

GDK: 812.701--015(045)

Prispelo / Received: 13. 01. 2006

Sprejeto / Accepted: 16. 06. 2006

Izvirni znanstveni članek

Original scientific paper

VPLIV TOGOSTI KONZOLNEGA VPETJA NA IZRAČUN DINAMIČNEGA MODULA ELASTIČNOSTI

Miran MERHAR¹, Bojan BUČAR²

Izvleček

Članek prikazuje vpliv vpenjalnega razmerja konzolno vpetega bukovega preizkušanca (*Fagus sylvatica*) na izračun dinamičnega modula elastičnosti. Najprej smo vzorcu izmerili frekvenco prvega načina lastnega dušenega prečnega nihanja nosilca s prostima koncema. Nato smo skladno z Bernoulli-Eulerjevo teorijo za omenjene pogoje izračunali modul elastičnosti, ki nam je rabil za referenco. Preizkušanec smo zatem konzolno vpenjali od vpenjalnega razmerja 18 do 105 ter mu vsakokrat izmerili frekvenco prvega načina lastnega dušenega prečnega nihanja. Skladno s teorijo za togo konzolno vpetje smo izračunali modul elastičnosti in ga primerjali z referenčnim. Izkazalo se je, da je napaka pri manjših razmerjih vpetja okoli 20 %, pri večjih pa se zmanjša na 5 %. Razlog za veliko napako je nezadostna togost vpetja preizkušanca, ki je kljub zadostni togosti vpenjalnega sistema posledica kompresibilnosti preizkušanca v prečni smeri, saj je modul elastičnosti v radialni oz. tangencialni smeri več kot desetkrat manjši od modula vzporedno s potekom tkiva.

Ključne besede: lastno prečno nihanje, togost konzolnega vpetja, dinamični modul elastičnosti

CANTILEVER CLAMPING RIGIDITY IMPACT ON DYNAMIC MODULUS OF ELASTICITY CALCULATION

Abstract

The paper presents the impact of the clamping ratio of a clamped beech (*Fagus sylvatica*) cantilever specimen on the calculation of a dynamic modulus of elasticity. First we measured the specimen's frequency of the first mode of damped transverse free vibrations of a specimen with free ends. In accordance with the Bernoulli-Euler theory, we then calculated the modulus of elasticity for the mentioned conditions, which we subsequently used as a reference. The specimen was then clamped as a cantilever beam several times, from a clamping ratio of 18 to 105, and each time the frequency of the first damped transverse free vibrations was measured. The modulus of elasticity was calculated according to the theory for rigid cantilever clamping, and compared to the reference module. In the case of small clamping ratios, the error was around 20%, whereas in the case of large clamping ratios the error decreased to 5%. The cause of the major error is insufficient specimen clamping rigidity, which is due – despite a sufficient rigidity of the clamping system – to the specimen compressibility in the transverse radial or tangential directions where the modulus of elasticity is more than ten times smaller than the modulus along the tissue.

Key words: transverse free vibration, cantilever clamping rigidity, dynamic modulus of elasticity

UVOD

INTRODUCTION

Modul elastičnosti je snovna lastnost, ki je pomembna tako s konstrukcijskega kot tehnološkega vidika. Z določevanjem modula elastičnosti pretežno konstrukcijsko in tehnološko zanimivih naravnih in umetno zasnovanih materialov so se v preteklosti ukvarjali številni avtorji. V večini opravljenih raziskav so uporabili metode, ki sodijo v skupino dinamičnih neporušnih metod.

Eden prvih je bil prav gotovo GOENS (1931), ki je določil modul elastičnosti E in strižni modul G iz transverzalnega nihanja preizkušancev. Pomembno delo sta opravila HEARMON (1958) in HUANG (1961), ki sta ravno tako določevala modul elastičnosti E in strižni modul G prosto nihajočih prostih preizkušancev. Kasneje je HEARMON (1966) opisal osnovne postopke določanja modula elastičnosti ter strižnega modula na osnovi merjenih lastnih frekvenc transverzalnega, longitudinalnega in torzijskega nihanja prizmatično obliko-

¹ asistent M. M., Univerza v Ljubljani, Biotehniška fakulteta, Oddelek za lesarstvo, Rožna dolina C. VIII/34, Ljubljana

² doc. dr. B. B., Univerza v Ljubljani, Biotehniška fakulteta, Oddelek za lesarstvo, Rožna dolina C. VIII/34, Ljubljana

vanih preizkušancev. Njim so sledili še številni raziskovalci, ki so določevali module na osnovi transverzalnega in longitudinalnega nihanja s poudarkom na različnih detajlih (CHUI 1991, HAINES / LEBAN / HERBE 1995, ILIC 2003).

Odvisnosti med lastnimi frekvencami prečno nihajočih prizmatičnih elementov in specifičnimi robnimi pogoji, kot so na primer prosto, enostavno in togo vpetje preizkušancev, so že dolgo znane (WEAVER / TIMOSHENKO / YOUNG 1990). Ker je v praksi najlažje realizirati prosti konec, je večina raziskovalcev, ki so se ukvarjali z eksperimentalnim določanjem modula elastičnosti, uporabila preizkušance, ki so bili na obeh koncih prosti, v nekaterih primerih pa enostavno podprti. Najbolj problematično je togo vpetje, s katerim se srečamo pri konzolnih nosilcih.

Enostransko oziroma konzolno vpetje je z vidika same izvedbe nedvomno zelo preprosto in učinkovito, zelo problematično pa je z vidika togosti vpetja preizkušanca. Absolutno togega vpetja dejansko ni moč doseči. Problem je še toliko bolj izrazit v primerih, ko imamo opraviti z materiali, ki imajo relativno visoko deformabilnost v smeri vpenjalnih obremenitev. V to skupino materialov sodi nedvomno tudi les, pri katerem se izrazita anatomska pogojena anizotropija odraža tudi v zelo veliki razliki vrednosti elastičnih modulov orientiranega tkiva. V prečni smeri je modul elastičnosti navadno za več kot desetkrat manjši od modula v vzdolžni smeri tkiva (KOLLMANN/CÔTÉ 1984).

V primerih, ko se s samo izvedbo vpetja zahtevanim kriterijem aktualnih vpetij zgolj približamo, postanejo obstoječe rešitve diferencialne enačbe za popis prostih prečnih nihanj z idealiziranimi robnimi pogoji praktično neuporabne. Ena izmed rešitev je modeliranje robnega pogoja z elastičnim vpetjem, kjer je togost vpenjalnega sistema določena s kompresibilnostjo usmerjenega materiala. BEGLINGER / BOLLETER / LOCHER (1976) so raziskovali vpliv elastičnega vpetja na lastne frekvence kratkih enostransko vpetih jeklenih nosilcev. Podobne raziskave sta opravila tudi PAPADOPOULUS in TRUJILLO (1979). Njuno delo je temeljilo na eksplicitnem izračunu lastnih frekvenc večnadstropnih zgradb. V obeh raziskavah so predstavljale vzmeti elastičnega vpetja fleksibilnost vpenjalnega sistema.

CHUI in SMITH (1990) sta v predpostavljeni model vpetja znane togosti vključila prečno kompresibilnost orientirane-

ga lesnega tkiva. Preizkušanec sta modelirala kot togi nosilec, ki je med absolutno togi vpenjalni čeljusti vpet prek vzmeti. Togost vzmeti sta določila na osnovi modula elastičnosti lesa prečno na potek tkiva ter dimenzij vpenjalnega sistema. Ugotovila sta, da bi moral v primeru veljavnosti predpostavljene- ga modela znašati modul elastičnosti prečno na potek tkiva okoli 1 % vrednosti modula elastičnosti vzporedno s potekom tkiva, kar pa je glede na znana razmerja modulov (KOLLMANN/CÔTÉ 1984) sila malo.

CILJI RAZISKAVE

RESEARCH OBJECTIVES

Namen raziskave je prikazati vpliv proste dolžine preizkušanca pri konzolnem vpetju na napako izračuna modula elastičnosti iz izmerjenih lastnih frekvenc prečnega nihanja preizkušanca. Izdelali smo namenski vpenjalni sistem. Ker je podajnost vpenjalnega sistema v primerjavi s podajnostjo preizkušanca zanemarljiva, ponazarja kompresibilnost preizkušanca prečno na potek vlaken tudi skupno deformabilnost. Preizkušanec smo vpenjali pri različnih prostih dolžinah in vsakič izmerili frekvenco lastnega dušenega prečnega nihanja. Izračunani modul smo primerjali z modulom elastičnosti, dobljenim iz prve lastne frekvence nihajočega nosilca s prostima koncema.

TEORIJA

THEORY

V splošnem lahko skladno z Bernoulli Eulerjevo teorijo nihanja vitkih prizmatičnih teles, ki ne upošteva vpliva rotacijskih vztrajnostnih momentov in strižnih deformacij, izrazimo lastno transverzalno nihanje vitke mehanske strukture v ravnini x,y , ki predstavlja simetrijo za kateri koli prečni presek strukture, z diferencialno enačbo

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx = -\rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (1)$$

pri čemer pomeni x lego prereza vzdolž nihajoče strukture, y je prečni pomik prereza, A in I sta geometrijska parametra, ki določata presečno površino in vztrajnostni moment preseka strukture, E in ρ pa sta snovni lastnosti, in sicer modul ela-

stičnosti oziroma gostota. V primeru, da se upogibna togost strukture ($E \cdot I$) vzdolž osi x ne spreminja, lahko enačbo (1) zapišemo v nekoliko spremenjeni obliki

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx = -\rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Rešitev diferencialne enačbe lahko zapišemo v obliki

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) \cdot Q_i(t), \quad (3)$$

pri čemer je $X(t)$ funkcija modalne oblike, $Q(t)$ pa je funkcija časovno odvisne modalne koordinate. Indeks i se nanaša na i -ti modalni način lastnega nihanja. Če zgornjo enačbo skupaj z odvodi vstavimo v enačbo 2, dobimo

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sinh(\frac{\eta_i l}{l} x) + A_2 \cosh(\frac{\eta_i l}{l} x) + A_3 \sin(\frac{\eta_i l}{l} x) + A_4 \cos(\frac{\eta_i l}{l} x)) \cdot (B_i \sin(\omega_i t) + B_2 \cos(\omega_i t)) \quad (4)$$

kjer so konstante A_1, A_2, A_3, A_4, B_1 in B_2 odvisne od začetnih in robnih pogojev vpetja.

Lastno frekvenco določenega lastnega nihajnega načina vitke mehanske strukture nazivne dolžine l lahko izrazimo z zvezo

$$\omega_i = (\eta_i l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}}, \quad (5)$$

pri čemer je produkt $\eta_i \cdot l$ i -ti koren frekvenčne enačbe

$$\cos(\eta l) \cosh(\eta l) = 1. \quad (6)$$

Frekvenčna enačba (6) je značilna za določene robne pogoje oziroma način vpetja obeh koncev konstrukcijskega elementa. V primeru vitkega prizmatičnega telesa s prostima koncema zapišemo robne pogoje v obliki

$$\left(\frac{d^2 X}{dx^2} \right)_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{d^3 X}{dx^3} \right)_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2 X}{dx^2} \right)_{x=l} = 0 \quad \text{in} \quad \left(\frac{d^3 X}{dx^3} \right)_{x=l} = 0$$

pri čemer je X normalna funkcija prečnega nihanja vitkega prizmatičnega elementa.

V primeru konzolno vpetega telesa zapišemo frekvenčno enačbo v nekoliko drugačni obliki, in sicer

$$\cos(\eta l) \cosh(\eta l) = -1, \quad (7)$$

spremenijo pa se tudi robni pogoji. Le te izrazimo v obliki

$$X_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{dX}{dx} \right)_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2 X}{dx^2} \right)_{x=l} = 0 \quad \text{in} \quad \left(\frac{d^3 X}{dx^3} \right)_{x=l} = 0$$

MATERIAL IN METODE MATERIAL AND METHODS

Preizkušali smo bukov vzorec (*Fagus sylvatica*) dimenzije 112,6 mm x 6,95 mm x 752 mm z gostoto 678 kg/m³. Vzorec je bil brez vizualnih napak, vzdolžno orientiran z radialno teksturo in ravnovesno vlažnostjo 9,5 %.

Vzorcju smo najprej izmerili lastne frekvence transversalno nihajočega nosilca s prostima koncema. Preizkušane smo obesili na tanke vrvice na mestih, kjer ima nosilec vozlišči za prvi način lastnega dušenega nihanja. Vozlišči ležita na 22,4 oziroma 77,6 % dolžine preizkušanca. Omenjeni način vpetja preizkušanca v celoti ustreza zahtevanim robnim pogojem za vitko prizmatično strukturo s prostima koncema.

Preizkušane smo vzbujali s tolkalom in ga pustili prosto nihati. S kondenzatorskim mikrofonom smo s frekvenco vzorčenja 10 kHz spremljali časovni potek tlačnih razlik okoliškega medija, ki jih povzroča prečno nihajoči preizkušane. Izmerjene vrednosti smo zajemali z osebnim računalnikom s programsko opremo LabView ter merilno kartico proizvajalca National Instruments AT MIO 16E-1. Frekvenčno sestavo časovno spremenljivega zajetega signala smo določili s hitro Fourierjevo transformacijo. Za izračun modula elastičnosti smo uporabili zgolj frekvenco prvega lastnega nihajnega načina.

Iz dobljene frekvence smo upoštevali enačbo 5 izračunali modul elastičnosti, pri čemer smo upoštevali prvi koren frekvenčne enačbe 6

$$E = \frac{\omega_1^2 l^4 \rho A}{4,73^4 I} = \frac{\omega_1^2 l^4 \rho A}{500,5 \cdot I} \quad (8)$$

$$E = \frac{\omega_1^2 l^4 \rho A}{1,875^4 I} = \frac{\omega_1^2 l^4 \rho A}{12,356 \cdot I} \quad (9)$$

Enačba 8 je primerna za izračun modula elastičnosti, saj ustreza vsem robnim pogojem. Ker je bilo razmerje med prosto dolžino in višino (l/h) preizkušanca dokaj veliko, vrednost je znašala 109, lahko predpostavimo, da je bil vpliv striga in rotacije praktično zanemarljiv. Modul elastičnosti, ki smo ga dobili z enačbo 8, ponazarja referenčno vrednost.

V nadaljevanju smo preizkušanece vpeli pri različnih prostih dolžinah, kot prikazuje slika 1. Začeli smo z vpenjalnim razmerjem (l/h) 18, saj je pri tem razmerju vpliv striga in rotacijskega vztrajnostnega momenta še vedno zanemarljiv. Prosti konec smo vzbudili s tolkalom ter pustili, da je preizkušanec prosto transverzально nihal. Časovni potek nihanja smo izmerili z induktivnim brezstičnim pretvornikom pomikov s proporcionalnim napetostnim izhodom. V ta namen smo na mestu, kjer smo merili pomike preizkušanca, nalepili aluminijsko folijo zanemarljive mase. Frekvenčni spekter smo dobili s hitro Fourierjevo transformacijo časovnega poteka prečnih odmikov preizkušanca. Izmerjene vrednosti smo zajemali na že omenjeni način.

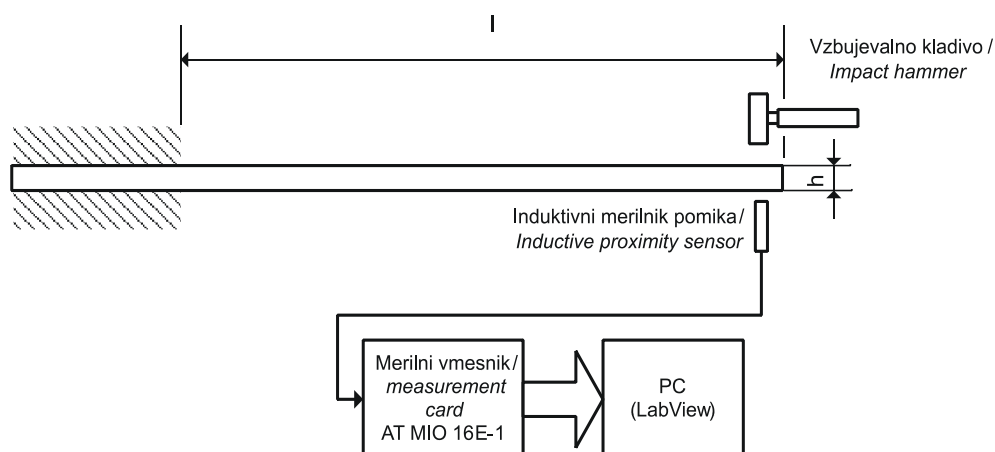
Iz izmerjenih vrednosti lastnih frekvenc smo za vsako vpenjalno razmerje izračunali modul elastičnosti (enačba 5), pri čemer smo sedaj upoštevali prvi koren frekvenčne enačbe (7)

REZULTATI IN DISKUSIJA RESULTS AND DISCUSSION

Pri preizkušancu s prostima koncema je znašala lastna frekvenca prvega nihajnega načina prečnega nihanja 58,7 Hz, kar pomeni, da znaša modul elastičnosti, upoštevajoč enačbo 8, 14648 MPa. V tabeli 1 so podane izmerjene lastne frekvence konzolno vpetega preizkušanca in izračunani moduli elastičnosti.

Slika 2 prikazuje odvisnost med izračunanim modulom elastičnosti in vpenjalnim razmerjem konzolno vpetega preizkušanca. Ker to ni absolutno togo, še zlasti v primerjavi z izraženo togostjo prostega konca preizkušanca pri manjših vpenjalnih razmerjih, so izmerjene lastne frekvence nižje, kot bi bile v primeru absolutno togega vpetja. Posledično so manjši tudi izračunani moduli elastičnosti. Z večanjem vpenjalnega razmerja l/h se razmerje med togostjo vpetja in togostjo prostega konca preizkušanca povečuje, kar je razvidno tudi iz naraščanja izmerjenih lastnih frekvenc, ki se približujejo frekvenci, značilni za absolutno togo vpetje.

Vse skupaj nazorno prikazuje slika 3, iz katere je razviden potek normaliziranih vrednosti izračunanih modulov elastičnosti. Normalizacijo smo izvedli z deljenjem med izračunani-



Slika 1: Eksperimentalni sistem

Fig. 1: Experimental system

Preglednica 1: Izmerjene lastne frekvence in izračunani moduli elastičnosti

Tabel 1: Natural frequencies and calculated modulus of elasticity

l (m)	l/h	ν (Hz)	E (MPa)	l (m)	l/h	ν (Hz)	E (MPa)
0,1245	17,9	301,90	11.792	0,322	46,3	48,05	13.366
0,1375	19,8	251,50	12.175	0,342	49,2	42,70	13.432
0,147	21,2	221,00	12.281	0,36	51,8	38,50	13.406
0,1515	21,8	207,90	12.261	0,3835	55,2	34,00	13.465
0,1585	22,8	192,30	12.568	0,4015	57,8	31,30	13.709
0,168	24,2	169,50	12.324	0,433	62,3	26,80	13.596
0,172	24,7	162,00	12.369	0,461	66,3	23,80	13.776
0,1815	26,1	145,90	12.439	0,491	70,6	21,00	13.802
0,1947	28,0	128,00	12.678	0,522	75,1	18,52	13.713
0,2115	30,4	109,30	12.872	0,55	79,1	16,73	13.792
0,223	32,1	97,60	12.685	0,58	83,5	15,02	13.748
0,2265	32,6	95,50	12.926	0,6095	87,7	13,61	13.774
0,241	34,7	84,30	12.909	0,641	92,2	12,36	13.888
0,2605	37,5	72,20	12.927	0,671	96,5	11,26	13.840
0,281	40,4	62,50	13.115	0,693	99,7	10,60	13.955
0,3025	43,5	54,30	13.295	0,716	103,0	9,90	13.871

mi moduli elastičnosti iz lastnih frekvenc konzolno vpetega preizkušanca ter izračunanim modulom elastičnosti iz lastne frekvence preizkušanca s prostima koncema. Kot smo že omenili, so pri manjših vpenjalnih razmerjih vrednosti nižje, saj je togost vpetja v primerjavi s togostjo prostega konca preizkušanca nižja kot pri večjih razmerjih vpetja, kjer se togost prostega dela preizkušanca zmanjša.

Iz slike 3 je razvidno izredno dobro ujemanje med izmerjenimi in izračunanimi vrednostmi. Pri slednjih smo upošte-

vali podajnost samega vpenjalnega sistema (PAPADOPOULOS / TRUJILLO 1980). Če odvisnost ekstrapoliramo v smeri večjih vpenjalnih razmerij (slika 4), kjer se togost prostega dela preizkušanca zmanjšuje, vidimo, da se normalizirane vrednosti izračunanih modulov elastičnosti, dobljenih iz lastnih frekvenc konzolno vpetega preizkušanca, asimptotično približujejo vrednosti 1. To pomeni, da se z naraščajočim vpenjalnim razmerjem vpliv realnega vpetja na izmerjene lastne

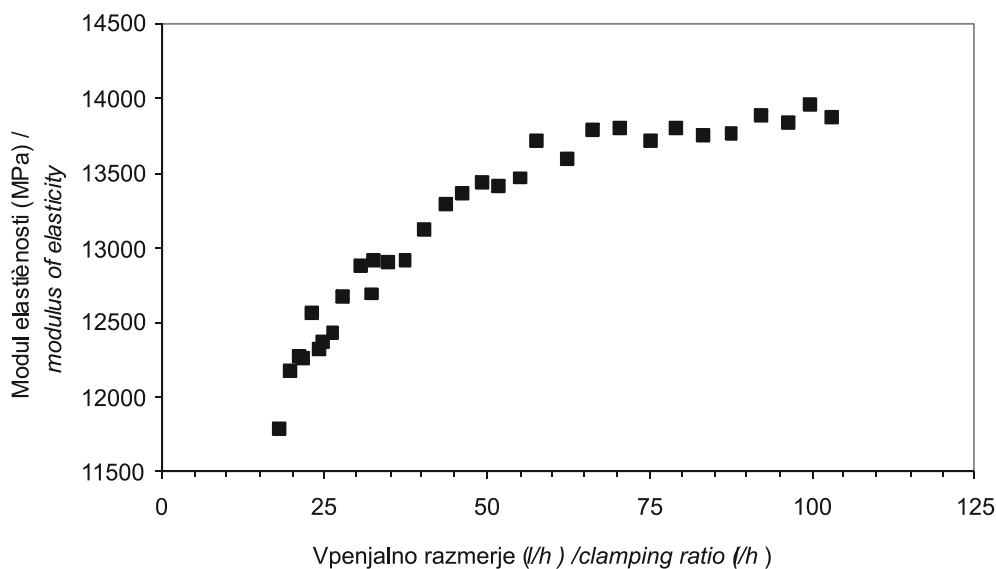
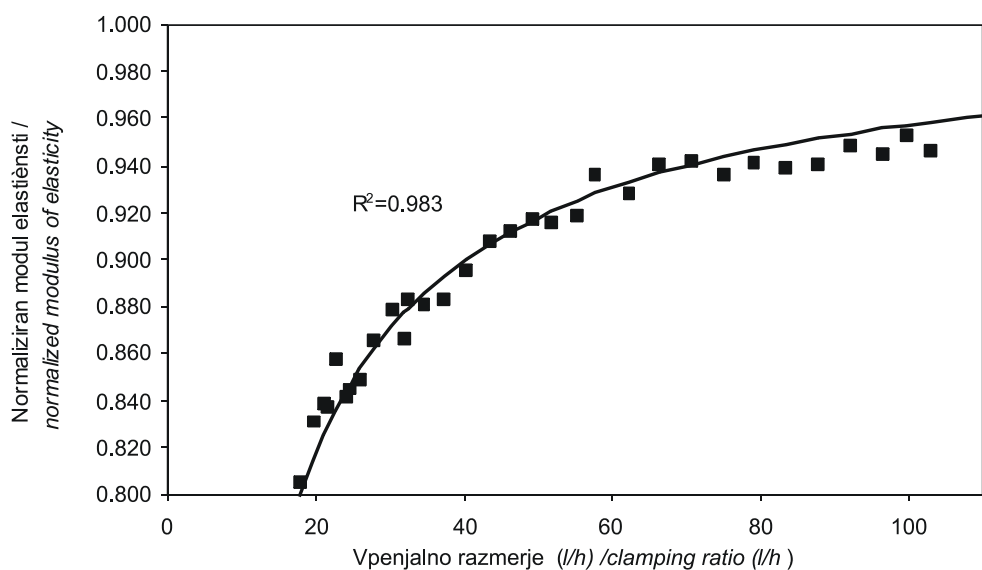
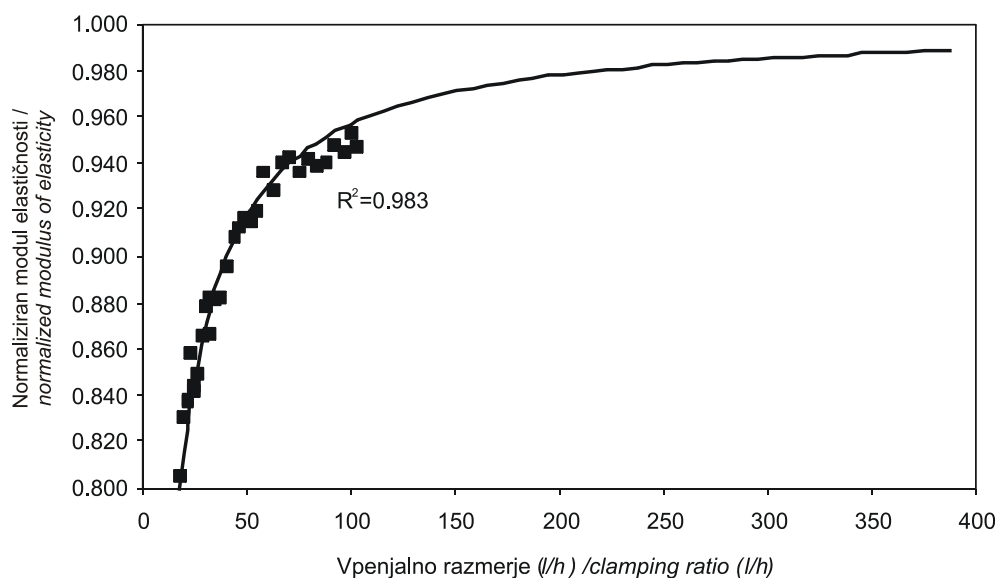
Slika 2: Modul elastičnosti E v odvisnosti od razmerja proste dolžine konzolno vpetega preskušanca in njegove debeline

Fig. 2: Modulus of elasticity vs. clamping ratio



Slika 3: Normalizirane vrednosti modulov elastičnosti v odvisnosti od vpenjalnega razmerja

Fig. 3: *Normalized modulus of elasticity vs. clamping ratio*



Slika 4: Normalizirane vrednosti modulov elastičnosti v odvisnosti od vpenjalnega razmerja

Fig. 4: *Normalized modulus of elasticity vs. clamping ratio*

frekvence manjša, s tem pa se manjša tudi napaka, ki znaša pri vpenjalnem razmerju 100 manj kot 5 %.

ZAKLJUČKI CONCLUSIONS

Analize in izračuni številnih avtorjev, ki so se ukvarjali z dinamičnimi metodami določevanja modula elastičnosti E , so

bili v večini primerov opravljeni na primerih, ko so zahteve, izhajajoče iz robnih pogojev analitičnih rešitev, izpolnjene v celoti. Če pa je vpetje konzolno, nastane problem realizacije robnih pogojev togega vpetja, ki zahtevajo, da sta poves in naklon preizkušanca na mestu vpetja enaka nič. Problem dejansko nastane, ker vpenjalni sistem ni nikoli absolutno tog, pri lesu pa je dodatni problem kompresibilnost lesa v prečni, to je v radialni oz. tangencialni smeri. V omenjenih smereh

je modul elastičnosti več kot desetkrat manjši kot v vzdolžni smeri, kar pomeni dodatno fleksibilnost vpetega preizkušanca.

Iz eksperimenta je razvidno, da so moduli elastičnosti, izračunani iz lastnih frekvenc konzolno vpetega preizkušanca, pri manjših vpenjalnih razmerjih manjši kot pri večjih. Zaradi tega je pri izračunu dinamičnega modula treba bodisi upoštevati korekcijski faktor pri manjših vpenjalnih razmerjih, ki je odvisen od preizkušanca, ali pa preizkušanec vpeti z večjim razmerjem proste dolžine proti debelini vzorca. V našem primeru se napaka izračuna modula elastičnosti zmanjša iz 20 % pri vpenjalnem razmerju vpetja 18 vse do 5 % pri vpenjalnem razmerju okoli 100. Ta napaka pa je že sprejemljiva, še zlasti če upoštevamo izrazito nehomogenost in variabilnost lesa, ki je lahko znotraj samega vzorca precejšnja.

SUMMARY

The purpose of this research was to present the impact of the free length of a clamped cantilever specimen on the error in calculating the modulus of elasticity from the measured frequencies of transverse free vibrations of the specimen. A problem appears in the realization of boundary conditions requiring zero flexure and incline of the specimen at the point of clamping. The clamping system is never absolutely rigid, and in the case of wood we are also faced with a significant deformability of wood in transverse, i.e. radial and tangential directions. In these directions, the modulus of elasticity is more than ten times lower than the modulus along the tissue, which represents an additional flexibility of the clamped test sample. Since the deformability of the clamping system is negligible when compared to the deformability of the test sample, the compressibility of the test sample transversely to the wood tissue represents the total deformability.

We tested a beech (*Fagus sylvatica*) specimen of 112,6 mm x 6,95 mm x 752 mm in size, with a density of 678 kg/m³, without any visual defects, longitudinally oriented with radial texture and moisture content of 9,5%. First we measured the test sample's natural frequency of the first mode of a transversely oscillating sample with free ends. The test sample was suspended from thin ropes at the points of the specimen's nodes for the first mode of damped free vibrations. This method of clamping the test sample fully meets

the boundary conditions for a thin prismatic structure with free ends. In accordance with the Bernoulli-Euler theory, this frequency was used to calculate the modulus of elasticity, which was subsequently used as a reference. The specimen was then clamped as a cantilever beam several times, from a clamping ratio 18 to 105, and each time the frequency of the first damped transverse free vibrations was measured. According to the theory for rigid cantilever clamping, we calculated the modulus of elasticity and compared it to the reference modulus. The problem of insufficient rigidity of the test sample clamping is more pronounced in the case of lower clamping ratios when the expressed free end rigidity is considerable compared to the rigidity of clamping. In such cases, the measured own frequencies are significantly lower than the frequencies, which we would obtain in the case of absolutely rigid clamping. As a consequence, the calculated modulus of elasticity is also smaller. The specimen's clamping rigidity to free-end rigidity ratio increases with the increase of the clamping ratio l/h , which is also shown by the increase of measured natural frequencies. The calculated modulus of elasticity is approaching the reference modulus.

Because of all the mentioned facts, in calculating the dynamic modulus of elasticity based on the frequencies of transverse free vibrations of a clamped cantilever test sample, it is necessary either to take into account – in the case of low clamping ratios – a correction factor that depends on the test sample, or to clamp the test sample in a way to provide a greater ratio of the sample free length to sample thickness. In our case, the error in calculating the modulus of elasticity decreases from 20% at the clamping ratio of 18 to just 5% at the clamping ratio of about 100. This error is acceptable, particularly if we consider the distinctive inhomogeneity and variability of wood within the specimen, which can be substantial.

VIRI REFERENCES

- B EGLINGER, V. / B OLLETER, U. / L OCHER, W. E., 1976. Effects of Shear Deformation, Rotary Inertia, and Elasticity of the Support on the Resonance Frequencies of Short Cantilever Beams.- Journal of Engineering for Power, Transactions, ASME 99:79-87.
- C HUI, Y. H. / S MITH, I., 1990. Influence of rotary inertia, shear deformation and support condition on natural frequencies of wooden beams.- Wood Science and Technology 24:233-245.

- CHUI, Y. H., 1991. Simultaneous evaluation of bending and shear moduli of wood and the influence of knots on these parameters.- *Wood Science and Technology* 25: 125-134.
- GOENS, E., 1931. Über die Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Stäben mit Hilfe von Biegungsschwingungen.- *Annalen der Physik* 11: 649-678.
- HAINES, D. W. / LEBAN, J. M. / HERBÉ, C., 1995. Determination of Young's modulus for spruce, fir and isotropic materials by the resonance flexure method with comparison to static flexure and other dynamic methods.- *Wood Science and Technology* 30: 253-263.
- HEARMON, R. F. S., 1958. The influence of shear and rotary inertia on the free flexural vibration of wooden beams.- *British Journal of Applied Physics* 9: 381-388.
- HEARMON, R. F. S., 1966. Theory of the Vibration Testing of Wood.- *Forest Products Journal* 16: 29-40.
- HUANG, T. C., 1961. The Effect of Rotary Inertia and of Shear Deformation on the Frequency and Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams With Simple End Conditions.- *Journal of Applied Mechanics* 28: 579-584.
- ILIC, J., 2003. Dynamic MOE of 55 species using small wood beams.- *Holz als Roh- und Werkstoff* 61: 167-172.
- KOLLMANN, F. F. P. / CÔTÉ, W. A., 1984. Principles of Wood Science and Technology. I Solid Wood.- Berlin, Springer Verlag, 592 s.
- PAPADOPOULOS, A. P. / TRUJILLO, D. M., 1980. Natural Frequency of Timoshenko Beam on Flexible Base.- *Journal of the Engineering Mechanics Division* 106: 307-321.
- WEAVER, W. / TIMOSHENKO, S. P. / YOUNG, D. H., 1990. Vibration problems in engineering. 5th Edition.- New York, John Wiley & Sons, 610 s.