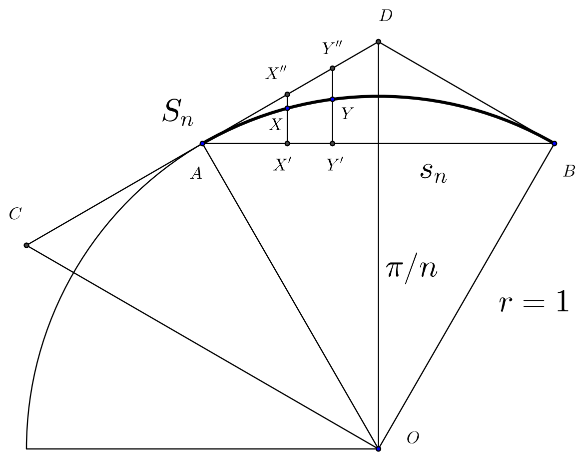
Krožna konstanta in skrivnostni rokopis

Marko Razpet

O številu π, krožnem številu ali krožni konstanti, to je o razmerju med obsegom in premerom kroga, je bilo v Preseku že veliko napisanega. Kljub temu pa ne bi škodilo, če celotno zgodbo dopolnimo še z nekaterimi, verjetno za marsikoga manj znanimi dejstvi. Morda je celo pravi čas, da to naredimo, kajti v letu 2014 praznujemo 260-letnico rojstva barona Jurija Vege in 200-letnico rojstva viteza Franca Močnika. Oba matematika sta omenjena v nadaljevanju.



SLIKA 1.
Stranici krogu včrtanega in očrtanega večkotnika.

Dolgo časa, od Arhimeda iz Sirakuz (živel je približno od leta 287 do leta 212 pred našim štetjem) pa vse do Isaaca Newtona (1643–1727), so število π računali z metodo krogu včrtanih in očrtanih pravilnih večkotnikov, po tako imenovani *arhimedski metodi*. Najbolje to razumemo, če začnemo s pravilnim šestkotnikom, izračunamo njegov obseg in ga delimo s premerom kroga, kateremu je bil včrtan (tabela 1). Dobimo prvi približek za število π. Nato preidemo na pravilni 12-kotnik, včrtan istemu krogu, izračunamo njegov obseg in ga delimo s premerom kroga. Dobimo drugi, boljši približek za število π. Sledi pravilni 24-kotnik in nov približek za π. Tako nadaljujemo do pravilnega $3 \cdot 2^n$-kotnika, pri čemer na vsakem koraku iz stranice prejšnjega pravilnega večkotnika izračunamo stranico naslednjega pravilnega večkotnika.

Krogu s polmerom $r = 1$ včrtamo in očrtamo pravilni n-kotnik s stranico s_n oz. S_n. Oba razdelimo na enakokrake trikotnike z vrhom v središču O kroga (slika 1). Na sliki sta načrtana dva taka enakokraka trikotnika: tisti od včrtanega n-kotnika ima osnovnico AB z dolžino s_n, oni od očrtanega n-kotnika pa ima osnovnico CD z dolžino S_n.

Kot ob vrhu je $2\pi/n$ (na sliki je označena polovica tega kota) in brez težav izrazimo stranici

- $s_n = 2\sin(\pi/n), \quad S_n = 2\,\mathrm{tg}(\pi/n)$

ter ustrezna obsega, $o_n = ns_n$ in $O_n = nS_n$. Očitno je $s_6 = 1$ in $S_6 = 2\sqrt{3}/3$.

Kaj je dolžina daljice ali pa iz daljic sestavljene krivulje, je lahko razumeti, medtem ko je dolžina poljubne krivulje, s tem pa tudi dolžina krožnega loka, nekoliko težji pojem. Vzdolž krivulje od začetne točke Z proti končni točki K po vrsti poljubno izberemo točke $T_1, T_2, \ldots, T_{m-1}$ in seštejemo razdalje:

- $|ZT_1| + |T_1T_2| + \ldots + |T_{m-1}K|$.

To je približek dolžine krivulje med Z in K. Če kakšno točko na krivulji med Z in K dodamo, dobimo kvečjemu več. Za razdalje namreč velja *trikotniška neenakost*. Toda točke od Z do K lahko izberemo na nešteto načinov in dobimo nešteto ustreznih vsot dolžin. Katero sedaj izbrati za dolžino krivulje? Navadno nobene od teh. Za dolžino vzamemo *natančno zgornjo mejo* ℓ, to je najmanjšo zgornjo mejo *vseh* vsot dolžin, dobljenih na opisani način. Če so vse te vsote navzgor omejene, potem natanko eno tako število ℓ zaradi narave realnih števil tudi obstaja in ga imenujemo *dolžina krivulje* med točkama Z in K.

Sedaj nas zanima krožni lok med točkama A in B na sliki 1. Izberimo na tem loku točki X in Y. Njuni pravokotni projekciji na tetivo AB sta X' in Y'. Daljici $X'X$ in $Y'Y$ podaljšamo do točk X'' in Y'' na daljici AD oziroma DB. Očitno je zaradi lastnosti trikotnikov $|X'Y'| < |XY| < |X''Y''|$. Če vzdolž krožnega loka od A do B kakorkoli po vrsti izberemo točke $T_1, T_2, \ldots, T_{m-1}$, potem je zaradi prejšnje ugotovitve

$$\begin{aligned} s_n = |AB| &< |AT_1| + |T_1T_2| + \ldots + |T_{m-1}B| \\ &< |AD| + |DB| = S_n. \end{aligned}$$

Torej obstaja dolžina ℓ_n krožnega loka med A in B in velja. $s_n < \ell_n < S_n$. Obseg kroga ℓ je seveda $n\ell_n$ in posledično je $ns_n < n\ell_n < nS_n$, zato za obseg kroga ℓ za vsak n velja relacija $o_n < \ell < O_n$. Za razmerji med obsegoma in premerom krogu včrtanega in očrtanega pravilnega n-kotnika, ki ju ustrezno označimo s $\underline{\pi}_n = o_n/2$ in $\overline{\pi}_n = O_n/2$, ter za razmerje med obsegom in premerom kroga, to je $\pi = \ell/2$, velja za vsak n relacija $\underline{\pi}_n < \pi < \overline{\pi}_n$. Z rastočim n se razlika $\overline{\pi}_n - \underline{\pi}_n$ manjša in je za dovolj velik n manjša od še tako majhnega pozitivnega števila. Pri tem zaporedje $\{\underline{\pi}_n\}$ narašča, zaporedje $\{\overline{\pi}_n\}$ pa pada proti istemu številu, to je ravno π. Vsak $\underline{\pi}_n$ je spodnji, vsak $\overline{\pi}_n$ pa zgornji približek števila π.

Naloga 1. Načrtajte grafa funkcij $x \mapsto \sin x/x$ in $x \mapsto \operatorname{tg} x/x$ na intervalu $(-\pi/2, \pi/2)$ in s pomočjo grafov preverite, da zaporedje $\{\underline{\pi}_n\}$ narašča, zaporedje $\{\overline{\pi}_n\}$ pa pada proti istemu številu, in sicer proti številu π.

Med stranicama s_n in s_{2n} ter med S_n in S_{2n} obstajata zvezi

$$s_{2n} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - s_n^2}}, \quad S_{2n} = 2\frac{\sqrt{4 + S_n^2} - 2}{S_n}. \qquad (1)$$

Naloga 2. Zapišite izraza za s_{2n} in S_{2n} ter preverite relaciji (1) s trigonometričnimi formulami.

Z relacijama (1) lahko izračunamo zgornje in spodnje približke števila π, to je $\underline{\pi}_{2n}$ in $\overline{\pi}_{2n}$. Nekaj približkov, zapisanih na 10, izračunanih pa na nekaj več decimalk, je zbranih v tabeli 1. Avtor seveda ni računal približkov v tej in naslednjih tabelah tako, kot so delali nekoč, ampak z računalniškim programom DERIVE, ki obvlada veliko decimalk.

n	$\underline{\pi}_n$	$\overline{\pi}_n$
6	3,00000 00000	3,46410 16151
12	3,10582 85412	3,21539 03091
24	3,13262 86132	3,15965 99420
48	3,13935 02030	3,14608 62151
96	3,14103 19508	3,14271 45996
192	3,14145 24722	3,14187 30499
384	3,14155 76079	3,14166 27470
768	3,14158 38921	3,14161 01766
1536	3,14159 04632	3,14159 70343
3072	3,14159 21059	3,14159 37487
6144	3,14159 25166	3,14159 29273
12288	3,14159 26193	3,14159 27220
24576	3,14159 26450	3,14159 26707
49152	3,14159 26514	3,14159 26578
98304	3,14159 26530	3,14159 26546
196608	3,14159 26534	3,14159 26538
393216	3,14159 26535	3,14159 26536

TABELA 1.
Spodnji in zgornji približki števila π.

Namesto s pravilnim šestkotnikom lahko začnemo tudi s kvadratom. Delo je očitno zamudno in nekateri so tako računali v potu svojega obraza število π tudi po več let. Samo ugibamo lahko, o čem so pri tem razmišljali. Je pa res, da je razvoj znanosti terjal vedno bolj natančne vrednosti matematičnih in drugih konstant.

Pomembno vlogo pri računanju števila π, pravzaprav $\tau = 2\pi$, je odigral zdravnik, matematik in astronom Al-Kaši, ki se je rodil okoli leta 1380 v Iranu, znanstveno pa deloval v Samarkandu v današnjem Uzbekistanu, kjer je leta 1429 tudi umrl. Znan je po marsičem, omenimo le nekaj njegovih →

del. Na veliko decimalk je izračunal $\sin 1^\circ$ z iteracijo, o čemer smo že pisali v Preseku, z uporabo pravilnega $3 \cdot 2^{28}$-kotnika pa je okoli leta 1424 našel na devet šestdesetiških mest za celim delom število: $\tau = 6; 16, 59, 28, 01, 34, 51, 46, 14, 50$. Zapis pomeni $\tau = 6 + 16 \cdot 60^{-1} + 59 \cdot 60^{-2} + 28 \cdot 60^{-3} + \ldots$, kar je v desetiškem sistemu $\tau = 6{,}283\,185\,307\,179\,586\,4$ in je pravilno na 16 decimalk.

Druga zanimivost je *kosinusni izrek* za ravninske trikotnike. Izrek povezuje stranice trikotnika a, b, c z enim njegovim notranjim kotom, npr. s kotom γ, ki je nasproti stranice c: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$. Do Al-Kašija sta bila znana kosinusna izreka (za stranice in kote) za sferne trikotnike, ki so ju uporabljali v astronomiji. Kosinusni izrek za ravninske trikotnike je v bistvu zapisal že Evklid v svojih Elementih, le da ni uporabljal funkcije kosinus, ampak ustrezno pravokotno projekcijo. Ko je kosinusni izrek, ki ga je odkril Al-Kaši, prišel na Zahod, so ga nekateri imenovali *Al-Kašijev izrek*. Francozi v Franciji mu še vedno pravijo *Théorème d'Al-Kashi*, v drugih deželah, kjer govorijo francosko, pa *Loi des cosinus*, kar dobesedno pomeni *kosinusni zakon*.

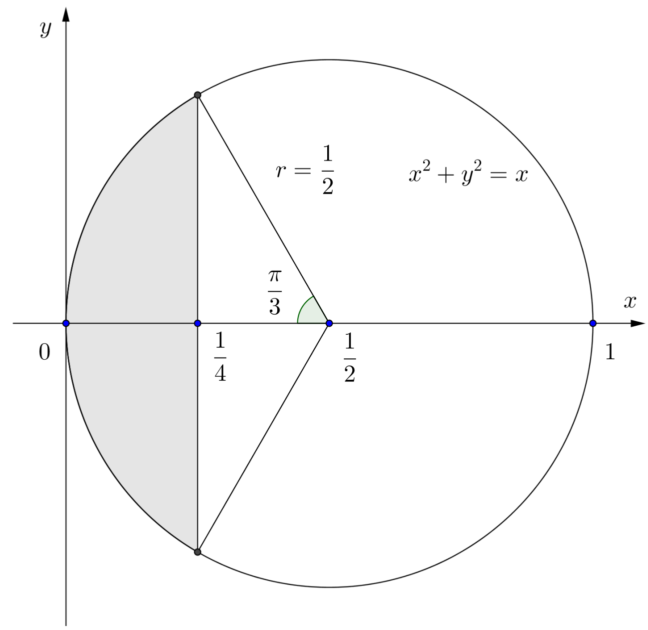
Ludolph van Ceulen (1540–1610) je polovico svojega življenja porabil za izračun števila π po arhimedski metodi in svoje delo okronal s 35 točnimi decimalkami. Očitno se je uporabljena metoda izčrpala.

Do Newtona bistvenega napredka v računanju decimalk števila π ni bilo. Newton ga sicer ni izračunal na več kot 15 decimalk, je pa uporabil novost, in sicer številske vrste. Vzel je krog, omejen s krožnico $x^2 + y^2 = x$, od katerega je s premico $x = 1/4$ odrezal odsek, in zapisal njegovo ploščino S na dva načina: kot razliko ploščin krožnega izseka z notranjim kotom $2\pi/3$ in temu včrtanega enakokrakega trikotnika ter z integralom funkcije $x \mapsto \sqrt{x - x^2}$ na intervalu $[0, 1/4]$:

$$S = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^2}\cdot\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^2}\cdot\sin\frac{2\pi}{3} = 2\int_0^{1/4}\sqrt{x - x^2}\,dx.$$

Ker je že poznal binomsko vrsto, mu to ni bilo težko, brez zadrege jo je členoma integriral in nazadnje dobil:

$$\pi = \frac{3\sqrt{3}}{4} + 2 - 24\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(2n-2)!}{(2n+3)2^{4n+1}(n!)^2}.$$



SLIKA 2.
Krožni odsek, ki nam pomaga izraziti število π.

Seštel je nekaj členov dobljene vrste, izračunal še $\sqrt{3}$, pri čemer je vse delal na primerno število decimalk in leta 1666 našel približek za število π na 15 decimalk natančno. Tabela 2 kaže, kako raste število točnih decimalk, ko v zgornji vrsti upoštevamo prvih m členov in dobimo približke π_m števila π.

m	π_m
10	3,14159 26541 65068 11554 17997 46458
20	3,14159 26535 89793 35498 34596 47026
30	3,14159 26535 89793 23846 26864 65927
40	3,14159 26535 89793 23846 26433 83300
50	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279
60	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279

TABELA 2.
Približki števila π po Newtonovi metodi.

V tistih časih je bila že znana vrsta

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, \tag{2}$$

ki konvergira, če je $|x| \leq 1$. Ponovno jo je odkril James Gregory (1638–1670). *Ponovno* zato, ker jo je poznal že Indijec Madhava iz Sangamagrame (1340–1425) v obliki, ki jo dobimo, če v (2) x zamenjamo s $\operatorname{tg}\varphi$, pri čemer mora za konvergenco veljati $|\operatorname{tg}\varphi| \leq 1$.

Vrsta (2) konvergira tem hitreje, čim manjši je x. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) je vedel, da za $x = 1$ dobimo vrsto

$$\pi = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1},$$

ki pa zelo počasi konvergira. Za borih deset točnih decimalk števila π je treba sešteti kakšnih pet milijard njenih členov.

Abraham Sharp (1653–1742) je v vrsto (2) vstavil $x = \sqrt{3}/3$, dobil po poenostavitvi vrsto

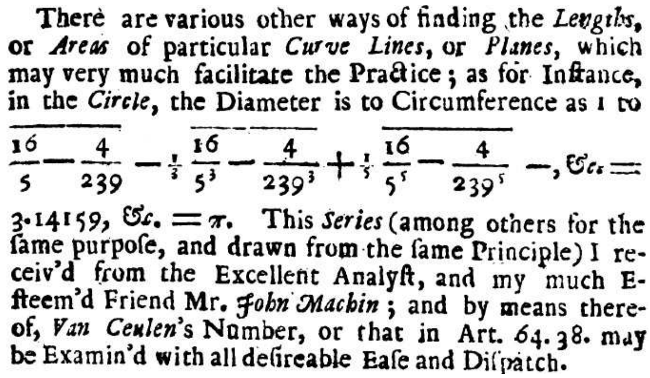
$$\pi = 2\sqrt{3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(2n+1)} \tag{3}$$

in uspel leta 1699 najti 71 točnih decimalk števila π. Formula je nerodna zaradi faktorja $\sqrt{3}$, ki ga je treba tudi izračunati na veliko število decimalk.

Na srečo pa imajo trigonometrične funkcije adicijske izreke s svojimi posledicami, s katerimi dosežemo mnogo hitrejšo konvergenco. Ena takih je *Machinova formula*

$$\pi = 4\left(4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239}\right), \tag{4}$$

poimenovana po Johnu Machinu (1680–1751), ki je oba člena v (4) po formuli (2) razvil v vrsti, seštel dovolj členov in izračunal število π na 100 pravilnih decimalk. Pri tem je očitno potekal ves račun samo z racionalnimi števili. William Jones (1675–1749) je leta 1706 v delu *Synopsis Palmariorum Matheseos* opisal Machinov uspeh z vsemi stotimi decimalkami števila π, avtorja zelo pohvalil glede natančnosti in predlagal, da se krožno konstanto označi s π, ker je to prva črka grške besede περιφέρεια, kar pomeni obod, krog (slika 3). To besedo uporablja tudi Evklid v svojih Elementih. Formulam, ki so oblike (4), v


There are various other ways of finding the *Lengths*, or *Areas* of particular *Curve Lines*, or *Planes*, which may very much facilitate the Practice; as for Inſtance, in the *Circle*, the Diameter is to Circumference as 1 to

$$\overline{\frac{16}{5}-\frac{4}{239}} - \frac{1}{3}\overline{\frac{16}{5^3}-\frac{4}{239^3}} + \frac{1}{5}\overline{\frac{16}{5^5}-\frac{4}{239^5}} -, \&c. =$$

3.14159, &c. $= \pi$. This *Series* (among others for the ſame purpoſe, and drawn from the ſame Principle) I receiv'd from the Excellent Analyſt, and my much Eſteem'd Friend Mr. *John Machin*; and by means thereof, *Van Ceulen*'s Number, or that in Art. 64.38. may be Examin'd with all deſireable Eaſe and Diſpatch.

SLIKA 3.
Kako je William Jones označil krožno konstanto.

katerih je lahko tudi več členov z arctg racionalnega števila, pravimo *formule Machinovega tipa*.

Thomas Fantet de Lagny (1660–1734) je bil še bolj vztrajen kot Sharp, kajti z vrsto (3) je leta 1719 izračunal število π na 127 decimalk, dve leti kasneje pa je bil rezultat objavljen. Prvih 112 decimalk je v De Lagnyjevem rezultatu točnih, 113. decimalka pa je napačna (namesto 8 je zapisano 7), naslednje, od 114. do 127. pa so pravilne. Morda gre pri nesrečni 113. decimalki le za napako pri prepisovanju ali stavljenju v tiskarni. Kot kaže, se dolgo vrsto let z računanjem števila π nihče ni več resno ukvarjal in kot najboljši dotakratni rezultat so po matematičnih besedilih navajali objavljeni De Lagnyjev približek z napako na 113. decimalki vred.

Leonhard Euler (1707–1783) je pri vsem svojem ogromnem delu razvil tudi nekaj formul Machinovega tipa za izračun števila π. Sam z računanjem krožne konstante ni izgubljal dragocenega časa, izračunal je na hitro le 20 njenih decimalk leta 1755. S svojim velikim vplivom pa je dosegel, da se jo še danes označuje s π, kar je prvi predlagal omenjeni Jones.

Baron Jurij Vega (1754–1802) je uporabljal formule Machinovega tipa in leta 1789 poslal akademiji znanosti v Sankt Peterburg svoj izračun števila π na 143 decimalk z opisom postopka vred. Bil je prepričan, da je 140 decimalk točnih, v resnici pa jih je bilo točnih samo 126. Je pa odkril, da je 113. De Lagnyjeva decimalka 8, ne pa 7. Akademija je z objavo zakasnila: namesto leta 1791 je luč sveta Vegov π v Rusiji ugledal šele leta 1795. Toda Vega je najbrž sam ugotovil napako in leta 1794 v dodatku k svoji *Popolni zakladnici logaritmov* objavil število π na 140 decimalk, od katerih pa so zadnje štiri spet napačne. Isti rezultat so ponatisnili še 15 let po Vegovi smrti v njegovem učbeniku. Ker boljšega rezultata tisti čas ni bilo, nihče pravzaprav ni vedel, katere decimalke od 126. naprej so pravilne.

Sledi glavno presenečenje. Leta 1822 je Bernhard Friedrich Thibaut (1775–1832), profesor matematike v Göttingenu, v svojem učbeniku objavil 157 decimalk števila π. Na tamkajšnji univerzi je takrat deloval tudi Carl Friedrich Gauß (1777–1855), najboljši takratni matematik sploh. Pravijo, da Gauß ni nič kaj rad predaval, kajti Thibaut ga je kot predavatelj popolnoma zasenčil. Od kod sedaj Thibautu število π na toliko decimalk? Če pa pozorno pogledamo v njegov učbenik, opazimo napako že na 10. decimalki: namesto 5 piše 9. Naslednja napaka je na 108. decimalki: namesto 6 stoji 3. Potem sledijo pravilne decimalke vse do 127. Sledita popolnoma napačni decimalki 4 in 6, za katerima pa je šest pravilnih decimalk, samo da so za dve mesti pomaknjene v desno. Sledi decimalka 1, ki je napačna, nato pa kar 19 pravilnih decimalk, ki so za tri mesta pomaknjene v desno. Zadnji dve, 156. in 157. pa sta napačni. Verjetno so napake nastale pri prepisovanju ali stavljenju v tiskarni, kajti v naslednji izdaji učbenika leta 1831 sta popravljeni 10. in 108. decimalka, izpuščene so vrinjene decimalke 4, 6 ter 1 in tako natiskano število π je popolnoma pravilno na 152 decimalk. Napačni sta le zadnji dve, 0 in 2, kar se lepo vidi v tabeli 3, v kateri je zapisanih nekaj decimalk, od vključno 126. naprej.

V tabeli 3 kratica in letnica pomenita, kdo in kdaj je približek števila π objavil oz. poslal v objavo: L — De Lagny, V — Vega, T — Thibaut, R — Rutherford, D — Dase. Prečrtane števke so napačne, podčrtane pa odveč. Thibaut je sicer opisal postopek za izračun, ni pa navedel, od kod mu 154 decimalk, od tega kar 152 pravilnih.

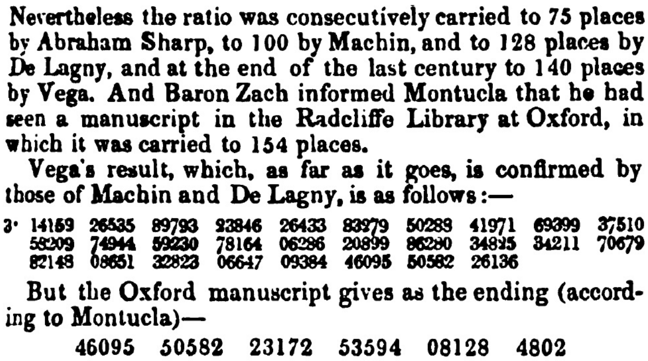
Leta 1841 je William Rutherford (1798–1871) objavil 208 decimalk števila π, ki ga je izračunal po formuli Machinovega tipa. Opisal je postopek in zapisal, da se njegov izračun zagotovo ujema na 152 decimalk z izračunom na rokopisu, ki leži v Radcliffski knjižnici v Oxfordu. Fizik John Radcliffe (1652–1714) pa je tisti, po katerem je knjižnica dobila ime. Žal je bilo kljub vsemu trudu samo teh 152 decimalk

	130 140 150
prav	46095505822317253594081284811174...
L 1719	46
V 1789	4~~47672138611733138~~
V 1794	46095505822~~6136~~
T 1822	46~~460955051822317253594081284802~~
T 1831	460955058223172535940812848~~02~~
R 1841	46095505822317253594081284~~847378~~...
D 1844	46095505822317253594081284811174...

TABELA 3.
Zadnje decimalke objavljenih približkov števila π.

točnih, vse nadaljnje pa napačne, o čemer Rutherford ni mogel vedeti, ker boljšega rezultata ni bilo. Na vprašanje, ki ga mu je nekdo zastavil leta 1842 glede rokopisa v Oxfordu, je odgovoril, da ga sicer sam ni videl, da pa o njegovem obstoju ne dvomi, češ da je naveden z vsemi do takrat znanimi decimalkami v *Penny Cyclopaedia, Vol. XIX* iz leta 1841. Pod geslom *Quadrature of the circle* je res opisana vsa problematika v zvezi z obsegom in ploščino kroga ter seveda z računanjem števila π. Med drugimi je omenjen tudi Vega in njegovih 140 decimalk. Pomemben pa je zapis, da je grof Franz Xaver Zach (1754–1832), priznani astronom, seznanil Montucla o Radcliffskem rokopisu. Francoz Jean-Étienne Montucla (1725–1799) je bil uveljavljeni zgodovinar matematike. Če je to res, je nekdo izračunal število π na 152 točnih decimalk že pred letom 1800. Očitno pa so ga prepisovali in pošiljali naokoli. Verjetno ga je tako dobil tudi Thibaut. Ostaja pa popolna skrivnost, kdo je avtor omenjenega rokopisa. Novejše uradne kronologije števila π v Radcliffskem rokopisu niti ne omenjajo.

Leta 1844 je Johann Martin Zacharias Dase (1824–1861) izračunal 200 točnih decimalk števila π po neki drugi formuli Machinovega tipa. Formulo je izpeljal Leopold Karl Schulz von Straßnitzki (1803–1852). Rezultat je bil objavljen v nemški reviji *Crelle's Journal*, kar je popularno ime za *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, ki izhaja še danes, ustanovil pa jo je leta 1826 matematik August Leopold Crelle (1780–1855).


Nevertheless the ratio was consecutively carried to 75 places by Abraham Sharp, to 100 by Machin, and to 128 places by De Lagny, and at the end of the last century to 140 places by Vega. And Baron Zach informed Montucla that he had seen a manuscript in the Radcliffe Library at Oxford, in which it was carried to 154 places.

Vega's result, which, as far as it goes, is confirmed by those of Machin and De Lagny, is as follows:—

3· 14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679
82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 26136

But the Oxford manuscript gives as the ending (according to Montucla)—

46095 50582 23172 53594 08128 4802

SLIKA 4.
Penny Cyclopaedia 1841; detajl.

Straßnitzki takoj za petimi vrsticami decimalk števila π predstavi Daseja iz Hamburga kot nadpovprečnega računarja, sposobnega računanja na pamet z dolgimi večmestnimi števili. Dase se je preživljal s tem, da je po gostilnah za denar na pamet računal s takimi števili. Ravno zaradi izjemne sposobnosti je Straßnitzki najel Daseja kot nekakšno živo računalo, da mu je izračunal krožno konstanto na 200 decimalk, in to v dveh mesecih. Mimogrede omeni tudi dokument v Radcliffski knjižnici in ujemanje Dasejevega izračuna na prvih 152-ih decimalkah. Prosil je celo oblasti, da bi mlademu Daseju pomagale najti primerno službo. Žal je Dase prej umrl, preden je dobil stalno zaposlitev.

Straßnitzki, rojen v Krakovu, je študiral matematiko, fiziko in še nekatere druge vede na Dunaju. Med letoma 1827 in 1834 je predaval matematiko na ljubljanskem liceju in našega Franca Močnika (1814–1892), bodočega matematičnega pedagoga in pisca matematičnih učbenikov, navdušil za študij matematike. V Ljubljani je Straßnitzki imel več javnih predavanj iz višje matematike in astronomije. Iz Ljubljane je odpotoval v Lvov, kjer je leta 1834 doktoriral in postal univerzitetni profesor. Nazadnje pa se je ustalil na Dunaju, kjer je razmeroma mlad umrl.

Za konec omenimo, da je Rutherford še enkrat stisnil zobe in število π leta 1853 izračunal na 440 točnih decimalk. Takrat je bilo drugače: primerjal se je lahko z Williamom Shanksom (1812–1882), ki je istega leta izračunal 527 točnih decimalk.

× × ×

Prostornina sodov

Janez Strnad

Johannes Kepler je sicer najbolj znan po treh zakonih o gibanju planetov (1609 in 1618). Odkril pa je tudi večino spoznanj geometrijske optike, ki jo vsebujejo današnji srednješolski učbeniki. Med drugim je tako navedel približek $\alpha/\beta = n$ za lomni zakon, ki ga tedaj še niso poznali in ga še dandanes uporabljamo pri preprostih računih za leče. Obravnaval je tudi sestave leč ter predlagal daljnogled z dvema zbiralnima lečama. Po obliki snežink je sklepal, da kristale sestavljajo gosto naložene kroglice.

Leta 1613 je trta obilno obrodila in na donavski obali v Linzu so živahno trgovali ter nalagali sode z vinom na ladje. Tudi Kepler je kupil nekaj sodov. Postal je pozoren na to, kako je trgovec izmeril prostornino vina in določil ceno. Skozi odprtino na sredi zgornjega dela ležečega soda je poševno segel do dna z merilno palico. Na palici je odčital, do kod je segalo vino, in po tem določil ceno. Kepler spočetka temu ni zaupal in se je zadeve lotil z matematiko. Hitro je sestavil kratek rokopis, ki pa je obtičal pri tiskarju. Kasneje je v njem popravil napake in besedilo dopolnil; leta 1615 je tako izšla *Nova stereometrija vinskih sodov*. V njej je izračunal prostornino 92 različnih teles, ki so nastala z vrtenjem dela krožnice, elipse, parabole ali hiperbole. S tem je Kepler naredil enega od korakov proti diferencialnemu računu, ki sta ga kasneje razvila Isaac Newton in Gottfried Wilhelm Leibniz (slika 3). Telesa je poimenoval po plodovih s podobno obliko: jabolko, sliva, limona... Paul Guldin, s katerim si je Kepler dopisoval, je opozoril, da so nekateri Keplerjevi sklepi le