PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **6** (1978/1979)
Številka 3
Strani 144

Peter Petek:

ROJSTNI DAN TETE AMALIJE

Ključne besede: matematika, geometrija, enakostranični trikotnik, razrez, bolj za šalo kot zares.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/6/368-Petek.pdf

ROJSTNI DAN TETE AMALIJE

Teta Amalija je povabila svoje nečake Jožico, Tomaža in Polonco na praznovanje rojstnega dne. Takoj, ko so ji voščili, jih je že presenetila s torto. "Tako, otroci", je rekla, "tu je torta, ki sem jo spekla samo za vas tri. Kot vidite, ima obliko enakostraničnega trikotnika. Razrezati jo morate na tri enake dele, ki pa morajo biti spet trikotniki!"

"To pa ne bo težko", se je oglasil Tomaž.

"Še celo na več načinov bi šlo", je dodala Jožica.

Teta Amalija pa zastavlja vprašanje svojim nečakom in vam, dragi bralci:

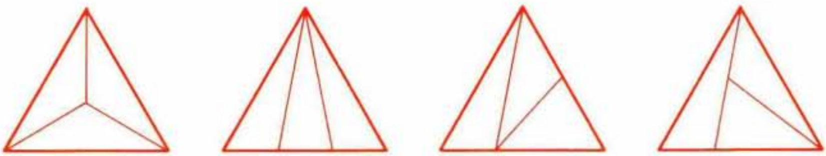
"Na koliko načinov je mogoče razrezati enakostraničen trikotnik na tri ploščinsko enake trikotnike?"

Precej težje kot najti vse možne načine razreza, je dokazati, da drugih možnosti ni.

Peter Petek

REŠITVE NALOG

ROJSTNI DAN TETE AMALIJE - rešitev s str.144



Slika 1 a) b) c) č)

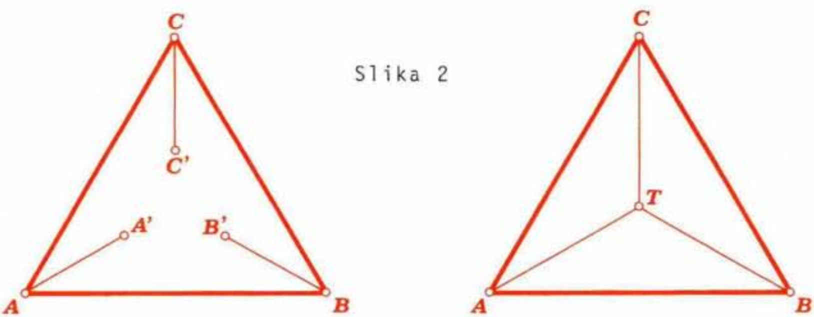
Pa še dokažimo, da ni drugih možnosti kot na zgornji sliki!

Oglejmo si dve možnosti:

I) Vse tri kote razrežemo.

II) Vsaj en kot torte ostane nerazrezan.

Prva možnost je nakazana na sliki 2, če napravimo v vsak kot samo en rez. Ob sliki 2 nam je kajpak "jasno", da ne moremo dobiti treh trikotnikov, če se vsi trije rezi ne stikajo v eni sami točki T. To naše "prepričanje" še utemeljimo z dokazom. Preštejmo, koliko oglišč bo najmanj nastalo. Vsako od oglišč A, B, C bo zdaj štelo dvakrat, ker se bodo pojavila v dveh trikotnikih.



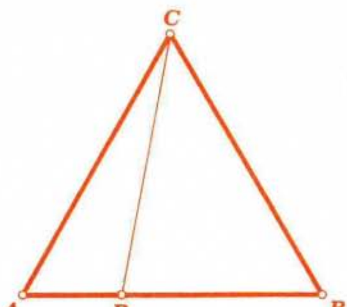
Slika 2

Torej imamo že šest od devetih oglišč, kolikor jih imajo skupaj trije trikotniki. Naj bodo zdaj A', B' in C' druga krajišča novih stranic, ki se začnejo v A, B, C (slika 2). Seveda je lahko katera od točk A', B', C' tudi na robu trikotnika. Vsaka od novo nastalih točk pa ustvari vsaj dve novi oglišči, pa naj bo na robu ali v notranjosti trikotnika. Torej bo novih oglišč preveč, če niso tri točke A', B', C' ena sama točka T. To nam da ravno rešitev pod a).

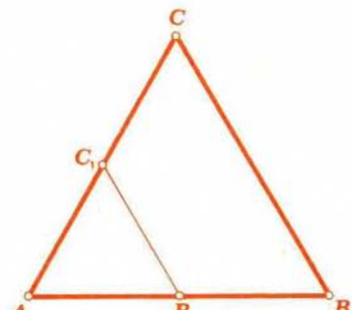
Če ostane vsaj en kot nerazrezan, bo to tudi kot v enem od novih trikotnikov; na sliki 3 smo pustili kot pri A nerazrezan. Drugi dve oglišči novega trikotnika ležita zato na stranicah b in c. Obe hkrati ne moreta pasti kar v oglišči B in C, ker bi sicer trikotnik AB_1C_1 požrl celo torto. Ostaneta možnosti (slika 3):

1) oglišče C_1 pade v C, oglišče B_1 v notranjost stranice c - vlogi B_1 in C_1 sta seve lahko zamenjani. (B_1 pade v B in C_1 v notranjost stranice b.)
2) obe novi oglišči padeta v notranjost stranic.

Če imamo opravka s prvo možnostjo, nam preostane od torte še trikotnik B_1BC, ki ga moramo razdeliti na dva trikotnika. To napravimo tako, da zvežemo eno od oglišč z nasprotno stranico. Če izberemo oglišče C, najdemo rešitev b) s slike 1, če režemo preko B_1, je to rešitev c), in oglišče B da rešitev č).



Slika 3



Ilustr. *Alenka Potnik*

Druga možnost ne prinese nič bistveno novega. Ostanek torte je v tem primeru četverokotnik, ki ga moramo pač razrezati po eni od diagonal, in pristanemo pri rešitvi c).

Izčrpali smo vse možnosti, dokazali pa še nekaj več, kot je zahtevala teta Amalija. Kakršenkoli razrez trikotnika na tri trikotnike - ne nujno ploščinsko enake - pade pod eno od možnosti na sliki 1. Ko si želimo delitev na tri ploščinsko enake kose, le v rešitvi pod a) izberemo težišče, v ostalih treh pa odrežemo prvi kos tako, da je delišče na eni tretjini osnovnice, preostali trikotnik pa delimo po eni od težiščnic.

Naloga:

Zakaj dobimo z rezi od oglišč do težišča tri ploščinsko enake trikotnike?

Peter Petek