

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 2 (1974/1975)

Številka 2

Strani 70-77

Janez Strnad:

FIZIKA NA SMUČEH

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/2/2-2-Strnad.pdf>

© 1974 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



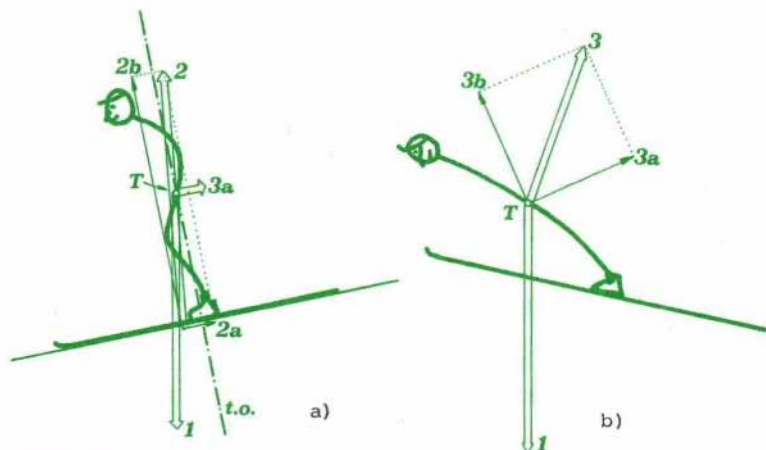
FIZIKA NA SMUČEH

Najbrž se le malokateri smučar, ki pozna iz šole zakone mehanike, vpraša po zvezi med njimi in pravili smučarske šole. Pa je poučna ta zveza, čeprav si z njo ne moremo izboljšati smučarskega znanja. Pomaga nam, da bolje razumemo nekatera navodila smučarskih učiteljev.

Za smučarja veljajo isti zakoni mehanike kot za druga telesa. Težava je v tem, da smučarjevo telo med vožnjo spreminja obliko. A če nas zanimajo samo osnovne značilnosti gibanja, shajamo s poenostavitvami. S temi si fiziki pogosto olajšamo opisovanje zapletenih pojavov. Tako sicer zgubimo podrobnosti, a s smiselnimi poenostavitvami pridemo lahko do koristnih sklepov.

Ves čas se bomo zanimali za smučarja, smučar bo naš *sistem*. Nanj delujejo telesa iz okolice z *zunanji silami*. Zemlja deluje s *težo* navpično navzdol. *Silo snega* razstavimo na *komponento, pravokotno* na klanec in na *komponento, vzporedno* s klancem. Na stepetanem smučišču prispeva k drugi samo *sila trenja*, drugače pa se ji pridruži še *upor snega*. Zrak deluje na smučarja z *zračnim uporom*, ki ima nasprotno smer kot hitrost in je vzporeden s klancem.

Pri smuku opišemo smučarja na kratkem odseku poti približno kot *togo telo*, se pravi kot telo z nespremenljivo obliko. Pri smuku naravnost po gladkem in ne prestrmem klancu je mogoče doseči *ravnovesje* vseh zunanjih sil. Tedaj se giblje smučar premo enakomerno z *mejno hitrostjo*. Ta je tem večja, čim manjša sta zračni upor in sila trenja. Prvi je močno odvisen od hitrosti: pri dvakrat večji hitrosti je štirikrat večji, če je hitrost dovolj velika. Poleg tega je odvisen od čelnega preseka in nekoliko tudi od oblike smučarja. Je tem večji, čim več vrtincev nastane v zraku za smučarjem. Sila trenja je skoraj neodvisna od hitrosti in jo je mogoče zmanjšati le z izbiro drsne ploskve ali maže.

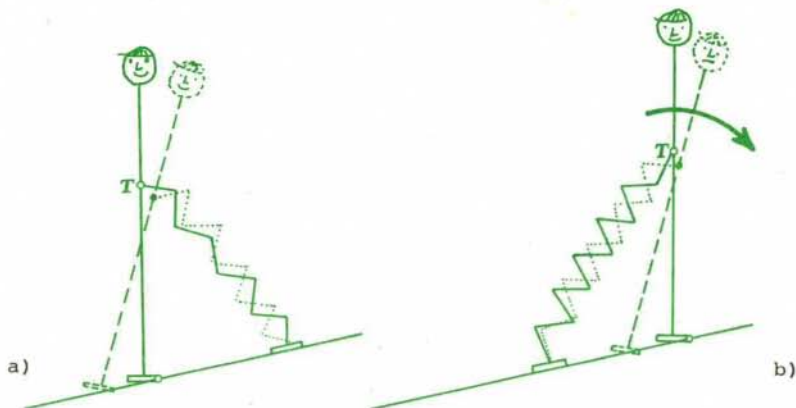


Sl.1 Zunanje sile na smučarja pri smuku naravnost (a). Teža prijemlje po vsej prostornini smučarja, a jo nadomestimo s silo 1, ki prijemlje v težišču T . Silo snega, ki prijemlje po vsej drsni ploskvi smuči, nadomestimo s silo 2, ki prijemlje v točki. Razstavimo jo v silo trenja 2a in v pravokotno komponento 2b. Sila zraka prijemlje po površju smučarja, a jo nadomestimo z uporom 3a, ki prijemlje v točki. t.o. je težiščna os. - Zunanje sile na skakalca med skokom (b). V tem primeru ni sile snega, sila zraka pa ima poleg vzdolžne komponente (upora) 3a, še prečno komponento (dinamični vzgon) 3b. Na sl.1a so sile uravnotežene - njihova rezultanta je enaka nič, ne velja pa to za sile na sl.1b.

Z mehaničnega gledišča je zanimivejše od smuka *zavijanje*. To je osnovna sestavina smučanja pri netekmovalcu in pri tekmovalcu v slalomu in veleslalomu. Pomembno vlogo ima kot zaviranje, saj bi pri smuku naravnost smučar pogosto hitro dosegel hitrost, ki je ne bi mogel več obvladati.

Vzemimo, da se giblje smučar po gladkem klancu s konstantno hitrostjo, kot da bi bile uravnotežene vse zunanje sile! Opazujemo gibanje smučarja v *koordinatnem sistemu*, ki se giblje skupaj z njim! Ta sistem se giblje premo enakomerno in v njem veljajo zakoni mehanike v enaki obliki kot v nepremičnem koordinatnem sistemu.

Pri smuku naravnost je teža smučarja enako razdeljena na obe smuči. Pri smuku poševno pa je naravneje, če prenaša večji del teže nižja, spodnja smučka. Vožnja s spodnjo obremenjeno smučko je tudi *stabilna*. Če namreč zdrsne spodnja, obremenjena smučka malo po klancu navzdol ali če smučar z njo preveč zarobi, se brez težav obdrži v ravnovesju. Če pa je obremenjena zgornja smučka



Sl.2 Model smučarja, prikladen za preučevanje stabilnosti, iz tega droga, ki se opira na obremenjeno smučko, in vzmeti, ki nadomešča nogo do neobremenjene smučke. Model je stabilen - majhen premik obremenjene smučke navzdol ne povzroči bistvenih sprememb (a), če je obremenjena spodnja smučka. Model ni stabilen - majhen premik obremenjene smučke navzdol vodi do padca (b), če je obremenjena zgornja smučka.

in ta malo zdrsne navzdol ali z njo smučar preveč zarobi, pade. V nadaljnjem se ne oziramo na to, da je spodnja smučka bolj obremenjena kot zgornja in obravnavamo obe smučki, kot da bi šlo za eno samo.*

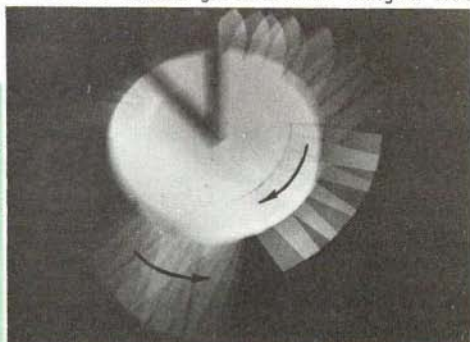
Pri zavijanju ima posebno vlogo *težiščna os*, ki gre skozi *težišče* smučarja in je pravokotna na klanec. Celo v primeru, da se smučar giblje pospešeno, smemo vrtenje okoli te osi obravnavati enako, kot če bi bila os nepremična. Obravnavajmo ločeno dva načina zavijanja: *breznavorno zavijanje* in *navorno zavijanje*! Pri prvem vzamemo, da ne deluje na smučarja med zavijanjem noben *zunanji navor* glede na težiščno os. Razmere so take, kot da bi stal smučar na lahki plošči, ki bi bila brez trenja vrtljiva okoli njegove težiščne osi. Smučar na plošči zasuč smučki tako, da zasuč zgornji del telesa v nasprotno smer. Smučarja pri tem ne moremo imeti za togo telo. Najpreprosteje je, če si ga mislimo sestavljenega iz dveh togih delov: zgornjega dela telesa s palicama in spodnjega dela telesa s smučmi in čevlji. Ta toga dela nista neodvisna in delujeta drug na drugega s silami. A te niso zunanje

* Nekateri posebeži se zares smučajo z eno samo, posebej v ta namen izdelano smučko (*monoski*).

in jih ni treba upoštevati, če opazujemo smučarja kot celoto. Pred zavijanjem oba toga dela mirujeta drug glede na drugega. Nato pa se zasučo zgornji del telesa v prvo in spodnji del s smučmi v drugo smer. Zasuk smuči, ki je za nas odločilen, je tem večji, čim večji je zasuk zgornjega dela, čim večje je razmerje med masama zgornjega in spodnjega dela, čim bolj ima smučar iztegnjene roke in čim krajše so smuči. Zasuk smuči je navadno manjši kot zasuk zgornjega dela telesa.

Sl.3 Breznavorno zavijanje.

Model smučarja sestavljata polivinilasti ploščici, ki ju veže vijačna vzmet. Na spodnjo, črno pobarvano ploščico sta nalepljeni "smuči". Model je obešen na tanki nesukani vrvi, ki ne izvaja nanj skoraj nobenega navora. Spodnjo ploščico s "smučmi" zasučemo v prvo smer, zgornjo ploščico z "rokami" za označevanje lege pa v nasprotno smer in spustimo. Ploščici zanihata sučno z nasprotno fazo. - Stroboskopske fotografije je napravil Marjan Smerke, ki se mu za trud lepo zahvaljujem.

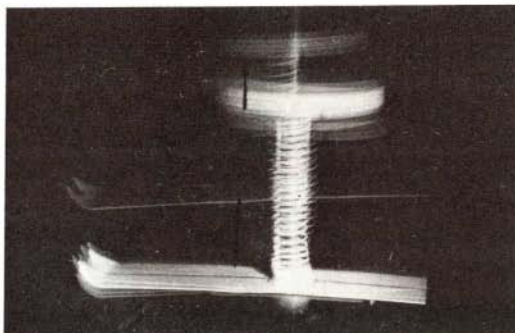
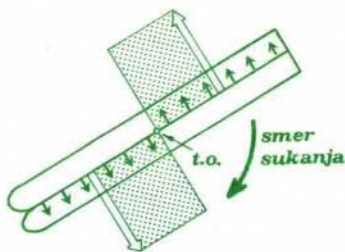


Za smučarja na vrtiljivi plošči velja izrek o ohranitvi vrtilne količine. (Ta izrek, uporaben pri vrtenju okoli nepremične osi, če je vsota zunanjih navorov okoli te osi enaka nič, ustreza znanemu izreku o ohranitvi gibalne količine, ki je uporaben, če je vsota vseh zunanjih sil enaka nič.) Na začetku je skupna vrtilna količina nič, saj oba dela mirujeta. Takoj po zasuku mora biti tedaj vrtilna količina zgornjega dela nasprotno enaka vrtilni količini spodnjega dela. Vrtilno količino togega telesa pri vrtenju okoli nepremične osi izračunamo kot produkt *katne hitrosti* in *vztrajnostnega momenta*. Doseženi zasuk je sorazmeren s kotno hitrostjo, če ni trenja. Po tem dobimo za zasuk smuči

$$\phi_1 = \phi_2 \left(\frac{1}{2} m_2 r_2^2 \right) / \left(\frac{1}{12} m_1 l^2 \right). \quad (1)$$

ϕ_2 je zasuk zgornjega dela telesa, katerega vztrajnostni moment smo izračunali, kot da bi šlo za valj z osjo v geometrijski osi, z maso m_2 in premerom $2r_2$. Pri vztrajnostnem momentu spodnjega dela telesa smo upoštevali samo smuči, kot da bi šlo za drog s središčno osjo, z dolžino l in maso m_1 .

Za zgled ocenimo maso zgornjega dela telesa s 50 kg in postavimo za premer zgornjega dela 0'3 m, za maso smuči 4 kg in za njihovo dolžino 1'8 m. S temi podatki dobimo iz enačbe (1) $\phi_1 = \frac{1}{2} \phi_2$. To utegne biti uporabno kot ocena, čeprav nismo vključili v račun vztrajnostnega momenta rok in palic in vztrajnostnega momenta spodnjega dela telesa in čevljev. Razmerje zasukov ϕ_1/ϕ_2 se poveča, če se poveča vztrajnostni moment zgornjega dela telesa, na primer s tem, da drži smučar roke s palicama dalj od telesa, ali če vzamemo krajše in lažje smuči.



Sl.4 Navor sile snega pri sukanju smuči okoli težiščne osi (t.o.). Tudi pri gibanju delov smuči v prečni smeri deluje sneg s silo trenja na smuči v nasprotni smeri gibanja. S kratkimi puščicami je nakazana ploskovno porazdeljena sila trenja na dele smuči, z velikima pa rezultanti teh sil za obe polovici. Ploščini obeh pravokotnikov ponazarjata velikost obeh zunanjih navorov, ki sta enako usmerjena.

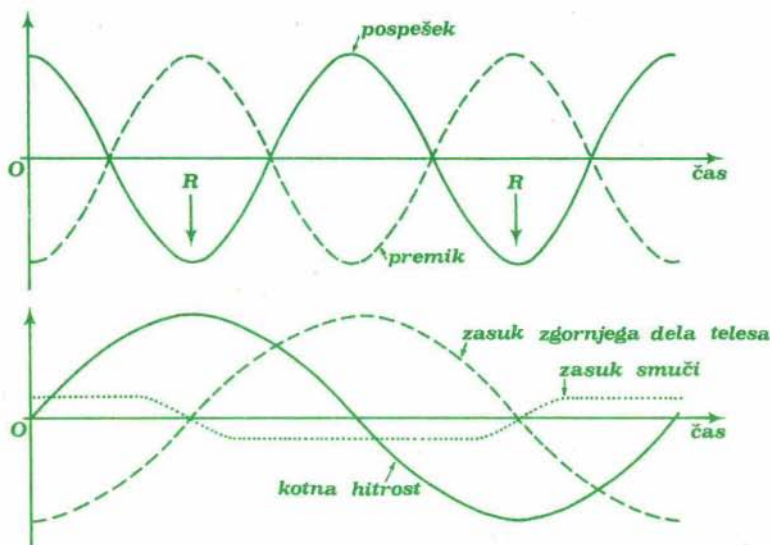
Sl.5 Izrazita razbremenitev navzgor. Model smučarja s sl.3 stoji zdaj pred poskusom s spodnjo ploščico na vodoravni podlagi. Z roko stisnemo zgornjo ploščico navzdol in spustimo. Vzmet odrine zgornjo ploščico navzgor in ko se giblje ta ploščica pojemajoče navzgor, se spodnja ploščica s "smučmi" odlepi od podlage.

Predpostavka, da ne deluje na smučarja med zavijanjem noben zunanji navor, je daleč od resnice. Na smuči deluje med *sukanjem* *zunanji navor sile trenja*. Ta je sorazmerna s pravokotno komponento sile snega. Če uspe zmanjšati to silo, se zmanjša tudi navor sile trenja. To storimo z *razbremenitvijo*. Zopet si mislimo, da sestavljata smučarjevo telo dva toga dela! Po *zakonu o gibanju težišča* je pravokotna komponenta sile snega enaka komponenti teže, pravokotni na klanec, če se smučarjevo težišče ne giblje pospešeno. Sila snega pa se poveča, če se giblje smučarjevo težišče pospešeno navzgor, in zmanjša, če se giblje smučarjevo težišče pospešeno navzdol.

Vzemimo, da ostanejo smuči v dotiku s snegom, in ne upoštevajmo pospešenega gibanja spodnjega dela telesa! Na začetku mirujeta oba dela telesa drug glede na drugega. Do razbremenitve pride, če se smučar hitro skrči iz začetne bolj zravnane lege ali se hitro zravna iz začetne bolj skrčene lege. V prvem primeru narasča na začetku krčenja hitrost zgornjega dela v smeri navzdol in govorimo o *razbremenitvi navzdol*. V drugem primeru pojema proti koncu zravnnavanja hitrost zgornjega dela telesa v smeri navzgor in govorimo o *razbremenitvi navzgor*. V obeh primerih ima pospešek

zgornjega dela telesa in z njim pospešek težišča smer navzdol.

Pri breznavnem zavijanju mora smučar vskladiti premo gibanje zgornjega dela telesa gor-dol s sukanjem tega dela telesa. Zgornji del telesa mora zasukati ob razbremenitvi, ko je pravokotna komponenta sile snega najmanjša. Tedaj je navor sile trenja najmanjši in so razmere vsaj približno takšne, kot smo predpostavili na začetku. Pri tekočem breznavnem zavijanju zgornji



Sl.6 Časovna odvisnost premika (sklenjeno) in pospeška (črtkano) zgornjega dela smučarjevega telesa v smeri od klanca in proti njemu pri razbremenjevanju med tekočim zavijanjem (zgoraj). Najmanjši pravokotni komponenti sile snega ustrezata trenutka R. Ustrezna časovna odvisnost kotne hitrosti (sklenjeno) in zasuka (črtkano) pri sukanju zgornjega dela telesa okoli težiščne osi (spodaj). Frekvenca je dvakrat manjša kot zgoraj. Pikčasto je nakazana odvisnost zasuka spodnjega dela telesa in smuči pri "breznavnem" zavijanju. Ta odvisnost ni sinusna zaradi navora sile snega pri sukanju smuči.

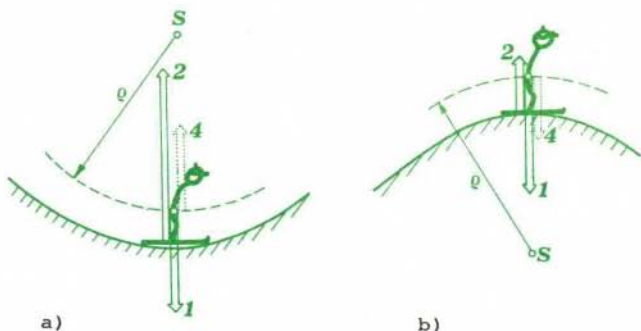
del telesa premo niha gor in dol in hkrati sučno niha z dvakrat daljšim nihajnim časom. Pri tem se zabriše razlika med razbremenitvijo navzdol in razbremenitvijo navzgor. To kaže, da je lažje narediti več povezanih zapovrstnih zavojev kot en sam zavoj. V zvezi s tem večkrat govorijo o ritmu smučarja pri tekočem zavijanju.

Zakon o gibanju težišča pravi, da je vsota zunanjih sil enaka masi sistema, pomnoženi s pospeškom težišča. Zapišimo ta zakon za komponente v smeri pravokotno na klanec: $F_p - mg \cos \alpha = ma^*$! Prvi člen na levi je pravokotna komponenta sile snega, drugi komponenta teže smučarja s skupno maso m na klancu z nagibom α (g je težni pospešek). Na desni izrazimo komponento pospeška težišča a^* s komponentama pospeškov zgornjega a_2 in spodnjega dela telesa a_1 , če sta m_2 in m_1 masi ustreznih delov in je $m = m_2 + m_1$: $ma^* = m_2 a_2 + m_1 a_1$. Pri približnem računanju zanemarimo drugi člen v primeru s prvim, ker ostanejo smuči v dotiku s snegom in je m_2 precej večja kot m_1 . Tako dobimo za pravokotno komponento sile snega

$$F_p = mg \cos \alpha + m_2 a_2. \quad (2)$$

Ta sila je enaka nič, če je $-a_2 = mg \cos \alpha / m_2$. Pri smučarju s skupno maso 80 kg, z maso zgornjega dela telesa 50 kg na klancu z nagibom 20° meri pospešek zgornjega dela telesa, pri katerem dosežemo pravo razbremenitev ($F_p = 0$), $-a_2 = 15 \text{ m/s}^2$. Negativni znak opozarja, da mora biti pospešek usmerjen proti klancu.

Na klancu, ki ni gladek, se spreminja pravokotna komponenta sile snega tudi, če se ne pospešujejo deli telesa drug proti drugemu. V tem primeru smemo obravnavati smučarja kot togo telo. Zaradi ukrivljene poti se giblje njegovo težišče pospešeno. Za pospeševanje je odgovorna vsota zunanjih sil. Na grbini je *radialni*



Sl.7 Navpične komponente zunanjih sil na smučarja na grbini (a) in v vdolbini (b). Teža 1 deluje navzdol, pravokotna komponenta sile snega 2b navzgor, njuna rezultanta je radialna sila 4, ki pospešuje težišče smučarja proti središču krivinskega kroga (S). V prvem primeru kaže rezultanta navzgor, v drugem navzdol. p je radij krivinskega kroga. V prvem primeru je pravokotna komponenta sile snega na smuči zmanjšana, v drugem zvečana.

pospešek usmerjen navzdol. Isto smer ima radialna sila, ki je enaka vsoti vseh zunanjih sil; zato se zmanjša pravokotna komponenta sile snega. Nasprotno sta v vdolbini radialni pospešek in radialna sila usmerjena navzgor in se tam poveča pravokotna komponenta sile snega.

Podobno kot enačbo (2), dobimo iz zakona o gibanju težišča $F_p - mg = ma^* = \mp mv^{*2}/\rho$ za pravokotno komponento sile snega na vrhu grbine (zgornji znak) ali na dnu vdolbine (spodnji znak)

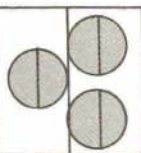
$$F_p = m(g \mp v^{*2}/\rho). \quad (3)$$

ρ je radij kroga, ki se najbolje prilega tiru smučarjevega težišča, in v^* hitrost težišča.

Pri gibanju s hitrostjo 40 km/s = 11 m/s dosežemo pravo "razbremenitev" ($F_p=0$) na vrhu grbine, če je radij krivinskega kroga za tir težišča enak 12 m.

Janez Strnad

SLOVARČEK



Navor (po starem vrtilni moment) je količina, ki odloča o zavrtitvi togega telesa okoli dane osi. Navor posamične sile, ki prejema v točki, je definiran kot produkt sile, ročice (razdalje od osi do prijemališča sile) in sinusa kota med premicama sile in ročice. Vsota vseh navorov zunanjih sil, ki delujejo na togo telo, je enaka nič, če se togo telo ne vrti. To velja na splošno za napore glede na nepremično os. Velja pa tudi za os, ki se giblje (lahko celo pospešeno), če gre os skozi težišče telesa. Velikost navora lahko ponazorimo s ploščino paralelograma, ki ga določata sila in ročica.

Janez Strnad

