

Merjenje globine vodnjaka s stoparico

↓↓↓

KAREL ŠMIGOC

→ Spomini na preteklost, ko še ni bilo razvitega vodovodnega omrežja, so tudi vodnjaki. Še danes najdemo skoraj pri vsaki domačiji vodnjak, ki ga zapira domiselno izdelano ohišje, pokrito z izbrano kritino, v nekaterih primerih tudi s slamo. Učenci OŠ Šmarje pri Jelšah prihajajo tudi iz oddaljenih vasi, ki se nahajajo večinoma na gričih, obdanih z vinogradi in gozdiči. Skupina učencev si je izbrala za raziskovalno nalogo opisati in izbrati čim več podrobnosti o vodnjakih, ki se nahajajo na področju občine. Program raziskovanja je bil obsežen. S posebno izdelano napravo za ta namen so merili temperaturo vode na dnu vodnjaka in na gladini. Primerjali so jo s temperaturo ozračja. Ker so računali prostornino vode v vodnjakih, so merili tudi njihovo globino in višino vode.

Namen tega prispevka ni poročanje rezultatov raziskovanja, ampak opisati zanimiv fizikalni primer, ki je nastal pri merjenju globine vodnjaka v bližini cerkvice svetega Lovrenca (sliki 1 in 2).

Vodnjak, ki je bil predmet raziskovanja, spada med najbolj zanimive na Kozjanskem. Predvsem nas je presenetila njegova globina – 23 m. Izmerili so jo gasilci pri čiščenju vodnjaka. Njegov lastnik nam je povedal, da je gladina vode nevidna, dobro pa se sliši zvok, ki nastane, ko nanjo udari kamenček. Z lastnikovim dovoljenjem so tudi učenci spustili kamenček v vodnjak in izmerili čas od izpusta do nastanka zvoka pri udarcu na gladino vode. Pri večkratni meritvi časa je bil povprečen čas 2,2 sekunde. Po obrazcu za prosti pad in pri upoštevanju vrednosti za zemeljski pospešek $9,81 \text{ m/s}^2$ so izračunali glo-



SLIKA 1.



SLIKA 2.



bino 23,74 m. Če upoštevamo, da je bilo ob času meritve po pripovedovanju lastnika v vodnjaku en meter vode, je kamenček preletel v izmerjenem času razdaljo 22 m, kar je za 1,7 m več od pričakovane vrednosti. Poskusili smo pojasniti nastalo razliko.

Čas, ki so ga izmerili učenci s stoparico, je sestavljen iz dveh delov: iz časa prostega pada kamenčka t_1 in časa t_2 , ki ga potrebuje zvok na razdalji od gladine vode do mesta, kjer so spustili kamenček. Če označimo izmerjeni čas s T , je $T = t_1 + t_2$. Razdaljo do gladine vode, ki je v nekaterih primerih, ko so sušna obdobja, tudi enaka globini vodnega jaška, označimo s H in iz obrazca za prosti pad $H = \frac{g}{2}t_1^2$ izračunamo čas $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, kjer pomeni g zemeljski pospešek. Označimo s c hitrost zvoka in iz obrazca za enakomerno gibanje izračunamo čas $t_2 = \frac{H}{c}$.

Izmerjeni čas T je

$$\blacksquare T = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{H}{c}. \quad (1)$$

Dobljeni izraz zapišimo v obliki: $\left(T - \frac{H}{c}\right) = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, po kvadriranju obeh strani enačbe dobimo

$$\blacksquare H = \frac{g}{2} \left(T^2 - \frac{2T}{c}H + \frac{H^2}{c^2} \right).$$

Globine vodnjakov oziroma vodnih jaškov so na podeželju navadno pod deset metrov, vodnjaki nad deset metrov globine so že redkost. Ker je hitrost zvoka pri 20 °C 340 m/s, lahko člen $\frac{H^2}{c^2}$ zaradi majhne vrednosti izpustimo in dobimo za H linearno enačbo z rešitvijo

$$\blacksquare H = \frac{g}{2} T^2 \frac{c}{c + gT}. \quad (2)$$

Če vstavimo v izraz (2) za pospešek $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, za izmerjeni čas 2,2 sekunde in za hitrost zvoka že omenjeno vrednost 340 m/s, je globina vodnjaka oziroma gladina vode v njem 22,31 m, kar se približuje pravi vrednosti 22 m. Seveda pa moramo pri računu upoštevati razne omejitve: pri merjenju s stoparico lahko merimo največ na 0,1 sekunde natančno, reakcijski čas osebe, ki meri, pa lahko doseže tudi desetinko sekunde. Upoštevanje časa zvoka prispeva k natančnosti meritve približno 1,7 m.

Poglejmo še primer, ko člen $\frac{H^2}{c^2}$ ni več zanemarljiv, npr. pri merjenju globine jaškov v gorah ali višine

nebotičnikov. Povrnimo se na začetek; obe strani enačbe (1) pomnožimo s c in jo spremenimo v obliko $(cT - H) = c\sqrt{\frac{2H}{g}}$. Po kvadriranju in združevanju členov dobimo kvadratno enačbo

$$\blacksquare H^2 - 2 \left(cT + \frac{c^2}{g} \right) H + c^2 T^2 = 0,$$

iz katere izračunamo globino H : $H_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$. Ker je v našem primeru $a = 1$, $b = -2 \left(cT + \frac{c^2}{g} \right)$ in $D = 4 \left(cT + \frac{c^2}{g} \right)^2 - 4c^2 T^2 = \frac{4c^2}{g^2} (c^2 + 2cTg)$, je

$$\blacksquare H_{1,2} = \left(cT + \frac{c^2}{g} \right) \pm \frac{c}{g} \sqrt{2cTg + c^2}. \quad (3)$$

Zaradi pozitivnega in negativnega predznaka pred korenem dobimo za H dve rešitvi: če izberemo negativni predznak, je pri $T = 0$ tudi $H = 0$, kar ustreza začetnemu stanju; rešitev pri pozitivnem predznaku pa nima fizikalne osnove, ker je pri $T = 0$, $H = \frac{2c^2}{g}$. Po kratkem preoblikovanju izraza (3) in upoštevanju negativnega predznaka je globina H

$$\blacksquare H = cT - \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{2Tg}{c}} - 1 \right).$$

Kolika bi bila globina vodnjaka, če bi izmerili pri prostem padu čas $T = 3 \text{ s}$?

Po izrazu (4) dobimo za globino $H = 40,7 \text{ m}$, po obrazcu za prosti pad, ko ne upoštevamo časa zvoka, pa 44,2 m. V tem primeru, ko smo upoštevali čas zvoka, se je natančnost meritve povečala za 3,5 m.

Vprašajmo se še, pri kateri razdalji je čas zvoka enak času pri prostem padu. V uvodu smo že zapisali čas prostega pada $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ in čas zvoka $t_2 = \frac{H}{c}$. Oba izraza izenačimo, kvadriramo dobljeno enačbo in izračunamo to razdaljo: $H = \frac{2c^2}{g} = 23\,568 \text{ m}$. Zanimivo, če upoštevamo pri izrazu (3) pred korenem pozitivni predznak, dobimo enak rezultat.

Pripis. Kako se je končala raziskovalna naloga učencev? Z načinom merjenja globine se učenci niso posebno ukvarjali, ostali so pri opisu preprostih vaških vodnjakov in od župana prejeli zasluženo denarno nagrado.

× × ×