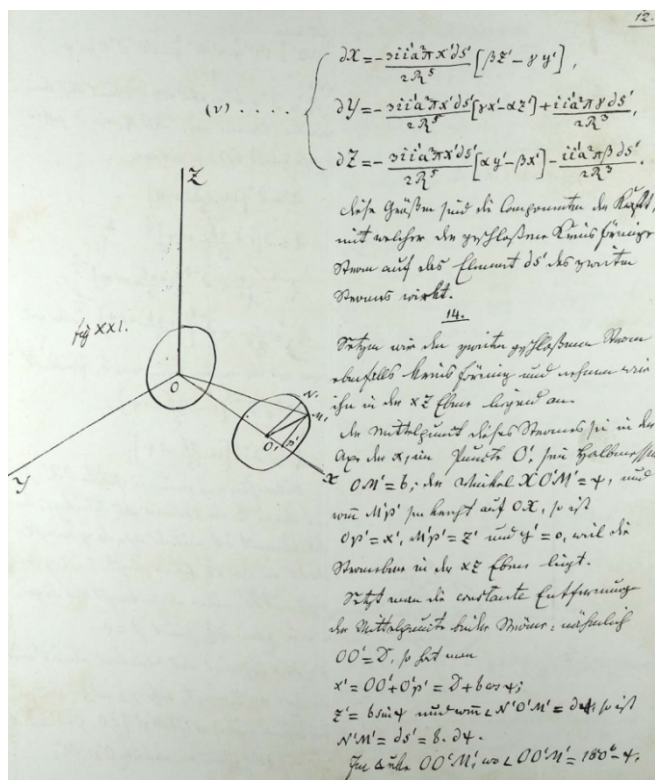


OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, SEPTEMBER 2022, letnik 69, številka 3, strani 89–128

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana
Telefon: (01) 4766 633, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** info@dmfa-zaloznistvo.si **Internet:** <http://www.obzornik.si/> **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Mednarodna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBAS12X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Uredniški odbor: Peter Legiša (glavni urednik), Sašo Strle (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Aleš Mohorič (urednik za fiziko), Mirko Dobovišek, Irena Drevenšek Olenik, Damjan Kobal, Petar Pavešić, Marko Petkovšek, Marko Razpet, Nada Razpet, Peter Šemrl, Matjaž Zaveršnik (tehnični urednik).

Jezikovno pregledal Grega Rihtar.

Računalniško stavila in oblikovala Tadeja Šekoranja.

Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1100 izvodov.

Člani društva prejema Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 24 EUR, za druge družinske člane in študente pa 12 EUR. Naročnina za ustanove je 30 EUR, za tujino 35 EUR. Posamezna številka za člane stane 6,00 EUR, stare številke 3,00 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak tretji mesec. Sofinancira jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

© 2022 DMFA Slovenije – 2155

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželen velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvirne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov $\text{\TeX}$ oziroma $\text{\LaTeX}$, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

VARIACIJE NA MOIVREOVO TEMO

ANTON CEDILNIK

Biotehniška fakulteta

Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 12D05, 13-01

Že iz srednje šole poznano Moivreovo formulo za potenciranje kompleksnih števil posplošimo na vse variante dvorazsežne enotske algebre nad poljubnim poljem.

VARIATIONS ON A THEME OF DE MOIVRE

We generalize Moivre's formula for exponentiating complex numbers, well known from high school, to all variants of two-dimensional unital algebras over any field.

Uvod

Algebra – matematična struktura in ne poglavje matematike – je vektorski prostor z dodatno operacijo, imenovano množenje, ki je distributivna in homogena. Bolj podrobno: če je $\mathcal{A}$ vektorski prostor nad komutativnim obsegom (poljem) $\mathbb{F}$ in ima preslikava $(a, b) \in \mathcal{A}^2 \mapsto a \cdot b \in \mathcal{A}$ lastnosti

$$\forall (a, b, c) \in \mathcal{A}^3 : (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c, a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$

$$\forall (\lambda, a, b) \in \mathbb{F} \times \mathcal{A}^2 : (\lambda a) \cdot b = a \cdot (\lambda b) = \lambda(a \cdot b),$$

potem urejeni par $(\mathcal{A}, \cdot)$ imenujemo **$\mathbb{F}$ -algebra**.

Če ni nevarnosti nesporazuma, po stari navadi namesto $a \cdot b$ pišemo kar ab . Pa tudi λab namesto $\lambda(a \cdot b)$.

Najprej nekaj nujnih definicij. **Razsežnost** (dimenzija) algebre $(\mathcal{A}, \cdot)$ je kar dimenzija vektorskega prostora $\mathcal{A}$.

Algebra $(\mathcal{A}, \cdot)$ je **asociativna**, če je

$$\forall (a, b, c) \in \mathcal{A}^3 : (ab)c = a(bc),$$

in **komutativna**, če je

$$\forall (a, b) \in \mathcal{A}^2 : ab = ba.$$

Algebra $(\mathcal{A}, \cdot)$ je **enotska** (unitalna), če v njej obstaja element $e \neq 0$ (**enota**) z lastnostjo

$$\forall a \in \mathcal{A} : ea = ae = a.$$

Algebri $(\mathcal{A}, \cdot)$ in $(\mathcal{B}, \circ)$ sta **izomorfni**, če obstaja taka obrnljiva linearna preslikava $U : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ (**izomorfizem**), da je

$$\forall (a, b) \in \mathcal{A}^2 : U(a \cdot b) = U(a) \circ U(b).$$

Izomorfni algebre navadno sploh ne razlikujemo, saj se pri njih vse z algebrsko strukturo povezane reči ujemajo.

Zelo preprosto je dokazati, da je enotski algebri izomorfna algebra tudi enotska in da vsak izomorfizem ohranja enoto.

Izomorfni algebri imata seveda isto dimenzijo. Klasificirati algebre iz razreda algebr z določeno dimenzijo pomeni razdeliti ta razred na podrazrede tako, da sta poljubni algebri iz istega podrazreda izomorfni, poljubni algebri iz različnih podrazredov pa sta neizomorfni. Navadno želimo iz vsakega podrazreda odlikovati po en primerek, ki ga potem okličemo za kanonskega in je klasifikacija dana kar s spiskom teh kanonskih algebr.

Moivreova formula

Primer, ki je tu še posebej zanimiv, je **realna algebra kompleksnih števil** $(\mathbb{C}, \cdot)$, torej množica vseh kompleksnih števil kot realen dvorazsežni vektorski prostor skupaj z običajnim množenjem kompleksnih števil. Zaradi razčiščevanja pojmov se splača omeniti: skalarji so tu realna števila, vektorji so kompleksna števila. V zapisu $\lambda ab = \lambda \cdot a \cdot b$ je leva pika množenje realnega in kompleksnega števila, desna pika pa množenje kompleksnih števil; piki torej predstavljata različni operaciji, leva je množenje vektorja s skalarjem, desna pa je množenje vektorjev.

Znano **Moivreovo formulo** je leta 1707 odkril francoski matematik Abraham de Moivre (abraám dëmuávr, 1667–1754). V sodobni obliki se takole glasi:

$$\forall (n, \varphi) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R} : (\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi).$$

Dokaz gre s popolno indukcijo. Ponovimo ga, ker bo model za dokazovanje v prihodnje.

$n = 0$: Formula trivialno velja.

$n = k$: Predpostavljamo: $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^k = \cos(k\varphi) + i \sin(k\varphi)$

$$\begin{aligned} n = k + 1: (\cos \varphi + i \sin \varphi)^{k+1} &= (\cos \varphi + i \sin \varphi)^k (\cos \varphi + i \sin \varphi) \\ &= [\cos(k\varphi) + i \sin(k\varphi)] (\cos \varphi + i \sin \varphi) \\ &= [\cos(k\varphi) \cos \varphi - \sin(k\varphi) \sin \varphi] + i [\cos(k\varphi) \sin \varphi + \sin(k\varphi) \cos \varphi] \\ &= \cos((k+1)\varphi) + i \sin((k+1)\varphi) \end{aligned}$$

$n < 0$: Če označimo $n = -m$ in je $m > 0$, je

$$\begin{aligned} (\cos \varphi + i \sin \varphi)^n &= (\cos \varphi + i \sin \varphi)^{-m} \\ &= \left(\frac{1}{\cos \varphi + i \sin \varphi} \right)^m = \left(\frac{\cos \varphi - i \sin \varphi}{(\cos \varphi + i \sin \varphi)(\cos \varphi - i \sin \varphi)} \right)^m \\ &= (\cos \varphi - i \sin \varphi)^m = [\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)]^m \\ &= \cos(-m\varphi) + i \sin(-m\varphi) = \cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi) \end{aligned}$$

Najpomembnejša uporaba Moivreove formule je seveda potenciranje kompleksnih števil. Napišimo ustrezno formulo kar brez (splošno znanega) dokaza za kompleksno število $x + iy \neq 0$:

$$\forall n \in \mathbb{Z}: (x + iy)^n = r^n [\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)],$$

kjer je $r = +\sqrt{x^2 + y^2}$ in $\cos \varphi = \frac{x}{r}$, $\sin \varphi = \frac{y}{r}$. Ta formula se lahko ob primerni interpretaciji uporabi tudi za ne-cele n , a ta zgodba nas tu ne bo zanimala.

Klasifikacija dvorazsežnih enotskih algeber

Kdaj so se matematiki začeli zanimati za dvorazsežne posplošitve realne algebre kompleksnih števil, mi ni uspelo ugotoviti. Najstarejša najdena letnica v tej zvezi je bila 1848 v [4]. Sprva so premišljevali le o spremenjeni naravi imaginarne enote i , potem pa se je z razvojem teorije vektorskih prostorov nad poljubnim poljem naravno odprlo vprašanje, kaj če realna števila nadomestimo s kakim drugim poljem.

Zastavimo si nalogo klasificirati vse dvorazsežne enotske algebre nad poljubnim poljem $\mathbb{F}$! Bazo algebre naj vedno sestavljata enota e in še en element u . Potem ima vsaka multiplikacijska tabela take algebre zelo preprosto obliko (glej tabelo 1). Skalarja λ in μ sta **strukturni konstanti** in sta v načelu še povsem poljubna, bo pa klasifikacija odvisna ravno od njiju.

$\cdot$	e	u
e	e	u
u	u	$\lambda e + \mu u$

Tabela 1. Dvorazsežna enotska algebra.

Preprosto je dokazati, da so vse te algebre komutativne in asociativne.

Le kot zanimivost omenimo še, da za vsak element $c = \alpha e + \beta u$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{F}^2$, velja kvadratična enačba $c^2 - T(c)c + N(c)e = 0$, kjer sta funkcionala T in N podana takole: $T(c) = 2\alpha + \beta\mu$, $N(c) = \alpha^2 + \alpha\beta\mu - \beta^2\lambda$. Dokaz je zelo preprost: v izpeljavi

$$\begin{aligned} 0 &= c^2 - T(c)c + N(c)e \\ &= [\alpha^2 e + 2\alpha\beta u + \beta^2(\lambda e + \mu u)] - T(c)[\alpha e + \beta u] + N(c)e \\ &= [\alpha^2 + \beta^2\lambda - T(c)\alpha + N(c)]e + [2\alpha\beta + \beta^2\mu - T(c)\beta]u \end{aligned}$$

morata v zadnjem delu oba koeficienta biti enaka nič zaradi linearne neodvisnosti elementov e in u . T je linearen (aditiven in homogen), N pa je multiplikativen in 2-homogen, tj. za a, b, c iz algebre in skalar δ velja:

$$\begin{aligned} T(a+b) &= T(a) + T(b), \\ T(\delta c) &= \delta T(c), \\ N(ab) &= N(a)N(b), \\ N(\delta c) &= \delta^2 N(c). \end{aligned}$$

Tudi nekakšno konjugiranje lahko uvedemo: $\overline{\alpha e + \beta u} := (\alpha + \beta\mu)e - \beta u$. Bralec bo zlahka dokazal naslednje relacije, kjer sta c in d elementa algebre, δ pa skalar:

$$\begin{aligned} \overline{c \pm d} &= \bar{c} \pm \bar{d}, \quad \overline{\delta c} = \delta \bar{c}, \quad \overline{cd} = \bar{c}\bar{d}, \\ \bar{\bar{c}} &= c, \quad c + \bar{c} = T(c)e, \quad c\bar{c} = N(c)e. \end{aligned}$$

Imejmo še eno tako algebro, enota naj bo f , drugi element baze v pa naj ima kvadrat $v^2 = \sigma f + \tau v$, $(\sigma, \tau) \in \mathbb{F}^2$. Če sta algebri izomorfni, obstaja izomorfizem U z vrednostma $U(e) = f$, $U(u) = xf + yv$, $(x, y) \in \mathbb{F}^2$. Ker obrnljivi operator linearno neodvisna elementa preslika spet v linearno neodvisni sliki, mora biti $y \neq 0$. Naredimo tale račun:

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu x)f + \mu yv &= U(\lambda e + \mu u) = U(u^2) \\ &= U(u)^2 = (xf + yv)^2 = (x^2 + \sigma y^2)f + (2xy + \tau y^2)v. \end{aligned}$$

Takoj sledita enačbi

$$\lambda + \mu x = x^2 + \sigma y^2, \quad \mu y = 2xy + \tau y^2.$$

Poenostavimo:

$$\lambda = -x^2 - \tau xy + \sigma y^2, \quad \mu = 2x + \tau y. \quad (1)$$

Povzemimo: algebri s paroma strukturnih konstant (λ, μ) in (σ, τ) sta izomorfni natanko tedaj, ko obstaja tak par $(x, y \neq 0) \in \mathbb{F}^2$, da sta enačbi (1) izpolnjeni.

Preden nadaljujemo, se spomnimo, kaj je karakteristika polja – označili jo bomo s simbolom $\text{char } \mathbb{F}$. Recimo, da velja sklep¹

$$n \in \mathbb{N} \wedge \forall \delta \in \mathbb{F} : n\delta = 0 \Rightarrow n = 0.$$

Potem je $\text{char } \mathbb{F} = 0$. Nasprotno od tega pa obstaja tako najmanjše naravno število $n > 0$, da je za vsak $\delta \in \mathbb{F}$ velja $n\delta = 0$, in tedaj je $\text{char } \mathbb{F} = n$. Izkaže se še, da je neničelna karakteristika nujno praštevilo. Več o tem najdemo v [2, str. 107].

Sistem (1) obravnavajmo najprej v primeru $\text{char } \mathbb{F} \neq 2$. Tedaj je $x = \frac{1}{2}\mu - \frac{1}{2}\tau y$ in

$$4\lambda + \mu^2 = (4\sigma + \tau^2)y^2. \quad (2)$$

Iz enačbe (2) razberemo, da je algebra s poljubnim parom strukturnih konstant (σ, τ) izomorfna algebri s parom $(4\sigma + \tau^2, 0)$ (izbrali smo $y = 2$), torej da smemo predpostavljati $\mu = \tau = 0$. Enačba (2) se močno poenostavi: $\lambda = \sigma y^2$, problem pa razpade na tri možnosti:

- $\sigma = 0$ in zato tudi $\lambda = 0$;
- σ ni kvadrat in tak je potem tudi λ ;
- σ je neničelni kvadrat in potem je lahko $\lambda = 1$ pri izbiri $y = \sigma^{-1/2}$.

Povzemimo te ugotovitve z nekoliko spremenjenimi oznakami!

Izrek 1 (Klasifikacija dvorazsežnih enotskih algeber s karakteristiko $\neq 2$).

Če je algebra podana s tabelo 1, je ena od naslednjih tipov:

A. $\text{char } \mathbb{F} \neq 2, \mu = \lambda = 0$.

¹Ali je 0 naravno število ali ne, je bolj kot ne stvar okusa, saj enotnega mnenja med matematiki po svetu ni. V tem članku velja, da so naravna števila pač moči končnih množic. Torej $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ in zato $0 \in \mathbb{N}$.

B. $\text{char } \mathbb{F} \neq 2, \mu = 0, \lambda$ ni kvadrat; dve taki algebri s parametroma λ_1 in λ_2 sta izomorfni natanko tedaj, ko je $\lambda_1 \lambda_2$ kvadrat.

C. $\text{char } \mathbb{F} \neq 2, \mu = 0, \lambda = 1$.

Opozoriti je treba, da ta klasifikacija dejansko ni popolna, saj je neizomorf-nih algeber tipa B lahko še mnogo – v primeru $\mathbb{F} = \mathbb{Q}$ (polje racionalnih števil) jih je celo neskončno. A kaj več se ne da povedati, če o obravnavanem polju nič ne vemo.

Zdaj pa se omejimo na primer $\text{char } \mathbb{F} = 2$. Spomnimo na tri nenavadne posledice take karakteristike: za vsak par $(\alpha, \beta) \in \mathbb{F}^2$ je $2\alpha = 0, -\alpha = \alpha, (\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$.

Sistem (1) se takole poenostavi:

$$\lambda = x^2 + \tau xy + \sigma y^2, \quad \mu = \tau y. \quad (3)$$

Če je $\tau = 0$, je tudi $\mu = 0$. Če pa je $\tau \neq 0$, lahko z izbiro $y = \tau^{-1}$ dobimo $\mu = 1$. Problem klasifikacije zato razpade na dva dela: $\mu = \tau = 0$ in $\mu = \tau = y = 1$. Nadaljevanje gre v istem slogu in brez odvečnih besed napišimo končni rezultat.

Izrek 2 (Klasifikacija dvorazsežnih enotskih algeber s karakteristiko 2).

Če je algebra podana s tabelo 1, je ena od naslednjih tipov:

D. $\text{char } \mathbb{F} = 2, \mu = \lambda = 0$.

E. $\text{char } \mathbb{F} = 2, \mu = 0, \lambda$ ni kvadrat; dve taki algebri s parametroma λ_1 in λ_2 sta izomorfni natanko tedaj, ko je rešljiva enačba $\lambda_2 = x^2 + \lambda_1 y^2$ z neznankama x, y .

F. $\text{char } \mathbb{F} = 2, \mu = 1, \lambda = 0$.

G. $\text{char } \mathbb{F} = 2, \mu = 1, \forall x \in \mathbb{F} : x^2 + x + \lambda \neq 0$; dve taki algebri s parametroma λ_1 in λ_2 sta izomorfni natanko tedaj, ko je rešljiva enačba $\lambda_2 = x^2 + x + \lambda_1$ z neznanko x .

Tudi klasifikacija v izreku 2 ni popolna pri algebrah tipov E in G. Popolno klasifikacijo lahko dobimo le, če o polju vemo vsaj to, kako je z rešitvami kvadratičnih enačb.

Klasifikacija realnih algeber zelo preprosto sledi iz izreka 1. Le tri algebre obstajajo:

A. $\mathbb{F} = \mathbb{R}, \mu = \lambda = 0$.

B. $\mathbb{F} = \mathbb{R}, \mu = 0, \lambda = -1.$

C. $\mathbb{F} = \mathbb{R}, \mu = 0, \lambda = 1.$

Elementom algebre A pravimo **dualna števila** in tistim iz algebre C **razcepno-kompleksna števila**. Algebra B je pa seveda kar algebra kompleksnih števil.²

Klasifikacija kompleksnih algeber je še bolj preprosta; samo dve sta:

A. $\mathbb{F} = \mathbb{C}, \mu = \lambda = 0.$

C. $\mathbb{F} = \mathbb{C}, \mu = 0, \lambda = 1$

Še zadnji primer, tokrat z najmanjšim poljem $\mathbb{Z}_2$, ki ima le elementa 0 in 1, seštevanje in množenje pa izvajamo po modulu 2:

$$0 + 0 = 1 + 1 = 0 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0,$$

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1 \cdot 1 = 1.$$

Potem z uporabo izreka 2 dobimo tole klasifikacijo s tremi kanonskimi algebrami:

D. $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2, \mu = \lambda = 0.$

F. $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2, \mu = 1, \lambda = 0.$

G. $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2, \mu = \lambda = 1.$

Tile posebni primeri primaknejo predzadnji kamenček h klasifikaciji, namreč eksistenco tipov algeber iz izrekov 1 in 2. Le še eksistenco tipa E bi bilo treba dokazati, a se bomo temu izognili; izkaže se namreč [2, str. 285], da je polje s karakteristiko 2, ki ima vsaj kakšen ne-kvadrat, nujno neskončno.

Potenciranje v dvorazsežnih enotskih algebrah

Če nam je Moivreova formula dana, je dokaz njene pravilnosti – kot smo videli na začetku – dokaj preprost. Podobno je s formulami za potenciranje v poljubni dvorazsežni enotski algeabri. Zato bomo tu samo navedli vse formule, skoraj vse dokazovanje pa prepustili marljivemu bralcu.

Povsod naj bo $c = \alpha e + \beta u \neq 0, (\alpha, \beta) \in \mathbb{F}^2$ in $n \in \mathbb{Z}$. Trivialni potenci v vseh primerih: $c^0 = e, c^1 = c$.

A. $\alpha = 0: c^n = 0$ za $n > 1$
 $\alpha \neq 0: c^n = \alpha^n e + n\alpha^{n-1}\beta u$

²Pedantno povedano: Algebra tipa B je izomorfna realni algeabri kompleksnih števil.

$$B. \quad c^n = \frac{1}{2} \left[(\alpha + \beta\sqrt{\lambda})^n + (\alpha - \beta\sqrt{\lambda})^n \right] e + \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \left[(\alpha + \beta\sqrt{\lambda})^n - (\alpha - \beta\sqrt{\lambda})^n \right] u$$

Formulo razumemo tako, kot da $\sqrt{\lambda}$ v resnici obstaja v $\mathbb{F}$; bolj strokovno pravimo, da računamo v enostavni korenski razširitvi polja $\mathbb{F}$ [2, str. 308]. Če res izračunamo tako potenco za neki konkreten n , v rezultatu $\sqrt{\lambda}$ ne nastopa več.

$$C. \quad c^n = \frac{1}{2} [(\alpha + \beta)^n + (\alpha - \beta)^n] e + \frac{1}{2} [(\alpha + \beta)^n - (\alpha - \beta)^n] u, \text{ v primeru } \alpha^2 = \beta^2 \text{ le za } n \geq 0$$

$$D. \quad \alpha = 0: \quad c^n = 0 \text{ za } n > 1 \\ \alpha \neq 0: \quad c^{2n} = \alpha^{2n} e, c^{2n+1} = \alpha^{2n} (\alpha e + \beta u)$$

$$E. \quad c^{2n} = (\alpha^2 + \beta^2 \lambda)^n e, \quad c^{2n+1} = (\alpha^2 + \beta^2 \lambda)^n (\alpha e + \beta u)$$

$$F. \quad c^n = \alpha^n e + [\alpha^n + (\alpha + \beta)^n] u, \text{ v primeru } \alpha(\alpha + \beta) = 0 \text{ le za } n \geq 0$$

$$G. \quad \beta = 0: \quad c^n = a^n e \\ \beta \neq 0: \quad c^n = \beta^n ([B_{n+1} + (\gamma + 1)B_n] e + B_n u), \text{ kjer je } \gamma := \alpha\beta^{-1} \text{ in } \delta := \gamma^2 + \gamma + \lambda. \text{ Koeficienti } B_n \text{ zadoščajo diferenčni enačbi}$$

$$B_{n+2} + B_{n+1} + \delta B_n = 0, \quad B_0 = 0, \quad B_1 = 1.$$

Rešitev tega diferenčnega problema je (za $n > 0$):

$$B_{2n} = 1 + \sum_{k=1}^n \left[\left(n - \operatorname{int} \frac{k+1}{2} \right) n - k + \left(n - 1 - \operatorname{int} \frac{k}{2} \right) n - k \right] \delta^k, \\ B_{2n+1} = 1 + \sum_{k=1}^n \left(n - \operatorname{int} \frac{k+1}{2} \right) n - k \delta^k, \quad B_{-n} = \delta^{-n} B_n.$$

V formulah za tip G nastopa v binomskih simbolih funkcija **celi del** $\operatorname{int} x$, ki jo pogosto označujejo tudi s simbolom $[x]$. Ta funkcija priredi realnemu številu x največje celo število, ki ni večje od x .

Še tole mimogrede omenimo: koeficienti B_n zadoščajo še eni zanimivi identiteti: $B_{n+1}^2 + B_{n+1}B_n + \delta B_n^2 = \delta^n$. Dokaz je dokaj preprost in tu povejmo samo, da sledi iz računa $c^{n+1}c^{-(n+1)} = e$.

Formul za tip G doslej še nisem zasledil nikjer v matematični literaturi. Vem pa iz [3], da jih je leta 2014 izpeljal slovenski matematik Marko Petkovšek, zato bom te formule imenoval **Petkovškove formule**; glej tudi [4].

Pri tipih B, E in G se vse potence dajo neomejeno izračunati, v posebnem tudi potenca c^{-1} za $c \neq 0$, kar pomeni, da v takih algebrah lahko definiramo deljenje (zato jih tudi imenujemo **algebre z deljenjem**). Ker so te algebre asociativne in komutativne in imajo deljenje, so to dejansko polja, razširitve

prvotnega polja $\mathbb{F}$ v istem smislu, kot je polje $\mathbb{C}$ razširitev polja $\mathbb{R}$. Iz $\frac{a}{b} = ab^{-1}$ in formul za potenciranje dobimo za $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \in \mathbb{F}^4, \gamma e + \delta u \neq 0$:

$$\text{B. } \frac{\alpha e + \beta u}{\gamma e + \delta u} = (\gamma^2 - \delta^2 \lambda)^{-1} [(\alpha \gamma - \beta \delta \lambda) e + (\beta \gamma - \alpha \delta) u]$$

$$\text{E. } \frac{\alpha e + \beta u}{\gamma e + \delta u} = (\gamma^2 + \delta^2 \lambda)^{-1} [(\alpha \gamma + \beta \delta \lambda) e + (\beta \gamma + \alpha \delta) u]$$

$$\text{G. } \frac{\alpha e + \beta u}{\gamma e + \delta u} = (\gamma^2 + \gamma \delta + \delta^2 \lambda)^{-1} [(\alpha \gamma + \alpha \delta + \beta \delta \lambda) e + (\beta \gamma + \alpha \delta) u]$$

Za konec pa še nekaj besed o dokazovanju formul za potenciranje. Dokazi se – kot že rečeno – lahko naredijo na način, ki smo ga prikazali v razdelku Moivreova formula za originalno Moivreovo formulo. No, vsaj pri tipih B, E in G ni nobene bistvene razlike. Nekoliko več pazljivosti zahtevajo preostali tipi, ker je treba še ugotoviti, katere potence sploh obstajajo.

B. Russell, angleški matematik in filozof, je izrekel tole misel: *Kdaj pa kdaj se je dobro vprašati o sleherni stvari, ki se vam zdi samoumevna.* Sledimo tej misli in se vprašajmo, kaj sploh so potence – ne pozabimo namreč, da gre tu za »eksotično okolje« algebre in ne za neko številsko množico.

Enotski kolobar [2, str. 84] je taka posplošitev polja, v kateri ne zahtevamo eksistence inverznega elementa za neničelne elemente in torej deljenje ni vedno izvedljivo. Pa še komutativnosti množenja tudi ne zahtevamo več. Prav lahko je videti, da so vse algebre A – G taki kolobarji.

V kolobarju $\mathcal{K}$ z enoto e se potenciranje definira kot množenje enakih faktorjev:

$$\forall a \in \mathcal{K} \quad \forall n \in \mathbb{N} : a^0 := e, a^{n+1} := aa^n.$$

Za te potence veljata osnovna zakona:

$$\forall a \in \mathcal{K} \quad \forall (m, n) \in (\mathbb{N})^2 : a^m a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}. \quad (4)$$

Od tod dalje pa velja splošno sprejet dogovor: Ostale potence s celoštevilskimi ali celo racionalnimi eksponenti naj bodo definirane tako, da zakona (4) ostaneta veljavna. S popolno indukcijo lahko še dokažemo

$$\forall (a, b) \in \mathcal{K}^2 \quad \forall n \in \mathbb{N} : [ab = ba \Rightarrow (ab)^n = a^n b^n = b^n a^n]. \quad (5)$$

Glede na to, da je polje realnih števil tudi enotski kolobar, je naravno vprašanje, zakaj v splošnem kolobarju privzamemo $0^0 = e$, pri delu z realnimi števili pa ne. Odgovor je preprost: zahteva $0^0 = 1$ povzroči nezveznost potenciranja, čemur se pa radi izognemo. Primer: Za funkcijo

$$f(x) := \begin{cases} (\ln|x|)^{-1} \cdot \ln 2 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad (6)$$

velja

$$\lim_{x \rightarrow 0} |x|^{f(x)} = 2 \neq 1 = |0|^{f(0)}$$

Pri delu s številiškimi kolobarji zato 0^0 pustimo nedefiniran.

Pomemben argument za smiselnost enačbe $0^0 = e$ je naslednji. V kolobarju lahko obstaja kakšen **nilpotent**, torej tak $r \in \mathcal{K}$, da je $r \neq 0 = r^k$ za neki $k \in \mathbb{Z}^+$ (v algebrah tipov A in D je u tak element). Potem mora veljati: $e = r^0 = r^{0 \cdot k} = (r^k)^0 = 0^0$. Element 0 pa v nobenem kolobarju ne more imeti negativnega eksponenta, ker bi to vodilo v protislovje: $0 = 0 \cdot 0^{-1} = 0^1 \cdot 0^{-1} = 0^{1-1} = 0^0 = e$.

Potence neničelnega elementa z negativnimi eksponenti so najtesneje povezane z inverznim elementom: a^{-1} je definiran z identiteto $aa^{-1} = a^{-1}a = e$. Ti enačbi na splošno nista rešljivi in tak element potem nima potenc z negativnimi eksponenti. Če pa rešitev obstaja, je ena sama, ker če bi obstajali dve rešitvi $a^{-1} = b$ in $a^{-1} = c$, bi sledilo: $b = eb = (ca)b = c(ab) = ce = c$.

Druge potence z negativnimi eksponenti so definirane z identiteto $a^{-n} = (a^{-1})^n$. Zaradi lastnosti (5) je $a^{-n}a^n = (a^{-1})^na^n = a^n(a^{-1})^n = a^na^{-n}$ in $(a^{-1})^na^n = (a^{-1}a)^n = e^n = e$, zato $a^{-n} = (a^n)^{-1}$, kar potrjuje, da so take potence dobro definirane.

Kot primer dokazujemo formulo za potenciranje v algebri tipa C. Označimo $p = \frac{1}{2}(e + u)$ in $q = \frac{1}{2}(e - u)$. p in q sta linearno neodvisna in sta **idempotentna**: $p^2 = p$, $q^2 = q$, pa še $pq = 0$ in $\alpha e + \beta u = (\alpha + \beta)p + (\alpha - \beta)q$. Mimogrede: prav tale zadnja dekompozicija je vzrok, da elementom algebre tipa C nad realnimi števili rečemo razcepno-kompleksna števila.

S popolno indukcijo dokažemo, da je $(\delta p + \varepsilon q)^n = \delta^n p + \varepsilon^n q$ za vsako celo število n . Seveda mora v primeru $n < 0$ biti $\delta \neq 0 \neq \varepsilon$.

Elementi oblike δp ali εq pa ne morejo imeti negativnih eksponentov. Kot primer rešujemo enačbo za inverz elementa p . Obstajati morata taka skalarja x, y , da je $pp^{-1} = p(xp + yq) = e = p + q$. Sledi: $xp = p + q$, kar pa zaradi linearne neodvisnosti p in q ni mogoče.

LITERATURA

- [1] M. Petkovšek in H. Zakrajšek, *Solving linear recurrence equations with polynomial coefficients*, *Computer algebra in quantum field theory*, Texts Monogr. Symbol. Comput., Springer, Vienna, 259–284, 2013.
- [2] I. Vidav, *Algebra*, Mladinska knjiga, Ljubljana 1972.
- [3] Osebni kontakt.
- [4] *Split-complex/number*, dostopno na en.wikipedia.org/wiki/Split-complex_number, ogled 2. 9. 2022.

JOŽEF STEFAN JE OBJAVLJAL V ANGLEŠČINI IN FRANCOŠČINI

STANISLAV JUŽNIČ

Filozofska fakulteta
Univerza v Ljubljani

Ključne besede: Stefanov problem, zgodovina fizike in kemije, *Philosophical Magazine*, Marian Koller, Andreas pl. Ettingshausen

Predstavljenih je dvajset prevodov skrajšanih poročil o Stefanovih temeljnih eksperimentalnih raziskavah, ki so izšli hkrati s Stefanovimi članki v nemškem jeziku. Angleške prevode so tiskali v reviji *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. Vsaj dva od teh člankov sta bila objavljena tudi v francoskih prevodih v Parizu in Ženevi.

JOŽEF STEFAN PUBLISHED IN ENGLISH AND FRENCH LANGUAGES

We present twenty translations of abbreviations of Stefan's basic experimental research, which were published simultaneously with Stefan's articles printed in German language. English translations were issued in *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. At least two of these studies were also published as French translations in Paris and Geneva.

Uvod

Jožef Stefan je nedvomno najpomembnejši slovenski znanstvenik vseh časov. Kljub siromašnemu otroštvu sta mu pot na Parnas tlakovali dve srečni okoliščini: izjemno vplivna podpora bohinjskega rojaka Mariana Kollerja in posledično številne prekomorske objave Stefanovih del v angleščini. Čeravno Jožef Stefan ni veliko potoval, je znal izkoristiti mednarodne povezave svojega mentorja Mariana Kollerja. Te so mu omogočile domala hkratne britanske prevode nemških razprav, ki jih je objavljajal na Dunaju in v Leipzigu. S tem si je Stefan pridobil mednarodni sloves kot le redek slovenski učenjak. V podpori tezi o mednarodni vpetosti tedanjih slovenskih izobražencev opisujemo dvajset prevodov skrajšanih poročil o Stefanovih temeljnih eksperimentalnih raziskavah, ki so izšli hkrati s Stefanovimi članki v nemškem jeziku. Angleške prevode so tiskali v reviji *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. Vsaj dva od teh člankov sta bila objavljena tudi v francoskih prevodih v Parizu in Ženevi.

Posrečilo se je identificirati nekaj prevajalcev Stefanovih del: z njimi je bil bržkone tudi v osebnih stikih.

Jožef Stefan (1835–1893) se je rodil slovenskim staršem v vasi Sveti Peter, ki je zdaj del Celovca. Na dunajski univerzi je od leta 1853 študiral matematiko in fiziko ter leta 1858 doktoriral pri Andreasu pl. Ettingshausnu (1796–1878). Profesorji so prepoznali njegove raziskovalne in pedagoške sposobnosti ter delavnost. Pri 25 letih je postal član Akademije znanosti na Dunaju, čez tri leta so ga imenovali na novo profesorsko mesto za matematiko in fiziko, leta 1865 pa je bil imenovan za direktorja inštituta za fiziko na dunajski univerzi in rednega člana akademije, star komaj trideset let [20]. Za Stefana se je posebej zavzel Marian Wolfgang Koller (1792–1866), astronom in visoki uradnik Ministrstva za šolstvo, rojen v Bohinjski Bistrici št. 78. Stefan ni bil naklonjen potovanjem, zato ni bil domala nikoli zunaj domače Avstro-Ogrske [89]. Pri objavljanju prevodov so mu bila v pomoč osebna poznanstva Kollerja in Ettingshausna [21]. Šele oktobra 1883 se je Stefan srečal z Williamom Thomsonom (1824–1907). Thomson, poznejši lord Kelvin, je bil od julija leta 1871 sourednik revije *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* (v nadaljevanju: *Phil. Mag.*), kjer je pomagal objaviti najmanj trinajst prevodov Stefanovih raziskav. Leta 1883 so vodilni kemiki in fiziki na čelu s Thomsonom in njegovim prijateljem Williamom Siemensom (1823–1883) obiskali Stefana kot znanstvenega vodjo mednarodne razstave elektrike na Dunaju [22, 54, 53].

Prevodi Stefanovih razprav

Stefan je vse svoje znanstvene razprave najprej objavil v nemškem jeziku, večinoma pri dunajski akademiji; tajnik njenega matematično-naravoslovnega razreda je bil v letih 1875–1885, nato pa je bil do smrti podpredsednik akademije. To pa seveda ni bilo dovolj za prestižni mednarodni ugled; zato je objavljal tudi prevode svojih dosežkov v najpomembnejših znanstvenih središčih tedanje Evrope.

Najmanj dvajset angleških povzetkov Stefanovih razprav v *Phil. Mag.* je bilo pretežno prevedenih iz *Anzeiger der (Kaiserlichen) Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse (Wien. Anz.)*, ki je bil svojevrsten zapisnik dunajskih akademskih sej: sprejemljive tam na kratko predstavljene razprave so nato v celoti objavljali v

Wiener Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien (*Wien. Ber.*), daljše članke pa v *Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften*. Manj primerne razprave so povzeli le v *Wien. Anz.*, med njimi razprave Martina Sekulića (profesor Nikole Tesle), nasprotno Helmoltzu [52], ali kritike Boltzmannove ergodične hipoteze Simona Šubica z graške univerze [90]. Prevajalec nekaterih Stefanovih del je bil morda John Tyndall (1820–1893) kot eden od petih urednikov *Phil. Mag.* med letoma 1856 in 1862, ko je bil glavni urednik William Francis (1817–1904). Tyndall je za *Phil. Mag.* prevajal tudi razprave R. Clausiusa (Mehanska teorija toplote (Mechanical theory of heat)), H. Helmholtza, A. J. Angströma [2], poglobitnega nemškega zagovornika Faradayevih novosti Juliusa Plückerja (1801–1868) in drugih. Večino Stefanovih dunajskih razprav so objavili v *Wien. Ber.* s skrajšanim besedilom povzetim v *Wien. Anz.* in ponatisom v leipziških *Annalen der Physik und Chemie* (*Ann. Phys.*). Stefanove raziskave, večinoma prevedene iz *Wien. Anz.* v angleščino in francoščino za natis zunaj nemško govorečega območja, so si sledile takole:

1. V svojem prvem članku, priobčenem v *Phil. Mag.*, je Stefan podprl kinetično teorijo Augusta Karla Kröniga (1822–1879) in Rudolfa Clausiusa (1822–1888) [55]. Njuna dela so bila pogosto prevajana v *Phil. Mag.*, saj so njune teorije potrebovali pri popravljanju Newtonovih in Laplaceovih enačb za izračunavanje hitrosti zvoka. To Stefanovo delo so Britanci objavili po šestih letih njegovih večinoma na Dunaju tiskanih člankov. Londonski natis je bil odmev Stefanovega novega statusa na dunajski univerzi in pri akademiji, bil pa je tudi začetek novega trenda tiskanja del habsburških raziskovalcev v *Phil. Mag.* V istem zvezku so namreč objavili tudi dosežke Stefanovega kolega Edmunda Reitlingerja (1830–1882). Reitlinger je raziskoval stratifikacijo z elektriko spodbujane svetlobe v Geisslerjevi katodni elektronki (cevi) [41].
2. Stefan je znova podprl Clausiusovo kinetično teorijo, o kateri so pogosto pisali v *Phil. Mag.* Pri tem je kritiziral napako benediktinca Karla Puschla (1825–1912) [56, 39, 40].
3. Naslednji angleški prevod Stefanove razprave je pripravil profesor kemije James Alfred Wanklyn FRS (1834–1906), ki je predaval na London Institution po letu 1863. Njegov prevod ni bil objavljen v rubriki »Obvestila in razni članki«, temveč v odmevnejšem glavnem delu re-

vije [58]. Stefan je podpiral Cauchyjev zakon, medtem ko je kritiziral zakon Jeana-Baptista Biot (1774–1862), morda tudi zato, ker je bil baron Augustin-Louis Cauchy (1789–1857) prijatelj Ettingshausna in Kollerja [19]. Opombe k prevedenemu Stefanovemu članku je zapisal George Gabriel Stokes (1819–1903), podpisan kot GGS. Stefanu je očital računsko napako, ker je po integraciji samovoljno izpustil negativno konstanto v disperzijski formuli, ki naj bi sicer pokazala, da Stefanovi poskusi vendarle potrjujejo Biotov zakon. Poleg Davida Brewsterja (1781–1868) je bil prav Stokes poglavitni tedanji britanski strokovnjak za optiko in domnevni pobudnik tega prevoda, a sam Stokes morebiti ni znal dovolj nemščine, da bi prevajal samostojno. Verjetno je prav zaradi Stokesove kritike Stefan po letu 1866 opustil nadaljnje raziskave optike; dopolnil jih je zgolj v dveh člankih [59, 60], ki v *Phil. Mag.* nista bila prevedena. Stokes je bil blizu W. Thomsonu, ki se je pozneje spoprijateljil s Stefanom. Stokesova kritika je morda imela celo nekatere politične motive, saj je bil Cauchy najbolj katoliški konservativec med vsemi vrhunskimi znanstveniki, medtem ko je njegov pariški antagonist Biot ostal zadnji pomembni zagovornik Newtonove korpuskularne (delčne) teorije svetlobe; poleg tega je Biot nasprotoval teoriji etra [18].

4. Kot redni bralec in avtor razprav v *Phil. Mag.* je Stefan povzel meritve Roberta Wilhelma Bunsena (1811–1899), objavljene v *Phil. Mag.* leta 1865 [61, 7, 8]. Stefan je obenem pohvalil uspeh Siegfrieda Samuela Marcusa (1831–1898), ki si je na Dunaju kruh služil kot mehanik Stefanovega nekdanjega mentorja, fiziologa Carla Friedricha Wilhelma Ludwiga (1816–1895). Marcus je izumil svoje vozilo na bencinski pogon leta 1864 [34].¹ Stefan je v prispevku ovrednotil tudi termičen prvega profesorja kemije na londonskem kraljevem kolidžu Johna Frederica Daniella (1790–1845). V istem zvezku *Phil. Mag.* je Stefanov nasprotnik Ernst Mach (1838–1916) v Gradcu obravnaval fiziologijo retine glede na vpadno svetlobo [33].
5. Stefan je nadaljeval meritve, ki so jih objavili Hippolyte Fizeau (1819–1896), Léon Foucault (1819–1868), Joseph pl. Fraunhofer (1787–1826), Jacob Fredrik Emanuel Rudberg (1800–1839), njegov doktorand Anders

¹Marcus je članek prebral na 8. seji 16. marca, natisnili pa so ga za Stefanovim uvodnim člankom po 9. seji 23. marca 1865. Prevod pa je bil natisnjen pred Stefanovim prispevkom [62].

Jonas Ångström (1814–1874) in Stefanov študent Leander Ditscheiner (1839–1905). Stefan je uporabil teorijo uklona za določitev valovne dolžine spektralnih črt kvarca [63, 3, 11].

6. Stefan je diferencialne enačbe opisa širjenja zvoka priredil za svojo priljubljeno hidrodinamiko po meritvah Oskarja Emila Meyerja (1834–1909), ki je po doktoratu pri Franzu Ernstu Neumannu (1798–1895) postal, ob Stefanu, vodilni raziskovalec trenja v tekočinah in kinetične teorije plinov [64].
7. Stefan je izboljšal eksperimentalne metode Ernsta Florensa Friedricha Chladnija (1756–1827) [65, 9] za svoje meritve hitrosti zvoka v belem (čebeljem) vosku raztopljenem v stekleni cevi pri stalni temperaturi, v leseni palici, stekleni cevi, pluti, pečatnem vosku, kreda ter (belem in vulkaniziranem) kavčuku. Rezultate je primerjal z meritvami hitrosti živčnih dražljajev Hermanna Helmholtza (1821–1894), s katerim sta skupno utirala pot kinetični teoriji plinov in (Maxwellovi) teoriji elektromagnetnega polja [16].
8. Stefan je nadaljeval graške poskuse svojega študenta Boltzmannu in njegovega sodelavca Augusta Töplerja (1836–1912), prav tako pa Augusta Kundta (1839–1894) in Machovega asistenta na praški univerzi Čeha Clemensa Neumanna (Klemens, Mírúmil, 1846–1873) [67]. Stefan je njihove akustične raziskave povezoval s plastmi v Geisslerjevi katodni elektronki, v kateri molekule plinov, osvetljene s prehodom električnega toka, prevzamejo enako vlogo kot zrna pri poskusih z zvokom. Vsaj dva povzetka Stefanovega članka sta bila objavljena tudi v francoskem jeziku. V prvem je bil Stefan v kazalu na koncu naveden kot J. Stephan, njegov priimek pa je bil v naslovu članka napisan v pravilni obliki kot Stefan; v tistem času pravopisi niso bili dovolj poenoteni, tako da je celo Koller navajal priimek svojega varovanca Stefana v obeh oblikah [25]. Ženevski izdajatelj Stefanove razprave je bil Alfred Cherbuliez (1838–1895), ki je podedoval podjetje A. Cherbuliez et c. s podružnicama v Parizu in Lozani. Revijo je vsaj formalno urejal vodilni kemik-fizik Auguste de la Rive (1801–1873) [68]. Daljši francoski povzetek Stefanovega prispevka je v svoji pariški reviji v dveh delih objavil Cauchyjev prijatelj Moigno [69]. Skrajšano prevedeno poročilo švicarskega francoskega povzetka so nato objavili Britanci [70].

9. Določanje meje med večfaznimi sistemi, ki se s časom prosto premika, imenujemo Stefanova naloga. Prva sodobna razprava o Stefanovem problemu in Stefanovem številu [71] je bila prevedena v številnih skrajšanih inačicah. Angleški povzetek [72] je bil objavljen s pomanjkljivim citatom francoskega vira [73]. Poročila s sej dunajske akademije dne 22. oktobra 1873 (v resnici 23. oktobra) in 13. novembra 1873 je za pariško objavo decembra 1874 povzel zoolog in paleozoolog August Friedrich grof Marschall pl. Sudoc iz Burgholzhausna in Tromsdorfa (1804–1887), ki se je podpisoval kot grof Marschall [74]. Marschallovo poročilo je v Parizu ponatisnil Cauchyjev prijatelj, nekdanji jezuit, urednik abbé François-Napoléon-Marie Moigno (1804–1884) [75]. Moignov članek je navedel priimek Stephan in referenco *Journal l'Institut*. To je bila prva sodobna razprava o Stefanovem problemu in Stefanovem številu, seveda poznanem pod tem imenom komaj stoletje pozneje.

10. Stefan je v tridelni razpravi obravnaval magnetno silo po Ampèru, magnetno indukcijo pa po M. Kollerjevem znancu baronu Siméonu-Denisu Poissonu (1781–1840). V podporo novi Maxwellovi teoriji polja je Stefan nanizal dvome zoper konkurenčno teorijo Wilhelma Webra (1804–1891) ob meritvah feromagnetizma Helmholtzevega in Maxwellovega varovanca Henryja Augustusa Rowlanda (1848–1901), Gustava Kirchhoffa (1824–1887), njegovega doktoranda Aleksandra Grigorieviča Stoletova (Stoletow, 1839–1896) in Gustava pl. Quintus-Iciliusa (1824–1885) [76, 26].

11. Po J. Stefanu adhezija dveh marmornatih plošč ne vključuje sil med nevidno majhnimi sestavnimi deli, s katerimi so pred Stefanom dve stoletji dokazovali obstoj vakuumu. Stefan je lahko zavrnil stare ideje o vakuumu med dvema ravnima stiskanima ravninama, saj je imel na voljo številna druga ustrežnejša orodja za podporo svojemu kinetičnemu atomizmu. Eksperimentalno je s steklenimi ploščami, potopljenimi v čisto vodo, slano vodo, alkohol in zrak. Sila med ploščama se je zmanjševala s četrto potenco razdalje. Problem je povezal s hidrodinamiko kapilarnosti in ne več s statiko. Stefan je koeficiente notranjega trenja (viskoznosti) določil po izsledkih študenta Araga in Ampèra na pariški Politehniki, Jeana Léonarda Marieja Poiseuilla (1797–1869) ob razlagah Oskarja Emila Meyerja in Maxwella [77].

12. J. Stefan se je oprl na koncept, ki ga je leta 1855 v Zürichu Adolf Eugen Fick (1829–1901) uvedel kot Fickove zakone difuzije plina skozi tekočinsko membrano. Fick je v Marburgu študiral pri poznejšem Stefanovem dunajskem mentorju Carlu Ludwigu (1816–1895), zato so vsi trije tesno sodelovali. Leta 1870 je Fick prvi izmeril srčni pretok z uporabo Fickovega načela [78, 12].
13. V drugem delu svoje obravnave difuzije se je Stefan poleg Ficka skliceval še na meritve Thomasa Grahama (1805–1869) [79, 14].²
14. J. Stefan je uporabil meritve Žida Augusta Beera (1825–1863), ki je bil doktorski študent in sodelavec J. Plückerja. Stefan je nadaljeval dosežke Juda Maxa Margulesa (1856–1920), ki je bil Boltzmannov doktorski študent elektrodinamike v Stefanovem dunajskem laboratoriju. Margules je zaslovel z raziskovanjem neviht na dunajskem meteorološkem inštitutu, ki ga je ustanovil Stefanov mentor M. Koller. Seveda se je Stefan skliceval tudi na svoje desetletje starejše delo [80, 66, 4, 35, 36].
15. Sedem let po uspešnem vodenju dunajske električne razstave se je Stefan opiral na Kirchhoffovo desetletje starejše proučevanje magnetnih indukcij [24] in raziskave docenta za fiziko na katedri Rensselaer v Troyu v New Yorku, Rowlanda. Rowland je svoje izsledke poslal v London 2. junija 1873, kjer jih je za *Phil. Mag.* predstavil sam J. C. Maxwell [43].³ Rowland je tisti čas še vedno podpiral Thomasa A. Edisona, vendar je njegovo tehnologijo pozneje leta 1883 kritiziral kot znanosti tuj posel. Stefan je seveda pohvalil tudi habsburškega plemiča Adalberta Carla viteza Waltenhofna zu Eglofsheimba (1828–1914). Waltenhofen je bil takrat profesor fizike na praški nemški tehniški univerzi. V letih 1867–1883 je bil Waltenhofen prvi profesor in nato direktor Inštituta za

²Kmalu za tem je Stefan objavil svojo slovito razpravo z zakonom, ki ga danes imenujemo po njem [81]. Angleški povzetek ni bil objavljen v *Philosophical Magazine*, saj so tam imeli raje bolj eksperimentalne raziskave, kot je bil sočasni članek o taistem problemu Stefanovega dunajskega sošolca Francesca Rossettija (1833 Trento–1885 Padova), ki ga je iz *Annales de Chimie et de physique* 1879 zvezek 17 prevedel F. Engelsov znanec John I. Watts (1818 Coventry–1887 Manchester). Objavljen je bil pod naslovom *Experimental Researches* [42], Stefan pa ga je seveda citiral že v italijanskem originalu na str. 427–428). Tako je zunaj nemškega jezikovnega območja kritiko Stefanovega zakona med prvimi objavil komaj Jules Louis Gabriel Violle (1841 Langres, Haute-Marne–1923 Fixin, Bourgogne-Franche-Comté) [96].

³Stefan je citiral predzadnjo stran 158.

elektrotehniko na dunajski Univerzi za tehnologijo, imenovan med Stefanovo dunajsko mednarodno električno razstavo leta 1883. Na njegovi Dunajski visoki šoli so nasledniki Waltenhofna po njegovi upokojitvi leta 1899 poučevali tudi poglobitnega slovenskega naslednika Stefanove elektrotehnike Milana Vidmarja, ki je bil na Dunajski tehnološki univerzi promoviran 16. julija 1910 [97].⁴

16. Stefan je nadaljeval raziskave Carla Frommeja (1852–1945). Leta 1880 je Carl Fromme na predlog Wilhelma Röntgena, ki je takrat delal na Univerzi v Gießnu, postal tam izredni profesor za teoretično fiziko in geodezijo. Fromme je bil imenovan tudi za direktorja tamkajšnjega inštituta. Stefan je eksperimentiral z močnim induktorjem Heinricha Daniela Ruhmkorffa (1803–1877); napravo je med drugim leta 1880 posodil dunajskemu docentu Ivanu Pavloviču Puluju (1845–1918) za njegove poskuse. Takoj za Stefanom je v istem zvezku *Phil. Mag.* Stefanov študent Albert pl. Obermayer (1844–1915) objavil raziskavo ognja sv. Elma [83, 13, 38].
17. Stefan je posodobil svoje šestnajst let starejše eksperimente z izparevanjem etra in ogljikovega disulfida (CS_2), objavljene tudi v *Phil. Mag.* pod naslovom Poskusi z izparevanjem. Izparevanje etra in ogljikovega disulfida je opazoval v ozkih steklenih cevah s premerom 2 do 6 mm. Strupenost ogljikovega disulfida njega dni še ni bila tako očitna. Poskusi z njim so gotovo pripomogli k Stefanovi Brightovi bolezni (oblika nefritisa, imenovana po Richardu Brightu (1789–1858)), in končno h kapi tri leta in pol po začetku poskusov z etrom in ogljikovim disulfidom. V tveganih okoliščinah je Stefan sestavil eno poglobitnih razprav o Stefanovem problemu in Stefanovem številu: torej je bila bralcem v angleškem jeziku na voljo le nekaj tednov po objavi na Dunaju [84, 89].
18. Stefan je med prvimi raziskoval Hertzove valove. Uporabil je meritve Kirchhoffovega doktoranda, Žida Gabriela Lippmanna (1845–1921) [31]. Stefan je raziskal nove oscilatorje radijskih valov H. Hertza, ki je bil učenec poglobitnega Stefanovega nemškega podpornika Helmholtza [17]. Stefan je sledil Maxwellu in Johnu Williamu Struttu lordu Rayleighu (1842–1919), vendar svoje enačbe kožnega pojava ni izpeljal iz Maxwellove teorije polja, temveč iz elektrodinamičnega potenciala dveh elemen-

⁴Stefan je citiral str. 746 v [82].

tov električnega toka F. E. Neumanna in W. Webra. O njem je Stefan pisal že dve leti prej, čeprav je Stefan dvomil o Webrovi elektrodinamiki že med svojimi predavanji, povzetimi v Kollerjevih zapiskih leta 1862/63 [90, 26]. Stefan je uporabil tudi meritve prevodnosti žveplove kisline v primerjavi z živim srebrom, ki jih je objavil Rudolf Kohlrausch (1809–1858). Upor elektrolita je raziskoval Joseph John Thomson (1856–1940), ki je 22. decembra 1884 presenetljivo zamenjal Maxwella in Rayleigha kot direktor Cavendishevih laboratorijev v Cambridgeu [91]. Stefan je torej uporabil povsem nove raziskave, objavljene le nekaj mesecev pred lastnim prispevkom [86].

19. Med nadaljnjim proučevanjem Hertzovih radijskih valov se je Stefan opiral na novo teorijo oscilacij leydenske steklenice Kirchhoffa in Stefanovega novega prijatelja Williama Thomsona, ki ni več iskala analogij z mehanskim nihalom. Stefan je uporabil dosežke neodvisnega ženevskega znanstvenika Edouarda Sarasina (1843–1917) in Augustovega sina Luciena de la Riva (1834–1924) [87, 51].
20. V svoji zadnji raziskavi, objavljeni v *Phil. Mag.* za časa njegovega življenja, ki se je izteklo 14 mesecev pozneje, je Stefan obravnaval Kirchhoffov dokaz iz leta 1857. Kirchhoff je dognal, da se elektrika pod določenimi pogoji v tanki žici v skladu z zakoni valovnega gibanja širi s hitrostjo svetlobe [23]. Stefan je raziskal razmere v neravnem vodniku po poskusu Charlesa Wheatstona (1802–1875) s tuljavo in nameril večjo hitrost od Wheatstonove [88, 98].

Razprava

Jožef Stefan je bil predvsem eksperimentalni raziskovalec tistih področij fizike in kemije, ki jih danes zaznamujejo izrazi Stefanov zakon, Stefanov problem in brezdimenzijsko Stefanovo število.

Najzgodnejšo sodobnim idejam podobno matematično formulacijo Stefanovega problema premične meje večfaznega sistema sta objavila Gabriel Lamé (1795–1870 Pariz) in njegov prijatelj Benoît Paul Émile Clapeyron (1799–1864). Oba sta študirala na École Polytechnique in na École des Mines v Parizu. Po diplomah sta leta 1820 za dvajset let odšla v Peterburg. V hladnem peterburškem podnebju sta se oba prijatelja lotila problemov zaledenitve. Zanimalo ju je tudi aktualno vprašanje tistega časa, navidezno

neskladje med geološko starostjo Zemlje ali Sonca in njunim hitrim ohlajanjem.

V Rusiji sta Lamé in Clapeyron podpirala Cauchyjeve novosti, čeprav sta se vrnila v Pariz ravno ko je Cauchy metropolo zapustil skupaj z izgnanim burbonskim dvorom. Nekaj tednov pred julijsko revolucijo 1830 so na pariški akademiji prebrali Laméjev in Clapeyronov članek z naslovom »Razprava o strjevanju hlajene tekoče krogle« [28]. Kljub izbranemu naslovu sferična geometrija ni bila njun glavni interes. Njun poglobitni problem, ki sta ga dejansko obravnavala na zadnjih dveh straneh, je bilo nastajanje ravne trdne skorje med hlajenjem skozi zgornjo površino s konstantno temperaturo, medtem ko neskončna tekočina spodaj ostaja pri konstantni enakomerni temperaturi strjevanja. Štiri leta pozneje, leta 1834, je Clapeyron populariziral desetletje starejše delo Sadija Carnota (1796–1832), ki ga je kmalu zaznamoval Clausiusov izraz entropija; ta temeljna novost je spadala v isto širšo vejo raziskav prenosa toplote s Stefanovim problemom vred.

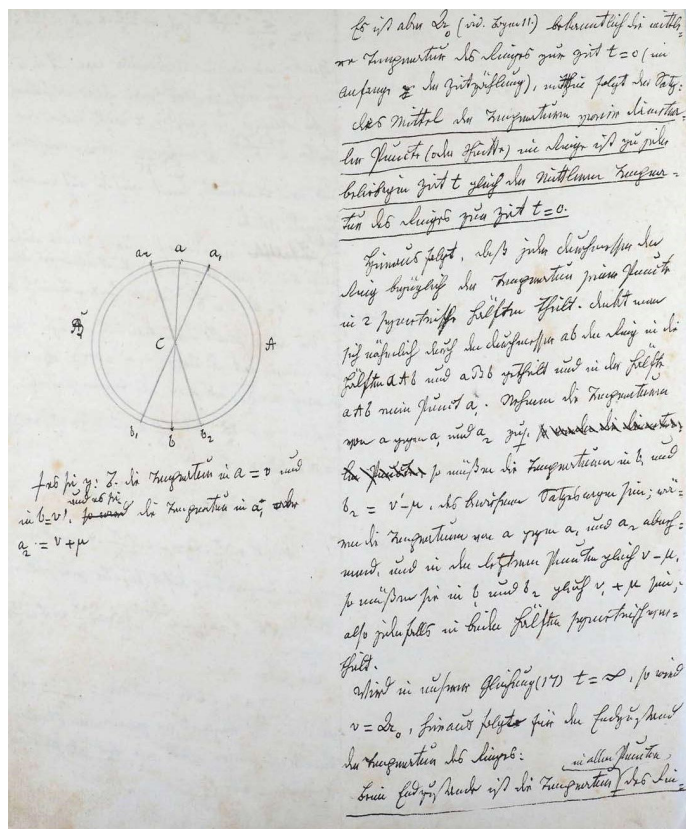
Osem let po Laméjevi in Clapeyronovi razpravi, prebrani pred pariško akademijo, so se 27. avgusta 1838 Marian Wolfgang Koller, A. Ettingshausen in poznejši Stefanov profesor fizike August Kunzek pl. Lichon (1795–1865) udeležili srečanja pariške Akademije znanosti. Tam so jih sprejeli François Arago (1786–1853), Poisson (1781–1840), kemik Michel Eugène Chevreul (1786–1889), geolog Alexandre Brongniart (1770–1847), vulkanolog Jean-Baptiste Geneviève Marcellin Bory de Saint-Vincent (1778–1846), Jacques Babinet (1794–1872), pionir raziskav faznih prehodov baron Charles Cagniard de la Tour (1777–1859) in Alexander pl. Humboldt (1769–1859). Clapeyron in Lamé še nista bila člana pariške akademije, čeprav sta bila že dopisna člana ruske akademije, Lamé pa je bil novoimenovani član pruske akademije. Lamé je postal član pariške akademije leta 1843, Clapeyron pa je bil tja izvoljen šele leta 1858. Zato se Koller verjetno ni čutil dolžnega, da bi v svojem potovalnem dnevniku omenil svoje morebitno srečanje z njima leta 1838 [19].

Pol stoletja po Kollerjevem evropskem potovanju je Kollerjev varovanec Jožef Stefan v sedmih prispevkih, objavljenih med letoma 1889 in 1891, nadgradil Lamé-Clapeyronove ideje ter raziskave Charlesa Cagniarda de la Toura o faznih prehodih iz trdnega v tekoče.

Stefan je v zimskem semestru 1862/63 predaval o J. Fourierjevi (1768–

1830) teoriji toplotne prevodnosti svojim dunajskim študentom. Predavanja je obiskoval tudi 70-letni Koller. Boltzmann se je udeležil podobnih Stefanovih tečajev v poletnem semestru 1863/64 in v zimskem semestru 1865/66: poslušal je 12 in nato še 14 dvehurnih predavanj [22]. Stefan je svojemu občinstvu predaval o ohlajanju končnih ali neskončnih palic, ni pa posebej razpravljaj o kroglah ali premičnih mejah med različnimi agregatnimi stanji, saj bi to lahko bilo preveč zapleteno za Stefanove dodiplomske študente. Stefan je teorijo toplotne prevodnosti obravnaval v širšem kontekstu svojega in Boltzmannovega zanimanja za transportne pojave, zlasti fazne prehode iz tekočega v plinasto stanje in vzporedne kemijske reakcije, ki jih je Stefan raziskal v letih 1873–1889. Stefanovo delo je pomenilo prehod na sodobne raziskave s prvih eksperimentalnih in analitičnih poskusov opisovanja sprememb v trdni-tekoči fazi Georgiusa Agricole (Bauer, 1494–1555), Johannesa Keplerja (1571–1630) in Josepha Blacka (1728–1799). Blackova raziskovanja latentne toplote, potrebne za fazni prehod, so zaslovela po posmrtni objavi njegovih predavanj. Leta 1803 jih je uredil naslednik njegove katedre v Glasgowu, oboževalec Ruđerja Boškovića (1711–1787) John Robison (1733–1805). Naslovil jih je: Predavanja o temeljnih principih kemije, ki jih je na Univerzi v Edinburgu imel pokojni Joseph Black. Blackovi privrženci so bili Kollerjev znanec Charles Cagniard de la Tour, J. Fourier, Thomas Andrews ter Lamé in Clapeyron leta 1831. Tri desetletja pozneje, leta 1860 v Kaliningradu, so bile njihove ideje dodelane v neobjavljenih predavanjih F. E. Neumanna s komentarji Riemannovih idej. Heinrich Martin Weber (1842–1913) je objavil Riemannovo zapuščino, Stefan pa je njegove komentarje leta 1890 uporabil kot vodilni habsburški raziskovalec specifične toplote snovi.

Med najboljšimi opazovanji tvorbe ledu, ki jih je imel Stefan na voljo, so bile meritve v Mariboru rojenega Wilhelma pl. Tegetthoffa (1827–1871), habsburškega poveljnika flote na Severnem morju med drugo schleswiško vojno. Stefanovega raziskovanja toplotne prevodnosti niso več spodbujali problemi s hlajenjem Zemlje in Sonca, temveč težave s poledenelim morjem, ki je povzročalo preglavice habsburškemu imperialističnemu iskanju severnih prehodov k Ameriki in Kitajski. Z nenadno Stefanovo smrtjo je rojevajoča se panoga raziskovanja zamrla, preden so njegovi učenci množično začeli raziskovati ta novi Stefanov problem. Stefanov naslednik Boltzmann se je bolj zanimal za abstraktnejša znanstvena iskanja v termodinamiki.



Slika 1. Kollerjevi zapiski Stefanovih predavanj o toploti. Foto: Pater Amand Kraml.⁵

Prva svetovna vojna in razpad Avstro-Ogrske sta dodatno pripomogla, da so znanstveniki pozabili na Stefanov problem. Znova je postal priljubljen med raziskovalci, zaposlenimi v sovjetski naftni industriji in metalurgiji v drugi polovici 20. stoletja. V počastitev Stefanovega raziskovanja meje med trdnim in tekočim, ki se s časom prosto premika vzdolž polarnega ledu, se danes v večfaznih sistemskih raziskavah pogosto uporabljata koncepta Stefanovega problema in brezrazsežnega Stefanovega števila. Če je Stefanovo število veliko, fazni prehod nima pomembnega učinka na premično mejo večfaznih sistemov; če je Stefanovo število majhno, ima fazni prehod pomemben učinek [93, 85, 92]. Stefan na Koroškem in Koller v Bohinju sta

⁵V Kollerjevi zapuščini v Kremsmünstru je skupno pet zajetnih zvezkov zapiskov šestih semestrov Stefanovih predavanj [27].

seveda veliko izvedela o zaledenitvah že med mladostnimi potepanji; zato domnevamo, da jima je bilo tovrstno raziskovanje položeno v zibelko.

V letih 1889–1891 je Stefan predstavil svoje ideje, ki jih danes imenujemo Stefanov problem. Sedem zaporednih publikacij je natisnila dunajska akademija, nekatere so bile ponatisnjene v *Annalen der Physik und Chemie*, uvodno raziskavo o izparevanju in raztapljanju kot pojavih difuzije pa je povzel *Phil. Mag.* že januarja 1890. V nasprotju s Stefanovim zakonom sta bila vsaj dva zgodnja Stefanova članka o Stefanovem problemu hitro objavljena v *Phil. Mag.* in v Parizu že v letih 1873 in 1879 za takojšnjo uporabo anglosaških in francoskih raziskovalcev v Evropi in Ameriki.

Leta 1831 sta Lamé in Clapeyron objavila prvi poskus splošne rešitve uganke, pozneje imenovane Stefanov problem [49]. Marcel Brillouin (1854–1948) je v Parizu leta 1929 ob svojih zapisih o Clapeyronu razpravljaj o Stefanu [6]⁶ in prvič uporabil izraz Stefanov problem, kar je ušlo pozornosti poznejših učenjakov. Bil je prvi, ki je resno obravnaval Stefanov problem po Stefanovih prispevkih iz let 1889–1891; razpravo je objavil leta 1930/31.

Danes priljubljeni naziv Stefanov problem je Lev Isakovich Rubinstein (1914–2009) znova uvedel v Sovjetski zvezi leta 1947. Tedaj je Rubinstein za sovjetsko-turkmensko naftno industrijo rešil modifikacijo Stefanovega problema Leonida Samuiloviča Leibenzona (1879–1951). Leibenzon je delal za sovjetsko naftno industrijo kot organizator prvega laboratorija za naftna polja v ZSSR v Moskvi leta 1925 in kot profesor na Moskovski rudarski akademiji v letih 1922–1930. Tako kot Rubinstein nekaj let pozneje je bil tudi Leibenzon aretiran in deportiran v Alma-Atto v Kazahstanu od 1936/37 do 1939. Nato je bil pomiloščen in leta 1943 izvoljen za akademika [44].

Rubinstein je 4. aprila 1953 poslal v Moskvo raziskave iz svoje turkmenске podružnice Zveznega sovjetskega raziskovalnega inštituta v zahodno-turkmenskem središču naftne industrije mesta Balkanabat. 24. aprila 1953 je njegov prispevek prebral pred Moskovsko akademijo eden vodilnih oblikovalcev projekta sovjetske jedrske bombe akademik Sergij Lvovich Sobolev (1908–1989). Ameriški prevod je sledil decembra istega leta 1953 v Oak Ridgeu z naslovom O dinamiki izhlapevanja idealnih večkomponentnih tekočih zmesi. To je bila modifikacija Stefanovega problema, prilagojenega sestavljenemu robnemu problemu enačbe toplotne prevodnosti v območju fiksnih

⁶Reprint: str. 287, 280, 294, 296, 300–301.

meja. Rubinstein je v svoji razpravi omenil vse tri Stefanove prispevke iz leta 1889 [45, 46, 47, 48].⁷

Geofizik Andrej Nikolajevič Tikhonov (1906–1993) je uporabil Leibenzonovo rešitev (1939) Stefanovega problema za metalurgijo zveznih ingotov [49, 94, 30]. Na drugi strani železne zavese je med drugimi izraz Stefanovo število (znova) skoval profesor strojništva na Univerzi v Edmontonu v Kanadi Gerald Seymour Hunter Lock (1935) leta 1969, saj verjetno ni vedel za Brillouinovo delo. Domingo Alberto Tarzia (1950) z univerze Universidad Austral v Buenos Airesu v Argentini je raziskoval Stefanove gibljive meje faznih prehodov na univerzi Nevada v mestu Reno. Od leta 1979 slovi kot eden glavnih bibliografov raziskovalcev Stefanovega problema. Njegovo bibliografsko delo danes nadaljujeta Božidar Šarler z ljubljanske univerze (Fakulteta za strojništvo) in John C. Crepeau z Oddelka za strojništvo Univerze v Idahu v mestu Moskva (Moscow) [32, 95, 10], zaradi česar je Stefanov problem nekakšna slovenska tema.

Stefanov problem, znan tudi kot problem gibljive meje, je vedno bolj plodno področje raziskav. Poleg bistvene Rubinsteinove knjige med pomembne osnove spada še *Klasični Stefanov problem* avtorja Sushila Chandre Gupte (1937) in druga dela o taljenju in strjevanju materialov ter numeričnih metodah reševanja Stefanovega problema [15, 1, 99, 100, 50].

⁷Lev Rubinstein je bil rojen v mestu Berdychiv, ki je imelo največ židovske populacije v takratnem ruskem imperiju. 15. marca 1941 ga je NKVD obsodila na pet let zapora v premogovniško-gozdarskem gulagu najvzhodnejšega evropskega mesta Vorkuta znotraj polarnega kroga, kot družbeno nevaren element. Morda je bila to v resnici njegova velika sreča, ker so Nemci do oktobra 1941 v njegovem rodnem Berdičevu pobili malodane vseh več deset tisoč Židov. V četrtem največjem mestu v severnem arktičnem krogu, Vorkuti, se je Rubinstein navdušil za Stefanov problem polarnega ledu, ki ga je raziskoval naslednjega četrta stoletja, tudi po selitvi na Hebrejsko univerzo v toplejšem Jeruzalemu. Iz gulaga Vorkuta je odšel v mesto Ufa z več kot milijonom prebivalcev v ruski Baškiriji med reko Volgo in Uralom. Tam mu je soproga Batya Haskin poročena Rubinstein rodila sina Isaaka 16. septembra 1949. V naslednjih letih se je družina preselila v zahodno turkmensko središče naftne industrije Balkanabat, kjer je Lev raziskoval leta 1953. Nato so se odpravili v Latvijo. Isaak je diplomiral v Rigi in leta 1971 tam zagovarjal magistrsko nalogo na Latvijski državni univerzi, kjer se je poročil z Lubo Gourevitch (Луба Гуревич) 27. julija 1971. Isaak je leta 1978 doktoriral na Weizmannovem inštitutu za znanost v Rehovotu v Izraelu, post-doktorski študij pa je opravil kot raziskovalni sodelavec MIT v Cambridgeu v letih 1978–1979. Tako se je družina Rubinstein sredi sedemdesetih let končno preselila v Izrael. Tam je Lev objavljaj skupaj s svojim sinom Isaakom Rubinsteinom z univerze Ben-Gurion v Negevu.

Zaključek

Jožef Stefan in sploh vsak znanstvenik stoji na ramenih veličine svojih predhodnikov. Rek velja vsesplošno, čeravno se je Isaac Newton z njim pošalil, saj je namigoval na svojega nasprotnika Roberta Hooka, ki je bil majhne in grbaste postave. K Stefanovemu uspehu so veliko pripomogle mednarodne britanske in francoske zveze njegovih mentorjev Kollerja in Ettingshausna. Pod njunim vplivom se je Stefan osredotočil na raziskovanje kinetične teorije in atomov v skladu s prizadevanji Britanca Maxwella in Helmholtza v Berlinu. Zato so Britanci in Francozi Stefanove dunajske razprave sproti tiskali v prevodih, resda precej raje njegove eksperimentalne dosežke, kot matematične teorije. To mednarodno razsežnost Stefanovega dela v tem prispevku prvič predstavljamo slovenskim bralcem, obenem pa prvi uporabljamo Kollerjeve zapiske Stefanovih univerzitetnih predavanj kot edini tovrstni do zdaj znani primarni vir. Ob tem kaže poudariti še izredno Stefanovo nadarjenost za kadrovanje, saj se mu je v zelo kratkem času na vse vodilne akademske položaje v Habsburški monarhiji posrečilo postaviti svoje učence, vključno z Boltzmannom, z izjemo Machove praške univerze.

LITERATURA

- [1] V. Alexiades in A. D. Solomon, *Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes*, CRC Press, 1992.
- [2] A. J. Angström, *Optične raziskave* (Optiska undersökningar), Svenska vetenskapssakademiens Handlingar **40**, sprejeto 16. 2. 1853, 1852, 333–360. Prevod: Optische Untersuchungen, Ann. Phys. **170/1** 94 (1855), 141–165. Prevod iz nemščine: Optical Researches. Phil. Mag., Series **4**, 9 (1855), 327–342.
- [3] A. J. Angström, *Neue Bestimmung der Länge der Lichtwellen, nebst einer Methode, auf optischem Wege die fortschreitende Bewegung des Sonnensystems zu bestimmen*, Ann. Phys. **199/11** (1864), 489–505.
- [4] A. Beer, *Ueber das Verhältniss des Laplace-Biot'schen Gesetzes zu Ampère's Theorie des Magnetismus; Vergleich der von Neumann und Plücker aufgestellten Theorien der magneto-elektrischen Induction*, Ann. Phys. **94**, 170/2 (1855), 177–192.
- [5] L. Boltzmann in A. Töpler, *Über eine neue optische Methode, die Schwingungen tönender Luftsäulen zu analysiren*, Wien. Anz. **17/9** (1870), 73–75 (prebral J. Stefan). Daljša inačica: *Ueber eine neue optische Methode, die Schwingungen tönender Luftsäulen zu analysiren*, Ann. Phys. **141** (1870), 217/11, 321–352.
- [6] M. Brillouin, *Sur quelques problèmes non résolus de la Physique Mathématique classique: Propagation de la fusion*, Annales de l'Institut Henri Poincaré **1/3** (1930), 285–308. Reprint: Paris, 1931.

- [7] R. W. Bunsen, *On some thermo-electric piles of great activity*, Phil. Mag., **29/194** (1865), 159–162.
- [8] R. W. Bunsen, *Simple method of preparing thallium*, Phil. Mag., **29/194** (1865), 168.
- [9] E. F. F. Chladni, *Kurze Übersicht der Schall und Klanglehre, nebst einem Anhang die Entwicklung und Anordnung der Tonverhältnisse betreffend*, Mainz, 1827.
- [10] J. C. Crepeau, *Jožef Stefan: His Scientific Legacy on the 175th Anniversary*, Sharjah (UAE): Bentham Science Publishers, 2013.
- [11] L. Ditscheiner, *Theorie der Beugungserscheinungen in doppeltbrechenden Medien*, Wien. Anz., **3/21** (1866), 193–195.
- [12] A. Fick, *Ueber Diffusion*, Ann. Phys., **170/94** (1855), številka 1, 59–86.
- [13] C. Fromme, *Zur Frage der anomalen Magnetisirung*, Ann. Phys., **269/1** (1887), 236–237.
- [14] T. Graham, *Liquid diffusion applied to analysis*, Philosophical Transactions, **151** (1861), 183–224. Ponatis: Phil. Mag., **4/23** (1862), 204–223, 290–306, 368–380. Prevod: *Mémoire sur la diffusion moléculaire appliquée à l'analyse*, Annales de Chimie et de Physique, **3/65** (1862), 129–207.
- [15] S. C. Gupta, *The Classical Stefan Problem: Basic Concepts*, Modelling and Analysis, **45**, Elsevier, 2003.
- [16] H. Helmholtz, *Messungen über Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven*, Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medicin, **19** (1852), 199–216.
- [17] H. Hertz, *Ueber die Fortleitung electrischer Wellen durch Dräthe*, Ann. Phys., **273/7** (1889), 395–408.
- [18] S. Južnič, *Zgodovina raziskovanja vakuumskih tehnik 2*, Ljubljana: DVTS, 2010, str. 268, 281.
- [19] S. Južnič, *Marian Koller: Sloviti bohinjski astronom*, Zgodovina za Vse, **27/2** (2020), 85.
- [20] S. Južnič, *Marian Koller: Sloviti bohinjski astronom*, Zgodovina za Vse, **27/2** (2020), 89.
- [21] S. Južnič, *Bohinjski astronom za afriške misijone*, Slovenski časi, kraji, ljudje; slovenski zgodovinski magazin, **3/28** (2020), 25–29.
- [22] S. Južnič, *Jožef Stefan predava matematiko*, Matematika v šoli, **26/2** (2020), 47–53.
- [23] G. Kirchhoff, *O gibanju elektrike* (Über die Bewegung der Elektrizität), Ann. Phys., **178/12** (1857), 529–544.
- [24] G. Kirchhoff, *O teoriji magnetizma v železnem telesu* (Zur Theorie des in einem Eisenkörper inducirten Magnetismus), Ann. Phys. **218/1** (1871), 1–15.
- [25] M. Koller, *O interferenci, uklonu, polarizaciji* (Über Interferenz, Beugung, Polarisation), rokopis Stefanovih predavanj v poletnem semestru 1863/64 z L. Boltzman-

nom med študenti po njegovi maturi oktobra 1863, 10 folijev (= 40 strani). Rokopis št. 27, Direktorij-Arhiv opazovalnice Kremsmünster.

- [26] M. Koller, Zapiski s predavanj ki jih je imel prof. dr. Jožef Stefan pod naslovom *Über Elektrodynamik und Theorie der Induction* v letnem semestru 1862/63, 26 folijev (= 104 strani), Direktorij-Arhiv opazovalnice (Sternwarte) Kremsmünster (Direktions-Archiv der Sternwarte Kremsmünster), Koller-Manuskripte 32.
- [27] M. Koller, Zapiski s predavanj ki jih je imel prof. dr. Jožef Stefan pod naslovom *Über die Theorie der Wärme* v zimskem semestru 1862/63, 35 folijev (=140 strani), Direktorij-Arhiv opazovalnice (Sternwarte) Kremsmünster (Direktions-Archiv der Sternwarte Kremsmünster), Koller-Manuskripte 31. V Kollerjevi zapuščini v Kremsmünstru je skupno pet zajetnih zvezkov zapiskov šestih semestrov Stefanovih predavanj (foto: dr. Amand Kraml).
- [28] G. Lamé in Clapeyron, *Mémoire sur la solidification par refroidissement d'un globe liquide*, Annales de Chimie et de Physique **47** (1831), 250–256.
- [29] L. S. Leibenzon, Руководство по нефтепромышленовой механике (A guide to petroleum industry mechanics), Moskva, 1931.
- [30] L. S. Leibenzon, К вопросу о затвердевании земного шара из первоначального расплавленного состояния (On the question of the solidification of the globe from its original molten state). Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Geograf, i Geofiz., **6** (1939), 625–660.
- [31] G. Lippmann, *Sur une loi générale de l'induction, dans les circuits dénués de résistance*, Comptes rendus, **109** (1889), 251–255.
- [32] G. S. H. Lock, *On the Use of Asymptotic Solutions to Plane Ice-Water Problems*, Journal of Glaciology, **8/53** (1969), 285–300.
- [33] E. Mach, *Über die Wirkung der räumlichen Vertheilung des Lichtreizes auf die Netzhaut: vorgelegt in der Sitzung am 3. october 1865*, Wien. Ber., **52/2** (1865), 303–322. Povzetek: *On the Visual Sensations Produced by Intermittent Excitations of the Retina*, Phil. Mag., **4/30** (1865), 319–320.
- [34] S. S. Marcus, *Nova zelo močna termoelektrična baterija (zlitina baker-cink-nikelj / zlitina antimon-cink-bizmut)* (Eine neue und sehr kräftige thermo-elektrische Säule (Kupfer-Zink-Nickellegierung/Antimon-Zink-Wismutlegierung)), Wien. Ber., **51** (1865), 280–285. Prevod: *On a new Thermo-Element*, Phil. Mag., **4/30** (1865), 406–407.
- [35] M. Margules, *Über Theorie und Anwendung der elektromagnetischen Rotationen*, Vorgelegt in der Sitzung am 23 Mai 1878, Wien. Ber., **II/77** (1878), 805–818. Reprint: Annalen der Physik, **242/1** (1878), 59–72.
- [36] M. Margules, *Bemerkung zu den Stefan'schen Grundformeln der Elektrodynamik*, Vorgelegt in der Sitzung am 17 October 1878, Wien. Ber., **78** (1878), 779–788.
- [37] C. Neumann, *Beobachtungen über die Schwingungen gestrichener Saiten*, (vorgelegt in der Sitzung am 20. Jänner 1870), Wien. Ber., **II/61** (1870), 89–104, Wien. Anz., **17/3** (1870), 18–19 (poslal dopisni član akademije E. Mach).

- [38] A. Obermayer, *Fire of St. Elm*, Phil. Mag., **5/25** (1888), 323–324.
- [39] K. Puschl, *Über den Wärmezustande der Gase*, Wien. Ber., **45** (1862), 357–384.
- [40] K. Puschl, *Notiz über die Molekularbewegung in Gasen*, Wien. Ber., **48** (1863), 35–39.
- [41] E. Reitlinger, *On the stratification of the electric light*, Phil. Mag., **4/25** (1863), 317–318.
- [42] F. Rossetti, *Annales de Chimie et de physique*, **17** (1879). Prevod: LIII, *Experimental Researches on the temperature of the sun*, Phil. Mag., **8/49** (1879), 324–332, **8/51** (1879), 438–449.
- [43] H. A. Rowland, *O magnetni prepustnosti* (On Magnetic Permeability), Phil. Mag., **4/46** (1873), 140–159; Stefan je citiral predzadnjo stran 158.
- [44] I. Rubinstein, Elektronski sporočili Levovega sina Isaaka Rubinsteina poslani avtorju iz Izraela 26. marca 2021 ob 13:05 in 19:26.
- [45] L. Rubinstein, *On the Dynamics of Evaporation of Polycomponent Solutions in a Nonvolatile Solvent*, Oak Ridge, Tennessee: US. Atomic Energy Commission, Technical Information Service, 1953.
- [46] L. Rubinstein, Об определении положения границы раздела фаз в одномерной задаче Стефана (Stefan Problem), Doklady Akademii Nauk SSSR, Acts of Academy of Sciences of USSR, series A, **58/2** (1947), 217–220.
- [47] L. Rubinstein, К вопросу о численном решении интегральных уравнений задачи Стефана. Изв. вузов. Матем. (On question of numerical solving of integral equation of Stefan Problem, Reports of Higher Schools of Mathematics), **4** (1958), 202–214.
- [48] L. Rubinstein in I. Rubinstein, *Differential Equations in classical mathematical physics*, New York: Cambridge University Press, 1995.
- [49] L. Rubinstein, *The Stefan Problem*, Translations of Mathematical Monographs, Providence, 1971.
- [50] L. Salvatori in N. Tosi, *Stefan Problem through Extended Finite Elements*, Review and Further Investigations, Algorithms, **2(3)** (2009), 1177–1220, DOI: 10.3390/a2031177.
- [51] E. Sarasin in L. de la Rive, *O hitrih električnih nihanjih M. Hertza* (Sur les oscillations électriques rapides de M. Hertz), sporočeno ženevski Société de physique 5. septembra 1889, Archives des science physiques et naturelles, **3/22** (1889), 283–288.
- [52] M. Sekulić, *Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft und der chemischen Wärmetönung*, Wien. Anz., **16/15** (1878), 129. Prebral tajnik matematičninaravoslovnega razreda akademije J. Stefan dne 21. 6. 1878.
- [53] S. Sitar, *Jožef Stefan: pesnik in fizik: Ob stoletnici rojstva*, Založba Park, Ljubljana, 1993.
- [54] J. Strnad, *Jožef Stefan: Ob stopedesetletnici rojstva*, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana, 1985.

- [55] J. Stefan, *O hitrosti zvoka v plinih* (Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in gasförmigen Körpern), Ann. Phys., **4**, 118 (28, 194)/3, 14. april 1863, 494–496. Poslano z Dunaja 13. marca 1863. Prevod: LXVI. Intelligence and miscellaneous articles, *On the velocity of the propagation of sound in gaseous bodies*, Phil. Mag., **4/25** (1863), 490–491.
- [56] J. Stefan, *Pripombe k teoriji plinov* (Bemerkungen zur Theorie der Gase), Wien. Ber. **II/47** (1863), 81–97 (seja 22. januarja 1863). Skrajšan ponatis: Ann. Phys., **119/29** (1863), 492–496. Skrajšano prevedeno poročilo iz 47. zvezka Wien. Ber., XIV. Intelligence and miscellaneous articles, *Remarks on the theory of gases*, Phil. Mag., **4/27** (1864), 75–77.
- [57] J. Stefan, *O širjenju toplote* (Über die Fortpflanzung der Wärme), Wien. Ber., **II/47** (1863), 326–345. Ponatis: Ann. Phys., **125** (201 v celotnem štetju zvezkov) (1865), 257–275.
- [58] J. Stefan, *O sipanju svetlobe v kremenu pri vrtenju polarizacijske ravnine* (Über die Dispersion des Lichtes durch Drehung der Polarisationsebene im Quarz), Wien. Ber., **II/50/15** (1864), 88–124. Skrajšan prevod z nekoliko spremenjenim naslovom: *Ein Versuch über die Natur des unpolarisirten Lichtes und die Doppelbrechung der Polarisationsebene im Quarz in den Richtung der optischen Axe*, Wien. Anz., **1/23** (1864), 175–177. Skrajšan prevod iz Wien. Ber.: *O razpršitvi svetlobe zaradi vrtenja polarizacijske ravnine kremenca* (On the Dispersion of Light by Quartz, owing to the rotation of the plane of polarisation), Phil. Mag., **4/28** (1864), 137–140.
- [59] J. Stefan, *Über den Einfluß der Wärme auf die Brechung des Lichtes in festen Körpern*, Wien. Ber., **63** (1871), 223–245.
- [60] J. Stefan, *Über die mit dem Soleil'schen Doppelquarz ausgeführten Interferenzversuche*, Wien. Ber., **66** (1872), 325–354.
- [61] J. Stefan, *O nekaterih termoelementih z veliko napetostjo* (Über einige Thermo-elemente von grosser elektromotorischer Kraft), Wien. Ber., **51** (1865), 260–262. Brano na 9. seji 23. marca 1865. Ponatis: VIII, *Über einige Thermo-elemente von grosser elektromotorischer Kraft*, Ann. Phys., **124/4** (1865), 632–635. Skrajšano prevedeno poročilo iz Ann. Phys.: XI, *Intelligence and miscellaneous articles. On some thermo-elements of great electromotive force*, Phil. Mag., **4/30** (1865), 77–78.
- [62] J. Stefan, *On a new Thermo-Element*, Phil. Mag., **29/197** (1865), 406–407.
- [63] J. Stefan, *O novi metodi za merjenje valovne dolžine svetlobe* (Über eine neue Methode, die Länge der Lichtwellen zu messen), Wien. Ber., **II/53** (1866), 521–528, brano na Dunajski akademski seji 19. aprila 1866. Povzetek: Wien. Anz., **3/11** (1866), 95–96. Skrajšano prevedeno poročilo: LXXIX, *Intelligence and miscellaneous articles. On a New Method of Measuring the Lengths of Luminous Waves*, Phil. Mag., **4/31** (1866), 212 (Supplement), 550–551.
- [64] J. Stefan, *O vplivu notranjega trenja v zraku na širjenje zvoka* (Über den Einfluß der inneren Reibung in der Luft auf die Schallbewegung), Wien. Ber., **II/53** (1866), 529–537 (brano na seji dunajske akademije 16. aprila 1866). Povzetek: Wien. Anz., **3/11** (1866), 96. Skrajšano prevedeno poročilo: LXXIX, *Intelligence and miscellaneous articles. On the Influence of Internal Friction on the air on the motion of sound*, Phil. Mag., **4/31** (1866), številka 212 (Supplement), 551–551.

- [65] J. Stefan, *Uporaba nihanja sestavljenih palic za določanje hitrosti zvoka* (Anwendung der Schwingungen zusammengesetzter Stäbe zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit), Wien. Ber., **II/57** (1868), 697–708 (brano na Dunajski akademski seji 30. aprila 1868). Skrajšano prevedeno poročilo: XIII, *Intelligence and miscellaneous articles. (On the) Application of the vibrations of compound bars to determining the velocity of sound*, Phil. Mag., **4/36** (1868), številka 240, 80.
- [66] J. Stefan, *O osnovnih enačbah elektrodinamike* (Über die Grundformeln der Elektrodynamik), Wien. Ber., **II/59** (1869), 693–769.
- [67] J. Stefan, *O plasteh v nihajočih tekočinah* (Über Schichtungen in schwingenden Flüssigkeiten), Wien. Ber., **II/65** (1872), 424–427. Ponatisi: Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (Berlin. Ber., s seje Pruske akademije znanosti), 1872; Naturforscher, **6/7** (1873), 67.
- [68] J. Stefan, *Stratification dans un liquide animé d'un mouvement oscillatoire*, Archives des science physiques et naturelles (Bibliothèque Universelle et Revue Suisse, Geneve), Nouvelles Période, **2/46** (1873), 270–271.
- [69] J. Stefan, *Stratification dans un liquide animé d'un mouvement oscillatoire*, Kosmos, Les mondes; revue hebdomadaire des science et leurs applications aux arts et à l'industrie, **32** (1873), 707–708; **33** (1874), 564–565.
- [70] J. Stefan, *Obvestila in razni članki*, (O) Stratifikaciji v tekočinah v nihajočem gibanju, (XL. Intelligence and miscellaneous articles. (On) Stratification in a Liquids in oscillatory motion), Phil. Mag., **4/45** (1873), 320.
- [71] J. Stefan, *Raziskovanje izparevanja* (Versuche über die Verdampfung), Wien. Ber., **II/68** (brano na seji 23. oktobra, natis novembra 1873), 385–423.
- [72] J. Stefan, *LXIV. Intelligence and miscellaneous articles. Experiments on evaporation*, Phil. Mag., **4/46** (1873), 483–484.
- [73] J. Stefan, *Résultats des expériences sur l'évaporation*, Journal d'Institut (Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France Académie des sciences; Mmoires présentés par divers savans à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France, et imprimés par son ordre: sciences mathématiques et physiques, des savants étrangers), 1874, 39. zvezek. Zvezek 20 je bil tiskan leta 1872, zvezek 21 pa leta 1875, vmes leta 1874 pa natisov ni bilo.
- [74] J. Stefan, *Sur l'évaporation, L'institut: journal universel des sciences et des sociétés savantes en France et à l'étranger*, Paris: E. Donnaud (Paris: L'Institut), 1873, 41 (nouvelle série 1re année no 50), 400, 31. december 1873, 41 (nouvelle série 1re année no 52), 414.
- [75] J. Stefan, *Résultats des expériences sur l'évaporation*, Kosmos, Les mondes; revue hebdomadaire des sciences et leurs applications aux arts et à l'industrie, **33** (1874), 272.
- [76] J. Stefan, *K teoriji magnetnih sil* (Zur Theorie der magnetischen Kräfte), Wien. Ber., **II/69** (1874), 165–210. Preveden povzetek: *Contribution to the theory of magnetic forces*, Phil. Mag., **4/47** (1874), 318–319.

- [77] J. Stefan, *Poskusi z navidezno adhezijo* (Versuche über die scheinbare Adhäsion), Wien. Ber., **II/69** (1874), 713–728. Skrajšani ponatis: Ann. Phys., **154** (1875), 230/2, 316–318. Povzetek: *Experiments on apparent adhesion*, Phil. Mag., **4/47** (1874), 465–466.
- [78] J. Stefan, *O difuziji tekočin I. O optičnih opazovalnih metodah* (Über die Diffusion der Flüssigkeiten (1: Über die optischen Beobachtungsmethoden), Wien. Ber., **II/78** (1878), (brano na 26. seji, 5. decembra 1878), 953, 957–975. Prevod povzetka: *On the Diffusion of Liquids*, Phil. Mag., **5/7** (1879), 74–75.
- [79] J. Stefan, *O difuziji tekočin II. Račun Grahamovih poskusov* (Über die Diffusion der Flüssigkeiten, 2 Abhandlung (2: Berechnung der Graham'schen Versuche), Wien. Ber., **II/79** (brano na 3. seji, 3. januar 1879), 161–214. Povzetek: Wien. Anz., qtextbf16 (1879), 24–27. Prevod povzetka: *On the Diffusion of Liquids*, Phil. Mag., **5/7** (1879), 295–297.
- [80] J. Stefan, *O razlikah med Ampèrovo teorijo magnetizma in teorijo elektromagnetnih sil* (Über die Abweichungen der Ampèreschen Theorie des Magnetismus von der Theorie der elektromagnetischen Kräfte), Wien. Anz., **16/10** (1879), 110–111. Celotna razprava: *Über die Abweichungen der Ampèreschen Theorie des Magnetismus von der Theorie der elektromagnetischen Kräfte*, Wien. Ber., **II/79** (1879), (brano na 10. seji, 17. april 1879), 659–679. Prevod povzetka: *On the deviations of Ampère's theory of Magnetism from the Theory of the Electromagnetic Forces*, Phil. Mag., **5/8/46** (1879), 83–84.
- [81] J. Stefan, *Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur*, Wien. Ber., **II/79** (8. seja, 20. marec 1879), 391–428. Povzetek: Wien. Anzeiger, **16/8** (1879), 87–89.
- [82] J. Stefan, *O nosilnosti magnetov* (Über die Tragkraft der Magnete), Wien. Ber., **II/81** (1880), 89–116. Povzetek: Wien. Anz., **17/2** (1880), 14–15. Prevod: *On the carrying-power of magnets*, Phil. Mag., **5/9/55** (1880), 232–233.
- [83] J. Stefan, *O produkciji močnih magnetnih polj* (Über die Herstellung intensiver magnetischer Felder), Wien. Ber., **II/97** (1888), 176–183. Prevod: *On the production of intense magnetic fields*, Phil. Mag., **5/25/155** (1888), 322–323.
- [84] J. Stefan, *O izparevanju in raztapljanju kot pojavih difuzije* (Über die Verdampfung und die Auflösung als Vorgänge der Diffusion), Wien. Ber., **II/98** (1889), 1418–1442. Ponatis: Ann. Phys., **41/277** (1890), 725–747. Prevod: *On evaporation and solution as processes of diffusion*, Phil. Mag., **5/29/176** (1890), 139–140.
- [85] J. Stefan, *Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Eismeere*, Wien. Ber., **II/98** (1889), 965.
- [86] J. Stefan, *O električnem nihanju v premih vodnikih* (Über die elektrische Schwingungen in geraden Leitern), Wien. Ber., **II/99** (1890), 319–339; Skrajšani ponatis: Ann. Phys., **41** (1890), 400. Prevod: *On electrical vibrations in straight conductors*, Phil. Mag., **5/29/179** (1890), 373–374 in **180** (1890), 450–452.
- [87] J. Stefan, *O teoriji oscilacij elektrostatične razelektritve* (Über die Theorie der oscillatorischen Entladung), Wien. Ber., **II/99** (1890), 534–548. Ponatis: Ann. Phys., **41**

- (1890), 725. Prevod: *On the theory of oscillation discharge*, Phil. Mag., **5/30/184** (1890), 373–374 in **180** (1890), 282–283.
- [88] J. Stefan, *O Wheatstonovi določitvi hitrosti elektrike* (Über Wheatston's Bestimmung der Geschwindigkeit der Elektrizität), Wien. Anz., **28/10** (1891), 106. Samo zaznamek z naslovom: Wien. Ber., **100/4** (1891), 469. Prevod: *On Wheatstone's determination of velocity of electricity*, Phil. Mag., **5/31/193** (1891), 519–520 in **32/198** (1891), 480.
- [89] I. Šubic, *Dr. Josip Stefan. Zbornik znanstvenih in poučnih spisov*, **4** (1902), 63.
- [90] S. Šubic, *O temperaturnih konstantah* (Ueber die Temperatur-Constante), Wien. Ber. mat. nat. Kl., **65** (1872), 27. Povzetek: Wien. Anz., **9** (1872), 26. J. Stefan, *O spremenljivih električnih tokovih v debelih vodnikih* (Über veränderliche elektrische Ströme in dicken Leitungsdrähten), Wien. Ber., **95** (1887), 917–934.
- [91] J. J. Thomson, *Elektrolitski upor prehajanju visoko frekvenčnih izmeničnih tokov, z nekaterimi preiskavami o periodah vibracij električnih sistemov* (The resistance of electrolytes to the passage of very rapidly alternating currents, with some investigations on the times of vibration of electrical systems), Proceedings of the Royal Society, **45** (1889), 269–290.
- [92] B. Šarler, *O Stefanovih raziskavah večfaznih sistemov*, 14. 12. 2011. Neobjavljeno predavanje na Inštitutu Jožef Stefan, posredovano v PowerPointu avtorju tega prispevka februarja 2021.
- [93] B. Šarler, *Stefan's work on solid-liquid phase changes. Stefan and Moving Front Problems*, Engineering analysis with boundary elements (Eng. Anal. Bound. Elem.), **16/2** (1995), 83.
- [94] A. N. Tikhonov, *Funkcijske enačbe Volterrovega tipa in njih uporaba za nekatere probleme matematične fizike* (О функциональных уравнениях типа Вольтерра и их приложениях к уравнениям математической физики), Бюллетень Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (Бюлл. МГУ), секция А, серия: математика и механика, **1/8** (1938), 1–25.
- [95] D. A. Tarzia, *A Bibliography on Moving-Free Boundary Problems for the Heat-Diffusion Equation*, The Stefan and Related Problems, MAT-Series A **2** (2000), 1–297.
- [96] J. L. G. Violle, *Stefan – Ueber die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur* (Sur la relation entre le rayonnement calorifique et la température); Sitzungsberichte d. K. Akademie d. Wissenschaften in Wien, p. 84. J. Phys. Theor. Appl., **10/1** (1881), 317–319.
- [97] A. C. Waltenhofen, *O elektromagnetni nosilni sili* (Über elektromagnetische Tragkraft), Wien. Ber., **61** (poslano iz Prage 4. aprila 1870), 739–754.
- [98] C. Wheatstone, *An account of some experiments to measure the velocity of electricity, and the duration of electric light*, Phil. Trans., **124** (1834), 583–591.
- [99] L. S. Yao in J. Prusa, *Melting and Freezing*, Adv. Heat Transfer, **19** (1989), 1–95.
- [100] R. Viskanta, *Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals*, J. Heat Transfer, **110** (1988), 1205–1219.

Vabilo na strokovno srečanje in 75. občni zbor društva

Spoštovane članice in člani DMFA Slovenije!

Obveščamo vas, da bosta strokovno srečanje in 75. občni zbor društva potekala v petek, 11. novembra 2022, v hotelu Terme v Termah Čatež. Posebej vas opozarjamo na spremembo termina s prvotno načrtovanega v oktobru. Srečanje bo organizirano v živo po naslednjem programu:

- 9.00–9.45 Predstavitev portala tekmujem.si
- 9.45–12.30, 14.00–15.30 Pedagoške delavnice (Astronomija, Fizika, Matematika, Umetna inteligenca)
- 15.30–16.30 Predavanja Presekovich 50 in 60 let računalnika ZUSE
- 16.30–18.00 Občni zbor društva z volitvami
- 18.00–19.00 Znanstveni predavanja iz matematike in fizike

Vzporedno s strokovnim srečanjem bo v sosednjem hotelu Toplice potekala 12. konferenca fizikov v osnovnih raziskavah.

Druge informacije in obrazec za prijavo bodo objavljeni na spletni strani DMFA in poslani po elektronski pošti članom društva. Kotizacija za Pedagoške delavnice so:

- 56 EUR člani / 80 EUR nečlani: vključeni odmori s kavo in kosilom

Po koncu srečanja bo organizirana skupinska večerja z okvirno ceno 16 EUR, ki jo plačajo udeleženci sami.

Udeleženci imajo po dogodku možnost nočitve v hotelu Toplice 4* in rezervacije sob po znižanih cenah. Rezervacije pošljite na info@terme-catez.si do 2. novembra 2022 s pripisom, da gre za Konferenco fizikov v osnovnih raziskavah oz. srečanje DMFA.

Vljudno vabljeni!

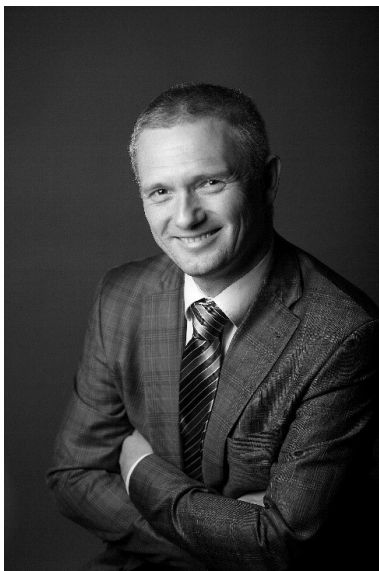


Neža Mramor Kosta
predsednica DMFA Slovenije

Zoisove nagrade in priznanja ter Puhove nagrade in priznanja 2020

Zoisove nagrade in priznanja, priznanje Ambasador znanosti ter Puhovo priznanje in nagrada za leto 2020 so bile podeljene 1. decembra 2020 v Ljubljani. Te nagrade in priznanja so najvišje državne nagrade za dosežke na področju znanstvenoraziskovalnega dela, razvojne dejavnosti in prenosa znanstvenih izsledkov in novosti v gospodarstvo. Priznanje Ambasador znanosti Republike Slovenije je prejel Boštjan Kobe. Tamara Lah Turnšek in Radovan Stanislav Pejovnik sta prejela Zoisovo nagrado za življenjsko delo. Zoisove nagrade za vrhunske dosežke so prejeli Barbara Malič, Gregor Anderluh, Andrej Filipčič, Samo Stanič, Marko Zavrtanik in Kozma Ahačič. Zoisova priznanja so prejeli Katarina Čufar, Boris Kryštufek, Lara Lusa, Samo Kralj in Miha Škerlavaj. Janez Trontelj je prejel Puhovo nagrado za življenjsko delo, Janko Petrovčič pa Puhovo nagrado za vrhunske dosežke. Darko Goričanec je prejel Puhovo priznanje. Med prejemniki sta člana Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije Samo Stanič in Samo Kralj.

Dosežki nagrajencev so opisani na straneh Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport [1]. Povzemimo dosežke naših članov.

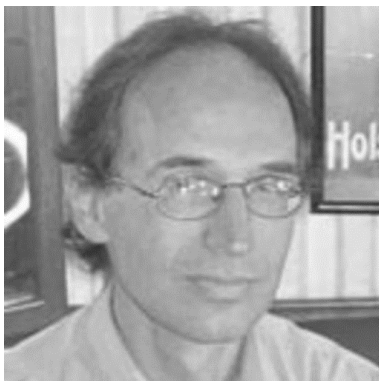


Slika 1. Samo Stanič, foto: <http://www.ung.si/en/research/cac/staff/head/>

Prof. dr. Samo Stanič je prejel Zoisovo nagrado za vrhunske dosežke pri raziskavah kozmičnih delcev ekstremnih energij.

Prof. dr. Samo Stanič je bil dekan Fakultete za naravoslovje na Univerzi v

Novi Gorici in sodelavec Instituta »Jožef Stefan«. Nagrado je prejel skupaj s prof. dr. Andrejem Filipčičem in prof. dr. Markom Zavrtanikom. Zadnjih 15 let svoje kariere je posvetil raziskavam v astrofiziki osnovnih delcev v okviru mednarodne kolaboracije Pierre Auger, ki proučuje kozmične žarke ekstremnih energij. Njegovi svetovno odmevni uspehi so prispevali k odličnosti in prepoznavnosti slovenskega raziskovalnega prostora. Raziskuje lastnosti razvoja plazov relativističnih sekundarnih delcev v atmosferi, fluks nevtrinov ekstremnih energij, anizotropijo v vpadnih smereh kozmičnih delcev ekstremnih energij ter večglasniške raziskave prvič opaženega zlitja nevtronskih zvezd. Bistveno je prispeval k razumevanju vesolja pri najvišjih energijah, njegov najbolj odmeven članek je poročal o večglasniškem opazovanju zlitja nevtronskih zvezd. Lastni detektorski sistem in eksperimentalne tehnike je uspešno prenesel v slovenski raziskovalni prostor z vzpostavitvijo Centra za raziskave atmosfere na Univerzi v Novi Gorici in izgradnjo prvega lidarskega observatorija v Sloveniji na Otlici nad Ajdovščino. Njegovo delo je prispevalo k novim, temeljnim znanstvenim dognanjem na področju astrofizike in s tem bistveno vplivalo na nadaljnji razvoj raziskav na tem področju pri nas in v svetu. Odmevnost njegovih raziskav je razvidna iz visoke citiranosti, saj se uvršča med 50 najbolj citiranih raziskovalcev v Sloveniji.



Slika 2. Samo Kralj, foto: <https://www.researchgate.net/profile/Samo-Kralj>

Prof. dr. Samo Kralj je prejel Zoisovo priznanje za pomembne znanstvenoraziskovalne dosežke na področju fizike mehke snovi.

Prof. dr. Samo Kralj vodi laboratorij Fizika kompleksnih sistemov na Fakulteti za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru in je znanstveni svetnik na Institutu »Jožef Stefan«. Je svetovno priznan strokovnjak na področju modeliranja tekočih kristalov in topoloških defektov. Kot vodilni avtor je s sodelavci originalno vpeljal in demonstriral (i) mehanizem ECTT (effective-topological-charge-cancellation), ki napoveduje vpliv geometrijske

ukrivljenosti na tvorbo in zbiranje topoloških defektov v tankih nematičnih plasteh, (ii) mehanizem »zunanje ukrivljenosti«, ki razloži anomalno široko področje geometrijske stabilnosti celic rdečih krvničk v sesalcih, in (iii) mehanizem ADCT (adaptivedefect-core-targeting), ki napoveduje, pod kakšnimi pogoji defekti učinkovito zajemajo nanodelce. (iv) Razvil je tudi prvi teoretični model elektrokaličnega pojava v nematičnih in smektičnih A tekočih kristalih, na podlagi katerega so odkrili anomalno občutljiv režim. V slednjem so eksperimentalno izmerili rekordno vrednost elektrokaličnega odziva v tekočih kristalih, ki je dovolj velik, da lahko vodi do razvoja hladilnih in grelnih sistemov nove generacije.

Vsem nagrajencem iskreno čestitamo za uspeh in priznanje.

LITERATURA

- [1] <https://www.gov.si/novice/2020-12-01-znane-so-letosnje-prejemnice-in-prejemniki-nagrad-in-priznanj-za-izjemne-dosezke-v-znanstveno-raziskovalni-dejavnosti/>, dostop 8. 10. 2020.

Aleš Mohorič

Andrej Bauer prejemnik nagrade Levija L. Conanta 2022

Prof. dr. Andrej Bauer, profesor računalniške matematike na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, je od American Mathematical Society prejel nagrado Levija L. Conanta za leto 2022 za članek z naslovom Five stages of accepting constructive mathematics (Pet faz sprejemanja konstruktivne matematike) [1]. V spomin na Levija L. Conanta, matematika in pedagoga, ki je bil znan po svojem odličnem pedagoškem delu, se nagrada podeljuje od leta 2000 za najboljši ekspozicijski članek, objavljen v revijah Bulletin of the American Mathematical Society in Notices of the American Mathematical Society v preteklih petih letih. Novica je objavljena na spletni strani AMS na povezavi https://www.ams.org/news?news_id=6827.

Bauer se je rodil leta 1971 v Ljubljani. Diplomiral je leta 1994 pod mentorstvom prof. dr. Dušana Repovša na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani na programu matematika, teoretična smer. Za diplomsko delo z naslovom Seifertovi vlaknati prostori je prejel univerzitetno Prešernovo nagrado. Na pobudo prof. dr. Marka Petkovška se je odpravil na doktorski študij na Carnegie Mellon University v ZDA, kjer je leta 2000 doktoriral pod mentorstvom prof. dr. Danae Scotta. Oddelek za računalništvo univerze Carnegie Mellon je Bauerju za doktorsko disertacijo z naslovom The Realizability Approach to Computable Analysis and Topology podelil studentsko nagrado. S konstruktivno matematiko se je srečeval že v času

doktorskega študija, saj je tesno povezana s teorijo izračunljivosti, ki jo je Bauer uporabil na konstrukcijah iz analize in topologije. Po končanem doktoratu je Bauer leto preživel na inštitutu Mittag-Leffler na Švedskem, kjer je v okviru posebnega raziskovalnega programa za logiko nadaljeval raziskave. Pot ga je vodila nazaj v Ljubljano, kjer se je na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani zaposlil kot visokošolski učitelj in leta 2014 postal redni univerzitetni profesor.

Med letoma 2012 in 2013 je na inštitutu Institute for Advanced Study (IAS) v Princetonu, ZDA, potekalo posebno leto, namenjeno univalentnim temeljem matematike. Bauer se je pridružil vodilnim znanstvenikom na področju teorij tipov in dokazovalnih pomočnikov. Skupaj so razvili novo osnovo matematike, *homotopsko teorijo tipov* (HoTT), ki temelji na idejah konstruktivne matematike in združuje teorijo tipov s principi homotopske teorije. Kot produkt plodovitega leta je izšla knjiga Homotopy Type Theory [2], ki je postala osnova za študijo HoTT. Kasneje je homotopska teorija tipov doživela tudi implementacijo kot knjižnica dokazovalnega pomočnika Coq, imenovana HoTT Library [5], katere začetnik je bil prav Bauer. Knjižnico so razvijali številni strokovnjaki, skupnost uporabnikov in razvijalcev pa se še vedno širi.

Raziskovalno se Bauer poleg študije homotopske teorije tipov ukvarja tudi s sintetično izračunljivostjo ter algebraskimi učinki in njihovimi prestrezniki, ki sta jih utemeljila [6] skupaj z doc. dr. Matijo Pretnarjem. Dandanašnji se Bauer posveča raziskovanju metateorije teorij tipov, razvoju dokazovalnega pomočnika Andromeda ter formalizaciji posameznih področij diskretne matematike z dokazovalnim pomočnikom Lean. Bil je mentor številnim dodiplomskim in magistrskim študentom, na doktorskem študiju pa je vodil dr. Davorina Lešnika, ddr. Melito Hajdinjak, dr. Philippa Georga Haselwarterja, dr. Anjo Petković Komel in Jureta Taslaka. Na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani Bauer vodi raziskovalni seminar za temelje matematike in teoretično računalništvo.

Bauer je zelo dejaven tudi kot član širše matematične skupnosti na spletu. V svojem blogu z naslovom Mathematics and Computation objavlja misli, ki so morda prekratke za članek, ali pa članke, predstavitev, videe in zapise pospremi z dodatno intuitivno razlago, da tako lažje dosežejo bralca. Na forumu StackExchange je ob času pisanja tega prispevka v kategoriji računalništva (Computer science) med 20 najbolj aktivnimi člani, v kategoriji teoretičnega računalništva (Theoretical computer science) pa je celo najbolj aktiven član s številnimi prispevki in odgovori na vprašanja. Na forumih aktivno prispeva tudi na področju matematike (Mathematics, MathOverflow), nedavno pa je povezal raziskovalce in ustanovil forum za dokazovalne

pomočnike (Proof assistants). Znanstvene ideje širi tudi v medijih, v pogovornih oddajah (na primer Nedeljski gost na Valu 202), informativnih oddajah in drugod.

Na IAS so v letu namenjenem raziskovanju temeljev matematike potekali tudi seminarji za širšo matematično publiko, kjer je Bauer hudomušno predstavil ideje konstruktivne matematike [4] preko petih faz žalovanja, kot jih je opisala Elisabeth Kübler-Ross v svoji knjigi *On Death and Dying* [3]: zanikanje, jeza, pogajanje, depresija in sprejemanje. Med slušatelji je bil tudi prof. dr. Mark Goresky, urednik revije Bulletin of the American Mathematical Society, ki je Bauerja spodbudil in podpiral, da je predavanje nadgradil v (nagrajeni) članek [1].

Idejo konstruktivne matematike marsikdo prehitro zavrne, ker ima o njej napačno predstavo. Zato v članku Bauer bralcu najprej v fazi zanikanja pojasni, kaj konstruktivna matematika pravzaprav je: to je matematika, ki ne uporablja *zakona o izključenem tretjem*, ki pravi, da za vsako izjavno spremenljivko P velja $P \vee \neg P$. To seveda ne pomeni, da konstruktivizem dopušča neko »tretjo« možnost, saj tudi v konstruktivni matematiki velja *zakon o neprotislovju*, ki trdi, da ne obstaja izjava P , za katero velja $P \wedge \neg P$. Faza zanikanja se nadaljuje z razlikovanjem med dokazom negacije, ki je kot logični sklep prisoten tudi v konstruktivni matematiki, in dokazom s protislovjem, ki pa je ekvivalenten zakonu o izključenem tretjem in ga konstruktivna matematika ne zajema. Na primerih Russelovega paradoksa in dokaza obstoja iracionalnih števil a in b , katerih potenca a^b je racionalna, Bauer ilustrira, da za mnoge matematične izreke lahko najdemo povsem intuitivne konstruktivne dokaze. V zadnjem delu faze zanikanja se Bauer posveti aksiomu izbire in poda dokaz, da iz aksioma izbire sledi zakon o izključenem tretjem, ter na primeru Lebesgueovega izreka o pokritju znova pokaže, da se je pogosto mogoče izogniti nepotrebnemu uporabi aksioma izbire v prid konstruktivnemu dokazu.

Sledi kratka faza jeze, kjer se Bauer dotakne nekaj zgodovinskih vzgibov in odzivov na konstruktivno matematiko. Še posebej provocira z izrekom, da je zakon o izključenem tretjem ekvivalenten izjavi, da so podmnožice končne množice končne, kar primerja z nekaterimi drugimi drznimi matematičnimi konstrukcijami (neevklidske geometrije, Weierstrassova nikjer odvedljiva zvezna funkcija, izrek Banach-Tarskega), ki so prav tako v preteklosti dvigovale prah, pa smo sčasoma sprejeli njihove matematične razlage.

V fazi pogajanja Bauer bralcu, ki je tipično vzgojen v duhu klasične matematike, pojasni, kako se sploh lotiti konstruktivne matematike. Za lažjo inuticijo mu predstavi nekaj modelov konstruktivne matematike. Posebno pozornost posveti *realizabilnosti*, povsem konstruktivnemu modelu, kjer je

resnično le tisto, kar je mogoče izračunati. Program, ki služi kot priča resničnosti izjave, se imenuje *realizator*. Bauer dokaže, da zakon o izključenem tretjem nima realizatorja in zato ne velja v modelu realizabilnosti. Nadalje Bauer predstavi topos svežnjev na topološkem prostoru X kot model konstruktivne matematike, kjer so resničnostne vrednosti odprte podmnožice X . Zakon o izključenem tretjem je v tem modelu ekvivalenten dejstvu, da odprte in zaprte množice sovpadajo, čemur zadoščajo zgolj zelo specifični topološki prostori X . S pomočjo Arhimedovega aksioma, da za vsako realno število x obstaja strogo večje celo število k , Bauer pojasni, zakaj v modelu aksiom izbire ne velja.

Nato nas Bauer popelje na kratek panoramski pregled mnogih konstruktivnih modelov matematike, od Grothendieckovih toposov do homotopske teorije tipov. Ker se izkaže, da je konstruktivnih vesolij neznosno mnogo, Bauer to popotovanje šaljivo poimenuje faza depresije, in se hkrati poigra s primerjavo, da so se matematiki tudi znotraj teorije množic srečali z mnogimi svetovi klasične matematike.

V zaključni fazi sprejemanja Bauer pokaže, kako konstruktivistična perspektiva spreminja pogled na matematične definicije, dokaze in izreke. Na zgledu izreka o srednji vrednosti in izreka Tihonova nam ilustrira, kako matematične pojme reformuliramo v klasično ekvivalentne in konstruktivno veljavne različice. Konstruktivizem nam tako odstira nov bogatejši pogled na matematične konstrukcije.

Za prejeto nagrado Andreju Bauerju iskreno čestitamo in mu želimo veliko navdiha in uspeha pri nadaljnjem delu!

LITERATURA

- [1] A. Bauer, *Five stages of accepting constructive mathematics*, Bull. Amer. Math. Soc. (N. S.) **54** (2017), 481–498.
- [2] The Univalent Foundations Program, *Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics*, Institute for Advanced Study, 2013, dostopno na homotopytypetheory.org/book, ogled 3. marca 2022.
- [3] E. Kübler-Ross, *On Death and Dying*, New York, Routledge, 1969.
- [4] A. Bauer, *Five stages of accepting constructive mathematics*, Predavanje na School of Mathematics, Institute for Advanced Study, Princeton, ZDA, 2013, dostopno na www.youtube.com/watch?v=21qP0Reu4FI, ogled 3. marca 2022.
- [5] A. Bauer, J. Gross, P. LeFanu Lumsdaine, M. Shulman, M. Sozeau in B. Spitters, *The HoTT Library: A formalization of homotopy type theory in Coq*, 2016.
- [6] A. Bauer in M. Pretnar, *Programming with algebraic effects and handlers*, J. Log. Algebr. Methods Program., Elsevier BV **84** (2015), 108–123.

Anja Petković Komel

V spomin, prof. dr. Peter Gosar, 1923–2022

Aprila letos je na svojem domu v Ljubljani v 99. letu umrl prof. dr. Peter Gosar, častni član Društva matematikov, fizikov in astronomov (DMFA).

Peter Gosar je bil rojen v Ljubljani. Po končani klasični gimnaziji je študiral fiziko, takrat na Filozofski fakulteti Univerze v Ljubljani. Zaradi vojne je moral prekiniti študij, diplomiral je leta 1951. Leta 1956 je na Univerzi v Ljubljani zagovarjal doktorsko disertacijo o razširjanju svetlobe v optično nehomogenem sredstvu. Po diplomi in odsluženi vojaščini se je leta 1953 zaposlil v laboratoriju za polprevodnike pri Institutu za elektrovezve v Ljubljani. Delal je na razvoju polprevodniških sestavnih delov, diod in tranzistorjev. Po dogovoru o skupnem delu na polprevodnikih se je leta 1957 zaposlil na Nuklearnem Institutu Jožef Stefan (IJS). Istega leta je dobil francosko dveletno štipendijo, s katero je v Laboratoire de Magnetisme et de Physique du Solide, Bellevue v Parizu delal na raziskavah sončnih celic, fotoefekta in lastnosti silicija. Po vrnitvi leta 1959 se je posvetil teoretičnim raziskavam v fiziki trdne snovi in bil še istega leta izvoljen v znanstvenega sodelavca IJS. Leta 1961 je postal predstavnik Odseka za teorijsko fiziko in pozneje tudi vodja odseka ter načelnik Oddelka za fiziko IJS. Za njegovo delo na teoretični fiziki sta bili zelo pomembni kasnejši gostovanji leta 1964 v Chapel Hillu, ZDA, in v letih 1972 in 1973 v Grenoblu, Francija.

Profesor Gosar je začetnik teoretičnih raziskav trdnih snovi pri nas. Tudi na IJS, ki je bil v začetnem obdobju usmerjen v jedrsko fiziko in s tem povezano teorijo. Fizika trdne snovi je z razširitvijo na eksperimentalne raziskave pozneje postala ena osrednjih fizikalnih tematik. V začetnem obdobju je prof. Gosar raziskoval površinske lastnosti silicija, fotoefekt in silicijeve sončne celice. Kot teoretik je sprva obravnaval vprašanja fizike polprevodnikov. Po svojih gostovanjih v tujini pa se je lotil takrat najbolj aktualnih teoretičnih izzivov v fiziki trdne snovi. Njegova dela obravnavajo predvsem transportne in dinamične probleme v trdnih snoveh: protonsko prevodnost v ledu; dinamični in statični odziv paraelastičnih centrov; gibljivost elektronov v molekulskih in neurejenih kristalih; gibanje majhnih polaronov; notranje trenje trdnih snovi; gibanje povezanih elektronov. Deloma so bili tematika in objavljeni članki vezani tudi na delo z diplomanti in doktorandi, pri čemer je bil prof. Gosar mentor pri štirih doktorskih delih. Ko je začel znanstveno delo, so bile mednarodne objave zelo redke, prof. Gosar pa je objavil več kot 50 člankov v uglednih strokovnih revijah. Pri svojem

delu je sledil hitremu razvoju in uporabi teoretičnih metod kvantne mehanike in statistične fizike pri razumevanju trdnih snovi. Zlasti odmevna in za razvoj tukajšnje teorije pomembna so bila njegova dela o kvantni dinamiki z uporabo odzivnih in Greenovih funkcij.

Prof. Peter Gosar se je leta 1961 vključil v poučevanje na Oddelku za fiziko takratne Fakultete za naravoslovje in tehnologijo (FNT), kjer je bil redno zaposlen od leta 1966 do svoje upokojitve leta 1993. Na Univerzi v Ljubljani je bil leta 1971 izvoljen za rednega profesorja. S svojimi raziskovalnimi izkušnjami je bil začetnik predavanj s tematiko fizike trdne snovi, tako na diplomskem kot tudi na podiplomskem študiju. Na FNT je predaval izmenoma tudi druge predmete teoretične fizike. Njegova predavanja so med študenti veljala kot vzor dobro pripravljenih in kljub zahtevnosti razumljivih predavanj. V zadnjem desetletju je bila ključna njegova vloga kot predsednika komisije in glavnega izpraševalca pri zaključnih izpitih. V tej vlogi, pa tudi sicer pri drugih izpitih, je vedno vztrajal zlasti pri trdnosti osnovnega znanja, kar je sploh bila (in ostaja) odlika ljubljanske fizikalne šole.

Peter Gosar je zaradi svoje doslednosti in znanstvene avtoritete prevzel vrsto odgovornih zadolžitev. Na IJS je bil v letih 1980 do 1982 predsednik znanstvenega sveta, na FNT pa več let predstojnik Oddelka za fiziko. Bil je član predsedstva Raziskovalne skupnosti in predsednik njene področne komisije za matematično-fizikalne vede. Za raziskave protonske prevodnosti je profesor Gosar prejel leta 1964 Kidričevo nagrado in leta 1994 za življenjsko delo na področju teoretične fizike državno nagrado Republike Slovenije za znanstveno-raziskovalno delo. Slovenska akademija znanosti in umetnosti ga je leta 1976 izvolila za rednega člana. Leta 1980 je bil odlikovan z redom dela z zlatim vencem. Univerza mu je ob upokojitvi podelila naziv zaslužnega profesorja, IJS pa naziv zaslužnega znanstvenika. V okviru DMFA je bil organizator več seminarjev za srednješolske učitelje. V letih 1970 in 1971 je bil predsednik DMFA. V letih 1960 do 1965 je sodeloval kot član uredniškega odbora Obzornika za matematiko in fiziko. Leta 1994 ga je DMFA imenovala za častnega člana.

Prof. Peter Gosar upravičeno velja za enega od stebrov slovenske fizikalne šole. Raziskovalno delo prof. Gosarja na teoriji trdnih snovi danes uspešno nadgrajujejo njegovi znanstveni vnuki in pravnuki.

Peter Prelovšek

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, SEPTEMBER 2022

Letnik 69, številka 3

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

Članki	Strani
Variacije na Moivreovo temo (Anton Cedilnik)	89–98
Jožef Stefan je objavljaval v angleščini in francoščini (Stanislav Južnič) ..	99–120
Vesti	
Vabilo na strokovno srečanje in 75. občni zbor društva (Neža Mramor Kosta)	121
Zoisove nagrade in priznanja ter Puhove nagrade in priznanja 2020 (Aleš Mohorič)	122–124
Andrej Bauer prejemnik nagrade Levija L. Conanta 2022 (Anja Petković Komel)	124–127
V spomin, prof. dr. Peter Gosar, 1923–2022 (Peter Prelovšek)	128–XI

CONTENTS

Articles	Pages
Variations on a theme of De Moivre (Anton Cedilnik)	89–98
Jožef Stefan published in English and French Languages (Stanislav Južnič)	99–120
News	121–XI

Na naslovnici: Stran iz Kollerjevih zapiskov Stefanovih predavanj o elektrodinamiki in indukciji v poletnem semestru leta 1863 (glej članek na straneh 99–120). Foto: dr. Amand Kraml, direktor opazovalnice Kremsmünster.