SPIKA

Prva slovenska astronomska revija

ISSN 1318-0541
Letnik 2011
Številka 4
Strani 160–163

Marjan Divjak

PREHOD VENERE ČEZ SONCE

Ključne besede

Venera, prehod čez Sonce, astronomska enota

Spika, 2011, No. 4, pp. 160–163

Prehod Venere čez Sonce

Marjan Divjak

1. Uvod

Za 8. junij 2004 je bil napovedan prehod Venere čez Sonce. V celoti naj bi bil viden tudi iz Slovenije. Ker se takšna priložnost ponudi največ dvakrat v življenju, če sploh, sem sklenil, da bom meril časa obeh notranjih stikov, pridobil še druge meritve iz primernega opazovališča na južni polobli ter iz tega izračunal oddaljenost Sonca na način, kakor je to nekoč predlagal E. Halley.

Kot primeren kraj za meritve sem izbral Lisco pri Sevnici, kjer stojita vremenska opazovalna postaja in vremenski radarski center. Tako je na voljo vsa potrebna infrastruktura. Svetovni splet računalnikov nudi udobno možnost, da pridobimo meritve iz drugih krajev. Enačbe, potrebne za računanje, so znane in jih lahko kar prepišemo iz literature. Vendar je bolje, če jih sami izpeljemo iz splošno znanih osnov. Tako dobimo koristen vpogled v njihovo natančnost in pogoje uporabe.

2. Kroženje Zemlje

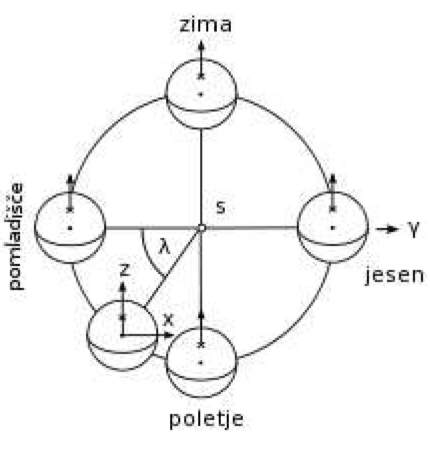
Gibanje Zemlje okrog Sonca opišemo z naslednjim modelskim približkom.

Zemlja je krogla z radijem $R_E = 6.37 \times 10^3$ km [1].

Sonce je krogla, katere premer je iz Zemlje viden pod kotom $D_S = 0.525°$ in se ne spreminja [2].

Središče Zemlje se giblje okrog središča Sonca po krožnici z radijem r_E [3]. Kroženje je enakomerno [4]. Krožnica leži v ekliptični ravnini. Normala na to ravnino kaže vedno v isto smer proti oddaljenim zvezdam.

Iz središča Zemlje štrli os, ki je togo povezana z njenim severnim polom. Ta os kaže vedno v isto smer proti oddaljenim zvezdam; od normale ekliptične ravnine je nagnjena za kot $\varepsilon = 23.4°$. [5]



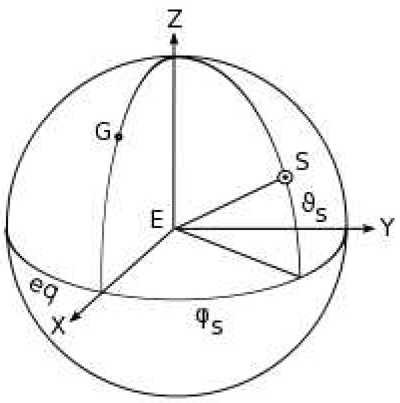
Slika 1: Kroženje Zemlje okoli Sonca (S).

Projekcija Zemljine osi na ekliptično ravnino tvori nek kot z zveznico Zemlja-Sonce. Točko na tirnici, kjer ta kot znaša 90° in se zmanjšuje, imenujemo pomladišče. Zveznica pomladišče-Sonce kaže vedno proti istim oddaljenim zvezdam, točki γ [6]. Pot središča Zemlje po tirnici merimo z revolucijskim kotom (ekliptično dolžino) λ od pomladišča [0..360°]. Čas med dvema zaporednima prehodoma Zemlje skozi pomladišče znaša, po definiciji, $T_{\mathrm{E}} = 1$ leto in se ne spreminja.

3. Vrtenje Zemlje

Medtem ko središče Zemlje kroži okrog središča Sonca, se Zemlja vrti okrog svoje osi. En zavrtljaj glede na zveznico Zemlja-Sonce traja, po definiciji, 1 dan. V enem letu opravi Zemlja 365.24 zavrtljajev [7]. Dnevi so med seboj približno enako dolgi [8].

Ravnina skozi Zemljino središče, normalna na Zemljino os, je ekvatorska ravnina. Na površini Zemlje zarezuje glavni krog, ekvator. Lega poljubne točke na površini je določena z dvema kotoma: zemljepisno širino θ in zemljepisno dolžino φ. Kot θ je nagib točke nad/pod ekvatorsko ravnino [0..±90°], kot φ pa zasuk točke od poldnevnika skozi Greenwich [0..360°].



Slika 2: Zemljepisni koordinatni sistem. Greenwich je označen z G. Sonce stoji v nadglavišču opazovalca na zemljepisni širini θ_{S} in dolžini φ_{S}.

Zveznica središč Sonce-Zemlja prebada Zemeljino površino v točki s koordinatama θ_{S} in φ_{S}. Hipotetični opazovalec v Zemljinem središču torej vidi Sonce "skozi" te koordinate. Točka potuje od vzhoda proti zahodu. Med dvema zaporednima prehodoma čez isti poldnevnik poteče, po definiciji, 1 dan. Potuje tudi od juga proti severu in obratno glede na ekvator, in sicer med $\pm\varepsilon$. Med dvema zaporednima prehodoma čez ekvator od spodaj navzgor mine, po definiciji, 1 leto.

Vsi opazovalci na poldnevniku φ_{S} imajo istočasno lokalni poldan (kulminacijo Sonca). Lokalni čas LT je za opazovalca na poldnevniku φ definiran kot

$$\mathrm{LT} = 12\,\mathrm{h} - \frac{1\,\mathrm{h}}{15°}\,(\varphi_{\mathrm{S}} - \varphi), \tag{1}$$

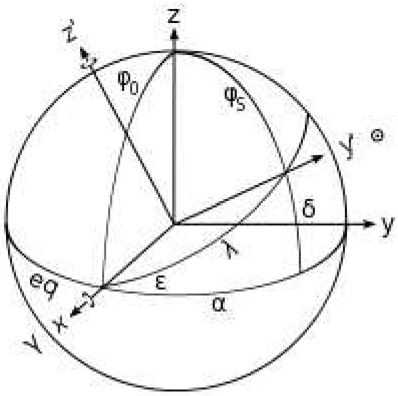
s čimer je definirana tudi dolžina ure h kot $1/24$ dne. Lokalni čas na poldnevniku skozi Greenwich imenujemo greenwiški čas GT. Velja:

$$\mathrm{LT} = \mathrm{GT} + \frac{1\,\mathrm{h}}{15°}\,\varphi\,. \tag{2}$$

4. Pogled na Zemljo s Sonca

Opazovalcu na Soncu kaže Zemlja svoj "obraz", to je projekcijo svoje površine na rektifikacijsko ravnino skozi svoje središče; ta ravnina je pravokotna na zveznico Zemlja-Sonce.

Naj bo Zemlja v ekliptični točki z revolucijskim kotom λ. V tej točki definiramo ekvatorski koordinatni sistem (x, y, z) tako, da kaže os z vzdolž osi vrtenja, os x pa je usmerjena proti točki γ. V isti točki vpeljemo še orbitalni koordinatni sistem (x', y', z'), pri katerem kaže os z' normalno na ekliptično ravnino, os x' v smeri gibanja in os y' proti Soncu. Orbitalni sistem dobimo iz ekvatorskega tako, da tega najprej zavrtimo okrog osi x za kot ε v ekliptični sistem, nato pa slednjega okrog novonastale osi z' za kot $\lambda - 90°$.



Slika 3: Ekvatorski (x, y, z) in orbitalni (x', y', z') koordinatni sistem. Lega Sonca je opisana z njegovo rektascenzijo α in deklinacijo δ ali pa z ekliptičnim nagibom ε in dolžino λ.

V ekvatorskem koordinatnem sistemu je lega Sonca določena z deklinacijo δ in rektascenzijo α. Obe koordinati sta v pravokotnem sferičnem trikotniku takole povezani z revolucijskim kotom:

$$\begin{aligned} \sin\delta &= \sin\varepsilon\sin\lambda \\ \cos\varepsilon &= \cot\lambda\tan\alpha\,. \end{aligned} \tag{3}$$

Ko stoji Sonce nad zemljepisno točko (θ_S, φ_S), se mu kaže točka A (θ, φ) kot ortografska projekcija A' (x', z') v rektifikacijski ravnini:

$$\begin{aligned} \frac{x'}{R_E} &= -\cos\theta\sin(\varphi - \varphi_S) \\ \frac{z'}{R_E} &= \cos\theta_S\sin\theta - \sin\theta_S\cos\theta\cos(\varphi - \varphi_S)\,. \end{aligned} \tag{4}$$

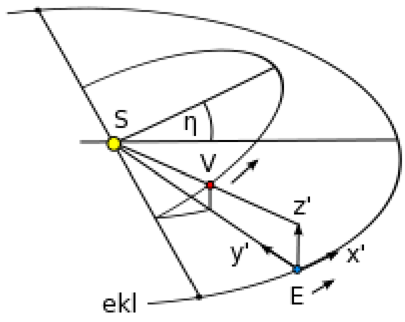
Razdalja b med dvema točkama A' in B' ter njena projekcija na os z' znaša:

$$\begin{aligned} b^2 &= (x'_{A'} - x'_{B'})^2 + (z'_{A'} - z'_{B'})^2 \\ b' &= |z'_{A'} - z'_{B'}|\,. \end{aligned} \tag{5}$$

5. Kroženje Venere

Venera je krogla z radijem R_V. Iz Zemlje je vidna pod kotom D_V, ki se znatno spreminja.

Središče Venere kroži okrog središča Sonca po krožnici z radijem $r_V/r_E = 0.723$ [9]. Gibanje je enakomerno. Krožnica leži v Venerini oskulacijski ravnini. Normala na oskulacijsko ravnino kaže vedno v isto smer proti oddaljenim zvezdam. Glede na normalo ekliptične ravnine je nagnjena za kot $\eta = 3.4°$. Oskulacijska ravnina seka ekliptično ravnino v ravni vozelni črti, ki gre skozi Sončevo središče. Vozelna črta seka Zemljin tir v dveh točkah, vozlih, in kaže vedno v isto smer proti oddaljenim zvezdam.



Slika 4: Kroženje Zemlje (E) in Venere (V) okrog Sonca (S). Prikazan je trenutek, ko ležijo vsa tri telesa v ravnini, normalni na ekliptiko.

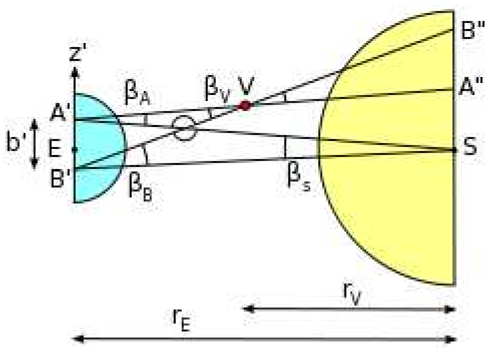
Obhodni čas Venere okrog Sonca glede na zvezde znaša $T_V = 225$ dni in se ne spreminja.

Kadar je Zemlja dovolj blizu vozla in Venera hkrati dovolj blizu zveznice Zemlja-Sonce, jo opazovalec na Zemlji vidi, kako počasi leze preko Sonca. To je prehod Venere.

6. Prehod Venere čez Sonce

Ob prehodu je v nekem trenutku središče Venere natanko "nad" ali "pod" zveznico Zemlja-Sonce; takrat ležijo središča Zemlje, Venere in Sonca v isti ortoekliptični ravnini, pravokotni na ekliptično ravnino. To je sredina prehoda.

V ortoekliptični ravnini naj bosta na Zemeljski površini dva opazovalca A in B; njuni projekciji na rektifikacijsko ravnino Zemlje sta točki A' in B', katerih medsebojna razdalja je b'. Opazovalca v A' in B' vidita središče Venere na Soncu v točkah A" in B".



Slika 5: Sredina prehoda Venere. Zemeljska opazovalca v točkah A' in B' vidita Venero na Soncu v točkah A" in B".

Zveznici A'S in B'B" se sekata. Enakost tamkajšnjih topih sovršnih kotov pove $\beta_A + \beta_V = \beta_B + \beta_S$, iz česar sledi $\beta_B - \beta_A = \beta_S\,(\beta_V/\beta_S - 1)$. Nadalje velja $\beta_B - \beta_A = \beta_E$, kar je kot, pod katerim opazovalec iz središča Zemlje vidi A"B". Vstavimo $\beta_S \approx b'/r_E$, $\beta_V \approx b'/(r_E - r_V)$ in dobimo paralaktično enačbo

$$r_E = \frac{b'/\beta_E}{r_E/r_V - 1} = 2.61\,\frac{b'}{\beta_E}\,. \tag{6}$$

Povezavi $\beta_B - \beta_A = \beta_E$ ter $\beta_V = \beta_E + \beta_S$ veljata tudi, če središča Sonca, Zemlje in Venere niso v isti ravnini, in za poljubno nameščena opazovalca A' in B'. Zato tudi v tem primeru velja zapisana paralaktična enačba. Če torej v istem trenutku prehoda dva opazovalca A in B s poznano paralaktično razdaljo b slikata Sonce, nato pa obe sliki povečamo na isto velikost Sonca, pravilno zavrtimo in položimo drugo na drugo, lahko (na primer z ravnilom) izmerimo razdaljo med obema središčema Venere kot delež premera Sonca na sliki, ter s tem določimo kot β_E kot delež (poznanega) kota D_S. Žal je tovrstna meritev instrumentalno zahtevna in tudi nenatančna, ker sta sliki Venere preveč skupaj ter se večinoma prekrivata.

Nagib Venerine ravnine glede na ekliptiko je majhen, zato ga zanemarimo; potem kroži Venera v rotirajočem orbitalnem sistemu z obhodnim časom

$$\frac{1}{T'_V} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_E} \tag{7a}$$

in kotno hitrostjo

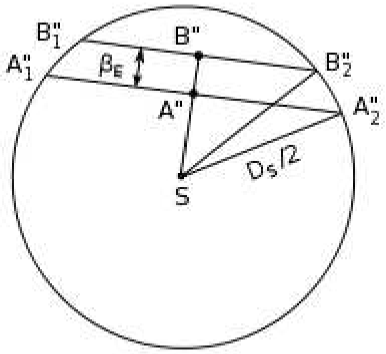
$$\omega' = \frac{360°}{T'_V}\,. \tag{7b}$$

Njena orbitalna hitrost znaša $\omega' r_V$. Za opazovalca v Zemljinem središču se v času prehoda giblje Venera preko Sonca s kotno hitrostjo $\omega = \omega' r_V/(r_E - r_V)$, torej

$$\omega = \frac{\omega'}{\mathrm{r_E/r_V} - 1} = 0.0667°/\mathrm{h}\,. \tag{7c}$$

7. Preletni čas Venere

Za opazovalca v Zemljinem središču leze Venera čez Sonce v ravni črti približno vzporedno z ekliptiko. Za opazovalca A' je pot Venere preko Sonca tudi približno ravna črta, horizontalno premaknjena navzdol, za opazovalca B' pa navzgor. Črti nista čisto ravni in tudi ne povsem vzporedni. Namesto da merimo njuno medsebojno razdaljo v sredini, merimo raje razliko njunih dolžin oziroma preletnih časov.



Slika 6: Preletni poti Venere preko Sončevega diska za dva opazovalca A' in B' na Zemlji.

Paralakso SB" izrazimo s tetivo B1"B2" kot $\overline{\text{SB"}} = \sqrt{((D_S/2)^2 - (\overline{\text{B1"B2"}}/2)^2)}$. Podobno naredimo s paralakso SA" ter jo odštejemo od prve. Dobimo β_E. Obe tetivi in premer so sorazmerni preletnim časom DT_A, DT_B in T_0. Velja:

$$\frac{2\beta_E}{D_S} = \sqrt{[1 - (\frac{DT_B}{T_0})^2]} - \sqrt{[1 - (\frac{DT_A}{T_0})^2]} \tag{8}$$

$$T_0 = \frac{D_S}{\omega}\ .$$

Enačba velja za prehod centra Venere preko Sonca. Ker ne merimo stika centra Venere z robom Sonca, pač pa notranji stik njenega roba z robom Sonca, moramo zato namesto premera D_S vzeti premer $D_S - D_V$.

Med preletom se bazna razdalja b' žal spreminja. Najbolj enostavno to upoštevamo tako, da vzamemo aritmetično povprečje baz ob stiku II in III po lokalnem času opazovalca A (ali B). Lahko pa tudi uporabimo bazno razdaljo ob sredini prehoda.

8. Priprava merilne opreme

Na vremenski postaji Lisca je na voljo refraktorski teleskop s premerom objektiva 100 mm, goriščno razdaljo 500 mm in okularjem, ki omogoča 25-kratno povečavo. Teleskop je azimutno montiran in opremljen z vijaki za natančno premikanje.

Za gledanje Sonca sem izbral projekcijsko metodo. Izdelal sem kartonsko projekcijsko škatlo in dve črni zaslonki za objektiv s premeroma 30 in 50 mm. Dan pred meritvami sem škatlo montiral na teleskop in ga izostril. Približno 25 cm za okularjem je znašal premer slike 6 cm. Bolje bi bilo uporabiti okular z dvakrat krajšo goriščnico, ki bi naredil približno dvakrat večjo sliko, vendar ga žal ni bilo med opremo. Za ostrenje sta imenitno služili dve zelo majhni pegi v Sončevem središču. Tudi za namerilnim daljnogledom sem namestil zaslonček za projiciranje in s tem olajšal namerjanje. Končno sem izdelal še varnostni pokrovček za objektiv namerilnika, da ne bi kdo po nesreči pogledal skozenj.

Za merjenje časa sem uporabil električno uro s števílskim zaslonom. Teden dni pred meritvami sem jo nastavil po času, ki ga zvečer kaže televizija Slovenija; poleti je to GMT + 2 h. Potem sem jo vsakodnevno preverjal in beležil razlike. Ure nisem več nastavljal, ampak sem jo pustil, da teče. Njen tek na dan meritev je bil natančen na 1 sekundo. Za rezervo sem pripravil še eno uro in jo umeril po prvi.

9. Meritve časov prehoda

Zjutraj na dan prehoda sem teleskop postavil na opazovalno mesto in ga usmeril. Potem sem ob njem dežural in ga sproti (vsakih nekaj minut) ročno usmerjal, da projekcija ni izginila z zaslona. Dežurstvo je bilo potrebno predvsem zato, ker je prihajalo veliko obiskovalcev in bi se lahko teleskopu kaj zgodilo. Venera se je videla na projekciji kot črn disk premera 2 mm na svetlem Sončevem disku premera 6 cm. Pri meritvi stika II sem imel na objektivu zaslonko 50 mm in pri stiku III zaslonko 30 mm. Vreme je bilo ves čas prehoda čudovito sončno.

Pri meritvi časov je obstajala velika nevarnost, da dobim umetno natančne rezultate, ker so bili ti vnaprej izračunani na sekundo natančno. Zato teh vnaprejšnih časov nisem hotel niti pogledati niti poznati, dokler meritve ne bodo opravljene; na minuto natančno sem poznal le časa stikov I in IV, in to zato, da sem vedel, kdaj je treba z meritvami začeti in kdaj bodo predvidoma končane.

Pri merjenju stikov zelo moti pojav črne kaplje, kakor ga je prvi boleče izkusil kapitan J. Cook na Tahitiju. Da bi čimbolj zmanjšal njegov vpliv, sem pri določanju stika II ravnal takole. Nisem beležil časa, ko se je Venera že povsem ločila od roba (ko je vmesni mostiček že izginil), saj bi bil ta čas prepozen. Pač pa sem sproti ocenjeval, na podlagi zamišljene ekstrapolacije Venerinega krožnega obrisa preko mostička, kdaj bo ta obris tangenten na sončev obris. Nenatančnost merjenja je znašala ±30 sekund. Meritve so prikazane v tabeli 1, skupaj z znanimi podatki o zemljepisni legi opazovališča.

Tabela 1: Meritve časov stika II in III ter preletnega časa na Lisci in v Johannesburgu.

Parameter	Lisca	Johannesburg
Širina	46.07° N	25.78° S
Dolžina	15.29° E	28.24° E
T (II)	5.663 GMT	5.599 GMT
T (III)	11.066 GMT	11.159 GMT
DT	5.403 h	5.560 h

Za drugo opazovališče je zelo primeren kakšen kraj v južni Afriki: tedaj postane merilna baza precej dolga in malo spremenljiva. Izmed razpoložljivih in na spletu objavljenih možnosti sem izbral Johannesburg. Tamkajšnje meritve so prikazane v tabeli 1 ob boku meritev z Lisce.

V Johannesburgu in bližnji okolici je merilo več opazovalcev. Ni mi uspelo izslediti, kdo točno je avtor prikazanih meritev in s kakšno opremo so bile pridobljene.

Uri na Lisci in v Johannesburgu sta bili sinhronizirani po greenwiškem času, kar je sicer udobno, a ni zares potrebno za določanje lokalnih preletnih časov. Dovolj je, da obe tečeta enako hitro. Včasih, ko še ni bilo radija za sinhronizacijo, so kljub temu lahko zagotovili enako hiter tek ur; kalibrirali so jih kar preko dveh lokalnih kulminacij Sonca.

10. Razdalja Sonce-Zemlja

V letu 2004 je bilo pomladno enakonočje 20. marca. Dan Venerinega prehoda je bil torej 80 dni kasneje. Ekliptična dolžina Zemlje je tedaj znašala $\lambda = (80\,\mathrm{d}/365\,\mathrm{d})\,360° = 79°$ in deklinacija Sonca 23° (3).

Sredina prehoda, gledana z Lisce ali Johannesburga, je bila ob času ~8.3 GMT. Ta čas je za naše potrebe ekvivalenten času GT (razlikujeta se največ za kakšne četrt ure), in takrat je Sonce sijalo na poldnevnik 55° (1, 2). Ortografska projekcija (4) Lisce in Johannesburga ob tem času poda bazno razdaljo med njima: 7.46×10^3 km (5). Razlika preletnih časov (8) in paralaktična enačba (6) pa določita iskano razdaljo Sonce-Zemlja: ta znaša $2.0\ (1 \pm 0.3) \times 10^8$ km.

Dobljeni rezultat se le za ~25 % razlikuje od vrednosti, ki jo podajajo knjige. To je presenetljivo natančno, če se le spomnimo, (i) kako preprost model osončja smo uporabljali in kakšne približke vse smo pri tem naredili, ter (ii) kako nenatančne so lahko meritve zaradi pojava črne kaplje. Napaka za 30 sekund v času stika lahko namreč pomeni napako 60 sekund v preletnem času, kar se na koncu odrazi kot napaka za 30 % v iskani razdalji.

Zdi se, da v obravnavanem primeru za nenatančnost niso krive merske napake, temveč prevladujejo modelski vzroki. Bolj natančni modeli, ki jih najdemo na spletu, iz prav istih izmerkov izračunajo namreč še precej boljši rezultat. Seveda morajo biti za to neprimerno bolj zamotani. Ko gre zares, pa je seveda potrebno uporabiti meritve is več različnih opazovališč.

Opombe

[1] Bolj natančno ima morska gladina Zemlje obliko rotacijskega elipsoida z ekvatorsko polosjo 6378 km in polarno polosjo 6357 km. Njuno geometrično povprečje znaša 6371 km. Uporabljeni radij je torej natančen na ±0.2 %.

[2] Bolj natančno se kotni premer Sonca spreminja za ±2 %.

[3] Bolj natančno se giblje središče Zemlje okrog središča Sonca po elipsi z ekscentričnostjo $e = \sqrt{(1 - r_{max}^2/r_{min}^2)} = 0.017$. Odmik elipse od povprečnega radija r_E ne presega ±2 %. Še bolj natančno pa velja, da kroži težišče Zemlja + Mesec okrog težišča Sonce + (Zemlja + Mesec).

[4] Obodna hitrost po elipsi ni enakomerna, pač pa obratno sorazmerna s trenutnim radijem. Odmik od povprečne hitrosti ne presega ±2 %.

[5] Bolj natančno se smer vrtilne osi Zemlje počasi vrti med zvezdami po plašču stožca z vršnim polkotom 23.5°. En obhod napravi v 26.000 obhodih Zemlje okrog Sonca. To je precesija osi.

[6] Bolj natančno potuje pomladišče po tirnici, in sicer v nasprotni smeri kot Zemljino središče. En obhod napravi v 26.000 obhodih Zemlje okoli Sonca. To potovanje je odraz precesije Zemljine vrtilne osi.

[7] Bolj natančno 365.2422 zavrtljajev.

[8] Bolj natančno dnevi niso enako dolgi, ampak so v različnih točkah tirnice različni. To je posledica spremenljivega radija r_E in s tem njegove spremenljive kotne hitrosti. Med seboj se razlikujejo do ±0.05 %.

[9] Razmerje radijev dobimo iz znanih obhodnih časov in Keplerjevega zakona $(r_E/r_V)^3 = (T_E/T_V)^2$.