

## NIKOLAJ KUZANSKI IN ARISTOTELOVA FILOZOFIJA MATEMATIKE

MATJAŽ VESEL

Eden od bistvenih elementov filozofije matematike Nikolaja Kuzanskega je teorija o matematičnih predmetih kot »bivajočem razumu« oziroma »bivajočem v razumu« (*ens rationis*). Kuzanski že v prvi knjigi *De docta ignorantia* iz leta 1440 opredeli števila, to je matematične predmete, ki sodijo v aritmetiko, kot *entia rationis*, saj pravi, da je število »bivajoče razuma«, ki ga proizvede naša zmožnost primerjalnega razločevanja: *numerus, qui ens rationis est fabricatum per nostram comparativam discretionem*. V svoji kritični dimenziji je teza o matematičnih entitetah kot »bivajočem v razumu« morda še najbolj zaostreno formulirana v leta 1458 dokončanem spisu *De beryllo*, natančneje v 33. poglavju, v katerem Kuzanski na podlagi tega uvida o naravi *mathematicalia* kritizira, kar je nekoliko nenavadno za njegovo pretežno neoplatonistično naravnost, Platona in pitagorejce.<sup>1</sup> Po Kuzanskem je zmota Platonove teorije glede ontološkega statusa matematičnih entitet, kot jo Kuzanski pozna na podlagi branja Platonovega *Sedmega pisma*, v tem, da je menil, da so matematične entitete, ki so ločene od čutnih predmetov, zgolj relativno resničnejše v duhu kot v čutnih stvareh, zaradi česar je trdil, da imajo poleg te še neko resničnejšo bit, ki je nad umom. Platon bi moral skladno s svojo pravilno ugotovitvijo, da so matematične entitete resničnejše v duhu kot v materiji, (i.) zanikati še neko dodatno bit, ki jim jo pripisuje zunaj duha, in (ii.) ugotoviti, da so oblike človeške umetnosti resničnejše v svojem počelu, to je v človeškem duhu, kot pa v materiji. Na podlagi tega temeljnega spoznanja o naravi matematičnih entitet, ki so *entia rationis*, je upravičena tudi Kuzančeva kritika pitagorejskega substancializiranja števil. Tako kot v *De docta ignorantia* razume Kuzanski tudi v *De beryllo* matematične objekte kot proizvode človeškega duha, ki imajo svojo najbolj resnično bit v človeškem razumu. *Mathematicalia* so rezultat ustvarjanja človeškega duha in kot take ne morejo imeti svoje resnične biti

<sup>1</sup> O tem cf. M. Vesel, »Mathematica nos docunt ad penitus absoluta: filozofija matematike Nikolaja Kuzanskega«, *Filozofski vestnik*, 18 (3/1997), str. 90–94.

zunaj njega: ne v Platonovih »nebesih«, prav tako pa ne morejo biti bitnosti, substance stvarnega sveta, saj so brez narave (*natura carent*).

### I. Kuzanski in abstrakcija matematičnih predmetov

Ob tej Kuzančevi kritiki Platona in pitagorejcev pa pade v oči droben detajl, na podlagi katerega bi lahko sklepali, da Kuzanski svojo kritiko Platona in pitagorejcev zasnuje na podlagi Aristotelove teorije ontološkega statusa matematičnih predmetov. Kuzanski namreč v 33. poglavju *De beryllo* pravi, da je Platon slabo premislil, ko je zatrdil, da so matematični predmeti sicer resničnejši v duhu kot pa v čutnozaznavni stvarnosti, da pa imajo kljub temu še neko drugo, resničnejšo bit, ki je nad umom, pri čemer Kuzanski za matematične predmete pravi, da »so abstrahirani od čutnozaznavnih predmetov«. Sintagma »*mathematicalia, quae a sensibilibus abstrahuntur*« takoj asociira na Aristotela,<sup>2</sup> saj Aristotel večkrat poudarja, da matematični predmeti nastanejo *eks aphaireseos*, to je skozi abstrakcijo od čutnozaznavnih stvari. Ravno tako se Kuzanski v 31. poglavju *De beryllo* sklicuje na inteligibilno, miselno materijo matematičnih predmetov, ki je tudi eksplicitno Aristotelov koncept. Še pomembnejša je navezava na Aristotela, če upoštevamo dejstvo, da je Kuzanski *mathematicalia* že v 11. poglavju prve knjige *De docta ignorantia* označil kot bolj abstraktne (*abstractiora*) od čutnozaznavne stvari.

V članku bomo poskusili osvetliti, v kolikšni meri in na kakšen način Kuzanski posvoji Aristotelovo teorijo abstrakcije matematičnih predmetov iz čutnozaznavnega sveta, ter natančneje artikulirati trditev, da se »Kuzanski in Aristotel ujemata v tem, da ontološki status matematičnih entitet postavita v soodvisnost z dejavnostjo človeškega duha oziroma mišljenja«,<sup>3</sup> da pa je bistvena razlika med njima v tem, da »pri Kuzanskem človeški duh v matematičnem spoznavanju ne napreduje z abstrahiranjem, ampak s konstruiranjem«. <sup>4</sup> Kako je mogoče, da matematične entitete »pri Kuzanskem niso abstrahirane iz nematematične realnosti, temveč jih oblikuje duh, ne da bi pri tem za izhodišče jemal materialne stvari«, <sup>5</sup> kako lahko matematik po Kuzanskem »razvija svoj lastni svet, ki ni potencialno prisoten in prikrit v materialnem svetu kot njegov še neločen aspekt in tako že obstoječ, temveč je v svoj obstoj izpeljan iz

<sup>2</sup> Kuzanski je, kot je sam zabeležil (*Cod. Cus.* 184 f. 102v), leta 1453 dobil Bessarionov prevod Aristotelove *Metafizike*, ki jo je tudi temeljito preučeval. Seveda pa so ideje iz *Metafizike* v različnih interpretacijah krožile ves visoki srednji vek.

<sup>3</sup> M. Vesel, *op. cit.*, str. 94.

<sup>4</sup> *Ibid.*

<sup>5</sup> *Ibid.*

ustvarjalne duhovne dejavnosti«,<sup>6</sup> če pa Kuzanski eksplicitno govori o »*mathematicalia, quae a sensibilibus abstrahuntur*«?

Kuzanski se na to, da so matematični predmeti abstrahirani iz čutnozaznavnega sveta, ne sklicuje samo enkrat, običajno pa tudi ne vidi nikakršnega protislovja med abstraktnostjo ali abstrahiranostjo matematičnih predmetov in svojo teorijo matematičnih predmetov kot »bivajočega v razumu«.

1. Kot smo že omenili, Kuzanski že v 5. poglavju prve knjige *De docta ignorantia* izpostavi teorijo, da so matematični predmeti »bivajoče v razumu« (*ens rationis*) kot nekaj samoumevnega, kar ne potrebuje dokazovanja. Tako kot *mathematicalia*, ki so »bivajoče razuma« in so »izdelana z našim primerjalnim razločevanjem«, predpostavljajo enost, ki je počelo takšnega števila, brez katerega sploh ne more biti števila, predpostavlja množstvo stvari, neskončno enost, iz katere izhaja in brez katere ne more biti. Razmerje med enostjo in množtvom pri številih je enako razmerju med neskončno enostjo (to je Bogom) in množtvom stvari. Tako kot števila izvirajo iz enosti, iz enice, in jih brez te sploh ne bi bilo, tako tudi množstvo stvari univerzuma izhaja iz neskončne enosti.

Vendar pa Kuzanski v 11. poglavju prve knjige *De docta ignorantia*, ko pojasnjuje, da je potrebno pri izhodišču raziskovanja božanskega izhajati iz »podoobe«, ki je najbolj gotova (*certa*), opisuje *mathematicalia*, ki ustrezajo temu pogoju, kot stvari, ki so *abstractiora*, to je bolj abstraktne kot *sensibilia*.<sup>7</sup> Na eni strani so čutnozaznavne stvari (*sensibilia*), ki so zaradi potencialnosti materije v stalni nestabilnosti, na drugi pa matematični predmeti (*mathematicalia*), ki so »bolj abstraktni od teh«. Matematični predmeti so »bolj abstraktni« od čutnozaznavnih, pri čemer pa niso popolnoma brez navezave na materijo, saj si jih brez nje ne moremo zamisliti, obenem pa tudi niso popolnoma podvrženi spremenljivosti materije. Ta argumentacija, ki matematične predmete postavi v razmerje do čutnozaznavnih predmetov kot »bolj abstraktne«, seveda spominja na Aristotelovo tezo o matematičnih predmetih, ki so »abstrahirani« iz čutnozaznavne stvarnosti, čeprav v dejanskosti nikoli ne morejo biti brez materije. Vendar pa Kuzanski tu ne trdi, da so matematični predmeti

<sup>6</sup> *Ibid.*

<sup>7</sup> Cf. *De docta ign* I, 11: »Sunt autem omnia sensibilia in quadam continua instabilitate propter possibilitatem materialem in ipsis abundantem. Abstractiora autem istis, ubi de rebus consideratio habetur, non ut appendiciis materialibus, sine quibus imaginari nequeunt, penitus careant neque penitus possibilitati fluctuanti subsint, firmissima videmus atque nobis certissima, ut sunt ipsa mathematicalia.« Vse navedke iz prve knjige *De docta ignorantia* navajamo po: Nicolai de Cusa, *De docta ignorantia, liber primus. Die belehrte Unwissenheit. Buch I*, ur., prev., predgovor in opombe napisal P. Wilpert, tretjo, pregledano izdajo ur. H. G. Senger, Felix Meiner, Hamburg 1979.

abstrahirani iz čutnozaznavnih predmetov, temveč samo to, da so »bolj abstraktni«.

Mnogo jasnejši je Kuzanski glede vprašanja abstrakcije matematičnih entitet v 6. poglavju druge knjige *De docta ignorantia*, kjer se *expressis verbis* strinja s peripatetično, kot jo imenuje sam, teorijo prisotnosti univerzalnosti oziroma univerzalij v posamičnih stvareh. V tem poglavju pojasnjuje »zavitje« (*complicatio*) univerzuma in tri stopnje kontrakcije univerzuma, ki je kontrahiran v vsako partikularno stvar skozi rodove, vrste in nazadnje individue. Dejansko bivajo, dejansko *so* zgolj individualne stvari; in v teh so vse stvari kontrahirano.

To pa tudi pomeni, da so univerzalnosti oziroma univerzalije dejanske samo kontrahirano oziroma na način kontrakcije: »*Et in ista consideratione videtur quomodo universalia non sunt nisi contracte actu.*«<sup>8</sup> Na podlagi te izpeljave se Kuzanski strinja s peripatetiki, ki trdijo, da univerzalnosti *actu*, to je dejansko, ne morejo biti zunaj stvari. Samo kar je *singulare*, to je posamično, je namreč dejansko, v tem singularnem pa so univerzalije na način kontrahiranosti to posamično *sámo*. Kljub temu imajo univerzalije »po naravnem redu« neko univerzalno bit, ki jo posamična stvar more kontrahirati. To ne pomeni, da je ta univerzalna bit pred kontrakcijo dejanska na kakšen drugačen način kot je »v naravnem redu«, to je kot kontrahibilna univerzalija, ki ne subsistira sama v sebi, temveč subsistira v tistem, kar je dejansko. To trditev ilustrira z matematičnimi predmeti, ki sodijo v domeno geometrije (točka, črta in ploskev). Ti matematični predmeti imajo »v redu narave« – tako kot univerzalije – neko univerzalno bit, ki ni dejanska, saj so točka, črta in ploskev dejanski samo v nekem materialnem telesu, ki pa je »pred«, predhodi tej aktualizaciji: »Kljub temu imajo univerzalije v redu narave neko univerzalno bit, ki je kontrahibilna od posamičnega, [in s tem] ne [mislim], da so dejanske pred kontrakcijo [in] na drugačen način kot skladno z naravnim redom, [tj. drugače kot] kot kontrahibilna univerzalija, [ki] ne obstaja samostojno v sebi, temveč v tistem, kar je dejansko, tako kot so – v napredujočem redu – točka, črta in ploskev pred [materialnim] telesom, v katerem so, [in to] samo [v njem], dejansko.«<sup>9</sup>

<sup>8</sup> *De docta ign.* II, 6. Vse navedke iz druge knjige *De docta ignorantia* navajamo po: Nicolai de Cusa, *De docta ignorantia, liber secundus. Die belehrte Unwissenheit. Buch II*, ur., prev., predgovor, opombe in register napisal P. Wilpert, drugo, izboljšano izdajo ur. H. G. Senger, Felix Meiner, Hamburg 1979.

<sup>9</sup> *Ibid.*: »Habent tamen universalia ordine naturae quoddam esse universale contrahibile per singulare, non quod sint actu ante contractionem aliter quam naturali ordine, ut universale contrahibile in se non subsistens, sed in eo quod actu est, sicut punctus, linea et superficies ordine progressivo corpus, in quo actu tantum sunt, praecedunt.«

Rečeno drugače: tako kot so »pred« telesom, predhodijo telesu (v naslednjem vrstnem redu) točka, črta in ploskev, čeprav dejansko bivajo samo v njem, tako tudi univerzalnosti pred kontrakcijo ne bivajo drugače, kot je v naravnem redu, to je kot nekaj univerzalnega, kar je mogoče kontrahirati, kar pa ne subsistira »v sebi«, temveč v tistem, kar je dejansko (*actu est*). Rečeno še drugače, univerzalije, med katere prišteva Kuzanski tudi matematične predmete, ki sodijo v področje geometrije (točka, črta in ploskev) so po nekem naravnem redu »pred« telesom, dejansko pa so samo v telesu. Ker eksistira univerzum *actu* samo kontraktno, eksistirajo skladno s tem *actu* tudi vse univerzalije samo kontraktno.

Sedaj pa Kuzanski uvede odločilni poudarek, ki zadeva vprašanje abstrakcije. Kuzanski potegne paralelo med univerzalijami ter točko, črto in ploskvijo, in zatrdi, da niti univerzalije niti omenjeni geometrični predmeti, kljub temu, da *actu* ne eksistirajo zunaj singularnih stvari, niso zgolj *entia rationis*. Kuzanski skuša obraniti tezo, da imajo univerzalije neko univerzalno bit, ki jo imajo univerzalije v singularnih stvareh, v katerih eksistirajo kot dejanske, oziroma skuša pokazati, da univerzalije ne nastanejo samo z abstrakcijo, kar bi pomenilo, da so zgolj *ens rationis*, temveč, da so univerzalije kot univerzalije v posamičnih, singularnih stvareh. To stori Kuzanski tako, da zatrdi, da tudi črta in ploskev, ki sta tudi univerzaliji, nista zgolj *entia rationis*, četudi *actu* ne eksistirata zunaj nekega singularnega materialnega telesa (in bi skladno s tem kdo lahko mislil, da nista več nekaj »univerzalnega«). Črta in ploskev eksistirata v nekem materialnem telesu, se pravi, da eksistirata tako, kot so univerzalije v singularnih stvareh, vendar pa to še ne zadošča za sklep, da sta črta in ploskev kot nekaj univerzalnega zgolj *entia rationis*. Um s pomočjo abstrakcije povzroči, da so ti matematični predmeti zunaj stvari, in abstrakcija je gotovo *ens rationis*, saj točka, črta in ploskev namreč ne morejo imeti absolutne biti, saj je v celoti univerzalen samo Bog: »Univerzalnosti niso samo bivajoče razuma, četudi dejansko niso zunaj posamičnih stvari. Tako kot črta in ploskev nista, četudi se ne nahajata zunaj telesa, zavoljo tega samo bivajoče razuma. Vseeno napravi um z abstrakcijo, da sta zunaj stvari. Abstrakcija pa je bivajoče razuma, ker njima ne more ustrezati absolutna bit. Popolnoma absolutno univerzalno je namreč samo Bog.«<sup>10</sup>

Kaj Kuzanski pove v tem odlomku? Da univerzalije kljub temu, da zunaj

<sup>10</sup> *Ibid.*: »Non sunt universalialia solum entia rationis, licet non reperiantur extra singularia actu. Sicut et linea et superficies, licet extra corpus non reperiantur, propterea non sunt entia rationis tantum, quoniam sunt in corpore sicut universalialia in singularibus. Intellectus tamen facit ea extra res per abstractionem esse. Quae quidem abstractio est ens rationis, quoniam absolutum esse eis convenire non potest. Universalie enim penitus absolutum deus est.«

singularnih stvari niso dejansko, niso zgolj *entia rationis*, kar ponazori z primerom točke, črte in ploskve. Točka, črta in ploskev so dejansko samo v telesu, to je v nekem čutnozaznavnem materialnem predmetu, vendar pa zato niso samo *entia rationis*. Zakaj ne? Ker eksistirajo v nekem konkretnem predmetu, tako kot so univerzalnosti v singularnostih. Kljub temu človeški um napravi, da so zunaj čutnozaznavnih stvari, s pomočjo abstrakcije (*per abstractionem*). Abstrakcija pa je *ens rationis*. Zakaj? Ker geometrijski predmeti, kot nekaj univerzalnega, ne morejo imeti absolutne biti. Tisto univerzalno, ki je popolnoma absolutno, to je »ločeno-od-materije«, je namreč zgolj in samo Bog.

Kuzanski torej v tem odlomku eksplicitno povezuje proces abstrakcije matematičnih predmetov iz čutnozaznavne materije s statusom *mathematicalia* kot *entia rationis*. »Bivajoče razuma« pa eksplicitno in jasno poveže z abstrakcijo. Najprej so točka, črta in ploskev v telesu. Um povzroči, tako da izvede operacijo abstrakcije, da so zunaj telesa. Ta abstrakcija pa je *ens rationis*. *Mathematicalia* so torej bivajoče razuma, kolikor so abstrahirane, to je ločene od telesnosti oziroma materialnosti. Toda ob tem se zastavi vprašanje, kako natančno razume Kuzanski abstrakcijo? V nadaljevanju Kuzanski sicer obljublja, da bo natančneje razložil, »kako je univerzalno skozi abstrakcijo v umu« (*»quomodo autem universale per abstractionem in intellectu«*) v knjigi *De coniecturis*, ki jo je snoval in delno tudi pisal vzporedno z knjigami *De docta ignorantia*, vendar pa v verziji, ki jo poznamo, tega ni mogoče najti. Kljub temu je to mogoče v grobem izpeljati tudi na podlagi tega, kar pove v nadaljevanju. Če pa je to mogoče za univerzalije, dobimo s tem obenem tudi uvid v to, kako so z abstrakcijo v umu tudi matematični predmeti, saj Kuzanski matematične predmete tu obravnava kot primere univerzalij.

Univerzalno oziroma univerzalija (in tako tudi *mathematicalia*) je v umu sam in tako *intellectualiter contracte*, to je kontrahirano na način uma. Ker je bit uma »jasnejše in ostrejše umevanje«, dojemata kontrakcijo univerzalnosti v sebi in v drugih stvareh. Kako se to zgodi? Psi in druge živali iste vrste so združeni (*uniuntur*) zaradi skupne specifične narave, ki je v njih. Rečeno drugače, različne živali sodijo v eno vrsto, ker imajo v sebi vrsto narave, ki jim je vsem skupna. Ta skupna specifična narava pa je v njih prisotna, in to kot kontraktna (*contracta*), četudi um kateregakoli človeka (Kuzanski sicer pravi »um Platona«, vendar je iz vsebine popolnoma jasno, da bi namesto Platónovega imena lahko uporabil ime kogarkoli), v sebi oziroma sam sebi, na podlagi primerjave podobnosti različnih primerkov živali, ne bi naredil te »vrste«. Kar zadeva dejavnost (*operatio*) uma, ta torej sledi »biti in življenju« in ne obratno: um s svojo dejavnostjo ne more podeliti biti niti življenja niti umevanja. Torej sledi, kar zadeva umevane stvari, umevanje tega istega uma, skozi podobnosti, ki jih napravi, biti in življenju narave. Zato so univerzalnosti, ki

jih naredi, tako da primerja posamezne substance iste vrste, podobnosti univerzalnosti, ki so kontrahirane v stvareh. S tem Kuzanski zaključí argument, da univerzalije, kljub temu, da so *actu* samo v singularnih stvareh, niso zgolj *entia rationis*.

Do tu Kuzanski v bistvu sledi, če se lahko tako izrazimo, nominalističnemu razumevanju univerzalnosti. Univerzalije bivajo v posamičnih stvareh, le-te pa um s svojo dejavnostjo abstrakcije teh univerzalnosti od njihovih partikularnih pogojev naredi za univerzalnosti, ki so v umu. Najprej je univerzalnost, na primer vrsta »pes«, ki je na način kontrakcije oziroma kontrahirano, v partikularnih psih, nato napravi um, tako da s primerjanjem različnih psov ugotovi, da si različni psi delijo isto specifično naravo, podobnost te specifične narave (v našem primeru narave vrste »pes«) v umu. Toda – pozor – na tej točki Kuzanski perspektivo obrne. Te univerzalnosti so, preden jih um skozi umevanje, ki je njegova dejavnost, »razvije« v zunanjih znakih, že v umu. Um namreč ne more umevati ničesar, kar ni na kontrahiran način že v njem [on] sam: »*Quae in ipso intellectu iam sunt contracte, antequam etiam exteris illis notis explicet per intelligere, quod est operari ipsius. Nihil enim intelligere potest, quod non sit iam in ipso contracte ipsum.*«<sup>11</sup> To pa pomeni, da um, s tem ko umeva, »razvija« svet podobnosti, ki je v njem kontrahiran, s pomočjo znakov: »*Intelligendo igitur mundum quendam similitudinarium, qui est in ipso contractus, notis et signis similitudinariis explicat.*«<sup>12</sup>

To pomeni, da na ta način dobimo dva sveta: na eni strani svet kontrahiranih univerzalnosti, ki so v stvareh, na drugi strani kontrahiran svet univerzalnosti, ki so v umu. Um te univerzalnosti sicer abstrahira iz čutnozaznavne stvarnosti, iz singularnih instanc v katerih so, vendar to samo ob pogoju, da so te univerzalnosti na neki način prej že prisotne tudi v umu. To velja seveda tudi za *mathematicalia*, ki so ravno tako neke vrste univerzalnosti: preden jih um s pomočjo abstrakcije, ki je *ens rationis*, loči od njihovih partikularnih pogojev, so v umu *contracte*. Preden um abstrahira točko, črto ali ploskev od čutnozaznavne stvarnosti nekega tridimenzionalnega telesa, so točka, črta in ploskev, ki so primeri geometričnih, torej matematičnih predmetov, ki so tudi univerzalnosti, v tem umu prisotne *contracte*. Univerzalnosti (vrste/*species* ali tudi oblike/*formae* in matematični predmeti/*mathematicalia*) imajo svojo bit, če upoštevamo tudi dejstvo, da so *formae* dejansko samo v božji besedi, na tri načine: kot so v Bogu (absolutno), kot so v stvareh (kontrahirano), kot so v umu (na bolj absoluten način, a vseeno kontrahirano). »Oblike pa, ki so v umski ustvarjeni naravi, kljub temu, da so skladno z umsko naravo bolj absolutne, vseeno niso brez kontrakcije; tako so um, čigar dejavnost je umevati s

<sup>11</sup> *Ibid.*

<sup>12</sup> *Ibid.*

pomočjo abstraktivne podobnosti, kot pravi Aristotel. O tem [bom] nekaj [razložil] v knjigi 'De coniecturis'.<sup>13</sup>

Kuzanski v *De docta ignorantia* bivanje matematičnih predmetov na eni strani poveže z delovanjem uma, ki jih abstrahira iz čutnozaznavne stvarnosti, pri čemer imenuje abstrakcijo *ens rationis*, na drugi pa hkrati zatrdi tudi to, da so matematični predmeti že pred samo abstrakcijo prisotni v umu. Ob tem si lahko zastavimo naslednje vprašanje: čemu služi abstrakcija, če so matematični predmeti, preden jih um z abstrakcijo naredi za *entia rationis*, prisotni v umu *contracte*? Kako se lahko Kuzanski sklicuje na Aristotela in njegovo teorijo abstrakcije preko podobnosti,<sup>14</sup> če pa hkrati trdi, da so vse univerzalnosti že prej prisotne v umu, ki to abstrakcijo izvaja?

2. Odgovor na to vprašanje dobimo v 7. poglavju *De mente*. Kuzanski tu pojasnjuje, kako je človeška duša gibajoče se število, ki je kot vse ostale stvari v svetu »produkt« božjega duha in kot taka sodi v »božje število« oziroma substancialno število. Vendar pa je to božje število zaznamovano z izjemnostjo, ki dušo postavlja v drugačno luč kot ostala božja števila. *Mens* je namreč živo božje število in sicer tako, ki je najbolje »proporcionirano« za ustreznost, primernost, odsevati božjo harmonijo, in ki v sebi »zavija« vsako čutno, razumsko in umsko harmonijo. Kajti četudi je človeški duh božje število, je vseeno tako število, da je enostavna enost, ki proizvaja število iz svoje moči. Zato je razmerje božjih del do Boga enako kot razmerje del našega duha do njega: »Kajti četudi je duh božje število, je kljub temu število na tak način, da je enostavna enost, ki proizvaja iz svoje moči svoje število. Zato je razmerje del našega duha do duha samega, tako kot je razmerje božjih del do Boga.«<sup>15</sup> Kuzanski torej ponovi trditev, ki smo jo srečali že v *De docta ignorantia*, da duh (prej um) na neki način v sebi »zavija« vse harmonije (čutno, razumsko in umsko) in tako na neki način tudi že vsebuje vsa *mathematicalia*, ki jih potem iz svoje moči »razvija«. Na podlagi rečenega pa *idiota* določi razliko med bož-

<sup>13</sup> *De docta ign.* II, 9: »Formae autem, quae sunt in natura intellectuali creata, licet secundum intellectualem naturam sint magis absolute, tamen sine contractione non sunt, ut sint intellectus, cuius operatio est intelligere per similitudinem abstractivam, ut ait Aristoteles. De quo quaedam in libro De coniecturis.« Kuzanski v *De docta ignorantia* kar dvakrat zatrdi, da bo več o tem, kako pride do abstrakcije v umu, povedal v *De coniecturis*. Prvič v 6. poglavju druge knjige, drugič v 9. poglavju iste knjige.

<sup>14</sup> V svojem prevodu *Učene nevednosti* napotuje J. Hopkins na *De anima* III 8, 431b28 – 432a4. Cf. J. Hopkins, *Nicholas of Cusa on Learned Ignorance: A Translation and Appraisal of 'De docta ignorantia'*, A. J. Banning Press, Minneapolis 1981, str. 197, op. 110.

<sup>15</sup> *De mente* 7: »Nam mens etsi sit numerus divinus, est tamen ita numerus, quod est unitas simplex ex sua vi numerum suum exserens. Unde quae est proportio operum dei ad deum, illa operum mentis nostrae ad mentem ipsam.« Vse navedke iz *De mente* navajamo po: Nicolai de Cusa, *Idiota de mente. Der Laie über den Geist*, ur. prev. in opombe napisala R. Steiger, uvod G. Santinello, Felix Meiner, Hamburg 1995.



jim duhom in človeškim duhom: ta je taka kot med »delati«, »proizvajati« (*facere*) in »gledati« (*videre*). Ko božji duh misli (*concupiendo*), ustvarja, naš duh pa se asimilira stvarnosti, tako da dela pojme (*notiones*) in umska videnja (*intellectuales visiones*). Božji duh je *vis entificativa*, naš duh je *vis assimilativa*. Oba duha nekaj »proizvajata«: božji ustvarja stvarni univerzum, človeški pa se s tem, ko dela pojme in umske vizije, asimilira, vendar skozi to gradi svoj lastni svet, tako kot Bog lastnega.

Sledi natančen prikaz postopka, kako duh »iz sebe« proizvaja »oblike stvari na način asimilacije« (*quomodo mens ex se exserit rerum formas via assimilationis*), pri čemer je v ozadju klasična razdelitev znanosti na fiziko, matematiko in teologijo.

Proces asimilacije našega duha lahko po Kuzanskem razdelimo na dve skupini. Prva skupina se sestoji iz asimilacij, ki so značilne za čutila, imaginacijo in diskurzivno mišljenje (*ratio*). Značilnost te stopnje je, da duh tvori asimilacije s tem, da je (i.) kot duša v telesu in da oživlja telo. Druga skupina vsebuje asimilacije oblik, »ne kot so te v materiji, temveč tako, kot so te v sebi in po sebi« (*non ut sunt immersae materiae, sed ut sunt in se et per se*). Oblike doseže duh na tej stopnji tako, da deluje kot čisti, od telesa ločeni duh. Duh deluje brez pomoči telesa, najprej (ii.) »kot duh po sebi, ki pa je vseeno združljiv s telesom« (*ut mens per se, unibilis tamen corpori*), nato pa kot (iii.) »duh, ki sploh ne more biti združen s telesom«.

(i.) Prva stopnja, katere rezultat so mehanične umetnosti ter fizikalni in logični približki, je rezultat dejavnosti organskega duha (*spiritus organicus*). Na stopnji delovanja razumskih asimilacij (*rationales assimilationes*), razumeva človeška »moč duha« (*vis mentis*) stvari na način, kot so te »v možnosti biti oziroma materiji« (*in possibilitate essendi seu materia*) in »na način kot je zmožnost biti določena z obliko« (*et modo, quo possibilitas essendi est per formam determinata*). Ker s temi asimilacijami doseže samo pojme (*notiones*) čutnozaznavnih stvari, v katerih oblike stvari niso resnične, ampak zatemnjene zaradi spremenljivosti materije, so ti pojmi prej približki (*coniecturae*) kot resnice. Pojmi, ki so doseženi z racionalnimi asimilacijami, so negotovi, saj bolj ustrezajo podobam oblik, kot pa da so resnice. »*Sic itaque dico, quod notiones, quae per rationales assimilationes attingitur, sunt incertae, quia sunt secundum imagines potius formarum quam veritates.*«<sup>16</sup>

Druga skupina asimilacij vsebuje asimilacije oblik, »ne, kot so te v materiji, temveč tako, kot so te v sebi in po sebi«. *Mens* deluje na tej stopnji kot čisti, od telesa ločeni duh, to je brez pomoči telesa, in sicer najprej (ii.) »kot duh

<sup>16</sup> *De mente* 7.

po sebi, ki pa je vseeno združljiv s telesom«, nato pa kot (iii.) »duh, ki sploh ne more biti združen s telesom«.

(ii.) Ko deluje kot »duh *per se*, vendar združljiv s telesom«, napravi – tako da »opazuje svojo nespremenljivost«– asimilacije oblik, ne kot so te potopljene v materijo, temveč kot so »v sebi in po sebi«, in dojame nespremenljiva kajstva stvari, uporabljajoč kot orodje samega sebe, ne pa kakšen telesni duh: »Po tem tvori naš duh, ne kot potopljen v telo, katerega oživlja, temveč kot je duh po sebi, a vendar združljiv s telesom, s tem ko gleda svojo nespremenljivost, asimilacije oblik, ne kot so potopljene v materijo, temveč kot so v sebi in po sebi, in zasnuje nespremenljiva kajstva stvari, uporabljajoč samega sebe kot orodje, brez kakega telesnega organa [...].«<sup>17</sup> Rezultat te stopnje so matematične znanosti, saj Kuzanski gornji postopek ilustrira z dejavnostjo duha, ko snuje, »koncipira«, dojema (*concipit*), da je krog lik, ki ima vse črte, ki vodijo od središča do oboda, enake, kar pa ne more biti res za noben krog, ki je zunaj duha, to je v materiji: »[...] tako kot, ko dojema, da je krog lik, katerega črte, potegnjene iz njegovega središča, so enake – [to je] na način biti kroga, ki ne more biti zunaj duha v materiji.«<sup>18</sup> Problem geometrijskih likov, kot so ti v materiji, je namreč v tem, da zaradi njene spremenljivosti ni mogoče, da bi bile v materiji dve črti popolnoma enaki, še manj pa je mogoče takšen popoln krog narisati. Zato je krog v duhu *exemplar et mensura* resnice kroga narisane na tleh.

Kakšne asimilacija napravi v tem primeru duh? Čemu se asimilira? Ker duh dela te asimilacije, kot je v sebi in ločen od materije, se tudi asimilira abstraktnim oblikam in na ta način proizvaja gotove, trdne matematične znanosti. Na ta način je duhu tudi očitno, da je njegova moč/prednost v asimiliranju stvarjem in delanju pojmov stvari, kolikor so te v nujnosti *complexionis*: »In ker duh, kot je v sebi in abstrahiran od materije, tvori te asimilacije, se tedaj asimilira abstraktnim oblikam. In z ozirom na to moč proizvaja gotove matematične znanosti in izkusi, da je njegova prednost asimilirati se stvarjem, kolikor so v nujnosti povezave in tvoriti pojme.«<sup>19</sup>

<sup>17</sup> *De mente* 7: »Post haec mens nostra, non ut immersa corpori, quod animat, sed ut est mens per se, unibilis tamnen corpori, dum respicit ad suam immutabilitatem, facit assimilationes formarum non ut sunt immersae materiae, sed ut sunt in se et per se, et immutabiles concipit rerum quiditates utens se ipsa pro instrumento sine spiritu aliquo organico, [...].«

<sup>18</sup> *Ibid.*: »[...] sicut dum concipit circulum esse figuram, a cuius centro omnes lineae ad circumferentiam ductae sunt aequales, quo modo essendi circulus extra mentem in materia esse nequit.«

<sup>19</sup> *Ibid.*: »Et quia mens ut in se et a materia abstracta has facit assimilationes, tunc se assimilat formis abstractis. Et secundum hanc vim exserit scientias certas mathematicas et

Rezultat delovanja duha na tej »ravni« so torej matematične oblike, ki jih duh proizvaja tako, da jemlje kot orodje v postopku samega sebe, opazujoč svojo lastno nespremenljivost, in se jim tako priliči, asimilira. Tu pa zopet nastopi obrat: četudi duh na tej stopnji proizvaja matematične predmete iz samega sebe, mora biti v te »asimilativne abstrakcije« (*assimilationes abstractivas*) spodbujen s čutnozaznavnimi predstavami, t. i. »fantazmami« (*phantasmata*) oziroma podobami oblik (*imagines formarum*), ki jih odkrije skozi asimilacije, ki so narejene v telesnih organih, to je na prvi stopnji: »V te abstraktivne asimilacije pa je spodbujen (*incitatur*) s 'fantazmami' oziroma podobami oblik, katere je odkril prek asimilacij, ki so bile narejene v organih [...].«<sup>20</sup> Na ta način je duh spodbujen s »fantazmami«, s čutnozaznavnimi podobami oziroma podobami oblik, da išče njihov resnični »pralik« (*exemplar*), tako kot je kdo spodbujen s lepoto podobe, da išče »pralik« lepote. V tej abstraktivni asimilaciji se naš duh obnaša, kot če bi bila prožnost, prilagodljivost, voljnost, »fleksibilnost« (*flexibilitas*), ločena/abstrahirana od vseh »fleksibilnih« materialov, na primer voska, tona, metala itn., živa v duhovnem življenju, tako da bi se lahko sama po sami sebi asimilirala vsem likom (*figuris*), kot so v sebi in ne v materiji. »Takšna bi uvidela, da so [vsebovani] v moči njene žive prožnosti, to je v njej [sami], pojmi vsega, ker se lahko vsemu približi.«<sup>21</sup>

Kuzanski ontološki status matematičnih predmetov v *De mente*, tako kot že v *De docta ignorantia*, povezuje z dvema elementoma: s čisto duhovno dejavnostjo, ki ni povezana z čutnozaznavnim svetom, tj. z duhom kot je ta v sebi, vendar pa mora biti ta duh v to dejavnost spodbujen s čutnim zaznavanjem, torej mora biti sicer duh, kot je v sebi, toda združljiv s telesom. V produkciji matematičnih entitet je duh v položaju presečišča med čutnozaznavnim svetom in čistim svetom absolutnih pojmov (*rationes*), kjer je vse eno, tj. območjem teoloških spekulacij.

(iii.) Tretja stopnja asimilacij je stopnja teoloških spekulacij. Duh na prejšnji način še vedno ni zadovoljen, ker ne zre natančne resnice vsega, temveč vidi resnico v vsaki stvari z njej določeno nujnostjo, vidi, kako je ena stvar tako, druga drugače, in da je sleherna sestavljena iz delov. Ker vidi, da ta način biti ni Resnica sama, temveč udeleženost na resnici, tako da je nekaj resnično tako, drugo zopet drugače, ta drugost pa ne more biti lastna resnici »na sebi« (*in se*), motreni v njeni neskončni in absolutni natančnosti, se duh,

---

comperit virtutem suam esse se rebus, prout in necessitate complexionis sunt, assimilandi et notiones faciendi.«

<sup>20</sup> *Ibid.*: »Et incitatur ad has assimilationes abstractivas per phantasmata seu imagines formarum, quas per assimilationes factas in organis deprehendit, [...].«

<sup>21</sup> *Ibid.*: »Talis enim in vi suae flexibilitatis vivae, hoc est in se, notiones omnium, quoniam omnibus se conformare posset, esse conspiceret.«

opazujoč svojo enostavnost, kot je namreč ne samo abstrahiran (*abstracta*) od materije, temveč kot je nezdružljiv z materijo oziroma na način oblike, ki ni zedinljiva z materijo, uporablja to svojo enostavnost kot orodje, da bi se tako asimiliral vsemu, ne samo ločeno/abstraktno zunaj materije, temveč v enostavnosti, ki z materijo sploh ni združljiva. »In na ta način vidi v svoji enostavnosti vse, tako kot [vidi] v točki vse velikosti in v središču krog, in tam vidi vse stvari brez sestave delov in ne kot da je eno to in drugo nekaj drugega, temveč vse kot eno in eno [kot] vse.«<sup>22</sup> To je »*intuitio veritatis absolute*«. Tu vidi duh, da je vse eno, in da je on sam asimilacija temu enemu, s katero tvori pojme o enem, ki je vse: »In na ta način vidi, da je vse eno in da je sam asimilacija tistega enega, s katero tvori pojme o enem, ki je vse.«<sup>23</sup>

Ko Kuzanski pojasni tri različne načine, kako duh v postopku asimilacije iz samega sebe proizvaja oblike stvari, pojasni tudi, kako razume matematično abstrakcijo, ki je obenem tudi *ens rationis*. Ko deluje človeški duh kot »duh *per se*, vendar združljiv s telesom,« napravi, uporabljajoč kot orodje samega sebe – tako da »opazuje svojo nespremenljivost« –, asimilacije nematerialnih oblik, oblik, kot so te »v sebi in po sebi«. Ko duh *concipit*, da je krog lik, ki ima vse črte, ki vodijo od njegovega središča do oboda, enake, tvori abstraktivno asimilacijo, in tako *facit* geometrijske predmete oziroma *notiones*. Rezultat delovanja duha so matematični liki, ki jih duh proizvaja tako, da jemlje kot orodje v postopku samega sebe, opazujoč svojo lastno nespremenljivost, in se jim tako priliči, asimilira. Drugače kot čutnozaznavni matematični predmeti, ki so podvrženi spremenljivosti materije, so matematične entitete, ki jih duh proizvede »iz samega sebe« brez te spremenljivosti, vendar pa zato še niso čista enostavnost. Matematični liki se na tej stopnji še vedno razlikujejo med seboj in tudi niso en sam lik, ki v sebi vsebuje vse ostale like: med njimi vlada drugost.

Vendar pa mora biti duh v te »asimilativne abstrakcije« (*assimilationes abstractivas*) spodbujen. Če ni spodbude t. i. »fantazem« oziroma »podob oblik« (*imagines formarum*), ki pa so rezultat čutnozaznavne asimilacije, se pravi popolnoma običajnega čutnega zaznavanja stvari v svetu, potem duh ne more iz sebe tvoriti čistih matematičnih predmetov. V abstraktivne asimilacije je duh spodbujen (*incitatur*) s 'fantazmami' oziroma podobami oblik, ki jih je odkril prek asimilacij, ki so bile narejene v telesnih organih. V tej abstraktivni asimilaciji se človeški duh obnaša kot neka živeča, od materije ločena fleksi-

<sup>22</sup> *Ibid.*: »Et hoc modo in simplicitate sua omnia intuetur, sicut si in puncto omnem magnitudinem et in centro circulum, et ibi omnia intuetur ansque omni compositione partium et non ut unum est hoc et aliud illud, sed ut omnia unum et unum omnia.«

<sup>23</sup> *Ibid.*: »Et hoc modo intuetur omnia unum et se illius unius assimilationem, per quam notiones facit de uno quod omnia.«

bilnost, tako da se lahko sam po sami sebi asimilira vsem likom (*figuris*), kot so v sebi in ne v materiji. Na ta način, ker se lahko asimilira vsem stvarjem, pa človeški duh tudi uvidi, da so v njem vsebovani »pojmi vseh stvari« (*notiones omnium*).

Kuzanski tako za produkcijo matematičnih predmetov potrebuje dvoje: na eni strani abstrakcijo, ki izhaja iz čutnozaznavnega sveta, iz »fantazem«, ki jih duh naredi o čutnozaznavni stvarnosti, in ki spodbudijo »abstraktivno asimilacijo«, na drugi strani pa potrebuje tudi to, da so vsi matematični predmeti (tako kot pojmi vsega drugega) že vsebovani v duhu in jih duh, spodbujen z »fantazmami«, na neki način »projecira«, »konstruira« iz samega sebe, iz svoje lastne moči. Krog je tako sklenjen. Kuzanski se na to, da so matematični predmeti abstrahirani iz čutnozaznavnega sveta, ne sklicuje samo enkrat, in običajno tudi ne vidi nikakršnega protislovja med svojo teorijo matematičnih predmetov kot »bivajočega v razumu«, bivajočega, ki je »brez narave«, in dejstvom, da so matematične entitete na neki način abstrakcije iz čutnozaznavnega sveta, kar nakazuje, vsaj implicitno, da se Kuzanski v nekem temeljnem aspektu svoje filozofije matematike mogoče opira na Aristotela, za katerega naj bi bila značilna teorija, po kateri nastanejo matematični predmeti skozi abstrakcijo. Toda na drugi strani Kuzanski tej teoriji abstrakcije doda tudi element, ko so matematični predmeti pravzaprav proizvedeni iz duha in ne iz stvarnosti. *Mathematicalia* so *entia rationis*, izdelana v našem duhu in z našim duhom. Rečeno na kratko: Kuzanski potrebuje za vzpostavitev matematičnih entitet tako »abstrakcijo« iz čutnozaznavne stvarnosti kot »projekcijo« iz duha.

## II. Aristotel in abstrakcija matematičnih predmetov

Vrnimo se sedaj k vprašanju razmerja Kuzančeve in Aristotelove filozofije matematike. Kot je pokazala dosedanja analiza, se Kuzanski večkrat sklicuje na abstrakcijo matematičnih entitet iz čutnozaznavne stvarnosti, pa tudi na t. i. »miselno materijo«; abstrakcija in »miselna materija« pa sta ena od osnovnih elementov Aristotelove filozofije matematike. V nadaljevanju bomo skušali ugotoviti, ali je za Aristotela abstrakcija dejansko tudi tisti temeljni element filozofije matematike, v luči katerega je treba brati vse druge elemente (»biti-ločen-v-mišljenju«, t. i. »qua-teorijo« in že omenjeno »miselno materijo«),<sup>24</sup> tako da bi bil Aristotel v tem primeru »abstrakcionista«, zastopnik teori-

<sup>24</sup> Več o tem v: J. Annas, »Die Gegenstände der Mathematik bei Aristoteles«, v: A. Gräser (ur.), *Mathematics and Metaphysics in Aristotle/Mathematik und Metaphysik bei Aristoteles*, Paul Haupt, Bern/Stuttgart 1987. V nadaljevanju se v veliki meri opiramo na ta pronicljiv članek.

je, po kateri imajo matematični predmeti svojo eksistenco samo v matematičnem mišljenju, s katerim ta abstrahira matematične predmete iz čutnozaznavne stvarnosti ali ne. Ali so za Aristotela matematični predmeti kot abstrakcije *entia rationis*, kot trdi Kuzanski?

Aristotelovo stališče v filozofiji matematike je mogoče najlažje opisati kot »antiplatonizem«, saj Aristotel »vseskozi odklanja pitagorejsko-platonistično hipotezo o samostojni bitnosti matematičnih elementov«. <sup>25</sup> Vprašanje je seveda, kaj to natančno pomeni in kakšna je Aristotelova alternativa Platonovemu platonizmu. Ena od posledic interpretacije, ki vidi Aristotelovo filozofijo matematike predvsem kot reakcijo na Platonov nauk, je tudi, da se Aristotelova filozofija matematike pogosto razume kot abstrakcionizem. Ker Aristotel močno kritizira Platonov nazor, da matematični predmeti eksistirajo samostojno in ločeno od čutnozaznavnih stvari, naj bi se on sam odpovedal takim predmetom, ne da bi pri tem mogel zanikati, da matematični predmeti nekako eksistirajo. Zelo pogosto se iz tega izpelje sklep, da se Aristotelovi matematični predmeti od Platonovih razlikujejo samo v tem, da ti »eksistitajo samo v abstrahirajočem mišljenju matematikov, ker je njihov način biti *eks aphaireseos*«. <sup>26</sup> Tako so v tej interpretaciji »predmeti matematike bistveno odvisni od mišljenja; eksistirajo samo kot predmeti abstrakcije«. <sup>27</sup> Ker se »matematični elementi in teoremi konstituirajo šele v postopku miselnega 'od-vzemanja', 'odločanja', 'razlikovanja', je Aristoteles matematične predmete preprosto imenoval 'tisto, kar je po abstrakciji', *ta eks aphaireseos*, s čimer je preko teorije matematike zasnoval teorijo abstrakcije sploh«. <sup>28</sup> Matematični predmeti oziroma kar »vsa matematična določila so tako rezultat matematikovega miselnega postopka, saj nastopajo v stvareh le potencialno in nejasno. Šele aktivnost matematične analize in sinteze matematičnega mišljenja jih spravi na dan«. <sup>29</sup>

Na podlagi »abstrakcionizma« se velikokrat interpretira tudi knjiga »Mu 3« *Metafizike*, v kateri govori Aristotel o tem, da obravnava matematik čutnozaznavne velikosti, vendar ne kot čutnozaznavne, temveč kot (*he, qua*) ploskve, črte itn. <sup>30</sup> Tu igra odločilno vlogo besedica *he*, latinsko *qua*, ki pomeni

<sup>25</sup> V. Kalan, *Dialektika in metafizika pri Aristotelu*, Mladinska knjiga, Ljubljana 1981, str. 133.

<sup>26</sup> J. Annas, *op. cit.*, str. 132.

<sup>27</sup> *Ibid.*, str. 133.

<sup>28</sup> V. Kalan, *op. cit.*, str. 134.

<sup>29</sup> *Ibid.*, str. 134–35.

<sup>30</sup> *Metaph* XIII 3, 1077b 21-23: »[...] se razkrije, da je mogoče, da se tako izreki kakor tudi dokazi nanašajo tudi na čutnozaznavne velikosti, toda ne, kolikor so čutno zaznavne, temveč kolikor (*he*) imajo določene lastnosti.« Vsi navedki iz *Metafizike* so navedeni po: Aristoteles, *Metafizika*, prev., spremna beseda, opombe in glosarij V. Kalan, Založba ZRC, Ljubljana 1999.

»kot«, »kolikor«. Aristotel sodi, da lahko s to t. i. »qua-teorijo« pokaže, v kakšnem smislu postavljajo matematiki matematične predmete upravičeno *qua* ločene, čeprav v stvarnosti niso dejansko ločeni: »Najbolje pa bi utegnilo biti mogoče vsako stvar pozorno sprevideti na ta način, če nekdo to, kar sicer ne biva samostojno po sebi [oziroma ločeno], postavi kot ločeno.«<sup>31</sup> V *Fiziki*<sup>32</sup> so matematični predmeti opisani kot »ločeni v mišljenju«, s čemer se še okrepi tendenca, da se tudi knjigo »Mu 3« interpretira kot abstrakcionizem.

Abstrakcionistična interpretacija Aristotelove filozofije matematike ima seveda oporo v besedilih, saj Aristotel na številnih mestih govori o tem, da so matematični predmeti dojeti v našem mišljenju skozi abstrakcijo od čutnozaznavnega. Kljub temu pa je treba najprej ugotoviti, da so poleg abstrakcije v Aristotelovi filozofiji matematike prisotni vsaj še trije elementi (»biti-ločen-v-mišljenju«, »miselna materija« in že omenjena »qua-teorija«), in kot drugo premisliti v kakšnih medsebojnih razmerjih so ti elementi Aristotelove filozofije matematike. Pri tem je seveda »veliko odvisno od tega, kateremu [od teh elementov] pripišemo glavno vlogo.«<sup>33</sup> Med modernimi interpreti Aristotela je nekaj časa prevladovalo prepričanje, da je temeljni element Aristotelove filozofije matematike abstrakcija in da skladno s tem »matematični predmeti eksistirajo samo v matematikovem duhu, ki razmišlja o trikotnikih, kotih itn., ki jih dojema ločeno od materije.«<sup>34</sup> Menimo, da je takšna interpretacija zaradi različnih razlogov, ki jih tu ne moremo natančno analizirati, napačna, četudi ima, kot bomo videli kasneje, abstrakcionistična interpretacija Aristotelove filozofije matematike zgodovinsko prvenstvo.

Pojasnimo najprej, kaj pomeni, da je nekaj *eks aphaireseos* oziroma kaj pomeni *aphairesis*. Prej kot »abstrakcija« pomeni *aphairesis* »odvzemanje«, oziroma celo »odštevanje«, »subtrakcija«. Nasprotje od *aphairesis* je *prosthesis*, to je »dodajanje« oziroma »seštevanje«, »adicija«. To »odvzemanje« lahko razumemo kot tisto, kar se običajno razume kot abstrakcija, se pravi opustitev čutnozaznavnih lastnosti nekega predmeta. Aristotel razume te vrste abstrakcijo kot značilno za predmete matematičnega mišljenja, čeprav nikjer ne pojasni, kaj natančno to pomeni. Abstrakcija kot »odvzemanje« torej pomeni »odvzemanje« v mišljenju, ki pa se lahko aplicira tako na »belega človeka«<sup>35</sup>

<sup>31</sup> *Metaph.* XIII 3, 1078a 21–22.

<sup>32</sup> *Cf. Phys.* II 2, 193b 34.

<sup>33</sup> J. Annas, *op. cit.*, str. 132.

<sup>34</sup> I. Mueller, »Aristotle's doctrine of abstraction in the commentators«, v: R. Sorabji (ur.), *Aristotle Transformed: the Ancient Commentators and their Influence*, Duckworth, London 1990, str. 465.

<sup>35</sup> V tem pomenu uporablja Aristotel *aphairesis* na koncu »Mu 2«, kjer pa sploh ne govori o matematiki, ampak o »belem človeku«, kateremu je mogoče odvzeti sestavni del

kot na čutnozaznavne ploskve, črte itn. *Aphairesis* kot »odvzemanje«, »odštevanje«, katerega nasproten pojem je *prosthesis*, to je »dodajanje«, »seštevanje«, uporabi Aristotel v *De caelo*,<sup>36</sup> da bi tako razlikoval »matematične predmete«, ki so *ta eks aphaireseos* in »fizične predmete«, ki so *ta eks prostheseos*.<sup>37</sup> Najpogosteje pa naletimo na abstrakcijo v *De anima*, kjer pravi Aristotel med drugim tudi naslednje:

»Ker pa v resnici tudi nobena dejanska stvar ne biva, kakor se zdi, samostojno in ločeno poleg količin, ki so čutno zaznavne, tedaj predmeti mišljenja bivajo v zaznavnih oblikah, in sicer tako tisti, ki se izrekajo skozi abstrakcijo, kakor tudi vse lastnosti in stanja zaznavno bivajočega. To pa je tudi razlog, zakaj nekdo, ki ne zaznava, prav tako ne bi mogel ničesar niti razumeti niti spoznati, in zakaj je nujno, da kadar misli in razpoznavna, nujno hkrati gleda in opazuje neko podobo, saj so podobe prav takšne kakor čutni vtisi, samo da so brez snovi.«<sup>38</sup>

Ker so predmeti abstrakcije vsebovani v čutnozaznavnih oblikah (*eide*), tako kot vsako stanje in lastnost, potrebujemo, če se hočemo česa naučiti ali kaj spoznati, čutno zaznavanje. Najprej spoznavamo predmetni svet, potem pa s pomočjo nekakšne »namerne nepozornosti« opustimo čutnozaznavne lastnosti predmetov tega sveta, da bi dojeli matematične lastnosti kot rezultat abstrakcije. Matematični predmet kot rezultat matematikovega »odmišljanja«, »odvzemanja« oziroma abstrakcije, je tako opisan tudi v *Metafiziki*:<sup>39</sup>

»Prav kakor pa matematika izvaja pazljivo spregledovanje predmetov, dobljenih po odmišljanju (proučuje namreč tako, da odvzame vse čutnozaznavne stvari, na primer težo in lahkost, trdoto in njeno nasprotje, nadalje pa tudi toploto in mraz in druge čutnozaznavne protivnosti, pusti pa zgolj kolikšnost in zveznost, pri nekaterih stvareh v eni razsežnosti, pri drugih v dveh, pri drugih pa spet v treh razsežnostih, in pozorno spregleduje lastnosti teh stvari, kolikor so kolikšne in zvezne, ne pa glede na kaj drugačnega, medtem ko pri drugih opazuje njihove medsebojne lege in njim pripadajoče lastnosti, pri nekaterih pa njihove soizmerljivosti in nesomernosti, pri nekaterih odnose, vendar kljub temu štejem, da je o vseh teh znanost ena in ista, geometrijska znanost), na taisti način se stvari nahajajo tudi glede na bivajoče.«

---

»človek« in mu ga zopet dodati. *Aphairesis* torej tu pomeni »nekaj odvzeti od neke sestavljene enote«.

<sup>36</sup> Cf. *De caelo* III 1, 299a 1ff.

<sup>37</sup> Cf. tudi *Anal. post.* I 18, 81b 2–5 ter I 27, 87a 35.

<sup>38</sup> *De anima* III 8, 432a 2–10. Vsi navedki iz *De anima* so navedeni po: Aristotel, *O duši*, prev., uvod, komentar, opombe in glosarij grških terminov V. Kalan, Slovenska matica, Ljubljana 1993.

<sup>39</sup> *Metaph.* XI 3, 1061a 28ff.



Kaj to pomeni za ontološki status teh abstrahiranih predmetov? Ali lahko trdimo, da to pomeni, da bivajo matematični predmeti samo v matematikovem mišljenju? Nikakor ne. Teorija o abstrakciji je predvsem psihološka teorija. Opisuje sposobnost človeškega mišljenja na področju črt, ploskev itn. Iz te teorije ne sledi, da Aristotel verjame, da »so črte, ploskve itn. v celoti ali delno proizvod našega duha«. Psihološka teorija abstrakcije nima ontoloških posledic in v tem pomenu Aristotel tudi ni zastopnik abstrakcionizma v smislu teorije, po kateri so matematični predmeti v svojem bivanju kakorkoli odvisni od človeškega abstarhirajočega mišljenja. Abstrakcija je zgolj »način odvzemanja od tega, kar izkusimo s čutnim zaznavanjem. Če smo sposobni matematične predmete dojeti skozi abstrakcijo, so matematični predmeti nujno takšni, da so dojemljivi zaradi čutnega izkustva, ne da bi bili zaradi izhodišča iz čutnega izkustva glede narave matematičnih predmetov zapeljani v zмотo. Teorija abstrakcije implicira, da so nam objekti našega mišljenja na neki način podani že v čutni zaznavi; mišljenje je zgolj odvzemanje od nečesa že podanega, ni nobeno vpeljevanje nečesa, kar leži onstran čutnosti.«<sup>40</sup>

Tak sklep o Aristotelovi filozofiji matematike lahko izpeljemo tudi na podlagi t. i. »qua-teorije«, po kateri so »matematični predmeti fizični predmeti, ki jih matematik preučuje tako, da izloča iz obravnave njihove matematično nepomembne lastnosti.«<sup>41</sup> Po tej interpretaciji je edina razlika med fiziko in matematiko v lastnosti, ki jih preučevalci ene ali druge znanosti preučujejo ali pa v svojem preučevanju ne upoštevajo. V knjigu »Mu« *Metafizike*,<sup>42</sup> ki predstavlja najkompleksnejši prikaz Aristotelovih lastnih stališč glede načina eksistence matematičnih predmetov, je Aristotelovo izhodiščno vprašanje zasnovano takole: »Če pa matematični predmeti že obstajajo, je nujno, da so prisotni ali v čutnozaznavnih stvareh, prav kakor govorijo nekateri, ali pa bivajo samostojno v ločenosti (*kehorismena*) od čutnozaznavnih stvari (tudi tako nekateri govorijo) ali pa, če ne bivajo na nobenega izmed teh načinov, ne bivajo, ali bivajo po drugem obratu, tako da naše oporekanje ne bo zadevalo njihove biti, temveč način njihove biti.«

Aristotel se torej sprašuje o načinu biti matematičnih predmetov in zastavi dilemo kot dilemo med tem, da matematični predmeti bivajo kot čutnozaznavne bitnosti ali kot ločeni od čutnozaznavnih bitnosti. Noben odgovor Aristotela ne zadovoljuje. Matematični predmeti ne morejo biti niti neposredno čutnozaznavne stvari, kar je izčrpno argumentiral v tretji knjigi *Metafizike*,<sup>43</sup> ne morejo pa takšne narave (tj. matematični predmeti) bivati ločeno oziroma

<sup>40</sup> J. Annas, *op. cit.*, str. 137.

<sup>41</sup> I. Mueller, *op. cit.*, str. 464.

<sup>42</sup> *Metaph.* XIII 1, 1076a 32-37.

<sup>43</sup> *Cf. Metaph.* III 2, 998a 7-19.

samostojno po sebi, kot samostojno obstoječe bitnosti oziroma substance. Aristotelovi argumenti so številni in jih zato tu seveda ne moremo obnoviti: rezultat njegovega pretresa t. i. »delnega platonizma«, po katerem bivajo matematični predmeti v čutnozaznavnih stvareh, in t. i. »pravega platonizma«, po katerem bivajo matematični predmeti ločeno od čutnozaznavnih stvari, torej kot samostojno obstoječe bitnosti, je sledeč: »[...] matematični predmeti niso bolj bitnosti kakor telesa, in niti po biti prvotnejši kakor čutnozaznavne stvari, temveč so prvotnejši zgolj po izpovedbi, in da niti ni mogoče, da bi bivali nekje samostojno po sebi, je s tem zadostno razloženo; ker pa z druge strani tudi ni bilo mogoče, da bi bili prisotni v čutnih stvareh, se izkazuje, da ali sploh ne bivajo, ali pa po določenem obratu bivajo in zaradi tega ne bivajo enostavno: o biti namreč govorimo na mnogo različnih načinov.«<sup>44</sup>

S tem v mislih Aristotel nadaljuje: »Prav kakor se namreč tudi splošni izreki v matematiki ne nanašajo na stvari, ki bivajo samostojno in v ločenosti poleg in nad velikostmi in števili, temveč obravnavajo velikosti in števila, samo da ne, kolikor so takšne, da imajo velikosti ali da bivajo kot deljive, se razkrije, da je mogoče, da se taki izreki kakor tudi dokazi nanašajo tudi na čutnozaznavno velikost, toda ne, kolikor so čutnozaznavne, temveč kolikor imajo določene lastnosti.«<sup>45</sup> Nato naredi Aristotel analogijo med fizikalnim in matematičnim obravnavanjem narave. Tako kot fizikovo obravnavanje gibljivega kot takega ne implicira, da je tisto, kar je v gibanju, nekaj ločenega in samostojno obstoječega zunaj čutnozaznavnih stvari, niti ne, da obstaja v čutnih stvareh neka razmejena in ločena narava, tako tudi matematik obravna določen aspekt naravnih stvari:

»Prav kakor namreč obstaja mnogo razlag stvari samo z vidika, kolikor so v gibanju, neodvisno od tega, kaj vsaka od takšnih stvari je in neodvisno od njihovih pripadnosti, in zaradi tega ni nujno, da bi bila stvar v gibanju nekaj, kar biva samostojno v ločenosti od čutnih stvari, ali da bi bila v čutnih stvareh prisotna neka razmejena in ločena narava, na tak način bodo o stvareh v gibanju obstajala razlage in znanosti, ne kolikor so stvari v gibanju, temveč zgolj kolikor so telesa, in spet zgolj kolikor so ploskve in zgolj kolikor so daljice in kolikor so deljive in kolikor so nedeljive, toda imajo položaj, in zgolj kolikor so nedeljive, tako da, ker je resnično, da na splošno rečemo, da bivajo ne zgolj ločene stvari, temveč da bivajo tudi neločljive stvari (na primer stvari v gibanju bivajo), je resnično tudi enostavno reči, da matematični predmeti obstajajo in da so prav takšni, kakor o njih govorijo matematiki.«<sup>46</sup>

<sup>44</sup> *Metaph.* XIII 2, 1077b 12–16.

<sup>45</sup> *Metaph.* XIII 3, 1077b 17–23.

<sup>46</sup> *Metaph.* XIII 3, 1077b 24–33.

Aristotel torej argumentira proti Platonovi substancializaciji matematičnih predmetov, tako da izpostavi, da nobena znanost ne potrebuje še nekih posebnih bitnosti izven in zunaj čuznozaznavne bitnosti, ki pa jih različne znanosti preučujejo glede na različne vidike.<sup>47</sup> Fizik preučuje telesnost in gibanje, zdravnik pa zdravje nekega čutnozaznavnega predmeta. Četudi ima medicina za svoj predmet zdravje, to ne implicira tega, da eksistirajo zdrave stvari ločeno od zaznavnih predmetov. Zdravniki se prav nasprotno ukvarjajo z običajnimi čutnozaznavnimi predmeti in ne z nečim, kar bi bilo od teh stvari ločeno in z njimi nepovezano. Zdravnik obravnava čutnozaznavna telesa *qua* zdrava oziroma *qua* predmet zdravja in bolezni. Kar zanima zdravnika je neki vidik fizičnega telesa, kar pa ne predpostavlja, da eksistirajo substance, ki bi bile nekaj drugega kot fizično telo, ki ga obravnava. In tako je na podlagi navedenega odlomka mogoče sklepati tudi o matematiku: matematik oziroma »matematične znanosti se ukvarjajo z določenimi aspekti zaznavnih predmetov – z aspektom njihove števnosti v primeru aritmetike – matematik pa ne predpostavlja ontologije, ki bi zahtevala kakšno drugo substancialno stvar.«<sup>48</sup>

Aristotel pojasni, da bi bilo mogoče, po teh analogijah matematike in fizike ter medicine, vse skupaj najboljše razumeti takole: »Najbolje pa bi utegnilo biti mogoče vsako stvar pozorno sprevideti na ta način, če nekdo to, kar sicer ne biva samostojno po sebi, postavi kot ločeno, kar ravno delata aritmetik in geometer.«<sup>49</sup> Rezultat celotne analize pa je povzet v prvih vrsticah četrtega poglavja: »Glede matematičnih predmetov, da so bivajoče stvari in kako so res bivajoči in kako so prvotnejši in kako niso prej, naj tolikšne razlage zadoščajo; [...]«<sup>50</sup>

Matematični predmeti torej niso bitnosti oziroma substance (*ousia*) temveč bivajoče stvari (*onta*). Kaj to pomeni? Da niso substance ali karkoli, kar pripada substancam, ampak so od substanc odvisni na kompleksen način. V povzetku je Aristotelova teorija o ontološkem statusu matematičnih predmetov v »Mu 3« naslednja.<sup>51</sup> V matematiki so obči teoremi aplicirani tako na prostorske velikosti kot na števila, ne da bi zato bila potrebna neka tretja, od obeh ločena, vrsta predmetov. Teoremi se zaradi določenih skupnih lastnosti nanašajo na oboje. Podobno se dogaja tudi v matematiki na splošno, pa tudi v drugih znanostih, tudi v metafiziki: različne znanosti določijo predmete svo-

<sup>47</sup> O tem *cf.* tudi J. Barnes, »Metaphysics«, v: J. Barnes, (ur.), *The Cambridge Companion to Aristotle*, Cambridge University Press, Cambridge 1995, str. 85–87. Slov. prev. »Metafizika« v: J. Barnes, *Aristotel*, dodatek »Metafizika«, prev. D. Merhar in B. Vezjak, Aristej, Šentilj 1999, str. 130–131.

<sup>48</sup> *Ibid.* str. 130

<sup>49</sup> *Metaph.* XIII 3, 1078a 21.

<sup>50</sup> *Metaph.* XIII 3, 1078b 7.

<sup>51</sup> V nadaljevanju povzemamo J. Annas, *op. cit.*, str. 144–145.

je obravnave tako, da izolirajo določene lastnosti in odmislijo tiste, ki za njih niso relevantni. Postopek matematika je tak kot postopek fizika in zdravnika. Prej kot abstrakcionizem je to neki »naivni realizem«. Matematik opazuje predmete v svetu, na primer nekega človeka, in opazuje ga kot nekaj razsežnega in nedeljivega itn. Na ta način odmisli njegove čutnozaznavne lastnosti, da bi lahko preučeval njegove aritmetične in geometrične lastnosti. To pa še ne pomeni, da te lastnosti v stvarnosti ne obstajajo, temveč to, da so tem lastnostim na neki način, v matematikovi perspektivi, nadrejene. Še manj pa to implicira, da so te lastnosti resnične samo takrat, ko se z njimi ukvarja kak matematik. Dolžina obravnavanega človeka in njegova števnost sta nekaj, kar obstaja v svetu na isti način, kot obstajata v svetu teža in barva. Seveda je mogoče velikost in števnost ločiti v mišljenju, in števnost in velikost sta ravno tako dojemljivi skozi abstrakcijo, toda to velja zopet tudi za težo in barvo. Matematik postavlja matematične lastnosti kot ločene, da bi lahko s svojimi dokazi in dosežki napredoval, vendar velja popolnoma isto tudi za fizika, ko opazuje težo in barvo človeka na znanstven način.

### III. Aristotelovi komentatorji in filozofija matematike

S tako interpretacijo Aristotelove filozofije matematike pa se ne bi strinjali prvi Aristotelovi komentatorji. Kot je pokazal I. Mueller,<sup>52</sup> so prvi Aristotelovi komentatorji, katerih večji del so bili novoplatonisti, glede vprašanja ontološkega statusa matematičnih entitet na eni strani zagovarjali Aristotelov »abstrakcionizem«, na drugi pa so temu dodali tudi (novo)platonistično razumevanje matematičnih predmetov kot »projekcij« iz duše.<sup>53</sup> Po besedah I.

<sup>52</sup> I. Mueller, *op. cit.*, str. 473. I. Mueller je svoje ugotovitve strnil v štiri točke: 1. Aleksander iz Afrodisije je prvi, ki je interpretiral Aristotelovo filozofijo matematike kot abstrakcionizem. Aleksandrovo stališče so z nepomembnimi variacijami sprejeli vsi sledeči filozofi. 2. Nauk o abstrakcionizmu so kot resnično stališče o običajni matematiki, to je ne-pitagorejski matematiki, sprejeli Porfirij, Amonij in Filopon, ki je običajno matematiko razumel kot platonistični most od čutnega k inteligibilnemu svetu. 3. Jamblih je kot prispevek pitagorejske matematike, ki jo je poveličeval na račun običajne matematike, postavil v ospredje nauk o projekcionizmu; sledil mu je Sirian, Proklos pa je spremenil projekcionizem v stališče o običajni matematiki, ki ji je ponovno pripisal njeno platonistično vlogo. 4. Simplicij je sprejel »porfirijansko« stališče glede običajne matematike, obenem pa je povzdignil pitagorejsko matematiko, o kateri je menil, da jo pravilno opisuje projekcionizem, na stopnjo filozofije.

<sup>53</sup> »Projekcionistična« interpretacija filozofije matematike bi lahko imela svoje temelje v Platonovih »nenapisanih naukih«, saj se zdi, da je Platon v svojih poznih letih hkrati s tem, ko je postavil pitagorejski matematični model za univerzum, definiral »Ideje kot števila ali neke vrste matematične entitete« (Dillon), te matematične entitete pa povezal

Muellerja je oče abstrakcionizma Aleksander iz Afrodizije, »ki je [abstrakcionizem] vzpostavil kot avtoritativno interpretacijo Aristotela in jo napravil avtoritativno tudi za kasnejše filozofe, ki so jo uporabljali v svoji filozofiji, ker so v njej videli eno od Aristotelovih idej«. <sup>54</sup> Po Aleksandru je Aristotel razumel matematične predmete kot abstrahirane iz čutnozaznavnega sveta, kot takim pa naj bi jim po Aleksandru pripisal bivanje zgolj v mišljenju (*epinoia*) oziroma jih povezal z *epinoia* (matematično telo je nekaj, kar ne obstaja samo po sebi, temveč je dojeto z *epinoia*, ločeno od čutnozaznavnih lastnosti). <sup>55</sup> Obe- nem pa je bil Aleksander tudi tisti, ki je največ prispeval k temu, da so matematične predmete obravnavali skupaj z univerzalijami. Stališče, da bivajo matematični predmeti samo v abstrakciji in torej zgolj v umu, so sprejeli tudi neoplatonisti Porfirij, Amonij, Filopon in Simplicij, kar pa je zavračala druga neoplatonistična struja, katere začetnik je bil Jamblih, ki je razumel matematične predmete kot »projekcije« duše. To teorijo je kot ustrezno teorijo sprejel tudi Sirijan, preko njega pa tudi Proklos, ki je razvil Sirijanovo stališče v svojem *Komentarju k prvi knjigi Evklidovih Elementov*. <sup>56</sup>

Proklos umesti matematične predmete že na samem začetku *Komentarja*, <sup>57</sup> v prvem delu prologa, v katerem obravnava matematiko na splošno, med enostavne nematerialne entitete ter razsežne in sestavljene stvari čutnozaznavnega sveta. Superiornost matematičnih predmetov nad čutnozaznavnimi stvarmi mu dokazujeta njihova natančnost in stabilnost, saj matematične entitete drugače kot čutnozaznavne stvari ne vsebujejo materije in se ne spreminjajo oziroma gibljejo. Matematični predmeti so umske entitete, ki kot take zagotavljajo temelj matematičnih dokazov. Toda na drugi strani so matematični predmeti na neki način vseeno razsežni: niz števil sestoji iz diskretnih, ločenih članov niza, geometrijske like pa je mogoče deliti na dele. Poleg tega ni noben matematični predmet enkrat, saj matematično razmišljanje vključuje primerjave dveh ali več črt, dveh ali več krogov itn. Njihovo mnoštvo in

---

s svetovno Dušo. Po Platonu naj bi Duša sprejemala Ideje in jih na neki način spremenila v matematične predmete, te pa potem projecirala na materijo in tako ustvarila fizični svet. Cf. npr. J. Dillon, *The Middle Platonists*, Duckworth, London 1997, str. 4–6.

<sup>54</sup> I. Mueller, *op. cit.* str. 467.

<sup>55</sup> I. Mueller, *op. cit.*, str. 466–467, napotuje na Aleksandrov komentar *Metafizike* (52, 15–19), komentar *de Sensu* (111, 17–19) in Simplicijevo razpravo k *Fiziki* IV 1, 208b 22–25, ter komentar *Fizike* 526, 16–18, kjer se ta sklicuje na Aleksandra. O Aleksandrovih teorijah abstrakciji cf. izrstno knjigo A. de Liberaja, *L'art des généralités. Théories de l'abstraction*, Aubier, Pariz 1999, str. 25–157.

<sup>56</sup> Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, prev., uvod in opombe G. R. Morrow, predgovor I. Mueller, Princeton University Press, Princeton/New Jersey 1970.

<sup>57</sup> O Proklovi filozofiji matematike cf. tudi I. Mueller, »Mathematics and Philosophy in Proclus' Commentary on Book I of Euclid's 'Elements'«, v: J. Pépin in H. D. Saffrey (ur.), *Proclus, Lecteur et Interprète des Anciens*, Vrin, Pariz 1987, str. 305–318.

njihova razsežnost tako dokazujeta, da imajo matematični predmeti neke vrste materijo, to je matematično materijo, ki je njihov nosilec (subjekt). V tem se matematični predmeti razlikujejo od nematerialnega in nerazsežnega bivajočega, ki je predmet čistega uma.

Kakšen je ontološki status teh predmetov? Kakšen »način biti« lahko pripišemo tem entitetam? Proklos ponudi naslednjo alternativo: (i.) matematični predmeti so lahko izpeljani iz čutnega zaznavanja, in to ali z abstrakcijo ali z »zbiranjem« istih lastnosti določenih entitet; (ii.) matematični predmeti pa bi lahko bivali »pred« čutnozaznavnimi predmeti, kot zahteva Platon in nakazuje resnični red stvari. Proklos pride na podlagi treh argumentov do sklepa, da duša matematičnih predmetov ne pridobi z abstrakcijo iz materialnih stvari, ali tako da »združi« partikularne lastnosti v skupen *logos*. Če pa matematični predmeti niso izpeljani iz čutnozaznavnih stvari, potem jih duša proizvaja iz same sebe, pri čemer pa ne deluje sama, ampak ji je v pomoč tudi *nous*. Toda na drugi strani mora biti duša v proizvodnjo matematičnih entitet spodbujena z čutno zaznavo. Razumevanje (*dianoia*), to je tista funkcija duše, ki ima za predmet svojega delovanja matematične predmete, ni »prazna tablica«, ki bi pridobila svojo vsebino v celoti iz čutnega izkustva, temveč je tablica, na kateri je bilo vedno že nekaj napisano, obenem pa nanjo vedno piše tudi *nous*. Duša je podobnost in replika *nousa*. Tako so vsi matematični predmeti, ki so prisotni v *nousu*, že prisotni tudi v duši: »pred« števili so samogibna števila *nousa*, pred vidnimi liki so živi liki *nousa* itn. Toda na drugi strani je tudi res, da je človeški duh na te matematične *logoi* opomnjen prek čutnega zaznavanja, njegovo mišljenje pa je »razvijanje« vsebine teh *logoi* pod vodstvom popolnoma enotnega uma.

Stopnja uma, ki deluje v matematiki, je torej *dianoia*, to je diskurzivno mišljenje, ki postopa korakoma, in napreduje od enega momenta do drugega, te pa nato poveže v celoto. Tako kot predmeti, ki jih proučuje, je tudi *dianoia* na vmesni stopnji med čutnim zaznavanjem in najvišjim umevanjem, ki ga Proklos imenuje *noesis* ali *nous*. Medtem ko je čutno zaznavanje fragmentarno, nenatančno in nestalno in doseže samo stopnjo mnenja (*doksa*), vpelje razumevanje (*dianoia*) v predhodno stopnjo jasnost in natančnost, toda postopen diskurzivnen postopek razumevanja, njegovo obravnavanje predmetov kot razsežnih in njegova odvisnost od višje vednosti (*nousa*), kateri dolguje svoje prve principe in načela, razkriva, da je razumevanje (*dianoia*) inferiorno trenutnemu in neposrednemu uvidu uma (*nous*). *Dianoia* je tako s svojo vmesno pozicijo zavezana tako čutnemu zaznavanju kot čistemu uvidevanju *nousa*. Na eni strani razvija vsebino čistih oblik, ki jih dobi od *nousa*, posnemajoč njihovo enost, na drugi strani vzpostavlja paradigme, katerim se prilagajajo spremembe in različnosti čutnozaznavnega sveta. V svoji dejavno-

sti razvijanja vsebine čistih *logoi* pa se *dianoia* opira na posebno sposobnost imaginacije (upodabljanja, zamišljanja, predstavljanja), da lahko predstavi različnost in kompleksnost, ki je prisotna v matematičnih oblikah, ki jih preučuje.

Tezo o imaginaciji kot posebni sposobnosti razuma razvije Proklos v drugem delu prologa, v katerem obravnava geometrijo. Najprej zavrne možnost, da geometrija obravnava like, tako kot ti pripadajo čutnozaznavnemu svetu, kot drugo možnost pa obravnava opcijo, da so geometrijski predmeti zunaj materije in da so njihovi *logoi* čisti in ločeni od čutnozaznavnih predmetov. Da bi izoblikoval teorijo, ki je, kot pravi, skladna tako z dejstvi kot Platonovim naukom, naredi Proklos distinkcije, ki zadevajo sleherno univerzalijo oziroma univerzalno obliko. Vsaka univerzalija se lahko pojavi na naslednje tri načine: (i.) v partikularnih čutnozaznavnih stvareh (univerzalija je tako neločljiva od partikularnih čutnozaznavnih stvari); (ii.) univerzalija lahko obstaja »pred« množtvom in »onkraj« množstva partikularnih čutnozaznavnih stvari (tako pravzaprav proizvaja množstvo s tem, da se pojavlja v mnogih partikularnih stvareh, vendar pa samo biva »nad« temi partikularnimi čutnozaznavnimi stvarmi kot nekaj nedeljivega); (iii.) univerzalija pa je lahko izoblikovano tudi na podlagi partikularnih stvari, se pravi na podlagi teh partikularnih stvari *kat'epinoian*. Tako lahko ugotovimo, da so univerzalije lahko ali »pred« svojimi partikularnimi primeri, ali »v« posamičnih partikularnih primerih, ali pa so vzpostavljene tako, da so povezane z njimi, kot njihov predikat. Ta tretja vrsta univerzalij ustreza Aristotelovi abstrakciji, ki pa jo je Proklos že zavrnil kot nerelevantno za matematiko in se v nadeljevanju z njimi ne ukvarja več.

Proklos vpelje dodatno distinkcijo, tako da poudari, da ne obstajajo samo čutnozaznavne partikularije, ampak tudi imaginarne partikularije. Če upoštevamo samo dva razreda univerzalij (upoštevajoč, da Proklos zanemari univerzalije *kat'epinoian*), dobimo četverno delitev univerzalij oziroma njihovih razmerij do stvari: univerzalije so ali (i.) »pred« ali (ii.) »v« čutnozaznavnih stvareh, ravno tako so univerzalije ali (iii.) »pred« ali (iv.) »v« imaginarnih stvareh. Razlika med čutnozaznavnimi in imaginarnimi stvarmi pa predpostavlja razliko med dvema materijama: ena je materija stvari, ki so povezane s čutnim zaznavanjem, druga je materija predmetov imaginacije. Na podlagi tega pa moramo priznati, da obstajata tudi dve vrsti univerzalnosti: univerzalnost je lahko čutnozaznavna, ker so v njej udeleženi čutnozaznavni predmeti; druga univerzalnost je imaginarna, ta pa obstaja v množtvu podob v imaginaciji.

*Logoi*, s katerimi operira *dianoia* so nerazsežni, nedeljivi, nesestavljeni in vsebujejo raznolikost svojih vsebin v nedeljivi enosti. Vendar pa je sposobnost imaginacije – ker ima na eni strani tvorbeno moč, na drugi pa je povezana s

telesom –, da proizvaja individualne podobe, ki so oblikovane, razsežne in deljive, tako da jim zagotovi inteligibilno materijo (prostor), v kateri se lahko razgrnejo. Tako ne predstavi čistih *logoi*, ampak neko serijo podob teh *logoi*. Če to ponazorimo na primeru kroga, to pomeni, da je krog v *dianoii*, preden je projeciran na zaslon imaginacije, samo eden, brez razsežnosti, in nima niti središča niti oboda. Kot upodobljen v imaginaciji pa je razsežen in se lahko pojavi v eni od mnogih različic velikosti ali položajev. Matematik se torej ukvarja s temi podobami v imaginaciji, in jih uporablja, da bi z njihovo pomočjo razločil tisto univerzalno lastnost, ki je lastna vsakemu imaginarnemu krogu posebej in vsem skupaj, ter da bi tako pokazal njegove lastnosti in njegova razmerja do drugih univerzalnosti v ostalih predmetih, predstavljenih na enak način. Vse, kar imaginacija misli, je podoba ali lik njene misli. Kljub temu, da misli krog kot razsežen, je ta krog sicer prost zunanje materije, ima pa inteligibilno materijo, ki mu jo zagotovi imaginacija. Ta inteligibilna materija tudi omogoča, da lahko obstaja v imaginaciji več kot en sam krog, tako kot je zunanja čutnozaznavna materija vzrok tega, da je lahko več čutnozaznavnih krogov. Z materijo nastopita namreč tudi velikost in število.

Tako dobimo trojno delitev. Krog v *dianoii* je eden, enostaven, nerazsežen, brezobličien (velikost je brez velikosti, lik brez oblike itn.) – je namreč *logos* brez materije. Krog v imaginaciji je deljiv, oblikovan, razsežen, ni samo eden, temveč jih je mnogo, ni zgolj oblika, temveč oblika v njenih partikularnih primerih. Ta krog je torej predmet geometrijske znanosti, saj se geometrija ukvarja s krogi, kot so ti v imaginaciji. Medtem ko je krog v *dianoii* eden, je v geometriji govora o mnogih krogih. Krog v čutnozaznavnih predmetih pa je manj natančen od tega kroga v imaginaciji in tudi manj »čist« od njega, zato ne more biti predmet znanosti.

Matematična znanost je torej produkt dejavnosti duha, ki deluje na predmetih, ki jih je izpeljal iz samega sebe skladno s principi svoje lastne kreativne dejavnosti. Toda to še ne pomeni, da je matematični »svet«<sup>58</sup> samovoljna kreacija matematikovega razuma, produkt imaginacije v najbolj nedoločnem pomenu besede. Razumevanje (*dianoia*) je na eni strani zavezano čutni zaznavi, ki ga spodbuja, da predstavi ideje, ki so ustrezne za razlago teh čutnozaznavnih predmetov, obenem pa razumevanje še naprej vodi tudi čutno zaznavanje, ko proizvaja nadaljnje izboljšave začetnih spominov. Na drugi strani pa vodi matematično razumevanje tudi višji nivo umevanja, iz katerega izpeljuje svoje *logoi*. Ti *logoi* tudi niso neka pasivna vsebina, ampak dejavne »energije«,

<sup>58</sup> Tako kot pri Kuzanskemu ima tudi pri Proklu svet matematičnih entitet, ki so produkt matematikovega razuma, paralelo v realnem svetu. Cf. G. R. Morrow, »Introduction«, v: *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, prev., uvod in opombe G. R. Morrow, Princeton University Press, Princeton/New Jersey 1970, str. lxii.



ki se »po lastni volji«, če se lahko tako izrazimo, razvijajo v kompleksne strukture matematičnega univerzuma. Ko proučujemo strukture matematičnega univerzuma, te »razvijajo« in razkrivajo vedno nove aspekte lastnosti in medsebojnih razmerij. Ko človeški um deluje na ravni razumevanja, ne »manipulira« z njimi, prej one na neki način »vodijo« razumevanje s seboj. Ker je *dianoia* pod vodstvom *nousa*, njena kreativnost ni samovoljna, temveč na vsaki stopnji odvisna od višjega uma in živih *logoi*, ki jih je dobila od njega.

#### IV. Kuzanski in neoplatonistični interpreti Aristotela

»Abstrakcionizem«, to je teorija, po kateri so »predmeti matematike izpeljani iz čutnih zaznav takšnih lastnosti stvari, kot so njihove oblike«<sup>59</sup>, s čimer so »zaznane lastnosti nekako duhovno ločene od njihovega materialnega substrata, pri čemer je ta ločitev od materije tisto, kar naredi matematiko za ustrezen most k inteligibilnemu svetu«<sup>60</sup>, ki ga je kot interpretacijo Aristotelove filozofije matematike uveljavil Aleksander iz Afrodozije in je bil kasneje splošno sprejet, je v nekem zelo jasnem pomenu nekaj nasprotnega projekcionizmu, ki sta ga zagovarjala Sirijan in Proklos. Kljub temu pa se zdi, kot ugotavlja I. Mueller, da med abstrakcionizmom in projekcionizmom, kar zadeva metafizične ali epistemološke predpostavke, ni nobenih razlik. »Zastopniki obeh [stališč] sprejemajo idejo, da obstajajo oblike in *logoi*, ki eksistirajo pred čutnozaznavnimi stvarmi in oblike oziroma matematični predmeti, ki so izpeljani iz čutnozaznavnih stvari.«<sup>61</sup>

Že na prvi pogled je očitno, da se Kuzančevo razumevanje ontološkega statusa matematičnih entitet v veliki meri vpisuje v neplatonistično tradicijo filozofije matematike in njihovem razumevanju Aristotela. Tako kot neoplatonistična tradicija se tudi Kuzanski na eni strani opira na abstrakcijo, na abstrahiranje matematičnih predmetov iz čutnozaznavnega sveta – spomnimo se na njegove izpeljave iz *De docta ignorantia* in *De mente* –, vendar pa to abstrahiranje, ki ga imenuje *ens rationis*, naveže na kreativno delovanje človeškega duha, ki iz samega sebe proizvaja matematične predmete. Tudi za Kuzanskega so torej matematični predmeti na eni strani posledica delovanja abstrakcije matematičnih entitet iz čutnega sveta, in na drugi produkti duše, med enim in drugim elementom pa ne vidi nobenega protislovja.

Kuzanski se z Aristotelom ujema v tem, da ontološki status matematičnih entitet postavi v soodvisnost z dejavnostjo človeškega duha oziroma mišljenja,

<sup>59</sup> I. Mueller, *op. cit.*, str. 473.

<sup>60</sup> I. Mueller, »Aristotle's doctrine of abstraction in the commentators«, str. 473.

<sup>61</sup> *Ibid.*

samo če Aristotelovo filozofijo matematike dojamemo abstrakcionistično, tako kot so ga na podlagi Aleksandrove interpretacije razumeli neoplatonisti. Samo če skupaj z antično eksegetsko tradicijo Aristotelu pripišemo abstrakcionistično prepričanje glede statusa matematičnih entitet, lahko rečemo, da se Aristotel in Kuzanski ujemata v abstrakcionizmu in razlikujeta v tem, da »pri Kuzanskem človeški duh v matematičnem spoznavanju ne napreduje z abstrahiranjem, ampak s konstruiranjem«. <sup>62</sup> Matematični predmeti so za Kuzanskega bolj abstraktni, kot so predmeti čutnozaznavnega sveta, bolj abstraktni pa postanejejo v procesu abstrakcije, kar v konsekvenci pomeni, da so matematični predmeti v pravem pomenu besede resnični zgolj v duhu in so kot taki *entia rationis*. Kuzanski in »neoplatonistično« razumljeni Aristotel se ujemata v tem, da ontološki status matematičnih entitet postavitava v soodvisnost z dejavnostjo človeškega duha oziroma mišljenja. Ravno tako se Kuzanski strinja, v *De berylo* celo eksplicitno, da »se matematika ukvarja z umsko materijo, kot je dobro rekel Aristotel«. <sup>63</sup> Vendar pa je to ujemanje med Kuzanskim in Aristotelom specifično v tem, da četudi Kuzanski vseskozi omenja abstrakcijo, ki je po definiciji zavezana abstrakciji iz čutnozaznavnega sveta, daje odločilni poudarek dejavnosti človeškega duha. Včasih to kreativno dejavnost človeškega duha izpostavi v tolikšni meri, da se zdi, da zanemarja čutnozaznavni del spoznavnega postopka, in se osredotoča zgolj na proizvodno dejavnost duha, na to, da je duh tako stvarnik matematičnih entitet, kot je Bog stvarnik realnih. Pri Kuzanskem človeški duh v matematičnem mišljenju tako na neki način ne napreduje z abstrahiranjem – ne glede na to, da Kuzanski nenehno uporablja ta izraz za opisovanje načina obstoja matematičnih predmetov – ampak s »konstruiranjem«. Matematične entitete pri Kuzanskem niso vsakič abstrahirane iz nematematične realnosti, temveč jih oblikuje duh, ki ga v to sicer spodbudi čutnozaznavni svet, vendar pa se bistvena operacija dogaja v njem samem, oziroma tako, da uporablja samega sebe kot orodje. Matematik razvija svoj lastni svet, ki ni potencialno prisoten in prikrit v materialnem svetu kot njegov še neločeni aspekt in tako že obstoječ, temveč je v svoj obstoj izpeljan iz ustvarjalne duhovne dejavnosti. Premik, ki ga Kuzanski napravi tudi glede na »abstrakcionističnega« Aristotela, je v tem, da za izhodišče čiste konstrukcije matematičnih entitet ne jemlje čutnozaznavne stvarnosti, ki je v procesu abstrakcije privzdignjena do racionalnosti matematične znanosti, temveč si za izhodišče vzame produktivnost duha, ki se izraža z v njem odkritimi sredstvi (pri čemer je duh v to dejavnost spodbujen s čutnozaznavnimi predmeti).

<sup>62</sup> M. Vesel, *op. cit.*, str. 94.

<sup>63</sup> *De ber.* 36: »Mathematica enim versatur circa intellectualem materiam, ut bene dixit Aristoteles.« Nav. po: Nicolai de Cusa, *De beryllo. Über den Beryll*, ur. C. Bormann in I. G. Senger, prev. uvod in opombe K. Bormann, Felix Meiner, Hamburg 1987.

Kuzančeva filozofija matematike je torej zavezana neoplatonističnim interpretacijam Aristotela, ki razumejo matematične predmete kot že prisotne v človeškem duhu obenem pa je za njihovo aktualizacijo potrebno tudi abstrahiranje od čutnozaznavnih stvari. Obenem pa Kuzanski tudi to tradicijo in z njo Aristotela – kot to naredi z vso filozofsko tradicijo, ki jo inkorporira v svoj projekt – »vpotegne v gibanje misli, ki je popolnoma nova«. <sup>64</sup> Ali kot pravi K. Flasch, ko skuša določiti Kuzančevo razmerje do Aristotela v *De beryllo*: »Vendarle pa naredi velik vtis, kako se Kuzanski izogne enostavnemu »da« ali »ne« Aristotelovi filozofiji. [...] Hoče mu slediti, kolikor je to le mogoče, da bi ga potem presegel.« <sup>65</sup>

---

Matjaž Vesel  
Filozofski inštitut ZRC SAZU  
Ljubljana

---

<sup>64</sup> E. Cassirer, *The Individuum and The Cosmos in Renaissance Philosophy*, University of Pennsylvania Press, Philadelphia 1972, str. 20.

<sup>65</sup> K. Flasch, *Nikolaus von Kues. Geschichte einer Entwicklung*, Vittorio Klostermann, Frankfurt/M. 1998, str. 470: »Dennoch ist es eindrucksvoll zu sehen, wie Cusanus ein einfaches Ja oder Nein zur Philosophie des Aristoteles vermeidet. [...] Er will ihm folgen, so weit es nur möglich ist, um dann über ihn hinausgehen.«