

Merjenje nadmorske višine gladine jezer iz optičnih satelitskih slik

Domen Mongus¹, Matej Brumen¹, Borut Kozan²

¹UM FERi, Koroška cesta 46, 2000 Maribor

²PETROL d.d., Dunajska 50, 1000 Ljubljana

domen.mongus@um.si, matej.brumen@um.si, borut.kozan@petrol.si

Izvleček

V tem članku se osredotočamo na implementacijo naprednega geografskega informacijskega sistema, ki omogoča samodejno ocenjevanje večletnih profilov gibanja nadmorskih višin gladine jezer. Implementacija predlaganega sistema temelji na integraciji platforme Open Access Hub, ki omogoča dostop do odprtih podatkov Copernicus. Pri tem se osredotočamo na multispektralne optične slike para satelitov Sentinel 2, ki omogočajo izvedbo meritev s petdnevno časovno in desetmetrsko prostorsko ločljivostjo. Ključni gradniki predlaganega sistema so podsistem za samodejen zajem podatkov ter njihovo predobdelavo, vključno s tehnikami podatkovnega razšumljanja, obrezovanje slik in njihovo prostorsko poravnavo, digitalni model reliefa oziroma točkovna definicija nadmorskih višin okoliškega terena, algoritem za razpoznavo in filtriranje oblačnih slik, komponenta za razpoznavo pokrivnosti površja, izračun vodnega indeksa in segmentacijo gladine jezer ter sistem za preslikavo razpoznanih mej gladine jezer v nadmorske višine. Z rezultati demonstriramo, da predlagan pristop omogoča dovolj visoko natančnost za praktično uporabo.

Ključne besede: Razpoznavna vodnih območij, satelitske slike, program Copernicus, ansambelske metode za razpoznavo objektov

Abstract

In this paper, we focus on the implementation of an advanced geographic information system that enables the automatic extraction of annual levels of lake surface elevations. The implementation of the proposed system is based on the integration of the Open Access Hub platform which allows access to Copernicus open data, specifically the multispectral optical images of a pair of Sentinel 2 satellites. These make possible measurements with a five-day temporal and ten-meter spatial resolutions. The key building blocks of the proposed system are the subsystem for automatic data harvesting and preprocessing comprised of data decomposition techniques, image cropping and spatial alignment, digital terrain model or point definition of the altitudes of the terrain surrounding the monitored lake, cloud image recognition and a filtering algorithm, a land cover recognition algorithm, water index calculations and lake level segmentation, together with a system for mapping the recognized lake surface boundaries to altitudes. The results demonstrate that the proposed approach achieves sufficient precision for practical use.

Keywords: Water recognition, satellite imaging, Copernicus programme, ensemble method for object recognition.

1 UVOD

V zadnjem desetletju smo priča silovitemu napredku optičnih tehnologij daljinskega zaznavanja. Te omogočajo podrobno opazovanje površja Zemlje ter odkrivanje vzorcev in karakteristik na velikih geografskih področjih. Napredni satelitski sistemi danes omogočajo sistematično spremljanje večjih prostorskih entitet in oceno njihovih karakteristik za namene podatkovno podprtega odločanja. V tem kontekstu so še posebej pomembni optični sateliti, ki so prilagojeni za sistematično spremljanje pokrovnosti tal

[1]. Pomemben korak v tej smeri je nedavno naredila Evropska vesoljska agencija (ESA) z misijo Sentinel 2 v okviru programa Copernicus. Sentinel 2 je multispektralni optični satelit, ki omogoča spremljanje zemlje s srednjo prostorsko (10 – 16m) in visoko časovno (5 dni) ločljivostjo [2], kar je zagotovilo potrebno kontinuiteto podatkov za skoraj realno-časovno podporo odločanju [3]. Vseeno pa tudi podatki Sentinel 2 zahtevajo implementacijo naprednih tehnik umetne inteligence in strojnega učenja za izdelavo uporabnih podatkovnih produktov v vsakodnevni praksi.

V kontekstu multi- (ali hiper-) spektralnih podatkov se ključne informacije o opazovanih objektih skrivajo v tako imenovanih spektralnih podpisih. Slednji predstavljajo intenziteto odbite svetlobe na nivoju posameznega piksla glede na specifično valovno dolžino elektromagnetnega sevanja. Zaradi specifičnih absorpcijskih lastnosti merjenih kemijskih elementov takšen pristop omogoča izjemno natančno razpoznavo materialov in oceno pokrovnosti zemeljskega površja. Vseeno pa so optični merilniki na satelitu pasivni in so tako zmožni meriti zgolj energijo elektromagnetnega sevanja, ki je večinoma posledica odboja sončne svetlobe. Posledično pa so tovrstne meritve neizogibno podvržene nenehno spreminjajočim se optičnim pogojem, ki so odvisni od atmosferskih razmer, vlažnosti tal, višine sonca, kota pogleda in fenoloških učinkov na površju Zemlje [4]. Tovrstna časovnoprostorska spremenljivost povzroča prekrivanje spektralnih odzivov, kar bistveno poslabša našo zmožnost razpoznave pokrovnosti. Posebno zahteven primer tega so sence, ki zaradi pomanjkanja direktne sončne svetlobe povzročijo pomembno izgubo spektralnih lastnosti merjenih objektov. Ker je v sencah, zaradi odbojnosti neba, pogosto prisotna zgolj šibka modra svetloba, spektralni podpis senčenih objektov spominja na spektralne podpise vode. Razločevanje vodnih območij od ostalih pokrovnih tipov pa zato zahteva predobdelavo podatkov (glej sliko 1).

Ker je količina skladiščene vodne v jezerih pomemben faktor, tako za številne gospodarske panoge (na primer načrtovanje namakalnih programov v



Slika 1: Primer nerazločne meje med vodnimi in senčnimi področji na primeru Blejskega jezera.

kmetijstvu, načrtovanje proizvodnje hidroenergije ter načrtovanje vodnega prometa [5,6]), kakor tudi okoljske študije [7,8], je bilo na to temo v preteklosti izvedenih več raziskav. Običajen pristop k izboljševanju razpoznave vodnih območij, ki ga uporablja večina sorodnega dela, naslavlja problematiko z uporabo tako imenovanih radimetričnih popravkov [9,10]. Te običajno izvedejo predhodno zaznavo senčnih območij, znotraj katerih izvedejo rekonstrukcijo spektralnih lastnosti. Takšen pristop pa zgolj omili izpostavljenost težavi, saj še vedno ne omogoča natančnega razločevanja vode znotraj senc. Nedavno smo predstavili izboljšano splošno metodo razpoznave pokrovnosti tal, ki namesto radimetričnih popravkov izvede segmentacijo učnih vzorcev glede na pravilnost razpoznav in tako izvede razpoznavo senc implicitno [11]. V tem članku predstavljamo nadgradnjo metode za dejansko merjenje nadmorske višine gladine jezer. V poglavju 2 podrobneje predstavimo postopek implicitne zaznav senčnih področij in razpoznavo vodnih območij. V poglavju 3 predstavimo visokonivojsko arhitekturo sistema in njegove ključne komponente. V poglavju 4 predstavimo rezultate svojega dela, medtem ko v poglavju 5 povzamemo ključne ugotovitve študije.

2. ANSAMBELSKI PRISTOP K RAZPOZNAV I POKROVNOSTI POVRŠJA

V tem poglavju podrobneje opišemo ansambelski pristop k razpoznavi pokrovnosti tal iz slik Sentinel 2, najprej predstavljen v [11], katerega prilagoditev predstavlja jedro uporabljene metode razpoznave vodnih površin. Za razliko od tradicionalnih pristopov k strojnemu učenju, predlagana metoda izvede segmentacijo učnih vzorcev glede na napake v razpoznavi osnovnega (šibkega) klasifikatorja. Konkretnje, metoda sestoji iz naslednjih korakov:

1. Izgradnja prostora značilnic, kjer izvedemo oceno značilnic, pri čemer se zanašamo na teksturno analizo in izračun spektralnih indeksov, ki jih strukturirano predstavimo.
2. Učenje klasifikatorja, pri čemer so avtorji metode pokazali, da najboljše rezultate dajeta naivni Bayesov klasifikator in naključni gozd,
3. Oceno natančnosti klasifikatorja, pri čemer izračunamo funkcijo gostote verjetnosti napak glede na vsako značilko,
4. Izvedemo segmentacijo učnih vzorcev z izbrano pragovno vrednostjo glede na minimizacijo entropije ter

5. Ponovimo učenje z dvema klasifikatorjema, pri čemer se vsak uči nad svojim segmentom učne množice.

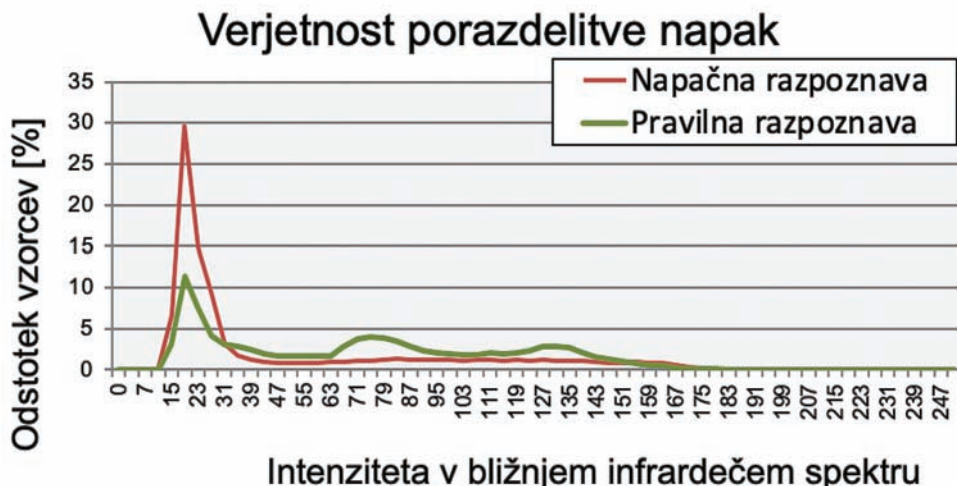
Zadnje tri korake ponavljamo, dokler ne dosežemo zaključnega kriterija, ki ga običajno določa število iteracij. Z drugimi besedami, predstavljeni postopek ustvari odločitveno drevo, ki omogoča kalibracijo klasifikatorjev na specifična prekrivanja spektralnih podpisov. Zaključni kriterij določa največjo dovoljeno globino drevesa in, posledično, število uporabljenih šibkih klasifikatorjev. Ker je uporaba osnovnih značilnic odvisna od domene uporabe, učenje klasifikatorjev pa dobro poznan postopek, v nadaljevanju tega poglavja podrobneje predstavimo zgolj koraka ocene natančnosti klasifikatorja in segmentacije učnih vzorcev.

2.1 Ocena natančnosti klasifikatorja

V tem poglavju predstavimo postopek ocenjevanja natančnosti osnovnega klasifikatorja, ki predstavlja izhodišče za segmentacijo učnih vzorcev in predstavitev novega šibkega klasifikatorja. Zaradi prekrivanja spektralnih podpisov šibki klasifikatorji namreč pogosto dajejo prevelik poudarek na specifične značilnosti, ki v splošnem omogočajo dobro razločevanje pomembnega deleža vseh vzorcev. Vseeno pa je očitno, da pri tem naredijo napake ravno v delu, kjer se spektralni podpisi prekrivajo. Slika 2 ilustrira to dejstvo na primeru razpoznavne pokrovnosti Blejskega jezera in

okolice iz slike 1, pri čemer je kot šibki klasifikator bil izbran naivni Bayesov klasifikator, učenje in analiza napak pa sta bila izvedena nad istim naborom osnovnih spektralnih podpisov multispektralnih slik Sentinel 2. Konkretnije, funkciji porazdelitve verjetnosti pravilno in napačno razpoznanih vzorcev, prikazani na sliki 2, sta izrisani glede na vrednosti vzorcev v bližnjem infrardečem spektru (angl. near infrared, NIR), ki je posebej pomemben za razpoznavo vodnih območij (natančnejši opis uporabe spektra NIR podamo v poglavju 3). Pri tem pa je očitno, da je bila intenziteta skoraj tretjina vseh napačno razpoznanih vzorcev iz razpona [20, 24], znotraj razpona [20, 32] pa se nahaja več kot 50 % intenzitet vseh napačno razpoznanih vzorcev, ki so predvsem posledica spektralnega prekrivanja med vodnimi in senčnimi območji.

Ker lahko podobno obnašanje opazimo tudi pri uporabi drugih šibkih klasifikatorjev (na primer odločitvena drevesa ali naključni gozd), je v splošnem smotno v osnovni klasifikacijski model vključiti nov šibki klasifikator, ki je posebej prilagojen na razpoznavo vzorcev iz območja največjega prekrivanja spektralnih podpisov (v tem primeru na razponu [0, 36]). Pri tem je pomembno tudi dejstvo, da se obnašanje šibkih klasifikatorjev ne razlikujejo bistveno, kadar takšno oceno napak izvedemo nad različnimi testnimi množicami. Slednje pa nam omogoča, da segmentacijo v fazi učenja izvedemo neposredno nad učnimi vzorci.



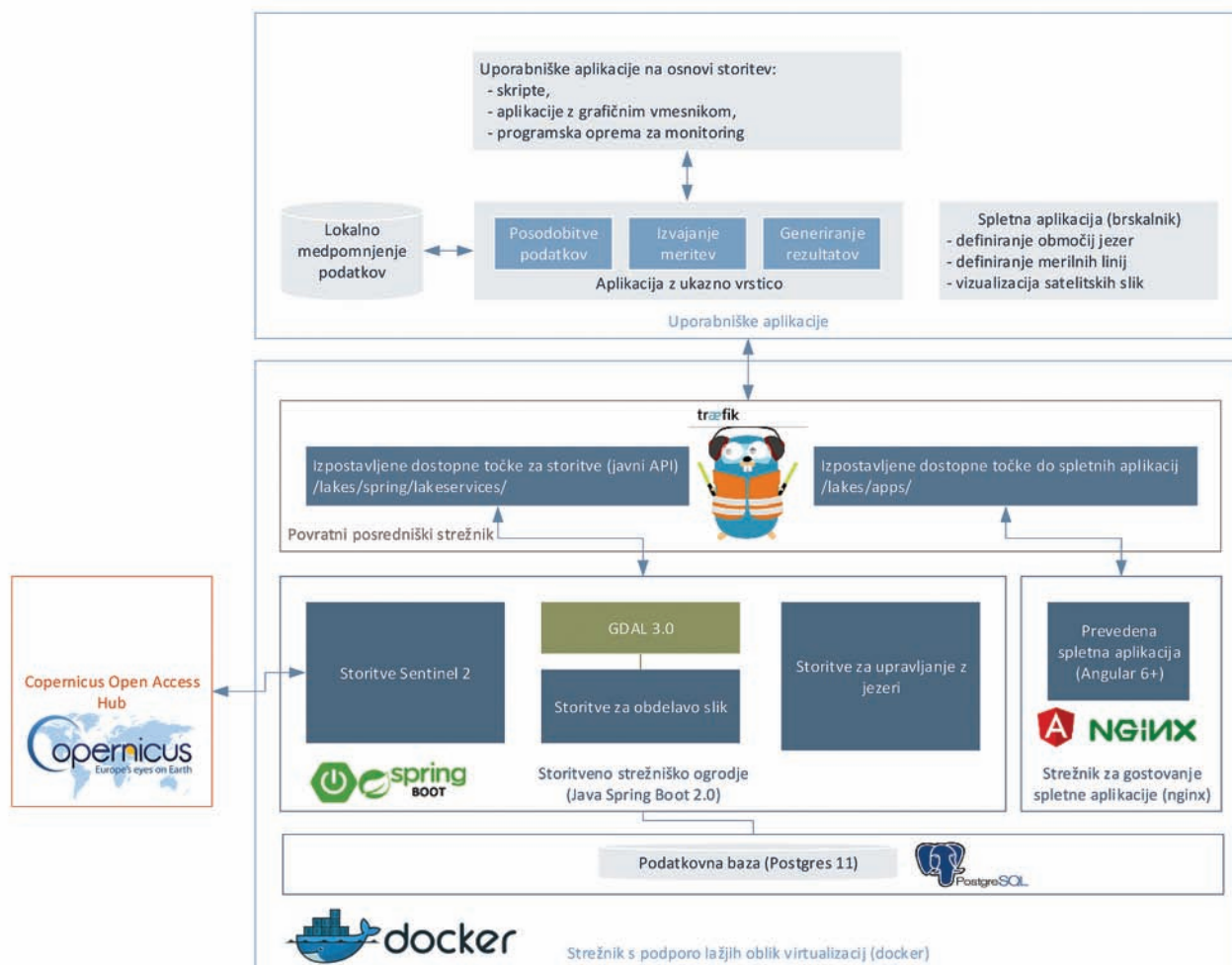
Slika 2: Verjetnost porazdelitve napak šibkega klasifikatorja pri razpoznavi vodnih območij glede na intenzitete slike v spektru NIR.

2.2 Segmentacija učnih vzorcev

Ocena natančnosti šibkih klasifikatorjev, predstavljena v prejšnjem poglavju, omogoča preprosto predstavitev novega klasifikatorja, ki ga prilagodimo za obravnavo vzorcev s prekrivajočimi spektralnimi podpisi. Ker učenje šibkega klasifikatorja vodi v nenatančnosti tako znotraj območja prekrivajočih spektralnih podpisov, kakor tudi zunaj njega, je smiselno prvotni šibki klasifikator zavreči in namesto njega predstaviti dva nova. Iz ocene natančnosti izhaja, da je razdelitev vzorcev najbolj naravno izvesti po principu minimizacije entropije med pravilno in nepravilno razpoznanimi vzorci, podobno kot to izvedemo v primeru izgradnje odločitvenega drevesa. Z drugimi besedami, segmentacijo učnega vzorca izvedemo z iskanjem optimalne pragovne vrednosti v naboru danih značilk, s katero dosežemo največji relativni informacijski prispevek (angl. information gain).

Medtem ko je matematična podlaga za izračun podana v [11], segmentacijo učne množice izvedemo v naslednjih korakih:

1. **Inicializacija klasifikacijskega modela**, pri čemer izvedemo učenje osnovnega šibkega klasifikatorja, ki predstavlja edini list drevesa.
2. **Ocena natančnosti klasifikacijskega modela**, kjer izračunamo verjetnosti porazdelitve napak glede na vsako izmed vhodnih značilk, kot je to predstavljeno v prejšnjem poglavju.
3. **Iterativna delitev učnih vzorcev**, kjer izvedemo:
 - a. iskanje optimalnega delitvenega kriterija in pripadajočo značilko
 - b. delitev učnih vzorcev glede na delitveni kriterij
 - c. učenje dveh novih šibkih klasifikatorjev ter
 - d. zamenjava lista drevesa z odločitvenim kriterijem in dvema pripadajočima šibkima klasifikatorjema v novih listih (poddrevesa).



Slika 3: Visokonivojska arhitektura sistema za samodejno merjenje nadmorske višine gladine jezer.

4. Izhod metode je tako klasifikacijski model, ki hierarhično organizira odločitvene kriterije za izbor pripadajočega šibkega klasifikatorja, s katerim se bo izvedla razpoznavna testnega vzorca.

3. SISTEM ZA SAMODEJNO MERJENJE NADMORSKE VIŠINE GLADINE JEZER

Implementacija predlaganega sistema temelji na integraciji platforme Open Access Hub, ki omogoča dostop do odprtih podatkov Copernicus. Njeni ključni gradniki so:

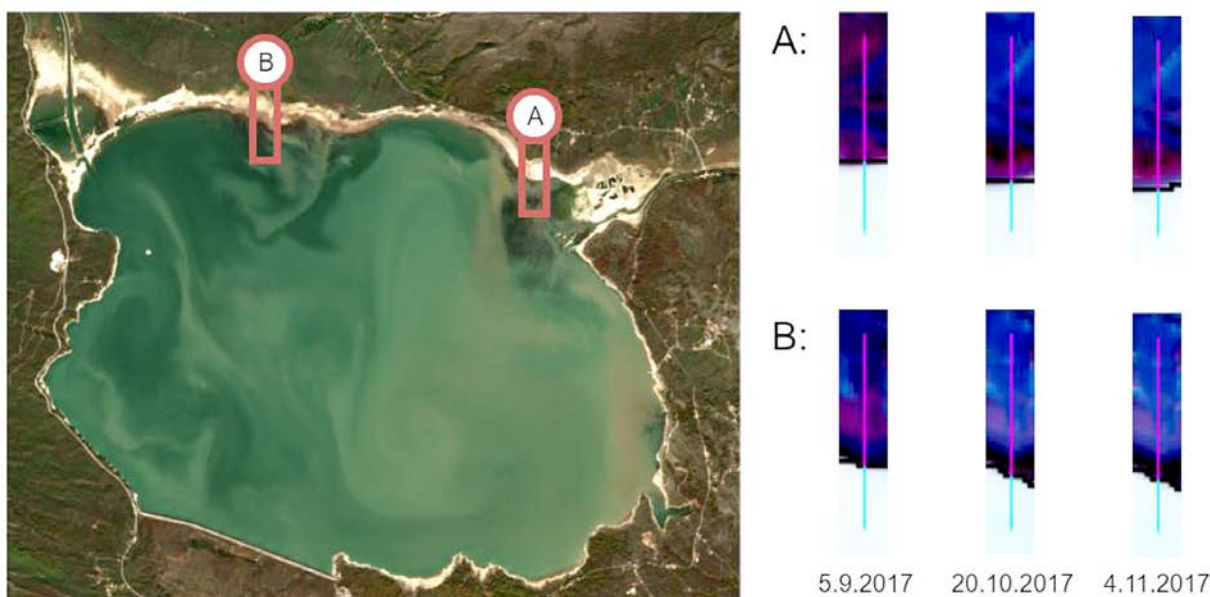
- kontrolne uporabniške aplikacije, ki omogočajo posodobitev podatkov, izvajanje meritev in generiranje rezultatov ter definicije merjenih jezer, parametrov meritev in njihovo vizualno preverjanje skozi namenski GIS,
- spletne storitve, ki omogočajo razpoznavo obale jezer ter preslikavo razpoznanih mej gladine jezer v nadmorske višine in
- sistem za zbiranje podatkov s podporno podatkovno bazo, ki vključuje vse potrebne parametre za samodejno delovanje.

Visokonivojsko arhitekturo sistema prikazuje slika 3, v nadaljevanju tega poglavja pa podrobneje opišemo storitveni del sistema, ki predstavlja jedro sistema.

Ključna značilka, na osnovi katere izvajamo razpoznavo vode, je tako imenovani normalizirani in-

deks vodne razlike. Tega izračunamo kot razmerje med razliko v intenziteti spektra NIR in kratkovolnne infrardečega spektra ter seštevkem njunih intenzitet. Na sliki 4 so prikazana merilna območja nadmorske gladine jezera in izračunani normalizirani indeks vodne razlike v treh primerih iz obdobja med 5. 9. 2017 in 4. 11. 2017. Pri tem je pomembno poudariti dejstvo, da razpoznave meje gladine jezera ne izvajamo nad njegovo celotno površino, saj je slednje lahko preveč podvrženo šumu. Namesto tega raje določimo specifična merilna območja, kjer je obala dovolj plitva, da majhne spremembe v zaznavi roba ne povzročijo prevelike napake v izmeri nadmorske višine. Vseeno pa imamo teh merilnih mest več, saj tako zvišamo odpornost na prisotnost oblakov (glej sliko 4) in drug morebitni šum v podatkih.

Tudi razpoznave vodnih območij pri tem ne izvajamo nad celotnim merilnim območje, pač pa zgolj nad premico, ki ji pripišemo višinske vrednosti iz digitalnega modela reliefa. V primeru, da za merjeno območje takšnega modela nimamo, lahko tako preprosto določimo zgolj dve kontrolni višinski vrednosti in med njima izvedemo linearno interpolacijo višin. Slika 4b prikazuje tako definirane meritve in razpoznano vodo območje (svetlomodri del črte) ter teren (rdeč del črte).



Slika 4: Definicija meritve nadmorske višine gladine jezer, kjer (a) prikazuje merilna območja in (b) izračunane normalizirane indekse vodnih razlik z razpoznano mejo gladine (moder del črte).

4. REZULTATI

Validacijo predlagane infrastrukture smo izvedli nad tremi jezери, in sicer jezero Piva v Makedoniji, jezero

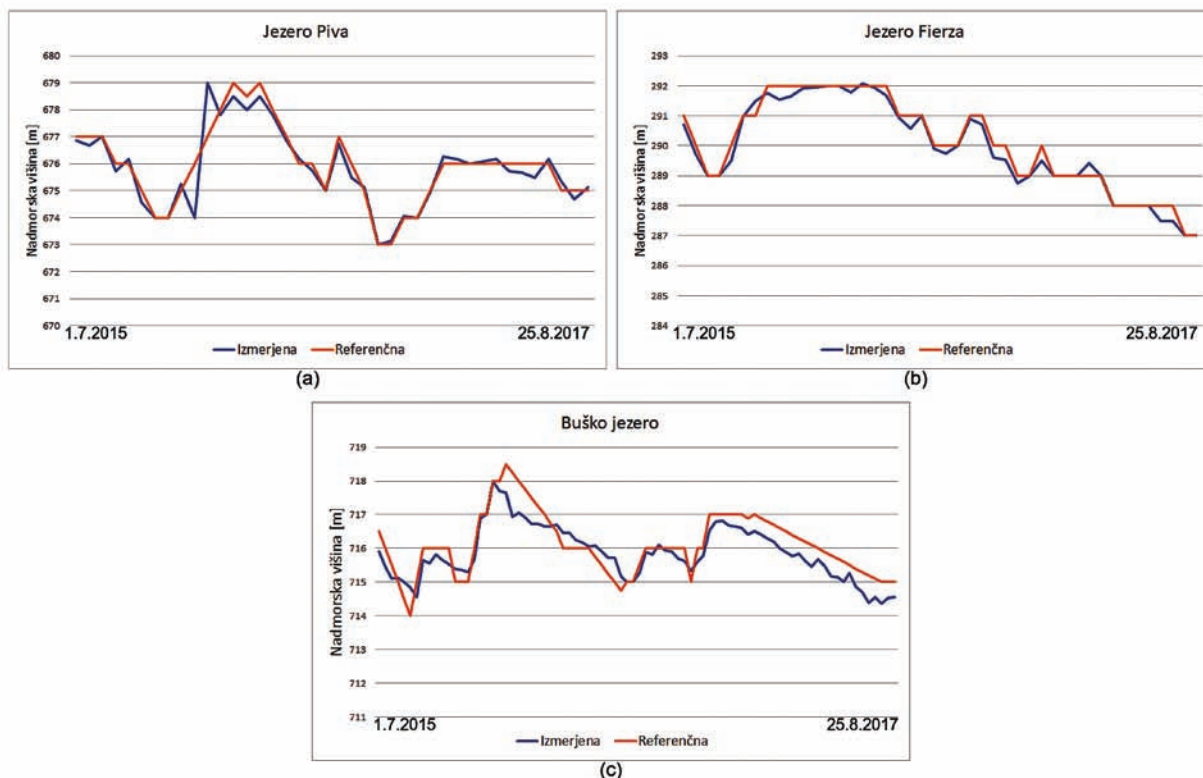
Fierza v Albaniji ter Buško jezero v Bosni in Hercegovini. Stanje slednjega ob visokem in nizkem vodostaju je prikazano na sliki 5.



Slika 5: Buško jezero ob (a) visokem in (b) nizkem vodostaju.

Slika 6 prikazuje letne profile vseh merjenih jezer v času od 1.7.2015 do 25.8.2017. Zaradi neobstojećih zgodovinskih podatkov pravilnosti izmerjenih rezultatov ni mogoče preveriti absolutno, saj zgodovinske meritve za merjena jezera ne obstajajo. Kontrolo so zato izvedli strokovnjaki v podjetju Petrol d.d., kjer

je model tudi v uporabi. Kontrolne meritve nadmorskih višin so bile pridobljene z ročnim pregledom slik, pri določitvi nivojev vode pa so bili uporabljene tudi kontekstualnimi podatki, kot so to na primer količine padavin, odtek vode in dnevne temperature. Rezultati so prikazani na sliki 6.



Slika 6: Dvoletni profili gibanja nadmorskih višin gladine jezer (a) Piva, (b) Fierza in (c) Buškega jezera.

Izvedena ekspertna analiza je pokazala, da so izmerjeni podatki dovolj natančni in zanesljivi za praktično uporabo. Največja napaka je bila izmerjena na primeru Buškega jezera in je znašala 1.5m, medtem ko se je koren povprečnega kvadrata napake gibal med 0.26m (v primeru jezera Frieza) in 0.51m (v primeru jezera Piva). Podroben vizualni pregled rezultatov je pokazal, da se ključni razlogi za napake skrivajo v naklonu terena, saj zaradi razmeroma nizke ločljivosti slik Sentinel 2 (10 m in več) to hitro vodi v razmeroma velike višinske razlike. Tako so bile največje napake zaznane, ko so severni (položni) del Buškega jezera prekrivali oblaki in meritve tam niso bile mogoče. Podobno velja tudi za primere večjih napak v oceni nadmorske višine gladine jezera Pliva, ko so bile meritve omejene na njegovo vzhodno stran. Zaradi oblačnega vremena pa je sicer v splošnem bilo neuporabnih tudi do 25 % vseh posnetkov posameznega jezera.

Ker je za številne aplikacije v podporo načrtovanja (na primer namakanja ali vodnega prometa) pogosto pomembnejše spremljanje sprememb nivojev vode, smo nad pridobljenimi podatki ocenili tudi Pearsonov korelacijski koeficient. Slednji je bil zaradi že omenjene strmine naklona vzhodne, južne in zahodne obale najnižji v primeru Buškega jezera (0.89), medtem ko je v primeru jezer Piva in Frieza znašal 0.93 in 0.98.

5. ZAKLJUČEK

V članku smo predstavili sistem za samodejno merjenje nadmorske višine gladine jezer za podporo pri odločanju. Predlagan sistem temelji na segmentaciji ključnih učnih vzorcev za izboljšano klasifikacijo v primerih prekrivanja spektralnih podpisov, kot je to običajen primer med vodo in senčnimi območji. Merjenje meje vodne gladine omogoča preračun nadmorske višine gladine jezera glede na digitalni model reliefa, pri čemer odpornost metode na oblake bistveno izboljšamo z večkratnim vzorčenjem vzdolž plitvih obal. Z rezultati smo pokazali tudi, da je predlagana metoda primerna za praktično uporabo, še zlasti v kontekstu ocenjevanja večletnih profilov gibanja gladine jezer.

LITERATURA

- [1] CHENG, Gong, HAN, Junwei: A survey on object detection in optical remote sensing images. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2016, št. 117, str. 11-28.
- [2] DRUSCH, Matthias in sodelavci: Sentinel-2: ESA's optical high-resolution mission for GMES operational services, *Remote sensing of Environment*, 2012, št. 120, str. 25-36.
- [3] VAN DER MEER, Freek in sodelavci: Potential of ESA's Sentinel-2 for geological applications, *Remote sensing of environment*, 2014, št. 148, str. 124-133.
- [4] GOMEZ, Cristina, WITHE, Joanne, WULDER, Michael: Optical remotely sensed time series data for land cover classification: A review, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2016, št. 116, str. 55-72.
- [5] COOPS, Hugo, BEKLIOGLU, Meryem, CRISMAN, Thomas L: The role of water-level fluctuations in shallow lake ecosystems—workshop conclusions, *Hydrobiologia*, 2003, št. 506 (1-3), str. 23-27.
- [6] ZHANG, Jiqun, XU, Kaiqin, YANG, Yonghui, QI, Lianhui, HAYASHI, Seiji, WATANABE, Masataka: Measuring water storage fluctuations in Lake Dongting, China, by Topex/Poseidon satellite altimetry, *Environmental Monitoring and Assessment*, 2006, št. 115 (1-3), str. 23-37.
- [7] JAWAK, Shridhar, KULKARNI, Kamana, LUIS Alvarinho: A review on extraction of lakes from remotely sensed optical satellite data with a special focus on cryospheric lakes, *Advances in Remote Sensing*, 2015, št. 4(3), str. 196.
- [8] SONG, Chunqiao, HUANG, Bo, KE, Linghong: Inter-annual changes of alpine inland lake water storage on the Tibetan Plateau: Detection and analysis by integrating satellite altimetry and optical imagery, *Hydrological Processes*, 2014, št. 28(4), str. 2411-2418.
- [9] KASETKASEM, Teerasit, VARSHEY, Pramod: An optimum land cover mapping algorithm in the presence of shadows, *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, št. 5(3), str. 592-605.
- [10] MOVIA, Alessia, BEINAT Alberto Beinat, CROSILLA Fabio: Shadow detection and removal in RGB VHR images for land use unsupervised classification, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2016, št. 119, str. 485-495.
- [11] MONGUS, Domen, ŽALIK, Borut: Segmentation schema for enhancing land cover identification: A case study using Sentinel 2 data, *International journal of applied earth observation and geoinformation*, 2018, št. 66, str. 56-68.

■

Domen Mongus je izredni profesor na Univerzi v Mariboru in član izvršnega odbora mednarodnega združenja GISIG (anlg. Geographical Information System International Group). V preteklosti je bil podpredsednik programskega odbora nacionalnega Strateškega razvojno inovacijskega partnerstva v okviru slovenske strategije pametne specializacije (S4) na področju Pametnih mest in skupnosti in član izvršnega odbora krovne evropske organizacije za geografske informacije EUROGI. Njegovi raziskovalni interesi vključujejo obdelavo podatkov daljinskega zaznavanja, prostorsko-časovno analitiko in geoprostorsko inteligenco. Za svoje dosežke je prejel več nacionalnih in mednarodnih nagrad, med drugim je bil leta 2015 imenovan za mladega znanstvenika podonavske regije, leta 2018 pa je prejel najprestižnejšo institucionalno akademsko nagrado za izjemen prispevek k znanstvenemu in pedagoškemu ugledu ter odličnosti Univerze v Mariboru.

■

Matej Brumen je vodja razvojne ekipe v laboratoriju za Geometrijsko Modeliranje in Algoritme Multimedije na Fakulteti za Elektrotehniko Računalništvo in Informatiko. Njegovo področje obsega vse od obdelave prostorskih podatkov in 3D vizualizacij do geografsko informacijskih sistemov in mikrorstitev ter razvoj končnih rešitev v sodelovanju številnimi slovenskimi in mednarodnimi industrijskimi partnerji.

■

Borut Kozan je vodja oddelka razvoja energentov v podjetju Petrol, kjer se ukvarja z razvojem področja napredne analitike, poslovnih modelov in procesov v segmentu prodaje in trgovanja z električno energijo in zemeljskim plinom. V času študija na Fakulteti za elektrotehniko (UL) je njegovo raziskovalno delo obsegalo modeliranje trga električne energije s poudarkom na agentnem učenju, modeliranje Evropske sheme trgovanja z emisijami (EU ETS), ekonomike investicij v energetskih sistemih ter modeliranje naključnih procesov. Del doktorskega raziskovanja je opravil na Universidad Pontificia Comillas v okviru Institute for Research in Technology.