu diesem Ende das Mischungsverhältniß ausmitteln. Die Auflösung dieser Aufgabe ist unbestimmt, es lassen sich nämlich verschiedene Zusammensetzungen vornehmen, welche alle auf die verlangte Mittelgattung führen.

Das Mischungsverhältniß bei diesen verschiedenen Zusammensetzungen findet man nach folgenden Regeln:

1. Man schreibe die zu vermischenden Gattungen in der Ordnung von der besten bis zur geringsten, oder umgekehrt; links wird die Mittelgattung hingesetzt.

2. Man nehme nach und nach immer eine bessere und eine geringere Gattung, und vergleiche sie mit der Mittelgattung; den Unterschied zwischen der Mittelgattung und der geringern setze man rechts neben der bessern Gattung, den Unterschied aber zwischen der mittlern und bessern Gattung schreibe man rechts neben der geringern an. So fahre man fort, bis jede Gattung mit einer andern verbunden wird. Oefters wird eine Gattung auch mit mehrern andern zusammengesetzt, und zwar damals, wenn die Anzahl der bessern und geringern Gattungen ungleich ist, oder auch, wenn man von einer Gattung eine größere Menge zur Mischung verwenden will; in solchen Fällen kommen dann

neben jener Gattung mehrere Unterschiede. Der Unterschied, welcher neben jeder Gattung steht, oder wenn mehrere Unterschiede da sind, ihre Summe, ist dann die Verhältnißzahl der Mischung für die betreffende Gattung.

Wenn man auf diese Art immer eine bessere und eine schlechtere Gattung so zusammensetzt, daß man die verlangte Mittelgattung erhält, so wird gewiß auch durch alle diese Mischungen zusammengenommen dieselbe Mittelgattung zum Vorschein kommen.

B e i s p i e l e.

1. Ein Silberarbeiter braucht zu einer Arbeit 13löthiges Silber; er besitzt nur feines und 15löthiges Silber, und will auch Kupfer dazu mischen; in welchem Verhältnisse muß nun die Mischung geschehen?

	16	13	13
	15	13	13
13 —			
	0	3 + 2	5

Hier verbindet man zuerst 16löthiges Silber und Kupfer (0löthiges Silber), dann 15 und 0löthiges Silber, und erhält so die Verhältnißzahlen 13, 13, 5. Wenn man z. B. 13 Mark feines Silber, und 13 Mark 15löthiges Silber nimmt, so muß man 5 Mark Kupfer dazu setzen, um 13löthiges Silber zu erhalten; es ist wirklich

13 Mark	à 16 Lth.	=	208 Lth.	Silber
13 „	à 15 „	=	195 „	„
5 „	à 0 „	=	0 „	„
31 Mark	à 13 Lth.	=	403 Lth.	Silber.

2. Wie kann man Weine zu fl. 26, 20, 16, 12 pr. Eimer mischen, um einen Wein zu erhalten, wovon der Eimer fl. 18 werth ist?

Erste Art. Man verbinde die besten und die schlechtesten, und dann die beiden mittlern Gattungen.

	A 26	6	3	Z. B.	3 Eimer à fl. 26 = fl. 78
	B 20	2	1		1 " à " 20 = " 20
18					
	C 16	2	1		1 " à " 16 = " 16
	D 12	8	4		4 " à " 12 = " 48
					9 Eimer à fl. 18 = fl. 162.

Zweite Art. Man verbinde A mit C, B mit D.

	A 26	2	1	Z. B.	1 Eimer à fl. 26 = fl. 26
	B 20	6	3		3 " à " 20 = " 60
18					
	C 16	8	4		4 " à " 16 = " 64
	D 12	2	1		1 " à " 12 = " 12
					9 Eimer à fl. 18 = fl. 162.

Dritte Art. Man verbinde A mit C, A mit D, B mit C.

	A 26	2+6	8	4	Z. B.	4 Eim. à fl. 26 = fl. 104
	B 20	2	2	1		1 " à " 20 = " 20
18						
	C 16	8+2	10	5		5 " à " 16 = " 80
	D 12	8	8	4		4 " à " 12 = " 48
						14 Eim. à fl. 18 = fl. 252.

Vierte Art. Man verbinde A mit C, A mit D, B mit D.

	A 26	2+6	8	4	Z. B.	4 Eim. à fl. 26 = fl. 104
	B 20	6	6	3		5 " à " 20 = " 60
18						
	C 16	8	8	4		4 " à " 16 = " 64
	D 12	8+2	10	5		5 " à " 12 = " 60
						16 Eim. à fl. 18 = fl. 288.

Welche Verbindungsarten lassen sich hier noch vornehmen, und in welchem Falle wäre die eine oder die andere Art vorzuziehen?

Viertes Hauptstück.

Die Gewinn- und Verlustrechnung.

§. 130.

Wenn man für eine Ware mehr einnimmt, als man dafür ausgelegt hat, so hat man Gewinn; wenn man hingegen weniger einnimmt, als man ausgelegt hat, so entstehet ein Verlust.

Gewinn und Verlust werden entweder überhaupt oder in Perzenten angegeben; überhaupt, wenn man bestimmt, wie viel man an der ganzen Ware oder einer bestimmten Menge derselben gewonnen oder verloren hat; in Perzenten aber, wenn man angibt, wie viel bei 100 fl., welche man beim Einkaufe ausgelegt hat, gewonnen oder verloren wurde. Wenn Jemand z. B. ein Pfund um 18 Kr. einkauft, und dann um 22 Kr. verkauft, so sind 4 Kr. der Gewinn überhaupt; würde er hingegen das Pfund nur um 16 Kr. verkaufen können, so wäre 2 Kr. der Verlust. den er überhaupt bei einem Pfunde trägt. Die Redensart: 8 % gewinnen, aber bedeutet, statt fl. 100, die man beim Einkaufe ausgelegt hat, beim Verkaufe fl. 8 mehr als fl. 100, also 108 einnehmen, und 8 % verlieren heißt, statt fl. 100, die man beim Einkaufe ausgelegt hat, beim Verkaufe fl. 8 weniger als fl. 100, also nur fl. 92 einnehmen. Die Kaufleute berechnen den Gewinn und Verlust gewöhnlich in Perzenten.

Bei der Gewinn= und Verlustrechnung kommen drei Bestimmungen vor, die Auslage beim Einkaufe, die Einnahme beim Verkaufe, und der Gewinn oder Verlust. Wenn zwei dieser Bestimmungen bekannt sind, so läßt sich daraus die dritte finden.

Bei der Gewinn= und Verlustrechnung gibt es daher drei Hauptaufgaben; man fragt

1) nach der Auslage beim Einkaufe,
2) nach der Einnahme beim Verkaufe,
3) nach dem Gewinne oder Verluste.

1. Auslage beim Einkaufe.

§. 131.

Ist der Gewinn oder Verlust überhaupt gegeben, so findet man die Auslage beim Einkaufe einer gewissen Ware, wenn man den betreffenden Gewinn von der für dieselbe Ware eingenommenen Verkaufssumme abzieht, den Verlust aber zu der Verkaufssumme hinzu addirt.

Ist aber der Gewinn oder Verlust in Perzenten gegeben, so findet man die Einkaufssumme mittelst der Kette.

Beispiele.

1. Jemand verkauft um fl. 580 Waren, und hat dabei fl. 68 Gewinn; wie viel hat er beim Einkaufe für diese Waren ausgegeben?

Verkauf	fl.	580
ab Gewinn	„	68
Einkauf	fl.	512.

2. Ein Wirth schenkt 10 Eimer Wein zu 18 Kr. die Maß aus, und gewinnt dabei fl. 20; wie theuer hat er den Eimer beim Einkaufe gezahlt?

Verkauf bei einem Eimer 40×18 Kr. = fl. 12
Gewinn " " " $^{20}/_{10}$ = " 2

Einkauf bei einem Eimer fl. 10.

3. Bei einer um fl. 832 verkauften Ware mußte man fl. 20 verlieren; wie viel betrug die Einkaufssumme?

Verkauf fl. 832
Verlust " 20

Einkauf fl. 852.

4. Wie hoch darf sich ein Kaufmann beim Einkaufe eines Zentners Kaffeh einlassen, wenn er das Pfund um 40 Kr. verkaufen und dabei 16 % gewinnen will?

x fl. Eink.	100 ℔
1	40 Kr. Verk.
60	1 fl. Verk.
116	100 fl. Eink. ; also x = fl. 57 „ 28.

5. An einem Orte werden die Mandeln im Durchschnitte zu 24 Kr. pr. ℔ verkauft; wie viel darf der Spezereihändler beim Einkaufe eines Zentners Mandeln auslegen, wenn er bei dem Verkaufe 15 % Gewinn haben will?

x fl. Eink.	100 ℔
1	24 Kr. Verk.
60	1 fl. Verk.
115	100 fl. Eink., woraus x = fl. 34 „ 47.

2. Einnahme beim Verkaufe.

§. 132.

Wenn Gewinn oder Verlust überhaupt angegeben sind, so erhält man die Verkaufssumme für eine bestimmte Ware, wenn man den Gewinn zu der für dieselbe Ware ausgelegten Einkaufssumme addirt, den Verlust aber davon abzieht.

Sind aber Gewinn und Verlust in Perzenten angegeben, so bedient man sich des Kettensatzes.

Beispiele.

1. Es hat Jemand 45 Ellen Leinwand zu 20 Kr. gekauft; zu welchem Preise muß er die Elle wieder weggeben, damit ihm ein Gewinn von fl. 3 bleibe?

Einkaufswerth pr. Elle 20 Kr.
Gewinn pr. Elle $^3/_{45}$ fl. = 4 „
Verkaufswerth pr. Elle 24 Kr.

2. Jemand kaufte einen Zentner Feigen um fl. 15, und verlor beim Verkaufe fl. 5; wie theuer mußte er das Pfund weggeben?

Einkaufswerth eines Zentners fl. 15
Verlust dabei „ 5
Verkaufswerth eines Zentners fl. 10,
also Verkaufswerth eines Pfundes fl. $^{10}/_{100}$ = 6 Kr.

3. Einem Tuchhändler kommen 4 Stück Tuch à 30 Ellen beim Einkaufe auf fl. 512; wie theuer wird er die Elle verkaufen, wenn er dabei 15 % gewinnen soll?

x fl. Verk.	1 Elle
30	1 Stück
4	512 fl. Eink.
100	115 fl. Verk.; x = fl. 4 „ 54.

4. Ein Kaufmann gibt für 825 ℔ Reis im Einkaufe fl. 100, und will 10 % gewinnen; wie theuer muß das Pfund verkauft werden?

x fl. Verk.	1 ℔
825	100 fl. Eink.
100	110 fl. Verk.
1	60 Kr. Verk.; x = 8 Kr.

5. In einer Handlung betrug das anfängliche reine Kapital fl. 12500; wie groß war das schließliche reine Vermögen, wenn sich beim Bücherschlusse ein Verlust von $12\frac{1}{2}$ % zeigte?

x fl. schließl. Verm.	12500 fl. auf. Verm.
100	$87\frac{1}{2}$ fl. schließl. Verm.

woraus x = fl. 10937„30 folgt.

3. Gewinn und Verlust.

§. 133.

Um den Gewinn und Verlust überhaupt zu berechnen, wird beim Gewinne die Auslage für eine bestimmte Ware im Einkaufe von der Einnahme für dieselbe Ware beim Verkaufe, beim Verluste aber die Verkaufssumme von der Einkaufssumme abgezogen.

Ist aber der Gewinn und Verlust in Perzenten zu bestimmen, so verfährt man nach dem Kettensatze, indem man immer mit der Frage anfängt:

x fl. beim Verkaufe geben 100 fl. beim Einkaufe?

Kommt mehr als 100 heraus, so hat man Gewinn, und zwar zeigt die Zahl, um welche die gefundene Einnahme beim Verkaufe größer als 100 ist, die Gewinn-Perzente an; kommt weniger als 100 heraus, so hat man Verlust, und zwar zeigt die Zahl, um welche die gefundene Verkaufssumme kleiner als 100 ist, die Verlust-Perzente an; kommt gerade 100 heraus, so hat man weder Gewinn noch Verlust.

Beispiele.

1. Jemand kauft um fl. 850 Waren ein, und verkauft sie dann um fl. 952; wie viel hat er überhaupt, wie viel in % gewonnen?

Verkauf fl. 952	x fl. Verk.		100 fl. Eink.
Einkauf „ 850	850		952 fl. Verk.
Gewinn fl. 102			

x = 112 fl. Verkauf;
also gewinnt er 12 %.

2. Ein Papierhändler kauft den Ballen Papier zu fl. 33„20 ein, und verkauft dann das Buch zu 12 Kr.; wie viel % gewinnt oder verliert er, und wie groß ist sein Gewinn oder Verlust bei einem Ballen?

x fl. Verk.	100 fl. Eink.
$33\frac{1}{3}$	10 Rieß
1	20 Buch
1	12 Kr. Verk.
60	1 fl. Verk.

x = 120 fl. Verk.
also ein Gewinn von 20 %

Einnahme pr. Ballen fl.	40„—
Auslage „ „ „	33„20
Gewinn pr. Ballen fl.	6„40.

3. Eine Parthie Kakao, gewogen Netto 824 ℔ kostet im Einkaufe fl. 245„30; wenn nun der Zentner um fl. 24 verkauft wird, so entsteht die Frage, ob man dabei gewinnt oder verliert, und zwar, wie viel überhaupt, und wie viel in %?

Einkauf fl. 245„30	x fl. Verk.	100 fl. Eink.
Verkauf „ 197„46	$245\frac{1}{2}$	824 ℔
Verlust fl. 47„44	100	24 fl. Verk.

x = 80,55,
also 19,45 % Verlust.

4. Jemand beginnt eine Handlung mit fl. 42000; bei dem nach einem Jahre vorgenommenen Bücherschlusse ergibt sich ein reines Vermögen von fl. 51870; wie viel beträgt der Gewinn überhaupt, wie viel in %?

schließl. Vermögen fl. 51870
anfängl. Vermögen „ 42000

Gewinn fl. 9870

x fl. schließl. V.	100 fl. anfängl. V.
42000	51870 fl. schließl. Verm.

x = 123,5 fl. schließl. Verm.
also Gewinn $23\frac{1}{2}$ %

5. Jemand kauft den Zentner Oehl um fl. 30, und muß dann das Pfund zu 18 Kr. verkaufen; wie viel % gewinnt oder verliert er beim Verkaufe?

x fl. Verk.	100 fl. Eink.
30	100 ℔
1	18 Kr. Verk.
60	1 fl. Verk. ; woraus x = 100 fl. Verk.

Es ist also bei dem Verkaufe weder gewonnen noch verloren worden.

§. 134.

Wenn der Gewinn oder Verlust in % angegeben ist, und man will daraus den Gewinn oder Verlust überhaupt finden, so braucht man nur die Auslage beim Einkaufe, auf welche sich der Gewinn oder Verlust bezieht, mit den % zu multipliziren, und das Produkt durch 100 zu dividiren.

Beispiele.

1. Ein Wirth kauft um fl. 325 Weine, und gewinnt beim Verkaufe 8 %; wie viel beträgt der ganze Gewinn?

fl. 3|25 à 8 %

26,00; der ganze Gewinn ist also fl. 26.

2. Jemand kauft 350 Metzen Weizen zu fl. 3„12 und gewinnt beim Verkaufe 15 %; wie viel beträgt dieses?

350 Metzen à fl. 3„12

1050
70 12

fl. 1120 Einkaufswerth, dazu 15 % Gewinn
5600

168,00; Gewinn überhaupt ist also fl. 168.

3. Eine Parthie Wachs, welche im Einkaufe fl. 845 kostete, mußte mit 4 % Verlust verkauft werden; wie groß war der ganze Verlust?

fl. 8|45 à 4 %

33,80 = fl. 33„48 Verlust.

§. 135.

Um umgekehrt aus dem Gewinne oder Verluste überhaupt den Gewinn oder Verlust in % zu bestimmen, bedient man sich des Kettensatzes.

Beispiele.

1. Eine Ware kostete im Einkaufe fl. 782, der Gewinn betrug fl. 117„18; wie viel wurde in % gewonnen?

x fl. Gew.	100 fl. Eink.
782	$117\frac{3}{10}$ fl. Gew.; x = 15 % Gewinn.

2. In einer Handlung betrug das anfängliche Kapital fl. 8460, der reine Verlust beim Bücherschlusse fl. 282; wie viel % wurde rein verloren?

x fl. Verl.	100 fl. anfängl. Kap.
8460	282 fl. Verl.

x = $3\frac{1}{3}$ % Verlust.

Fünftes Hauptstück.

Die Geldrechnung.

I. Abschnitt.

Die Münzrechnung.

§. 136.

Münzen sind der Maßstab, nach welchem allgemein der Werth der Dinge geschätzt wird. Man unterscheidet wirklich geprägte und bloß fingirte oder Rechnungsmünzen. Jede geprägte Münze hat einen doppelten Werth, einen innern und einen äußern. Der innere Werth einer Münze ist der Werth des darin enthaltenen feinen Goldes oder Silbers; der äußere Werth aber ist der Preis, zu welchem eine Münze in ihrem Lande ausgegeben werden soll. Der äußere Werth ist wegen der Prägekosten immer um etwas höher als der innere, er gilt auch bloß für das Vaterland der Münze; im Auslande werden die Münzen nur nach dem innern oder nach einem veränderlichen von mancherlei Umständen abhängigen Werthe angenommen und bezahlt.

§. 137.

Der innere Werth einer Münze wird durch den Münzfuß angegeben. Dieser ist die gesetzliche Bestimmung, wie viele Münzen einer Art aus einer köl=

nischen Mark Gold oder Silber geprägt werden, wie viel in jedem Stücke feines Gold oder Silber und wie viel Zusatz enthalten ist.

Bei Goldmünzen wird angegeben, wie viele Stücke man aus einer kölnischen Mark Gold von einer gewissen Feine prägt. So wird von den kaiserlichen Dukaten gesagt, daß 67 Stück aus einer kölnischen Mark Gold, 23 Karat 8 Grän fein, geprägt werden.

Bei Silbermünzen gibt man, wie viele Stücke man aus einer kölnischen Mark feines Silber prägt. So sagt man von dem Konventionsgulden, daß 20 Stück aus der kölnischen Mark fein Silber geprägt werden.

In Bezug auf Silbermünzen sind in Deutschland folgende Arten des Münzfußes am üblichsten:

1. Der 20 Guldenfuß, nach welchem eine kölnische Mark fein Silber zu 20 Gulden ausgeprägt wird; den Gulden theilt man in 60 Kreuzer à 4 Pfennige. Dieser Münzfuß, welcher auch der Konventions-Kurantfuß genannt wird, ist in ganz Oesterreich üblich.

2. Der 14 Thaler- oder $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß, nach welchem aus einer kölnischen Mark fein Silber 14 Thaler à $1\frac{3}{4}$ Gulden oder $24\frac{1}{2}$ Gulden geprägt werden. Nach ihm rechnen die Staaten des deutschen Zollvereins; und zwar die norddeutschen, als Preußen und Sachsen. Nach Thalern zu 30 Silbergroschen à 12 Pfennige in Preußen, zu 30 Neugroschen à 10 Pfennige in Sachsen; die süddeutschen Vereinsstaaten aber, als Baiern, Würtemberg, . . nach Gulden zu 60 Kreuzer à 4 Pfennige.

3. Der 24 Guldenfuß ist ein bloßer Rechnungsfuß. Er kommt in einigen deutschen Staaten unter

dem Namen der Reichsmünze vor; man theilt dabei den Gulden in 60 Kreuzer à 4 Pfennige.

4. Der Hamburger oder Lübische Kurantfuß, nach welchem in $11\frac{1}{3}$ Thalern à 3 Mark oder in 34 Mark eine kölnische Mark fein Silber enthalten ist; 1 Mark hat 16 Schillinge à 12 Pfennige oder Deniers lübisch. Nach diesem Münzfuße rechnet man in Hamburg und einigen norddeutschen Staaten.

§. 138.

Münzen, welche nach dem festgesetzten Münzfuße eines Landes ausgeprägt sind, heißen Kurantgeld. Jene Münzen, welche die kleinern Unterschiede auszugleichen bestimmt sind, heißen Scheidemünzen; sie sind von Kupfer oder auch von Silber, jedoch allezeit geringhaltiger, als sie verhältnißmäßig sein sollten.

Da der Münzfuß eines Landes oft in Kürze mehrere Veränderungen erleiden kann; so hat man in großen Handelsstädten besondere Banken oder öffentliche Kassen errichtet, wo die Kaufleute ihr Geld nach einem selbst festgesetzten Werthe, welcher von dem landesherrlichen Münzfuße ganz unabhängig und daher unveränderlich ist, niederlegen. Dieses Geld heißt Bankogeld, und stehet, weil es wenig in Umlauf kommt und daher nicht abgenützt wird, gewöhnlich um einige Perzente höher als das Kurantgeld. So ist in Hamburg das Bankogeld bei 23 % besser als Kurantgeld, indem die kölnische Mark fein Silber zu $27\frac{5}{8}$ Mark Banko, und zu 34 Mark Kurant gerechnet wird, also 100 Mark Banko über 123 Mark Kurant geben.

§. 139.

Bei der Auswechslung gewisser Münzsorten, besonders der Goldmünzen, pflegt man entweder wegen ihres größern innern Gehaltes, oder wegen des leichtern Transportes, oder wegen ihrer größern Beliebtheit ein Aufgeld über ihren gesetzlichen oder Rechnungswerth dazu zu geben. Diese Zugabe über den Rechnungswerth einer Münze wird das Agio genannt.

Das Agio wird entweder pr. Stück oder in Perzenten bestimmt. Das Agio pr. Stück ist der Unterschied zwischen dem gesetzlichen und dem von verschiedenen Umständen abhängigen veränderlichen Werthe eines Stückes. Z. B. der kaiserliche Dukaten gilt gesetzlich fl. 4„30 Konv.-Kurant, im Handel aber gibt man dafür bald fl. 4„33, bald mehr bald weniger, je nachdem die Nachfrage nach Dukaten stärker oder minder ist; wenn nun fl. 4„33 der kurrente Werth eines kaiserlichen Dukatens ist, so ist 3 Kr. das Agio pr. Stück. — Das Agio in Perzenten wird angegeben, indem man sagt, um wie viel 100, welche in der bessern Münzsorte bezahlt werden, mehr werth sind, als 100 in der schlechtern Münzsorte bezahlt. Z. B. die kaiserlichen Dukaten stehen zu 1 % Agio, heißt, 100 fl. in Dukaten gezahlt gelten 101 fl. in Konventionsgelde.

§. 140.

In der Münzrechnung kommen gewöhnlich folgende Aufgaben vor:

1) Die Verwandlung verschiedener Münzsorten in die Rechnungsmünze eines Ortes;

2) Die Bestimmung unvollwichtiger Münzen, so wie ungeprägter Gold- und Silbermassen;

3) die Verwandlung des Geldbetrages des einen Ortes in den Geldbetrag eines andern Ortes mit Rücksicht auf den innern Werth.

Die Verwandlung verschiedener Geldbeträge nach ihrem veränderlichen Werthe ist Gegenstand der Wechselrechnung.

1. Verwandlung verschiedener Münzsorten in die Rechnungsmünzen eines Ortes.

§. 141.

Wenn der Werth eines Münzstückes in der Rechnungsmünze eines Ortes gegeben ist, so findet man den Betrag für eine gegebene Anzahl solcher Münzstücke am bequemsten nach der wälschen Praktik.

Beispiele.

1. Wie viel in Konv.-Kurant betragen 62 kaiserl. Duk. à fl. 4,,33?

62 kaiserl. Duk. à 4,,33		
248		
31	. . . . . .	30
3,,6	. . . . .	3
fl. 282,,6 Konv.-Kur.		

2. Wie viel Konv.-Kur. machen in Triest 125 Souverainsd'or à 13,,24?

125 Souv. à 13,,24		
375		
41,,40	. .	20
8,,20	. .	4
fl. 1675,,— Konv.-K.		

3. Man verwandle 1728 Säulenthaler à fl. 2,,3 in Konv.-Münze.

1728 Säul. à 2,,3		
3456		
86,,24	. .	3
K.-M. fl. 3542,,24		

4. In Triest stehen die 20Frankenstücke zu fl. 7„40; wie viel K.=K. machen 288 Stücke?

	288	20Frankst. à	7„40
	2016		
	96	. . . . . .	20
	96	. . . . . .	20
K.=K. fl.	2208		

5. Wie viel österreichische Lire betragen in Mailand 214 römische Scudi à Lire 6„24 Cent.?

	214	Scudi à Lire	6„24
	1284		
	42„80	. . . . .	20
	8„56	. . . . .	4
Lire	1335„36	Centesimi.	

§. 142.

Wenn eine Münzsorte gegen Agio=Perzente ausgewechselt wird, so bestimme man zuerst den Münzbelauf nach dem Rechnungswerthe eines Münzstückes, von dieser Summe wird dann das Agio berechnet und dazu addirt; oder man bedient sich dabei des Kettensatzes.

Beispiele.

1. Wie viel K.=M. betragen 714 kaiserl. Duk. à fl. 4„30 mit 1 % Agio?

714 kaiserl. Duk. à 4„30 oder x fl. K.=M.

	2856		
	357	. . . . . .	30
fl.	3213 mit 1 %		
	32„8 Agio à 1 %		
fl.	3245„8 K.=M.		

x fl. K.=M.	714 Duk.
1	4 ½ fl. ohne Agio
100	101 fl. mit Agio

x = fl. 3245„8 K.=M.

2. Wie viel betragen 125 Souverainsd'or à fl. 13„20 mit 2 % Agio in K.=K.?

125 Souv. à 13„20		Münzbelauf	fl. 1666„40
375		Agio à 2 %	„ 33„20
41„40	. . 20	zusamm. K.=M.	fl. 1700„—
fl. 1666„40 à 2 %			
33,33 = fl. 33„20 Agio			

oder

x fl. K.=K.	125 Souv.
1	$13\frac{1}{3}$ fl. ohne Agio
100	102 fl. mit Agio ; x = 1700 K.=K.

2. Bestimmung unvollwichtiger Münzen, wie auch ungeprägter Gold= und Silbermassen.

§. 143.

Unvollwichtige Münzen werden entweder nach einem Durchschnittspreise oder nach dem Gewichte bestimmt. Im zweiten Falle wiegt man sie nach dem Gold= oder Silbergewichte des Ortes ab, und berechnet dann ihren Betrag al marco d. i. nach dem Werthe für die Mark fein oder auch für die Mark rauh, und zwar mittelst des Kettensatzes, oder manchmal auch nach der wälschen Praktik.

B e i s p i e l e.

1. 400 Stück unvollwichtige kaiserl. Dukaten werden im Durchschnitte zu fl. 4„25 gegen K.=M. umgesetzt; wie groß ist der Belauf?

400 kaiserl. Duk. à	4 „ 25	
1600		
133 „ 20	. . . . .	20
33 „ 20	. . . . .	5
K.=M. fl. 1766 „ 40		

2. Eine Parthie Laubthaler, 14 Loth 6 Grän fein, wog 24 Mark 10 Loth, wie viel betragen diese Laubthaler in K.=K. zu fl. 20 „ 12 pr. Mark fein?

x fl. K.=K.	$24\frac{5}{8}$ Mark rauh
1	$14\frac{1}{3}$ Loth fein
16	$20\frac{1}{5}$ fl. K.=K.

Antwort: K.=K. fl. 445 „ 37.

3. 250 Stück verschiedener Goldmünzen, gewogen 7 Mark 10 Loth 3 Qtch. werden zu fl. 274 pr. Mark rauh verkauft; wie viel fl. K.=M. hat der Käufer dafür zu bezahlen?

7 Mark 10 Lth. 3 Qtch. à fl. 274 pr. Mark

7 Mark . .	1918
8 Lth. . .	137
2 „ . .	34 „ 15
2 Qtch. . .	8 „ 33,75
1 „ . .	4 „ 16,87
	2102 „ 5,62

also K.=M. fl. 2102 „ 6.

4. Kaiserliche Dukaten stehen zu Triest 4 „ 35; zu diesem Preise wird eine Parthie leichter Louisd'or, gewogen 5 Mark 8 Loth 2 Qtch., fein 21 Karat $5\frac{1}{4}$ Grän verkauft; wie viel ist dafür in K.=M. zu bezahlen?

x fl. K.=M.	$5^{17}/_{32}$ Mark rauh
1	$21^{7}/_{16}$ Karat fein Gold
$23^{2}/_{3}$	67 kaiserl. Duk.
1	$4^{7}/_{12}$ fl. K.=M. ; x = fl. 1538„34 K.=M.

§. 144.

Der Werth ungeprägter Gold= und Silbermassen wird nach ihrem Gewichte, Feingehalte, und dem Werthe einer Mark bestimmt.

Ungeprägte Goldmassen werden häufig nach kaiserl. Dukaten bemessen, indem man angibt, wie viele kaiserl. Duk. eben so viel fein Gold enthalten, als eine solche Goldmasse.

Beispiele.

1. Eine Goldstange wog 6 Mark 5 Lth., und hat an Feingehalt $20^{1}/_{4}$ Karat; wie viel ist der Betrag davon in K.=K. à fl. 317 pr. Mark fein?

x fl. K.=K.	$6^{5}/_{16}$ Mark rauh
1	$20^{1}/_{4}$ Karat fein Gold
24	317 fl. K.=K. ; x = fl. 1688„23.

2. Ein Silber=Service wiegt 42 Mark 12 Lth., und ist fein 12 Lth. 13 Grän; wie viel ist das darin enthaltene Silber werth, wenn man die Mark fein Silber zu fl. 20„20 rechnet?

x fl. K.=M.	$42^{3}/_{4}$ Mark rauh
1	$12^{13}/_{18}$ Lth. fein Silber
16	$20^{1}/_{3}$ fl. K.=M. Antwort: fl. 691„11.

3. Eine Goldmasse ist 21 Mark 6 Lth. schwer, fein 17 Karat 10 Grän; wie viele kaiserl. Duk. hält diese Masse?

x Duk.	$21^{3}/_{8}$ Mark rauh
1	$17^{5}/_{6}$ Karat fein Gold
$33^{2}/_{3}$	67 Duk. Antwort: 1079,136 kaiserl. Duk.

§. 145.

Wenn man den Münzfuß eines Landes für die Gold- und Silbermünzen weiß, so kann man daraus sehr leicht auch das Verhältniß zwischen dem Werthe des Goldes und jenem des Silbers ableiten, indem man bestimmt, wie viel eine Mark fein Gold, und wie viel eine Mark fein Silber werth ist, und den ersten Werth durch den zweiten dividirt.

Beispiele.

1. In Oesterreich gehen fl. 20 auf eine Mark fein Silber, und 67 kaiserl. Duk. à fl. $4^1/_2$ auf eine Mark Gold, fein $23^2/_3$ Karat; welches Verhältniß haben daselbst Gold und Silber gegen einander?

Zuerst muß man den Werth für eine Mark fein Gold suchen.

x fl.	1 Mark fein Gold
1	24 Karat fein Gold
$23^2/_3$	67 kaiserl. Duk.
1	$4^1/_2$ fl. ; x = fl. 305,746 = fl. 305,,45.

1 Mark fein Gold ist also fl. 305,746 werth
1 Mark fein Silber „ „ „ 20 „

305,746 : 20 = 15,2873.

In Oesterreich gilt daher 1 Mark fein Gold 15,2873mal so viel als 1 Mark fein Silber, oder es verhält sich Gold zu Silber wie 15,2873 zu 1.

2. Im Königreiche Sachsen wird nach der Münzverfassung vom 20. Juli 1840 die Mark fein Silber zu 14 Thalern ausgeprägt; die Goldmünze sind die Augustd'or, welche à 5 Thaler gerechnet werden, und deren 35 auf eine kölnische Mark Gold, fein 260 Grän, gehen. Wie verhält sich in Sachsen das Gold zum Silber?

x Thl.	1 Mark fein Gold
1	24 Karat fein Gold
1	12 Grän fein Gold
260	35 Augustd'or
1	5 Thl., x = Thl. 193,846.

1 Mark fein Gold = Thl. 193,846   193,846 : 14

1 Mark fein Silber = „ 14   ———— : 2

96,923

———— : 7

13,846

In Sachsen verhält sich also Gold zu Silber wie 13,846 zu 1.

Vergleicht man das Verhältniß der beiden Metalle in Oesterreich und Sachsen, so sieht man, daß in Oesterreich das Gold theurer, das Silber dagegen wohlfeiler als in Sachsen ist.

3. Verwandlung des Geldbetrages des einen Ortes in den Geldbetrag eines andern Ortes.

§. 146.

Um den Geldbetrag des einen Ortes in den gleichgeltenden Betrag eines andern Ortes nach dem innern Werthe zu verwandeln, bedient man sich des Kettensatzes. Dabei bestimmt man nach dem Münzfuße, wie viele Stücke einer jeden der beiden Geldgattungen aus einer kölnischen Mark fein Silber geprägt werden, und setzt diese beiden Ausdrücke einander gleich.

Z. B. Es wäre Preußisch-Kurant in Konventions-Kurant zu verwandeln. Man weiß, daß 14 Thaler Preußisch-Kurant eine kölnische Mark fein Silber enthalten, und daß 20 Gulden Konventions-Kurant ebenfalls eine kölnische Mark fein Silber enthalten.

Daraus schließt man; 14 Thl. Pr. K. sind gleich 20 fl. K.=K.

Beispiele.

1. Wie viel in Konv.=Kurant geben Thl. 244„12 Silbergroschen Preußisch=Kurant?

x fl. K.=K.	$244\,{}^{2}/_{5}$ Thl. Pr. K.
14	20 fl. K.=K. ; also x = fl. 349„9 K.=K.

2. Wie viel Reichsmünze betragen fl. 7350„14 K.=K.?

x fl. Rchsm.	7350,233 fl. K.=K.
20	24 fl. Rchsm. x = fl. 8820„17.

3. Welchen innern Werth in K.=K. hat ein rußischer Rubel?

Auf eine feine Mark gehen 13 Silberrubel.

x fl. K.=K.	1 Rub.
13	20 fl. K.=K. Antwort: fl. 1„32„1 K.=K

4. Welchen innern Werth in K.=K. haben 2125 Hamburger Mark Banko?

Auf eine kölnische Mark fein Silber gehen $27\,{}^{5}/_{8}$ Mark Banko.

x fl. K.=K.	2125 M. B.
$27\,{}^{5}/_{8}$	20 fl. K.=K. x = fl. 1538„28 K.=K.

5. Wie viel in K.=K. ist ein Betrag von Francs 675 werth?

Auf eine Mark fein Silber gehen 51,975 Francs.

x fl. K.=K.	675 Francs
51,975	20 fl. K.=K. x = fl. 258„26 K.=K.

6. Wie viel in K.=M. geben 1324 neugriechische Drachmen?

Auf eine Mark fein Silber gehen 58,047 Drachmen.

x fl. K.=M.	1324 Drachm.
58,047	20 fl. K.=M.

Antwort: fl. 456,,11 K.=M.

II. Abschnitt.

Die Staatspapierrechnung.

§. 147.

Staatspapiere (Obligazionen, Akzien) sind Urkunden, welche von dem Staate oder von öffentlichen durch die Staatsverwaltung bewilligten Anstalten und Gesellschaften über dargeliehene oder eingelegte Kapitalien ausgestellt werden.

Das Kapital, worüber ein Staatspapier ausgestellt ist, heißt das Nominalkapital oder der Nennwerth desselben.

Die meisten Staatspapiere sind verzinslich; man bezieht nämlich in bestimmten Terminen die Interessen davon, und zwar nach einem bestimmten Zinsfuße. Die Interessen der Akzien nennt man Dividende.

Der wahre Werth der Staatspapiere hängt nicht bloß von ihrem Nominalwerthe, sondern auch von der Höhe des Zinsfußes, von deren Mangel oder Ueberflusse, von dem Begehren und Anbieten, so wie von verschiedenen andern Umständen ab; die Staatspapiere sind also, wie die Waren dem Steigen oder Fallen unterworfen.

Der veränderliche Werth der Staatspapiere wird der Kurs derselben genannt. Er bezieht sich entweder auf ein Stück, wie bei den Bankakzien à fl. 500, bei den Darlehen mit Verlosung vom Jahre 1834 à fl. 500; oder auf 100 des Nominalwerthes, wie dieß bei allen österreichischen Staatsschuldverschreibungen der Fall ist.

Z. B. Die Bankakzien stehen im Kurse zu 1634, heißt, jede Bankakzie ist fl. 1634 werth; die 5 % Metalliks-Obligazionen stehen à 110, heißt, jede fl. 100 des Nominalwerthes sind fl. 110 werth.

Wenn Jemand ein Staatspapier kauft, wofür noch rückständige Interessen zu beziehen sind; so muß er diese dem Verkäufer vergüten.

§. 148.

Für die Berechnung des Betrages eines Staatspapiers beobachte man folgende Regeln:

1. Man berechne den reinen Geldbetrag des Staatspapiers nach dem Kurse ohne Rücksicht auf die Interessen. Ist der Kurs pr. Stück gegeben, so findet man den Geldbetrag, wenn man den Kurs mit der Anzahl der Stücke multiplizirt. Ist aber der Kurs pr. 100 des Nominalwerthes gegeben, so findet man den Geldbetrag, wenn man den Nennwerth mit dem Kurse multiplizirt, und das Produkt durch 100 dividirt; gewöhnlich wird sogleich der Nennwerth noch vor der Multiplikazion durch 100 dividirt.

2. Man berechnet die rückständigen Interessen vom Tage, als sie das letzte Mal behoben wurden, bis zum Verkauftage. Die Interessen werden immer von dem Nominalkapitale gerechnet. Bei der Bestimmung der Zeit, für welche die Interessen schon verfallen sind, rechnet man die Monate zu 30 Tage, zählt aber den Verkauftag nicht mit.

3. Die rückständigen Interessen werden zu dem reinen Geldbetrage des Staatspapiers addirt; die Summe gibt den ganzen Betrag.

Diese Berechnung geschieht gewöhnlich in einer von dem Verkäufer gefertigten Nota, worauf die Gattung des Staatspapiers und der dafür bezahlte Betrag gehörig bemerkt sein müssen.

Beispiele.

1. Wie viel betragen 4 Stück Darlehen mit Verlosung vom Jahre 1834 im Kurse $717^1/_4$?

4 Stück à $717^1/_4$

K.-M. fl. 2869.

2. Was betragen 8 Stück 3 % Staatsschuldverschreibungen à fl. 500 im Kurse zu $77^1/_2$?

8 Stück zu fl. 500 = fl. 4000

4000 im Kurse $77^1/_2$

40 × 77,5

K.-M. fl. 3100.

3. Jemand kauft am 20. Februar 6 Stück 5 % Staatsschuldverschreibungen à fl. 5000 im Kurse zu $110^{11}/_{16}$ mit den seit 1. November darauf haftenden Interessen; was ist der Gesammtwerth dieser Papiere?

6 Stück à fl. 5000 = fl. 30000.

3000 0 × $110^{11}/_{16}$ oder 300 × 110,68 75

33000 00
150 00 . . . . $^1/_2$
37 50 . . . . $^1/_8$
18 75 . . . . $^1/_{16}$

33206,25 = fl. 33206,,15

332 06,25 = fl. 33206,,15

Drei volle Monate 90 Tage
im Februar 19 »

109

30000 = 5 × 6000
also 5 × 109

fl. 545 à 6 %
—90,,50 à 1 %

K.-K. fl. 454,,10

Man hat folgende Rechnung:

Nota

über verkaufte

fl. 30000 5 % Metalliks à $110^{11}/_{16}$ . .	K.-M.	fl.	33206„15
Interesse seit 1. November		»	454„10
	K.-M.	fl.	33660„25.

Wien am 20. Februar 1843.

N. N.

4. A verkauft am 15. Februar 6 Stück Bankakzien à 1624; was ist der ganze Ertrag davon, wenn die 6 % Dividende am 1. Jänner behoben wurde?

6 Stück à 1624	6 Stück à 500
fl. 9744 Geldwerth	fl. 3000 Nennwerth
ein Monat 30 Tage	$3000 = \frac{1}{2} \times 6000$
im Februar 14 „	also $\frac{1}{2} \times 44$
44 Tage	fl. 22 Divid.

Nota

über 6 Stück Bankakzien à 1624 . .	K.-M.	fl.	9744
ordentliche Dividende für 44 Tage . .		„	22
	K.-M.	fl.	9766.

Wien am 15. Februar 1843.

N. N.

5. Ein Wiener Handelshaus erhält von einem Triester Kaufmann 4 Stück 5 % Staatsschuldverschreibungen von à fl. 1000, um dieselben zu verkaufen. Bei 3 Stück haften die Interessen seit 1. November 1842, bei einem seit 1. Jänner 1843. Das Wiener Handelshaus verkauft nun diese Obligationen am 4. März 1843 im Kurse zu $110^3/_4$, rechnet $\frac{1}{2}$ ‰ Sensarie, $\frac{1}{2}$ % Provision und Porto fl. 3„24

K.=M.; welchen reinen Ertrag wird es dem Triester schuldig?

4000 im Kurse zu $110\frac{3}{4}$ gibt $40 \times 110{,}75$

$4430{,}0 =$ fl. 4430

Interesse von fl. 3000	Interesse von fl. 1000
4 volle Monate 120 Tage	2 volle Monate 60 Tage
im März 3 „	im März 3 „
123 Tage	63 Tage
$3000 = \frac{1}{2} \times 6000$	$1000 = \frac{1}{6} \times 6000$
also $\frac{1}{2} \times 123$	also $\frac{1}{6} \times 63$
fl. 61„30 à 6 %	fl. 10„30 à 6 %
— 10„15 à 1 %	— 1„45 à 1 %
fl. 51„15 à 5 %	fl. 8„45 à 5 %

Note

über Ihre verkauften 5 % Staatsschuldverschreibungen pr. fl. 4000 à $110\frac{3}{4}$ . . K.=M fl. 4430

Interesse von fl. 3000 für 123 Tage fl. 51„15
» » » 1000 » 63 » » 8„45 } . . » 60

fl. 4490„—

Sensarie à ½ ‰ von fl. 4430 . . . . fl. 2„13
Provision à ½ % von » 4490 . . . . » 22„27
Porto . . . . » 3„24 } . . . 28„4

bleibt Ihnen als reines Guthaben K.=M. fl. 4518„4

Wien am 4. März 1843.

N. N.

III. Abschnitt.

Die Wechselrechnung.

§. 149.

Ein Wechsel ist eine das Wort Wechsel enthaltende Urkunde, worin der Aussteller entweder sich selbst zur Bezahlung einer bestimmten Geldsumme ge=

gen den Gläubiger verbindlich macht, oder einem Andern aufträgt, dem Vorzeiger einer solchen Urkunde eine gewisse Summe auszuzahlen.

Diejenigen Wechsel, welche man auf sich selbst ausstellt, heißen eigene.

Z. B. A in Wien kauft am 8. April von B in Graz Waren um fl. 2000, zahlbar nach 2 Monaten, er gibt ihm nun darüber folgenden Wechselbrief:

Wien den 8. April 1843 2000 fl. K.=M.

Zwei Monate nach dato zahle ich gegen diesen meinen Wechselbrief an Herrn Joseph B in Graz oder dessen Ordre zweitausend Gulden Konv.=Münze. Den Werth habe ich in Waren erhalten.

An mich selbst
in Wien. Wilhelm A.

Nach zwei Monaten ist dann A in Wien nach Wechselstrenge verpflichtet, dem Vorzeiger dieses Briefes die darin genannte Summe bar auszuzahlen.

Solche Wechsel, deren Zahlung nicht von dem Aussteller selbst geleistet wird, nennt man fremde oder trassirte.

Z. B. Der Triester Kaufmann A erhält Waren von B in Marseille im Betrage von 13560 Francs; er sollte also diesen Betrag in Franken dahin versenden. Es wäre nun nicht leicht möglich, die nöthige Menge Franken in Triest zu bekommen; und dann würde deren Versendung selbst wieder mit Kosten verbunden sein, und verschiedenen Gefahren unterliegen. In Triest ist aber C, welcher mit dem Kaufmanne D in Marseille in Rechnung steht. A in Triest begibt sich daher zu C, erlegt ihm eine Summe Konventionsgeldes, welche denselben Werth hat als jene

13560 Francs, und erhält dafür von C folgenden Wechsel:

Triest am 30. März 1843. 13560 Francs.

Drei Monate a dato zahlen Sie gegen diesen meinen ersten Wechselbrief an Herrn B oder dessen Ordre die Summe von dreizehntausend fünfhundert sechzig Franken. Werth empfangen. Sie stellen solche auf Rechnung laut Bericht von

Prima. An Herrn D
in Marseille. Karl A.

Diesen Brief schickt der Triester A an B in Marseille, welcher ihn dem D vorweiset, damit er sich erkläre, ob er den Wechsel zur bedungenen Zeit bezahlen wolle. Wenn er sich dazu bereit erklärt, d. i. den Wechsel akzeptirt, und ihn seiner Zeit auch bezahlt, so hat A seine Zahlung nach Marseille auf eine sehr einfache Weise berichtiget. Würde aber D den Wechsel nicht akzeptiren, so wäre der Aussteller des Wechsels C nach Wechselstrenge gebunden, für die Wechselsumme und die damit gehabten Auslagen Entschädigung zu leisten.

§. 150.

Die im Wechsel bestimmte Zeit zur Zahlung der Wechselsumme heißt die Verfallzeit.

Zur Angabe der Verfallzeit bedient man sich nachstehender Ausdrücke:

medio mit dem nachfolgenden Namen eines Monates d. i. am 15. jenes Monats;

ultimo mit dem Namen eines Monates d. i. am letzten desselben Monates;

a dato d. i. vom Tage der Ausstellung;

a uso d. i. nach Brauch, in Deutschland gewöhnlich 14 Tage nach der Vorweisung;

a vista oder nach Sicht d. i. am Tage der Vorweisung;

præcise d. i. genau am bestimmten Tage.

Manchmal bestimmt man den Verfalltag auf die allgemein übliche Art, die Tage zu bezeichnen, z. B. den 10. August d. J.

An vielen Orten besteht die Gewohnheit, daß nach dem im Wechsel bestimmten Verfalltage dem Bezahler noch einige Tage bis zur Zahlung gegönnt werden, sie heißen Respekttage, und sind an verschiedenen Orten verschieden. Wien hat 3 Respekttage. Von dieser Begünstigung sind aber ausgeschlossen: alle eigenen Wechsel, ferner alle fremden Wechsel, welche præcise oder a vista, oder auf so kurze Zeit nach Sicht oder a dato lauten, daß die Frist zur Zahlung nicht einmal 7 Tage beträgt. Bei Wechselbriefen, die Respekttage haben, muß man zu dem Verfalltage die Respekttage dazu addiren, um den eigentlichen Zahlungstag zu erhalten; bei Briefen die keine Respekttage haben, ist der Verfalltag zugleich der Zahltag.

Wechselredukzion.

§. 151.

Mit den Wechseln geht es im Handel so wie mit Waren. Wie der Preis der Ware nicht nur nach ihrer Güte, sondern auch nach der Zeit, wann die Bezahlung zu leisten ist, und nach dem Ueberflusse oder Mangel derselben bestimmt wird; so hängt auch der Werth eines Wechsels hauptsächlich von drei Umständen ab: von dem innern Werthe des dafür zu empfangenden Geldes, von der Laufzeit und von dem

Mangel oder Ueberflusse solcher Wechselbriefe. Der innere Werth des fremden Geldes bleibt stets derselbe, in dieser Hinsicht würde sich daher der Werth derselben Wechselsumme nicht ändern. Anders ist es mit der Laufzeit; da der Käufer des Wechsels das dafür bezahlte Ortsgeld während der Laufzeit entbehren muß, so wird er für eine bestimmte Wechselsumme fremden Geldes mehr oder weniger Ortsgeld anbieten, je nachdem die Laufzeit des Wechsels kürzer oder länger ist. Eben so hat auch die Menge der Wechselbriefe und ihrer Käufer Einfluß auf die Aenderung des Werthes derselben; sind viele Käufer aber wenig Briefe, so haben diese einen höhern Preis; sind aber viele Briefe und wenig Käufer, so müssen die Briefe zu einem niedrigern Preise hergegeben werden. Daß aber gewisse Briefe mehr oder weniger gesucht werden, rührt von mancherlei Umständen her, besonders von den politischen und Handelsverhältnissen. Wenn man z. B. mit einem Staate den Krieg befürchtet, so stockt der Verkehr mit demselben, jeder sucht seine Geschäfte mit jenem Staate ins Reine zu bringen, und die dahin lautenden Wechsel zu verkaufen; diese Wechselbriefe werden daher im Werthe fallen. Eröffnen sich vortheilhafte Handelsverbindungen mit einem Lande, so wird der Verkehr mit demselben lebhafter, nnd die Wechsel dahin steigen im Werthe.

Der fallende und steigende Werth eines Wechsels wird der *Wechselkurs* genannt.

Der Wechselkurs enthält immer *zwei* Zahlen, deren eine auf das fremde Geld, die andere aber auf dessen Betrag im Ortsgelde sich bezieht. Eine dieser beiden Zahlen, meistens diejenige, welche sich auf das fremde Geld bezieht, ist *unveränderlich*, die andere aber ist *veränderlich*. Z. B. der Kurs von Wien auf Mailand wäre: $99^3/_4$ fl. K.=K. für 300 Lire austriache; hier ist das Mailänder Geld, nämlich 300 Lire austr. die unveränderliche Münzgattung oder Valuta, $99^3/_4$ fl. K.=K. aber die veränderliche Valuta, d. h. wenn von Wien auf Mailand gewechselt wird, so werden immer 300 Lire austriache zu Grunde gelegt, aber dafür in Konv.=Kurant nicht immer $99^3/_4$ fl., sondern mehr oder weniger bezahlt, empfangen oder notirt.

Bei der Angabe des Kurses wird gewöhnlich die unveränderliche oder beständige Valuta weder schriftlich noch mündlich bestimmt, sondern als bekannt vorausgesetzt; man pflegt sogar bei der veränderlichen Valuta die Benennung wegzulassen.

So schreibt und sagt man: Kurs auf Mailand $99^3/_4$.

Das Verzeichniß aller Kurse eines Ortes auf andere Orte wird der Kurszettel genannt. Zum Verständnisse der verschiedenen Kurszettel und zur Kenntniß der abweichenden Wechselweisen verschiedener Plätze gelangt man am besten im Geschäfte selbst.

§. 152.

Die Rechnung, wodurch man den Betrag eines fremden Geldes im Ortsgelde, und umgekehrt den Betrag eines Ortsgeldes in fremdem Gelde nach einem bestimmten Kurse findet, heißt die Wechselredukzion. Man bedient sich dabei meistens des Kettensatzes, manchmal auch der wälschen Praktik.

Beispiele.

1. Ein Wiener hat in Amsterdam eine Zahlung von fl. 2345 Amst. Kurant zu machen; er will diese Schuld durch einen Wechsel berichtigen; wie viel in

Konv.=Kurant muß er in Wien für den Wechsel zahlen, wenn der Kurs auf Amsterdam $135\frac{3}{4}$ ist (100 Thl. Amst. Kur. = $135\frac{3}{4}$ Rthl. Konv.=Kur.)?

1 Thl. Amst. = $2\frac{1}{2}$ fl. Amst. Kur.

x fl. K.=K.	2345 fl. Amst. K.
$2\frac{1}{2}$	1 Thl. Amst. K.
100	$135\frac{3}{4}$ Rthl. K.=K.
2	3 fl. K.=K. woraus x = fl. 1910.

2. Ein Wiener stellt auf Augsburg einen Wechsel von fl. 3056„45 Augsb. Kurant; wie viel Gulden Konv.=Kur. wird er dafür beziehen, wenn der Kurs auf Augsburg $98\frac{3}{4}$ steht (100 fl. Augsb. K. = $98\frac{3}{4}$ fl. Wien. Konv.=K.)?

x fl. Wien. K.=K.	$3056\frac{3}{4}$ fl. Augsb. K.
100	$98\frac{3}{4}$ fl. Wien. K.=K.

x = fl. 3018„32.

3. Wien hat in Hamburg 7512 Mark 8 Schillinge Banko zu fordern, und will diese mittelst eines Wechsels auf seinen Schuldner daselbst an sich bringen; er verkauft diesen Wechsel im Kurse zu $145\frac{1}{2}$ (100 Thl. Banko = $145\frac{1}{2}$ Rthl. K.=K.); wie viel in Konv.=Kur. wird Wien für diesen Wechsel einnehmen?

1 Thl. = 3 Mark à 16 Schill. Banko.

x fl. Konv.=K.	$7512\frac{1}{2}$ Mark Banko
3	1 Thl. Banko
100	$145\frac{1}{2}$ Rthl. K.=K.
2	3 fl. K.=K. x = fl. 5465„21.

Da in Wien Buch und Rechnung nach Gulden geführt, und die Wechsel auf Hamburg meistens in Mark Banko gestellt werden; so pflegt man statt 100 Thl. Banko = $145\frac{1}{2}$ Rthl. K.=K. in der Rechnung den Kurs auf Mark Banko und Gulden K.=K. zu reduziren, indem man 200 Mark Banko als die be=

ständige Valuta annimmt, die Zahl aber, welche im Kurse Reichsthaler K.-K. anzeigt, unverändert als Gulden K.-K. ansieht. Die Richtigkeit davon erhellet aus folgendem Ansatze:

x fl. K.-K.	200 Mark Banko
3	1 Thl. Banko
100	$145\frac{1}{2}$ Rthl. K.-K.
2	3 fl. K.-K., daher x = $145\frac{1}{2}$ fl. K.-K.

Wenn also der Kurs 100 Thl. Banko für $145\frac{1}{2}$ fl. K.-K. notirt ist, so kann man in der Rechnung auch annehmen: 200 Mark Banko für $145\frac{1}{2}$ fl. K.-K.

Die frühere Rechnung könnte daher auch so angesetzt werden:

x fl. K.-K.	$7512\frac{1}{2}$ Mark Banko
200	$145\frac{1}{2}$ fl. K.-K. x = fl. 5465„21.

4. Ein Hamburger hat in Wien fl. 2580„27 Konv.-K gut; er stellt nun über diese Summe einen Wechsel auf den Wiener aus, den er à $145\frac{3}{4}$ verkauft; wie viel Mark Banko wird er dafür beziehen?

x Mark B.	2580,45 fl. K.-K.
$145\frac{3}{4}$	200 Mark Banko

also x = Mark 3540„15 Schill.

5. Ein Wiener ist nach Mailand für seine Rechnung fl. 1748„20 schuldig; er übermacht dafür einen Wechsel à $99\frac{3}{4}$ (300 Lire österr. = $99\frac{3}{4}$ fl. Konv.-Kur.); auf wie viel Lire austriache muß der Wiener den Wechsel stellen lassen?

x Lire austr.	$1748\frac{1}{3}$ fl. K.-K.
$99\frac{3}{4}$	300 Lire austr.

x = Lire 5258„14.

6. Ein Wiener kauft einen Wechsel auf Paris über 5875 Francs im Kurse zu $115\frac{1}{2}$ (300 Francs = $115\frac{1}{2}$ fl. K.-K.) wie viel Gulden K.-K. wird der Wechsel betragen?

x fl. K.=K.	5875 Francs
300	$115^1/_2$ fl. K.=K. x = fl. 2261,,53.

7. Ein Wiener Kaufmann hat an einen Triester fl. 8215,,25 in Triest zahlbar zu fordern; Triest übermacht einen Wechsel à $99^3/_4$; auf wie viel Gulden in Wien zahlbar muß der nach Wien zu sendende Wechsel gestellt werden?

x fl. Wien	8215,42 fl. Triest
$99^3/_4$	100 fl. Wien

x = fl. 8236,,1 in Wien zahlbar.

8. Triest übermacht einen Wechsel auf Ankona über 1916 Scudi im Kurse 2,,$3^1/_2$ (1 Scudo = fl. 2,,$3^1/_2$ Konv.=K.); um wie viel Gulden K.=K. hat der Triester diesen Wechsel eingekauft?

1916 Scudi à fl. 2,,$3^1/_2$

1916

95,8 3

15,967 . . . $^1/_2$

3943,767 = fl. 3943,,46 Konv.=Kur.

9. Ein Triester hat in London 645 Pfund Sterling zu fordern; diese Summe bezieht er in einem Wechsel, den er im Kurse zu 9,,48 (1 Pfund St. = fl. 9,,48 K.=K.) verkauft; wie viel empfängt er?

645_0 Pfund à 9,,48

—129 . . . 12

fl. 6321 K.=K.

10. Triest ist nach Smyrna 6080 Piaster schuldig, und übermacht dahin einen Wechsel über diese Summe; wie viel in Konv.=Kur. wird der Triester für den Wechsel bezahlen, wenn der Kurs auf Smyrna $8^3/_8$ (100 Piaster = $8^3/_8$ fl. K.=K.) notirt ist?

x fl. K.=K.	6080 Piast.
100	$8^3/_8$ fl. K.=K. x = fl. 509,,12.

§. 153.

Um einen fremden Geldbetrag, welcher im Orte um einige % niedriger steht, am kürzesten in den Ortsbetrag zu verwandeln, berechnet man aus den bekannten % zuerst die Wechseldifferenz, und zieht diese von dem fremden Geldbetrage ab.

Beispiele.

1. Jemand kauft in Wien einen Prager Wechsel über fl. 2485 à 99½; wie viel muß er dafür bezahlen?

in Prag zahlbar fl.	2485
ab Wechseldifferenz à ½ % "	12„26
in Wien zahlbar fl.	2472„34.

2. Ein Triester hat in Wien fl. 2452„26 K.-K. zu fordern; er macht über diese Summe einen Wechsel, und verkauft ihn à 99¾; wie viel erhält er für diesen Wechsel in Triest?

in Wien zahlbar fl.	2452„26
ab Wechseldifferenz à ¼ % "	6„ 8
in Triest zahlbar fl.	2446„18.

Wechseldiskont.

§. 154.

Es geschieht häufig, daß der Inhaber eines Wechsels aus Geldnoth oder andern Beweggründen denselben an einen Andern, dieser vielleicht wieder an einen Dritten, u. s. w. verkauft, bis endlich der letzte Käufer den Wechsel dem darin angewiesenen Bezahler vorweiset und sich die Wechselsumme bezahlen läßt. In solchen Fällen wird dem Käufer ein angemessener Abzug gestattet, welcher von der Zeit abhängt, die der Wechsel bis zum Zahltage noch zu laufen hat.

Einen Wechsel vor dessen Verfallzeit kaufen oder verkaufen, heißt den Wechsel diskontiren.

Der Abzug von der Wechselsumme, welcher dem Käufer eines Wechsels vor dessen Zahltage bewilliget wird, heißt der Diskont, auch Sconto. Er wird in % all' anno angegeben, und für die Zeit, welche der Wechsel noch zu laufen hat, wie das Interesse auf Tage berechnet. Bei der Bestimmung dieser Laufzeit zählt man auch den Tag mit, an welchem diskontirt wird, und rechnet die Monate zu so viel Tagen, als sie ihrer wirklich haben.

Wird der Diskont von der Wechselsumme abgezogen, so zeigt der Rest den gegenwärtigen oder diskontirten Werth des Wechsels an.

Beispiele.

1. Wie viel beträgt der Diskont à 5 %, und wie viel der diskontirte Werth eines Wechsels von fl. 6045, welcher noch 20 Tage zu laufen hat?

60 45 × 20
120,900
20,15 à 6 %
—3,358 à 1 %
16,792 = fl. 16„48 Diskont.

Wechselsumme	fl.	6045„—
ab Diskont für 20 T.	„	16„48
diskontirter Werth	fl.	6028„12

2. Ein per ultimo Mai ausgestellter Wechsel über fl. 845„15, wird am 27. März zu 5 % diskontirt; wie viel beträgt der Diskont, und was ist der Werth des Wechsels am 27. März?

Hier muß man zuerst die Anzahl Tage bestimmen, welche der Wechsel noch zu laufen hat, d. i. die Zeit vom Tage des Verkaufes bis zum Zahltage.

Verfalltag	31. Mai	März	5 Tage
dazu	3 Respekttage	April	30 „
		Mai	31 „
Zahltag	3. Juni	Juni	3 „
			69 Tage

845„15

845,25 × 69

7 607 25
50 715 0

58,322,25

9,72 à 6 %
—1,62 à 1 %

8,1 = fl. 8„6 Diskont

Wechselsumme fl.	845„15
ab Diskont fl. 69 Tage à 5 % „	8„ 6
Werth des Wechsels am 27. März „	837„ 9

3. Ein Wechsel von fl. 2840„50, am 12. Juni auf 2 Monate a dato ausgestellt, wird am 6. Juli zu 6 % diskontirt; wie viel ist der Wechsel an diesem Tage werth?

Verfalltag	12. August	Juli	26 Tage
Zahltag	15. August	August	15 „
			41 Tage

2 840„50

2 840,833 × 41
113 633 32

116,473,153

19,412 = fl. 19„25 Diskont

Wechselsumme fl. 2840„50
ab Diskont fl. 41 Tage à 6 % „ 19„25

Werth am 6. Juli fl. 2821„25

4. Wie viel wird man am 15. August für einen Wechsel von fl. 3428„12 präcise 13. Oktober, empfangen, den Diskont zu $5\frac{1}{2}$ % gerechnet?

Zahltag 13. Oktober		34 28„12
August	17 Tage	34 28,2
Septbr.	30 „	34,28 2 à 6 %
Oktober	13 „	—2,86 7 à ½ %
	60 Tage	31,425 = fl. 31„26.

Wechselsumme fl. 3428„12
ab Diskont fl. 60 Tage à $5\frac{1}{2}$ % „ 31„26

Werth am 15. August fl. 3396„46

5. Wie groß ist der diskontirte Werth eines Wechsels über fl. 4845 a uso, präsentirt am 28. Jänner, und zu 6 % diskontirt am 2. Februar?

	48 45 × 13
Tag der Vorweisung 28. Jänner	14 535
Verfalltag 11. Februar	62,985
Zahltag 14. Februar	10,497=fl. 10„30.

vom 2. Februar bis 14. Februar sind 13 Tage.

Wechselsumme fl. 4845„—
ab Diskont für 13 Tage à 6 % „ 10„30

Werth des Wechsels am 2. Februar fl. 4834„30.

Sechstes Hauptstück.

Die Warenkalkulazion.

§. 155.

Es gibt zwei Hauptarten der Warenpreisberechnungen, vorläufige oder unsichere, und gegründete oder sichere Berechnungen.

Eine vorläufige Rechnung oder ein sogenannter Conto finto wird angewendet, wenn man Waren von einem fremden Platze bestellen, oder an einen fremden Platz versenden will, um zu erfahren, wie hoch beiläufig im ersten Falle eine Ware des fremden Platzes an seinem Orte, und im zweiten, wie hoch beiläufig eine Ware seines Ortes an dem fremden Platze zu stehen kommt; und um daraus zu ersehen, ob die Bestellung oder Versendung mit Vortheil verbunden wäre, oder nicht.

Eine gegründete Kalkulazion aber wird angestellt, wenn der Kaufmann die bestellten Waren wirklich erhalten hat, und berechnen will, wie theuer eine Einheit dieser Ware an seinem Platze zu stehen kommt.

1. Vorläufige Kalkulazionen.

§. 156.

Die vorläufigen Kalkulazionen geschehen am vortheilhaftesten mittelst der Kette. Man hat dabei auf den Preis der Ware am Einkaufsorte, auf den Kurs zwischen den beiden Orten, auf das Maß oder Gewicht, und auf die vorkommenden Abzüge und Kosten Rücksicht zu nehmen. — Den Preis der Ware am Einkaufsorte und den Kurs zwischen den beiden Plätzen ersieht man aus den Preislisten und Kurszetteln. Das Verhältniß der beiderseitigen Maße und Gewichte findet man in besondern Handbüchern angegeben. Die vorfallenden Spesen und Abzüge, welche auf den Preis der Ware Einfluß haben, müssen aus der Erfahrung bekannt sein.

§. 157.

Die Abzüge und Spesen, welche bei der Warenpreisrechnung zu berücksichtigen kommen, sind entweder proporzionirt, wenn sie auf Geld sich beziehen und in % angegeben werden, z. B. Sensarie, Assekuranz, Provision, Skonto, Gutgewicht; oder unproporzionirt, wenn sie sich auf das Gewicht oder auf Frachtstücke oder andere Umstände beziehen, z. B. Fracht, Lagergeld, Briefporto.

Die proportionirten Spesen werden mit in die Kette genommen. Ob man dabei auf 100 oder in 100 rechnen, d. h. ob man die Perzente zu 100 addiren, oder von 100 abziehen solle, ergibt sich von selbst aus den Umständen der Aufgabe. So sagt man für 2 % Provision beim Einkaufe: statt fl. 100 müssen fl. 102 wegen der Provision gezahlt werden; beim Verkaufe: statt fl. 100 erhält man nur fl. 98 wegen der Provision. Auf welche Seite des Kettenstriches jede der beiden Zahlen gesetzt werden müsse, folgt ebenfalls aus der Natur der Aufgabe. Soll x wegen jener Abzüge oder Kosten größer ausfallen, so setzt man die kleinere Zahl links und die größere rechts; und umgekehrt, wenn x wegen jener Umstände kleiner ausfallen soll.

Die unproporzionirten Spesen werden für die Menge, wofür die Kette entworfen wurde, berechnet, und zu dem aus der Kette Herausgebrachten addirt.

Was die Einrechnung der Abzüge und Spesen anbelangt, so müssen sie in derselben Ordnung in Rechnung gestellt werden, wie sie in der Wirklichkeit bei der Ware selbst vorfallen.

Beispiele.

1. In Triest gilt der Zentner Kakao fl. 20, Spesen daselbst $2\frac{1}{2}$ %, Provision 2 %, Einfuhrzoll fl. 10, Fracht bis Laibach 56 Kr., Spesen in Laibach 44 Kr. pr. Ztr.; wie hoch stellt sich ein Pfund von diesem Kakao in Laibach?

x Kr.	1 ℔
100	20 fl.
100	$102\frac{1}{2}$ wegen Spesen in Triest
100	102 wegen Provision
1	60 Kr. ; x = $12\frac{1}{2}$ Kr. ungefähr.

Einfuhrzoll pr. Ztr. fl. 10„—
Fracht bis Laibach „ „ „ —„56
Spesen in Laibach „ „ „ —„44

zusammen fl. 11„40 pr. Ztr.,
also 7 Kr. pr. ℔.

In Triest kommt 1 ℔ auf $12\frac{1}{2}$ Kr.
Spesen bis Laibach pr. ℔ 7

also kalkulirt sich 1 ℔ Kakao in Laibach $19\frac{1}{2}$ Kr., wofür man 20 Kr. nehmen kann.

2. In Hamburg gilt das ℔ Portoricco-Kaffeh 7 Schill. Banko. Spesen daselbst sind 3 %, Provision 2 %, Fracht bis Wien, Wegzoll und dergl. 14 %. Wenn nun der Kurs von Hamburg auf Wien 145 fl. pr. 200 Mark Banko ist, und wenn

100 Hamburger ℔ 86$^1/_4$ Wiener ℔ geben; so ist die Frage, wie hoch kommt ein Wiener ℔ von diesem Kaffeh?

x Kr. K.=M.	1 Wien. ℔
86$^1/_4$	100 Hamb. ℔
1	7 Schill. B.
16	1 Mark B.
100	103 wegen Spesen in Hamburg
100	102 wegen Provision
200	145 fl. K.=M.
100	114 wegen Spesen bis Wien
1	60 Kr. K.=M. ; x = 26,4 Kr.

Ein Wiener ℔ kommt also bis Wien auf ungefähr 26$^1/_2$ Kr. K.=M. zu stehen.

3. In Livorno gilt der englische Piment zu 27 Lire pr. 100 ℔, Spesen daselbst 2$^1/_2$ %, Provision 2 %, Fracht und Assekuranz bis Triest 5 %. Wenn überdieß die Spesen in Triest fl. 2„45 pr. 1 Ztr. betragen, wenn 100 ℔ in Livorno = 60$^3/_5$ Wiener ℔, und der Kurs von Triest auf Livorno 97 fl. pr. 300 Lire Toscane ist; wie hoch kalkulirt sich der Wiener Zentner Piment in Triest?

x fl. K.=K.	100 Wien. ℔
60$^3/_5$	100 Livorn. ℔
100	27 Lire
100	102 $^1/_2$ wegen Spesen in Livorno
100	102 wegen Provision
300	97 fl. K.=K.
100	105 wegen Fracht

x = fl. 15,81 = fl. 15„49.

Ein Wien. Zentner kostet bis Triest	fl. 15„49
Spesen in Triest	„ 2„45
also kommt ein Wien. Ztr. auf	fl. 18„34.

4. In Triest bekommt man den Meiler Kistenstahl N. 00 zu fl. 128. Nach Lissaboner Berichten kann daselbst die Arroba um 2550 Rees angebracht werden, und es ist der Kurs von Lissabon auf Triest fl. 2„12 pr. 1000 Rees. Wenn nun die Seefracht bis Lissabon 8 fl. pr. Meiler, die Assekuranz $1^3/_4$ %, der Einfuhrzoll 10 %, und die Spesen in Lissabon 3 % betragen, und wenn 1 Arroba = $26^3/_7$ Wien. ℔; so entstehet die Frage: wird sich für den Triester Kaufmann die Versendung von Kistenstahl nach Lissabon vortheilhaft herausstellen?

x Rees	$26^3/_7$ Wien. ℔ (1 Arroba)
1000	136 fl. K.=K. sammt Seefracht
$2^1/_5$	1000 Rees
100	$101^3/_4$ wegen Assekuranz
100	110 wegen Einfuhrzoll
100	103 wegen Spesen in Lissabon

x = 1883 Rees.

Dem Triester käme also eine Arroba in Lissabon auf 1883 Rees zu stehen; da er nun dort die Arroba um 2550 Rees anbringen könnte, so wäre die Spekulazion für ihn vortheilhaft.

5. Ein Wiener ließe in Smyrna Feigen kaufen, und nach London zum Verkaufe senden. Der Cantaro kostet in Smyrna 116 Piaster. Einkaufsspesen daselbst $4^1/_2$ %, Provision 2 %, der Kurs von Wien nach Smyrna 480 Paras pr. 1 fl. K.=M. (40 Paras = 1 Piaster). Diese Feigen könnten in London zu 32 Schilling Sterl. pr. Zentner verkauft werden; die Assekuranzspesen sind $8^3/_4$ %, Fracht 5 %, Hafengeld und andere Spesen $6^1/_2$ %, Sensarie $^1/_2$ %, Verkaufsprovision $2^1/_2$ %. Wenn nun der Cantaro = $97^3/_4$ Wien. ℔, 1 Londoner Ztr. = $90^1/_2$

Wien. ℔, und der Londoner Kommissionär den reinen Ertrag in einem Wechsel zu fl. 9,,50 pr. 1 Pfund Sterl. übermacht; so ist die Frage, wie sich dieses Geschäft für den Wiener rentirte, ob er dabei gewinnen oder verlieren würde, und zwar wie viel $^0/_0$?

x fl. Einnahme	100 fl. Ausgabe
1	480 Paras
40	1 Piaster
$104\frac{1}{2}$	100 wegen Spesen in Smyrna
102	100 wegen Provision
116	1 Cantaro
1	$97\frac{3}{4}$ Wien. ℔
$90\frac{1}{2}$	1 Londn. Ztr.
1	32 Schill. St.
20	1 Pfund St.
100	$76\frac{3}{4}$ reinen Ertrag
1	$9\frac{5}{6}$ fl.

x = 126,5

Assekuranzspesen	$8\frac{3}{4}$ $^0/_0$
Fracht	5 „
Hafengeld u. dgl.	$6\frac{1}{2}$ „
Sensarie	$\frac{1}{2}$ „
Provision	$2\frac{1}{2}$ „
zusammen	$23\frac{1}{4}$ $^0/_0$

Der Wiener würde also gute Geschäfte machen, indem er dabei ungefähr 26 $\frac{1}{2}$ $^0/_0$ Gewinn hätte.

2. Gegründete Kalkulazionen.

§. 158.

Bei den gegründeten Kalkulazionen liegt meistens eine Faktura zu Grunde. So nennt man diejenige Rechnung, welche der Kommissionär über gekaufte und gesandte Waren macht, und dem Kommittenten zusendet.

In einer Faktura kommt vor: das Gewicht oder Maß der Ware am Einkaufsorte; die Abzüge an der Ware, als Tara, Gutgewicht; der Preis für eine Gewichts- oder Maßeinheit; die Abzüge am Geldbetrage, z. B. Skonto; Spesen, Sensarie und Provision; ferner Transportkosten, als Assekuranz, Land- und Seefracht, Spesen an den Zwischenorten; endlich Kosten an dem Orte, wo der Käufer die Ware haben will.

§. 159.

Wenn die Faktura über einen einzigen Warenartikel lautet, so berechnet man, wie hoch eine Einheit dieses Artikels am Orte, wo man ihn haben will, zu stehen kommt, wenn man den ganzen Faktura-Betrag durch das Nettogewicht oder durch die Anzahl Stücke, überhaupt durch das Quantum der Ware dividirt.

Beispiel.

Ein Wiener Kaufmann erhält von Hamburg 3 Fässer Raffinade, gewogen Sporco ℔ 935, 984, 920, die Tara beträgt ℔ 98, 102, 95; Gutgewicht $\frac{1}{2}$ %. Der Netto-Ztr. kostet 38 Mark Banko; Spesen, Zoll und Nebenkosten betragen 28 Mark Kurant, Kurantgeld steht um 22 % schlechter als Bankogeld, d. h. 122 Mark Kur. = 100 Mark Banko; die Provision ist 2 %, der Kurs von Hamburg nach Wien ist 145$\frac{1}{2}$ fl. pr. 200 Mark Banko; Fracht bis Wien 6$\frac{1}{2}$ fl. pr. Ztr. Sporco, Spesen in Wien fl. 4„38. — Wie viel in K.-K. kostet von dieser Raffinade 1 Ztr. in Wien, wenn daselbst 2501 ℔ Brutto und 214 ℔ Tara der Gewichtsbefund ist?

Die Faktura wird so zusammengestellt und kalkulirt:

Faktura aus Hamburg über Raffinade für Wien.

FM	3 Fässer Raffinade		
	Sporco ℔ 935 984 920 } 2839		
	№ 1 2 3		
	Tara ℔ 98 102 95 } 295		
	Gutgewicht $^1/_2$ % . . . 14		
	Netto ℔ 2530 à 35 M. B. pr. Ztr. . . . . M. B.	885	8
	Zoll und Nebenkosten 28 M. Kur. à 122	22	15
		908	7
	Provision 2%	18	3
	M. B.	926	10
	à 145$^1/_2$ . . . . fl. K.=K.	674	7
	Fracht bis Wien von Sporco ℔ 2501		
	à 6$^1/_2$ fl. pr. Ztr. Sporco fl. 162„34		
	Spesen in Wien „ 4„38	167	12
	zusammen fl. K.=K.	841	19

	Obige 3 Fässer wogen hier		
	Sporco ℔ 2501,		
	Tara ℔ 214; also Netto ℔ 2287.		
	Der Wiener Netto Ztr. Raffinade kalkulirt sich also auf fl. 36„74$^1/_4$.		
	Probe.		
	2287 ℔ Netto à fl. 36„47$^1/_4$ pr. Ztr. fl.	841	19

§. 160.

Wird die Faktura über mehrere Artikel ausgestellt, so berechnet man für jeden einzelnen Artikel den Einkaufspreis sammt allen Spesen am sichersten, wenn man zuerst die unproporzionirten Spesen zusammenaddirt, und dann mittelst der Gesellschaftsrechnung auf die einzelnen Gattungen vertheilt, indem man dabei die Gewichte oder Maße als Verhältnißzahlen annimmt. Hierauf zieht man die Summe der unproporzionirten Spesen von dem ganzen Fakturabetrage ab. Den Rest, welcher den Warenbetrag sammt den proporzionirten Spesen aller Artikel anzeigt, vertheilt man ebenfalls auf die einzelnen Gattungen, und zwar nach Verhältniß der Warenbeträge am Einkaufsorte ohne Spesen. Wenn man nun für jeden Artikel die unproporzionirten Spesen und den zugehörigen Warenbetrag sammt proporzionirten Spesen addirt, so gibt die Summe an, was ein ganzer Artikel sammt allen Spesen kostet. Wird dann diese Summe noch durch das am Orte befundene Quantum jeder Ware dividirt, so findet man, wie hoch eine Einheit jedes Artikels sammt allen Kosten zu stehen kommt.

Beispiel.

Ein Triester erhält aus Livorno folgende Waren:

18 Säcke sizilianische Mandeln, gewogen Brutto 4581 ℔, Tara 3 ℔ und Gutgewicht $1\frac{1}{2}$ ℔ pr. Sack, à 36 Lire toscane pr. 100 ℔;

12 Ballen Mocca-Kaffeh, Brutto 4843 ℔, Tara 6 ℔ und Gutgewicht 2 ℔ pr. Ballen, à 78 Lire pr. 100 ℔. Spesen in Livorno: Emballage, Wägen und Einschiffen Lire 64„8; Courtage $\frac{1}{2}$%; Wechselcourtage, Stempel, Briefporto und kleine Spesen Lire 8„2„4; Provision 2 %.

Spesen in Triest fl. 37„35; Assekuranzkosten fl. 29„18; Fracht bis Triest 1 fl. pr. Wiener Ztr. Brutto.

Wie theuer kommt dem Triester ein Wiener Netto Ztr. von jedem der beiden Artikel zu stehen, wenn in

Livorno 3 % Sconto bewilliget wird, der Kurs auf Livorno $96\frac{1}{4}$ fl. pr. 300 Lire ist, wenn ferner in Triest die Mandeln 2734 ℔ Netto, der Kaffeh 5730 ℔ Brutto befunden werden?

1 Lire hat 10 Soldi à 12 Denari di Lira.

Faktura aus Livorno für Triest.

0.	18 Säcke sizilianische Mandeln Brutto 4581 ℔, Tara 3 ℔ pr. Sack 54 ℔ Gutg. $1\frac{1}{2}$ ℔ » » 27 » 81 » 81 ℔ Netto 4500 ℔ à 36 Lire pr. 100 ℔ . Lire	1620	
	12 Ballen Mocca-Kaffeh Brutto 4843 ℔, Tara 6 ℔ pr. Ballen 72 ℔ Gutg. 2 ℔ » » 24 » 96 » 96 » Netto 4747 ℔ à 78 Lire pr. 100 ℔ . . Lire	3702	
		5322	6,,7
	ab Sconte à 3 %	159	6,,10
	Lire	5162	9,,9
	Spesen in Livorno: Emballage, Wägen und Einschiffen Lire 64,,8 Courtage à ½ % . . . . » 25,,8,,2 Wechselcourt., Stempel, Briefp. u. kl Sp. » 8,,2,,4	98	8,,6
		5261	8,,3
	Provision 2 %	104	2,,4
	Lire	5366	—,,7
	à 96 ¼ . . . . K.-M. fl.	1721	36
	Spesen in Triest . . . . fl. 37,,35 Assekuranzkosten . . . . » 29,,18 Fracht bis Triest v. 5710 ℔ Br. à 1 fl. pr. Ztr. » 57,, 6 Kleine Spesen . . . . » 3,,30	127	29
	Gesammtkosten K.-M. fl.	1849	5

Kalkulazion.

Unproporzionirte Spesen:

in Livorno Lire 73,,—,,4 à 96 ¼ . . .	fl.	23,,26
bis Triest und in Triest	»	98,,11
	fl.	121,,37

Hier befunden
Netto 2734 ℔ Mandeln
» 2891 » Kaffeh

5625 | 121,617 | 0,021621
2734 × 0,021621 = 59,112 ;

also für Mandeln	fl.	59,, 7
und für Kaffeh der Rest . .	»	62,,30
Ganzer Fakturabetrag	fl.	1849,, 5
ab unproporzionirte Spesen	»	121,,37
Warenbetrag sammt prop. Spesen	fl.	1727,,28

Mand. Lire 1620
Kaff. » 3702,,6,,7

5322,66 | 1727,47 | 0,324738
1620 × 0,324738 = 526,076

also auf Mandeln	fl.	526,, 5
und auf Kaffeh der Rest . .	»	1201,,23

Es kommen also auf Netto ℔ 2734 befund. Mandeln

unproporzionirte Spesen	fl.	59,, 7
Warenbetrag sammt prop. Spesen	»	526,, 5
zusammen	fl.	585,,12

also kommt 1 W. Ztr. Netto Mandeln auf fl. 21,,24¼

Auf hier Netto ℔ 2891 befund. Kaffeh fallen

unproporzionirte Spesen	fl.	62,,30
Warenbetrag sammt prop. Spesen	»	1201,,23
zusammen	fl.	1263,,53

also kalkulirt sich der Netto Ztr. Kaffeh auf fl. 43,,43⅛

Probe.

2734 ℔ Mand. à fl. 21,,24¼ pr. Ztr. . . .	fl.	585,,12			
2891 ℔ Kaffeh à fl. 43,,43⅛ pr. Ztr. . . .	»	1263,,54	„ fl.	1849	6

Inhalts-Verzeichniß.

Seite

Einleitung.

Erster Theil.

Die reine Rechenkunst.

Erstes Hauptstück.

Das Rechnen mit unbenannten Zahlen.

I. Abschnitt.

Das Rechnen in ganzen Zahlen.

Seite

II. Abschnitt.

Zweites Hauptstück.

Das Rechnen mit benannten Zahlen.

Drittes Hauptstück.

Die Proporzionenlehre.

Anhang.

Zweiter Theil.

Die angewandte Rechenkunst.

Erstes Hauptstück.

Zweites Hauptstück.

Berechnung der im Handel vorkommenden Abzüge und auf den Geldbetrag sich beziehenden Nebenkosten.

Drittes Hauptstück.

Die Theilrechnung.

Viertes Hauptstück.

Fünftes Hauptstück.

Die Geldrechnung.

I. Abschnitt.

Berichtigungen.

Seite	Zeile
13	2 v. oben ist statt einziffrig zu lesen: zweiziffrig.
27	1 v. unten » » heilet » » theilet.
32	3 v. unten ist an die leere Stelle hinter der zweiten Linie 8 zu setzen.
70	17 und 18 von oben ist statt 49 zu lesen 41.
97	10 v. unten ist nach des einzuschalten: Getreides.
143	10 v. unten ist statt 2250,0 zu lesen: 2205,0.
150	2 v. unten schalte man nach Sack ein: und Gutgewicht 2 ℔ pr. Sack.
152	5 v. oben ist statt 55 zu lesen: 54.
154	6 v. oben » » 641,,1 zu lesen 641,,2
166 u.	f. f. sind die Nullen mit einem Punkte als durchgestrichen anzusehen.
186	7 v. unten lese man: ßen, Sachsen,.. nach.

[illegible] 8 = 10/25

10
20
4

Laibach. Druck von J. Blasnik.