4

MATEMATIKA+FIZIKA+ASTRONOMIJA+RAČUNALNIŠTVO#

PRESEK LETNIK 41 (2013/2014) ŠTEVILKA **4**

PRESEK

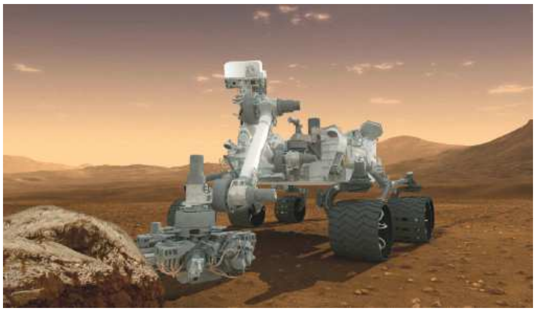
- → MATEMATIKA V GENETIKI
- → VRZIMO KAMEN V VODO
- → O STEFANOVEM AKUSTIČNEM POSKUSU
- → KAKO IN ZAKAJ NAJ SE UČITELJ FIZIKE UKVARJA TUDI Z ASTRONOMIJO
- → LZW ALGORITEM – STISNI ME KREPKO

ISSN 0351-6652

9 770351 665142

MATEMATIČNI TRENUTKI

Načrtovanje pristanka na Marsu



Tokrat se je dobro izteklo že v prvem poskusu. Vesoljskemu plovilu *Curiosity* je popolnoma brez težav v sedmih minutah uspelo zmanjšati hitrost z 21 000 km/h na ničlo in tako varno pristati na Marsu. Čeprav je bil to edini pravi pristanek plovila, so ga inženirji pred tem navidezno izvedli že več milijonkrat. Matematični modeli, ki so jih uporabljali pri simulacijah, sestojijo iz vektorske analize in rešitve sistemov diferencialnih enačb. Uspešnost navideznih pristankov in privzetek, da so v modelih upoštevali vse pomembne vplive, sta projektni skupini zagotavljala več kot 95 % verjetnost, da bo plovilo varno pristalo. Tveganje so predstavljali le nepričakovani in neznani dejavniki, ki pa so navdih vsakega raziskovanja.

Glavni namen odprave je bil zbrati informacije in jih poslati nazaj na Zemljo. Vsakdo, ki je imel kdaj težave s kakovostjo običajne telefonske povezave, lahko razume, kakšne motnje lahko nastopijo pri izmenjavi podatkov med planetoma. Strokovnjaki za komunikacije so zato uporabili algoritme za odpravo napak, ki zagotavljajo pravilnost prejetih informacij. Algoritmi pa žal ne morejo premagati ogromne razdalje, zaradi katere nastane 14 minutni zamik med poslanim in sprejetim signalom. Tako imenovanim sedmim minutam groze se zato ne da izogniti.

Kdor želi o načrtovanju pristanka na Marsu izvedeti več, si lahko prebere članek *7 Minutes of Terror*, ki ga je napisal Eric Hand in je bil objavljen v reviji *Nature* 2. avgusta 2012 na straneh 16–17.

KOLOFON

Presek
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 41, šolsko leto 2013/2014, številka 4

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si
Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2013/2014 je za posamezne naročnike 18,00 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 15,75 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancira Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih poljudno-znanstvenih periodičnih publikacij.

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje Tadeja Šekoranja

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 1400 izvodov

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja Prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, …), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva **DMFA–založništvo, Uredništvo revije Presek, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **presek@dmfa.si**.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorne datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

Slika na naslovnici: Fotografija valovanja vodne gladine, ko v vodo vržemo kamen.

Matematika v genetiki

TADEJA KRANER ŠUMENJAK, VILMA ŠUŠTAR

→ Vsaka dedna lastnost je določena s prisotnostjo dveh neodvisnih enot, po ena od vsakega starša; imenujemo ju alelni par. Alelni par lahko vsebuje dve enaki neodvisni enoti (*AA* ali *aa*) ali pa različni (*Aa*). Če potomec deduje alelni par z enakima neodvisnima enotama, ga imenujemo *homozigot*, v nasprotnem primeru pa *heterozigot*. Denimo, da alel *A* nosi informacijo o rdeči, alel *a* pa o beli barvi. Če potomec nosi kombinacijo *aa*, je bele barve. Če nosi kombinacijo *AA*, pa rdeče. V primeru, da je potomec heterozigot s kombinacijo *Aa*, se bo izrazila le ena barva. Naj bo to v našem primeru rdeča. Alel, ki jo nosi, imenujemo *dominananten*. Bela barva ostane v tem primeru prikrita in pripadajoči alel imenujemo *recesiven*. Dominantne alele bomo zapisovali z velikimi tiskanimi črkami recesivne alele pa z malimi tiskani črkami. Z enakimi črkami bomo označevali tudi lastnost, ki se kaže navzven.

Dedovanje ene lastnosti

Najprej bomo opazovali križanje rastlin, kjer se bo dedovala le ena lastnost. Križajmo enako število rastlin, ki imajo alelni par AA, z enakim številom rastlin, ki imajo alelni par aa. Predpostavimo, da so vse kombinacije enako uspešne pri preživetju. Vse možne kombinacije pri križanju teh dveh rastlin lahko zapišemo s produktom

- $(A+A)(a+a) = Aa + Aa + Aa + Aa = 4Aa$

ali s produktom

- $(a+a)(A+A) = aA + aA + aA + aA = 4aA.$

Produkta sta enaka, saj sta alelna para Aa in aA genetsko enaka (vseeno je, kateri od staršev prispeva določen alel). Velja dogovor, da dominantni alel vedno zapisujemo pred recesivnim.

Ta produkt lahko pregledneje prikažemo tudi s tabelo 1.

gamete staršev	A	A
a	Aa	Aa
a	Aa	Aa

TABELA 1.
Razmerje genotipov pri dedovanju ene lastnosti.

V prvi generaciji imajo torej vse rastline genotip Aa.

Oglejmo si sedaj drugo generacijo. Naj bo A dogodek, da izberemo alel z dominantno lastnostjo iz alelnega para staršev Aa, in a dogodek, da izberemo alel z recesivno lastnostjo iz alelnega para staršev Aa. Verjetnost $P(A) = P(a) = \frac{1}{2}$. Ker sta dogodka med seboj neodvisna, je verjetnost, da dobimo potomca z alelnim parom AA, enaka

- $P(AA) = P(A)P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$

Verjetnost, da dobimo potomca z alelnim parom aa, je prav tako

- $P(aa) = P(a)P(a) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$

Verjetnost, da dobimo potomca z alelnim parom Aa, pa je

- $P(Aa) + P(aA) = 2P(Aa) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$

pri tem smo upoštevali, da sta z vidika genetika alelna para Aa in aA enaka.

Torej so v drugi generaciji genotipi v razmerju

- $AA : Aa : aa = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

ali

- $AA : Aa : aa = 1 : 2 : 1.$

Vse možne kombinacije pri križanju rastlin z alelnima paroma Aa dobimo s produktom

- $$(A+a)(A+a) = \\ = AA + Aa + aA + aa = AA + 2Aa + aa,$$

kjer nam koeficienti pri posameznih faktorjih dajo zgornje razmerje.

Razmerje med potomci, ki kažejo dominantno lastnost, in tistimi, ki kažejo recesivno lastnost, je $3:1$ v korist dominantne, kar bomo v nadaljevanju zapisovali z izrazom $3A+a$. Za vidno lastnost osebka pa bomo uporabljali strokovni izraz fenotip.

Primer. Križajmo med seboj rastline, ki imajo »čiste« bele in »čiste« rdeče cvetove. Ker je rdeča barva dominantna nad belo, so to rastline, ki imajo alelna para aa in AA. Potomci so rdeče barve, če imajo genotip AA ali Aa, in so bele barve, če imajo genotip aa. V prvi generaciji imajo vsi potomci alelni par Aa, torej so vsi rdeče barve.

V drugi generaciji je verjetnost, da je potomec rdeče barve, enaka $\frac{3}{4}$, verjetnost da je bele, pa $\frac{1}{4}$.

V tretji generaciji dobimo vse možne kombinacije alelnih parov potomcev, če izračunamo produkt

- $$((A+A)+(a+A)+(A+a)+(a+a))^2 = \\ = (4A+4a)^2 = 16(AA+2Aa+aa).$$

Razmerje genotipov v tretji generaciji je torej $16:32:16$, kar je enako razmerju $1:2:1$. Od tod sledi, da so verjetnosti, da dobimo potomca z alelnim parom AA, aa ali Aa enake kot v drugi generaciji. S podobnim razmislekom bi opazili, da se to razmerje ohrani v vseh nadaljnjih generacijah. O tem govori *Hardy – Weinbergov zakon* iz leta 1908, ki pravi, da se v velikih populacijah pri naključnem razmnoževanju osebkov enakih sposobnosti razmerja genotipov ohranjajo.

Dedovanje dveh lastnosti

Sedaj pa proučujemo potomce glede na dvoje lastnosti. Prva se navzven kaže kot A oz. a, druga pa kot B oz. b. Če križamo rastline, ki imajo genotipa $AABB$ in $aabb$, imajo vse rastline v prvi generaciji genotip $AaBb$, kar dobimo s produktom

- $$(A+A)(a+a)(B+B)(b+b) = 4Aa4Bb = 16AaBb.$$

Ker je genetska zasnova enega roditelja enaka

- $$(A+a)\cdot(B+b) = AB + Ab + aB + ab,$$

dobimo vse možne genotipe v drugi generaciji s produktom

- $$((A+a)(B+b))^2 = \\ = (AA+2Aa+aa)\cdot(BB+2Bb+bb) \\ = AABB + 2AABb + AAbb + 2AaBB + \\ + 4AaBb + 2Aabb + aaBB + 2aaBb + \\ + aabb.$$

Ta produkt lahko nazorneje prikažemo s tabelo 2.

gamete staršev	AB	Ab	aB	ab
AB	$AABB$	$AABb$	$AaBB$	$AaBb$
Ab	$AABb$	$AAbb$	$AaBb$	$Aabb$
aB	$AaBB$	$AaBb$	$aaBB$	$aaBb$
ab	$AaBb$	$Aabb$	$aaBb$	$aabb$

TABELA 2.
Razmerje genotipov pri dedovanju dveh lastnosti.

Opazimo, da so genotipi v razmerju $1:2:1:2:4:2:1:2:1$. Razmerje fenotipov $9:3:3:1$ pa dobimo s produktom fenotipov za posamezno lastnost:

- $$(3A+a)\cdot(3B+b) = 9AB + 3aB + 3Ab + ab.$$

Vse možne genotipe v tretji generaciji dobimo s produktom

- $$((A+A)\cdot(B+B) + (A+A)\cdot(B+b) + \\ + (A+a)\cdot(B+B) + (A+a)\cdot(B+b) + \\ + (A+A)\cdot(B+b) + (A+A)\cdot(b+b) + \\ + (A+a)\cdot(B+b) + (A+a)\cdot(b+b) + \\ + (A+a)\cdot(B+B) + (A+a)\cdot(B+b) + \\ + (a+a)\cdot(B+B) + (a+a)\cdot(B+b) + \\ + (A+a)\cdot(B+b) + (A+a)\cdot(b+b) + \\ + (a+a)\cdot(B+b) + (a+a)\cdot(b+b))^2 = \\ = 256AABB + 512AABb + 256AAbb + \\ + 512AaBB + 1024AaBb + 512Aabb + \\ + 256aaBB + 512aaBb + 256aabb.$$

Če pogledamo koeficiente pred posameznimi členi, dobimo enako razmerje genotipov kot v drugi generaciji:

- $1:2:1:2:4:2:1:2:1$.

Dedovanje n lastnosti

Zaradi preglednosti uredimo razmerja genotipov tako, da bomo najprej zapisali genotipe brez heterozigotnih alelnih parov, nato genotipe z enim heterozigotnim parom, nazadnje genotipe, ki imajo le heterozigotne alelne pare. Tako je:

- razmerje pri dedovanju ene lastnosti $AA : aa : Aa = 1 : 1 : 2$,
- razmerje pri dedovanju dveh lastnosti $AABB : AAbb : aaBB : aabb : AABb : AaBB : Aabb : aaBb : AaBb = 1:1:1:1:2:2:2:2:4$.

Oglejmo si, kakšno je razmerje genotipov, če opazujemo n lastnosti. Ustrezna razmerja bi dobili iz koeficientov izračunanega produkta:

- $((A_1 + a_1) \cdot (A_2 + a_2) \cdot (A_3 + a_3) \ldots (A_n + a_n))^2$.

Koeficienti pred vsemi genotipi, ki imajo k heterozigotnih ($k = 0, \ldots, n$) in $n - k$ homozigotnih alelnih parov, so enaki, in sicer 2^k, ker lahko vsakega od teh k parov zapišemo na dva načina $A_i a_i$ ali $a_i A_i$.

Za določitev razmerja pa potrebujemo še število takšnih genotipov. Najprej izmed n mest (vsako mesto pripada eni lastnosti) izberemo k mest za heterozigotne alelne pare. To lahko naredimo na $\binom{n}{k}$ načinov. Za vsako od k mest imamo le eno možnost, saj sta razporeditvi $A_i a_i$ in $a_i A_i$ genetsko enaki. Za preostalih $n - k$ mest, določenih za homozigotne pare, pa imamo po dve možnosti $A_i A_i$ ali $a_i a_i$, zato je iskano število enako

- $\binom{n}{k} 2^{n-k}$.

Število vseh različnih genotipov je enako 3^n, saj imamo za vsako od n mest (vsako mesto pripada posamezni lastnosti) tri različne možnosti:

- $A_i A_i$, $A_i a_i$ ali $a_i a_i$.

Razmerje fenotipov pa dobimo, če izračunamo produkt:

- $(3A_1 + a_1) \cdot (3A_2 + a_2) \cdot \ldots \cdot (3A_n + a_n)$.

Primer. Poglejmo si dedovanje treh lastnosti ($n = 3$). Število genotipov brez heterozigotnih alelnih parov s koeficienti $2^0 = 1$ je enako

- $\binom{3}{0} 2^{3-0} = 8$.

Število genotipov z enim heterozigotnim alelnim parom s koeficienti $2^1 = 2$ je enako

- $\binom{3}{1} 2^{3-1} = 12$.

Število genotipov z dvema heterozigotnima alelnima paroma s koeficienti $2^2 = 4$ je enako

- $\binom{3}{2} 2^{3-2} = 6$.

Število genotipov brez homozigotnih parov s koeficienti $2^0 = 1$ je enako

- $\binom{3}{3} 2^{3-3} = 1$.

Dobimo razmerje

- $1:1:1:1:1:1:1:1:2:2:2:2:2:$
  $:2:2:2:2:2:2:2:4:4:4:4:4:4:8$.

Število različnih genotipov je enako $3^n = 3^3 = 27$.

Končajmo z mislijo, ki jo je pred več kot tristo leti zapisal Galileo Galilei: Zakoni narave so zapisani v jeziku matematike.

Literatura

[1] B. Brajkovič, *Genetika*, Ljubljana, DZS, 2006.

[2] G. Valentić, *Matematika u prirodi*, PlayMath, Vol. V, No. 14, Studeni 2007.

× × ×

Ful drgačen test iz mate

Jurij Kovič

Včeraj me je na tržnici ustavil klošar Cufi, bivši direktor propadle banke, mi pomolil pod nos list papirja in rekel:

»Ej, stari, maš pet minut cajta? Pol pa prever svoje znanje mate s tem testom! Poišč, kva štima, kva pa ne! Pa dej mi mau drobiža za hrano, lačn sm!«

Zavzdihnil sem, mu dal nekaj malega kovancev in spravil papir v žep. Šele doma sem ga pogledal in kmalu presenečen ugotovil, da bi ta test lahko bil zanimiv tudi za bralce Preseka.

Kdor se torej ne boji soočiti se s svojim neznanjem, naj test poskusi rešiti.

Navodilo za reševanje: pri vsakem vprašanju obkroži pravilno trditev (lahko jih je tudi več ali pa ni pravilna nobena). Za vsak pravilni odgovor dobiš eno točko.

1. Aritmetika
   a) $0/0 = 0$, ker je $0 \cdot 0 = 0$.
   b) $3 - 6 = 3$, ker je $3 + 3 = 6$.
   c) $\sqrt{-1} = -1$, ker je $\sqrt{-a} = \sqrt{a}$.
   d) $1/3 + 1/5 = 1/8$, ker je $3 + 5 = 8$.
   e) $5/5 > 3/3$, ker je $5 > 3$.
   f) $1/3 = 0{,}3333...$, kjer se trojke ponavljajo v neskončnost.
   g) $5 \cdot 3 + 2 = 25$, ker ima seštevanje prednost pred množenjem.

2. Geometrija
   a) Trikotnik je lik, v katerem velja Pitagorov izrek.
   b) Dva trikotnika sta si podobna, če imata enake kote in enaki ploščini.
   c) Nobena dva trikotnika si nista povsem podobna.
   d) Vsi trikotniki so si podobni – če si videl enega, si videl vse.

3. Števila
   Kolikšna je natančna vrednost števila π ?
   a) $\pi = 7/22$
   b) $\pi = 22/7$
   c) $\pi = 3{,}14$
   d) Ne vem, ampak naša učiteljica ve.
   e) Tega nihče ne ve.

4. Algebra
   a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.
   b) Če je $a^2 = b^2$, potem je $a = b$.
   c) $a : b = b : a$, ker velja $a \cdot b = b \cdot a$.
   d) Če je $a \neq b$, potem je $1/a - 1/b = 1/(a - b)$.

5. Kombinatorika
   Na koliko načinov se lahko oblečem, če imam eno kapo, dva šala, tri puloverje, štiri hlače in pet parov čevljev?
   a) Na en sam način.
   b) Na $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ načinov.
   c) Na 37 načinov.

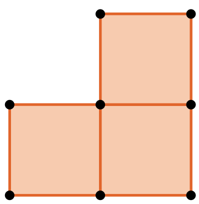
6. Teorija množic
   Kaj je prazna množica?
   a) Množica, ki vsebuje kot svoj edini element število 0.
   b) Množica, ki nima nobene podmnožice.
   c) Množica, ki ni vsebovana v nobeni množici.

7. Logika
   Iz gradu brez nadstropij, v katerem straši, lahko pridem tako, da se ves čas držim:
   a) leve strani hodnikov,
   b) desne strani hodnikov,
   c) tiste strani hodnikov, na kateri je okno na zunanje dvorišče,
   d) tiste strani hodnikov, na kateri je okno na notranje dvorišče.

8. Obrestni račun
Če se izdelek podraži za 20 odstotkov in čez mesec dni spet poceni za 20 odstotkov, potem stane po pocenitvi:
   a) enako kot pred podražitvijo,
   b) več kot pred podražitvijo,
   c) manj kot pred podražitvijo.

9. Verjetnostni račun
Pri metu dveh kock je verjetnost, da skupaj pokažeta šest pik, enaka:
   a) 1/6,
   b) 1/3,
   c) 2/3,
   d) 5/36.

10. Razvedrilna matematika
Šahovnici z 8×8 polji odrežemo eno vogalno polje. Ali je mogoče preostala polja šahovnice prekriti s ploščicami iz treh polj v obliki črke L (glej sliko)?



   a) Da
   b) Ne.

11. Zgodovina matematike
Kaj je izračunal Jurij Vega?
   a) Tabelo logaritmov.
   b) Število π na več kot 120 pravilnih decimalk.

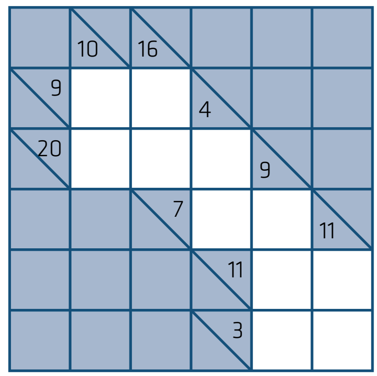
12. Poliedri
Za katero od naslednjih teles z V oglišči, E robovi in F lici ne velja zveza: $V - E + F = 2$?
   a) Tetraeder,
   b) kocka,
   c) oktaeder,
   d) dodekaeder,
   e) ikozaeder.

Če je Cufi znal matematiko tako slabo, da je verjel v pravilnost večine gornjih trditev, potem res ni čudno, da je banka, ki jo je vodil, propadla!

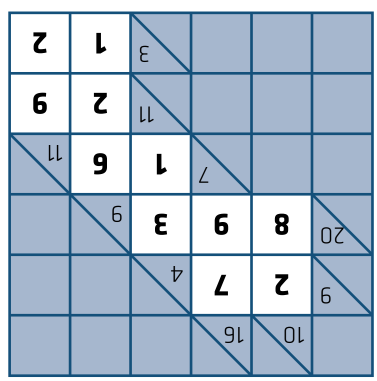
× × ×

Križne vsote

Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da bo vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in po stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.



Rešitev križne vsote

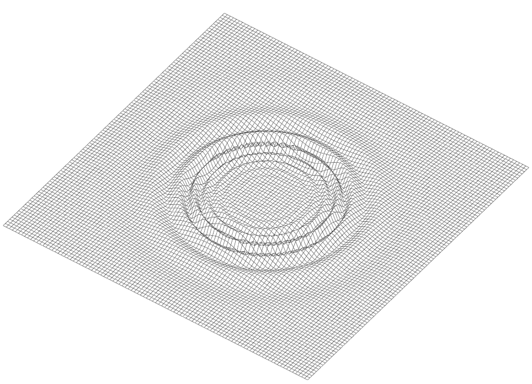


× × ×

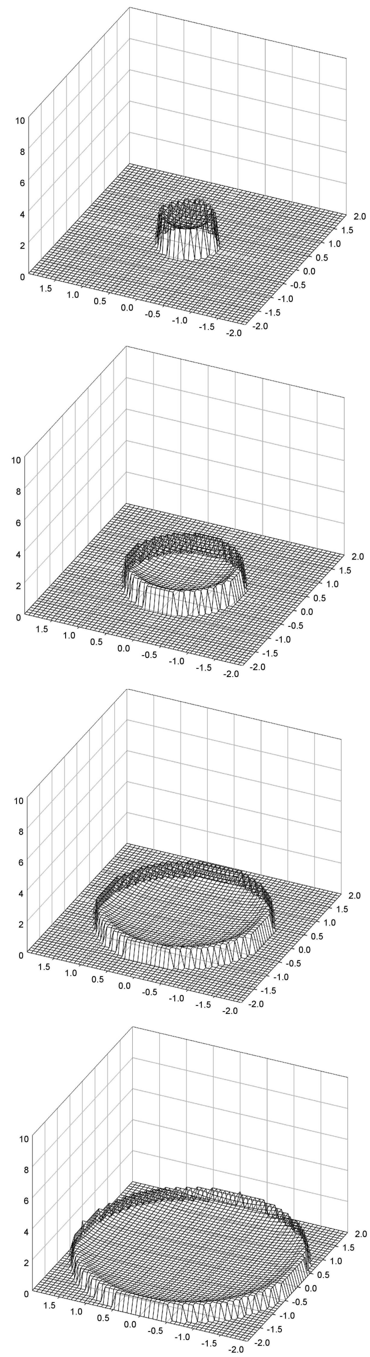
Vrzimo kamen v vodo

Andrej Likar

Na sprehodu v naravi pogosto naletimo na mirno gladino večje luže ali jezerca. Ne moremo si kaj, da gladine ne bi vzvalovali z metom kamna v vodo, če le ni v bližini kakega ribiča. Od pljuska se širijo koncentrični valovi daleč stran. Valovi so v svetlobi, ki se odbija od gladine, lepo vidni (glej sliko na naslovnici in sliko 1, kjer smo valovanje izračunali). Oglejmo si to širjenje podrobneje!



SLIKA 1.
Izračunano valovanje v idealiziranem primeru, ko z udarcem vzbudimo gladino.



SLIKA 2.
Valovanje okrog pljuska, ki bi se širilo s hitrostjo c in bi veljalo $\lambda\nu = c$.

Na omenjeni sliki opazimo, da valovi nimajo enake valovne dolžine. Valovi dlje od pljuska so daljši, tisti blizu pa krajši. Tudi sicer ni težko opaziti, da so daljši valovi precej hitrejši od krajših, zato v danem času tudi pridejo dlje od pljuska. Vendar dolgi valovi hitro zamirajo in jih je daleč stran vedno teže slediti.

Ko obravnavamo valovanje, ne moremo mimo osnovne enačbe, ki povezuje valovno dolžino λ, frekvenco ν in hitrost širjenja valovanja:

$$\lambda\nu = c.$$

Če bi za valovanje na vodni gladini veljala ta enačba, bi se vsi valovi z različnimi valovnimi dolžinami širili z enako hitrostjo c. Valovanje okrog pljuska bi izgledalo nekako tako, kot prikazujejo slike 2a–d. Jasno bi videli valovno čelo, to je mejo, onkraj katere valovanja ne opazimo. Kot kažejo slike, je valovanje na vodni gladini precej drugačno. Hitrost valovanja c_λ z dano valovno dolžino λ je odvisna od valovne dolžine, torej moramo zapisati zgornjo enačbo takole:

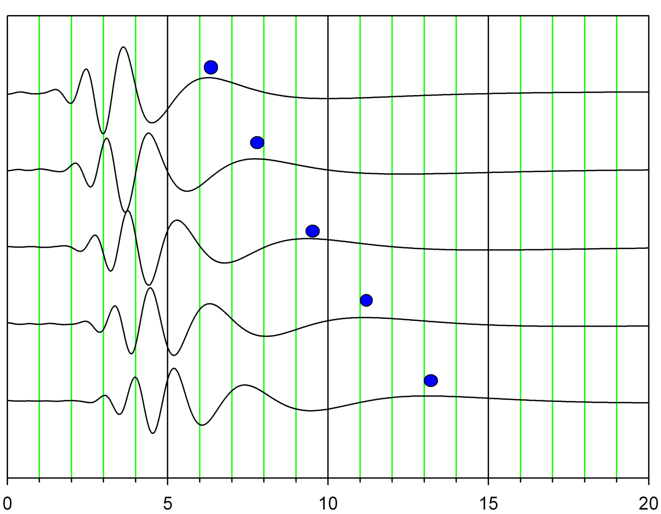
$$\lambda\nu = c_\lambda.$$

V vodi, ki je v primeri z valovno dolžino λ globoka, je hitrost valov c_λ podana kot

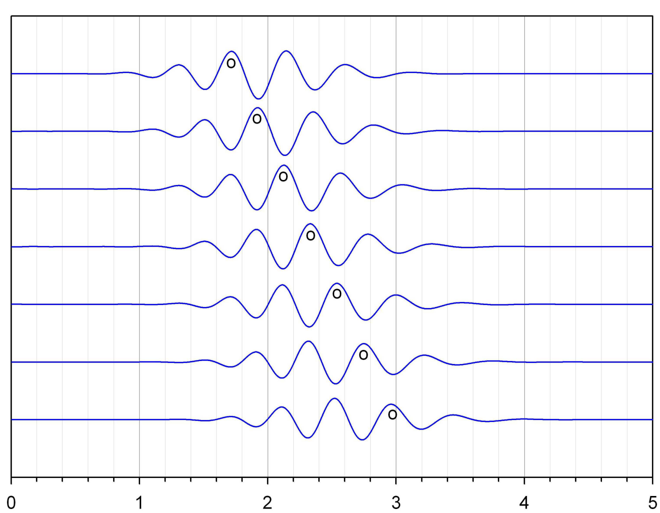
$$c_\lambda = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \qquad (1)$$

Tu je g pospešek prostega pada, ki je, kot vemo, približno $10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Daljši valovi so, kot pove zgornji izraz, hitrejši od krajših. Pravimo, da kaže valovanje na vodni gladini izrazito *disperzijo*.

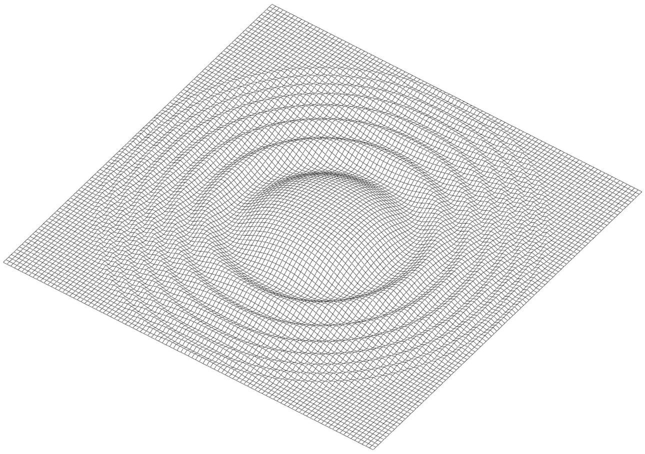
Valovanje z disperzijo se širi na prav poseben način. Ker posamezni valovi z danimi valovnimi dolžinami medsebojno interferirajo, se amplituda izbranega vrha, ki mu sledimo z očmi, zelo hitro manjša, precej hitreje kot bi to pričakovali pri krožnem valu brez disperzije (glej sliko 2). To nazorno vidimo na sliki 3, kjer sledimo vrhu, označenim z modro piko. Priznati moramo, da se energija valovanja giblje počasneje kot sam vrh vala. Razmere so nekoliko jasnejše, ko interferirajo le valovi z valovnimi dolžinami, ki so si blizu skupaj. Na sliki 4 smo izračunali tak primer, kjer se nazorno vidi, da se valovna gruča giblje s polovično hitrostjo izbranega vrha. To je značilno za zvezo (1).



SLIKA 3.
Valovanje na gladini globoke vode v dani smeri. Vrh, označen z modro piko, se hitro izgublja.



SLIKA 4.
Valovna gruča, sestavljena iz valov z ne zelo različno valovno dolžino. Lepo vidimo, da se izbrani vrh (ali dolina) giblje dvakrat hitreje kot gruča sama.



SLIKA 5.
Izračunani kapilarni valovi, ki jih vzbudi kapljica, ki pade na vodno gladino. Tu so drobni valovi hitrejši od daljših.

Drobni valovi, ki jih vzbudijo na gladino padajoče kapljice, se širijo drugače kot smo privzeli zgoraj. Te žene površinska napetost gladine in skoraj nič teža. Hitrost valov c_λ je tu takole povezana z valovno dolžino:

$$c_\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\gamma}{\varrho\lambda}}.$$

Z γ smo označili površinsko napetost vode, ki je pri sobni temperaturi 73 mN/m^2, z ϱ pa njeno gostoto. Za valove z valovno dolžino okrog milimetra je hitrost 0,7 m s^{-1}. Iz izraza razberemo, da tu drobnejši valovi prehitijo daljše. To se lepo vidi na sliki 5, kjer smo valovno polje izračunali. Slika 6 pa je fotografija valovanja kapljice, ki je zadela mirno vodno gladino. Tudi tu so drobni kapilarni valovi dlje od središča kot daljši. Pozornemu opazovalcu, ki sam vzbudi tako valovanje na gladini, ne bo ušlo, da valovna gruča v tem primeru prehiteva valove, ki jo tvorijo.

SLIKA 6.
Fotografija valovanja kapljice, ki pade na mirno vodno gladino. (Foto Marko in Nada Razpet)

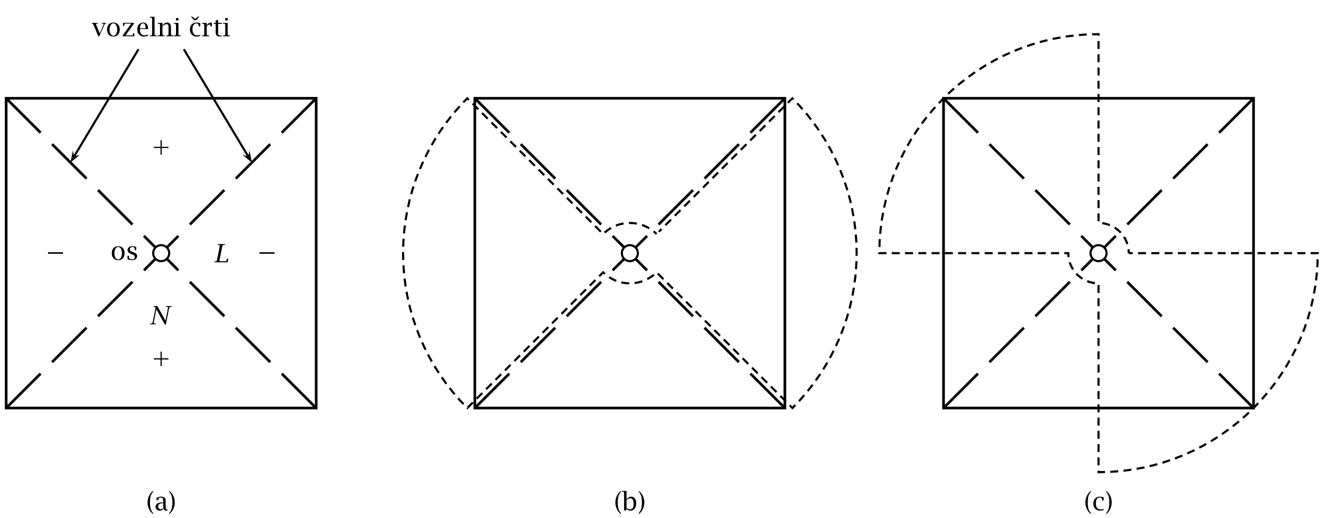
× × ×

O Stefanovem akustičnem poskusu

Janez Strnad

→ Jožef Stefan je pred matematično-naravoslovnim razredom cesarske akademije znanosti na Dunaju 11. maja 1886 predaval *O nekem akustičnem poskusu.* Tedaj enaintridesetletni Stefan je tri leta pred tem postal redni profesor na dunajski univerzi ter leto pred tem direktor fizikalnega inštituta in redni član akademije. Razprava o akustičnem poskusu v Poročilih dunajske akademije znanosti ima v seznamu 83-ih Stefanovih del številko 28.

V razpravi je Stefan brez uvoda opisal vrsto poskusov z zvokom. Kvadratno kovinsko ploščo je z violinskim lokom spravil v nihanje, tako da sta vozelni črti ležali na njenih diagonalah. Vozelni črti, v katerih so deli plošče mirovali, je bilo mogoče opaziti po tem, da se je na njiju nabrala mivka, ki jo je potresel po plošči. Deli plošče tostran in onstran vozelne črte so se gibali pravokotno na ravnino plošče v nasprotnih smereh. Območje plošče s simetralo levo-desno zaznamujmo z L, območje plošče s simetralo od sebe – k sebi pa z N. Ko so se deli L gibali navzgor in stiskali zrak nad ploščo, so se deli N gibali navzdol in redčili zrak nad ploščo. Po polovici nihaja so se deli L gibali navzdol in deli N navzgor. Od plošče so potovale razredčine in zgoščine, ki jih je bilo slišati kot zvok. Valovi, ki so izhajali iz območja L, so bili za pol nihaja zakasnjeni za valovi iz območja N ali so zaostajali za njimi za pol valovne dolžine.



SLIKA 1.
Plošča z vozelnima črtama (a), izseka v legi, v kateri slišimo zunaj osi močnejši zvok (b), in v legi, v kateri slišimo šibkejši zvok (c).

Valovi so se sestavili, interferirali. V navpični osi nad sredino plošče so se popolnoma oslabili. Po osi ni bilo slišati zvoka.

Stefan je iz lepenke izrezal izseka s središčnim kotom 90°. Zunaj osi je bilo slišati ojačeni zvok, če je izseka podržal nad ploščo, tako da sta se robova pokrivala z vozelnima črtama. Zvok pa je bil oslabljen, če sta bila robova izsekov vzporedna z robovi plošče. Zvok je bil izmenoma močan in šibek, je *utripal*, ko je izseka vrtel nad ploščo. Utripanje je bilo počasnejše, če je izseka vrtel počasneje, in hitrejše, če ju je vrtel hitreje. Pri dovolj hitrem vrtenju prvotnega zvoka ni bilo več slišati, pojavila pa sta se dva zvoka, višji in nižji ton. Po frekvenci sta se tem bolj razlikovala, čim hitrejše je bilo vrtenje. Podoben pojav je opazil, če sta izseka mirovala, a je okoli osi vrtel zvenečo ploščo. Pojav je opazil tudi brez izsekov, če je samo vrtel zvenečo ploščo. Pripomnil je, da so poročali o poskusih te vrste z vrtečimi se glasbenimi vilicami.

Kar je opazil pri poskusih, je Stefan podprl z računom. Zvok s frekvenco $\nu = 1/T$, če je T nihajni čas, v določeni točki opišemo z nihanjem delov zraka $a \sin 2\pi\nu t$. Jakost zvoka je sorazmerna s kvadratom a. Naj se jakost zvoka periodično spreminja s frekvenco ν'. Potem gibanje delov zraka opiše izraz: $a \sin 2\pi\nu' t \sin 2\pi\nu t$. Z izrekoma za kosinus vsote in razlike izraz preuredimo:

- $a \sin 2\pi\nu' t \sin 2\pi\nu t =$
  $= \frac{1}{2} a \cos 2\pi(\nu - \nu')t - \frac{1}{2} a \cos 2\pi(\nu + \nu')t.$

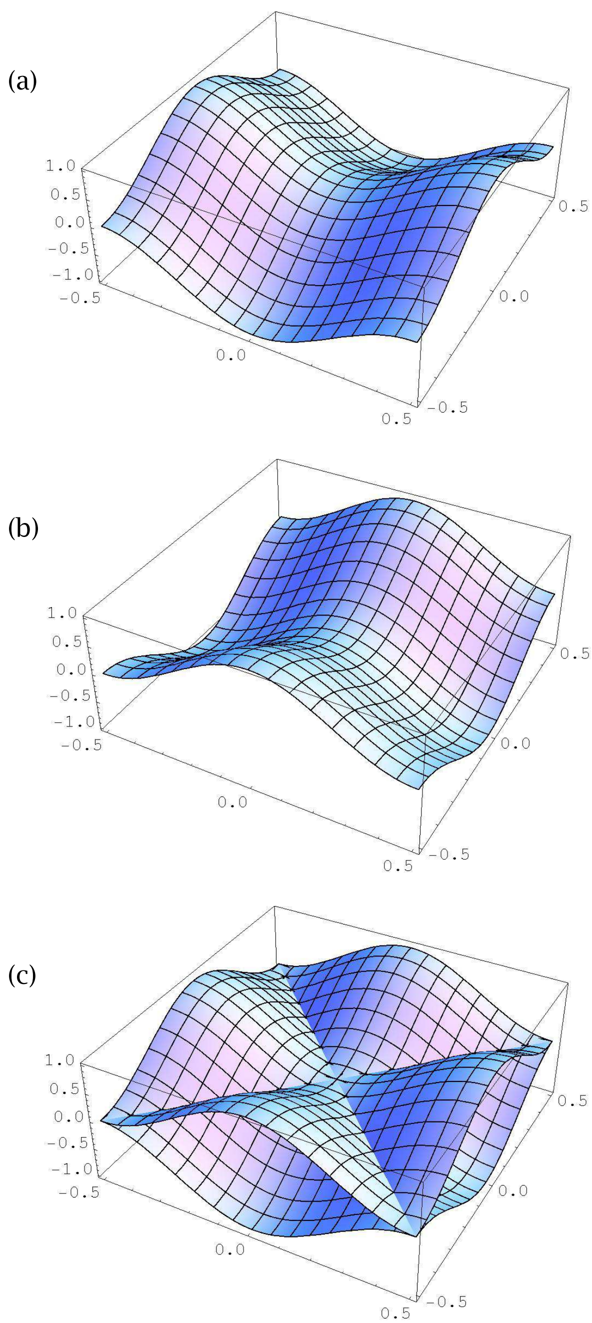
Zares pri dovolj hitrem utripanju tona s frekvenco ν slišimo tona s frekvencama $\nu + \nu'$ in $\nu - \nu'$. Frekvenci tonov se tem bolj razlikujeta, čim večja je frekvenca utripanja ν'.

Stefan je poskus še izpopolnil. Pred vrtečo se ploščo je pravokotno na ravnino plošče, premaknjeno od osi, postavil cevko, ki je ojačila le višji ton, ali krajšo cevko, ki je ojačila le nižjega. Tako je zaznaval posebej ton s frekvenco $\nu + \nu'$ ali ton s frekvenco $\nu - \nu'$.

2. novembra 1866 je Stefan pred akademijo nastopil z *Dodatkom k razpravi O nekem akustičnem poskusu*. Pred tem je pregledal literaturo. Zapisal je: »Ob času objave navedenega sestavka nisem vedel, da so opisanee poskuse naredili drugi že pred menoj. Odtlej sta prišli tudi dve zahtevi za prvenstvo. Poleg tega sem našel v literaturi starejša poročila o tovrstnih poskusih.« Nato je naštel, kdo je pred njim naredil podobne poskuse. Nekatere izvedbe poskusa so opisali v učbenikih in večkrat so o njih poročali v revijah. Nekaj poskusov je naredil Ernst Mach in te je Stefan izčrpneje opisal in dodal nekaj svojih ugotovitev. Ponovil je tudi nekaj poskusov s sireno. Pod glasbenimi vilicami je vrtel ploščo z odprtinami na krožnici v enakih razmikih. Poskuse te vrste je naredil Hermann von Helmholtz, ko je raziskoval, kako zaznavamo zvok. Na koncu sestavka je Stefan zapisal: »Upam, da sem s tem dodatkom dosegel postavljeni namen, namreč to, da sem zavaroval pravice vsakega fizika, ki je bil udeležen pri teh poskusih, kolikor mi dovoljuje sedanje poznavanje virov.«

Zanimanje za poskuse z zvenečimi ploščami in raziskovanje vozelnih črt je razširil Ernst Florens Friedrich Chladni (1756–1827). Vozelne črte poznamo

SLIKA 2.
Chladnijeva slika na sredini vpete kvadratne nihajoče plošče z diagonalnima vozelnima črtama.



SLIKA 3.
Diagrama odmika delov plošče, ko odmik doseže največjo vrednost (a) in pol nihaja pozneje (b) ter skupni diagram (c). Odmiki so narisani močno pretirano.

kot *Chladnijeve figure*. Že leta 1680 jih je opazoval Robert Hooke, ki je spravil v nihanje stekleno ploščo, posuto z moko. Chladni, slovaškega porekla, je na očetovo željo študiral pravo na nemških univerzah in študij končal leta 1782. Potem je lahko dal duška svojemu zanimanju za fiziko. Izmeril je hitrost zvoka v različnih plinih in leta 1787 objavil *Odkritja o teoriji zvoka*. To mu je prineslo naslov »oče akustike«. Leta 1794 so ga pritegnile govorice o kamnih, ki padajo izpod neba. Tedaj se je zdelo to nemogoče in Chladni si je s svojim zanimanjem nakopal posmeh učenih ustanov. Na pravniški način je po knjižnicah iskal podatke in ugotovil skupne poteze različnih poročil o kamnih izpod neba. Po njih je sklepal, da izpod neba zares padejo kamni, čeprav poredko. Zato je znan tudi kot »oče meteoritov«. Knjigo *O ognjenih meteorjih in o masah, ki so padle z njimi* je izdal šele leta 1819, ker so ga medtem zaposlili poskusi z zvokom. Pohvalil se je, da je kot fizik leta 1794 »načel vprašanje izpod neba padlih meteorskih mas in njihovega vesoljskega izvora«.

Za konec omenimo, da so poskusi opisane vrste z zvokom pomembni še danes. Leta 2007 je sedem raziskovalcev s švicarskih in ameriških ustanov v imenitni reviji Physical Review Letters objavilo članek *Chladnijeve figure ponovno v nanomehaniki*. Hooke, Chladni, Stefan in drugi so opazovali vozelne črte na ploščah, ki so nihale v zraku. Delci moke ali mivke so se gibali proti vozelnim črtam in ob njih obmirovali. Sodobni raziskovalci so opazovali gibanje zelo drobnih delcev nad ploščicami v tekočini. Ugotovili so, da delci s premerom nekaj nanometrov (milijardin metra ali milijonin milimetra) silijo proti vozelnim črtam, delci s premerom nekaj mikrometrov (milijonin metra ali tisočin milimetra) pa proti delom ploščic, ki najmočneje nihajo. Pojav so preiskali in tudi pojasnili s tokovi v tekočini. Ugotovitev je pomembna, ker odpira možnost za razvrščanje zelo drobnih delcev po velikosti.

× × ×

Razmisli in poskusi

Mitja Rosina

55. Trenje pri smučanju

Kako hitro bi drveli po strmini, če ne bi bilo trenja in zračnega upora! Vendar je bolje, da ju imamo. Kako bi se sicer ustavili, kadar zdrsnemo ali kadar želimo zaključiti!

Pri majhnih hitrostih prevladuje trenje, pri velikih pa zračni upor. Omejimo se na silo trenja, ki je približno sorazmerna s silo na podlago:

- $F_{tr} = k_{tr}\, mg \cos\vartheta$.

Pri tem je m masa smučarja, g je pospešek prostega pada (jakost gravitacijskega polja), ϑ je naklonski kot smučišča, sorazmernostni faktor k_{tr} pa imenujemo koeficient trenja. Pri večini trdnih snovi je koeficient trenja med 0,5 in 1, pri snegu pa je veliko manjši, zlasti če so smuči gladke in namazane z voskom. Zato nam tako lepo drsi!

Mehanizem tako majhnega trenja je precej zapleten in zelo odvisen od kakovosti snega ter temperature. Še dandanes ga podrobneje raziskujejo. Glavni razlog je tanka plast vode (manj kot mikrometer), ki nastane vsaj deloma zaradi segrevanja s trenjem, zlasti pri temperaturah blizu 0 °C. Tako smučke »plavajo na vodi« in imamo opravka z mokrim trenjem – voda služi kot mazivo. Pomaga tudi krhkost snežnih kristalov oz. kosmov, tako da se tudi prilepljeni deli smučk, ki zavzemajo manj od 5 %, hitro osvobodijo.

Naloga. Oceni koeficient trenja med smučko in snegom pri tipičnih pogojih (vrstah snega in temperaturah), ki te na smučanju doletijo.

Predlagamo, da poiščeš smučišče z vodoravnim iztekom in izmeriš dolžino L vodoravnega dela. Nato vzameš zalet s primerne višine, prijatelj pa meri čas na vodoravnem izteku, dokler se ne ustaviš. Izmerita tudi dolžino tega vodoravnega odseka. Potem velja zveza

- $L = k_{tr}\, g\, t^2/2$.

Izpelji jo tudi sam. Najbrž si opazil, da se pri pospešku (»pojemku«) $a = -F_{tr}/m$ masa pokrajša, saj je sila trenja sorazmerna s težo smučarja.

Druga možnost je meritev končne hitrosti na enakomerno strmem pobočju z dolžino L. Tu moraš upoštevati naklonski kot pobočja (kako ga izmeriš?). Pobočje mora biti položno, da prevlada trenje, sicer boš moral upoštevati še zračni upor. Koeficient trenja dobiš iz zveze

- $(g \sin\vartheta - k_{tr}\, g \cos\vartheta)\, L = v^2_{\text{končna}}/2$.

Tudi to izpelji še sam (kinetična energija smučarja služi za delo proti trenju). Masa se pokrajša. Če je pobočje prepoložno, seveda ne drsiš in formula nima smisla. Če poizkusiš različne dolžine smuka, boš opazil, da koeficient trenja ni čisto neodvisen od hitrosti. S hitrostjo narašča in je zato končna hitrost pri dani strmini pobočja omejena.

× × ×

Nagradna križanka

AVTOR: MARKO BOKALIČ

OČESNA TRZAVICA | OBSEŽNO SREDNJE-AMERIŠKO OTOČJE | ČAS OD NASTANKA DO DOLOČENEGA TRENUTKA | BOLGAR. DENARNA ENOTA | MORSKA RIBA | NELLY FURTADO | GOVORNA MOTNJA | RDEČINA NA KOŽI ZARADI MOČNE PREKRVITVE

OPRTOST

PREPLETANJE DVEH VALOVANJ ENAKE FREKVENCE | 2

IGRA NA SREČO | ETER. OLJE V KORENIKI INGVERJA / TERMODIN. KOLIČINA

POT NEBESNEGA TELESA / MOŽNOST DOGODKA | 9 | ČETRTA GRŠKA ČRKA / VTIKAČ

dMFA | HODITI PO VODI, BRODITI | PRIPRAVA S KLINI ZA VZPENJANJE | RADIOAKT. ELEMENT, RAZPADNI PRODUKT POLONIJA | SNEŽENI MOŽ | RIMSKI CESAR, KI JE OPLENIL JERUZALEM | OLIVER CROMWELL | NEKDANJA AMERIŠKA ROKOVSKA SKUPINA | MORILEC AGAMEMNONA, AJGIST / IT. OTOK | NEKDANJI MARIBOR. INDUSTR. GIGANT / MODO

ENOPLASTNA STENA BLASTULE | 3 | TRDA LAHKA KOVINA / NAŠ KRITIK IN PREVAJALEC (ALEŠ) | STAROGR. ASTRONOM / MEDNAR. KOLESAR. ZVEZA

ČLOVEK, KI LJUBI RESNICO | "ORGAN" KLEŠČ IN PRIMEŽA / KOREJSKI AVTO

KDOR IMA RAZVIT ČUT ZA LEPOTO | 8 | NAKIT NA VERIŽICI / AVSTRIJ. SMUČAR. LETALNICA | AM. GLASB. PRODUCENT (PHIL) / IT. PISAT. (UMBERTO) | 4

PRIPRAVNIŠTVO | ZNAK ZA MNOŽENJE / NATRIJ | MESTO V SRED. ITALIJI / ERBIJ | EVROPSKA OTOŠKA DRŽAVA / SOZVOČJE TONOV

INFEKCIJ. BOLEZEN, PROTI KATERI SE CEPI | ZANIKANJE / NAŠ ALPINIST (VIKI) | NAPADALEC NA POLITIKA / NAJVIŠJI MORNARIŠKI ČIN

IVAN VIDAV | MLADA, RAZVIJAJOČA SE RASTLINICA | VISOKI HRIBI / SEZONSKO PREDPLAČILO KART | JAPONSKO VELEMESTO / POLOVICA ČETRTINE | 7

GR. ČRKA, ZNAK ZA GOSTOTO / OGRODJE SITA | NA NJEM IMAMO OČI, NOS IN USTA | VELIKI TRAVEN | MOŠTVENI ŠPORT Z ŽOGO

NAŠA PEVKA (EVA) | VELIKA RIBA Z BRKI / MAMILO IZ MAKA | ZDRAVILNA RASTLINA / AMERIŠKI REŽISER (MARTIN)

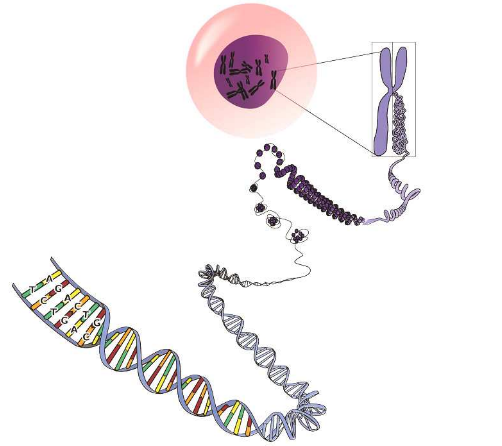
OSNOVNA ŠOLA | TOPNIČAR, ARTILERIST / TANTAL

LETEČI SESALCI, PRHUTARJI | 14 | GENOCID / ZGOLJ

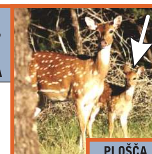
MLADI LJUDJE | MANOMETER

ANDREJ JEMEC | dMFA | POSAMEZNIK KOT SUBJEKT DOŽIVLJANJA | IZGNANEC NA SALAMINI, AJANTOV OČE

BALETNA PLESALKA VRHOVEC
NEIMENOVANA REČ ALI OSEBA, ONEGA
IDRIJSKI RUDNIŠKI ZDRAVNIK V 18. STOL. (GIOVANNI)
VELIKO ŽIVČNO VOZLIŠČE V MOŽGANIH
FRANC. PISATELJICA, BARONICA, KI SE JE ZAVZEMALA ZA EMANCIPACIJO ŽENSK (GERMAINE DE)
STOTINA GRAMA
ČEBELI PODOBNA ŽUŽELKA
PREGREŠNI GR. KRALJ, KI JE TRPEL HUDE MUKE
NERODEN, OKOREN ČLOVEK



ANG. RAZISKOVALEC ANTARKTIKE (ROBERT)
GRADBENI POKLIC
INDIJSKI ŠAHIST
ZVEZDA OZVEZDJA DVOJČKA
13
VEČJA POŠTNA POŠILJKA
SKREGANOST
1
TELUR
NEPREMOČLJIVO GOVEJE USNJE
NEMIRNA AFRIŠKA DRŽAVA
NEKDANJI REKTOR LJUBLJ. UNIVERZE KRALJ
RAČUNSKI ZNAK
VRTNA ROŽA
SOVJETSKO KAZENSKO TABORIŠČE
FILIPINSKI VULKAN
ČRKA V
SMUČAR, KI GOJI NAJHITREJŠO PANOGO
SINTETIČNA TKANINA
OTOK V FRANC. GEOGRAF. IMENIH
DEL RAVNINE, OMEJEN S POLTRAKOMA



10
AVTOR *MARTINA KRPANA* (FRAN)
PLOŠČA
NAREČNI IZRAZ ZA HLOD
PREDSTOJNIK SAMOSTANA
IZGUBA GLASU ALI MOČI GOVORA
NATURA
POTOVANJE V SVETI KRAJ
STAROGR. UČENJAK
SEČNICA (ORGAN)
"NAJKRAJŠI" NASIČENI OGLJIKOV.
12
POLJEDELSKI VLAČILEC
ALFRED NOBEL
NERAZDELJEN OSTANEK KART
MEHIŠKI INDIJANCI
ŠE NEODGNAN BRST
NORVEŠKI SMUČARSKI TEKAČ VIGEN HATTESTAD
NIELS BOHR
MEDNAR. SMUČARSKA ZVEZA
LJUBITELJ VSEGA ITALIJANSKEGA
LASULJA, PERIKA
MESTO NA CIPRU
3. OSEBA EDNINE
VOD. ŽIVAL, PIŠKUR
NAŠ MATEMATIK (DUŠAN)
15
5
LETOVIŠČE PRI OPATIJI
STVAR, KI KAJ DAJE
AMERIŠKA UPRAVA ZA VESOLJSKE POLETE
POROČENA INDIJANKA
SRBSKI PISATELJ KAPOR
ALBERT EINSTEIN
HRIBOVJE NA INDIJ. POLOTOKU
NEMŠKA IGRALKA SOMMER
GRAFIČNO OBLIKOVANJE: MATEVŽ BOKALIČ
SREČANJE, SHOD, ZBOROVANJE
BIVALNA USTANOVA
PERU
NAŠ PESNIK, UREDNIK *PISANIC* (FELIKS)
NAŠ BIATLONEC (JAKOV)
PLESNI UČITELJ JENKO
ŠOSEDI ČRKE S
6
11
CIFRA
SIMBOL ZA MOČ
POKOJNI VODJA BIG BANDA RTV (JOŽE)

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz oštevilčenih polj vpišite skupaj z osebnimi podatki v obrazec na spletni strani

www.presek.si/krizanka

ter ga oddajte do **15. marca 2014**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **knjižno nagrado**.

Kakšne oblike so zajčki?

Odgovor naloge

Mojca Čepič

Igranje s svetlobnimi zajčki je zagotovo vedno zanimivo. Pri tem lahko ugotovimo osnovne naravne zakonitosti (npr. svetloba se odbija od zrcala pod enakim kotom, kot nanj pada). Ugotovimo pa lahko tudi, da svetloba spremeni smer širjenja, ne pa tudi drugih lastnosti, ki jih lahko zaznamo z očesom. Intenziteta in barva svetlobe npr. ostaneta enaki, če zrcalo ni pobarvano ali ni zelo umazano. Ker se te lastnosti svetlobe ohranjajo, smer odbite svetlobe pa je predvidljiva, v zrcalu vidimo predmete.

Tokrat smo poskušali odgovoriti na naslednja vprašanja. Kaj se zgodi, če je zrcalce majhno? Kakšna bo svetlobna lisa na zaslonu, če del zrcala prekrijemo in pustimo, da se svetloba odbija le na majhnem delu zrcala?

Poskuse na slikah smo izvedli z zrcalom, ki smo ga pokrili s papirjem, v katerega sta bila izrezana romba enake oblike, a različnih velikosti. Ob sončnem dnevu smo z nepokritim delom naredili zajčka, svetlobni lisi oz. zajčka pa smo prestregli na zaslon. Nato se je oseba z zaslonom počasi oddaljevala od zrcala, oseba z zrcalom pa je poskušala sukati zrcalo tako, da zajček ni pobegnil z zaslona. Opazovali smo obliko zajčka. Na sliki vidite, da je bil prvi posnetek narejen iz precejšnje bližine.

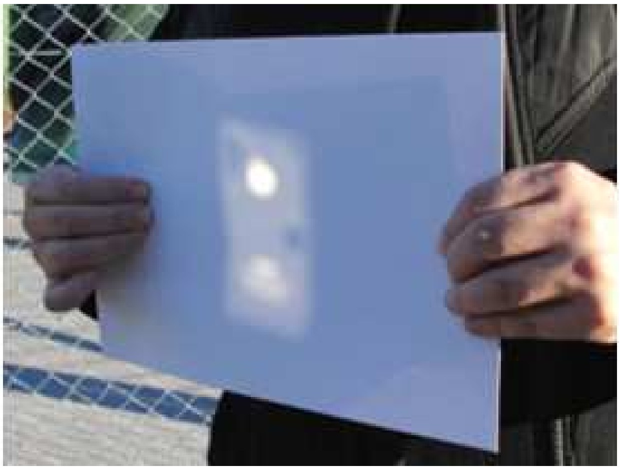
SLIKA 1.
Postavitev poskusa, pri katerem smo videli svetlobne lise (zgoraj desno). Oseba na levi drži v rokah zrcalo in usmerja odbito svetlobo na zaslon osebi na desni (zgoraj levo). Enaka postavitev poskusa, le s precej večjo razdaljo med zrcalom in zaslonom (spodaj levo) ter svetlobni lisi na zaslonu (spodaj desno).

A vendar lahko že opazimo nekaj podrobnosti. Manjša svetlobna lisa, ki je nastala zaradi odboja svetlobe na manjšem nepokritem delu zrcala, ima obliko kroga. Večja svetlobna lisa ima obliko odprtine – romba, a hkrati ima že nekoliko difuzne robove in zaobljene vogale. Podrobnejše opazovanje izvedite sami. Romb se počasi spreminja v obliko na naslednji sliki (posneta na precej večji razdalji). Vidimo, da imata obe svetlobni lisi enako obliko, tudi enako velikost, a se razlikujeta po svetlosti. Ta pojav smo že srečali in se tudi z njim že ukvarjali, le da smo tedaj opazovali oblike svetlobnih lis, ki nastanejo, ko svetloba »lije« skozi odprtine različnih oblik [1].

V vsakdanji rabi so tudi različni predmeti, ki sicer niso zrcala, a vendar odbijajo svetlobo, na enih mestih bolj, na drugih manj. Vsi predmeti, ki imajo zelo gladke plastične površine, delujejo tudi kot dobri odbojniki. Če se v njih lahko vidite, potem jih lahko uporabite tudi za številne poskuse z odbojem svetlobe. Na sliki 2 lahko vidite odboj svetlobe od zadnje strani IPhona. Telefon ima srebrn vstavek v obliki jabolka, ki deluje kot majhno, a zelo dobro zrcalo. Kot nekoliko slabše zrcalo z relativno veliko absorpcijo pa deluje tudi celotna plastična površina.

Oglejmo si še rezultat zadnjega predlaganega poskusa. Z dvema nepokritima zrcaloma smo naredili zajčka na oddaljeni steni. Kakšne oblike sta bila? Okrogle kot Sonce! Ko govorimo o tem, da je zaslon daleč, pomeni to zgolj to, da ga primerjamo z dimenzijami zrcala, ki »meče« zajčka. Tudi veliko zrcalo se za zajčke na oddaljenih zaslonih obnaša kot majhno.

Sedaj nam ostane še razlaga, zakaj tako. Skice in podrobnejšo razlago si lahko preberete v poizkuševalnicah [1, 2]. Na tem mestu povejmo samo to, s čimer smo pravzaprav začeli. Zrcalo samo spremeni smer svetlobi po odbojnem zakonu, vse ostale lastnosti svetlobe pa ostanejo nespremenjene; vsaj tiste, ki jih zaznamo s prostim očesom. Dogajanje je enako kot brez zrcala, le smer svetlobe je spremenjena. Torej, svetloba s Sonca je na zrcalu spremenila smer. Če si predstavljamo, da bi se svetloba odbila na zelo velikem zrcalu, bi osvetlila zelo veliko steno. Če pa smo del zrcala omejili, vpliva ta košček zrcala na odbito svetlobo enako kot luknja nepravilne oblike med npr. listi drevesa. Pod drevesom na tleh nastane svetlobna lisa kamor pada svetloba direktno; če je svetloba vmes padla na zrcalo, pa pade nekam drugam – zajček je pri velikih razdaljah okrogel.



SLIKA 2.
Odboj svetlobe s telefona. Dokler je telefon blizu zaslona, se jasno ločijo svetlobne lise, ki nastanejo na delih telefona, kjer se svetloba odbija kot od zrcala. V svetlobni lisi so tudi dobro ločljive oblike »senc« nalepk, na katerih se svetloba odbija difuzno (levo). Tako svetlobne lise kot sence nalepk se pri večji razdalji preoblikujejo v bolj in bolj okroglo obliko – v obliko svetila Sonca (desno).

SLIKA 3.
Na oddaljeni steni vidimo dva zajčka, ki sta nastala z dveh nepokritih zrcal. Ko je zaslon daleč, tudi veliko zrcalo meče okroglega zajčka, če je dovolj ravno (zgoraj). Na sliki so svetlobne lise, ki so nastale zaradi odboja sončne svetlobe na stavbi, ki je v celoti oblečena v steklo. Take steklene površine niso popolnoma ravne [3], zato imajo tudi zajčki lahko čudne oblike (spodaj).

Literatura

[1] M. Čepič, *Kakšno obliko ima svetlobna lisa? Odgovor naloge*, Presek **35** (2007/08), 3, 18–19.

[2] M. Čepič, *Oblika sence majhnih predmetov v sončni svetlobi, Odgovor naloge*, Presek **34** (2006/07), 4, 18–19.

[3] A. Likar, *Skrivljena zrcala*, Presek **26** (1998/99), 2, 66–70.

Barvni sudoku

V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh 8 števil.

	1	2					
		7			8		6
		5	7				
			2			8	5
	2			5			
6				1	3		
7	3					4	
					6		

Rešitev barvnega sudokuja

8	1	2	6	4	7	5	3
5	4	7	3	2	8	1	6
1	8	5	7	6	2	3	4
4	6	3	2	7	1	8	5
3	2	1	8	5	4	6	7
6	7	4	5	1	3	2	8
7	3	6	1	8	5	4	2
2	5	8	4	3	6	7	1

Kako in zakaj naj se učitelj fizike ukvarja tudi z astronomijo

Andrej Rutar

V prispevku bomo predstavili svojo izkušnjo pri popularizaciji astronomije v Vipavski dolini. Osredotočili se bomo na razvoj dogajanja v zadnjih petih letih in predstavili, kaj je mogoče narediti ter kaj je za to potrebno. Predstavili bomo opremo, s katero smo začeli, in to, kar imamo danes. Predlagali bomo način dela z mladimi, ki se je pri nas obnesel in pripeljal do lepih rezultatov. Čeprav so pred nami še veliki izzivi, so pri vsej zgodbi najpomembnejši majhni koraki, jasen cilj in veselje do raziskovanja vesolja. Za to pa niso potrebni niti vrhunski rezultati niti ne potrebujemo ogromno finančnih sredstev.

Kako smo začeli

Leto 2009 je bilo razglašeno za mednarodno leto astronomije. V naši dolini sta se že v preteklosti z astronomijo ukvarjala Jože Rutar (učitelj fizike na OŠ Draga Bajca v Vipavi) in Miro Perhavec (ljubiteljski astronom). Dejavnosti so bile omejene predvsem na delo z učenci OŠ Draga Bajca in na kakšno javno opazovanje v bližnjih vaseh.

V Ajdovščini in Vipavi pa smo se tudi mlajši profesorji fizike že nekoliko ukvarjali z astronomijo (diplomske naloge, pomoč pri opazovanjih).

Ker se je bilo mogoče v šolah dodatno opremiti z astronomskimi pripomočki in ker smo se odločili, da mednarodno leto astronomije simbolno izkoristimo tudi za ustanovitev Astronomskega društva Nanos, poti nazaj ni bilo več. Z delom smo prepričali ravnatelje, da je vredno z dodatnim finančnim vložkom opremo še nadgrajevati.

Oprema

Pred letom 2009 je OŠ Draga Bajca v Vipavi že razpolagala z 20 cm teleskopom MEADE LX 200, OŠ Danila Lokarja pa z 20 cm Celestronovim Schmidt-Cassagrain teleskopom.

Sledile so nadgradnje in v naslednjih letih so šole že imele:

- Coronado,
- Solarscope,
- Skywatcher 127,
- Sky Watcher 200 na CGEM montaži (2×),
- Sky Watcher 200 na EQ5 montaži,
- Sky Watcher 250 na EQ6 montaži,
- 30 cm MEADE LX 200,
- APM refraktor 106 mm na CGEM montaži,
- filterska kolesa, filtri (LRGB, Ha, OIII, SII), CCD kamere za astrofotografijo in CCD kamere za dodatno vodenje teleskopa, fotoaparate, SQM.

Astronomsko društvo pa je kupilo:

- binokularje,
- skyscout-a,
- Dobson Sky Watcher 200 mm,
- stojala za fotoaparate.

Nabor opreme je zelo velik, vendar je potrebno vedeti, da je tu našteta oprema treh osnovnih in ene srednje šole ter društva. Prav sodelovanje pa je bistveno za doseganju rezultatov oz. za lažje delo z astronomskimi vsebinami.

Način dela in delo z mladimi (»naš« model)

Astronomsko društvo je pomembno zato, da združuje učitelje fizike, ki se ukvarjajo ali se želijo ukvarjati z astronomijo. V društvu je potrebno ohranjati izobraževanja in skupinska opazovanja, kjer se izmenjujejo praktične izkušnje med člani. Pomembnejši člani društva so gotovo prav učitelji in mentorji, ki skrbijo za nadaljnje izobraževanje mladine. Izobraževanje mladine je za nas eden od osnovnih namenov. Člani torej skrbijo za izobraževanja in izpopolnjevanja, šole pa izpopolnjujejo opremo. Predvsem člani društva ne smejo zaspati pri dejavnostih z mladimi. To se ne zgodi, če so med člani tudi učitelji.

Sodelovanje med šolami. Izposojanje opreme med šolami je lahko nekoliko občutljiva tema. Kaj pa če se kaj zgodi? Zato je smiselno povezovanje s skupnimi dejavnostmi, opazovanji. Nekatere opreme med sosednjimi šolami ni potrebno podvajati. Če imajo na eni šoli že en tip teleskopa, naj druga šola kupi drugačnega. Na skupnem opazovanju bodo otroci lahko videli in uporabljali oba. Če je otrok preveč, da bi pripravili skupna opazovanja, pa si učitelji vzajemno pomagajo (danes pridem jaz k tebi na tvoje opazovanje, naslednji teden ti k meni).

Od osnovne šole do fakultete. Naši člani so začeli s krožki astronomije v nižjih razredih osnovne šole. Namen teh krožkov je širiti osnovna spoznanja s področja astronomije na širši krog mladine. Poleg tega pri tem načinu dela pričakujemo, da se bodo pri izbirnem predmetu astronomija v višjih razredih osnovne šole vsaj nekateri učenci lahko že bolj poglobljeno ukvarjali tako s teoretičnimi kot tudi praktičnimi nalogami. Višjo raven tako lahko pričakujemo tudi v gimnaziji. V gimnaziji v Ajdovščini smo tako v letošnjem letu zagotovili večjo izbirnost predmetov s področja naravoslovja. Tako se bo našlo nekaj več prostora tudi za astronomijo, ki smo jo do sedaj izvajali le v obliki krožka. Po štirih letih dela v gimnaziji so nekateri dijaki gotovo sposobni izvajati zelo zahtevne astronomske naloge in so tudi dovolj navdušeni, da lahko nadaljujejo s študijem fizike, mogoče prav astronomske smeri. Z bivšimi dijaki je vredno obdržati stik, saj so lahko dragocena pomoč pri delu z mlajšimi dijaki ter osnovnošolci.

Astronomski tabori. To so dogodki, ki se mladim najbolj vtisnejo v spomin. Poleg praktičnega dela s teleskopi gre tu za življenje v naravi, spoznavanje in druženje z vrstniki, učenje, kjer čas ne postavlja večjih omejitev. Preverjena rešitev je v organizacija tabora, kjer kot mentorji sodelujejo tudi učitelji bližnjih šol. Ti ne le poskrbijo za strokovno delo in opremo, ampak tudi izberejo tiste udeležence tabora, ki jih astronomija veseli.

Redno delo izvajamo:

- v krožku v 2. triadi osnovne šole (predstavitve vsebin, igre, nekaj opazovanj);
- pri izbirnem predmetu v osnovni šoli (predavanja, opazovanja, praktične naloge, tabori);
- v krožku v srednji šoli (redno tedensko srečanje dva meseca pred tekmovanjem z namenom priprave na tekmovanje, ki se zaključi z opazovanjem, če je lepo vreme; v drugi polovici leta občasna opazovanja in projektne naloge s tistimi, ki so najbolj zainteresirani).

SLIKA 1.
Opazovanje Sonca na taboru za osnovnošolce.

Javna opazovanja, ki jih pripravljamo za občane v okviru kakšnega občinskega dogodka ali posebnega astronomskega dogodka, so za prepoznavnost astronomske aktivnosti v kraju zelo pomembna. Prvič zato, da občanom omogočimo vsaj kakšen pogled v vesolje skozi teleskop, drugič pa zato, da smo pri iskanju potencialnih sponzorjev pri izvajanju morebitnih večjih projektov uspešnejši.

Kje smo danes

V zadnjih dveh letih se je organiziranost in sistematičnost v našem delovanju in sodelovanju zelo povečala. Pomemben dogodek, ki je zasvojil tako učitelje kot dijake, je bil astrofotografski tabor, kjer smo začeli prvič spoznavati tudi fotografsko dejavnost.

Naš način dela je pripeljal do zelo vidnih rezultatov:

- zlata priznanja na državnem tekmovanju iz astronomije (osnovnošolci in srednješolci);
- 1. nagrada na natečaju Slovenija iz vesolja (ogled nemškega nacionalnega vesoljskega centra);
- udeležba in priznanje na mednarodni olimpijadi v Grčiji;
- udeležba našega dijaka na izobraževanju o organizaciji mednarodnih izmenjav;
- organizacija mednarodne izmenjave Mladi pod evropskim nebom (Slovenija, Norveška, Bolgarija), kjer so glavno organizacijsko in mentorsko vlogo nosili prav bivši dijaki gimnazije;
- udeležba učitelja Andreja Rutarja na izobraževanju Teacher Training Workshop 2013.

SLIKA 2. Srednješolci so že dobri astrofotografi. Meglica Konjska glava (IC 434) v Orionu.

Kam želimo

Trenutno smo v zagotavljanju opreme za avtomatsko voden teleskop in kupolo. Projekt zahteva tudi povezovanje z lokalno skupnostjo. Želimo doseči, da bo gimnazija skupaj z astronomskim društvom upravljala z lastnim observatorijem, namenjenim astrofotografiji. Lokacija observatorija je predvidena na Gori, upravljali pa bi ga na daljavo.

Želimo se ukvarjati z raziskovalnimi nalogami, in če bo priložnost, sodelovati z lastnimi opazovanji tudi v kakšnem od širših evropskih projektov. Želimo navezati stike s kakšno od šol iz tujine in nadaljevati s podobnimi mednarodnimi tabori.

Zaključek

Pri vsakem delu so pomembni majhni koraki, do skokov nato pride samo po sebi. Pomembno je imeti čim bolj jasen cilj in veselje do raziskovanja ter verjeti, da je stvari mogoče realizirati. Verjeti je treba, da je marsikdaj mogoče opazovati, tudi če vremenske razmere niso idealne.

Res je, da imamo danes odlično opremo, vendar smo nagrade in priznanja dosegli še brez nje.

Na mednarodnem taboru smo uporabljali predvsem fotoaparate in teleskope nižjega cenovnega razreda. Rezultati so lahko odlična priložnost, da se pristojne prepriča v smiselnost nakupa določene, bolj specializirane opreme.

Pred kratkim sem se v družbi mladih pogovarjal o smislu življenja in minljivosti. Zakaj bi se trudil? Zakaj bi delal pri tabornikih? Enkrat je vsega konec.

Zakaj bi gledal zvezde?

Zdi se, da smo še najbolj na varnem pri opazovanju zvezd. Že ko sem bil majhen, so bile tam, sedaj jih gledam in jih še bom. Vedno so tam, kjer morajo biti. Zvezde te ne razočarajo. Če pa se najde kakšna, ki zaključuje življenjsko pot in se poslavlja, ti naredi iz tega čudovito predstavo.

Predvsem pa zvezde gledamo,

- ker je na tem področju dovolj možnosti za razvijanje najrazličnejših interesov mladih (opazovanja, tehnika, računalniške obdelave, raziskovalne naloge, tekmovanja, mednarodne izmenjave);
- ker mladi radi raziskujejo, vesolje pa jim daje za to velike možnosti;
- ker je vesolje tako lepo, raznoliko in veliko, da ga je vredno odkrivati.

SLIKA 3.
Mednarodni astronomski tabor, ki sem ga pripravil skupaj z bivšimi dijaki. Neastronomska aktivnost – pohod, ki krepi timski duh.

×××

Astronomska literatura

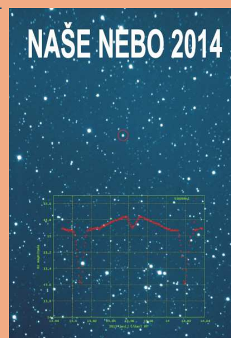
Ob mednarodnem letu astronomije 2009 smo na enem mestu zbrali vse publikacije s področja astronomije, ki so na voljo pri DMFA–založništvu. Preberete si lahko predstavitve posameznih naslovov in revij ter jih naročite s popustom. Nekatere povezave na naši spletni strani, vas vodijo na samostojne spletne strani posameznih revij in periodičnih publikacij, kjer se lahko nanje tudi naročite. Tako jih boste prejemali po pošti takoj po izidu.

Pavla Ranzinger:

PRESEKOVA ZVEZDNA KARTA 2000,0

format 54 × 58 cm
plastificirana, zložena

4,00 EUR

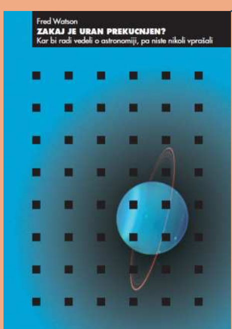


Dintinjana, Fabjan, Kostić, Mikuž, Zwitter, Žerjal

NAŠE NEBO 2014
Astronomske efemeride

84 strani
format 16 × 23 cm
mehka vezava

10,00 EUR



Frad Watson:

ZAKAJ JE URAN PREKUCNJEN
Kar bi radi vedeli o astronomiji, pa niste nikoli vprašali

250 strani
format 14 × 20 cm
mehka vezava

22,39 EUR

Govert Schilling in Lars Lindberg Christensen

OČI, ZAZRTE V NEBO
400 let odkritij s teleskopi

136 strani
format 17 × 24 cm
trda vezava, barvni tisk

24,99 EUR

Uradna knjiga mednarodnega leta astronomije 2009, Oči, zazrte v nebo, 400 let odkritij s teleskopi, je čudovito ilustrirana zgodovina odkritij s teleskopi in pokriva vse, od prvih teleskopov, vesoljskega teleskopa Hubble do instrumentov prihodnje generacije. Prikazuje tudi, kako so spreminjali in še naprej spreminjajo naš pogled na vesolje, naše mesto v njem in kako se je vse skupaj začelo.

Poleg omenjenih ponujamo še veliko drugih astronomskih del. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

`http://www.dmfa-zaloznistvo.si/astro/`

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA Slovenije, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.

LZW algoritem – stisni me krepko

Martin Duh

→ **Ste si kdaj zaželeli, da bi vaše besedilo zasedlo manj pomnilnega prostora, ne da bi pri tem kak podatek izgubili? Ste želeli kdaj stisniti sliko formata GIF ali TIFF, ne da bi slika izgubila svojo kakovost? Obstaja rešitev, ki vse to in še več naredi ob preprosti implementaciji. Rešitev je Lempel-Ziv-Welchov algoritem.**

Lempel-Ziv-Welchov algoritem

Skorajda vsi algoritmi za stiskanje besedila so bili izpeljani iz dveh zelo znanih algoritmov za kodiranje, LZ77 in LZ78.

Leta 1977 sta avtorja Abraham Lempel in Jakob Ziv ustvarila algoritem LZ77, leto kasneje pa LZ78. Priljubljeno različico algoritma LZ78 je leta 1984 predstavil Terry Welch in ga poimenoval Lempel-Ziv-Welch (LZW).

Algoritem stiska besedila na podlagi vnaprej določenega slovarja, ki ga sproti posodablja. Slovar si lahko predstavljamo kot seznam različnih znakov oz. nizov, s pomočjo katerih lahko zapišemo celotno besedilo. Algoritem za implementacijo ni zahteven in je zaradi te svoje preprostosti eden izmed najbolj priljubljenih algoritmov za stiskanje besedil.

Če za primerjavo vzamemo Huffmanovo kodiranje [6] je najprej potrebno vse znake v besedilu urediti po verjetnosti (t. j. kako pogosto se v besedilu nahajajo) in na podlagi teh verjetnosti zgraditi ustrezno drevo. Šele ko je drevo zgrajeno, lahko besedilo zakodiramo. Postopek stiskanja oz. kodiranja ter postopek razširjanja oz. dekodiranja LZW algoritma bomo predstavili v nadaljevanju.

Kodiranje

Pri kodiranju bomo dano besedilo zakodirali na takšen način, da bo rezultat krajši ali enak začetnemu besedilu, pri tem pa ne bomo izgubili nobenih informacij. Za kodiranje danega besedila je potrebno najprej razložiti pojem slovarja. Slovar predstavlja seznam izrazov, kjer ima vsak izraz svoj enolično določen indeks. Slovar se sproti posodablja, kar pomeni, da se vsak izraz v besedilu, ki ni v seznamu, doda na ustrezno mestu in se mu priredi ustrezen indeks.

Implementacija slovarja med programerji ni enotna oz. enolično določena, saj si lahko vsak programer sam izbere, na kakšen način bo implementiral svoj slovar in koliko vnosov bo na začetku le-ta imel. V večini primerov ima slovar 256 vnosov, ki predstavljajo razširjeno ASCII tabelo.[1] Ni pa nujno, da slovar predstavlja razširejno ASCII tabelo, saj ima lahko tudi manj vnosov (poljubna druga abeceda, ki vsebuje vse znake iz besedila).

LZW algoritem deluje v naslednjih treh korakih:

- **Pridobivanje izraza**
  LZW pretvori dano besedilo v manjša besedila, ki jim pravimo izrazi. Da se poišče naslednji izraz v besedilu, LZW jemlje na vsakem koraku po en znak oz. po eno črko (kar predstavlja osem bitov) ter ga doda k izrazu. Ta proces traja tako dolgo, dokler tako dobljeni izraz v slovarju več ne obstaja. Izraz brez zadnjega dodanega znaka zako-

[1] American Standard Code for Information Interchange (ASCII) tabela je nabor različnih znakov. Uporablja se zato, ker računalniki razumejo le števila, v ASCII tabeli pa imajo vsi znaki zapisano svojo enolično določeno število, kar omogoča računalniku, da jih razume. Vsak znak v razširjeni ASCII tabeli je velikosti osmih bitov.

diramo, saj je v slovarju še definirani, nedefiniran izraz pa se doda v slovar (postane definiran). Iskanje naslednjega izraza poteka od vključno zadnjega dodanega znaka naprej.

- **Posodabljanje slovarja**
  Kakor hitro naletimo na izraz, ki še v našem slovarju ni definiran, je potrebno le-tega zapisati v slovar. Običajno dodajamo izraze na konec slovarja. V praksi je slovar implementiran kot uravnoteženo drevo, saj nam tako v logaritemskem, in ne v linearnem, številu korakov poišče potrebni izraz, če za osnovni korak štejemo eno primerjavo dveh nizov. Pri stiskanju daljšega besedila velikost slovarja zelo hitro narašča in zaradi tega je potrebno velikost slovarja omejiti, saj na tak način preprečimo preveliko zasedenost pomnilnika. Na velikost slovarja vpliva velikost binarnega (dvojiškega) zapisa[2] posameznega izraza. Primer: če se odločimo, da bomo vse izraze zakodirali v 12-bitnem zapisu, se velikost slovarja omeji na 4096, saj je $2^{12} = 4096$.

- **Kodiranje izraza**
  Vsakemu izrazu v slovarju pripada število (indeks) oz. koda tega izraza. To pomeni, da namesto izraza zapišemo le-temu pripadajočo kodo.

Algorithm 1 LZW kodiranje

```
beseda ←''''
while EOF = false do
  x ← preberi_naslednjo_crko()
  if beseda + x je v slovarju then
    beseda ← beseda + x
  else
    izpisi indeks iz slovarja za beseda
    dodaj beseda + x v slovar
    beseda ← x
  end if
end while
izpisi indeks iz slovarja za beseda
```

Algoritem 1 predstavlja psevdokodo za kodiranje.[3]

[2]Binarni (dvojiški) zapis je predstavitev kombinacije stanj v digitalnih računalnikih z vrednostmi 0 in 1. Vsak izraz je zapisan kot zaporedje števk 0 in 1 in vsako tako zaporedje enolično določa posamezni izraz. Količino informacije, ki jo lahko predstavimo z eno binarno števko, imenujemo bit.

Preprost primer uporabe

Naj bo naša naloga zakodirati oz. stisniti naslednje besedilo: $AAABBBABBA$. Za slovar uporabimo razširjeno ASCII tabelo, ne da bi karkoli preindeksirali (začetni indeks je 0). Za zgornje besedilo sta za nas pomembni le prvi dve veliki črki angleške abecede, ki se v razširjeni ASCII tabeli nahajata na 65. in 66. mestu.

V tabeli 1 predstavljamo delovanje algoritma, kjer je prvi stolpec zaporedni korak delovanja algoritma, v drugem stolpcu je preostalo besedilo, ki ga še moramo zakodirati. V tretjem stolpcu je prva črka oz. znak preostalega besedila, v četrtem stolpcu je lepljenje črke s trenutnim izrazom (spremenljivka *beseda*). V petem stolpcu preverjamo, ali je izraz, ki mu dodamo prvo črko preostalega besedila (izraz v tretjem stolpcu), v slovarju. V naslednjem stolpcu je izpis kod. Celotni stolpec bo predstavljal zakodirano besedilo (bran od zgoraj navzdol). V naslednjem stolpcu so izrazi, ki so na novo dodani v slovar, saj so pred tem bili nedefinirani, zadnji stolpec pa predstavlja trenutni izraz.

Tako je končni izpis (zakodirano besedilo) danega besedila: 65 256 66 258 65 259 in novi vnosi v slovar so: AA(256) AAB(257) BB(258) BBA(259) AB(260).

Za zapis originalnega besedila je potrebno 80 bitov ($10 \cdot 8 = 80$ - število 10 predstavlja velikost besedila, za vsak znak pa je potrebnih osem bitov). Pri zakodiranem besedilu pa je za zapis izrazov potrebnih $3 \cdot 8 + 3 \cdot 9 = 51$ bitov. Osem bitov je uporabljenih za osnovni slovar, vse nove izraze zapišemo z devetimi biti. V primeru, da vse izraze (tudi osnovni slovar) zapišemo z devetimi biti, potem dobimo $6 \cdot 9 = 54$ bitov, kar predstavlja 67,5 % originalnega besedila.

Dekodiranje

Ker iz zakodiranega besedila ne moremo razbrati njegovega pomena, je potrebo za tovrstne namene zakodirano besedilo dekodirati. Zelo pomembno je, da za dekodiranje uporabimo enako implementacijo osnovnega slovarja kot pri kodiranju, kajti le tako bomo dobili pravo originalno besedilo in ustrezni pomen.

[3]Znak za seštevanje + v algoritmu pomeni lepljenje nizov, npr. $beseda + x$ pomeni, da se besedi $beseda$ doda na konec še beseda x.

korak	preostalo besedilo	naslednja črka x	$beseda + x$	je v slovarju?	izpis	nov vnos v slovar	$beseda$
1							$''$
2	$AAABBBABBA$	A	A	Da			A
3	$AABBBABBA$	A	AA	Ne	65	AA (256)	A
4	$ABBBABBA$	A	AA	Da			AA
5	$BBBABBA$	B	AAB	Ne	256	AAB (257)	B
6	$BBABBA$	B	BB	Ne	66	BB (258)	B
7	$BABBA$	B	BB	Da			BB
8	$ABBA$	A	BBA	Ne	258	BBA (259)	A
9	BBA	B	AB	Ne	65	AB (260)	B
10	BA	B	BB	Da			BB
11	A	A	BBA	Da			BBA
12		EOF			259		

TABELA 1.
Primer kodiranja.

Algoritem za dekodiranje deluje v obratnih korakih kot pa algoritem za kodiranje.

Algorithm 2 LZW dekodiranje

preberi kodo x iz zakodiranega besedila
poisci v slovarju $element$ na mestu x
izpisi $element$
$beseda \leftarrow element$
while $EOF = false$ **do**
  preberi x
  poisci v slovarju $element$ na mestu x
  if indeks x v slovarju ne obstaja **then**
    $element \leftarrow beseda + prvaCrkaOdBeseda$
  end if
  izpisi $element$
  dodaj $beseda+prvaCrkaOdElement$ v slovar
  $beseda \leftarrow element$
end while

Algoritem 2 predstavlja psevdokodo za dekodiranje.

Preprost primer uporabe

S pomočjo dekodiranja dekodirajmo prejšnje zakodirano besedilo: 65 256 66 258 65 259. Pričakujemo, da nam bo algoritem zakodirano besedilo dekodiral v besedilo $AAABBBABBA$. Uporabimo enak slovar kot pri kodiranju, kar pomeni, da uporabljamo razširjeno ASCII tabelo, ne da bi karkoli preindeksirali. Slovar šteje 256 znakov, koda 65 predstavlja veliko črko A, koda 66 pa veliko črko B. Ostale kode so izrazi, ki so v slovar bili dodani v fazi kodiranja.

V tabeli 2 je prikazano delovanje algoritma za dekodiranje, kjer predstavljajo prvi trije stolpci podobno kot v tabeli 1, četrti stolpec pa podobno kot peti stolpec v tabeli 1. Peti stolpec v tabeli 2 predstavlja element v slovarju, ki ima za indeks število iz drugega stolpca. Če je indeks iz drugega stolpca v slovarju definiran, potem je element izraz s tem indeksom. Če pa indeks iz drugega stolpca ni definiran, potem postane element prejšnji izraz, ki mu še prilepimo prvo črko tega izraza. Ta dobljen izraz dodamo v slovar na ustrezno zaporedno mesto (kar predstavlja sedmi stolpec). Na vsakem koraku izpišemo dobljeni izraz, kar predstavlja šesti stolpec. Zadnji stolpec pa predstavlja trenutni izraz.

Dekodirano besedilo je $AAABBBABBA$, kar je enako kot originalno besedilo.

Novi vnosi v slovar so: 256 (AA), 257 (AAB), 258 (BB), 259 (BBA) in 260 (AB).

Vprašanja in odgovori

- Ali je potrebno za dekodiranje dodati celotni slovar v kodirano besedilo? Ne, ker se tudi pri dekodiranju slovar gradi sproti. Potrebno je le, da sta osnovna slovarja pri kodiranju in dekodiranju enaka.

korak	preostalo besedilo	naslednja koda	je že v slovarju?	element	izpiši	nov vnos v slovar	beseda
1	65 256 66 258 65 259	65	Da	A	A	/	A
2	256 66 258 65 259	256	Ne	$beseda + x = AA$	AA	256 (AA)	AA
3	66 258 65 259	66	Da	B	B	257 (AAB)	B
4	258 65 259	258	Ne	$beseda + x = BB$	BB	258 (BB)	BB
5	65 259	65	Da	A	A	259 (BBA)	A
6	259	259	Da	BBA	BBA	260 (AB)	BBA
7	/	EOF	/	/	/	/	/

TABELA 2.
Primer dekodiranja. Oznaka x v petem stolpcu je krajši zapis spremenljivke $prvaCrkaOdBeseda$.

- Ali lahko velikost slovarja omejimo? Omejitev velikosti slovarja je priporočljiva, saj tako omejimo število bitov, ki so potrebni za zapis izrazov. Recimo, če želimo porabiti za zapis izrazov 12 bitov, potem omejimo velikost slovarja na 4096 izrazov, saj je $2^{12} = 4096$.
- Kaj se zgodi, ko omejeni slovar zapolnimo? Kakor hitro slovar zapolnimo, bodisi pri kodiranju bodisi pri dekodiranju, izbrišemo vse nove vnose, tako da ostane le osnovni slovar. Nato ga začnemo ponovno graditi. Tega nam ni potrebno nikjer označiti, saj se bo slovar pri kodiranju in dekodiranju izbrisal na istem mestu oz. koraku. Če v slovarju izbrišemo vse nove vnose, se nam zgodi, da bodo novi vnosi v slovar imeli enake kode kot prejšnji (zdaj že izbrisani) vnosi. To ne vpliva na končni rezultat, saj noben prejšnji vnos več ne bo obstajal. To pomeni, da bo še vedno vsak izraz imel svojo enolično določeno kodo.
- Kako shraniti zakodirano besedilo? Datoteko, kamor shranjujemo zakodirano besedilo, je potrebno odpreti kot binarno datoteko, kajti le tako bo zakodirano besedilo zasedlo manj prostora.

Literatura

[1] Ida M. Pu, *Fundamental Data Compression*, Butterworth-Heinemann publications, Burlington, 2006.

[2] G. Lakhani, *Introduction to LZW, Reducing coding redundancy in LZW*, 2005, 1418–1420.

[3] T. A. Welch, *LZW compression algorithm, A Technique for High-Performance Data Compression*, 1984, 8–12.

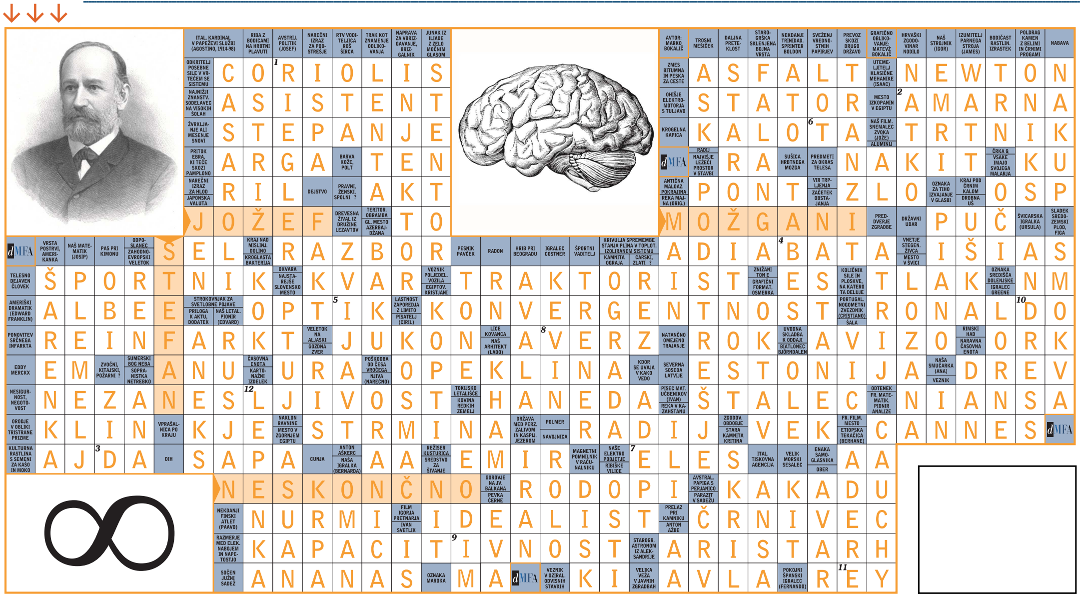
[4] `http://en.wikipedia.org/wiki/Lempel-Ziv-Welch`, (citirano 20. 08. 2013).

[5] J. Nieminen, *An efficient LZW implementation*, `http://warp.povusers.org/EfficientLZW`, (citirano 10. 08. 2013).

[6] T. Kos, *Huffmanovo kodiranje*, Presek **39** (2011/12), 3, 26–29.

× × ×

→ Slika 1: Ivje (Foto: Peter Legiša)



REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE

PRESEK 41/3

→ Pravilna rešitev nagradne križanke iz tretje številke 41. letnika Preseka je **Rad bi te videl.** Izmed pravilnih rešitev so bili izžrebani Jani Čede iz Petrovč, Bogomil Brvar iz Moravč in Jaka Šikonja iz Metlike, ki so razpisane nagrade prejeli po pošti.

× × ×

Ivje

Aleš Mohorič

Tokratna naravoslovna fotografija (slika 1) kaže ivje. Fotografija je nastala na hladen zimski dan, ko je bila vremenska napoved taka: Danes in jutri bo precej jasno, po nižinah v notranjosti Slovenije pa bo dopoldne megleno, ponekod lahko tudi večino dneva. Zjutraj bodo najnižje temperature od −9 do −1, čez dan bodo najvišje temperature od 1 do 7.

SLIKA 2.
Bližnji pogled razkrije, da so iglice sestavljene iz drobnih kristalčkov. Ti nastanejo, ko meglena kapljica doseže iglico in v hipu zamrzne. (Foto: Peter Legiša)

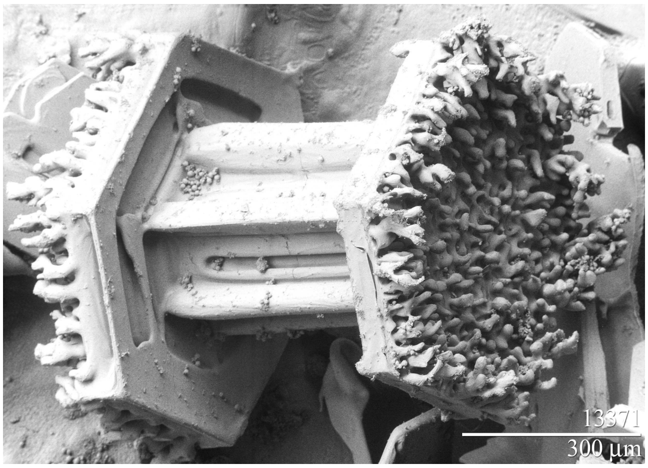
Ivje nastane v dovolj hladnem, meglenem vremenu. Drobne kapljice vode v megli so ohlajene pod lediščem, vendar je voda v njih še vedno v tekočem stanju – je podhlajena. Ko kapljice pridejo v stik s hladnejšo površino, v hipu zmrznejo in drobne kapljice se začnejo na rastlinah nabirati v iglice. Iglice so videti kot množice drobnih kapljic, če jih pogledamo bolj od blizu (slika 2).

Z elektronskim mikroskopom lahko opazimo, da drobni kristalčki ledu na podoben način nastajajo celo na snežinkah (slika 3).

O vrstah padavin smo v Preseku že pisali [1].

Literatura

[1] A. Mohorič, *Jutranje padavine*, Presek **39** (2011/12), 5, 30–31.

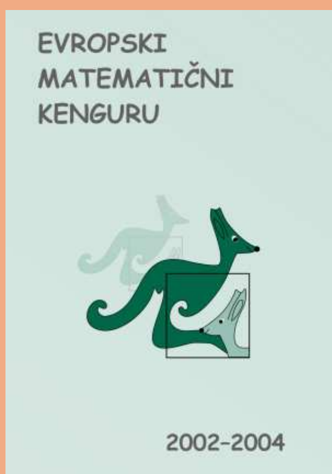


SLIKA 3.
Slika snežinke narejena z elektronskim mikroskopom. Na stranskih ploskvah je vidna slana. Slana nastaja z resublimacijo vodne pare. (Foto: Erbe, Pooley: USDA, ARS, EMU)

Matematični kenguru

Osnovna naloga tekmovanja Kenguru je popularizacija matematike. Zanimiv, zabaven in igriv način zastavljanja matematičnih problemov je pripomogel, da se je tekmovanje kmalu razširilo po vsej Evropi, hkrati pa so se v tekmovanje vključevali tudi otroci in mladostniki iz drugih držav sveta. Tekmovanje je preseglo evropske okvire in postalo Mednarodni matematični kenguru z več kot 6 milijoni tekmovalcev iz 47 držav sveta v letu 2011. V Sloveniji Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije organizira tekmovanje za učence od prvega razreda osnovne šole do četrtega letnika srednje šole. Poseben izbor je pripravljen za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol, za dijake srednjih poklicnih šol ter za študente.

Naloge, zbrane v teh knjigah, so najboljše možno gradivo za pripravo na prihodnja tekmovanja. Predvsem zato, ker je vsaki nalogi dodana podrobno razložena rešitev, ki bralca vodi v logično mišljenje in spoznavanje novih strategij reševanja. Marsikatera naloga, ki je sprva na videz nerešljiva, postane tako dosegljiv iskriv matematični izziv.



10,99 EUR

18,74 EUR

14,50 EUR

Pri DMFA-založništvo sta v Presekovi knjižnici izšle že 4 knjige Matematičnega kenguruja.

- *Evropski matematični kenguru 1996–2001* (pošlo),
- *Evropski matematični kenguru 2002–2004*,
- *Mednarodni matematični kenguru 2005–2008*,
- *Mednarodni matematični kenguru 2009–2011* (novost).

Poleg omenjenih ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA Slovenije, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.