Filozofski vestnik | Letnik XXXII | Številka 3 | 2011 | 7–22

Alain Badiou*

Na poti k novemu mišljenju Absoluta

Moj namen je pokazati, da mora sodobni materializem privzeti eksistenco absolutne ontologije.

Z »absolutno ontologijo« razumem eksistenco referenčnega univerzuma, kraja mišljenja biti kot biti, ki ima naslednje štiri značilnosti:

1. Je negiben – in sicer v smislu, da omogoča mišljenje gibanja in sploh vse racionalno mišljenje, pri čemer pa sam tej kategoriji ostaja tuj.

2. V svoji biti je popolnoma inteligibilen na podlagi iz niča. Rečeno drugače: ne eksistira entiteta, katere sestavina bi bil. Še drugače: je neatomističen.

3. Opisati in misliti ga je mogoče zgolj na podlagi aksiomov ali načel, s katerimi je skladen. Ni ga mogoče izkusiti ne konstruirati glede na neko izkustvo. Je radikalno neempiričen.

4. Uklanja se načelu maksimalnosti, in sicer na sledeč način: za eksistenco vsakršne intelektualne entitete zadostuje, da na njeno eksistenco brez protislovja sklepamo iz aksiomov, ki jo določajo.

Prvi mislec, ki je na določen način trdil, da konsekventni materializem zahteva absolutni referent [*un référentiel*], je bil Spinoza. Integralno inteligibilnost našega končnega izkustva je zagotovil z 28. pravilom prve knjige *Etike*:

> Sleherna posamezna stvar ali katera koli stvar, ki je končna in ki ima določeno bivanje, lahko biva in je lahko za delovanje določena od drugega vzroka, ki je tudi končen in ki ima tudi določeno bivanje; in ta vzrok lahko biva in je lahko za delovanje dolo-

* *École Normale Supérieure*, Pariz, Francija

> čen spet samo tedaj, če je za bivanje in delovanje določen od nekega drugega vzroka, ki je tudi končen in ki ima določeno bivanje, in tako v neskončnost.[1]

Znanost končnosti si tako zagotovi, da bo potekala v imanentnem determinizmu. Gre za ontološko zagotovilo determinizma, ki podpira vso racionalno mehaniko. Toda demonstracija teorema 28 zahteva poznavanje značilnosti *posameznih stvari, ki niso končne*. To so lastnosti, ki jih pokažejo pravila 21, 22 in 23. Te značilnosti pa so neposredno odvisne od temeljnih značilnosti Boga ali Substance, ki je Spinozino ime za absolutni referent.

Drugače rečeno, racionalno poznavanje tudi najmanjšega končnega gibanja zahteva ontološko zagotovilo Substance, ki ji Spinoza pravi tudi Bog ali Narava. Konstrukcija tega zagotovila pa v bistvenem sloni na razliki med končnostjo in neskončnostjo.

S Spinozo soglašam glede dveh bistvenih točk:

1. Mišljenje tudi najmanjše lokalne spremembe implicira eksistenco absolutnega referenta. To bi lahko povedali tudi takole: vsakršna fizika zahteva invariantno matematiko. Ali bolj na splošno: misliti neko svetno singularnost predpostavlja imanentni trans-svetni referent.

2. Ta implikacija zadeva vprašanje neskončnosti. To bi lahko povedali tudi takole: invariantna matematika je predvsem mišljenje neskončnosti ali več neskončnosti kot takšnih.

S Spinozo se razhajam le na eni točki: absolutni referent ne more imeti oblike Enega. Ne more biti neskončni izraz nekega večnega bistva. Naj spomnim na 6. definicijo prve knjige *Etike*: »Z Bogom mislim absolutno neskončno bitje, se pravi podstat, sestoječo iz neskončno mnogih atributov, katerih sleherni izraža večno in neskončno bistvo.«[2]

Implikacija neskončnosti je na tem mestu dvojna: zadeva število atributov Boga (torej neki način kvantitete) in eksistencialno intenzivnost eksistence Boga (torej

[1] Baruch de Spinoza, *Etika*, prev. Primož Simoniti, Slovenska matica, Ljubljana 1963, str. 117.
[2] *Ibid.*, str. 93.

neki način kvalitete). To ambivalenco neskončnosti bomo spet srečali kasneje, na tem mestu pa je strogo usmerjena k nadvladi Enega. Prav z uporabo definicije Boga bo Spinoza lahko prišel – v širokopoteznem premiku od prvega do petnajstega pravila – do monoteistične oblike svojega ontološkega jamstva. Citiram: »Razen Boga ne more biti dana in se ne more pojmovati nobena podstat.«[3]

Bog je torej imanentna referenčna oblika vsakršnega materializma, o katerem sem ravno govoril. Je kraj, na katerem se pod imenom substance izreka bit kot bit. Je torej absolutni ontološki referent, ki je hkrati Eden in edinstven.

Moje prepričanje, da je Bog mrtev, se nanaša – kljub njegovi zatrjeni imanenci – na Spinozinega Boga. Smrt Boga je namreč manj smrt transcendence kot smrt Enega in Edinstvenega. Naloga sodobne misli je ohraniti Spinozin cilj, torej imanentno in absolutno ontološko zagotovilo možne znanosti o katerihkoli lokalnih modifikacijah. Zavrniti pa moramo monoteistično obliko tega zagotovila, njegovo podreditev moči Enega, ki se ji klasična metafizika ne more odreči.

Potemtakem se moramo, če smem tako reči, odreči Bogu, a vendarle ohraniti njegove prednosti. Najti moramo imanentno in absolutno ontološko zagotovilo, ki bo v celoti prešlo na stran mnoštva kot takšnega, pri čemer pa bo ohranilo štiri ključna načela: negibnost, kompozicijo na podlagi niča, povsem aksiomatsko dispozicijo in načelo maksimalnosti.

Kot veste, sem v ta namen predlagal, da v filozofsko premišljevanje čisto preprosto inkorporiramo teorijo množic kot temeljni matematični pogoj.

Ni težko pokazati, da upošteva štiri načela.

Negibnost: Teorija se ukvarja z množicami, za katere pojem gibanja nima nobenega smisla. Množice so ekstenzionalne, kar pomeni, da jih popolnoma definirajo njihovi elementi, torej tisto, kar jim pripada. Dve množici, ki nimata povsem enakih elementov, sta absolutno različni. Množica se torej kot takšna ne more spremeniti, saj že s spremembo ene same točke svoje biti to izgubi v celoti.

[3] *Ibid.*, str. 104.

Kompozicija na podlagi niča: Teorija na začetku ne predstavi nobenega prvotnega elementa, atoma ali pozitivne singularnosti. Vsa hierarhija mnoštev je zgrajena na niču, v smislu, da ji zadostuje afirmacija eksistence prazne množice, takšne, ki nima nobenega elementa in ki je s tem čisto ime nedoločenosti.

Aksiomatska določitev [*prescription*]: Eksistenca neke množice izhaja najprej in zgolj bodisi iz praznine, kakršna je inavguralno izrečena, bodisi iz konstrukcij, ki jih dovoljujejo aksiomi. Edino zagotovilo te eksistence je na konsekvence aksiomov aplicirano načelo neprotislovja.

Maksimalnost: Aksiomom teorije lahko vedno dodamo aksiom, ki določa eksistenco neke množice, pod pogojem, da pokažemo, če je to mogoče, da ta dodatek v splošno zgradbo ne vnese logične inkoherence. Dopolnilnim aksiomom ponavadi pravimo aksiomi neskončnosti, saj definirajo in afirmirajo eksistenco cele hierarhije bolj ali manj močnih neskončnosti [*d'infinis*]. K tej kar najpomembnejši točki se bomo še vrnili.

Da ta teorija ni in ne more biti monoteistična, izhaja iz dobro znanega dokaza, da Eno ne eksistira – če predpostavimo (kar je na ravni ontološkega zagotovila neizogibno), da Eno potrjuje petnajsto pravilo prve knjige *Etike*: »Vse, kar jè, je v Bogu in brez Boga ne more nič ne biti ne pojmovati se.«[4]

S takšnim Bogom, s takšnim Enim, teorija množic nima kaj početi. Pravzaprav pokaže, da množica vseh množic ne more eksistirati. Če je aksiomatizirano mnoštvo imanentna forma biti kot biti, je torej nemogoče, da bi eksistiralo bivajoče, ki bi obsegalo vso bit, saj bi to moralo biti mnoštvo vseh mnoštev, kar pa je protislovno.

Na začetku bomo govorili le o sistemu aksiomov – to je pot, ki ji bomo sledili. Po konvenciji bomo posegli po V, črki V, za katero lahko rečemo, da formalizira vakuum, veliko praznino, (zares nekonsistentni, torej ne-mnoštveni) kraj vsega, kar lahko konstruiramo, izhajajoč iz aksiomov. Kar je – metaforično rečeno – »znotraj V«, je tisto, kar lahko odgovarja na aksiomatični ukaz teorije množic. To pomeni, da je V dejansko zgolj množica propozicij, ki jih je mogoče demonstrirati, izhajajoč iz aksiomov te teorije. Je zgolj neko jezikovno bivajoče. Za takšna je-

[4] *Ibid.*, str. 105.

zikovna bivajoča je v rabi izraz »razred«. Tako bomo rekli, da je V razred množic, toda spomnili se bomo, da gre za teoretično nereprezentabilno entiteto, torej entiteto brez referenta, saj gre prav za kraj absolutnega referenta [*référent*].

Na tej točki se moram soočiti s trdnimi ugovori, ki zadevajo absolutnost takšnega referenta. Obstajata dve vrsti nasprotnikov: najprej tisti, ki kot absoluta še naprej ohranjajo monoteistični referent, čeprav imanentnen, kar velja tako za religiozne poslednje borce kot za ničejanske ali deleuzijanske zagovornike enoglasnosti biti na način »močnega neorganskega življenja«, modernega naslednika spinozistične substance. Drugo skupino nasprotnikov sestavljajo tisti, ki so opustili vsakršno idejo referenta in trdijo, da je resnica vedno le relativna ali lokalna. In če ugovarjamo, da je relativna resnica oksimoron, bodo pač rekli, da obstajajo zgolj mnenja.

Ta druga usmeritev, ki je bolje kot vsaka druga prilagojena predstavniški demokraciji in kulturnemu relativizmu, je danes dominantna. Vedno je obstajala, vedno tudi v demokratičnem kontekstu, s čimer se je kot dragocena sofistika izkazala v boju proti tiraniji. Od nekdaj pa so ji celo tisti, ki so ji pripisovali določeno praktično vrednost – saj je vsaka absolutnost [*absoluité*] res nadležna – na bolj ali manj subtilne načine ugovarjali, da mora biti izjava »obstajajo zgolj mnenja« absolutno pravilna, sicer bi moralo obstajati še kaj drugega kot mnenja. Da torej obstaja neka absolutna resnica. Obstajata dve zelo razdelani različici. Prva je tista Augusta Comta iz 19. stoletja: »Nič ni absolutno, razen da je vse relativno.« Drugo, iz današnjih dni, najdemo pri Quentinu Meillassouxu: »Zakoni narave ne vsebujejo nobene nujnosti – nujno je le to, da so kontingentni.« Moja lastna različica se glasi: »V pojavnosti objektov nima nič absolutne vrednosti, razen da je *tisto, kar* se pojavlja, absolutno odvisno od čiste teorije mnoštva.« In ker tisto, kar omogoči, da se v svetu pojavi fragment »tega kar« se pojavlja, imenujem resnica, je različica moje različice sledeča: »obstajajo zgolj telesa in govorice, vendar obstajajo tudi resnice«.

Opazili boste, da ta maksima temelji na eksistenci čiste teorije mnoštva kot absolutnega ontološkega referenta. Na tem mestu moramo torej braniti prav njo in ne splošno načelo eksistence resnic.

Kako je torej z ugovori, o katerih sem pravkar govoril? Poznam tri, ki jih je zelo zanimivo preučevati in, če je mogoče, tudi ovreči: ugovor glede neskončnosti, ugovor glede neodločljivosti in ugovor glede mnogoterosti logik.

Vse to bom poskusil pojasniti, kolikor je to mogoče, ne da bi se pri tem spuščal v strašno težke tehnične probleme, ki se tu odpirajo.

Tistim, ki bi se v to vendarle želeli poglobiti, v branje predlagam dva članka. V francoskem jeziku je to odlično pojasnil Patrick Dehornoy v predavanju z naslovom *Progrès récents sur l'hypothèse du continu* [Nedavne ugotovitve o hipotezi kontinuuma]. Besedilo tega predavanja zlahka najdete tako, da njegov naslov vtipkate v iskalnik Google[5]. V angleščini pa lahko najdete Woodinov članek »The Realm of the Infinite« [»Področje neskončnosti«] v dragocenem zborniku *Infinity* [Neskončnost], ki je letos izšel pri Cambridge University Press.

Ugovor glede neskončnosti ima dve poglavitni obliki.

Prva oblika predstavi tezo o končnosti, ki je, podobno kot teza o suverenosti mnenj, zelo primerna za demokratični svet, ki nas obkroža, in njegove potrošniške zapovedi ter pičle spekulativne ambicije. Ta teza se zadovolji s tem, da naše izkustvo smrtnih človeških živali razglasi za končno, kakor za končnega, kolikor lahko to potrdi tudi znanost, razglasi tudi sam univerzum. Tako se lahko neskončnost realizira kot božanska transcendenca (empirizem in minimalna religija sta od nekdaj šla z roko v roki), ali pa se mora filozofija omejiti na analitiko končnosti, torej fenomenologijo biti-za-smrt. Kar se mene tiče, ostajam glede teh trditev kartezijanec: ker obstaja racionalno in razvejano mišljenje neskončnosti, nima nobenega smisla zagovarjati tezo o končnosti. Moderna teorija neskončnosti pa se imenuje teorija velikih kardinalov. Rečemo lahko, da je teorija velikih kardinalov zagotovo vsaj toliko, če ne bolj realna od smrti.

Drugi ugovor glede neskončnosti je veliko bolj zanimiv. Ta trdi, da mišljenju množic ne uspe zares dojeti neskončnosti, saj ga zvede na omejeno mišljenje, mišljenje števila. Cantor naj bi res laiciziral mišljenje neskončnosti, ko je pokazal, da eksistira neskončna pluralnost različnih neskončnosti. Toda s tem, ko je neskončnost podvrgel izračunu, je spregledal njeno kvalitativno bistvo. Kot

[5] http://www.math.unicaen.fr/~dehornoy/Surveys/Dgt.pdf.

dokaz za to je dejstvo, da v teoriji množic ni dokončne neskončnosti, nobene zaustavitve, kar pomeni, da ostajamo v številčni indiferenci. Tako kot za nekim številom pride drugo, tako po nekem tipu neskončnosti pride neki drugi tip. To nas privede do neke vrste odprte zoologije neskončnosti, v kateri si sledijo raznorazne pošasti, ki so vse bolj neskončne. Vemo, da sta Duns Scotus in sv. Tomaž polemizirala o rastoči dematerializaciji angelov. Ti se vrstijo od preprostih angelov, Božjih poslancev ljudem, do poslednji radosti ljubezni, ki v svetlobi raztopijo serafe, vmes pa so racionalno definirane stopnje: nadangeli, oblasti, moči, vrline, dominioni, prestoli in kerubi. Moderna teorija tipov neskončnosti ali velikih kardinalov jih pozna še več, njena racionalnost pa je precej bolj subtilna in stroga hkrati. Detajli so navdušujoči, izhajajo pa iz kar najvišje stopnje demonstrativne težavnosti. Navdušujmo se vsaj nad poimenovanji: neka neskončnost je lahko – od nižjih proti višjim, če lahko tako rečem – šibko nedostopna, nedostopna, šibko kompaktna, neopisljiva, Jonssonova, Rowbottomova, Ramseyeva, merljiva, močna, Woodinova, supermočna, močno kompaktna, super kompaktna, ekstenzivna, Vopenkova, skoraj velikanska, velikanska, supervelikanska ... Tam, kjer naj bi našli zares določujoč, diferenciran in zaobsegajoč koncept, najdemo to sosledje, na katerem je prav zares nekaj opisnega in baročnega, kar navidez potrjuje ugovor o njegovem navsezadnje indiferentnem značaju. Ta ugovor nazadnje predlaga *kvalitativni* koncept neskončnosti, ki se izogne prav ekstenzivni in togi racionalnosti množic. Takšno kvalitativno neskončnost ima očitno v mislih Deleuze. Spomnimo se, kako koncept definira kot pot njegovih sestavin »v neskončni hitrosti«. Ali kako se sklicuje na prvobitno neskončnost Kaosa. Na tej podlagi sklepa, da je upravičeno trditi, da Cantorju ni uspelo podati resničnega koncepta mnogoterosti neskončnosti, saj ga je zvedel na monotonijo števila.

Metode konstrukcije tipov neskončnosti – ki se, naj spomnim, imenujejo veliki kardinali – sprva navidez potrjujejo to obtožbo. Kako je torej s tem? Kardinalno število imenujemo tisto, ki meri notranjo dimenzijo neke množice, število njenih elementov, naj bo to končno ali neskončno. Privzemimo, da smo definirali posebni tip neskončnosti, pri čemer naj bo k kardinalno število množice, ki pripada temu tipu neskončnosti. Nato bomo preverili, ali lahko eksistira tip množice, ki je absolutno večji od k v naslednjem pomenu: pod njim eksistira vsaj k množic, katerih tip neskončnosti je k. Imenujemo ga lahko super-k. Ta super-k je k majhen, saj super-k v svoji velikosti obsega vsaj k množic dimenzije k. Temu postopku pravimo ortogenalni: k uporabimo, da k presežemo vsaj za k-krat sam k. Na ta način se zdi, da smo v transcendentnem položaju glede na k. Če z razlogom sklepamo, da je *k* že sam zelo močno neskončen, potem super-*k* odpre pot neke vrste super-neskončnosti.

Težava je v tem, da imamo zlahka vtis, da nova neskončnost vsakič finitizira predhodno neskončnost in s tem razveljavi absolutnost na vsakem koraku poskusa konstituirati njeno absolutno neskončnost.

Ključni teorem, ki ga je leta 1971 dokazal Kunen, je pokazal, da to neprestano numerično odprtje v univerzumu V množic vendarle ni zakon neskončnosti. Ta teorem v bistvu trdi, da najmočnejši postopek definiranja tipov neskončnosti, ki ga danes poznamo, *ne moremo ortogonalizirati, ne da bi pri tem proizvedli usodno protislovje*. Če si ne zamislimo popolnoma novih in nepredvidljivih procedur za konstrukcijo zaporednih neskončnosti, moramo pristati na to, da obstaja limita. Eksistira točka, na kateri se mora prekiniti postopek povzetja zaporednih neskončnosti v zaobsegajočo super-neskončnost.

Drugače rečeno, v nekonsistentni univerzum V teorije množic ne moremo uvesti vse močnejših neskončnosti brez vsakršne omejitve. Kunen pokaže, da v samem odprtju hierarhije neskončnosti obstaja subtilna zapora. Ne moremo prihajati »bližje in bližje« končni nekonsistenci, saj obstaja končna limita te bližine. Natanko tako tudi sv. Tomažu ni uspelo misliti bitja, ki bi lahko bilo bližje Bogu kot so serafi. Seraf neskončnosti [*d'infinis*] je kardinal »velikanskega« tipa. Velik specialist za to vprašanje, Akihiro Kanamori, mu šaljivo pravi tudi *Somrak Bogov* teorije velikih neskončnosti. Zaradi tega ne bo teorija množic nikoli obnovila vrhovno Eno, prav tako pa ne bo prisiljena v nenehno ponavljajoče in ponovno začenjajoče številčno odprtje. V to dialektično zavezništvo ne-Enega, odprtja in zapore se po mojem mnenju umešča dejanska neskončna moč teorije množic, absolutne ontološke reference. Neskončnost teorije množic se ne razreši ne v transcendenci Enega ne v numerični razpršitvi. Svojo multiformno konsistenco ohranja prav na robu praznine nekonsistence.

Preidimo zdaj k ugovoru glede neodločljivosti. Čeprav nekonsistentni univerzum V služi kot referent, pa s svojo nekonsistenco ne sme, če lahko tako rečem, okužiti same teorije. Res je, da V ni množica, da inkonsistira kot mnoštvo, da je fikcija formalnega jezika. Toda ne sme se zgoditi, da iz aksiomov teorije povlečemo protislovne konsekvence, ki zadevajo same množice, ali da teorija ne bi mogla razjasniti pomembne značilnosti množic. Slavni Gödlovi in Cohenovi teoremi pa so pokazali, da vsaj ena od domnevno zelo pomembnih značilnosti množic v aktualnem stanju teorije ni odločljiva. Gre za slavno hipotezo o kontinuumu. Ta hipoteza se v bistvu nanaša na dva tipa neskončnosti, ki ju v vsakdanji matematiki najpogosteje uporabljajo. Prvi je tip neskončnosti, ki ustreza totalnosti celih števil (1, 2 in tako naprej). Imenujemo ga diskretna neskončnost in je najmanjši tip neskončnosti. Drugi tip ustreza realnim številom oziroma točkam na geometrijski premici. Imenujemo ga kontinuirana neskončnost in je – kot lahko dokažemo – večja kot diskretni tip neskončnosti. Toda večja za koliko? Hipoteza kontinuuma [*du continu*] pravi, da je kontinuum tista neskončnost, ki pride neposredno za diskretno. Tako kot nadangel pride za angelom, tako je kontinuirana neskončnost druga neskončnost. Vzemimo, da so »osnovni aksiomi« teorije množic običajni operativni aksiomi, ki aksioma neskončnosti ne vključujejo – razen afirmacije o njeni eksistenci. Gödel je konec tridesetih let prejšnjega stoletja dokazal, da hipoteza kontinuuma v sistem osnovnih aksiomov teorije ne vnese nobenega protislovja. Z golega logičnega vidika lahko torej sprejmemo to hipotezo. Cohen pa je leta 1963 dokazal, da lahko to hipotezo brez protislovja z osnovnimi aksiomi tudi eksplicitno zanikamo. Torej lahko privzamemo tudi njeno negacijo. Če se torej držimo osnovnih aksiomov teorije množic, neka zelo preprosta in jasna lastnost neskončnih množic – točen odnos med diskretno in kontinuirano neskončnostjo – vprašanje, ki je filozofijo zanimalo že od njenih začetkov – ni odločljiva. Trdimo lahko, da gre za odnos zaporedja v prvih tipih neskončnosti. Lahko pa tudi zanikamo, da je tako. Nasprotni izbiri mišljenju mnoštva nudita dva bistveno različna univerzuma. Kako naj bi potem formalna teorija, ki določa ta dva univerzuma, lahko služila kot absolutna ontološka referenca? V resnici lahko v tej sumljivi ambivalenci najdemo izhodišče za možno ovržbo vsakršne pretenzije po absolutni referenci. Kot je lanskega oktobra briljantno pokazal David Rabouin, je to izhodišče mišljenja matematika Bella, kot ga razvije predvsem v knjigi *Toposes and Local Set Theories* (1988). Naslov Bellove knjige, ki ga prevajam kot *Toposi in lokalne teorije množic*, hkrati zatrjuje eksistenco več teorij množic, nedoločenost koncepta množice in povsem lokalno dimenzijo teorij, ki ga uporabljajo. Bell med drugim zapiše tole:

> Ko je leta 1963 Paul Cohen konstruiral modele teorije množic, v katerih so bile ovržene nekatere pomembne matematične propozicije, denimo, aksiom izbire in hipoteza kontinuuma, se je v zvezi z absolutnostjo konteksta množic pojavil nov izziv. Gödel pa je že v tridesetih letih konstruiral modele, v katerih so bile te propozicije potrjene. (Vse to) je nazadnje v duhu teoretikov množic porodilo vznemirjajočo negotovost gle-

de identitete »resničnega« univerzuma množic, vsaj kar zadeva matematične lastnosti, ki so zares njene. Ne glede na platonistično prepričanje številnih matematikov, se je koncept mnoštva izkazal za *radikalno nedoločenega*.

Kot je že od začetka trdil Gödel, prepričan platonist, je mogoče, da je ta »nedoločenost« zgolj posledica tega, da še nismo našli množice aksiomov, ki bi bila adekvatna »resničnemu« univerzumu mišljenja čistega mnoštva. Oziroma, da je naša aksiomatska določitev razreda V, znotraj katerega mislimo bit kot bit, še vedno nezadostna. Ugovor bi bil tako zgolj tehničen in ne bi imel posledic glede bistvenega.

Podajmo klasičen primer. Vzemimo, da želimo v bistveno algebraičnem jeziku najti aksiome, ki bi natančno opisali univerzum – in zgolj ta univerzum –, kot ga konstituirajo realna števila. To je pravzaprav univerzum našega čutnega kontinuuma. Skratka, želimo »absolutno« aksiomatiko kontinuuma. Predlagamo lahko aksiome algebraične strukture komutativnega telesa (to pomeni seštevanje, ničla, odštevanje, množenje, eno, deljenje), saj vse to obstaja v naših računih z realnimi števili. Toda ugotovimo, da obstaja veliko drugih komutativnih teles, ki so povsem različna od realnih števil. Na primer, obstajajo urejena telesa in telesa, ki to niso (denimo, kompleksna števila). Ker so realna števila prav tista, ki omogočajo primerjati dve razdalji, so zagotovo urejena. Dodamo lahko lastnost urejenega telesa. Toda obstajajo tudi druga urejena telesa. »In tako naprej,« kot pravimo? Bomo v aktualnem stanju teorije množic vedno imeli več možnosti, kot pravi Bell? Je nemogoče absolutno karakterizirati realna števila? A temu vendarle ni tako. Če dodamo dve in zgolj dve aksiomatski lastnosti, namreč, da je povsem urejeno komutativno telo, o katerem govorimo, *arhimedovsko* in *kompletno* (ne bom se spuščal v detajle), dobimo celostno karakterizacijo realnih števil – in zgolj njih.

Če rečem, da teorija množic konstituira absolutno referenco, predpostavljam, da je primer množic identičen primeru realnih števil: eksistira sistem aksiomov, ki še ni v celoti odkrit in ki identificira univerzum V – in le njega –, racionalno fikcijo, znotraj katere so mišljive vse množice. Drugače rečeno, nobena pomembna, pomenljiva in koristna lastnost množic ne bo ostala neodločljiva, ko nam bo uspelo dopolniti aksiome. Tako kot kontinuum strogo in enoznačno opisujejo aksiomi komutativnega, urejenega, arhimedovskega in kompletnega telesa.

Dve lastnosti univerzuma V, ki sta že dolgo časa najbolj kritični in napeljujeta na sum o nedoločenosti teorije množic (in torej nemožnosti, da bi jo privzeli za absolutni referent), sta aksiom izbire in hipoteza kontinuuma.

Kar takoj bi rad povedal, da menim, da je aksiom izbire očitno naravni del telesa aksiomov, ki določajo prave lastnosti univerzuma V, znotraj katerega mislimo čisto mnoštvo. Ta aksiom pravzaprav predlaga afirmacijo eksistence neke neskončne mnogoterosti posebnega tipa, ne da bi podal tudi sredstva za njegovo konstrukcijo. V grobem ta aksiom pravi, da lahko iz vsake neskončne množice pridobimo množico, sestavljeno iz enega elementa vsake množice, ki je element izhodiščne množice. Skratka, izberemo lahko »predstavnika« vsega, kar tvori izhodiščno množico. Gre za neke vrste volilni aksiom: izberemo poslanca iz vsakega okraja, toda problem je, da ima dežela neskončno število okrajev. Naj mimogrede omenimo, da je v takšnem zboru, sestavljenem iz neskončnega števila poslancev, zelo težko dognati, kaj pomeni večina. A pustimo to ob strani. Pomembno je, da je aksiom izbire zgolj eksistenčen – ne pove nam, kakšen bi lahko bil postopek takšne izvolitve. In ker je dokazano, da ne vnaša nobenega protislovja, načelo maksimalnosti po mojem mnenju zahteva njegovo prisvojitev.

Kar zadeva hipotezo kontinuuma, sem že od časa študija za *L'être et l'événement* [Bit in dogodek, 1988] mnenja, da je čisto preprosto napačna. Zakaj naj bi bila množica realnih števil tip neskočnosti, ki neposredno sledi neskončnosti celih števil? Ali res ni ničesar med diskretnim in kontinuumom? Od nekdaj se mi je zdelo, da gre prisvojitev te hipoteze v smer omejitve aksiomatskih zmožnosti teorije in s tem krši načelo maksimalnosti. Ker pa njena prisvojitev ni protislovna, lahko oklevamo. Tudi preprosta negacija hipoteze nam namreč ne pove nič več o tem, kateri je resnični tip neskončnosti kontinuuma.

Toda v zadnjih dvajsetih letih se je situacija razvila. Matematične raziskave se danes razvijajo v smer povratka teorije množic k absolutnosti, posebej v sijajnem delu Hugha Woodina. Novi aksiomi neskončnosti in argumentativne domneve bi lahko kmalu potrdili lažnost hipoteze kontinuuma in nasploh ponudili stabilen in skorajda kompleten opis »resničnega« univerzuma čistega mnoštva. Kot zapiše Woodin:

> Ekstenzija tekočega raziskovalnega programa bi lahko na ravni, ki dopušča superkompaktni kardinal, lahko ponudila primere (danes sicer ne poznamo nobenega)

> edinstvenega aksioma, ki bi bil kompatibilen z vsemi znanimi aksiomi, ki zadevajo velike kardinale, in zmožen zagotoviti takšne aksiomatske temelje teorije množic, ki bi bili varni pred rezultati neodločljivosti, ki jih dobimo s Cohenovo metodo. Možnost takšnega aksioma ni edinstvena, toda zelo možno je, da bi bil med predlaganimi aksiomi eden, ki bi bil najboljši (zaradi strukturnih in filozofskih razlogov). V tem primeru bi se vrnili – *proti vsem pričakovanjem, kar bi bilo hkrati nenavarno in racionalno – k pojmovanju resnice v teoriji množic, ki bi bilo takšno, kot je obstajalo v trenutku njenega rojstva*.

Woodin je tako napovedal povratek h cantorjevski absolutnosti teoretičnega dispozitiva čistega mnoštva. Pravi, da lahko razred V množic adekvatno in enoznačno določimo z definitivnimi aksiomi.

Kot zmeraj, je matematični besednjak tudi tu dragocen vodnik. Že v tridesetih letih je Gödel vpeljal koncept absolutnega v teorijo množic. Zamejimo univerzum V na eno množico tega univerzuma. Drugače rečeno, s povsem mentalno operacijo povzročimo, da postane nekonsistentni »resnični univerzum« v množici, tej fiktivni miniaturi, konsistenten. Rekli bomo, da je formula teorije absolutna glede na to omejitev, če je resnica te formule v miniaturi formalno enakovredna njeni resnici v univerzumu V. Drugače rečeno, formula je absolutna, če je njena resnica neodvisna od njene lokalizacije v določenem mnoštvu. Prav ta koncept absolutnosti bi radi zagovarjali.

Woodin izboljša ta pojem absolutnosti in skuje izraz, ki je za matematika res osupljiv: *bistvena resnica* formule. V grobem, formula je bistveno resnična, če je s Cohenovo metodo, ki ji pravimo forsiranje – gre za postopek fiktivne ekstenzije univerzuma – ne moremo falsificirati. Gre za isto linijo mišljenja: absolutno ali bistveno resnično je tisto, kar pri teoriji množic brez ugovora podpira postopke lokalizacije kot postopke ekstenzije. Tako Gödel kot Woodin sta prepričana, da je mogoče absolutizirati teorijo množic oziroma konstruirati aksiomatiko, ki dovoljuje obravnavati univerzum V mnoštva kot bistveno resničen.

To pa je od osemdesetih let naprej moja filozofska stava: ustvariti takšno teorijo svetov, v kateri bodo modifikacije inteligibilne zgolj ob privzemu invariantnosti realnega koncepta mnoštva. V ta namen moramo privzeti, da se imanentna mobilnost svetov in labilnost pojavljanja lokalno dogodita mnoštvom, ki so sicer matematično mišljiva po njihovi nelokalizirani biti, torej njihovi čisti biti, in sicer v okviru teorije množic, torej na kraju, kjer sta bit in biti-mišljeno identična. Izhajajoč iz tega, bomo rekli, da pojavljanje pomeni kot mnoštvo dospeti na kraj, na katerem je absolut topološko partikulariziran. Na tem mestu lahko skupaj s Heglom trdimo, da se s prihodom v biti na nekem mestu čisto mnoštvo odveže svoje absolutnosti. Da pa bi se lahko od nje odvezalo, mora absolutnost biti.

Ostane nam še strahovit tretji ugovor: kako vse to združiti z neustavljivim gibanjem, ki v nasprotju s Kantovim prepričanjem, da je logiko za vedno utemeljil Aristotel, predlaga mnoštvo različnih logik, zaradi čeasr postaneta stabilizacija in absolutnost neke čiste teorije mnoštva razume malo verjetni.

Vemo, da se dandanes te, vse bolj razvejane logike razvrščajo v tri velike vrste: klasična logika, ki priznava načelo neprotislovnosti in izključenega tretjega; intuicionistična logika, ki priznava načelo neprotislovnosti, ne pa tudi načela izključenega tretjega; parakonsistentna logika, ki priznava načelo izključenega tretjega, ne pa tudi načela neprotislovnosti. Te tri logike predlagajo predvsem tri zelo različne koncepte negacije. Negacija ima namreč v teoriji množic ključno vlogo. Najprej v vzpostavitvi enotnosti njene izhodišče točke (enotnosti praznine), saj praznino definira negacija eksistenčne propozicije: v praznini ne eksistira noben element. Nadalje zato, ker je sama neskončnost predstavljena kot eksistenca nekega člena z negativnimi lastnostmi – imenujemo ga limitno ordinalno število: eksistira ordinal, ki sicer ni praznina, hkrati pa ni niti naslednik nobenega drugega ordinala. Pa tudi zato, ker je razlika med dvema množicama definirana negativno: neka množica se razlikuje od druge, če v prvi eksistira vsaj en element, ki ne eksistira v drugi. Tudi temeljni koncept kardinalnega števila je v bistvu negativen: kardinal je vsak takšen ordinal, pri katerem ne eksistira nobena bi-univokna korespondenca med njim in katerim od njegovih predhodnikov. Našli bi lahko tudi veliko drugih primerov. Jasno je, da se s spremembo koncepta negacije kontekstualno spremenijo tudi temeljni koncepti teorije množic, njihov pomen in doseg. To predlaga tudi Bell, s tem ko pokaže, da koncept Toposa lokalizira idejo množice, tako da jo postavi v spremenljive kontekste. Vemo tudi, da v splošnem katerikoli topos dopušča intuicionistično logiko, medtem ko razvoj teorije množic v smislu njegove absolutne dimenzije v celoti poteka v kontekstu klasične logike. Da bi univerzum V lahko imeli za absolutni referent, mora biti jasno dokazati, da je njegova logika določena in ne variabilna.

Glede tega je moj odgovor presenetljivo odvisen od tistega, ki zadeva domnevno neodločljivost aksioma izbire. Rekel sem, da ga moramo na ravni neskončnih potencialnosti po načelu maksimalnosti privzeti in da obstajajo zgolj zunanji razlogi za njegovo zavrnitev. Zavrnitev aksioma izbire pravzaprav izhaja – v jeziku Quentina Meillasouxa – iz korelacionistične pozicije, ki privzem nekega koncepta ali izjave podreja tistim operacijam, ki naj bi jih bil zmožen naš intelekt oziroma domnevnim intuitivnim danostim, katerih jamstvo si mora zagotoviti. Nasprotno pa platonizem trdi, da je na ravni reference, ki ustreza neki Ideji, vse, kar je racionalno, tudi realno, v smislu, da moramo brez vsakršnega »subjektivnega« pogoja privzeti vsako eksistenco, ki je koherentna z aksiomi, ki to raven določajo.

Dodajmo, da je aksiom izbire izjava, ki ima nezanemarljiv filozofski odmev. Potrjuje namreč veljavnost izbire, katere norma predhodno ne obstaja, oziroma reprezentacijo, katere Zakona ne poznamo [*dont on ignore la Loi*]. Lahko bi rekli, da ponuja ontološki okvir, ki v času upora potrjuje veljavnost načina, kako je predstavnik [*le porte-parole*] neke skupine anonimen, ni konstruiran vnaprej in ne ustreza nobenemu uveljavljenemu protokolu države. To pa je v vseh pogledih nasprotno volilnemu predstavništvu. Aksiom izbire je ontološka določitev, ki svoj aboslutni referent prepušča divji izbiri, nekonstruktibilni neskončnosti. Kar je pri izbiri ontološke orientacije matematike toliko ljudi povzdignilo proti aksiomu izbire, je odvisno od politične subjektivnosti.

Prisvojitev tega aksioma je ne le mogoča, temveč – kar zadeva linijo, ki ji v matematiki in drugod sledimo – tudi odločilna.

Kajti izkaže se, da vsak topos, ki potrjuje veljavnost aksioma izbire, priznava klasično logiko. Na tem mestu se teorija množic še vedno upira svoji brezmejni lokalni premestitvi. Intuicionistična logika ji ne more ustrezati. Ta krasni, globoki in presenetljivi teorem je leta 1975 dokazal matematik Diaconescu. Enkrat za vselej je pokazal, da tisti, ki poskušajo teorijo množic postaviti v neklasični kontekst, opustijo – včasih tudi ne da bi na to posebej opozorili – aksiom izbire, s čimer v mojih očeh naredijo dvojno napako. Prvič, odpovejo se načelu maksimalnosti v neskončnosti, s čimer očitno zapadejo v skušnjavo tiste oblike mentalne reakcije, ki ji pravimo konstruktivizem in ki za privzem nekega tipa eksistence zmeraj zahteva korelacionistična zagotovila. Nikoli ne smemo pozabiti, da je konstruktivizem, katerega ena od preobrazb je intuicionizem, v matematiki ekvivalent načelu previdnosti, prenesenem na samo ustvarjalnost. Gre za pravcato pohabljenje. Drugič, relativizem v logiki in korelativna opustitev aksioma izbire označujeta podreditev odločitve zunanjim postopkom in s tem dejansko podreditev proceduram države. Torej moramo zatrditi, da je teorija množic organsko povezana [*fait corps avec*] s klasično logiko in da lahko zaradi tega deluje – kot je prvi opazil Parmenid – kot absolutni ontološki referent.

Sijajno je, da tri ugotovitve [*points*] nedavnih matematičnih raziskav takole razjasnijo in konsolidirajo filozofske odločitve, katerih domet je tako pomemben in ki danes kljubujejo prevladujoči usmeritvi. Zagotovilo trdne dialektične vezi med zavrnitvijo monoteizma, odprtjem in zaporo prinaša Kunenov teorem. Ta pravi, da nas neskončnost brez Boga ne prepusti lažni neskončnosti brezupnega zaporedja. Možnost, da je univerzum mnoštva razumno enoznačen in v nobenem smislu nedoločen ali relativen, potrjujejo znameniti Woodinovi izumi in rezultati. In nazadnje, da je teorija mnoštva organsko povezana z določeno in stabilno logiko, je osupljiva posledica Diaconescujevega teorema.

Iz vsega tega izhaja razmerje med filozofijo in njenim matematičnim pogojem, ki ga lahko opredelimo takole: da, možno je prakticirati absolutnost mišljenja čistega mnoštva, ki je ateistična zamenjava monoteizma, vključno z njegovo imanentno obliko, ki sta mu jo v svojih pomembnih delih dala Spinoza in Deleuze. Da, razumevanje absolutne ontologije mnoštva kot referenčnega kraja za celotno filozofsko spekulacijo je najbolj radikalno nova pot, ki nam jo je odprla matematika. Primerjamo jo lahko z učinki, ki jih je imela teorija iracionalnega geometričnega merila za platonistično teorijo Idej, ali učinke premis integralnega in diferencialnega računa za klasične metafizike.

Zdaj ali nikoli se moramo osebno zavezati, tako kot je v poeziji storil Lautréamont, »strogi matematiki«[6]. Sam Heidegger je dobro vedel, da je zgodovina filozofije zgodovina boja zoper Eno. Toda kako rešiti mišljenje biti spon mišljenja Enega? Heidegger je vprašanje jasno zastavil. Citiram: »Prvenstvo kajstva vsakokrat privede prednost samega bivajočega v to, kar ta je. Prednost bivajočega določi bit kot *koinon*, skupno, na podlagi *en*, enega. S tem je odločen posebni značaj metafizike. Eno kot poenotujoča enotnost postane normativna za poslednjo določitev biti.«

[6] Comte de Lautréamont, *Maldororjevi spevi. Poezije*, prev. Aleš Berger, Cankarjeva založba, Ljubljana 1985, str. 71.

Toda odnos, ki ga je Heidegger vzdrževal med filozofijo in njenimi pogoji, ki je bil povsem neuravnovešen v korist hipnotičnega branja poezije in politike, zavezane nasilni nacionalni nostalgiji, mu ni omogočala, da bi to prekoračil. Stopiti onstran Enega, absolutizirati mnoštvo – to lahko mi vsaj poskusimo. Kaj je cena takšnega poskusa? Posebej zvesti dojem matematike in politika, v kateri egalitarna univerzalnost premaga slepo korelacijo med identitetami in državo. Tudi poezije zagotovo ne bomo opustili, saj se tudi ona pogosto znajde v skoraj orgiastični odvisnosti od čistega mnoštva! Poezija ve, kako izreči brezbožno slavje tega, kar je, kolikor ne izvira iz Enega, temveč iz čiste razpršitve. Ne iz smisla, temveč iz biti. Za zaključek – izbrano skorajda po naključju – pa tole:

Skozi živo kredasta vrata se vidijo stvari ravnice: stvari, ki živijo, o stvari imenitne! [...]

in na zemlji se vidi in sliši veliko stvari, stvari, ki živijo med nami! [...]

[vsako stvar sem] videl v njeni senci in zaslužnosti njenega trajanja: zaloge knjig in letopisov, skladišča zvezdoznanca in lepote pokopališča, pradavna svetišča pod palmami, v katerih životari mula in tri bela piščeta – in onstran obline mojega očesa še veliko skrivnostnih reči in zadev: taborišča, podrta zavoljo preslišanih novic, izgredi ljudstev na gričih, in prekoračenja rek na mehovih; jezdeci, noseč sporočila zaveznikov, zaseda v vinogradih, roparski napadi v globelih sotesk, in pogon čez polja za ugrabitev ženske, mešetarstvo in spletkarstvo, parjenje gozdnih živali otrokom na očeh, in ozdravljenja prerokov v somraku volovskih staj, nemi pomenki dveh mož pod drevesom ...

toda visoko nad dejavnostjo ljudi na zemlji nešteto potujočih znamenj, veliko semenja na poti, in pod nekvašenim testom lepega vremena, v velikem dihu zemlje vse perje žetev! ...

tja do ure večera, ko zvezda samica, stvar čista in zastavljena v višinah neba ...

Orna zemlja sanj! Kdo govori o zidavi? – Videl sem zemljo razdeljeno na širne prostore, in moja misel je pri tistem, ki plove po morjih.[7]

Intelektualno oko lahko vidi Idejo mnoštva, kako se porazdeljuje v vse bolj velikanskih neskončnostih in daje mero vsemu, kar se pojavlja. Samo na ta način filozofskega mišljenja ne bo zbegal dogodek, ki prihaja.

Prevedel Rok Benčin

[7] Saint-John Perse, »Anabaza«, v: *Zbrane pesnitve*, prev. Slavko Kumer, DZS, Ljubljana 1975, str. 100–102.