VIERZEHNTER JAHRESBERICHT

über die deutsche

Staats-Oberrealschule

in Triest.

Veröffentlicht am Schlusse des Schuljahres

1883-84

vom Director

LIBOR PEIKER,
k. k. Schulrath.

IM SELBSTVERLA… …ULE

VIERZEHNTER JAHRESBERICHT

über die deutsche

Staats-Oberrealschule

in Triest.

Veröffentlicht am Schlusse des Schuljahres

1883-84

vom Director

LIBOR PEIKER,

k. k. Schulrath.

TRIEST

IM SELBSTVERLAGE DER K. K. OBERREALSCHULE

1884.

Buchdruckerei des österr.-ung. Lloyd, Triest.

INHALT.

Ein Beitrag zur Bestimmung von gemeinschaftlichen Berührenden an zwei Linien zweiter Ordnung.

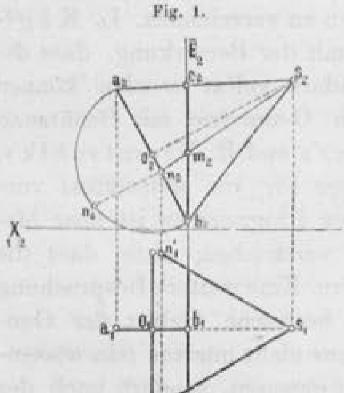
I.

Der 19. Jahresbericht der öffentlichen Oberrealschule in der innern Stadt Wien enthält eine Abhandlung von Levin Kuglmayr über die „Construction von gemeinschaftlichen Tangenten zweier Kegelschnittslinien“, mit welcher Arbeit uns der Verfasser, wie schon der Titel verräth, verschiedene Methoden angibt, an zwei gleich- oder verschiedenartige Linien zweiter Ordnung bei besonderer gegenseitiger Lage derselben, gemeinschaftliche Tangenten zu verzeichnen. L. Kuglmayr schliesst seine Ausführungen mit der Bemerkung, dass die von ihm behandelten Fälle noch anders gelöst werden können und zwar im Sinne der darstellenden Geometrie mit Benützung von Abhandlungen L. Mossbrugger's und R. Niemtschik's, eine Arbeit, welche sich der Verfasser für ein anderesmal vorbehält. Seit der Veröffentlichung jenes Programmes ist aber bisher ein Zeitraum von sieben Jahren verstrichen, ohne dass die angedeutete Fortsetzung erschienen wäre. Eine weitere Besprechung und Ausführung der in dieses selten betretene Gebiet der Geometrie einschlägigen Aufgaben wäre uns nicht nur aus rein wissenschaftlichem Interesse sehr erwünscht gewesen, sondern auch des Umstandes wegen, weil wir gleich nach Erscheinen der Abhandlung L. Kuglmayr's die Hoffnung hegten, dass der Verfasser bei weiteren, auf die gestellte Aufgabe Bezug nehmenden Betrachtungen und Studien auf einfachere und vielleicht auch gegebenenfalls verwertbarere Methoden, als die von ihm in obiger Arbeit bekannt gegebenen, stossen werde. Denn jeder Sachverständige, der nur selbst einen oberflächlichen Blick auf die jener Abhandlung beigegebenen zwei Tafeln wirft, wird bei den mit ausserordentlichem Fleisse und mit Genauigkeit gezeichneten, aber mit Linien übersäeten Figuren von einer Verwertung dieser Constructionen in bestimmten Fällen, wie sie der Verfasser gleich zu Beginn seiner Erörterungen anführt, sicherlich absehen. Unser Bestreben soll es nun sein, im Folgenden Lösungsarten aufzustellen, welche, wenigstens zum Theil, durch ihre Einfachheit und leichte Fasslichkeit nicht nur wissenschaftlichen Reiz haben, sondern auch von einigem praktischen Belange sind.

Bevor wir zur eigentlichen Lösung unserer Aufgabe schreiten, soll zunächst, zwei aufeinander senkrecht stehende Bildebenen vorausgesetzt, das später angewendete Verfahren zur Aufsuchung der Umrisskanten der Bilder eines geraden oder schiefen Kegels, sowie die Bestimmung von gemeinschaftlichen Berührungsebenen an zwei gerade Kegel mit demselben Scheitel, besprochen werden. Bei der Bestimmung der Umrissseiten wird der gegebene, gerade oder schiefe Kegel mit zweierparalleler Axe vorausgesetzt und bei dem schiefen Kegel noch angenommen, dass sein kennzeichnendes Dreieck einsersenkrecht ist.

In (Fig. 1) stellt uns os die Axe eines Kegels mit dem Scheitel s vor. Die Ebene des Leitkreises ist zweiernormal, daher erscheint das zweite Bild der Grundfläche als eine Gerade $a_2\, b_2$, und der zweite Umriss des Kegels ist durch das Dreieck $a_2\, b_2\, s_2$ gegeben. Um nun diejenigen Kegelseiten, welche dem ersten Umrisse angehören, unmittelbar sammt ihren Berührungspunkten auf dem ersten Bilde des Leitkreises zu erhalten, nehmen wir eine zur Bildaxe ${}_1X_2$ normale Schnittebene E zu Hilfe. Diese schneidet den Kegel nach einer Ellipse, deren erstes und zweites Bild beziehungsweise in die Spuren $\overline{E}_1$ und $\overline{E}_2$ fallen. In Fig. 1 geht die schneidende Ebene durch den Punct b. Das zweite Bild der Ellipse ist $b_2\, c_2$; eine ihrer beiden Axen, nämlich $b\,c$, ist einsersenkrecht, daher steht

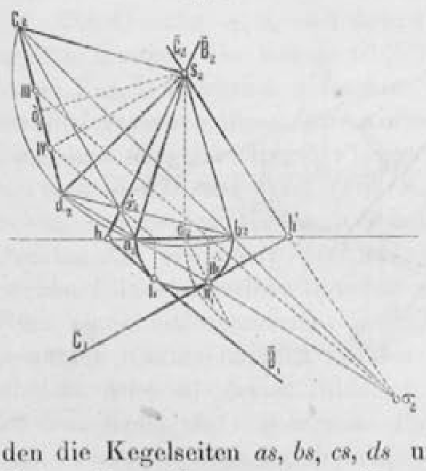
Fig. 1.



die andere Axe de normal auf der zweiten Bildebene und hat ihr zweites Bild im Halbierungspunkte m_2 von $b_2 c_2$. Die Berührungsebenen des Kegels in den Endpunkten von de sind einsersenkrecht, und ihre ersten Spuren sind die gesuchten Umrisskanten. Die eine dieser Ebenen, und zwar jene, welche durch den Punkt d gelegt wird, berührt den Kegel längs der Seite ds, deren Fusspunkt n ist. Das zweite Bild n_2 des letzteren erhält man sogleich auf $s_2 d_2$, und n_1 kann man auf bekannte Weise mit Hilfe eines über $a_2 b_2$ beschriebenen Kreises leicht ermitteln. ($n_2 n_0 \perp a_2 b_2$, dann die Axennormale des Punktes n gezogen, und auf derselben von ihrem Schnittpunkte mit os die Strecke $n_2 o_2$ nach beiden Seiten hin aufgetragen.) Punkt n_1 und der mit ihm zu $a_1 b_1$ symmetrische Punkt n'_1 sind die gesuchten Berührungspunkte der Umrissseiten des ersten Bildes; letztere können daher ohne weiters verzeichnet werden. Liegt der Scheitel des Kegels nicht mehr innerhalb des Rahmens der Zeichenfläche, so können mit Vortheil zwei Hilfsebenen, welche zu ${}_1X_2$ normal stehen, angewendet werden.

Bei der Lösung der zweiten Aufgabe, an zwei gerade Kegel mit ein und demselben Scheitel gemeinschaftliche Berührungsebenen zu legen, berufen wir uns auf die Eigenschaft antiparalleler Kreisschnitte schiefer Kegel, wonach je zwei derartige Schnitte auf der Oberfläche einer Kugel liegen und diese eindeutig bestimmen. Umgekehrt kann auch ein schiefer Kegel durch irgend zwei ebene Schnitte einer Kugel gegeben sein; nur ist dieser Fall nicht eindeutig bestimmt, sondern er lässt im Allgemeinen zwei Auflösungen zu.

Fig. 2.

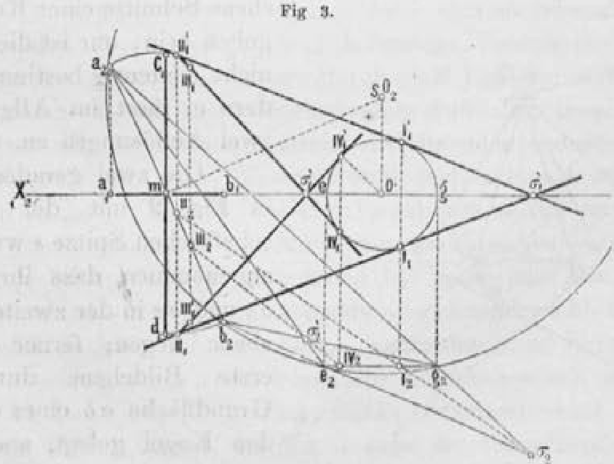


Die zwei geraden Kegel in Fig. 2 mit der gemeinschaftlichen Spitze s wurden so angenommen, dass ihre Axen os und $o's$ in der zweiten Bildebene liegen; ferner ist die erste Bildebene durch die Grundfläche ab eines der beiden Kegel gelegt, auch wurden die Kegelseiten as, bs, cs, ds unter einander gleich gemacht. Unter dieser Voraussetzung liegen die beiden Grundflächkreise *ab* und *cd* auf einer Kugelfläche mit dem Mittelpunkte *s* und können als Leitlinien eines schiefen Kegels mit den Erzeugenden *ad* und *bc* (oder eines Kegels mit den Erzeugenden *ac* und *bd*) und dem Scheitel σ (Scheitel σ') angesehen werden. Die durch *s* an den Kegel σ (σ') gelegten Berührungsebenen berühren auch die beiden geraden Kegel und sind daher die gesuchten. Bei der zeichnenden Durchführung, wird man *s* mit σ (σ') verbinden, den ersten Spurpunkt *h* (*h'*) der Geraden $s\sigma$ ($s\sigma'$) feststellen und durch diesen an den Leitkreis *ab* die möglichen Tangenten ziehen. In der vorliegenden Figur wurden von diesen Tangenten, deren in unserem Falle vier möglich sind, bloss zwei und zwar $\overline{B}_1$ und $\overline{C}_1$ als erste Spuren der Berührungsebenen *B* und *C* gezogen. Ihre zweiten Spuren $\overline{B}_2$ und $\overline{C}_2$ gehen durch *s* und beziehungsweise durch σ und σ'. Die Spur $\overline{B}_1$ ($\overline{C}_1$) hat mit dem Leitkreis *ab* den Punkt *I* (*II*) und mit dem Kegel σ (σ') die Erzeugende *I IV* (*II III*) gemeinsam. Die gegebenen Kegel werden längs der Seiten *Is* und *IVs* (*IIs* und *IIIs*) berührt.

Schneidet man beide Kegel durch irgend eine Ebene *S*, so erhält man als Schnitte zwei beliebige Linien zweiter Ordnung, deren gemeinschaftliche Tangenten nichts anderes sind, als die Schnitte der gemeinschaftlichen Berührungsebenen mit der Ebene *S*. Die Berührungspunkte dieser Tangenten sind die Schnittpunkte der Kegelseiten *Is*, *IIs*, *IIIs*, *IVs*... mit der Ebene *S*.

Wir schreiten nun zur Lösung der Aufgabe: „An eine

Fig 3.



Ellipse und einen Kreis, dessen Mittelpunkt in der Verlängerung der kleinen Axe der ersteren liegt, die möglichen gemeinschaftlichen Tangenten zu ziehen." Die kleine Axe der Ellipse (Fig. 3) sei ab und die grosse cd. Der Mittelpunkt des Kreises, dessen Durchmesser eg sei, liege in o. Die Zeichenfläche, in welcher sich beide Kegelschnitte befinden, stelle uns die erste Bildebene vor, und die Bildaxe ${}_1X_2$ falle mit der Mittelpunktsgeraden mo der gegebenen Linien zweiter Ordnung zusammen. Den Kreis und die Ellipse betrachten wir als die ersten Bilder zweier antiparallelen Schnitte eines schiefen Kegels, dessen zweites Bild wir auf folgende Weise finden. Wir nehmen an, dass der Mittelpunkt des Kreises $abcd$ (dessen erstes Bild die gegebene Ellipse ist) in der Bildaxe liege; alsdann erhält man durch $a_1 a_2 \perp {}_1X_2$ $b_1 b_2 \perp {}_1X_2$ und $a_2 b_2 = c_1 d_1$ in $a_2 b_2$ das als Gerade erscheinende zweite Bild dieses Kreises. Das zweite Bild des anderen Kreises bestimmen wir mit Benützung des zweiten Umrisses jener Kugel, auf welcher die beiden antiparallelen Schnittkreise liegen. Genannter Kugelumriss geht durch die Punkte a_2 und b_2 und sein Mittelpunkt liegt in o_2, welcher Punkt sich dadurch ergibt, dass man $m_2 s_2 \perp a_2 b_2$ und $o_2 s_2 \perp {}_1X_2$ fällt. Das zweite Bild $e_2 f_2$ des Kreises über ef erscheint nun ebenfalls als eine Gerade und zwar als Sehne des um s_2 mit $a_2 s_2$ als Halbmesser beschriebenen Kreises, welcher den zweiten Kugelumriss vorstellt. Die Geraden ag und be (Geraden ae und bg) sind Erzeugende des gesuchten schiefen Kegels C (Kegels C'), dessen Scheitel im Punkte σ (σ') erhalten wurde.

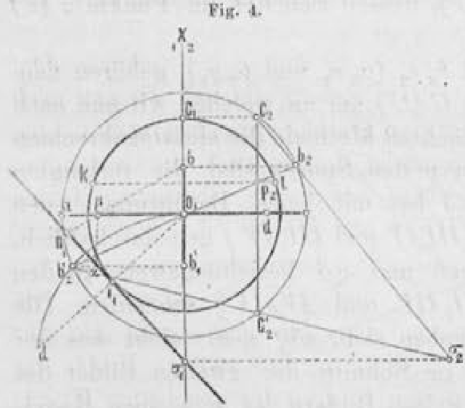
Die Geraden $a_2 g_2$ und $b_2 e_2$ ($a_2 e_2$ und $b_2 g_2$) gehören dem zweiten Umrisse des Kegels C (C') an, an welchen wir nun nach der in Fig. 1. ersichtlich gemachten Methode die einsersenkrechten Berührungsebenen legen. Ihre ersten Spuren sind die verlangten Tangenten. Kegel σ (Kegel σ') hat mit jenen Berührungsebenen die Kanten $I\,II$ und $I'\,II'$ ($III\,IV$ und $III'\,IV'$) gemeinschaftlich, welche die beiden Kreise ab und cd beziehungsweise in den Punkten I, I' und II, II' (III, III' und IV, IV') schneiden. Die zweiten Bilder derselben ergeben sich, wie man leicht aus der Figur entnimmt, unmittelbar im Schnitte der zweiten Bilder der genannten Kanten mit den zweiten Bildern der gegebenen Kegelschnitte. Auch die ersten Bilder I_1 und I'_1 (IV_1 und IV'_1) der auf dem Kreis um o gelegenen Punkte I und I' (IV und IV') ergeben sich sogleich durch entsprechendes Herabprojicieren ihrer zweiten Bilder, während die ersten Bilder der auf dem Kreis um

m gelegenen Punkte entweder nach der im früheren angeführten Weise oder unmittelbar mit Benützung des ersten Bildes σ_1 (σ'_1) des Kegelscheitels σ (σ') gefunden werden. Wir ziehen die Geraden $\sigma_1 I_1$ und $\sigma_1 I'_1$ ($\sigma'_1 IV_1$ und $\sigma'_1 IV'_1$) und verlängern dieselben so weit, bis sie von der in II_2 (III_2) errichteten axensenkrechten Geraden in den Punkten II_1 und II'_1 (III_1 uud III'_1) geschnitten werden. Es ist wohl klar, dass I_1, II_1 u. s. w. die Berührungspunkte der gemeinschaftlichen Tangenten $I_1 II_1$, $I'_1 II'_1$ u. s. w. sind.

Das hier erläuterte Verfahren, an einen Kreis und an eine Ellipse, deren kleine Axe durch den Mittelpunkt des Kreises geht, gemeinschaftliche Tangenten zu ziehen, ist von der Entfernung der Mittelpunkte der beiden Kegelschnitte unabhängig und behält auch seine Richtigkeit, wenn die Mittelpunkte zusammenfallen. Tritt dieser Umstand ein, dann haben wir es mit jener Aufgabe zu thun, welche R. Staudigl in den Sitzungsberichten der math. naturwissenschaftlichen Klasse der k. Akademie der Wissenschaften Jahrgang 1868 einer eingehenden Besprechung unterzieht.

In Fig. 4 ist o der gemeinsame Mittelpunkt, $o\,c$ der Halbmesser des gegebenen Kreises K und $o\,a$ und $o\,b$ bezüglich die grosse und kleine Halbaxe der Ellipse K'. Die Zeichenfläche erklären wir wieder zur ersten Bildebene und betrachten $o\,c$ als die Bildaxe ${}_1X_2$. K_1 und K' stellen uns auch hier die ersten Bilder zweier antiparalleler Kreisschnitte eines schiefen Kegels vor. Setzen wir voraus, dass der Mittelpunkt o von K' auf ${}_1X_2$ liegt, dann ist der um o_1 mit dem Halbmesser $o_1\,a$ beschriebene Kreis zu gleicher Zeit der erste und zweite Umriss, der durch K_1 und K' bestimmten Kugel.

Fig. 4.



Als zweite Bilder von K_1 und K' erhält man die Sehnen $c_2\,c'_2$ und $b_2\,b'_2$ des Kugelumrisses Der Scheitel des erwähnten schiefen Kegels ist σ, von dessen erstem Bilde σ_1 sofort ein Paar der gesuchten gemeinschaftlichen Tangenten gezogen werden kann.

Das andere Paar der hier noch möglichen Tangenten liegt mit den von σ_1 gezogenen zu $a\,o_1$ symmetrisch und ist somit leicht zu bestimmen. Die Berührungspunkte einer Tangente, etwa der Tangente $\sigma_1\,II_1$, findet man entweder auf die im vorhergehenden Falle gezeigte Weise, oder dadurch, dass man von σ_1 an K die Tangente $\sigma_1\,I_1$ zieht, wobei sich sogleich der Berührungspunkt I_1 auf K ergibt, während der auf K' gelegene Berührungspunkt II_1 sehr einfach nach einer von C. Barchanek*) herrührenden Methode erhalten wird. Man zieht zu diesem Zwecke $b'_1\,b'_2 \parallel a\,o$ und vom Schnittpunkte α der ersteren Geraden mit der Tangente $\sigma_1\,I_1$ die Gerade $\alpha\,\beta \parallel o_1\,b'_1$. Hierauf verbindet man β mit dem Endpunkte b der kleinen Axe; die Gerade $b\,\beta$ schneidet $\sigma_1\,I_1$ im verlangten Berührungspunkte II_1.

Die beiden antiparallelen Schnitte des schiefen Kegels σ haben die zweiersenkrechte Gerade p gemeinsam. Dort, wo deren erstes zu ${}_1X_2$ senkrecht stehendes Bild den Kreis K schneidet, erhält man in k und l zwei von den vier gemeinschaftlichen Punkten der Kegelschnitte K, und K'; die andern zwei dieser Punkte liegen selbstverständlich mit den ersteren zu $a_1\,o_1$ symmetrisch.**)

---

*) Siehe C. Barchanek: „Construction der Linien zweiter Ordnung aus umschriebenen Vierecken". XIV. Jahresbericht der k. k. Oberrealschule in Görz. Schuljahr 1875-76. Die in dieser Arbeit veröffentlichten Bestimmungsarten der Umfänge von Kegelschnitten, namentlich der Umrisse von Ellipsen, verdienen wegen ihrer besondern Einfachheit in den weitesten Kreisen bekannt zu werden. Die dort vorgeführten Methoden zeichnen sich vor allen andern, so auch vor jener von Schulz-Strasznitzki in der Zeitschrift „Berichte über Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften in Wien" Märznummer des Jahres 1847, S. 269, angegebenen, dadurch vorzugsweise aus, dass sie nicht einzelne Punkte des Umfanges, sondern Tangenten mit ihren Berührungspunkten liefern. C. Barchanek beweist die Richtigkeit seiner Methoden auf analytischem Wege; doch lässt sich dieser Nachweis in einfacher Art auf elementarem Wege geben.

**) Erwähnt mag auch an dieser Stelle werden die von Bellavitis in seinen „Lezioni di Geometria descrittiva", Seite 65 angeführte Auffindung der vier Schnittpunkte eines Kreises und einer Ellipse, welche denselben Mittelpunkt haben.

Man setzt nämlich im Endpunkte b der kleinen Axe ein und durchschneidet mit dem Halbmesser $o\,c$ die grosse Axe. Jeder der sich ergebenden Schnittpunkte d theilt die grosse Axe in zwei Strecken, welche die Leitstrahlen der für K und K' gemeinschaftlichen Punkte sind. Man braucht daher nur einen der Abschnitte der grossen Axe in den Zirkel zu nehmen, in den Brennpunkten nacheinander einzusetzen und Bögen zu beschreiben, welche K in den verlangten

Sind an einen Kreis und an eine Ellpise unter der Voraussetzung Tangenten zu ziehen, dass der Mittelpunkt des ersteren auf der grossen Axe der letzteren liegt, dann betrachte man in gleicher Weise wie dies L. Kuglmayr thut, die Ellipse als das erste Bild eines Kreises K und den Kreis als das erste Bild einer Ellipse E, welche mit K in einer zur Bildebene, d. i. zur Zeichenfläche geneigten Ebene E_b liegt. Die Einserspur derselben ist hier die Mittelpunktsgerade der beiden Linien zweiter Ordnung, und ihr erster Neigungswinkel α bestimmt sich durch die Gleichung $\cos\alpha = \frac{a}{b}$, wenn a und b die Halbaxen der Ellipse sind. Legen wir E_b sammt den darin liegenden Kegelschnitten in die erste Bildebene um, so haben wir vorliegende Aufgabe auf den frühern Fall zurückgeführt. In ähnlicher Art können alle andern Fälle, in welchen an zwei *geschlossenen* Linien zweiter

---

Punkten schneiden. Bellavitis theilt diese einfache Construction ohne ihre nähere Begründung mit; ein analytischer Beweis für ihre Richtigkeit wäre folgender: Die Entfernung der zwei Brennpunkte bezeichnen wir mit $2e$, die grosse und kleine Axe bezüglich mit $2a$ und $2b$, den Halbmesser des Kreises mit r und die beiden Leitstrahlen eines der gemeinschaftlichen Punkte der Kegelschnitte mit ρ und ρ_1. Die x Axe falle mit oa und die y Axe mit ob zusammen. Dann ist in dem Dreiecke, welches die beiden Brennpunkte und den Punkt $l\begin{cases}x_1\\y_1\end{cases}$ zu Eckpunkten hat, und in welchem ol als Mittellinie auftritt, dem Carnot'schen Lehrsatze zufolge:

$$\rho^2 = r^2 + e^2 + 2ex \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$
$$\rho_1{}^2 = x^2 + e^2 - 2ex \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Durch Subtraction der Gleichung 2) von 1) bekommt man:

$$\rho^2 = \rho_1{}^2 = 4ex.$$

Weil aber $\rho + \rho_1 = 2a$ ist, so erhält man weiter:

$$\rho - \rho_1 = \frac{2e}{a} x_1,$$

und
$$od = \frac{\rho - \rho_1}{2} = \frac{e}{a} x_1.$$

Setzt man in diese Gleichung für e den Wert $\sqrt{a^2 - b^2}$ und für a den aus der Mittelpunktsgleichung der Ellipse folgenden Ausdruck $\pm\sqrt{\frac{b^2 x_1{}^2}{b^2 - y_1{}^2}}$ ein, so ist

$$od = \sqrt{x_1{}^2 + y_1{}^2 - b^2};$$

womit die Richtigkeit des angegebenen Verfahrens erwiesen ist.

Ordnung mit gemeinsamer Symmetrieaxe Tangenten zu ziehen sind, auf den ersten Fall gebracht werden.

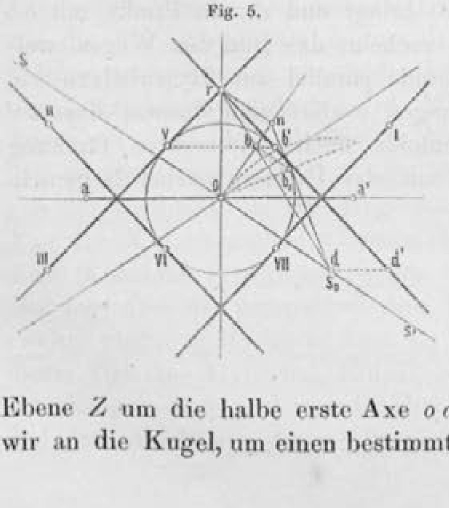
Bei allen andern Aufgaben, in welchen entweder eine offene und eine geschlossene oder zwei offene Kegelschnittslinien gegeben sind, wobei aber immer vorausgesetzt wird, dass ein Paar ihrer Durchmesser auf ein und derselben Geraden liegen, kann man die gegebenen Linien zweiter Ordnung als Leitlinien gerader Kegelflächen mit gemeinschaftlicher Spitze betrachten. An diese lassen sich dann nach der aus Fig. 2 zu entnehmenden Methode die gemeinschaftlichen Berührungsebenen legen, deren erste Spuren die gesuchten Tangenten vorstellen.

Bei der Aufsuchung des gemeinschaftlichen Scheitels ziehen wir den bekannten Satz zu Hilfe: Der geometrische Ort der Scheitel aller geraden Kegel mit einem gemeinschaftlichen Kegelschnitte als Leitlinie ist wieder ein Kegelschnitt, dessen Brennpunkte in den Scheiteln der Leitlinie liegen und umgekehrt, und dessen Ebene zur Ebene des gemeinschaftlichen Kegelschnittes normal steht. Darauf suchen wir die Schnittpunkte der geometrischen Orte auf die Art, wie sie Niemtschik in seinen Schriften angibt.

Die weitern Fälle, welche L. Kuglmayr anführt und löst, wollen wir keiner eingehenden Besprechung unterziehen und uns nur noch mit der Aufgabe beschäftigen, an eine Hyperbel und an einen mit ihr konzentrisch liegenden Kreis die gemeinschaftlichen Tangenten zu bestimmen.

Wir sehen (Fig. 5) die Zeichenebene als Bildebene an und betrachten den Kreis K (Halbmesser oe) und die Hyperbel H (erste Axe oa, Asymptote ss') beziehungsweise als die rechtwinkligen Bilder einer Kugel und eines eintheiligen Umdrehungs-Hyperboloids mit gemeinschaftlichem Mittelpunkte. Die Asymptote ss' stelle uns das Bild einer zur Zeichenebene Z parallelen Erzeugenden des Hyperboloids vor. Durch die Asymptote, welche von der Ebene Z um die halbe erste Axe oa entfernt zu denken ist, legen wir an die Kugel, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben,

Fig. 5.



eine der zwei möglichen Berührungsebenen und drehen diese um die Drehungsaxe $o\,r$ des Hyperboloids so lange, bis sie zur Bildebene normal steht. Dann ist ihre Bildflächspur eine der verlangten, gemeinschaftlichen Tangenten. Für uns ist von dieser Berührungsebene vor allem der auf $o\,r$ gelegene und bei der Drehung der Berührungsebene fest bleibende Punkt r derselben von besonderem Interesse. Vorerst nehmen wir die zur Asymptote $s\,s'$ normale, in der Bildebene gelegene Gerade $o\,b$ als Drehungsaxe an, und drehen um dieselbe $s\,s'$ um einen rechten Winkel, so dass nach vollendeter Drehung die Asymptote zur Bildebene normal steht und sich daher als Punkt s_0 abbildet. Von diesem Punkte ziehen wir an den Kugelumriss, somit an den gegebenen Kreis K, eine der möglichen Tangenten. Im vorliegenden Falle wurde $s_0\,b_0$ gezeichnet. Diese Gerade denken wir uns mit $s\,s'$ fest verbunden und drehen beide Geraden, bis die letztere in ihre frühere Lage zurückkehrt. Der Berührungspunkt b_0 von $s_0\,b_0$ gelangt dabei nach b und $s_1\,b_0$ nach $o\,b$. Von letzterer Geraden bleibt während der Drehung ihr Spurpunkt n fest. Die zu $s\,s'$ parallele Gerade $n\,r$ ist die Spur der durch $s\,s'$ an die Kugel gelegten Berührungsebene, welche die Axe $o\,r$ in dem verlangten Punkte r schneidet. Wird nun die Berührungsebene um $o\,r$ gedreht, bis sie zur Zeichenfläche normal steht, dann kommt b nach b' ($b\,b' \parallel o\,a$), und $r\,b'$ ist eine der gesuchten Tangenten. Die andern drei gemeinschaftlichen Tangenten sind nun wegen ihrer zentrischen Lage um o auch bestimmt. Die Tangente $r\,b'$ berührt den Kreis in b' und die Hyperbel in d'. Der letztere Punkt ergibt sich dadurch, dass man $r\,b$ mit $s\,s'$ in d*) zum Schnitt bringt und diesen Punkt mit $o\,b$ um $o\,r$, nach d' dreht; dabei erscheint das Bild des Weges, welchen d durchläuft, als eine Gerade parallel zur Hyperbelaxe $o\,a$. Die Richtigkeit dieses Vorganges erklärt sich daraus, dass $s\,s'$ als Erzeugende des Hyperboloids nach vollbrachter Drehung um $o\,r$, ihren Spurpunkt d' mit der Umrisshyperbel H gemein haben muss.

---

*) d fällt in Fig. 5 zufälligerweise mit s_0 zusammen.

II.

L. Mossbrugger sucht die Aufgabe „an zwei Kegelschnitte gemeinschaftliche Tangenten zu bestimmen“, in seiner Abhandlung: Anwendung der perspektivischen Projektion auf die analytische Auflösung der Aufgabe „eine gemeinschaftliche Tangente an zwei Linien zweiten Grades zu finden“, (Grunert's Archiv der Mathematik und Physik, Theil XVI, N. XII) analytisch aufzulösen. Leider weist seine Arbeit neben manchen schönen Ergebnissen bedeutende sachliche Fehler auf, die wir hier besprechen wollen. Um verstanden zu werden, ist es nöthig, etwas weiter auszuholen. Zum Zwecke seiner Untersuchungen setzt der Verfasser ein rechtwinkliges, räumliches Axensystem voraus und betrachtet die YZ Ebene als Bildebene und die XY Ebene als Ebene des gegebenen Kegelschnittes, welcher perspektivisch abzubilden ist und auf der Seite der negativen X Axe liegend gedacht wird. Mit O (t, u, v) bezeichnet er das Auge, mit $A, B, C\ldots$ Punkte im Raume und mit $A_1^p\, B_1^p\, C_1^p \ldots\ldots$ ihre perspektivischen Bilder. Er bestimmt zuerst die Gleichungen der Perspektiven von Kegelschnitten, deren Hauptaxen zur Axe der X des räumlichen Systemes parallel laufen und sucht für diese Annahme den geometrischen Ort des Auges unter der Bedingung, dass die perspektivischen Bilder der gegebenen Linien zweiter Ordnung Kreise werden. L. Mossbrugger findet, dass dieser Ort eine Hyperbel, Ellipse oder Parabel ist, je nachdem eine Ellipse, Hyperbel von Parabel als Kreis abgebildet wurde, und dass die Ebene dieses Ortes zur XZ Ebene parallel ist.

So weit sind alle Ausführungen richtig. Zu bemerken hätten wir nur hiezu, dass sich der Verfasser auf keine nähern Untersuchungen des geometrischen Ortes des Auges einlässt und sich mit der blossen Aufstellung der Gleichung der Ortslinie und mit der Angabe der Lage der Ortsebene begnügt.

In §. 4 seiner Abhandlung heisst es nun: „Um der Vollendung unserer Aufgabe näher zu rücken, suchen wir die Bedingungen auf, unter welchen irgend eine Linie zweiten Grades in einer ganz beliebigen Lage gegen die Tafel, nur in der gleichen Ebene wie die Curven §. 1 (11)*) und (14) liegend, sich perspektivisch als Kreis projiciert.“ L. Mossbrugger glaubt aber, wie man sich bald überzeugt, durch die getroffene Voraussetzung der Vollendung seiner Aufgabe nicht nur näher gerückt zu sein, sondern auch schon das Ziel seiner Voruntersuchungen zum Zwecke der Lösung seiner eigentlichen Aufgabe erreicht zu haben. Denn er sieht weiterhin nicht nur von der Betrachtung des allgemeinsten, hier denkbaren Falles, sondern auch überhaupt von jedem allgemeinern Fall, als dem erwähnten, ab. Er ordnet also die Bildebene und die Ebene des Kegelschnittes immer so an, dass sie aufeinander senkrecht stehen, statt den Neigungswinkel der beiden ganz beliebig zu wählen.

So findet er auch hier, wie in den vorhergehenden Paragraphen, dass der geometrische Ort des Auges, je nachdem eine Ellipse, Hyperbel oder Parabel abzubilden war, eine Hyperbel, Ellipse oder Parabel ist, deren Ebene zur xy Ebene normal steht, gegen die beiden andern Ebenen des räumlichen Systems aber geneigt ist. Ueber besondere Eigenschaften dieser Ortslinien oder über ihre Beziehungen zur gegebenen Kegelschnittslinie wird weiter keine Untersuchung angestellt, und wir erfahren auch nicht, wie diese Orte in bestimmten Fällen darzustellen wären.

Wir hingegen wissen, dass dieser geometrische Ort für jede beliebige Lage des gegebenen Kegelschnittes zur Bildebene eine Linie zweiter Ordnung bilden, welche zu ersterem in überraschend einfachen Beziehungen steht und demnach stets ohne Schwierigkeit graphisch angegeben werden kann.

Im Folgenden wollen wir diese Beziehungen besprechen und auch zeigen, dass der geometrische Ort des Auges, welches eine

---

*) Die Curven (11) und (14) sind gegebene Kegelschnitte, also in der xy Ebene gelegen.

gegebene Linie zweiter Ordnung auf die einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels als Kreis abbildet, im Allgemeinen eine Fläche zweiter Ordnung ist; dass sich ferner das Auge, welches zwei oder mehrere Kegelschnitte als Kreise auf die einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels abbildet, wenn überhaupt der Fall möglich ist, nur auf einer Kreislinie bewegen kann; und andere einschlägige Sätze.

Die Paragraphe 4 und 5 der besprochenen Abhandlung weisen noch keine Unrichtigkeiten in den Ableitungen und den daraus gezogenen logischen Schlüssen auf; denn die Ergebnisse entsprechen den gestellten Bedingungen. Anders aber ist es in den folgenden Abschnitten. So heisst es in §. 6: Um unsere spätern Folgerungen gehörig begründen zu können, wollen wir auf analytischem Wege erweisen, „dass, wenn von irgend einem Punkte k eine Tangente an die Curve (26)*) des vorigen Paragraphen gezogen wird, die perspektivische Projektion dieser Tangente ebenfalls eine durch die perspektivische Projektion k_p des Punktes k gehende Berührende an den Kreis (28)*) ist, und zwar muss diese letztere diesen Kreis in demjenigen Punkte berühren, welcher die perspektivische Projektion des Berührungspunktes der erstern Tangente und der Ellipse (26) ist.“

L. Mossbrugger erweist wirklich diese Thatsache, von deren Wahrheit man sich übrigens auf dem Wege der unmittelbaren Anschauung viel leichter überzeugen kann, schliesst aber seinen Beweis mit folgendem Fehlschluss: ...„wodurch also die vorausgeschickte Bemerkung dieses Paragraphen nicht nur gerechtfertigt ist, sondern wir sind auch berechtigt zu folgern, dass eine Gerade L_p, welche die beiden Kreise, welche durch die Gleichungen (10)*) §. 1 und (28) §. 5 dargestellt werden, gemeinschaftlich berührt, die Perspektive einer gemeinschaftlichen Tangente L an die durch die Gleichungen (1)*) §. 1, und (26) §. 5 dargestellten Ellipsen ist.

Ein Fehlschluss ist dies darum, weil die beiden projicierenden Kegel der gegebenen Linien zweiter Ordnung im Allgemeinen keinen gemeinschaftlichen Scheitel und daher auch keine gemeinschaftlichen Berührungsebenen haben. Bekanntlich sind die gemeinschaftlichen Berührungsebenen nichts weiter als die projicierenden Ebenen der an die gegebenen Kegelschnitte gelegten

*) Die Curven (1) und (26) sind in der xy Ebene gelegene Ellipsen und die Kreise (10) und (28) ihre bezüglichen Kreisbilder.

gemeinschaftlichen Tangenten, und ihre Schnitte mit der Bildebene erscheinen als Tangenten an die perspektivischen Kreisbilder.

Erst in §. 7 untersucht der Verfasser, ob es wirklich Punkte gibt, in welchen sich das Auge befinden kann, damit die Perspektiven zweier gegebenen Kegelschnitte zugleich Kreise werden. Wir folgen seinen Ausführungen auf Seite 145 der Deutlichkeit halber wörtlich:

„Dieses (dass die Bilder der beiden Ellipsen Kreise werden) wird aber nur dann der Fall sein, wenn es reelle Durchschnittspunkte der Ortscurven, welche durch die Gleichungen (9) §. 1, und (27) §. 5 dargestellt sind, gibt. Diese Curven liegen in den durch die Gleichungen

$$g - u^{*)} = O \text{ und } Au - Bt + D = O$$

dargestellten Ebenen; die Gleichungen der Durchschnittslinie dieser Ebenen sind:

$$\left. u^{*)} = g \text{ und } u = \frac{B}{A} t - \frac{D}{A} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (33).$$

Diese Linie ist also, wie sich schon aus der Lage der genannten Ebenen schliessen lässt, auf der Ebene xy senkrecht. Aus den Gleichungen (33) folgt:

$$\left. g = \frac{Bt}{A} - \frac{D}{A}, \text{ also } t = \frac{A}{B} g + \frac{D}{B} \right\} \ldots\ldots\ldots (34).$$

Führen wir diesen Wert von t in (9) §. 1 ein, so erhalten wir:

$$v = \pm \frac{b}{aB} \cdot \sqrt{\left\{[Bf - Ag - D]^2 - A^2 B^2\right\}},$$

oder

$$v = \pm \frac{b}{aB} \sqrt{[B(f + a) - Ag - D]\,[B(f - a) - Ag - D]} \,.(35).$$

Soll daher die Auflösung der Aufgabe möglich sein, so muss entweder

$$\left. \begin{array}{ll} & B(f + a) > Ag + D \\ \text{und zugleich} & B(f - a) > Ag + D \end{array} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (36)$$

*) t, u, v sind die als veränderlich gedachten Abstände des Auges von den Ebenen des rechtwinkligen, räumlichen Systems; g, A, B, D sind beliebige aber unveränderliche in den gegebenen Curvengleichungen vorkommende Grössen.

oder und zugleich
$$\left.\begin{array}{l} B(f+a) < Ag + D \\ B(f-a) < Ag + D \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$
sein.“

Man erkennt leicht, wo hier der Fehler liegt. Der Verfasser setzt die für g und t gefundenen Werte blos in eine der beiden Gleichungen der Ortslininien ein, statt, wie es offenbar richtig wäre, die für t und u aus (33) und (34) gefundenen Werte in beide Ortsgleichungen einzuführen und die für v sich ergebenden Ausdrücke einander gleichzustellen. So konnten die oben angeführten Betrachtungen keinen andern Zweck haben, als zu untersuchen, unter welchen Bedingungen die Schnittgerade der Ortsebene mit der durch (9) dargestellten Ortslinie wirklich Punkte gemeinschaftlich habe. Bei richtigem Vorgange hätte sich L. Mossbrugger bald überzeugen müssen, dass die beiden Ortslinien im Allgemeinen keinen Punkt gemeinschaftlich haben, und dass daher die Aufgabe, zwei Ellipsen bei den von ihm getroffenen Annahmen auf ein und dieselbe Bildebene durch ein gemeinschaftliches Auge als Kreise abzubilden, in der Regel unmöglich ist.

Bei seinen weitern in §. 8, 9 und 10 entwickelten Ausführungen stützt sich der Verfasser auf den zum Schlusse des §. 6 gemachten Fehlschluss und schliesst seine Abhandlung mit folgender Behauptung:

„Aus dem in §. 6 Erwiesenen lässt sich unmittelbar folgender Satz herleiten. Wenn man Ellipsen von beliebigen Parametern, und in beliebiger Lage (jedoch in einer Ebene) hat, und man zieht an je zwei derselben die äussern und die innern Tangenten, so liegen die drei Durchschnittspunkte der äussern Tangenten, so wie je zwei innere, mit den nicht zugehörigen äussern in gerader Linie. Sind nämlich M_1, M_2, M_3 die drei gegebenen Ellipsen, A_1 der Durchschnittspunkt der äussern Tangenten an die Ellipsen M_2 und M_3;

A_2 jener der äussern Tangenten an die Ellipsen M_1 und M_3
A_3 „ „ „ „ „ „ „ M_1 „ M_2
I_1 „ „ innern „ „ „ „ M_2 „ M_3
I_2 „ „ „ „ „ „ „ M_1 „ M_3
I_3 „ „ „ „ „ „ „ M_1 „ A_2,

so liegen
$$(A_1, A_2, A_3),\ (A_1, I_2, I_3),\ (A_2, I_1, I_3),\ (A_3, I_1, I_2)$$
in gerader Linie.

Denn projiciert man die Ellipsen als drei Kreise M_1^p, M_2^p M_3^p; und zieht an je zwei die äussern und innern Tangenten, und bezeichnet die Durchschnittspunkte der äussern Tangenten an die Kreise M_1^p, und M_2^p; M_1^p und M_3^p; M_2^p und M_3^p respective mit A_3^p, A_2^p und A_1^p; ebenso die Durchschnittspunkte der innern Tangenten an die Kreise M_1^p und M_2^p; M_1^p und M_3^p; M_2^p und M_3^p respective mit I_3^p, I_2^p und I_1^p, so hat Monge bewiesen, dass die Punkte

$$A_1^p, A_2^p, A_3^p;\ A_1^p, I_2^p, I_3^p;\ A_2^p, I_1^p, I_3^p;\ A_3^p, I_1^p, I_2^p$$

in gerader Linie liegen. Projiciert man die sechs Punkte

$$A_1^p, A_2^p, A_3^p, I_1^p, I_2^p, I_3^p$$

wieder in die geometrische Bildfläche nach

$$A_1, A_2, A_3, I_1, I_2, I_3$$

zurück, so werden auch nach §. 6 diese die Eigenschaft besitzen, dass jede aus ihnen gezogene Tangente an eine der Ellipsen M_1, M_2, M_3 noch eine zweite derselben berührt; ferner werden auch, ebenfalls nach dem vorher Erwiesenen, die Punkte

$$A_1, A_2, A_3, I_1, I_2, I_3$$

auf den entsprechenden Linien liegen, auf welchen sich ihre perspektivischen Projektionen befinden, also

$$(A_1, A_2, A_3),\ (A_1, I_2, I^3),\ (A_2, I_1, I_3),\ (A_3, I_1, I_2)$$

vier gerade Linien bilden."

Das hier Gesagte wäre, wie ohne weiters klar ist, richtig, wenn es einen reellen Punkt gäbe, von welchem man alle drei Kegelschnitte zugleich auf ein und dieselbe Ebene als Kreise abbilden könnte. Nachdem aber schon für zwei in fester Beziehung zur Bildebene stehende Kegelschnitte in der Regel kein derartiger Punkt vorhanden ist, so kann ein solcher um so weniger für drei beliebige und beliebig gelegene Linien zweiter Ordnung bestehen. Man muss sich billigerweise wundern, wie ein Fachmann, der sich so weitläufig und vielseitig mit einer Aufgabe beschäftigt und dabei recht verdienstliche Ergebnisse zu Tage fördert, seine Betrachtungen und Ausführungen mit einer derartigen in die Augen springenden Unrichtigkeit schliessen konnte. Schon der einfachste graphische Versuch hätte ihn überzeugen können, dass er irgendwo einen Fehlschluss gethan haben müsse.

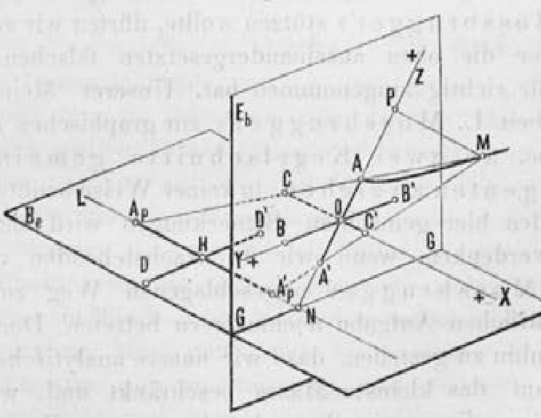
Dasjenige Mittel, welches im vorliegenden Falle leicht einen Irrthum hätte hintanhalten können, wurde nicht zu Rathe gezogen; d. i. eine klare, einfache, die Vorstellung unterstützende Zeichnung. Für uns ist die hier gemachte Erfahrung ein Grund mehr, mahnenden Stimmen, wie jenen Rousseau's und Schopenhauer's ihre volle Berechtigung zuzusprechen und an dem Grundsatze festzuhalten, dort, wo es nur irgend angeht, die anschauliche Sicherheit der logischen vorzuziehen. Wir stimmen mit der Ansicht jener Männer vollkommen überein, welche die Geometrie in ihrem ganzen Umfange als die Wissenschaft des Verstandes im ausgesprochensten Sinne hinstellen, und können uns aus diesem Grunde nie und nimmer für jene Sucht erwärmen, die es liebt, Riesenformeln zu entwickeln und aus diesen entweder sehr wenig oder nichts herauszulesen, wie es leider auch L. Mossbrugger in seiner hier besprochenen Abhandlung gethan hat.

Wären des Verfassers Behauptungen richtig, so besässen wir ein vortreffliches Mittel, in der einfachsten und schönsten Weise an zwei beliebige und beliebig, aber in ein und derselben Ebene, gelegene Kegelschnitte die gemeinschaftlichen Tangenten zu bestimmen. Nachdem sich L. Kuglmayr bei seinen weitern, noch bekannt zu gebenden Methoden auf die Ergebnisse der Ausführungen Mossbrugger's stützen wollte, dürfen wir vermuthen, dass Ersterer die oben auseinandergesetzten falschen Schlüsse und Sätze für richtig hingenommen hat. Unserer Meinung nach kann die Arbeit L. Mossbrugger's zur graphischen Auflösung der Aufgabe, an zwei Kegelschnitte gemeinschaftliche Tangenten zu ziehen, in keiner Weise benützt werden.

Nach den hier gemachten Bemerkungen wird man es uns wohl nicht verdenken, wenn wir im Nachstehenden versuchen, den von L. Mossbrugger eingeschlagenen Weg zur Lösung unserer eigentlichen Aufgabe nochmals zu betreten. Doch können wir nicht umhin zu gestehen, dass wir unsere analytischen Untersuchungen auf das kleinste Maass beschränkt und, wo es von Vortheil schien, die unmittelbare Anschauung zu Rathe gezogen haben. Dadurch haben sich die Ableitung und Aufstellung der Ortsgleichungen für das Auge, welches gegebene Kegelschnitte auf einer vorgelegten Bildebene oder auf den einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels oder eines Ebenenbündels als Kreis abbildet, auf eine sehr einfache und durchsichtige Weise ergeben.

1. In Fig. 6 ist E_b die Ebene des gegebenen Kegelschnittes der Ellipse E, mit den einander zugeordneten Durchmessern AA' und BB' und B_e die Ebene, auf welcher E als Kreis K abgebildet werden soll. Bezüglich der Lage der Bildebene gegen die Ebene der Ellipse wird nichts anderes vorausgesetzt, als dass ihr Schnitt GG' mit E_b zum Durchmesser BB' parallel ist. Der von B_e und E_b eingeschlossene Winkel ist völlig beliebig, und wollen wir hier noch besonders betonen, dass sich alle unsere weitern Untersuchungen auf die gleiche Annahme stützen. Offenbar sind wir stets im Stande, dieser Voraussetzung zu genügen, in welcher Lage immer der gegebene Kegelschnitt zu der B_e gedacht wird. Nachdem BB' zu GG' parallel ist, so sind die perspektivischen Bilder des Durchmessers BB' und der zu ihm parallelen Sehnen des Kegelschnittes E unter einander und zu GG' parallel und werden durch das perspektivische Bild $A_p A'_p$ des Durchmessers AA' halbiert. Daraus folgt unmittelbar, dass $A_p A'_p$ ein Durchmesser des perspektivischen Bildes ist und zu GG' senkrecht stehen muss, wenn das perspektivische Bild von E ein Kreis ist. $A_p A'_p$ schneidet die Bildflächspur GG' der Ebene E_b im Punkte N, welcher auch auf AA' oder seiner Verlängerung liegt. Bewegt sich nun das Auge im Raume so, dass es stets E auf B_e als

Fig. 6.



Kreis projiciert, so liegt $A_p A'_p$ stets auf der durch N gehenden, zu GG' senkrechten und in B_e gelegenen Geraden LN, oder in andern Worten: Der geometrische Ort sämmtlicher Kreisdurchmesser $A_p A'_p$, welche als die perspektivischen Bilder des Durchmessers AA' für die verschiedenen Lagen des Auges auftreten, ist die zu GG' normale Gerade LN, welche AA' im Punkte N der Bildflächspur GG' schneidet. Daraus dürfen wir schliessen, dass die Ortslinie des Auges in der durch AA' und $A_pA'_p$ bestimmten Ebene V liegen müsse. Schneiden wir den durch das Auge M und die Ellipse E bestimmten Kegel mittels der durch BB' parallel zu B_r gelegten Ebene U, so erhalten wir als Schnitt eine Kreislinie K', welche, so lange nur projektivische Beziehungen zwischen E und seinem perspektivischen Bilde K in Betracht kommen, stellvertretend für K benützt werden darf. Die Ebene U schneidet V in der zu BB' normalen Geraden CC', die, wenn U als Bildebene angesehen wird, das perspektivische Bild von AA' vorstellt.

Den Mittelpunkt O von E wählen wir zum Ursprung eines räumlichen Systems, bestehend aus den Ebenen E_b, U und V. CC' bestimme die Axe der x, BB' die der y und AA' die der z Abstände. Die positiven Richtungen derselben sind in der Figur 6 ersichtlich gemacht. Von diesen Axen stehen, wie wir wissen, x und y auf einander normal, die andern Axenpaare aber schliessen schiefe Winkel ein. Die Durchmesser AA' und BB' bezeichnen wir bezüglich mit $2a$ und $2b$, ferner setzen wir $CO = \alpha$ und $C'O = \beta$. Dann bestehen folgende Gleichungen:

$$1) \quad b^2z^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \quad \ldots\ldots\ldots E$$

$$2) \quad \alpha\beta = b^2,$$

weil BB' und CC' Sehnen einer Kreislinie sind;

$$3) \quad \frac{z}{a} + \frac{x}{-\alpha} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots CM,$$

$$4) \quad \frac{z}{-a} + \frac{x}{\beta} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots A'M.$$

Aus 3) und 4) erhalten wir für α und β die Werte

$$\alpha = \frac{ax}{z-a}, \quad \beta = \frac{ax}{z+a},$$

welche wir in 1) einsetzen, wodurch wir sofort zur Gleichung der Ortslinie gelangen:

$$5) \quad b^2z^2 - a^2x^2 = a^2b^2.$$

Diese Gleichung stellt uns eine Hyperbel H vor, deren reeller

*

Durchmesser $2b$ in der Axe der z, und deren Nebendurchmesser $2a$ in der Axe der x liegt; daher der Satz:

Der geometrische Ort des Auges, welches eine Ellipse auf einer und derselben Ebene als Kreis abbildet, ist eine Hyperbel, welche mit der Ellipse einen reellen Durchmesser und somit auch den Mittelpunkt gemeischaftlich hat. Die diesem Durchmesser zugeordneten Durchmesser der beiden Kegelschnitte sind einander gleich, stehen aufeinander senkrecht und sind zur Bildebene parallel.

Die Richtigkeit dieses Satzes ist, wie leicht ersichtlich, von dem Neigungswinkel der beiden Ebenen E_b und B_r gänzlich unabhängig.

Wir können deshalb jede beliebige, im Punkte O auf BB' errichtete, Normale, welche gleich $2b$ ist und durch O halbiert wird, als Nebendurchmesser einer Ortshyperbel ansehen. Die jeder Ortslinie zugehörige Ebene U und damit auch die Stellung der Bildebene B_r wird dann durch BB' und den jeweiligen Nebendurchmesser der Ortslinie bestimmt. Denken wir uns jetzt die Bildebene um GG' gedreht, so wird sich in demselben Sinne und in demselben Maasse der Durchmesser $2b$ der Hyperbel drehen und dabei eine zu BB' oder, was gleichbedeutend ist, zu GG' senkrechte Ebene durchlaufen. Nimmt man ferner an, dass sich dabei auch die X Axe des räumlichen Systems $O(X, Y, Z)$, auf welcher $2b$ liegt, mitdreht, und werden die Gleichungen für die einzelnen Lagen der Ortshyperbel stets auf das zugehörige Axensystem bezogen, so wird die Gleichung 5) stets dieselbe Form mit denselben unveränderlichen Grössen a und b beibehalten und für einen bestimmten Wert von z immer den nämlichen Wert für x liefern. Nachdem aber die x Abstände, während ihrer Umdrehung in jeder Lage zum zugehörigen Nebendurchmesser parallel und dabei von unveränderlicher Länge sind, so beschreibt jeder einzelne Punkt der Ortshyperbel H einen Kreis, dessen Ebene zu BB' normal steht. Der geometrische Ort sämmtlicher Hyperbeln wird daher eine Fläche sein, welche von jeder zu BB' senkrechten Ebene nach einem Kreise geschnitten wird, dessen Mittelpunkt auf BB' liegt. Wir können uns diese Fläche auch dadurch entstanden denken, dass wir eine der Ortshyperbeln H als Leitlinie und eine Kreislinie von veränderlichem Halbmesser als Erzeugende ansehen. Die letztere gleitet längs H

in der Art, dass ihr Mittelpunkt einen reellen Durchmesser AA' der Leitlinie durchläuft, und ihre Ebene immer die gleiche Stellung hat. Die Ortsfläche wird auch von jeder durch AA' gehenden Ebene nach einer Hyperbel geschnitten und kann dem Gesagten zufolge nur ein zweitheiliges Hyperboloid sein. Die Gleichung desselben auf ein räumliches System, welches mit dem angenommenen die X und Y Axe, sowie die Ebenen U und E_b gemeinschaftlich hat, dessen dritte Ebene aber auf den zwei ersteren senkrecht steht, wird daher folgende Form haben:

$$6)\qquad \frac{z^2}{a^2} - \frac{x^2 + y^2}{b^2} = 1\,.$$

Diesem Ergebnisse zufolge besteht folgender Satz:

Der geometrische Ort des Auges, welches eine gegebene Ellipse E auf den einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels, dessen Axe zu einem Durchmesser BB' von E parallel ist, als Kreis abbildet, ist ein zweitheiliges Hyperboloid, welches mit E den zu BB' zugeordneten reellen Durchmesser AA' und daher auch den Mittelpunkt gemeinschaftlich hat. Der zu AA' zugeordnete Durchmesser BB' der Ellipse und die Durchmesser des Hyperboloids sind unter einander gleich; die letzteren stehen auf dem ersteren senkrecht, und jede zu ihnen parallele, daher auf der Büschelaxe senkrechte Ebene schneidet das Hyperboloid nach einem Kreise.

Was die Lage der Ebene V der Ortshyperbel betrifft, so ist diese Ebene im Allgemeinen gegen E_b und B_e geneigt. Tritt aber der Umstand ein, dass die genannten zwei Ebenen auf einander normal stehen, dann ist auch $A_p A'_p$ auf E_b senkrecht und somit auch die Ortsebene V auf E_b, während der Neigungswinkel der beiden Ebenen B_e und V gleich ist dem von den zwei Durchmessern AA' und BB' gebildeten Winkel. Ist GG' parallel zu einer der beiden Axen von E, dann stehen AA' und $A_p A'_p$ auf GG' normal, welchen Winkel immer die beiden Ebenen E_b und B_e einschliessen mögen. Daraus dürfen wir folgern, dass die Ebene V der Ortshyperbel sowohl auf B_e, als auch auf E_b senkrecht steht, wenn eine der Axen zur Bildflächspur GG' parallel ist.

In allen Fällen, in welchen V zu E_b und B_e normal steht, entartet das Hyperboloid mit zwei Höhlungen in eine zu E_b normale

Ebene, und jeder Punkt derselben hat dann die Eigenschaft, die Ellipse E auf eine ihrer Stellung nach erst zu bestimmende Ebene, als Kreis abzubilden.

Ist $a = b$, d. h. sind die zugeordneten Durchmesser von E gleich, so gilt dasselbe von den zugeordneten Durchmessern der Ortslinie; dieselbe wird dann eine gleichseitige Hyperbel. Ist aber $a = b$ und $AA' \perp BB'$, so ist die gegebene Linie E ein Kreis, welcher im Vereine mit seinem perspektivischen Bilde zwei antiparallele Schnittkreise des projicierenden schiefen Kegels vorstellt.

Daraus ergibt sich eine einfache Bestimmungsart der Bildebene, wenn ein Kreis wieder als Kreis abzubilden ist, und das Auge M irgendwo in der Ortsebene (das entartete Hyperboloid) angenommen wurde. Man braucht nur M*) mit den beiden Endpunkten A und A' jenes Kreisdurchmessers, welcher in der Ortsebene liegt, zu verbinden, den $\sphericalangle AMA'$ zu halbieren und eine Gerade DD' zu ziehen, welche mit AA' zur Winkelhalbierenden symmetrisch liegt. DD' gibt uns nicht nur die Richtung des AA' zugeordneten Durchmessers der Ortshyperbel an, welcher bekanntlich mit AA' gleiche Länge haben muss, sondern auch im Vereine mit BB' die Stellung der Bildebene.

Besonders hinweisen wollen wir noch auf einen Umstand, von welchem wir später Gebrauch machen werden. Ist nämlich M das gegebene Auge und B, die zugehörige Bildebene, und legen wir durch O und M zwei zu GG' senkrechte Ebenen, so werden diese von der Ebene der Ortshyperbel nach zwei parallelen Geraden geschnitten, von welchen die eine durch die X Axe und die andere durch den Halbmesser MP des durch M gehenden Schnittkreises bestimmt ist. Das Gesagte ist für jede Stellung der Bildebene richtig und kann zu deren Bestimmung benützt werden, wenn man auf dem Ortshyperboloid einen Punkt als Auge gewählt hat.

Wird $\alpha = \beta$, fällt also der Mittelpunkt des Kreisbildes mit dem Mittelpunkte des gegebenen Kegelschnittes zusammen, dann sind die Sehstrahlen unter einander parallel und die projicierende Kegelfläche übergeht in eine Cylinderfläche, deren Erzeugende zu einer von den Asymptoten der Ortshyperbel parallel sind. Es

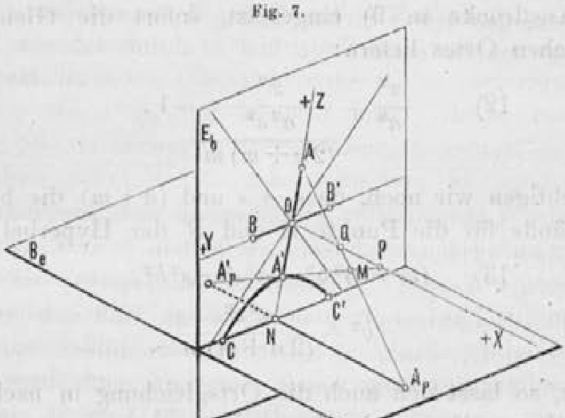
---

*) Die betreffende einfache Figur möge sich der freundliche Leser selbst entwerfen.

gibt daher für eine bestimmte Bildebene im Allgemeinen zwei verschiedene Systeme von Parallelstrahlen, welche eine gegebene Ellipse als Kreis abbilden.

2. Die als Kreis abzubildende Linie zweiter Ordnung sei eine Hyperbel H' in der Ebene E_b (Fig. 7). $AA' = 2a$ und $BB' = 2b$ seien bezüglich ein reeller und ein imaginärer Durchmesser dieses Kegelschnittes. GG' *) $\parallel BB'$ ist wieder der Schnitt von E_b mit B_e. Die auf GG' gelegene Hyperbelsehne CC' bezeichnen wir mit $2s$, und $A'N$ mit M. Das perspektivische Bild $A_p A'_p$ von AA' wird aus denselben Gründen, welche diesbe-

Fig. 7.



züglich im ersten Abschnitte erörtert wurden, auf BB' normal sein und durch den Halbierungspunkt N von BB' gehen. Das räumliche Axensystem ordnen wir so an, dass der Ursprung mit O, die Y Axe mit BB' die Z Axe mit AA' zusammenfällt, und die X Axe parallel mit $A_p A'_p$ läuft. $A'_p N$ setzen wir gleich α und $A_p N$ gleich β. Die Sehstrahlen $A'_p A'$ und $A_p A$ schneiden die X Axe bezüglich in den Punkten P und Q. Nach diesen Voraussetzungen bestehen folgende Gleichungen:

$$8) \qquad b^2 z^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$$

$$9) \qquad \alpha \beta = s^2$$

$$10) \qquad \frac{z}{-a} + \frac{x}{OP} = 1 \ldots \ldots A'_p M$$

*) G und G' erscheinen nicht in der Figur.

$$11) \qquad \frac{z}{a} + \frac{x}{OQ} = 1 \ldots\ldots\ldots A_r M.$$

Wie aus Fig. 7 ersichtlich, ist

$$OP = \frac{a.\alpha}{m} \text{ und } OQ = \frac{a.\beta}{(2a+m)}.$$

Mit Benützung dieser für OP und OQ aufgestellten Werte erhält man aus 10) und 11):

$$\alpha = \frac{mx}{a+z} \text{ und } \beta = \frac{(2a+m)x}{a-z},$$

welche Ausdrücke in 9) eingesetzt, sofort die Gleichung des geometrischen Ortes liefern:

$$12) \qquad \frac{z^2}{a^2} + \frac{x^2}{\frac{a^2 s^2}{(2a+m)m}} = 1.$$

Berücksichtigen wir noch, dass $\pm s$ und $(a+m)$ die bezüglichen Axenabstände für die Punkte B und B' der Hyperbel H' sind,

wonach $\qquad 13) \qquad (m+a)^2 b^2 - a^2 s^2 = s^2 b^2,$

also auch $\qquad b^2 = \frac{a^2 s^2}{(2a+m)m}$

sein muss, so lässt sich auch die Ortsgleichung in nachstehender durchsichtigerer Form schreiben:

$$14) \qquad b^2 z^2 + a^2 x^2 = a^2 b^2.$$

Ist daher eine Hyperbel H' auf einer bestimmten Ebene B_e perspektivisch als Kreis abzubilden, so ist der geometrische Ort des Auges eine Ellipse, mit welcher die gegebene Hyperbel einen reellen Durchmesser AA' und daher auch den Mittelpunkt gemeinschaftlich hat. Die AA' zugeordneten Durchmesser der Hyperbel und Ellipse sind von gleicher Länge, stehen auf einander normal und sind zur B_e parallel.

Durch ähnliche, hierauf Bezug nehmende Betrachtungen, wie im ersten Abschnitte, kommen wir noch zu folgendem Satze:

Der geometrische Ort des Auges, welches eine gegebene Hyperbel H' auf die einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels, dessen Axe zu einem imaginären Durchmesser BB' von H' parallel ist, als

Kreis abbildet, ist ein Ellipsoid, mit welchem H' die zu BB' zugeordneten reellen Durchmesser AA' und daher auch den Mittelpunkt gemeinschaftlich hat. Die AA' zugeordneten Durchmesser der Hyperbel und des Ellipsoides sind unter einander gleich; die letztern stehen auf dem erstern senkrecht und jede zu ihnen parallele, also auf der Büschelaxe senkrechte Ebene schneidet die Ortsfläche nach einem Kreise.

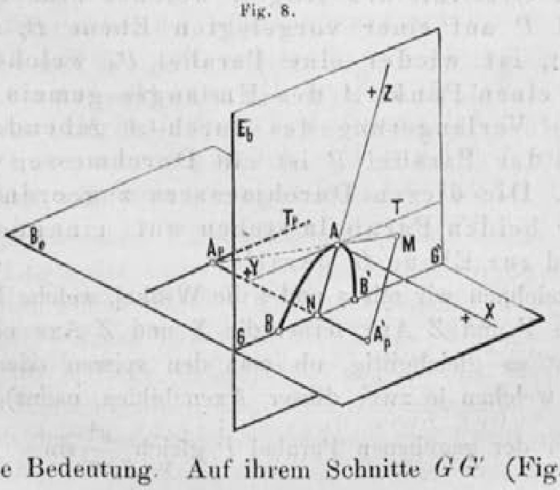
Die Gleichung des Ellipsoides ist demnach für ein räumliches System, welches aus den YZ und XY des angenommenen Systems und aus der durch O auf die erstern normal gefällten Ebene XZ besteht:

$$15) \qquad \frac{x^2+y^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}=1\,.$$

Was im Vorhergehenden in Betreff der besonderen Lage der Ebenen $U\,(xy)$, $V\,(xz)$ und E_b zu einander bemerkt wurde, hat auch hier seine entsprechende Geltung. Eigens hervorheben wollen wir nur den Fall, in welchem der geometrische Ort des Auges für eine bestimmte Bildebene in einen Kreis entartet. Dieser Fall wird dann eintreten, wenn wieder $a=b$ und die zweite Axe von H' zu GG' parallel ist.

3. Der gegebene perspektivisch abzubildende Kegelschnitt ist eine Parabel P mit dem Durchmesser AN. E_b und B_e haben

Fig. 8.



ihre frühere Bedeutung. Auf ihrem Schnitte GG' (Fig. 8) liegt die Parabelsehne $BB' = 2s$. Der dieser zugeordnete Parabeldurchmesser ist AN. Die Tangente AT der Parabel in A, und ihr perspektivisches Bild $A_p T_p$, welches eine Tangente des Kreisbildes vorstellt, sind zu GG' parallel. Die Gerade $A_p N$ verbindet den Berührungspunkt A_p von $A_p T_p$ mit dem Halbierungspunkte N der zu $A_p T_p$ parallelen Kreissehne BB'; daher ist $A_p N$ ein Durchmesser des Kreisbildes und auf BB' normal. Den Punkt A nehmen wir als Ursprung eines räumlichen Systems an, dessen X Axe zu $A_p N$ parallel ist und dessen Y und Z Axe beziehungsweise mit AT und AN zusammenfallen. Benennen wir noch die Strecke AH mit m, so sind nachstehende Gleichungen richtig:

16) $y^2 = -\frac{s^2}{m} x$. . . . Gleichung von P.

17) $\alpha\beta = s^2$

18) $x = \frac{a}{m} z$. . . . . $A_p M$.

19) $x = \beta$. . . . . $A'_p M$.

Die Gleichung des geometrischen Ortes finden wir sogleich, indem wir die aus 18) und 19) hervorgehenden Werte für α und β in 17) einführen; dadurch erhalten wir:

20) $x^2 = \frac{s^2}{m} z$;

d. h. Die Ortslinie des Auges, welches eine bestimmte Parabel P auf einer vorgelegten Ebene B_e als Kreis abbildet, ist wieder eine Parabel P', welche mit der erstern einen Punkt A des Umfanges gemeinschaftlich hat. Die Verlängerung des durch A gehenden Durchmessers der Parabel P ist ein Durchmesser der Ortsparabel. Die diesen Durchmessern zugeordneten Sehnen der beiden Parabeln stehen auf einander normal und sind zur Ebene B_e parallel.

Bezeichnen wir mit φ und ψ die Winkel, welche beziehungsweise die Y und Z Axe, ferner die X und Z Axe einschliessen (dabei ist es gleichgiltig, ob man den spitzen oder stumpfen Winkel, welchen je zwei dieser Axen bilden, meint), so ist der Parameter der gegebenen Parabel P gleich $\frac{s^2}{m} \sin\varphi$ und jener der Ortsparabel $\frac{s^2}{m}\sin\psi$. Die beiden Parabeln werden daher congruent, sobald $\varphi = \psi$ ist. Diese Gleichheit tritt dann besonders ein, wenn der Ursprung des räumlichen Systems mit dem Scheitel von P zusammenfällt. Selbstverständlich stimmt dann die Z Axe mit der Parabelaxe überein.

In einfacher Art lässt sich auch hier die Ortsfläche für einen Bildebenenbüschel feststellen. Wir erhalten den Satz:

Der geometrische Ort des Auges, welches eine gegebene Parabel P auf den einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels, dessen Axe zu einer Parabeltangente AT parallel ist, als Kreis abbildet, ist ein Paraboloid, welches mit P den Berührungspunkt A von AT gemeinschaftlich hat. Die Verlängerung des AT zugeordneten Parabeldurchmessers erscheint als Durchmesser des Paraboloids und die diesem Durchmesser zugeordneten Sehnen der Ortsfläche stehen alle auf AT normal. Jede zu dieser Tangente und somit auch zu der Büschelaxe senkrechte Ebene schneidet das Paraboloid nach einem Kreise.

4. Betrachtet man den gegebenen Kegelschnitt (Ellipse, Hyperbel oder Parabel) als Leitlinie von Kegeln, deren Scheitel irgendwo ausserhalb der Ebene des Kegelschnittes liegend angenommen wurden, so ist bekannt, dass ein jeder dieser Kegel zweiter Ordnung zwei Systeme von parallelen Kreisschnittebenen besitzt. Es folgt daher der bekannte Satz:

Ein jeder Kegelschnitt wird von irgend einem ausserhalb der Ebene des Kegelschnittes gelegenen Punkte auf den einzelnen Ebenen zweier ihrer Stellung nach erst zu bestimmenden Parallel-Ebenenbüschel als Kreis abgebildet.

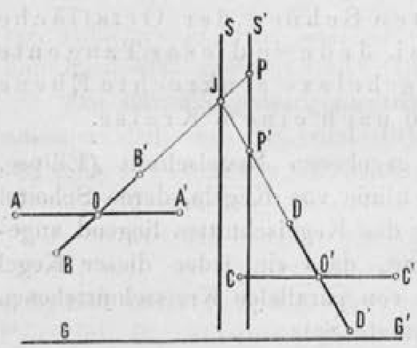
Aus jedem dieser Parallel-Ebenenbüschel, welche den verschiedenen Lagen des Auges entsprechen, heben wir nur immer jene Ebene heraus, welche durch einen angenommenen Punkt P geht. Jedem Auge, welches ausserhalb der Ebene des abzubildenden Kegelschnittes K liegt, entsprechen zwei Ebenen des durch P bestimmten Ebenenbündels; umgekehrt aber entspricht jeder beliebigen Ebene des Ebenenbündels nicht nur ein Punkt als Ort des Auges, welches K als Kreis abbildet, sondern eine ganze Reihe solcher Punkte, welche wie wir bewiesen haben, auf dem Umfange eines Kegelschnittes liegen müssen.

Es ist daher der geometrische Ort des Auges, welches einen gegebenen Kegelschnitt auf die einzelnen Ebenen eines Ebenenbündels abbildet, der Raum in seiner ganzen Ausdehnung.

5. Unsere weitern Untersuchungen wollen wir unter der Voraussetzung anstellen, dass zwei Kegelschnitte, welche in ein und derselben Ebene E_b liegen, gegeben sind. Es soll der geometrische Ort des Auges, welches beide Kegelschnitte zugleich auf einer und derselben Ebene B_e als Kreise abbildet, gefunden werden.

Zunächst seien (Fig. 9) zwei beliebige und beliebig gelegene Ellipsen, u. z. E (mit dem Mittelpunkt O) und E' (mit dem Mittelpunkt O') in der Ebene E_b, welche mit der Zeichenfläche zusammenfalle, gegeben. GG' stelle uns den Schnitt der Bildebene B_e mit der Zeichenfläche vor. In jeder der beiden Ellipsen nehmen wir ein zugeordnetes Durchmesserpaar so an, dass von jedem dieser Paare ein Durchmesser zu GG' parallel ist. In der vorliegenden Figur sind AA' und CC' zu GG' parallel gemacht, und die ihnen bezüglich zugeordneten Durchmesser sind BB' und DD'. Das Auge, welches die Ellipse E auf B_e als Kreis abbildet, bewegt sich, wie bereits bekannt, auf einer Hyperbel. Die Ebene derselben ist durch BB' und durch eine Gerade p bestimmt, welche man durch O parallel zu B_e und senkrecht zu AA' zieht. Die Ortshyperbel des Auges, welches E' auf B_e als Kreis abbildet, befindet sich in einer Ebene, welche durch die Geraden CC' und q geht, wobei q die durch O' parallel zu P gelegte Gerade vorstellt.

Fig. 9.



Die beiden Ortsebenen schneiden sich in einer Geraden s, welche zu p und q parallel ist und durch den Punkt J, d. i. durch den gemeinschaftlichen Punkt von BB' und DD' geht.

Dasjenige Auge, welches beide Ellipsen zugleich auf die vorgelegte Bildebene abbildet, muss beiden Ortshyperbeln angehören und wird daher auf der Schnittgeraden s der beiden Ortsebenen liegen. Die Gerade s wird im Allgemeinen von jeder der Hyperbeln in zwei Punkten geschnitten, welche von J gleich weit entfernt sind und zu verschiedenen Seiten der Kegelschittsebene E_b liegen. Fallen je zwei der auf derselben Seite von E_b liegenden Punkte zusammen, so stellen die so erhaltenen gemeinschaftlichen zwei Punkte der Ortshyperbeln den Ort des Auges vor. Selbstredend sind die auf s liegenden Sehnen der Hyperbeln in der Regel nicht gleich; daher ist die gestellte Aufgabe nur bedingungs- und ausnahmsweise möglich.

Sollen aber die Ellipsen so angenommen werden, dass sie zugleich auf der gegebenen Bildebene als Kreise abgebildet werden, so braucht man nur die eine der Ellipsen so lange in der Richtung des ihr zugehörigen und durch J gehenden Durchmessers parallel zu verschieben, bis die beiden auf s liegenden Hyperbelsehnen gleich werden.

Die Grösse der Verschiebung lässt sich in einfacher Art aus den beiden Gleichungen der Ortshyperbeln berechnen und graphisch bestimmen. Man bezieht zu diesem Zwecke jede der Hyperbeln auf ein Axensystem, welches wir für jede einzelne Hyperbel in derselben Weise anordnen, wie in Fig. 6 zu ersehen ist.

Das System XZ gehöre der Hyperbel mit dem Mittelpunkt O und den Durchmessern a und b an, während das System $X_1 Z_1$ der andern Hyperbel mit dem Mittelpunkte O' und den Durchmessern a_1 und b_1 zukomme. Die Axen X und X_1 fallen bezüglich mit p und q zusammen und sind somit parallel.

Die Gleichungen der Ortslinien sind nun:

$$b^2 z^2 - a^2 x^2 = a^2 b^2 \text{ und } b_1{}^2 z_1{}^2 - a_1{}^2 x_1{}^2 = a^2 b^2.$$

Aus diesen bestimmt man x und x_1 setzt dann die Werte gleich und berechnet für einen gegebenen Wert von z den zugehörigen von z_1.

6. Um den geometrischen Ort des Auges zu bestimmen, welches die zwei gegebenen Ellipsen E und E' auf die einzelnen Ebenen eines Ebenenbüschels zugleich als Kreise abbildet, so gehen wir vom vorhergehenden Fall aus.

Wir denken uns die Bildebene B_e um GG' stetig gedreht; dann wird sich auch der Ort des Auges stetig ändern, und zwar, wie uns bekannt, in der Art, dass jeder Punkt der Ortslinie einen

Kreis durchläuft, dessen Ebene auf der Büschelaxe GG' normal steht. Sind daher die auf s liegenden Sehnen gleich, so beschreiben ihre Endpunkte gemeinschaftlich einen Kreis, welcher beiden Ortsflächen angehört und den Ort des Auges vorstellt, welches beide Kegelschnitte auf die einzelnen Ebenen des Ebenenbüschels zugleich als Kreise abbildet. Der Ortskreis liegt auf der durch J zu GG' senkrecht gefällten Ebene S. Sind die genannten Sehnen aber ungleich, so liegt kein einziger Punkt der Schnittlinie L der beiden Ortsflächen auf S, indem diese Ebene die beiden zweitheiligen Hyperboloide nach zwei verschiedenen konzentrischen Kreisen schneidet und ausser diesen Kreisen keinen weitern Punkt der Ortsflächen enthält.

Sämmtliche Punkte von L, aber auch nur diese, haben die Eigenschaft, jede der gegebenen Ellipsen auf je einer Ebene des Ebenenbüschels als Kreis abzubilden. Es lässt sich aber leicht zeigen, dass in diesem Falle die den Ellipsen E und E' entsprechenden Bildebenen für irgend ein auf L angenommenes Auge M nie zusammenfallen können, dass also das Auge M, die Ellipsen E und E' nur auf zwei v e r s c h i e d e n e n Ebenen des Ebenenbüschels als Kreise abbildet.

Denn legen wir durch M die zu GG' senkrechte Ebene S', so schneidet diese die beiden Durchmesser AA' und CC' in zwei verschiedenen Punkten P und P'. Nun bestimmt PM im Vereine mit BB' die Stellung derjenigen B_e, auf welcher E als Kreis abgebildet wird, dagegen bestimmen MP' und DD' die Bildebene B'_e, welche der Ellipse E' zukommt. Nachdem MP und MP' in der zu BB' und DD' normalen Ebene S' liegen und unter einander nicht parallel sind, so erscheinen auch B_e und B'_e zu einander geneigt, und zwar um jenen Winkel, welchen MP und MP' einschliessen. Mithin ist unsere Behauptung erwiesen. Der Vollständigkeit halber zeigen wir noch, dass jeder Punkt derjenigen Kreislinie, welche auf der Ebene S liegt und beiden Ortsflächen angehört, der gestellten Bedingung entspricht. Jeder Punkt M' dieses Kreises *) bildet nämlich E und E' auf einer

---

*) Selbstverständlich ist hier stets unter Kreis die Kreislinie zu verstehen. In unsern Lehrbüchern der Geometrie macht man merkwürdigerweise einen strengen Unterschied zwischen Kreis und Kreislinie, aber nicht zwischen E l l i p s e und und E l l i p s e n l i n i e, C a s s i n o i d e und C a s s i n o i d e n l i n i e u. s. w. Nebenbei bemerkt, wäre in der elementaren Geometrie noch immer Vieles zu klären und zu bessern und so Manches auszuscheiden. Man sehe nur beispielsweise nach, in

Ebene als Kreis ab, deren Stellung durch $M'J$ und durch BB' oder DD' bestimmt ist.

Zu denselben Ergebnissen gelangen wir, wenn statt zweier Ellipsen, zwei beliebige andere Kegelschnitte vorausgesetzt werden. Dabei ist es gleichgiltig, ob die beiden gegebenen Linien zweiter Ordnung gleich- oder verschiedenartig sind.

Befindet sich unter den abzubildenden Kegelschnitten eine Hyperbel, dann muss die Axe des Ebenenbüschels parallel zu einem Nebendurchmesser der Hyperbel angenommen werden. Sind zwei Hyperbeln gegeben, so wird es nicht immer möglich sein, sie auf ein und dasselbe Bildebenenbüschel in der durch die gestellte Forderung bedingten Weise beziehen zu können. Nachdem die Axe des Ebenenbüschels zu je einem Nebendurchmesser der beiden Hyperbeln parallel sein muss, so wird es in dem Falle, dass kein Paar paralleler Nebendurchmesser besteht, auch kein Auge geben, welches beide Kegelschnitte auf ein und dieselbe Ebene eines Ebenenbüschels als Kreis abbildet. Darnach sind wir berechtigt, folgenden Satz auszusprechen:

Sind zwei beliebige und beliebig gelegene Kegelschnitte einer Ebene auf irgend einer, jedoch auf einer und derselben Ebene eines Ebenenbüschels, dessen Axe zu je einem Durchmesser (sind imaginäre vorhanden, so sind diese gemeint) der zwei Kegelschnitte parallel ist, als Kreise abzubilden, so ist entweder kein einziger Punkt als Ort des Auges vorhanden, oder es bestehen solche Punkte und dann ist ihr geometrischer Ort ein Kreis. Sein Mittelpunkt liegt auf dem Schnittpunkte jener Durchmesser der zwei Kegelschnitte, welche den Durchmessern AA' und BB' zugeordnet sind, und seine Ebene steht zu den zwei letzteren Durchmessern also auch zur Axe des Ebenenbüschels senkrecht.

welch oberflächlicher Weise der Aehnlichkeitssatz: „Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn ihre Seiten paarweise zu einander gleich geneigt sind, sowie der besondere Fall desselben: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn ihre Seiten paarweise auf einander senkrecht stehen oder zu einander parallel sind“, bewiesen werden. Oder man vertiefe sich nur einmal in die Hohlheiten und geschraubten Deuteleien der „nichteuklidischen Geometrie“, von dem Missbrauche der sogenannten „unendlich fernen Elemente“ gar nicht zu reden. Gelegentlich wollen wir einen sehr einfachen und umfassenden Beweis des oben angeführten Aehnlichkeitssatzes geben.

7. Es sollen nun drei oder mehrere beliebige und beliebig gelegene Kegelschnitte, welche einer und derselben Ebene angehören auf B_r von einem Auge zugleich als Kreise abgebildet werden.

Setzen wir, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, die Kegelschnitte E_1, E_2 und E_3 voraus. Wie wir gezeigt haben, besteht (wenn überhaupt die Aufgabe möglich sein soll) der geometrische Ort des Auges, welches E_1 und E_2, ferner E_1 und E_3 zugleich als Kreise abbildet, aus je zwei Punkten, welche zu verschiedenen Seiten der Ebene der gegebenen Kegelschnitte liegen. Die gestellte Aufgabe wird nur dann lösbar sein, wenn je zwei dieser Punkte, von welchen der eine E_1 und E_2 und der andere E_1 und E_3 projiciert, zusammenfallen. Dass dieser Umstand in der Regel nicht eintreten wird, dürfte wohl an und für sich klar sein. Jedes Auge, welches nur einen der gegebenen Kegelschnitte als Kreis abbildet, bewegt sich auf einer Linie zweiter Ordnung. Die den drei Kegelschnitten zukommenden Ortslinien liegen aber in verschiedenen Ebenen, welche sich im Allgemeinen in drei unter einander parallelen Geraden schneiden. Selbst in dem Falle, dass diese Schnittgeraden in eine einzige zusammenfallen, wird unsere Aufgabe noch immer unmöglich sein, wenn die drei Ortslinien von der gemeinschaftlichen Schnittgeraden in sechs von einander getrennten Punkten geschnitten werden, oder wenn nur zwei Paare derselben in zwei Punkten zusammenfallen.

Damit haben wir auch die Unrichtigkeit der Schlussbehauptungen M o s s b r u g g e r's hinlänglich nachgewiesen.

Sind aber drei Kegelschnitte in einer Ebene so a n z u n e h m e n, dass der oben gestellten Forderung entsprochen werden kann, so wird man in den drei auf ihre bezüglichen Axensysteme bezogenen Gleichungen der Ortslinien für x gleiche Werte einsetzen und die zugehörigen z Abstände berechnen. Ueber die graphische Bestimmung der perspektivisch abzubildenden Linien wurde bereits im 5. Abschnitte das Nöthige bemerkt.

Was die Abbildung von mehr als drei in einer Ebene E_b liegenden Kegelschnitten auf der Ebene B_r betrifft, so kann der geometrische Ort des Auges im m ö g l i c h e n F a l l e wieder nur aus z w e i P u n k t e n bestehen, welche zu verschiedenen Seiten und in gleichen Abständen von E_b, sowie auf einer zur Bildebene parallelen Geraden liegen.

8. Gleichwie wir im Voranstehenden fanden, dass der Ort des Auges immer aus zwei Punkten besteht, ob nun dasselbe

zwei, drei oder mehrere verschiedene Kegelschnitte, welche sich in einer Ebene befinden, zugleich als Kreise auf B_e abzubilden hat, ebenso kommen wir mit Rücksicht auf die im 6. Abschnitte gemachten Betrachtungen zu dem Ergebnis, *dass der Ort des Auges, welches drei oder auch mehr Kegelschnitte auf jeder einzelnen, aber immer auf einer und derselben Ebene eines* **Ebenenbüschels** *als Kreise abbildet, wenn überhaupt der Fall möglich ist, nur ein* **Kreis** *sein kann, dessen Ebene auf der Axe des Ebenenbüschels normal steht. Die Büschelaxe hat man dabei so anzunehmen, dass sie zu je einem (imaginären) Durchmesser der gegebenen Kegelschnitte parallel ist.*

Wir hoffen, dass wir in der angenehmen Lage sein werden, die Fortsetzung dieser Arbeit in einem der nächsten Jahresberichte veröffentlichen zu können.

E. Lindenthal.

Schulnachrichten.

I. Chronik der Schule.

Mit dem Erlasse des h. k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 31. Juli 1883 wurde die durch den Tod des Prof. Uschnig erledigte Lehrstelle dem Assistenten an der k. k. Seiden- und Weinbau-Versuchsstation in Görz, Johann Schuler verliehen. Z. 14176.

Der während des Schuljahres 1882-83 hier in Verwendung gewesene Supplent Herr Adolf Postl wurde zu Ende der Ferien von der Direction der k. k. Seiden- und Weinbau-Versuchsstation zu Görz als Assistent in Verwendung genommen; für sein pflichteifriges Wirken an der hiesigen Staatsrealschule wird dem genannten Herrn an dieser Stelle bestens gedankt.

Das Schuljahr wurde am 16. September in der üblichen Weise mit einem Gottesdienste eröffnet. Die Zahl der aufgenommenen Schüler betrug 254; davon entfielen auf Cl. I 85, auf Cl. II 61 Schüler. Diese zwei Classen wurden demnach auf Grund der gesetzlichen Bestimmungen in Parallelabtheilungen gesondert und mit Genehmigung der hohen k. k. Statthalterei Z. 13273/VII., d.d. 19. September die Herren: Carl Schwarzer, Vincenz Hruby und Franz Makowetz in Verwendung genommen. Der mit Urlaub abwesende k. k. Professor Heinrich Zavagna wurde von dem Supplenten Ignaz Fajdiga vertreten. In dem eben genannten Erlasse der h. k. k. Statthalterei wurde auch dem Lehramtscandidaten Matthäus Gembrecich die Bewilligung ertheilt, für das Schuljahr 1883-84 an dieser Staatslehranstalt als Volontair Dienste leisten zu dürfen. Derselbe assistierte dem k. k. Professor v. Wolff bei dem Zeichenunterrichte in Cl. III und lehrte in Cl. V das Freihandzeichnen.

Die italienische Sprache wurde wieder classenweise, das Slovenische hingegen in 2 Abtheilungen à 3 Stunden wöchentlich gelehrt. Den Turnunterricht erhielten die Schüler in der hiesigen städtischen Turnanstalt, den Gesangsunterricht besorgte Herr Ernst Schroll, Lehrer an der hiesigen evangelischen Volksschule und den Unterricht in der Stenographie ertheilte der k. k. Professor Herr Ernst Lindenthal.

Dem k. k. Professor Herrn Johann Hopfner wurde die zweite, dem k. k. Professor Herrn Ernst Lindenthal die erste Quinquennalzulage bewilligt. Erlass der hohen k. k. Statthalterei Z. 13148/VII., d. d. 17. September und Z. 13223/VII., d. d. 19. September 1883.

Mit dem Erlasse der h. k. k. Statthalterei vom 30. September 1883, Z. 13852/VII., wurde dem Director Libor Peiker ein Urlaub in der Dauer von 6 Tagen bewilligt.

Mit dem Erlasse Seiner Excellenz des Herrn Ministers für Cultus und Unterricht d. d. 27. September 1883, Z. 17921 wurde der geprüfte Lehramtscandidat Herr Gustav Grešić zur Ablegung seines Probejahres der hiesigen Staatsrealschule zugewiesen. Mit der unmittelbaren Führung waren der k. k. Professor Peter Kammerer und der wirkliche Lehrer Johann Schuler betraut.

Mittels Erlasses der h. k. k. Statthalterei vom 12. Januar 1884, Z. 588/VII., wurde der k. k. Professor Eduard Ritter von Wolff in die 8. Rangsclasse befördert.

Der Schuldiener Thomas Petrich wurde zu Folge Erlasses der h. k. k. Statthalterei, Z. 1014 VII., d. d. 24. Januar 1884, an die hiesige k. k. Akademie für Handel und Nautik übersetzt. An seine Stelle trat Andreas Castelluber, Cabinetsdiener an der zuletzt genannten Lehranstalt.

Das 1. Semester wurde am 9. Februar geschlossen und das 2. am 13. Februar eröffnet.

Im abgelaufenen Schuljahre verlor die Anstalt leider zwei brave und strebsame Schüler, Pietzuk August aus Cl. III, und Ciapek Carl aus Cl. II *a*, durch den Tod. Der erstgenannte starb am 25. November 1883 nach kurzer Krankheit, der letztgenannte war durch längere Zeit leidend, und schied am 18. April 1884 aus dem Leben. Im Allgemeinen kann der Gesundheitszustand der Schüler als ein befriedigender bezeichnet werden.

In den letzten Tagen des Februar wurde der k. k. Religionslehrer Franz Gnesda von schwerer Krankheit heimgesucht. Demselben wurde zur Wiedererlangung seiner Gesundheit von dem hohen k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht unter N. 6887/VII., d. d. 3. Mai, für die Dauer des laufenden Schuljahres ein Urlaub bewilligt.

Mit der Supplierung des erkrankten Religionslehrers wurde der Weltpriester und deutsche Prediger an der hiesigen Neustadt-Pfarrkirche hochw. Herr Jakob Gomilschak betraut (Statth.-Erl. 4814/VII., d. d. 29. März 1884); derselbe übernahm am 1. April seine Dienstesobliegenheiten.

*

In den Monaten November, December und Januar wurde die Anstalt von dem k. k. Landesschulinspector Dr. Ernst Ritter von Gnad inspiciert. Ebenso besuchte der bischöfliche Commissär, der hochw. Herr Canonicus Vinzenz Battalia wiederholt den Religionsunterricht und den Schulgottesdienst. Nach Beginn und am Schlusse des Schuljahres, wie auch zur österlichen Zeit empfingen die katholischen Schüler die h. Sakramente der Busse und des Altars.

Die schriftliche Maturitätsprüfung wurde vom 26. bis 31. Mai, die mündliche am 28. Juni abgehalten und das Schuljahr am 15. Juli in der üblichen Weise geschlossen.

II. Der Lehrkörper

und die Vertheilung der Unterrichts-Gegenstände während des Schuljahres 1883-84.

Name und Dienstcharakter	Gegenstand	Classe	Zahl der wöchentlichen Stunden
Peiker Libor, k. k. Schulrath, Director.	Mathematik Darstell. Geometrie	III VII	6
Wolff Eduard, Ritter von, Professor.	Zeichnen	II a, II b, III, IV, VI, VII	20
Cega de Celio Anton, phil. Dr., Professor.	Italienische Sprache	I, II, III, IV, V, VI	15
Widmann Peter, Professor, Ordinarius in VII.	Geographie, Gesch.	I a, II b, IV, V, VII	19
Urbas Wilhelm, Professor, Ordinarius in V.	Deutsche Sprache	I b, II b, V, VI, VII	20
Hopfner Johann, Professor, Ordinarius in II a.	Mathematik	II a, II b, IV, V, VII	20
Zavagna Heinrich, Professor.	beurlaubt		
Kammerer Peter, Professor, Ordinarius in I a.	Naturgeschichte	I a, II a, II b, V, VI, VII	17
Swida Franz, phil. Dr. Professor, Ordinarius in III.	Deutsche Sprache Geographie, Gesch.	III I b, II a, III, VI	18
Lindenthal Ernst, Professor, Ordinarius in VI.	Zeichnen u. Schreib. Geometr. Zeichnen Mathematik Darstellende Geom.	I a II a VI V, VI	21

Name und Dienstcharakter	Gegenstand	Classe	Zahl der wöchentlichen Stunden
Genelin Placid, phil. Dr. Professor, Ordinarius in IV.	Deutsche Sprache Französische Sprache	IV III—VII	21
Gnesda Franz, Weltpriester, Religionslehrer. (Er wurde v. 1. April bis 15. Juli vertreten durch den Weltpriester Jakob Gomilschak.)	Katholische Religionslehre	Ia—IV	12
Schuler Johann, wirklicher Lehrer, Ordinarius in Ib.	Mathematik Naturgeschichte Chemie	Ia. Ib Ib IV—VI	18
Fajdiga Ignaz, supplierender Lehrer,	Physik Slovenische Sprache	III, IV. VI, VII in 2 Abth.	19
Schwarzer Carl, supplierender Lehrer, Ordinarius in IIb.	Zeichnen Schreiben Geometr. Zeichnen	Ib Ib, IIa, IIb IIb, III, IV	18
Hruby Vincenz, supplierender Lehrer,	Englische Sprache	V—VII	9
Makowetz Franz, supplierender Lehrer.	Deutsche Sprache	Ia, IIa	11
Grešic Gustav, Probecandidat.	Im I. Semester wohnte er dem Unterrichte in der Naturgeschichte in den Cl. I und II, in der Chemie in Cl. IV und VI bei. Im 2. Semester ertheilte er Unterricht in der Chemie (Cl. IV), Naturgeschichte in Cl. Ia und seit Ostern auch in der Botanik in Cl. IIb.		—
Gembrecich Mathäus, Volontair.	Er lehrte das Freihandzeichnen in Cl. V, und assistierte beim Zeichenunterrichte in Cl. III.		8

Diener: *Castelluber Andreas*, Amtsdiener.
Minin Jacob, Aushilfsdiener.

III. Der Lehrplan.

a) Uebersicht über die Lehrgegenstände und ihre wöchentliche Stundenzahl.

Gegenstand	Classe I	II	III	IV	V	VI	VII	Wöchentliche Stundenzahl
Kathol. Religionslehre	2	2	2	2	—	—	—	8
Deutsche Sprache	6	5	4	3	3	3	3	27
Französische Sprache	—	—	5	4	3	3	3	18
Italienische Sprache [1]	3	3	3	3	3	3	—	15
Slovenische Sprache [1]	wurde im 2 Abth. à 3 St. gelehrt							
Englische Sprache [2]	—	—	—	—	3	3	3	9
Geschichte und Geogr.	3	4	4	4	3	3	4	25
Mathematik	3	3	3	4	5	5	5	28
Naturgeschichte	3	3	—	—	3	2	3	14
Chemie	—	—	—	3	3	3	—	9
Physik	—	—	3	3	—	3	4	13
Darstellende Geometrie	—	—	—	—	3	3	3	9
Geometrisches Zeichnen	—	3	3	3	—	—	—	9
Freihandzeichnen	6	4	4	4	4	4	3	29
Schönschreiben	1	1	—	—	—	—	—	2
Freie Gegenstände:								
Stenographie	—	—	—	—	—	—	—	2
Analytische Chemie	—	—	—	—	—	—	—	2
Gesang	—	—	—	—	—	—	—	2
Turnen	—	—	—	—	—	—	—	2

[1] Italienische und slovenische Sprache sind nur für jene Schüler obligat, deren Eltern oder Vormünder sich für die eine oder andere Sprache entscheiden. Minist.-Erl. vom 7. Nov. 1870, Z. 11436.

[2] Sie ist vom Schuljahre 1880-81 angefangen für jene Schüler der drei obern Classen obligat, welche das Italienische in den untern Classen nicht besucht haben, oder das in den untern Classen begonnene Studium des Italienischen in den obern Classen nicht fortsetzen. Minist.-Erl. vom 4. Mai 1880, Z. 813.

b) Durchführung im Einzelnen.

I. Classe.

Religionslehre: Die katholische Glaubenslehre. Die Gnadenmittel und die katholische Sittenlehre.

Deutsche Sprache: Die ganze Formenlehre. Lehre vom einfachen Satz. Recitierübungen. Schriftliche Uebungen und Aufgaben.

Italienische Sprache: Formenlehre des Artikels, Substantivs, Adjectivs, Pronomens und der regelmässigen Verba. Lectüre aus der „Letture italiane“, p. I. Mündliche und schriftliche Uebungen.

Geographie: Geographische Vor- und Grundbegriffe; übersichtliche Beschreibung der Erdoberfläche und deren Scheidung nach Ländern und Völkern, bei steter Anwendung der Karten. Uebungen im Kartenzeichnen

Mathematik: Dekadisches Zahlensystem, Grundoperationen mit unbenannten und einnamigen ganzen und Decimalzahlen, Grundzüge der Theilbarkeit, gemeine Brüche, mehrnamig benannte Zahlen.

Naturgeschichte: Zoologie. I. Sem: Beschreibung der wichtigsten Formen der Wirbelthiere mit besonderer Berücksichtigung der Bewohner der Adria; im II. Sem. wirbellose Thiere, vorwiegend Insecten und Meeresbewohner.

Freihandzeichnen: Geometrische Formenlehre. Zeichnen geometrischer Gebilde; das geometrische Ornament.

Schönschreiben: Uebungen behufs Aneignung einer leserlichen und gefälligen Schrift.

II. Classe.

Religionslehre: Die katholische Liturgik.

Deutsche Sprache: Vom einfachen und erweiterten Satze. Lehre vom zusammengesetzten Satze, in Verbindung mit der Interpunctionslehre. Mündliche und schriftliche Uebungen.

Italienische Sprache: Die übrige Formenlehre der flexiblen Redetheile, die inflexiblen Redetheile. Lectüre aus der „Letture italiane“, p. II. Monatlich 2 Aufgaben.

Geschichte und Geographie: Uebersichtliche Geschichte des Alterthums. Ausführliche Beschreibung Asiens und Afrikas in physikalischer und politischer Hinsicht; specielle Geographie von Süd-Europa Uebungen im Kartenzeichnen.

Mathematik: Wiederholende Uebungen im Rechnen mit besonderen Zahlen. Das Wichtigste aus der Maass-, Gewichts- und Geldkunde, mit besonderer Rücksicht auf das metrische System. Verhältnisse, Proportionen, Zins- und Terminrechnung. Kettensatz, Theilregel, Durchschnitts- und Alligationsrechnung.

Naturgeschichte: I. Sem.: Mineralogie. Beschreibung einer Auswahl von Mineralien mit gelegentlicher Vorzeigung der bekanntesten Gesteinsarten; im II. Sem. Botanik. Beschreibung einer mässigen Anzahl von Phanerogamen verschiedener Ordnungen, Vergleichung verschiedener Arten und Gattungen gleicher Familien, unter Hinweisung auf die gemeinsamen Merkmale derselben, Vorzeigung und Beschreibung einiger Formen von Cryptogamen.

Geometrisches Zeichnen: Planimetrie, Congruenz der ebenen Figuren nebst Folgerungen, Flächenberechnungen und die Kreislehre, Uebungen im Linearzeichnen.

Freihandzeichnen: Elemente des Flachornamentes und der Perspective.

Schönschreiben: Die Rundschrift und Uebungen in der deutschen und englischen Schrift behufs Aneignung einer leserlichen Schrift.

III. Classe.

Religionslehre: Geschichte der Offenbarung des alten Bundes. Geographie von Palästina.

Deutsche Sprache: Wiederholung der Formenlehre, Abschluss der Satzlehre. Interpunction. Orthographie, Sprach-, Lese- und Schreibübungen.

Französische Sprache: Aussprache, Leseübungen. Formenlehre des Artikels, Hauptwortes, Beiwortes und Fürwortes; die vier regelmässigen Conjugationen. Haus- und Schularbeiten nach Vorschrift.

Italienische Sprache: Die Syntax nach Puoti. Lectüre aus der „Letture italiane“, p. III. Monatlich 2 Aufgaben.

Geschichte und Geographie: Geschichte des Mittelalters, mit besonderer Hervorhebung der vaterländischen Momente. Specielle Geographie des übrigen Europa, namentlich Deutschlands, mit Ausnahme Oesterreichs. Uebungen im Kartenzeichnen.

Mathematik: Wiederholende Uebungen im Rechnen mit besonderen Zahlen. Zusammengesetzte Verhältnisse, mit Anwendungen auf verschiedene im praktischen Leben vorkommende Aufgaben. Einübung der 4 Grundoperationen mit algebraischen Zahlen und Ausdrücken, soweit es für das Quadrieren und Kubieren nöthig ist. Das Quadrieren und Kubieren, die Quadrat- und Kubikwurzel.

Physik: Einleitende Uebersicht; allgemeine Eigenschaften der Körper; Wärmelehre, Magnetismus und Elektricität, mit besonderer Berücksichtigung dessen, was im Leben die häufigste Anwendung findet.

Geometrisches Zeichnen (Planimetrie): Erweiterung der Kreislehre, Aehnlichkeit der Figuren, Gleichheit, Verwandlung und Theilung derselben.

Freihandzeichnen: Flachornamente in Contouren und mit Farbengebung. Stereometrische Körper durch Ebenen begrenzt, mit Schattenangabe.

IV. Classe.

Religionslehre: Geschichte der Offenbarung des neuen Bundes. Die Kirchengeschichte.

Deutsche Sprache: Wiederholung des gesamm'en grammatischen Lehrstoffes. Wortfamilien, Homonyme, Synonyme. Metrik. Brief- und Geschäftsstil.

Französische Sprache: Wiederholung der Formenlehre der Nomen und der schwachen Verba. Das starke Verbum. — Die wichtigeren syntaktischen Grundlehren. — Syntax des Artikels. Anwendung von avoir und être zur Bildung der synthetischen Zeitformen. Lectüre: Leichte Erzählungen und Beschreibungen nach Filek's Chrestomathie.

Italienische Sprache: Fortgesetzte syntaktische Uebungen. Puoti, Sintassi della lingua italiana. Lectüre aus der „Letture italiane“, p. IV. Monatlich 2 Aufgaben.

Geschichte und Geographie: Uebersicht der Geschichte der Neuzeit, mit besonderer Hervorhebung der vaterländischen Momente. — Geographie Amerika's und Australiens. Specielle Geographie und Statistik von Oesterreich-Ungarn. — Uebungen im Kartenzeichnen

Mathematik: Wiederholung des arithmetischen Lehrstoffes. Die vier Species mit allgemeinen Zahlen. Maass und Vielfaches. Brüche; Gleichungen des I. Grades mit 1 und 2 Unbekannten. Aufgaben darüber.

Physik: Mechanik, Akustik und Optik mit besonderer Berücksichtigung dessen, was im Leben die häufigste Anwendung findet.

Chemie: Ueber Lösungsmittel der Körper. Chemische Synthese und Analyse. Ueber Atomgewichte, Werthigkeit und chemische Formeln. Chemie der Metalloide und Metalle mit ihren wichtigsten gegenseitigen Verbindungen, sowie die besonders für Handel und Industrie bedeutendsten organischen Verbindungen.

Geometrisches Zeichnen: Stereometrie, Curvenlehre, Elemente der Projectionslehre.

Freihandzeichnen: Ornamente nach Gypsmodellen und nach Vorlagen. Schattirte stereometrische Körper, durch krumme Flächen begrenzt.

V. Classe.

Deutsche Sprache: Stillehre, Metrik, Formen und Arten der Poesie und Prosa, auf Grundlage der Lectüre von Jauker und Noë's Lesebuch für die 5. Classe. Recitierübungen. Erzählende und beschreibende Aufsätze.

Französische Sprache: Wiederholung des vorjährigen Lehrstoffes. Gebrauch der Hilfsverba, der Zeiten und Moden. Syntax des Artikels und des Adjectivs. Casuslehre. Das Personalpronomen. Eine Stunde wöchentlich Lectüre (Musterstücke aus der historischen Literatur, Briefe, Schilderungen.)

Italienische Sprache: Ueber Stilarten. Lectüre aus der Anthologie von Carrara, p. I. Monatlich eine Aufgabe.

Englische Sprache: Aussprache und Formenlehre. Syntax des Artikels, Substantivs, Adjectivs, Verbums, Pronoms, nach der Grammatik von Plate, I. Th., Lect. 1—58. Uebersetzungen aus dem Deutschen ins Englische und umgekehrt.

Geschichte und Geographie: Geschichte des Alterthums mit steter Berücksichtigung der hiermit im Zusammenhang stehenden geographischen Daten. Wiederholung der Geographie Asiens, Afrikas und Südeuropas.

Mathematik: Systematischer Lehrgang des allgemeinen Arithmetik, einschliesslich der Potenzen und Wurzeln. Verhältnisse und Proportionen, Zahlensysteme. Bestimmte und unbestimmte Gleichungen des I. Grades. Die Planimetrie im vollen Umfange.

Naturgeschichte: Das Wichtigste über den Körperbau des Menschen und die Verrichtungen der Organe desselben. Behandlung der verschiedenen Classen und Ordnungen der Wirbelthiere und wirbellosen in anatomisch-morphologischer und entwicklungsgeschichtlicher Beziehung mit besonderer Rücksichtnahme auf die Fauna der Adria.

Chemie: Einleitung. Chemie der Metalloide und ihrer gegenseitigen Verbindungen mit besonderer Berücksichtigung und Entwicklung der neueren chemischen Theorien. Von der Chemie der Metalle, die Kalium-, Calcium-, Magnesium-, Aluminiumgruppe und die Zinkgruppe.

Darstellende Geometrie: Orthogonale Projection des Punctes und der Geraden; Bestimmung und Darstellung der Ebene. Aufgaben über die gegenseitigen Beziehungen dieser Gebilde. Darstellung der ebenen Figuren, der Prismen, Pyramiden, und Bestimmung ihres Schlagschattens auf den Bildebenen.

Freihandzeichnen: Elemente des Kopfzeichnens. Stereometrische Körper.

VI. Classe.

Deutsche Sprache: Hauptperioden der deutschen Literatur. Nibelungenlied, Walther von der Vogelweide, die Heroen der zweiten Blüthezeit. Lectüre: Schillers Wallenstein.

Französische Sprache: Wiederholung des in den früheren Jahren verarbeiteten Lehrstoffes. — Die Inversion; Syntax der Fürwörter; Concordanz des Verbs mit seinem Subject; Rection der Verbs; Satzkürzung (Infinitiv- und Participsatz). Die Conjunctionen. Lectüre: Musterstücke aus der historischen Literatur; Schilderungen; Musterstücke aus der dramatischen und lyrischen Poesie.

Italienische Sprache: Geschichte der italienischen Literatur von Carrara, II. und III. Th. Monatlich 2 Aufgaben.

Englische Sprache: Englische Grammatik nach Plate, I. Th., von Lect. 40 bis zum Ende. Lectüre: Ch. Lamb: „The merchant of Venice". Swift: „Voyage to Lilliput." Dickens: „A Christmas Carol." Entsprechende schriftliche Uebungen.

Geschichte und Geographie: Geschichte des Mittelalters und des Zeitalters der Entdeckungen mit steter Berücksichtigung der hiermit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten. — Wiederholung der Geographie West-, Nord-, Ost- und Mitteleuropas mit Ausschluss Oesterreichs.

Mathematik: Kurze Wiederholung des Lehrstoffes der V. Cl. Die arithmetischen und geometrischen Progressionen. Logarithmen. Das Wichtigste über unendliche Reihen. Der binomische Lehrsatz. Die Vieldeutigkeit der Wurzeln und Logarithmen. Gleichungen des II. und höheren Grades, Exponentialgleichungen. Goniometrie, ebene Trigonometrie, Stereometrie.

Physik: Allgemeine Eigenschaften der Körper. Mechanik. Wellenlehre, Akustik.

Chemie: Chemie der schweren Metalle und zwar die Eisen-, Zinn-, Antimon-, Wolfram-, Blei-, Silber-, und Goldgruppe, mit besonderer Berücksichtigung ihrer hüttenmännischen Gewinnung und technischen Verwendung. Organische Chemie: Einleitung, Cyanverbindungen, Fettkörper, Kohlenhydrate. Gährung und die geistigen Getränke. Glycoside. Aromatische Substanzen. Aetherische Oele. Harze. Farbstoffe, Färberei. Alkaloide und Eiweisskörper mit besonderer Berücksichtigung der physiologischen Chemie.

Naturgeschichte: Botanik. Betrachtung der natürlichen Gruppen des Pflanzenreiches in anatomisch-morphologischer Beziehung, sowie in ihren allgemeinen Lebensverrichtungen; Entwicklung der Charaktere der wichtigsten Familien an lebenden Exemplaren.

Darstellende Geometrie: Darstellung der regulären Polyeder, der Pyramiden, Kegel, Prismen, Cylinder- und Rotationskörper, ebener Schnitt dieser Körper, Durchdringungen, Berührungsaufgaben.

Freihandzeichnen: Köpfe und Ornamente nach Vorlagen und nach Gypsmodellen.

VII. Classe.

Deutsche Sprache: 18. und 19. Jahrhundert der deutschen Literatur. Lectüre: Iphigenie auf Tauris, Hermann und Dorothea, Julius Cäsar, Wilhelm Tell.

Französische Sprache: Systematische Wiederholung der schwierigeren Theile der Grammatik. — Uebersetzung zusammenhängender Stücke aus dem Deutschen ins Französische. — Lectüre: Musterstücke aus der Naturkunde; Abhandlungen; lyrische Dichtungen und Fragmente aus der epischen Poesie. — Le Cid von Corneille; Charles XII von Voltaire.

Englische Sprache: Englische Grammatik von Plate, II. Th., Lect. 1—28. Lectüre: Ch. Lamb: Hamlet, prince of Denmark. W. Irving: Rip van Winkle. R. Southey: Battle of Trafalgar. Robertson: Mary, Queen of Scots. Macaulay: The English country gentleman of 1688. Shakespeare: King Richard II (I. Act.)

Geschichte und Geographie: Geschichte der Neuzeit vom Zeitalter der Entdeckungen bis zum Wiener Frieden, mit besonderer Berücksichtigung Oesterreichs. — Wiederholung der Geographie Amerikas und Australiens. Geographie und Statistik Oesterreich-Ungarns.

Mathematik: Grundlehren der Wahrscheinlichkeits-Rechnung mit Anwendung auf die Berechnung der wahrscheinlichen Lebensdauer; Kettenbrüche. Das Wichtigste über arithmetische Reihen höherer Ordnung. Anwendung der sphärischen Trigonometrie, Analytische Geometrie der Ebene, und zwar analytische Behandlung der Geraden und der Kegelschnittslinien. Wiederholung des gesammten arithmetischen und geometrischen Lehrstoffes der oberen Classen mittelst Uebungsaufgaben.

Physik: Magnetismus, Elektricität, Optik, Wärme, Grundzüge der Astronomie.

Naturgeschichte: I. Sem.: Mineralogie. Grundzüge der Krystallographie, Beschreibung der wichtigsten Mineralien nach vorliegenden Exemplaren, mit besonderer Berücksichtigung der physikalischen und chemischen Eigenschaften, sowie ihrer Verwendung. II. Sem.: Grundzüge der Geologie.

Darstellende Geometrie: Bestimmung des Schlagschattens verschiedener geometrischer Gebilde durch orthogonale Projectionsmethode, perspektivische Darstellung der geom. Grundgebilde und der einfacheren Körper, Schnitt dieser Körper mit Ebenen und Bestimmung des Schlagschattens.

Freihandzeichnen: Ornamente, Köpfe und menschliche Figuren nach Vorlagen und nach Gypsmodellen.

Freigegenstände:

Slovenische Sprache: I. Abtheilung: Ueber Buchstaben, Betonung und Rechtschreibung. Die Formenlehre und deren praktische Anwendung bis zum partitiven Genitiv.

II. Abtheilung: Abschluss der Formenlehre. Die wichtigsten syntaktischen Eigenthümlichkeiten und deren praktische Anwendung.

Stenographie: II. Curs. Wiederholung des Lehrstoffes aus dem I. Curse. Satzkürzung und schriftliche Uebungen.

Analitysche Chemie: Qualitative Analyse einfacher Salze, zusammengesetzter Substanzen und Mineralien. Wöchentlich 2 St.

Gesang: Musikalische Zeichen, Dauer und Wert der Noten. Einübung zwei- und dreistimmiger Lieder.

Turnen: *a*) Freiübungen: Kopf-, Arm- und Handübungen, Rumpfbewegungen, Bein- und Fussübungen. Turnerische Stellungen. Freiübungen im Gehen, Laufen und Springen.

b) Ordnungsübungen: Flanken- und Stirnstellung, Abstandnehmen, Tactgehen und Tactlaufen, Aus- und Einreihen, Oeffnen und Schliessen der Reihen und Rotten, Gegenzug, Umzug, und Durchzug, Nebenreihen der Reihen, Schwenkungen, Aufzüge.

c) Gerüstübungen: Hoch-, und Weitsprung, Schwebeübungen am Schwebebaum, Sprungübungen am Sturmlaufbrett, Kletter-, Steig- und Klimmübungen an der senkrechten Kletterstange, an der schrägen Leiter, an der senkrechten Strickleiter, am Knoten- und Sprossentau. Uebungen am Barren, Reck, Bock und Pferd.

d) Hantelübungen.

IV. Verzeichnis der gebrauchten Lehrbücher.

I. Classe.

Fischer, Katholische Religionslehre. — Gurcke, Deutsche Grammatik, Ausg. für Oesterreich. — Gurcke, Uebungsbuch zur deutschen Grammatik, Ausgabe für Oesterreich. — Neumann Franz, Deutsches Lesebuch. I. Theil. — Puoti, Regole elementari della lingua italiana. — Letture italiane. Parte I. — Seydlitz, Grundzüge der Geographie, Ausgabe für Oesterreich. — Kozenn, Geographischer Schul-Atlas in 50 Karten. — Knirr, Lehrbuch der Arithmetik für die zwei ersten Classen der Realschule. — Streissler, Geometrische Formenlehre. I. Abth. — Pokorny, Illustrirte Naturgeschichte des Thierreiches.

II. Classe.

Fischer, Lehrbuch der katholischen Liturgik. — Gurcke, Deutsche Grammatik, Ausg. für Oesterreich. — Gurcke, Uebungsbuch zur deutschen Grammatik, Ausgabe für Oesterreich. — Neumann Franz, Deutsches Lesebuch. II. Theil. — Puoti, Regole elementari della lingua italiana. — Letture italiane Parte II — Supan, Lehrbuch der Geographie. — Kozenn, Geographischer Schul-Atlas in 50 Karten. — Gindely, Lehrbuch der Geschichte für die unteren Classen. 1. Band. — Putzger, Historischer Schul-Atlas. — Knirr, Lehrbuch der Arithmetik für die zwei ersten Classen der Realschule. — Menger, Grundlehren der Geometrie — Pokorny, Illustrirte Naturgeschichte des Pflanzenreiches. — Pokorny, Illustrirte Naturgeschichte des Mineralreiches.

III. Classe.

Fischer, Geschichte der Offenbarung des alten Bundes. — Korioth, Geographie von Palästina. — Gurcke, Deutsche Grammatik, Ausgabe für Oesterreich. — Neumann Franz, Deutsches Lesebuch für die III. Cl. — Puoti, Regole elementari della lingua italiana. — Letture italiane. Parte III. — Bechtel, Französische Grammatik, I. Theil. — Pick, Vorschule der Physik. — Supan, Lehrbuch der Geographie. — Kozenn, Geographischer Schul-Atlas in 50 Karten. — Gindely, Lehrbuch der Geschichte für die unteren Classen. II. Band. — Putzger, Historischer Schul-Atlas. — Knirr, Elemente der Arithmetik für die 3. und 4. Classe. — Menger, Grundlehren der Geometrie.

IV. Classe.

Fischer, Geschichte der Offenbarung des neuen Bundes. — Fischer, Lehrbuch der Kirchengeschichte. — Gurcke, Deutsche Grammatik, Ausg. für Oesterreich. — Neumann Franz, Deutsches Lesebuch für die IV. Classe. — Demattio, Sintassi della lingua italiana ad uso delle scuole reali. — Letture italiane. Parte IV. — Bechtel, Französische Grammatik. I. und II. Theil. — Bechtel, Uebungsbuch zur französischen Grammatik, Mittelstufe. — Filek, Französische Chrestomathie. — Supan, Lehrbuch der Geographie. — Hannak, Oesterreich. Vaterlandskunde (Unterstufe). — Kozenn, Geographischer Schul-Atlas in 50 Karten. — Gindely, Lehrbuch der Geschichte für die unteren Classen. 3. Band. — Putzger, Historischer Schul-Atlas. — Knirr, Elemente der Arithmetik für die 3. und 4. Classe. — Menger, Grundlehren der Geometrie. — Pick, Vorschule der Physik. — Kauer, Elemente der Chemie.

V. Classe.

Janker & Noë, Deutsches Lesebuch für die oberen Classen der Realschulen. I. Theil. — Demattio, Sintassi della lingua italiana ad uso delle scuole reali. — Ploetz, Schulgrammatik der französischen Sprache. — Bechtel, Französische Crestomathie. — Plate, Lehrgang der englischen Sprache. I. Theil. — Supan, Lehrbuch der Geographie. — Gindely, Lehrbuch der Geschichte für Realschulen. 1. Band. — Putzger, Historischer Schul-Atlas. — Haberl, Lehrbuch der allgem. Arithmetik und Algebra. — Wittstein, Lehrbuch der Elementar-Mathematik. I. Band, II. Abtheil. Planimetrie. — Kreussel, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. I. Heft. — Woldrich, Leitfaden der Zoologie. — Mitteregger, Lehrbuch der Chemie. I. Theil.

VI. Classe.

Jauker & Noë, Deutsches Lesebuch für die oberen Classen der Realschulen. II. Theil. — Carrara, Antologia italiana. Vol. II. — Bechtel, Französische Grammatik. II. Theil. — Bechtel, Uebungsbuch zur franz. Grammatik, Oberstufe. — Bechtel, Französische Chrestomathie. — Plate, Lehrgang der englischen Sprache. I. Theil. — Seeliger, Englisches Lesebuch. — Supan, Lehrbuch der Geographie. — Gindely, Lehrbuch der Geschichte. 2. Band, — Putzger, Historischer Schul-Atlas. — Haberl, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra. — Wittstein, Trigonometrie. — Wittstein, Stereometrie. — Kreussel, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. II. Heft. — Burgerstein, Leitfaden der Botanik. — Wallentin, Lehrbuch der Physik. — Mitteregger, Lehrbuch der Chemie. II. Theil.

VII. Classe.

Egger, Deutsches Lehr- und Lesebuch. II. Theil. 1. Bd. — Carrara, Antologia italiana. Vol. III. — Ploetz, Schulgrammatik der französischen Sprache. — Bechtel, Französische Chrestomathie. — Plate, Lehrgang der englischen Sprache. II. Theil. — Seeliger, Englisches Lesebuch. — Supan, Lehrbuch der Geographie. — Hannak, Oesterreichische Vaterlandskunde (Unterstufe). — Kozenn, Geographischer Schul-Atlas in 50 Karten. — Putzger, Historischer Schul-Atlas. — Gindely, Lehrbuch der Geschichte. 3. Band. — Haberl, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra. — Kreussel, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. II. Heft. — Hochstetter & Bisching, Leitfaden der Mineralogie. — Wallentin, Lehrbuch der Physik.

Cursus für die slovenische Sprache.

Sket, Slovenisches Sprach- und Uebungsbuch.

V. Schriftliche Themen aus dem Deutschen (Unterrichtssprache.)

V. Classe.

Das Pferd und der Obstbaum (nach Lachambeaudie). — Das Schwert. — Der Hafen von Triest. — Dreifach ist der Schritt der Zeit (Schiller). — Wie soll ein Schüler sein? — Steter Tropfen höhlt den Stein aus. — Die Tugend hat ihren Wert in sich selbst. — Was sind dem Menschen die Blumen?

— Das Lied von der Glocke (Gedankengang). — Der Ring des Polykrates (nach Herodot und Schiller.)

VI. Classe.

Ueber Einsamkeit und Geselligkeit. — Das Buch. — Was ist unschuldig, heilig, menschlich gut, wenn es der Kampf nicht ist ums Vaterland? — Dreifach ist des Raumes Maass. — Züge aus dem Leben Rudolfs von Habsburg. — Heilige Ordnung, segensreiche Himmelstochter! — Das Wasser ist das Beste. — Die Macht des Gesanges. — Die Seefahrt ein Bild des menschlichen Lebens. — Das Mittelmeer in seiner welthistorischen Bedeutung.

VII. Classe.

Wie kann man sich ein heiteres Alter bereiten? — Buch und Schwert. — Der Thron der Könige, der von Golde schimmert, ist ein Obdach der Verlassenen (Schiller). — Der Hang zum Bösen. — Beim Wiedererwachen der Natur. — Das Schrecklichste der Schrecken das ist der Mensch in seinem Wahn. — Erkenne dich selbst. — Dann erst geniess ich meines Lebens recht, wenn ich mirs jeden Tag aufs Neu erbeute (Schiller). — Wer besitzt, der lerne verlieren; wer im Glück ist, der lerne den Schmerz. — Der Kampf ums Dasein (Maturitätsaufgabe).

Stoffe der Redeübungen.

Das Geld als Wertmesser. — Der Luftkreis. — Lachen und Weinen. — Ueber künstliche Beleuchtung. — Die Winde. — Das italienische Theater. — Die Baukunst der Insecten. — Feuer und Wasser im Kampfe. — Welches Ereignis war das wichtigere: die Entdeckung Amerikas oder die Reformation? — Warum entstehen grosse Städte meist nur an grossen Flüssen? — Die Hüllen der organischen Wesen. — Die Natur der Töne und die Töne in der Natur.

VI. Die Lehrmittel.

1. Lehrer-Bibliothek und historisch-geogr. Cabinet.

Custos: Professor Peter Widmann.

A. Zuwachs durch Ankauf:

Goerth, Einführung in das Studium der Dichtkunst. — v. Eitelberger, Vorträge über Zeichenunterricht. — Gohl und

Koner, Das Leben der Griechen und Römer. — Brachelli, Italistische Skizze der österr.-ungar. Monarchie, 1883. — Schulz v. Strassnitzky, Handbuch der besonderen und allgem. Arithmetik und Geometrie. — Hann, Handbuch der Klimatologie. — Kroman, Unsere Naturerkenntnis. — König, Chemische Zusammensetzung der menschlichen Nahrungs- und Genussmittel, I. — Riguttini e Fanfani, Vocabolario della lingua italiana. — Morandi, Origine della lingua italiana. — Schnietz, Encyklopädie des philologischen Studiums der neueren Sprachen. — Chavanne, Physikal.-statist. Hand-Atlas von Oesterreich-Ungarn. — Falke, Propädeutik der Geometrie. — Legendre, Elemente der Geometrie. — Staudigl, Grundzüge der Reliefperspektive. — Leroy, Die Stereotomie, mit Atlas. — Herder, Werke herausgegeben von H. Kurz.

Fortsetzungen wurden bezogen zu:

Fehling, Handwörterbuch der Chemie. — Schlosser-Kriegk, Weltgeschichte, Anhang. — Bronn, Classen und Ordnungen des Thierreiches. — Duncker, Geschichte des Altertums. — Tschermak, Lehrbuch der Mineralogie.

Zeitschriften:

Schlömilch u. C., Zeitschrift für Mathematik und Physik. — Petermann, Mittheilungen über geogr. Forschungen. — Deutsche Rundschau für Geographie und Statistik. — Herrig, Archiv für das Studium der neueren Sprachen. — Revue über die Fortschritte in den Naturwissenschaften. — Mittheilungen des k. k. österr. Museums. — Mittheilungen aus der historischen Literatur. — Kolbe, Zeitschrift für das Realschulwesen.

B. Geschenke:

Vom k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht: Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. — Statistik der Seeschiffahrt und des Handels in den österr. Häfen im Jahre 1881. — Navigazione austro-ungarica all' estero 1881. — Navigazione e Commercio di Trieste nell' anno 1882. — Bericht der Handelskammer in Wien im Jahre 1881.

Von der statist. Centralcommission: Statistisches Jahrbuch.

Von der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus: Jahrbücher.

Von der k. k. geologischen Reichsanstalt: Verhandlungen.

Von der k. k. Statthalterei in Triest: Botanische Zeitschrift.

Vom Praesidium der k. k. Seebehörde in Triest: Dr. Breycha, Die österreich. Seefischerei.

Vom Municipium der Stadt Triest: Resoconto stenografico delle sedute del Consiglio. — Bollettino statistico mensile.

Von der Verlagshandlung Graeser in Wien: Loserth, Grundriss der allgem. Weltgeschichte, III.

Von der Verlagshandlung Tempsky in Prag: Gindely, Lehrbuch der allgem. Geschichte für die unteren Classen, II.

Von der Verlagshandlung A. Hölder in Wien: Dr. Hannak, Lehrbuch der Geschichte der Neuzeit für die unteren Classen.

Von der Verlagshandlung H. Dominicus in Prag: Maleček, Die kathol. Apologetik für Mittelschulen.

Geogr.-histor. Cabinet.

Durch Ankauf:

Chavanne, Physikal. Wandkarte von Afrika.

Geschenk des Herrn Baron C. v. Czoernig: Panorama von Opčina.

2. Schüler-Bibliothek und Münzensammlung.

Custos: Professor **Dr. Franz Swida.**

A) Deutsche Abtheilung:

Zahl der am Beginn des Schuljahres vorhandenen Bücher 647 Bde.
Zuwachs im Schuljahre 1883-84: *a*) durch Kauf . . . 46
b) durch Geschenke. 14
Summe. . . 60

(Spender: Pollak IIb 5, Reichart P. Ib 1, Wolf Ia 2, Ungenannt 6.)

Von den im abgelaufenen Schuljahre erworbenen Büchern entfielen auf die:

Sprachlich-historische Gruppe	48	
Naturwissenschaftliche Gruppe	12	
Gegenwärtiger Stand	707	Bände
B) Italienisch-französische Abth.:	90	Bände
Totalsumme. .	797	Bände.

Die Schüler-Bibliothek wurde im abgelaufenen Schuljahre benützt von 142 Schülern (Ia 21, Ib 19, IIa 20, IIb 17, III 27, IV 19, V 12, VI 6, VII 1).

C) Münzensammlung:

Dieselbe wurde im abgelaufenen Schuljahre nur um 3 Stück vermehrt. (Spender: D. Vilhar, IV.)

*

3. Cabinet für Physik.

Custos: Supplent Ignaz Fajdiga.

Durch Ankauf:

1. Apparat zur Demonstration parallel wirkender Kräfte. — 2. Stossmaschine nach Daguin. — 3. Giftheber mit Saugrohr und Glashahn. — 4. Laterna magica mit Bildern. — 5. Elektroskop nach Mach. — 6. Mikrophon nach Hughes. — 7. Wasserzersetzungsapparat mit 2 graduirten Glasröhren und Glasschale. — 8. Cylinder-Inductor nach Siemens. — 9. Kautschukschläuche, 1^{m} mit 5^{m} ohne Drahteinlage.

4. Cabinet für Chemie.

Custos: Der wirkliche Lehrer **Johann Schuler.**

Durch Ankauf:

Zeitschrift für analytische Chemie, Jahrgang XXIII. — Einen Tisch zum Trockenstellen gewaschener Geräthschaften. — Ein Stück Rechenbrenner mit acht Brennern. — Zwei Stück Wasserbäder aus emailliertem Stahlblech mit 4 Porzellanringen. — Ein Stück Eudiometer. — Zwei Stück Rammelsbergische und zwei Stück Mohrische Büretten. — Drei Stück Sochletische Extractionsapparate. — Kautschukschläuche und Kautschukstöpsel. — Verbrauchsgegenstände aus Glas und Porzellan. — Werkzeuge. — Eine grosse Zahl chemischer Präparate.

5. Naturhistorisches Cabinet.

Custos: Professor **Peter Kammerer.**

Durch Ankauf:

1. II. Serie und Schluss der Baerschen Völkertypen-Sammlung. — 2. 300 Stück Schachteln aus Pappdecke.

Der Rest der jährl. Subvention wurde für Aufspannen von 17 naturhist. Wandtafeln verausgabt.

Geschenke:

1. Herr Finger, Gestütsdirector in Lippiza, ein weisses Eichhörnchen.

2. Herr Professor J. Schuler, eine Pflanzensammlung von 1300 Species.

3. Die k. k. Hof- und Verlagsbuchhandlung von Carl Prochaska in Teschen, zwei Hefte Netze für Zwillingskrystall-Modelle.

4. Buchhandlung A. Pichlers Wittwe und Sohn in Wien, F. Dörfler, Leitfaden der Mineralogie für die untern Classen der Mittelschulen; Dr C. Rothe, Das Thierreich für die untern Classen der Realschulen und Dr. Gustav Hayeck, Leitfaden der Zoologie für die obern Classen.

5. E. Bois de Chesne, Schüler der II. Cl., 1 St. geschliffenen Achates.

6. A. Romano, Schüler der I. a Cl., 1 St. Pteroceras.

6. Cabinet für Geometrie.

Custos: Professor **Ernest Lindenthal.**

Durch Ankauf:

Burmester, Grundzüge der Relief-Perspective. — Tilscher, Kritische Bemerkungen zur Einführung in die Anfangsgründe der darstellenden Geometrie. — Häuselmann, Das farbige Ornament. — Peschka, Darstellende und projective Geometrie II. Bd., sammt Atlas. — Hoffmann, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Jgg. I, IV, V, VI. — Skuhersky, Die orthographische Parallel-Perspective, mit Atlas. — Euklid, Acht geometrische Bücher von Lorenz. Gesammtwert der Bücher fl. 48.50.

Für Ausbesserungen von Zeichenbehelfen und für Büchereinbände wurden fl. 6.70 verausgabt.

7. Lehrmittelsammlung für das Freihandzeichnen.

Custos: Professor **Eduard Ritter v. Wolff.**

Für das Aufziehen von 16 Zeichnungen wurde ein Betrag von fl. 4 80 ausgelegt.

Aufwand für die Lehrmittel.

Für das Solarjahr 1884 stehen der Anstalt zur Ergänzung und Instandhaltung der Lehrmittel folgende Geldbeträge zur Verfügung:

a) die im Schuljahre 1883-84 eingehobenen Aufnahmstaxen à fl. 2.10	fl. 205.80
b) die Lehrmittelbeiträge à 50 kr.	„ 121.50
c) Zuschuss vom Staate	„ 293.—
Zusammen . . .	fl. 620.30

Die Direction spricht an dieser Stelle allen Denen, welche die Lehrmittelsammlungen der Anstalt durch Geschenke vermehrten, den gebührenden Dank aus.

VII. Statistische Notizen.

a) Aus dem Schuljahre 1883-84.		Classe Ia	Ib	IIa	IIb	III	IV	V	VI	VII	Summe
Bei Beginn des Schuljahres öffentliche Schüler		45	43	33	31	50	24	19	12	4	261
Schülerzahl am Schlusse des II. Semesters	öffentliche	34	40	25	26	43	18	18	12	4	220
	Privatisten	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1
	im Ganzen	34	40	25	27	43	18	18	12	4	221
Muttersprache	Deutsch	12	11	10	8	15	9	9	3	1	78
	Italienisch	19	27	11	14	26	5	8	8	3	121
	Romanisch	2	—	—	1	—	—	—	—	—	3
	Slovenisch	1	1	—	1	1	2	1	—	—	7
	Serbisch u. Croat.	—	—	1	—	—	1	—	1	—	3
	Griechisch	—	1	—	2	1	—	—	—	—	4
	Französisch	—	—	2	—	—	1	—	—	—	3
	Englisch	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1
	Russisch	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1
Religions-Bekenntnis	katholisch des latein. Ritus	29	32	14	16	30	18	17	10	3	169
	griechisch-orient.	—	1	2	2	1	—	—	—	—	6
	evang. Augsb. Conf.	—	4	4	3	8	—	—	1	—	20
	evang. Helvet. Conf.	2	2	3	4	1	—	1	1	1	15
	Israeliten	3	1	2	1	2	—	—	—	—	9
	Anglikaner	—	—	—	1	1	—	—	—	—	2
Einheimische		25	31	11	15	33	7	5	7	2	136
Aus den Provinzen der westlich. Reichshälfte		6	8	8	4	5	8	8	4	2	53
Ausländer		3	1	6	8	5	3	5	1	—	32
Fortgang im I. Sem.	Vorzugsclasse	—	—	—	—	2	1	1	1	—	5
	1. Fortgangsclasse	22	28	17	18	30	13	10	8	2	148
	2. „	11	11	11	10	15	5	8	3	2	76
	3. „	4	4	4	1	—	—	—	—	—	13
	ungeprüft	1	—	—	—	—	1	—	—	—	2
Fortgang im II. Semester	Vorzugsclasse	1	3	1	—	2	1	2	1	—	11
	1. Fortgangsclasse	21	25	14	14	32	15	10	11	4	146
	2. „	3	4	3	5	3	1	2	—	—	21
	3. „	3	4	3	1	1	—	—	—	—	12
	ungeprüft	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1
	zur Wiederholungsprüfung	6	4	4	6	5	1	4	—	—	30

Lebensalter der Schüler am Ende des II. Semesters	I. Classe. Mit 11 Jahren	21
	„ 12 „	19
	„ 13 „	13
	„ 14 „	14
	„ 15 „	6
	„ 18 „	1
	VII. Classe. Mit 18 Jahren	2
	„ 19 „	2

Von der gesammten Schülerzahl am Ende des II. Semesters waren:

Zur Schulgeldzahlung Verpflichtete	186	
Von der Schulgeldzahlung Befreite ganz	35	
Von der Schulgeldzahlung Befreite halb	—	
Brutto-Betrag des eingehobenen Schulgeldes		fl. 2401.—
Gesammtbetrag der Aufnahmstaxen		„ 205.80
Beiträge der Schüler für die Lehrmittel		„ 121.50
Zahl der Stipendisten	2	
Gesammtbetrag der Stipendien		„ 260. –
Aufwand für die Lehrmittel		„ 620·30

Allgemeiner Unterstüzungsfond		**Georgsstiftung**	
Rest aus dem Vorjahre	fl. 63.14	Einnahmen im Nov. 1883	fl. 105.—
Einnahmen	„ 1.—	„ „ Mai 1884	„ 105.—
	fl. 64.14		fl. 210.—
Ausgaben	„ —.—	Ausgaben	„ 154.95
Rest	fl. 64.14	Rest	fl. 55.05

Freie Lehrgegenstände.	Schülerzahl am Ende des II. Sem.	Halbjähriges Honorar für 1 Schüler
Italienische Sprache (relativ obligat)	110	—
Slovenische Sprache (relativ obligat)	17	—
Stenographie (2. Curs)	10	—
Analytische Chemie	3	—
Gesang	31	—
Turnen	68	—

b) Richtigstellung der Tabellen des vorangegangenen Schuljahres nach dem Ergebnisse der Wiederholungsprüfungen.

		Classe									Summe
		Ia	Ib	IIa	IIb	III	IV	V	VI	VII	
Fortgang	Vorzugsclasse . . .	3	2	1	—	1	1	1	—	2	11
	1. Fortgangsclasse . .	27	21	26	23	28	18+1	9	5	3+1	162
	2. „ . .	4	10	3	4	8	3	—	—	—	32
	3. „ . .	1	1	2	1	1	1	—	—	—	7
	ungeprüft blieben . .	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1
Schülerzahl am Ende des II. S.		35	34	32	28	39	24	10	5	6	213

VIII. Maturitätsprüfung.

a) Schriftliche Aufgaben für die Abiturienten.

Deutsche Sprache: „Der Kampf ums Dasein“.

Französische Sprache: Uebersetzung aus dem Deutschen ins Französische: Rückübersetzung aus dem Eingangs-Capitel des „Donatien de Martinique“. — Uebersetzung aus dem Französischen ins Deutsche: Aus Le Sage „Gil Blas“.

Englische Sprache. Hume: „Character of Elizabeth“.

Mathematik:

1. In einem Dreiecke beträgt die Summe zweier Seiten 60^m, der von ihnen eingeschlossene Winkel 60°, und die dritte Seite 35^m. Man berechne die Seiten des Dreieckes.

2. Eine Kugel vom Halbmesser 5^m hat mit einem geraden quadratischen Pyramidenstumpfe gleichen Kubikinhalt. Der Durchmesser der Kugel ist der Höhe des Pyramidenstumpfes gleich, und eine Basiskante der unteren Schnittfläche ist um 1^m grösser als eine der oberen. Wie gross sind die Basiskanten?

3. Die Entfernung zwischen Triest und Brüssel beträgt im Bogen des grössten Kreises 122·083 Meilen, geogr. Breite von Brüssel ist $50^\circ\ 51'\ 11''$, die Länge $2^\circ\ 1'\ 32''$, die Breite von Triest $45^\circ\ 38'\ 37''$; man berechne die geogr. Länge von Triest.

Darstellende Geometrie:

In orthogonaler Projection: Schnitt eines regelmässigen sechsseitigen Prisma mit einem Kreiscylinder, deren Basen beziehungsweise in der 1. und 3. Bildebene liegen. In perspectivischer Darstellung: Schnitt zweier Kreiscylinder deren Leitlinien beziehungsweise in der Grundebene und in einer Vertikalebene liegen.

b) Ergebnisse der Maturitätsprüfung.	öffentl. Schüler der Anstalt	Privatisten der Anstalt	Externe
Zur Maturitätsprüfung haben sich gemeldet	2	—	1
Während der Prüfung trat zurück	—	—	1
Von den Geprüften wurden:			
approbiert mit Auszeichnung reif	—	—	—
„ einfach reif	2	—	—
reprobiert auf $\frac{1}{2}$ Jahr	—	—	1
c) Lebensalter der Geprüften.			
Mit 18 Jahren	1	—	—
„ 19 „	1	—	—
d) Dauer der Studien.			
Mit 7 Studienjahren	1	—	—
„ 8 „	1	—	—
e) Gewählter Beruf.			
Handelsstand	2	—	—

IX. Die wichtigsten Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

1. Die Schüler der Mittelschulen dürfen keine Vereine unter sich bilden und auch keinem anderen Vereine weder als Mitglieder, noch als Zuhörer, angehören. Auch dürfen sie, ohne Bewilligung des Lehrkörpers, die Erzeugnisse ihres Geistes nicht vor die Oeffentlichkeit bringen. Statth.-Erl. 2953-VII vom 15. März 1874.

2. Der Minist.-Erl. vom 4. November 1878, Z. 17722, bestimmt, dass alle Schulgeldbefreiungen nur so lange aufrecht zu erhalten sind, als die Bedingungen fortdauern, unter welchen sie ordnungsmässig erlangt werden konnten. Diese Bedingungen sind: Sittliches Betragen musterhaft oder lobenswerth, Fleiss ausdauernd

oder befriedigend, und in den einzelnen Unterrichtsgegenständen mindestens die Note „genügend“.

Schüler, welche in die I. Cl. aufgenommen worden sind, können erst nach Schluss des ersten Semesters von der Zahlung des Schulgeldes befreit werden, wenn ihr Semestralzeugnis den oben angegebenen Bedingungen entspricht.

3. Für diejenigen Schüler, welche auf Grund der von ihren Eltern oder Vormündern abgegebenen Erklärung zur Theilnahme am Unterrichte in der italienischen oder slovenischen Sprache verpflichtet sind, treten diese Lehrgegenstände nach den Bestimmungen des Organisationsentwurfes § 20 2, in jeder Beziehung in den Kreis der obligaten Fächer. Minist.-Erl. v. 14. Februar 1879, Z. 1666.

4. Nach den Bestimmungen des Herrn Ministers für Cultus und Unterricht vom 4. Mai 1880, Z. 813, hat der französische Sprachunterricht an der deutschen Staats-Oberrealschule in Triest in der III. Classe zu beginnen. Das Englische gilt in den drei oberen Classen als obligater Gegenstand nur für jene Schüler, welche das Italienische in der Unterrealschule entweder nicht besucht, oder aber das daselbst begonnene Studium der italienischen Sprache in den Oberclassen nicht fortsetzen. Setzt ein Schüler auch in den Oberclassen das Studium des Italienischen fort, so ist er vom Besuche des Englischen dispensiert und die italienische Sprache ist für ihn obligater Gegenstand. Statth.-Erl. 6462/VII dd. 18. Mai 1880.

5. Lehrbefähigte Candidaten dürfen nur mit ministerieller Genehmigung in unentgeltliche Verwendung genommen werden. Erl. des Minist. für Cultus und Unt., Z. 21792 d. d. 27. Nov. — Statth.-Erl. 17459/VII., d. d. 11. Dezember 1883.

6. Der Erl. des Minist. für Cultus und Unt. vom 27. Mai 1884, Z. 8019, normiert über die Aufnahmsprüfung für die I. Cl. der Mittelschulen folgendes:

a) Die Prüfung aus der Religionslehre ist blos mündlich, aus dem Deutschen und Rechnen jedoch mündlich und schriftlich vorzunehmen;

b) Von der Bekanntschaft mit den Regeln der Interpunction und ihrer richtigen Anwendung beim Dictandoschreiben ist künftig abzusehen;

c) allen Schülern, welche die schriftliche Prüfung aus dem Deutschen und Rechnen mit befriedigendem Erfolge abgelegt haben, und im Volksschulzeugnisse mit mindestens gut in diesen Gegenständen beurteilt worden sind, wird die mündliche Prüfung erlassen.

d) alle Schüler, die im 4. Schuljahre der Volksschule aus der Religionslehre die Note gut erhielten sind von der mündlichen Prüfung aus diesem Gegenstande befreit;

e) sind in einem Prüfungsgegenstande die Zeugnisnote und die

Censur aus der schriftlichen Prüfung entschieden ungünstig, so ist der Schüler zur mündlichen Prüfung nicht zuzulassen, sondern als unreif zurückzuweisen.

X. Unterstützungsfond.

1. Allgemeiner Fond.

Einnahmen:		
Erlös für verkaufte Zeitungen	fl.	1.—
Rest vom Vorjahre	„	63.14
Summe	fl.	64.14
Ausgaben	„	—.—
Rest	fl.	64.14

2. Georgsstiftung.

Einnahmen im November 1883	fl.	105.—
„ „ Mai 1884	„	105.—
Summe	fl.	210.—
Ausgaben:		
für Bücher	„	128.17
für Zeichenbehelfe	„	26.78
Summe	fl.	154.95
Rest	„	55.05

XI. Kundmachung bezüglich des nächsten Schuljahres.

Das nächste Schuljahr beginnt am 16. September mit einem Gottesdienste.

Jene Schüler, **welche der deutschen Staatsrealschule bereits angehörten,** und ihre Studien hier wieder fortsetzen wollen, haben sich am 13. September zwischen 9 und 12 Uhr im Conferenzzimmer zu melden.

Die Aufnahme der **neu eintretenden Schüler wird am 12. und 13. September von 9—1 Uhr in der Directionskanzlei** stattfinden. Sie müssen in Begleitung ihrer Eltern oder deren Stellvertreter erscheinen, und den legalen Tauf- oder Geburtsschein, sowie das letzte Schulzeugnis vorlegen.

Jeder Schüler, welcher **in die I. Classe** aufgenommen werden will, muss:

1. das 10. Lebensjahr zurückgelegt haben, oder dieses noch während des Jahres 1884 vollenden;

2. bei der Aufnahmsprüfung aus der deutschen Sprache, dem Rechnen und der Religion genügende Kenntnisse an den Tag legen.

Gefordert wird:

In der Religion jenes Maass von Wissen, welches in den ersten vier Jahrescursen der Volksschule erworben werden kann.

In der deutschen Sprache Fertigkeit im Lesen und Schreiben, Kenntnis der Elemente aus der Formenlehre und einige Uebung im Dictandoschreiben.

Im Rechnen entsprechende Uebung und Gewandtheit in den vier Grundoperationen mit ganzen Zahlen.

Die Aufnahmsprüfungen sind sowohl schriftlich als mündlich und werden am **15. und 16. September** jedesmal um 8 Uhr vormittags beginnen.

Für die Aufnahme in eine höhere Classe wird gefordert:

1. das entsprechende Lebensalter;
2. der Nachweis der nothwendigen Kenntnisse durch ein legales Zeugnis über das letzte Semester eventuell durch eine **Aufnahmsprüfung, welche am 15. September um 10 Uhr** vormittags abgehalten werden wird. Für eine solche Prüfung ist die gesetzlich bestimmte Taxe von 12 fl. zu erlegen.

Alle Schüler, welche in die V. Classe aufgenommen werden wollen, haben eine schriftliche Erklärung ihrer Eltern oder deren Stellvertreter vorzulegen, in welcher ausdrücklich enthalten ist, ob der Schüler den Unterricht in der englischen oder italienischen Sprache in den Oberclassen besuchen soll.

Jeder neu aufzunehmende Schüler hat bei der Aufnahme **eine Taxe von 2 fl. 10 kr.** und einen Lehrmittelbeitrag von 50 kr. zu entrichten. Diese Taxe kann nur bei einer nothwendig gewesenen Uebersiedlung armer Eltern nachgesehen werden.

Das Schulgeld beträgt 12 fl. jährlich und muss im Betrage von 6 fl. im ersten Monate eines jeden Semesters erlegt werden. Arme Schüler, welche einen guten Fortgang, sowie ein lobenswerth sittliches Betragen an den Tag legen, können von der Zahlung des Schulgeldes befreit werden.

Triest, am 14. Juli 1884.

Libor Peiker,
k. k. Director und Schulrath.

Buchdruckerei des österr.-ung. Lloyd, Triest.