

Določitev PI/PD regulatorjev za vodenje aktivnih magnetnih ležajev

Jožef Ritonja, Boštjan Polajžer, Drago Dolinar

Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Smetanova 17, 2000 Maribor
E-pošta: joze.ritonja@uni-mb.si

Povzetek. V članku predstavljamo novo PI/PD regulacijsko zgradbo za vodenje aktivnih magnetnih ležajev. Prikazali smo izvirnost in prednost nove regulacijske zgradbe v primerjavi s klasično PID regulacijsko zgradbo, ki se je do sedaj večinoma uporabljala za vodenje aktivnih magnetnih ležajev v industrijskih aplikacijah. Postopek določitve parametrov regulatorjev smo metodizirali in ga lahko uporabljamo kot nastavljeno pravilo. Analizirali smo občutljivost regulacijskega sistema na nemodelirano dinamiko, variacijo parametrov reguliranega procesa in merilni šum. Prikazali smo rezultate simulacijskih izračunov in laboratorijskih preizkusov.

Ključne besede: aktivni magnetni ležaj, sinteza regulacijskega sistema, PI in PD regulator

PI/PD control design for active magnetic bearings

Extended abstract. The paper presents a new PI/PD control system for the active magnetic bearing. Its originality and advantages compared to the conventional PID control commonly used for the active magnetic bearing in the industrial applications are shown. The system design for the proposed control system is presented as a rule-based procedure. Sensitivity of the new control system on supplementary dynamics, parameter variations and measurement noise are analyzed. Simulation and experimental results show performance robustness of the developed controller.

Key words: active magnetic bearing, control system design and synthesis, PI and PD controller

in so torej bolj čisti, omogočajo obratovanje pri skrajnih termičnih in atmosferskih razmerah, imajo daljo življenjsko dobo. Poleg naštetih prednosti pa imajo aktivni magnetni ležaji zaradi načina generiranja sile za lebdenje rotorja dodatne prednosti, ki omogočajo zagotavljanje želenega dušenja rotorjevih nihanj, pozicioniranje rotorja, diagnosticiranje okvar in nepravilnosti rotorja [1].

Raziskave na področju gradnje aktivnih magnetnih ležajev so usmerjene predvsem v izpeljavo čim zmogljivejših in energijsko varčnih regulacijskih algoritmov. Za regulacijo lebdenja rotorja zasledimo v literaturi uporabo večine sodobnih algoritmov vodenja [2], [3], [4]. Kljub njihovim teoretičnim prednostim, ki so celo simulacijsko potrjene, pa se v večini primerov realizacije aktivnih magnetnih ležajev še vedno uporabljajo klasični PID regulatorji, ki so dobro znani, preizkušeni in zanesljivi [5], [6]. Slabost PID regulatorjev je zamudna in nepregledna določitev njihovih parametrov. Zato smo razvili sistematični postopek, ki na podlagi minimalno modificirane navadne zgradbe regulacijskega sistema omogoča sistematično, preprosto, hitro in pregledno določitev parametrov regulatorjev.

Za prikaz uporabe razvitega postopka načrtovanja bomo najprej v 2. poglavju predstavili osnovni princip izvedbe magnetnega ležaja, nato bomo v 3. poglavju za predstavljeni model procesa prikazali že znano klasično in na novo razvito modificirano zgradbo regulacijskega sistema aktivnega magnetnega ležaja. V 4. poglavju bomo pokazali rezultate sinteze in analize robustnosti regulacijskega sistema ter predstavili uporabno vrednost razvitega regulacijskega algoritma na primeru laboratorijskega modela gredi z aktivnimi magnetnimi ležaji.

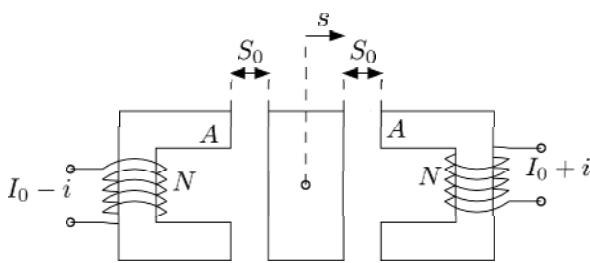
1 Uvod

Osnovna odlika aktivnih magnetnih ležajev (AML) v primerjavi s klasičnimi kotalnimi ležaji je brezkontaktno obratovanje aktivnih magnetnih ležajev, ki ga omogoča ustrezno vodena magnetna sila. Za generiranje magnetne sile, ki zagotavlja lebdenje rotorja, potrebujemo zadostno število elektromagnetov z ustreznimi napajalniki in regulacijskim sistemom, ki na podlagi informacije o položaju rotorja izračuna potrebnost toka.

Aktivni magnetni ležaji imajo v primerjavi s klasičnimi kotalnimi ležaji veliko prednosti. Osnovne prednosti, ki so posledica brezkontaktnega načina delovanja aktivnih magnetnih ležajev, so: aktivni magnetni ležaji imajo manjše izgube, omogočajo doseganje višjih hitrosti vrtenja, ne potrebujejo sistema za mazanje

2 Matematični model aktivnega magnetnega ležaja

Najbolj razširjen način izvedbe aktivnega magnetnega ležaja (AML) je sistem dveh nasproti ležečih elektromagnetov. Elektromagneta ustvarjata nasprotodelujuči magnetni sili, ki omogočata enokoordinatno pozicioniranje rotorja. Sistem je prikazan na sliki 1:



Slika 1. Osnovni princip izvedbe aktivnega magnetnega ležaja: dva nasprotodelujuča elektromagneta
Figure 1. Basic principle of active magnetic bearing: two opposite electromagnets

Dinamiko sistema na sliki 1 opisuje nelinearna diferencialna enačba (1)[1]:

$$m\ddot{s} = \frac{\mu_0 A N^2}{4} \left[\left(-\frac{I_0 - i}{S_0 + s} \right)^2 + \left(\frac{I_0 + i}{S_0 - s} \right)^2 \right] + f + F \quad (1)$$

kjer je:

- s - pomik rotorja [m] (=izhodna spremenljivka modela)
- S_0 - nazivna zračna reža med rotorjem in elektromagnetom [m]
- i - tok vodenja [A] (=vhodna spremenljivka modela)
- I_0 - prednastavljena vrednost toka [A]
- f - neznana motilna sila [N]
- F - znana motilna sila [N]
- m - masa rotorja [kg]
- μ_0 - permeabilnost zraka $1,2566 \cdot 10^{-6} [\frac{Vs}{Am}]$
- A - površina pola [m^2]
- N - število ovojev tuljave

Pri izpeljavi izraza za izračun magnetne sile elektromagneta na rotor smo zanemarili stresanje in predpostavili, da se celotna magnetna napetost tuljave porabi za premagovanje magnetne upornosti zračne reže.

Za majhna odstopanja od ravnotežnega stanja lahko namesto nelinearnega modela v obliki zapisa (1) uporabimo lineariziran model. Enačbo (1) lineariziramo za ravnotežno stanje $i = s = 0$ in dobimo lineariziran model sistema v obliki zapisa (2):

$$m\ddot{s} = \mu_0 A N^2 \frac{I_0^2}{S_0^3} s + \mu_0 A N^2 \frac{I_0}{S_0^2} i + f + F \quad (2)$$

Po uvedbi oznak:

$$\omega^2 = \frac{\mu_0 A N^2}{m} \frac{I_0^2}{S_0^3}, \quad k_i = \frac{\mu_0 A N^2}{m} \frac{I_0}{S_0^2} \quad (3)$$

in pretvorbi v Laplaceovo področje lahko opišemo odvisnost pomika rotorja s od toka vodenja i s prenosno funkcijo:

$$G(s) = \frac{S(s)}{I(s)} = \frac{k_i}{s^2 - \omega^2} \quad (4)$$

kjer je $G(s)$ prenosna funkcija, $S(s)$ in $I(s)$ pa sta Laplaceovi transformiranki pomika s in toka i . Iz prenosne funkcije je razvidno, da je lineariziran model elektromagnetnega sistema nestabilni člen 2. reda z ojačenjem k_i in realnima poloma $\pm\omega$.

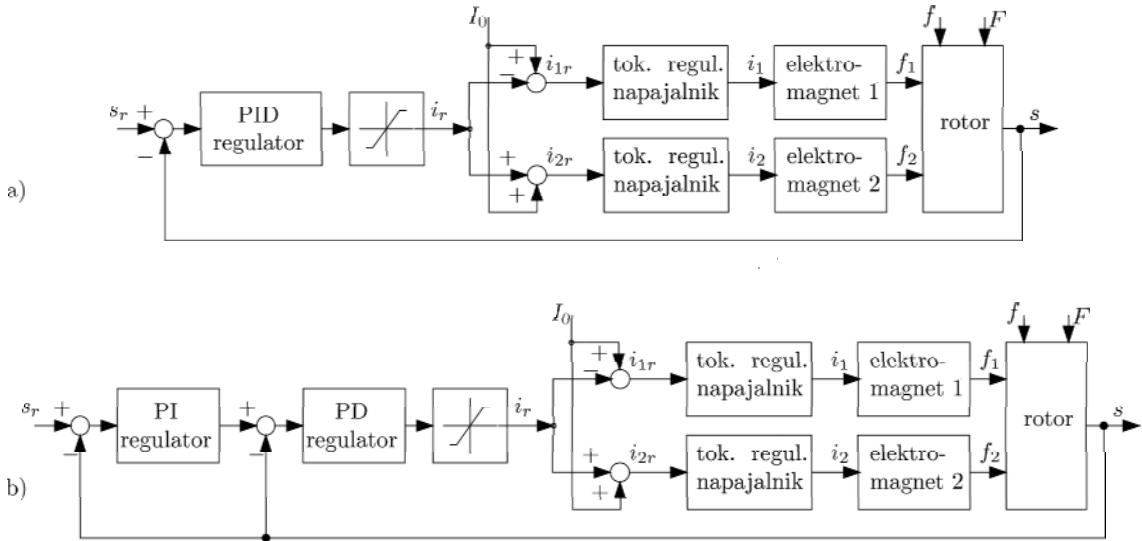
3 Regulacija aktivnega magnetnega ležaja

3.1 Klasična PID regulacijska zgradba

Blokovni diagram klasičnega PID regulacijskega sistema za enokoordinatno pozicioniranje rotorja je prikazan na sliki 2.a, kjer je s_r [m] referenčni pomik rotorja, i_r [A] referenčna vrednost toka vodenja, i_{1r}, i_{2r}, i_1, i_2 [A] so referenčne in dejanske vrednosti tokov skozi tuljavi elektromagnetov in f_1, f_2 [N] sta sili elektromagnetov na rotor. Vsak aktivni magnetni ležaj potrebuje dva takšna regulacijska sistema, ki skrbita za horizontalno in vertikalno pozicioniranje rotorja. Vsak regulacijski sistem obravnavamo ločeno. Pri tem zanemarimo medsebojni vpliv med horizontalnim in vertikalnim magnetnim sistemom. Za regulator je v večini aplikacij uporabljen PID regulator z izhodnim omejevalnikom.

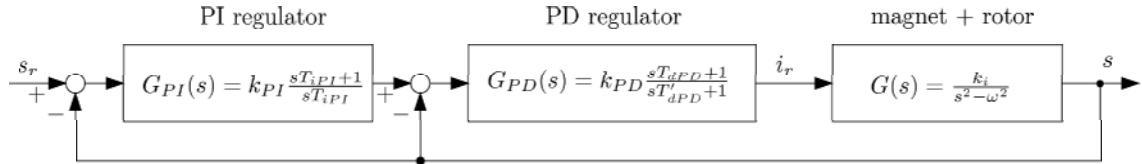
3.2 Kaskadna PI/PD regulacijska zgradba

Osnovna pomanjkljivost klasičnega PID regulatorja za regulacijo opisanega nestabilnega procesa je zamudna in nepregledna določitev parametrov regulatorja. Zato smo PID regulator razstavili v serijsko povezana PI in PD regulatorja, katerih parametre lahko določimo ločeno. Blokovni diagram takšnega regulacijskega sistema je prikazan na sliki 2.b. Sinteza takšnega regulacijskega sistema je preprostejša in preglednejša. Najprej opravimo sintezo notranjega PD regulatorja, ki je namenjen zagotavljanju predpisane dušenja sistema. Po izpolnitvi te naloge pa opravimo sintezo zunanjega PI regulatorja, namenjenega zagotavljanju stacionarne točnosti pri pozicioniranju rotorja. Za določitev parametrov regulatorjev se kot zelo primerna izkaže uporaba diagrama lege korenov in poenostavljenega lineariziranega modela aktivnega magnetnega ležaja. Pri določitvi parametrov regulatorjev izhajamo iz znanih (izmerjenih ali izračunanih) parametrov k_i in ω prenosne funkcije lineariziranega modela $G(s) = \frac{S(s)}{I(s)}$ (enačba (4)), upoštevati pa moramo tudi fizikalne omejitve, ki jih določa omejitev tokovnega



Slika 2. a) Klasični PID regulacijski sistem AML

Figure 2. a) Conventional PID active magnetic bearing control system



Slika 3. PI/PD regulacijski sistem AML

Figure 3. PI/PD control system of the active magnetic bearing

napajalnika in prisotnost motilnih signalov v sistemu. Za sintezo regulatorjev je uporabljen blokovni diagram, prikazan na sliki 3.

3.3 Določitev PD regulatorja

Pri določitvi ojačenja PD regulatorja k_{PD} izhajamo iz ocenjenih pričakovanih vrednosti maksimalnega odmika rotorja s_{max} in največjega izhoda iz regulatorja $i_{r,max}$, ki še zagotavlja, da bo aktivator (tokovno reguliran izvor) ostal v linearinem delovnem območju. Iz ocenjenih vrednosti določimo največje dopustno ojačenje PD regulatorja k_{PD} , ki bo tudi pri največjem odstopanju rotorja od osrednje lege zagotavljalo, da izhod proporcionalnega dela PD regulatorja ne bo prekoračil meje nasičenja in bo aktivatorjev izhod (i_1, i_2) v stacionarnem stanju sledil vhodu (i_{1r}, i_{2r}):

$$k_{PD,max} \leq \frac{i_{r,max}}{s_{max}} \quad (5)$$

$k_{PD,max}, s_{max}, i_{r,max}$ - maksimalne vrednosti ojačenja PD regulatorja, odmika rotorja od osrednje lege in referenčne vrednosti tokovno reguliranega izvora

S pomočjo Hurwitzovega stabilnostnega kriterija preverimo, ali je izračunana maksimalna dopustna vrednost

ojačenja $k_{PD,max}$ večja od vrednosti, ki zagotavlja stabilnost zaprtozančnega sistema s PD regulatorjem. Veljati mora pogoj (6):

$$k_{PD,max} > \frac{\omega^2}{k_i} \quad (6)$$

Ta pogoj je v večini primerov izpolnjen. V redkih primerih, ko ta pogoj ni izpolnjen, je treba povečati linearno območje aktivatorja ali zmanjšati morebitno odstopanje rotorja od osrednje lege.

Parazitsko časovno konstanto PD regulatorja T'_{dPD} določimo glede na ocenjeno raven šuma merjenega signala in glede na frekvenco vzorčenja digitalnega PD regulatorja oziroma s tem povezano lomno frekvenco antialiasing filtra. Priporočljivo je, da velja:

$$T'_{dPD,min} > T_0 \quad (7)$$

$T'_{dPD,min}$ - minimalna vrednost parazitske časovne konstante PD regulatorja

T_0 - čas vzorčenja

Glede na opisane omejitve PD regulatorja izberemo ojačenje k_{PD} čim večje in časovno konstanto T'_{dPD} čim manjšo.

Časovno konstanto PD regulatorja T_{dPD} izberemo tako, da bo dušenje aktivnega magnetnega ležaja čim večje, obenem pa naj bo sinteza nadnjene PI regulacijske zanke čim preprostejša. V ta namen izberemo T_{dPD} tako, da bosta prevladajoča pola zaprtozančne prenosne funkcije PD regulacijskega sistema dva enaka realna pola. Analitična določitev časovne konstante T_{dPD} , ki to zagotavlja, je zaradi stopnje polinoma neprimerena, bistveno primernejša je uporaba numeričnih postopkov. V primeru, ko želimo poenostaviti postopek določitve PD regulatorja, pa lahko izberemo časovno konstanto T_{dPD} PD regulatorja kar glede na realna pola lineariziranega modela magnetnega ležaja (4) z enačbo:

$$T_{dPD} = \frac{1}{\omega}. \quad (8)$$

V tem primeru prevladajoča pola zaprtozančne prenosne funkcije PD regulacijskega sistema nista dvojna pola, je pa odstopanje sprejemljivo in omogoča preprosto določitev nadnjene regulacijske zanke.

3.4 Določitev PI regulatorja

Pri določitvi parametrov PI regulatorja najprej izberemo časovno konstanto T_{iPI} v skladu z enačbo:

$$T_{iPI} \geq \frac{1}{\omega}, \quad (9)$$

kjer je T_{iPI} časovna konstanta PI regulatorja.

Zaželeno je, da je časovna konstanta T_{iPI} čim krajša, saj tako dosežemo hitrejše prehodne pojave. Ojačenje k_{PI} PI regulatorja izberemo tako, da konjugirano kompleksna pola nimata preveč izražene imaginarni komponente. Če želimo imeti hiter prehodni pojav z majhnim prenihajem izberemo k_{PI} tako, da imata konjugirano kompleksna pola enak realni in imaginarni del. Zaradi kompleksnosti analitičnega izraza to naredimo numerično.

4 Rezultati

4.1 Določitev parametrov regulatorjev

Parametra k_i in ω poenostavljenega lineariziranega modela ležaja (enačbi (3), (4)) sta določena iz izmerjene karakteristike magnetne sile in mase rotorja. Za obravnavan aktivni magnetni ležaj smo dobili naslednji vrednosti:

$$k_i = 17,45 \frac{\text{m}}{\text{As}^2} \quad \omega = 449,94 \text{s}^{-1} \quad (10)$$

Za pozicioniranje magnetnega ležaja smo imeli na voljo digitalni regulator s časom vzorčenja

$$T_0 = 100 \mu\text{s} \quad (11)$$

in tokovno reguliran izvor z največjo dopustno vrednostjo

$$i_{r,max} = 5 \text{A}. \quad (12)$$

Ocenjena vrednost maksimalnega odmika rotorja od osrednje lege je znašala

$$s_{max} = 0,02 \text{mm}. \quad (13)$$

Ojačenje k_{PD} PD regulatorja smo izbrali v skladu z neenačbama (5) in (6):

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{k_i} &< k_{PD} \leq \frac{i_{r,max}}{s_{max}} \\ 12500 &< k_{PD} \leq 25000 \\ &\Rightarrow k_{PD} = 20000. \end{aligned} \quad (14)$$

Parazitsko časovno konstanto PD regulatorja T'_{dPD} izberemo v skladu z neenačbo (7):

$$T'_{dPD} = 0,5 \text{ms}, \quad (15)$$

časovno konstanto T_{dPD} pa z enačbo (8):

$$T_{dPD} = \frac{1}{\omega} = 2,22 \text{ms}. \quad (16)$$

Časovno konstanto PI regulatorja T_{iPI} izračunamo z neenačbo (9):

$$T_{iPI} = \frac{1}{\omega} = 2,22 \text{ms}. \quad (17)$$

Ojačenje k_{PI} izberemo s pomočjo diagrama lege korenov. Izberemo takšno ojačenje, da imata konjugirano kompleksna pola približno enak realni in imaginarni del.

$$k_{PI} = 0,3 \quad (18)$$

Pri tako izbranih vrednostih parametrov regulatorjev ima model regulacijskega sistema štiri lastne vrednosti:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -271,66 & \lambda_2 &= -455,02 \\ \lambda_{3,4} &= -636,66 \pm j598,11 \end{aligned} \quad (19)$$

Izračunani stopnični odziv modela je prikazan na sliki 4.

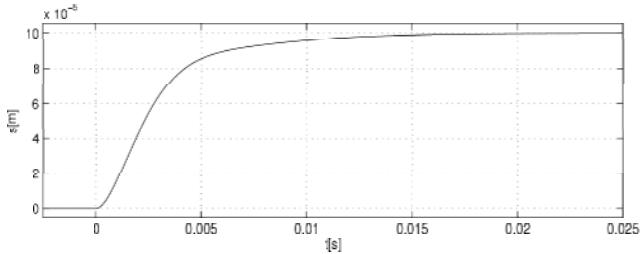
4.2 Ovrednotenje vpliva nemodelirane dinamike, variacije parametrov in merilnega šuma

Razvit algoritem določitve parametrov smo ovrednotili tudi glede na občutljivost tako načrtovanih regulacijskih sistemov na nemodelirano dinamiko, variacijo parametrov reguliranega procesa in merilni šum. Zaradi preglednejšega ovrednotenja lastnosti regulacijskega sistema smo prikazali izračunane stopnične odzive modela.

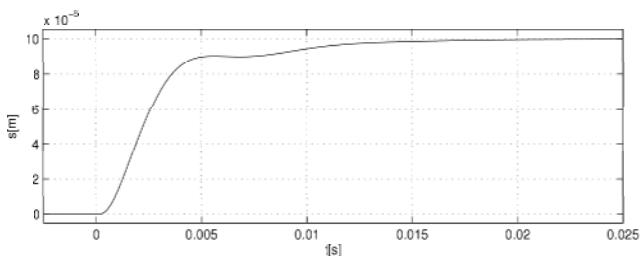
4.2.1 Vpliv nemodelirane dinamike

Vpliv nemodelirane dinamike smo simulacijsko ovrednotili. Ocenili smo dinamiko merilnika in izvršnega člena ter ju predstavili z modelom s prenosno funkcijo $G_{nd}(s)$:

$$G_{nd}(s) = \frac{1}{10^{-4}s + 1} \frac{125 \cdot 10^6}{s^2 + 10^4s + 125 \cdot 10^6} \quad (20)$$



Slika 4. Stopnični odziv regulacijskega sistema
Figure 4. Step response

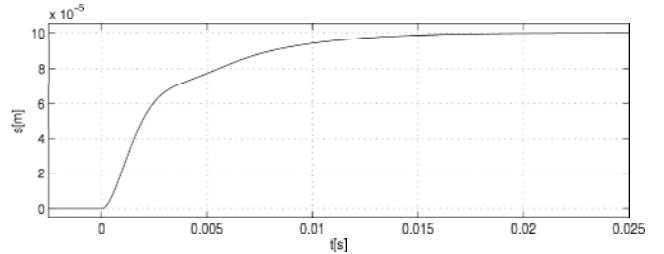


Slika 5. Stopnični odziv regulacijskega sistema ob upoštevanju vpliva nemodelirane dinamike
Figure 5. Step response - system with supplementary dynamics

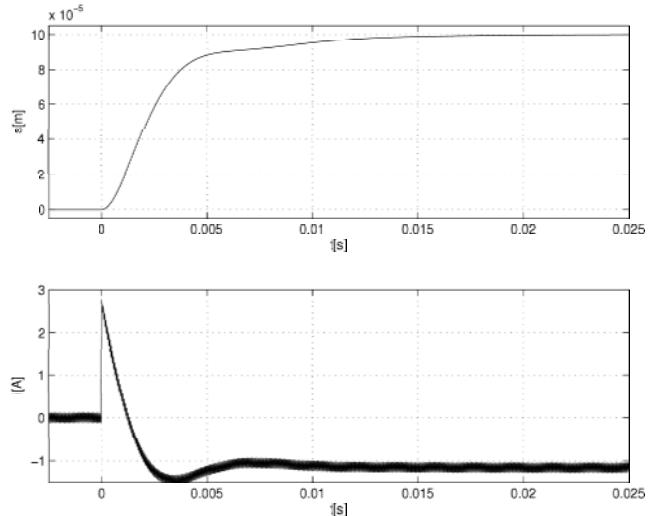
V prenosni funkciji (20) je merilnik opisan s členom 1. reda, izvršni člen pa s členom 2. reda. Slika 5 prikazuje stopnični odziv regulacijskega sistema pri upoštevanju vpliva nemodelirane dinamike. Kot je razvidno iz slike 5, nemodelirana dinamika vpliva na prehodni pojav, vendar je regulacijski sistem dovolj robusten, tako da stabilnost sistema ni ogrožena.

4.2.2 Vpliv variacije parametrov

Za sintezo uporabljen matematični model aktivnega magnetnega ležaja (enačba (4)) je lineariziran model nelinjarnega procesa. S spremenjanjem delovne točke se spreminjajo tudi parametri modela. Robustnost regulacijskega sistema smo preverili v pričakovanem območju variacije parametrov. S spremenjanjem parametrov se spreminjajo tudi časovni odzivi regulacijskega sistema, vendar pa je stabilnostna rezerva dovolj velika, kar zagotavlja ohranitev stabilnosti tudi pri največjem pričakovanem odstopanju parametrov. Slika 6 prikazuje stopnični odziv regulacijskega sistema v primeru 50% odstotnega povečanja ojačanja k_i in 20% povečanja



Slika 6. Stopnični odziv regulacijskega sistema s spremenjenimi parametri modela
Figure 6. Step response - parameter variation



Slika 7. Stopnični odziv regulacijskega sistema v primeru dodanega merilnega šuma
Figure 7. Step response - measurement noise

frekvence ω :

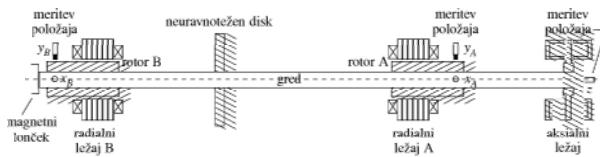
$$k'_i = 1,5k_i = 26,12 \frac{m}{As^2} \\ \omega' = 1,2\omega = 539,93s^{-1}. \quad (21)$$

4.2.3 Vpliv merilnega šuma

Zaradi izrazite komponente diferencialnega dela regulatorja je pričakovani velik vpliv visokofrekvenčnega merilnega šuma na obnašanje regulacijskega sistema. Zato moramo tedaj, ko imamo v merilnem rezultatu prisoten znaten delež šumnega signala, le-tega s pomočjo nizkopasovnega filtra pred D delom PD regulatorja izločiti. Dodatno nizkoprepustno sito pomeni nemodelirano dinamiko, ki pa na stabilnost regulacijskega sistema nima odločilnega vpliva. Slika 7 prikazuje obnašanje regulacijskega sistema, ko imamo v merilnem rezultatu prisoten šum z amplitudo, ki znaša 10% amplitude koristnega signala in je v frekvenčnem območju nad 100 kHz, ter uporabljeni nizkopasovno sito z lomno frekvenco 10^4 rad/s.

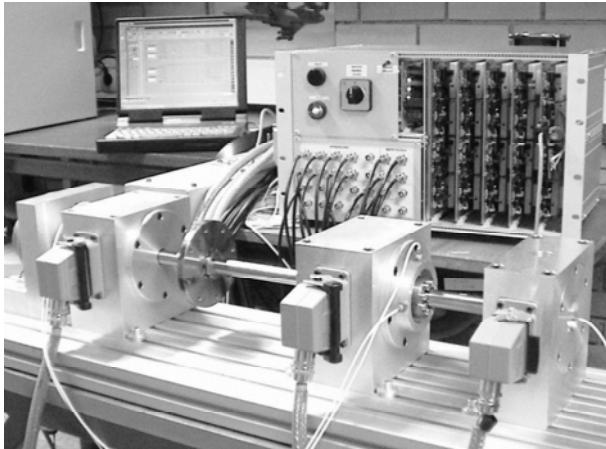
4.3 Laboratorijski preizkus

Predstavljeni postopek določitve regulatorjev smo uporabili za izračun regulatorjev za stabilizacijo gredi. Obravnavana gred je tanka in dolga (premer 2 cm, dolžina 70 cm) in ima dodaten neuravnotežen disk (premer 12 cm, debelina 1,2 cm). Disk je nameščen približno na tretjini gredi. Obravnavana gred z aktivnimi magnetnimi ležaji je prikazana na sliki 8.



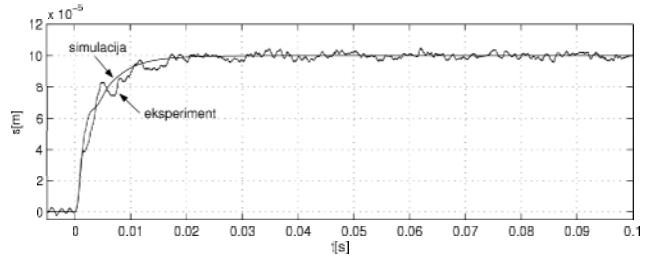
Slika 8. Gred z aktivnimi magnetnimi ležaji
Figure 8. Active magnetic bearing shaft

Za stabilizacijo gredi smo uporabili 10 reguliranih tokovnih izvorov in 5 neodvisnih kaskadnih PI/PD regulatorjev. Gred, aktivni magnetni ležaji in tokovni izvori so prikazani na sliki 9.

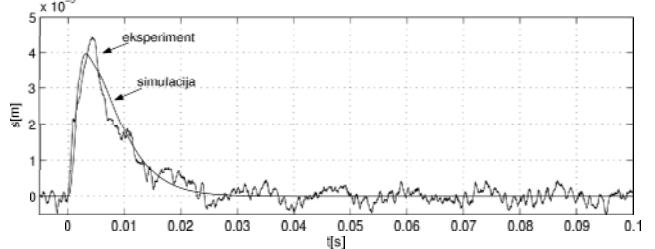


Slika 9. Laboratorijski sistem aktivnih magnetnih ležajev
Figure 9. Active magnetic bearing laboratory system

Primerjali smo numerične izračune in laboratorijske preizkuse prehodnih pojavov za različne začetne pogoje, spremembe referenčne vrednosti in motnje. Numerične izračune smo naredili s pomočjo popolnega nelinearnega modela gredi, ki upošteva magnetno sklopljenost elektromagnetov in geometrijo gredi. Na sliki 10 so prikazani časovni odzivi položaja gredi x_A na stopnično spremembo želene vrednosti položaja, na sliki 11 pa so prikazani časovni odzivi položaja gredi x_A pri stopnični obremenitvi gredi s silo 100 N. Na obeh slikah je očitno dobro ujemanje računskeih in eksperimentalnih rezultatov. V stacionarnem stanju je opazno slabo dušeno nihanje izmerjenega položaja gredi frekvence 78 Hz, kar je posledica elastičnih lastnosti gredi, ki v simulaciji niso bile upoštevane.



Slika 10. Časovni odzivi na stopnično spremembo reference položaja x_A iz 0 mm na 0,1 mm
Figure 10. Time responses for the reference position step change x_A from 0 mm to 0,1 mm



Slika 11. Časovni odzivi na stopnično spremembo obremenitve gredi iz 0 N na 100 N
Figure 11. Time responses for the load step change from 0 N to 100 N

5 Sklep

V članku sta prikazani nova regulacijska zgradba za vodenje aktivnih magnetnih ležajev in sistematična metoda za določitev parametrov regulatorjev. Iz opravljene analize predstavljenega regulacijskega sistema je razvidno, da je le-ta robusten glede na nemodelirano dinamiko, variacijo parametrov in merilni šum. Regulacijski sistem je eksperimentalno preizkušen. Dobljeni rezultati laboratorijskega preizkusa se dobro ujemajo s simulacijskimi izračuni.

6 Literatura

- [1] Schweitzer G, Bleuler H, Traxler A (1994), Active magnetic bearings. Vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zuerich
- [2] Guang-Ren D, Howe D (2003), Robust magnetic bearing control via eigenstructure assignment dynamical compensation. *IEEE Trans Control Syst Technol* 11: 204-215
- [3] Kanemitsu Y, Ohsawa M, Marui A (1994), Comparison of control laws for magnetic levitation. *Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, ETH Zuerich*: 13-18.
- [4] Delprete C, Genta G (1994), Control strategies for decentralised control of AMB. *Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, ETH Zuerich*: 13-18.
- [5] Bleuer H, Gahler C, Herzog R, Larssonneur R, Mizuno T, Siegwart R, Woo S-J (1994), Application of digital signal processors for industrial magnetic bearings. *IEEE Trans Control Syst Technol* 2: 278-289
- [6] Astrom K, Hagglund T (1995), PID Controllers: Theory, Design and Tuning. Internal Society for Measurement and control