

# MOŽNOSTI VKLOPA GPS MERITEV V GEODETSKE MREŽE

Mag. Bojan Stopar

FAGG – Oddelek za geodezijo, Ljubljana

Prispelo za objavo: 9.6.1992

## Izvleček

GPS meritve bodo v najkrajšem času tudi pri nas zelo široko uporabljane. Za uspešno in popolno izrabo možnosti, ki nam jih GPS ponuja, pa bo treba natančno določiti obliko polja sile teže in vzpostaviti osnovno državno GPS mrežo. Do tedaj bomo GPS uporabljali na načine, kot je predstavljeno v prispevku.

Ključne besede: geodetske mreže, Global Positioning System, koordinatni sistemi, transformacije

## Abstract

In very near future we'll make use of the GPS measurements in a great extent. For successful and complete usage of possibilities GPS is offering, the earth gravity field has to be precisely determined and a basic national control GPS network has to be set up. Until this is fulfilled the GPS measurements will be used as described in the article.

Keywords: coordinate systems, geodetic networks, Global Positioning System, transformations

## 1. UVOD

Zelo široka uporaba GPS opazovanj, ki jo pričakujemo že v bližnji prihodnosti, bo prav gotovo predstavljala revolucijo v primerjavi z dosedanjimi merskimi postopki. V mnogih primerih bo GPS popolnoma izpodrinil do sedaj klasične geodetske merske postopke. Jasno pa je tudi, da zaradi omejitev v samem sistemu (ovire nad anteno) GPS nikoli ne bo mogel popolnoma nadomestiti klasičnih geodetskih meritev. Zato je očitno, da bo v mnogih primerih najekonomičneje uporabiti GPS opazovanja v kombinaciji s klasičnimi geodetskimi meritvami.

Spravi pravilnim ravnanjem v vseh fazah izvedbe meritev in obdelav meritev lahko s kombinirano izravnavo dveh neodvisnih nizov podatkov dosežemo:

- izboljšanje zanesljivosti mreže z odstranitvijo sistematičnih pogreškov in
- povečanje natančnosti mreže z vključitvijo dodatnih nadštevilnih opazovanj.

Najmanj, kar nam kombinacija neodvisnih podatkov nudi, je torej mnogo realnejša ocena natančnosti meritev.

## 2. TERESTRIČNO IN S POMOČJO SATELITOV IZMERJENA GEODETSKA MREŽA

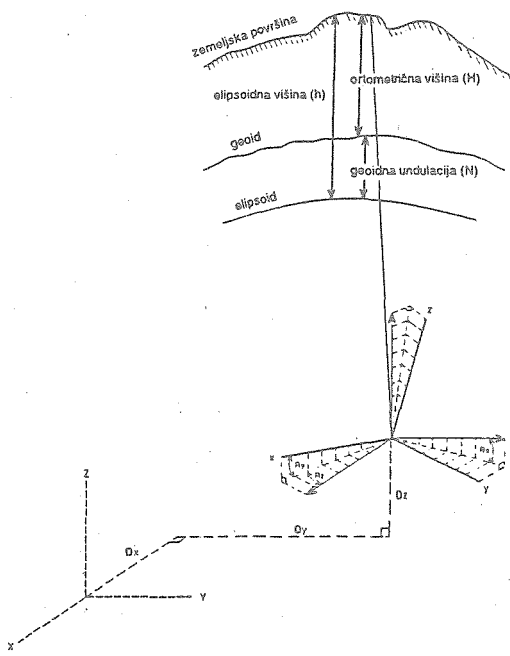
Za vsa geodetska in kartografska dela je nujna osnova, kar najnatančnejša osnovna geodetska državna mreža. To mrežo naj bi vzpostavili z najnatančnejšimi astronomskimi, gravimetrijskimi, kotnimi, dolžinskimi merjenji, z merjenji višinskih razlik in s pravilno obdelavo rezultatov opazovanj. V novejšem času se omenjenim meritvam pridružujejo še metode in postopki satelitske geodezije. V Sloveniji so nam od satelitskih meritev trenutno na voljo samo GPS meritve. V klasični geodeziji je zaradi ne dovolj natančnega poznavanja polja sile zemeljske težnosti ostro začrtana meja med ravninskimi in višinskimi mrežami. Zato geodetske mreže v klasični geodeziji delimo na „horizontalne“ in višinske. S horizontalnim položajem je določen položaj točke v G-K ravnini oziroma na referenčnem elipsoidu, z višinskim položajem je določena oddaljenost točke od ničelne nivojske ploskve oziroma od površine referenčnega elipsoida.

GPS meritve pa so v svojem bistvu tridimenzionalne. Koordinatni sistem, v katerem GPS deluje, je geocentrični koordinatni sistem WGS-84 (World Geodetic System 84), z referenčnim elipsoidom s polosjo  $a=6378137.000$  m in s sploščenostjo  $f=1/298.257223563$ . Rezultat obdelave GPS meritev so kartezične koordinate (koordinatne razlike) krajišč vektorja v tem koordinatnem sistemu. Kartezične koordinate so zaradi lažje predstave transformirane v geodetske koordinate (geodetska dolžina B, geodetska širina L in elipsoidna višina h). Elipsoidna višina se nanaša na referenčni elipsoid WGS-84. Zaradi tega je za določitev nadmorske (ortometrične) višine točke iz dane elipsoidne višine treba poznati geoidno višino in obratno. Tridimenzionalni sklop obeh vrst meritev je zaradi nenatančnega poznavanja ploskve geoida dokaj problematičen. Nalogo kombiniranja obeh vrst meritev pa lahko rešimo tudi v dveh ali v eni dimenziji. Poleg omenjenih razlik izvajamo obe vrsti opazovanj v različnih koordinatnih sistemih, tako da moramo meritve transformirati v skupni koordinatni sistem.

## 3. TRANSFORMACIJE KOORDINATNIH SISTEMOV

S pojavom tehnik določanja položaja s pomočjo satelita in njihovo široko uporabo na mnogih področjih, kjer je potrebna tridimenzionalna informacija, bo postala transformacija tridimenzionalnih koordinat ena najpogostejših nalog. Za transformacijo koordinat obstaja več načinov. Najpogosteje uporabljamo afino transformacijo, ki preslikava premice v premice in ohranja vzporednost. V splošnem pa se spremenijo velikost, oblika, položaj in orientacija mreže.

Pogosto pa se pri velikih mrežah z več skupnimi točkami pojavijo lokalne spremembe merila, ki so funkcija položaja. Taka transformacija je mnogo zahtevnejša od običajne afine transformacije in na splošno zelo zmanjšuje število nadštevilnih opazovanj. Poleg tega je treba pri taki transformaciji zelo natančno odstraniti vse lokalne deformacije in sistematične pogreške v mreži.



Slika 1

Afina transformacija, pri kateri je faktor merila enak v vseh smereh, imenujemo podobnostna transformacija. Podobnostna transformacija ohranja obliko, tako da se koti ne spremenijo. Spremenijo pa se lahko dolžine in položaji točk v mreži. Splošno podobnostno transformacijo lahko zapišemo:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (1 + \Delta) R \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} DX \\ DY \\ DZ \end{pmatrix} \quad (1)$$

kjer je R ortogonalna rotacijska matrika velikosti 3 x 3:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & Rz & -Ry \\ -Rz & 1 & Rx \\ Ry & -Rx & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

(1+Δ) je faktor merila DX, DY in DZ so translacije izhodišča koordinatnega sistema xyz glede na koordinatni sistem XYZ, Rx, Ry, Rz so koti rotacij okrog koordinatnih osi X, Y in Z. Postopek transformacije je iterativen. Sistem enačb (1) je v primeru majhnih rotacij skoraj linearen in običajno zadostuje 1 iteracija, ko pa imamo slabe približne vrednosti, konvergira zelo hitro. Omenjena predpostavka velja splošno za kote rotacij do 3". Koti rotacij so lahko večji (do 10") pri dolžinah, ki so kratke, v primerjavi z radijem Zemlje.

Vizirnavi mora biti poleg funkcionalnega modela izravnave pravilen tudi stohastičen model. Vemo, da lahko členi matrike kofaktorjev predstavljajo oceno natančnosti, in da matrika kofaktorjev ne predstavlja dejanske natančnosti, je pa lahko dober približek. Pri transformacijah stohastičnega dela informacije si

pomagamo z zakonom o prenosu pogreškov. Ta je izpeljan iz funkcionalnega modela, ker stvarnega modela prenosa pogreškov ne poznamo. Zapišemo lahko:

$$Q_T = J Q_0 J^T \quad (3)$$

Kjer je  $Q_T$  matrika kofaktorjev transformiranih koordinat,  $Q_0$  matrika kofaktorjev originalnih koordinat in  $J$  Jakobijeva matrika.

### 3.1. Tridimenzionalni vklop GPS meritev v terestrično mrežo

Za izračun terestrično določenih koordinat v 3D-koordinatnem sistemu moramo imeti na razpolago vse terestrične podatke, ki se nanašajo na referenčni elipsoid. Imeti moramo horizontalne smeri, zenitne razdalje, poševne dolžine, nivelirane višinske razlike in geoidne višine nad referenčnim elipsoidom. Kot smo že omenili, so GPS opazovanja po svoji naravi tridimenzionalna, tako da za izračun v 3D poleg vektorja med dvema točkama ne potrebujemo dodatnih informacij.

Pred skupno izravnavo (transformacijo v koordinatni sistem terestrične mreže) obe mreži izravnavamo z vsemi razpoložljivimi opazovanji kot prosti mreži ali kot mreži s številom danih količin, ki je enako defektu datuma mreže (minimal constraint). Ko ugotovimo, da v izračunu nimamo grobih napak, lahko kombiniramo oba tipa opazovanj.

Matematični model za kombinacijo obeh tipov opazovanj v 3D lahko zapišemo:

$$L_1 = F(X_1) \quad (4)$$

$$L_2 = F(\Delta, \xi, \eta, a, X_2) \quad (5)$$

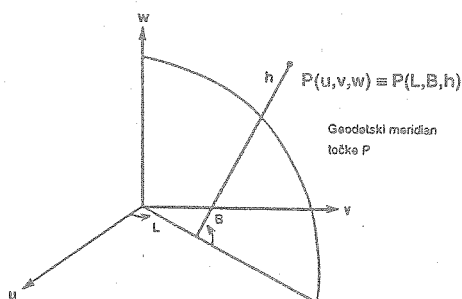
V enačbi (4) je  $X_1$  vektor terestrično določenih koordinat točk v prostorskem pravokotnem koordinatnem sistemu. V enačbi (5) je  $X_2$  vektor koordinatnih razlik med točkama v satelitskem (WGS-84) koordinatnem sistemu,  $\xi$  in  $\eta$  sta komponenti odklona težišnice,  $a$  je azimut vektorja in  $\Delta$  faktor merila. Z GPS opazovanji pridobimo za geodetske potrebe dovolj natančne le koordinatne razlike, zato translacija med koordinatnima sistemoma ni pomembna. Rezultat izravnave je transformacija GPS koordinat iz WGS-84 v geodetski pravokotni koordinatni sistem z matriko kofaktorjev oziroma matriko uteži:

$$Q_x = T + S Q, P_x = Q_x^{-1} \quad (6)$$

Uteži izravnanih koordinat so direktno seštete uteži koordinat, izravnanih v posameznem koordinatnem sistemu.

### 3.2. Dvodimenzionalni sklop obeh mrež

Cleprav je GPS sistem v svoji naravi tridimenzionalen, dosežemo optimalno kombinacijo GPS opazovanj s terestričnimi meritvami s skupno izravnavo v 2D. Pri terestričnih opazovanjih se, tudi če natančno poznamo geoid, srečujemo z lokalnimi, slučajnimi in sistematičnimi pogreški geoidne undulacije. Zato se želimo izogniti uporabi le-te v izravnavi. Zahtevane 2D GPS koordinate dobimo z eliminacijo parametra višine iz elipsoidnih koordinat ( $B, L, h$ ).



Slika 2

Dvodimenzionalne GPS koordinate dobimo lahko samo s transformacijo 3D koordinat v 2D referenčni sistem, kar je tudi prednost rešitve v 2D, saj imamo dobro definiran referenčni XY koordinatni sistem (državni Gauß-Kruegerjev koordinatni sistem). Pri transformaciji v 2D pa predstavljajo problem med seboj močno korelirane (funkcionalno in stohastično) 3D komponente GPS opazovanj. Poseben problem je ravno izločitev višinske komponente, kar predstavlja nezadovoljivo izgubo dela informacije.

Izhodišče za transformacijo iz 3D koordinat v 2D koordinate predstavljajo v 3D izravnane koordinate (koordinatne razlike) GPS opazovanj kot samostojne proste mreže. Na ta način pridobimo koordinate posameznih točk mreže z odgovarjajočo kovariančno matriko.

Transformacijo iz 3D v 2D koordinatni sistem izvedemo:

1. Izravnane pravokotne geodetske koordinate  $(u, v, w)$  točk GPS mreže transformiramo v elipsoidne geodetske koordinate  $(L, B, h)$ . Transformirati moramo tudi odgovarjajočo matriko kofaktorjev, kar izvedemo s pomočjo Jakobijeve matrike (4).
2. Eliminiramo višinsko komponento. V uporabi sta dva načina:
  - algebraična eliminacija višin iz elipsoidnih geodetskih koordinat  $(L, B, h)$
  - geometrična eliminacija z opustitvijo višinske komponente.

Bolj stroga rešitev je algebraična eliminacija, ker s tem ne izgubimo dela informacije. Algebraično eliminacijo izvedemo z eliminacijo komponente višine iz normalnih enačb tridimenzionalne rešitve. To eliminacijo lahko izvedemo z Gaušovim algoritmom za rešitev sistema normalnih enačb. Geometrično eliminacijo komponente višine izvedemo tako, da iz elipsoidnih geodetskih koordinat  $(L, B, h)$  enostavno odstranimo komponento višine  $h$   $(L, B)$ .

3. Elipsoidne geografske koordinate  $(L, B)$  WGS84, ki se nanašajo na referenčni elipsoid v koordinatnem sistemu WGS-84, v katerem GPS deluje, transformiramo v Gauß-Kruegerjeve koordinate  $(x, y)$  WGS84 elipsoida WGS-84.
4. Z ravninsko transformacijo lahko sedaj Gauß-Kruegerjeve ravninske koordinate  $(x, y)$  WGS84 transformiramo v ravninske Gauß-Kruegerjeve koordinate Besselovega ali

katerega koli drugega elipsoida  $(x, y)_{BESS}$ . To lahko izvedemo prek točk s koordinatami, danimi v obeh koordinatnih sistemih.

**T**a postopek pa ni brez težav. Posebno negotova je določitev transformacijskih parametrov stohastičnega dela informacije. Potek skupne izravnave terestričnih in GPS opazovanj je enak kakor pri skupni izravnavi v 3D. Pred skupno izravnavo izravnamo terestrično mrežo v 2D kakor prosto mrežo ali mrežo s številom danih količin, ki je enako defektu datuma mreže. Defekt datuma mreže za ravninsko mrežo z merjenimi koti in dolžinami je 3. Potrebujemo torej koordinati ene točke in orientacijsko smer. GPS mrežo tudi izravnamo v 3D in odstranimo komponento višine. Po izravnavi posameznega tipa mreže imamo ponovno, kakor v 3D, dane koordinate točk z odgovarjajočimi matrikami kofaktorjev v obeh koordinatnih sistemih. Izvesti moramo še transformacijo koordinat točk v skupen koordinatni sistem. Pri ravninskih transformacijah je rešitev enostavnejša kakor v 3D. Tu imamo opraviti z mrežama, ki sta med seboj translatorsno premaknjeni, zasukani in se razlikujeta tudi v merilu.

**R**ezultat skupne izravnave je transformacija dvodimenzionalnih, s pomočjo GPS pridobljenih Gauß-Kruegerjevih koordinat elipsoida WGS-84  $(x, y)_{WGS84}$  v poljuben ravninski koordinatni sistem z matriko kofaktorjev izravnanih koordinat oziroma matriko uteži, ki je enaka kakor v primeru skupne izravnave v 3D (6), le da je velikost matrike za vsako točko sedaj 22.

### 3.3. Enodimenzionalni sklop obeh mrež

**E**nodimenzionalni model skupne izravnave, terestrično določenih in s pomočjo GPS pridobljenih višinskih mrež, je uporaben izključno samo kot pomoč za kontrolo terestrično določenih višinskih mrež. Glede na visoko relativno natančnost določitve višin z GPS opazovanji, ki je neodvisna od razdalje, lahko GPS uporabimo tudi za neodvisno kontrolo in oceno natančnosti nivelmanskih mrež. Tudi tu sicer nastopi problem določitve geoida in primerne referenčne koordinatnega sistema, vendar lahko primerjamo vsaj nivelirane in s pomočjo GPS pridobljene višinske razlike.

## 4. ZAKLJUČEK

**Z**aključimo lahko, da je kombinacija terestričnih in satelitskih opazovanj lahko v celoti uspešna le, če imamo na voljo dovolj podatkov o obeh tipih opazovanj in o koordinatnih sistemih, na katere se izmerjeni podatki nanašajo. To pomeni, da z vsako transformacijo in izgubo prostostnih stopenj opazovanj izgubimo del dragocenih informacij, ki nam jih GPS sicer nudi. V Sloveniji imamo sedaj določen absolutni geoid z dm natančnostjo (Čolić 1992), ki pa je orientiran samo približno. Za uspešno izrabo možnosti GPS-ja moramo imeti natančno absolutno orientiran geoid, določen s centimetrsko natančnostjo. Za absolutno orientacijo geoida bi lahko uporabili GPS z navezavo na laserske točke v okviru mednarodnih geodinamičnih raziskav. Dokler pa ne poznamo geoida s centimetrsko natančnostjo, pa je najboljša možnost uporabe GPS-ja transformacija s pomočjo GPS opazovanj, pridobljenih koordinat točk v državni koordinatni sistem.

**Viri:**

- Čolić, K., 1992, *Prikaz izvedene I. faze astrogeodetskih del v Sloveniji (1988-1992)*, *Geodetski vestnik* (36), Ljubljana, štev. 1, 22-27.
- Harvey, B., 1986, *Transformation of 3D Coordinates*, *The Australian Surveyor* (31), No. 2, 105-125.
- Leick, A., 1990, *GPS satellite surveying*, John Wiley & sons, New York.
- Soler, T., Hothem, L. D., 1988, *Coordinate Systems Used in Geodesy: Basic Definitions and Concepts*, *Journal of Surveying Engineering*, No. 2, 84-97.
- Steed, J. 1990, *A Practical Approach to Transformation Between Commonly Used Reference Systems*, *The Australian Surveyor* (35), No. 3, 248-264.
- Welsch, W.M., 1986, *Problems of accuracies in combined terrestrial and satellite control networks*, *Bulletin Geodesique*, No. 2, 193-203.
- Wolf, H., 1980, *Scale and Orientation in Combined Doppler and Triangulation Nets*, *Bulletin Geodesique*, No. 1, 45-53.

Recenzija: Andrej Bilc  
Dušan Mišković