

Preverjanje znanja sklopa trikotniki s tvorjenjem daljšega pisnega besedila

Assessing Knowledge of Triangles Through Mathematical Writing

Renata Pučko Ivanuša
Osnovna šola Ormož

Izvleček

V članku je predstavljen pomen tvorjenja pisnega besedila pri matematiki. Opisane so prednosti, ki jih prinaša vključevanje tvorjenja pisnega besedila pri pouku matematike za učenca, in prednosti, ki so jih pri tem deležni učitelji. Natančneje je predstavljen primer iz razreda, kjer so učenci tvorili daljše pisno besedilo z namenom preverjanja znanja sklopa trikotniki v 7. razredu. Ob analizi pisnega besedila učencev so izpostavljeni elementi formativnega spremljanja: samovrednotenje, učiteljeva povratna informacija in vrstniško vrednotenje.

Ključne besede: matematika, trikotnik, daljše pisno besedilo, samovrednotenje, vrstniško vrednotenje, povratna informacija

Abstract

This paper discusses the importance of composing written texts in mathematics. It discusses the advantages of bringing writing into math classrooms for students as well as teachers. In detail, we describe how Year 7 students produced a longer written text in order to check their knowledge of triangles. The analysis of the written texts highlights the elements of formative assessment, i.e., self-assessment, teacher feedback and peer assessment.

Keywords: mathematics, triangle, longer written text, self-assessment, peer assessment, feedback.

Uvod

Pri predmetu matematika pogosto pridobivamo informacije od učencev z ustnim izražanjem ali reševanjem nalog, redkokdaj pa s pisnim v smislu tvorjenja pisnega besedila (z uporabo matematičnega jezika), bodisi je to razlaga definicije, opis postopkov, pojasnjevanje strategije pri reševanju matematičnega problema idr. Pisno izražanje je za večino učencev zahtevnejše, saj miselni proces od učenca zahteva dobro organizacijo, poglobitev v dano vsebino, razlago, analizo in sintezo zapisanega.

Tvorjenje daljšega pisnega besedila pri matematiki

V učnem načrtu za matematiko v osnovni šoli lahko zasledimo, da matematična kompetenca vključuje tudi matematično pismenost in predstavitev v matematičnem jeziku. V osnovni šoli med drugim razvijamo razumevanje in uporabo matematičnega jezika (branje, pisanje in sporočanje matematičnih besedil, iskanje matematičnih virov in njihovo upravljanje), poznavanje, razu-

mevanje, uporabo matematičnih pojmov in povezav med njimi ter izvajanje in uporabo postopkov. (Žakelj, 2011). Da bi temu zadostili, nam je na voljo več dejavnosti, ena od teh je, da učenec ponudimo izziv, da se tudi pri matematiki soočijo s tvorjenjem pisnega besedila. Ker je matematični jezik za marsikoga v osnovni šoli zahteven, se moramo tega lotiti postopoma. Tvorjenje pisnih besedil in izražanje na tak način je pri matematiki zapostavljeno, na prvo mesto uvrščamo ustno izražanje, ki po večini ni tako dovršeno kot pisno (Pugalee, 2001).

Tvorjenje pisnih besedil pri matematiki je sprva zahtevna dejavnost, ko pa to postane za učitelja in učence pogosta praksa, je vključevanje tvorjenja pisnih besedil skoraj neizogiben korak k bolj poglobljenemu razumevanju matematičnih vsebin. Pomembno je, da tako učenci kot učitelji spoznajo, da učenec s tvorjenjem daljšega pisnega besedila pogloblja svoje znanje, učitelj pa ima možnost vpogleda v njegovo razmišljanje in hkrati dobi možnost refleksije o svojem pouku in izhodišča za razmislek o nadaljnjih dejavnostih, ki jih bo vključil v pouk. Ko učitelj in učenci v pisnih besedilih vidijo prednosti, je vključevanje takih dejavnosti bolj osmišljeno (Burns, 2004, Žakelj, 2011).

Samo tvorjenje pisnih besedil lahko v pouk matematike vnesemo po korakih, od krajših do daljših besedil, kakor tudi od preprostejših do zahtevnejših besedil. Vključevanja tvorjenja pisnega besedila se lotimo sistematično in osmišljeno, pri čemer upoštevamo predznanje in sposobnosti učencev. Tvorjenja pisnih besedil se lahko lotimo v različnih oblikah: zapis in razlaga osnovnih definicij, zapis slovarčka matematičnih izrazov, opis težave, ki jo je učenec imel v določeni učni uri, ali zapis, kaj je učenec dobro osvojil, pisanje dnevnika, opis postopka reševanja določenega matematičnega problema, matematična rešitev problema iz življenjske situacije idr. (Burns, 2004).

Z vključevanjem tvorjenja pisnega besedila ponudimo učencem možnost izkazati znanje na drugačen način in pridobivanja nove perspektive razumevanja matematike. Tvorjenje pisnega besedila lahko uporabimo v vseh fazah učnega procesa: lahko ga uporabimo za preverjanje (pred)znanja, poglobljanje znanja ali pridobivanja dokazov o napredku učenca.

Primer tvorjenja pisnega besedila z namenom preverjanja znanja sklopa trikotniki v 7. razredu

V 7. razredu smo se tvorjenja pisnega besedila lotili z namenom preverjanja znanja. Učenci so s pisnim besedilom, ki so ga tvorili sami, predstavili določeno matematično vsebino, v tem primeru vsebino sklopa trikotniki. Na tak način so učenci tega oddelka že izkazovali znanje, tako da jim delo ni bilo tuje.

1. Obravnava sklopa trikotniki

Del ciljev učnega sklopa trikotniki (opis, delitev, koti) so učenci usvojili večinoma s samostojnim preiskovanjem s koraki formativnega spremljanja (Suban, 2018). Učenci so znanje pridobivali z izkustvenim učenjem, reševanjem problemov, s pomočjo tehnologije in učbenika. Učenci so prav tako sproti oblikovali kriterije uspešnosti, ki so zapisani na sliki 1.

KRITERIJI USPEŠNOSTI

Opišem trikotnik in poimenujem oglišča, stranice in kote.
Delim trikotnike glede na velikosti notranjih kotov in glede na dolžine stranic.
Razumem, kakšen mora biti odnos med dolžinami stranic trikotnika (trikotniško pravilo).
Določim vse somernice enakokrakega trikotnika in enakostraničnega trikotnika.
Opišem lastnosti osno somernih trikotnikov.
Razlikujem med pojmom notranji in zunanji koti trikotnika ter notranjim kotom trikotnika določim pripadajoče zunanje kote.
Poznam vsoto velikosti notranjih kotov trikotnika in jo znam uporabiti.
Poznam vsoto velikosti zunanjih kotov trikotnika in jo znam uporabiti.

Slika 1: Kriteriji uspešnosti.

SAMOVREDNOTENJE

Ime in priimek učenca/-ke:			
Opišem trikotnik in poimenujem oglišča, stranice in kote.			
Delim trikotnike glede na velikosti notranjih kotov in glede na dolžine stranic.			
Razumem, kakšen mora biti odnos med dolžinami stranic trikotnika (trikotniško pravilo).			
Določim vse somernice enakokrakega trikotnika in enakostraničnega trikotnika.			
Opišem lastnosti osno somernih trikotnikov.			
Razlikujem med pojmom notranji in zunanji koti trikotnika ter notranjim kotom trikotnika določim pripadajoče zunanje kote.			
Poznam vsoto velikosti notranjih kotov trikotnika in jo znam uporabiti.			
Poznam vsoto velikosti zunanjih kotov trikotnika in jo znam uporabiti.			

Slika 2: Samovrednotenje.

Trikotnik je lik, ki je sestavljen iz treh stranic. Stranice trikotnika označimo z malimi tiskanimi črkami a, b, c . Ogljišča označimo z veliki tiskanimi črkami A, B, C , pomembno je, da je ogljišče in stranica, ki sta si nasproti, označena z enako črko. Kote označimo z grško abecedo, ponavadi z alfa, beta in gama. Trikotnike glede na stranice delimo na raznostranični trikotnik, za njega je značilno, da imajo vse stranice različno dolžino. Enokraki trikotnik, zanj je značilno, da sta dve stranici enako dolgi. Za enakostranični trikotnik pa je značilno, da so vse stranice enako dolge. Če pa želimo trikotnik razdeliti glede na notranji kot pa delimo na pravokotni trikotnik, zanj je značilno, da je notranji kot 90° oziroma pravi kot, ostrokotni trikotnik ima notranji kot velik manj kot 90° , topokotni trikotnik pa ima njegov notranji kot velik med 90° in 180° , oziroma med pravim ter iztegnjenim kotom. Trikotniško pravilo pomeni, da morata skupaj dve stranici biti daljši od tretje, da lahko dobimo pravi trikotnik, po tem bi veljalo $a+b > c$, $a+c > b$, $c+b > a$. Osnovni trikotniki so tisti, ki jih lahko s simetralo razdelimo na dva enaka dela. Pri enokraki trikotniku lahko navedemo eno simetralo po sredini lika, naposled navedel in tako lik razdelimo na dva enaka dela. Pri enakostraničnem trikotniku, lahko narišemo tri simetralice iz vsakega kota in lik razpolovimo notranje na dve polovici. Zunanji koti so koti, ki so na zunanji strani trikotnika in so označeni z grško abecedo ter zraven

črke imajo zapisano tudi številko ena. Notranji kot je v trikotniku, ta je označen z črko iz grške abecede, zraven sebe pa nima številke ena. Zunanji in notranji koti so običajno označeni z prvimi tremi črkami grške abecede α, β, γ . Notranji in zunanji kot sta povezana, saj skupaj morata biti razpiti za 180° oziroma sta povezani v sokota, torej notranji in zunanji kot, njuna vsota mora biti 180° . Vsota vseh treh notranjih kotov mora biti 180° . Vsota vseh zunanjih kotov mora biti 360° . Velikokrat pa naloge od nas zahtevajo, da moramo izračunati tretji notranji kot na podlagi podatkov prvega in drugega kota. Vemo, da vsi trije notranji koti skupaj sestavljajo 180° . In če vemo, da je en kot velik npr. 40° , drugi kot pa 60° , moramo ti dve vsoti skupaj sešteti in dobimo 100° . Nato se moremo vprašati koliko manjka štirim stopinjam do sto osemdesetim stopinjam. Lahko naredimo pisni račun ter izračunamo koliko je $180^\circ - 100^\circ$. Dobili bi rezultat 80° . In 80° je vsota tretjega kota, enako lahko rešimo tudi vse druge primere če poznamo koliko je prvi in drugi kot velik. Želela pa bi še omeniti, da, ko označujemo oglišča in stranice te zapisujemo v pozitivni smeri. To pomeni, da morajo črke biti postavljene v nasprotno smer urinega kazalca.

Slika 3: Besedilo učenca 1.

2. Priprava na tvorjenje pisnega besedila

Po obravnavi sklopa so učenci dobili nalogo, naj tvorijo matematično besedilo, v katerem naj zajamejo vse zastavljene kriterije uspešnosti. Pred pisanjem je pomembno, da učitelj in učenci dorečejo, kaj, razen matematičnih kriterijev, naj učenci upoštevajo pri tvorjenju besedila (Suban, 2020). Naši dodatni kriteriji so bili: besedilo naj bo zapisano čitljivo, povedi naj bodo tvorjene tako, da jih bo bralec razumel in upoštevati je treba slovnično pravilnost. Med obravnavo sklopa smo si na zadnjo stran zvezka

izdelovali tudi slovarček matematičnih izrazov in njihove razlage, da so jih učenci lahko suvereno uporabili v pisnem besedilu.

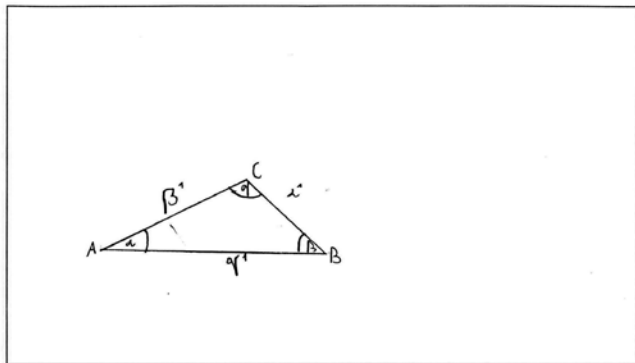
3. Tvorjenje pisnega besedila in samovrednotenje

Za tvorjenje pisnega besedila so imeli učenci na voljo eno šolsko uro. Učenci so dobili list, na katerem so imeli tudi prostor za osnutek, da si kaj zapišejo, narišejo, skratka ga uporabijo tako, da jim bo v pomoč pri pisanju. Nekateri učenci so to možnost uporabili, drugi ne. Po tvorjenju pisnega besedila so se učenci

MATEMATIČNI SPIS

TEMA: TRIKOTNIKI

OSNUTEK:



Trikotnik ima tri točke, katere označimo A, B, C v obratni smeri urinega kazalca (-). Trikotnikove kote označimo z črkami grške abecede te črke so po navadi α, β in γ . Na trikotniku moramo označiti tudi stranice, njih tudi označimo z črkami grške abecede te črke so tudi a, b in c ampak imajo st na desni strani zgornji številki (1, 2, 3). Poznamo 2 delitvi trikotnikov, in

oicer glede na kote in glede na stranice. V vsaki od teh dveh delitev so trije vrste trikotnikov, ki jih poznamo. V delitvi na stranice poznamo raznostranični trikotnik, ki ima vse tri stranice različne, enokotnični trikotnik, ki ima vse tri stranice enake in enokraki trikotnik, ki ima dve stranici enake dolgi eno pa različno. V delitvi na kote, pa so topokotni trikotnik, ki ima en topi kot, pravokotni trikotnik, ki ima en pravi kot in trikotnik, ki ima

Trikotniško pravilo je pravilo, da morata v dve stranici skupaj biti daljši od tiste druge. Notranji kot trikotnika mora skupaj imeti katanko 180° , zunanji del trikotnika ^{notranjega} pa 360° . Velikost tretjega kota trikotnika lahko računamo tako: $\alpha + \beta + 180^\circ = \gamma$. Velikost tretjega zunanji kota pa izračunamo $\alpha + \beta + 360^\circ = \gamma$.

Slika 4: Besedilo učenca 2.

samovrednotili z že vnaprej pripravljeno tabelo (Slika 2), v kateri so bili zapisani kriteriji uspešnosti, ki so jih učenci zapisali med obravnavo sklopa.

Učenci so glede na sposobnosti zelo različni. Nekateri se besedno zelo težko izražajo, drugim ravno to odgovarja, nekateri ne marajo ciljno naravnanih vprašanj in se pri prostem besedilu, ob usmeritvah s kriteriji, bolje znajdejo. V tej fazi je pomembna vloga učitelja. Pomembna so vprašanja, ki podpirajo učenje. Kot dobro se je izkazalo, da učitelj k učencu, ki se pri pisanju v nekem trenutku ne znajde več, pristopi, ga povpraša o idejah, o znanju, ki ga ima o tej snovi. Učenec mu ustno odgovori, nato ga učitelj usmeri, da to še zapiše. Z majhnimi koraki in pravo usmeritvijo bo učenec pokazal svoje znanje. Na slikah 3 in 4 sta prikazana primera pisnega besedila dveh učencev.

Pisni besedili na sliki 3 in sliki 4 se precej razlikujeta. Prikazani sta zato, da dobimo vpogled v različne zapise, ki jih učenci ustvarijo. Besedilo učenca 1 na sliki 3 je zelo izčrpno, besedilo učenca 2 je vsebinsko krajše, tudi raba matematičnega jezika je skromnejša.

4. Povratna informacija učitelja

Učitelj po končanem pisanju učencem pisna besedila pregleda in jim do naslednje ure poda povratno informacijo na podoben

način kot je potekalo samovrednotenje. Tako lahko učenci primerjajo samovrednotenje in povratno informacijo učitelja. Povratna informacija je učinkovitejša, če učitelj doda še besedni zapis, ki učencu pove, kaj je napisal dobro in ga vzpodbudi k nadaljnjemu učenju. Primer učiteljeve povratne informacije je prikazan na sliki 5.

5. Vrstniško vrednotenje

Učenci so v naslednji šolski uri razdeljeni v skupine po tri. Skupine so sestavljene premišljeno, glede na ugotovitve učitelja pri podajanju povratne informacije. V vsaki skupini so učenci, ki se med seboj razlikujejo glede na izkazano znanje. Vsaka skupina dobi v pregled tri besedila, katerih avtorji so njihovi sošolci. Ime avtorja je odstranjeno. Učenci morajo v skupini podati vrstniško povratno informacijo za vsa tri besedila.

6. Primerjava samovrednotenja, vrstniškega vrednotenja in učiteljeve povratne informacije

Po podani vrstniški povratni informaciji vsak učenec prejme svoje besedilo, samovrednotenje, povratno informacijo učitelja in vrstniško povratno informacijo. Učenec nato povratne informacije pregleda, se kritično oceni in izbere kriterije, pri katerih bo izboljšal svoje znanje.

POVRATNA INFORMACIJA UČITELJA

Ime in priimek učenca/-ke:			
Opišem trikotnik in poimenujem oglišča, stranice in kote.		X	
Delim trikotnike glede na velikosti notranjih kotov in glede na dolžine stranic.	X		
Razumem, kakšen mora biti odnos med dolžinami stranic trikotnika (trikotniško pravilo).	X		
Določim vse somernice enakokrakega trikotnika in enakostraničnega trikotnika.	X		
Opišem lastnosti osno somernih trikotnikov.		X	
Razlikujem med pojmom notranji in zunanji koti trikotnika ter notranjim kotom trikotnika določim pripadajoče zunanje kote.	X		
Poznam vsoto velikosti notranjih kotov trikotnika in jo znam uporabiti.	X		
Poznam vsoto velikosti zunanjih kotov trikotnika in jo znam uporabiti.	X		

(Ime učenca/-ke), del, kjer opisuješ kote in vsoto njihovih velikosti, je ustrezno razložen. Podrobno si opisala tudi trikotnik, morda bi na začetku lahko dodala še, da je trikotnik omejen s tremi stranicami. Razmisli, ali zunanje kote res označimo z rimskimi črkami. ☺ Poskusi raziskati še vse lastnosti osno somernih likov.

Slika 5: Primer povratne informacije učitelja.

Izpostavi stvari, ki so bile dobro zapisane...

Spis št. 17

Dobro je bilo delati trikotnikov glede na notranje kote in glede na stranice zaa balasna je vsota zunanjih kotov trikotnika. Veš opisati trikotnik.

Izpostavi področje, ki bi ga sošolec lahko še izboljšal ...

Izboljšaš lahko lastnosti osno somernih trikotnikov. Izboljšaš lahko tudi med pojmom notranji in zunanji kot trikotnika.

Slika 6: Primer vrstniške povratne informacije.

Vsak element je del mozaika, ki ga učenec uporabi za izboljšanje svojega znanja in to stori s popravilo oz. izboljšavo svojega besedila. Tako povratna informacija dobi pomen, saj učenca na poti učenja pomakne naprej.

7. Evalvacija

Učenci so imeli možnost znanje sklopa trikotniki izkazati s tvorjenjem pisnega besedila. Po koncu dejavnosti so povedali, da jim sprotno samovrednotenje ustreza, saj ob tem ko razmišljajo, kje v tabeli bodo naredili kljukico, še bolj poglobijo, kaj o vsebini dejanske vedo.

Pri polovici učencev je prostor, namenjen osnutku, ostal prazen, pri drugi polovici opazimo, da so si za pomoč pri pisanju zapisali

različne izračune, skice (Slika 4), miselne vzorce idr. Nekaterim učencem osnutek pomaga pri tvorjenju besedila, zato ga bomo tudi v prihodnje ohranili.

Vse dejavnosti, od tvorjenja pisnega besedila in samovrednotenja do vrstniškega vrednotenja, so izjemno pomembne, saj učenec z vsako dejavnostjo pogloblja in širi svoje znanje na drugačen način od ustaljenega. Predvsem pomembno je vrstniško vrednotenje: ob branju in primerjanju besedil se učenci srečajo z idejami drugih, vidijo poglede in razlage sošolcev ter s tem poglobijo svoje razumevanje. Ko učenci prejmejo vrednotenje sošolcev, naj kritično presodijo njihovo pravilnost. Če presodijo, da je vrstniško vrednotenje neustrezno, prosijo za pomoč učitelja.

Zaključek

Tvorjenje daljših pisnih besedil pri pouku matematike ni le zapisovanje informacij, temveč je korak k razjasnitvi razmišljanja učenca, priložnost za poglobljanje učenčevega znanja in razmišljanja ter vir informacij za učitelja, kako se njegovi učenci učijo in kako razumejo naučeno. Ne glede na to, v kateri del učnega procesa vključimo tvorjenje pisnih besedil in s tem učence postavimo pred izziv, da morajo razmišljati, naredimo korak v smeri poglobljanja znanja in s tem premik na poti učenja.

Viri

- Burns, M. (2004, oktober). Writing in math. *Educational Leadership*, stran 30–33.
- Pugalee, D. (2001, maj). Writing, Mathematics, and Metacognition: Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236–245.
- Suban, M., idr. (2018). *Formativno spremljanje pri matematiki*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Suban, M., idr. (2020). *Ugotavljanje matematičnega znanja*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Dosegljivo na povezavi: https://www.zrss.si/pdf/ugotavljanje_matematicnega_znanja.pdf
- Žakelj, A., idr. (2011). *Matematika. Učni načrt*. Ljubljana: Ministrstvo RS za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.