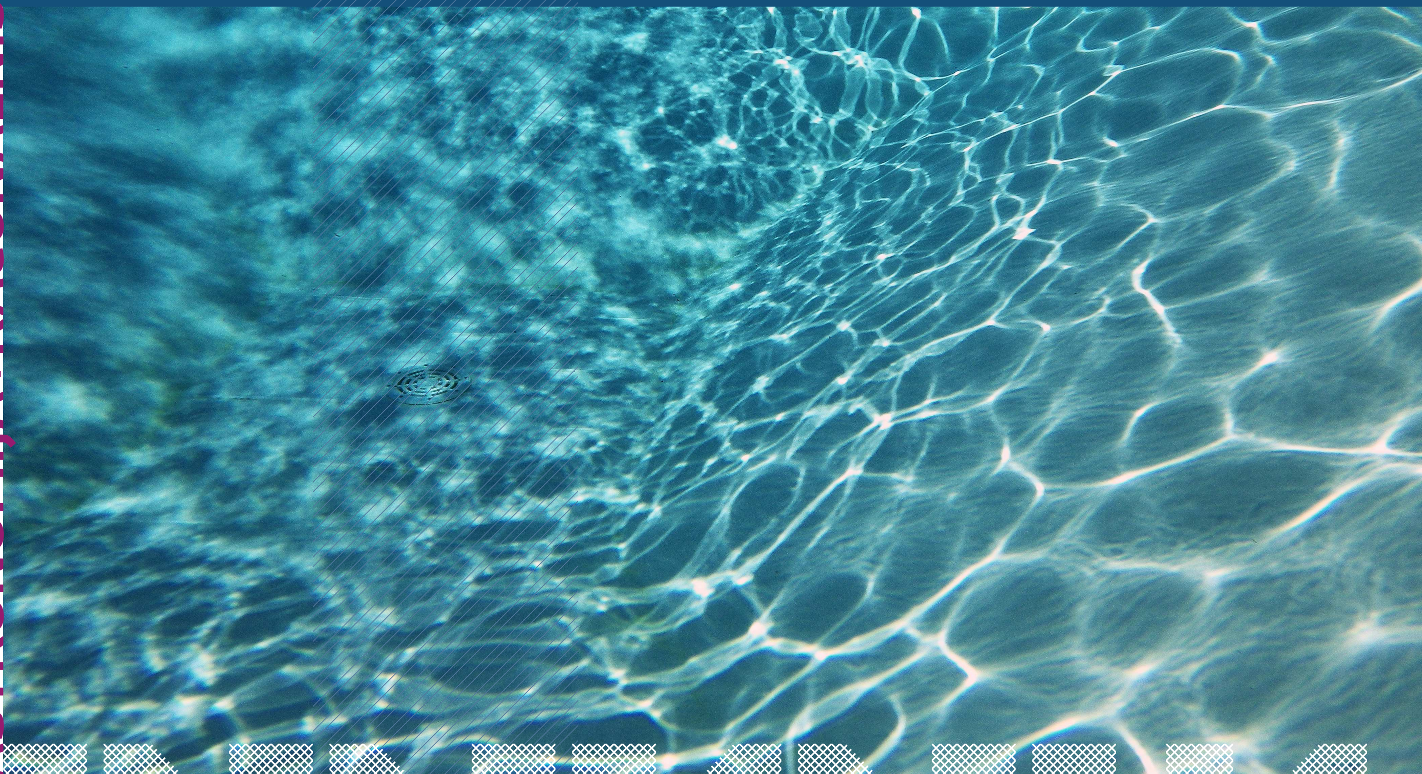
MATEMATIKA+FIZIKA+ASTRONOMIJA+RAČUNALNIŠTVO# 6

PRESEK LETNIK 41 (2013/2014) ŠTEVILKA **6**



PRESEK

→ POSTOV PROBLEM IN TURINGOV STROJ

→ LEDENA SVEČA IN ŽLED

→ PRVI ZAZNAN SISTEM OBROČEV OKROG ASTEROIDA

→ TASKIJEV SVET

ISSN 0351-6652

MATEMATIČNI TRENUTKI

Ugotavljanje skupnih lastnosti mest

Čeprav se različna mesta po vsem svetu zelo razlikujejo, so znanstveniki našli skupne matematične lastnosti mest, ki veljajo neodvisno od geografskega položaja, števila prebivalcev in celo časovnega pasu. To, še sveže odkritje temelji na podatkih, ki so jih najprej zbrali v več tisoč mestih, nato pa njihove socialne in fizične lastnosti s pomočjo običajne in fraktalne geometrije analizirali. Izkazalo se je, da je vsaka od lastnosti primerna potenčna funkcija števila prebivalcev. Tako je, recimo, v primeru števila patentov ustrezna potenca večja kot ena (večje število stikov vodi k večjemu številu inovacij), v primeru na novo zgrajenih cest pa je ta potenca manjša kot ena (potreba po novih cestah se ne veča sorazmerno z rastjo populacije).

Zakoni, ki povezujejo veliko število mestnih parametrov, temeljijo na človeških stikih. Natančneje, odvisni so od lastnosti socialnih omrežij, ki narekujejo razvoj infrastrukture. Povečevanje mreže sicer povečuje ustvarjalnost, a ima hkrati tudi veliko neželenih učinkov, npr. hkratno zvečanje prometa in kriminala. Ker postaja naš planet čedalje bolj urban, znanstveniki upajo, da bo boljše razumevanje mest in matematičnih zakonitosti, ki veljajo v njih, pomagalo povečati pozitivne in zmanjšati negativne učinke rasti prebivalcev. Z matematiko žal ne moremo ustvariti utopije, pomaga pa nam pri razumevanju okolja, v katerem nas večina živi. Matematika pomaga tudi urbanistom pri analizi in načrtovanju prihodnje rasti mest.

Več informacij boste našli v članku Luisa M. A. Bettencourta *The origins of scaling in cities*, ki je bil objavljen v reviji *Science*, 21. junija 2013.

×××

KOLOFON

Presek
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 41, šolsko leto 2013/2014, številka 6

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si
Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2013/2014 je za posamezne naročnike 18,00 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 15,75 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

List sofinancira Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih poljudno-znanstvenih periodičnih publikacij.

Založilo DMFA–založništvo

Oblikovanje Tadeja Šekoranja

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 1400 izvodov

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja Prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva **DMFA–založništvo, Uredništvo revije Presek, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **presek@dmfa.si**.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorne datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

Slika na naslovnici: Vzvalovana vodna gladina lomi svetlobo kot naključna množica različnih leč in tako ustvari zanimiv vzorec na stenah bazena. Nekje se svetloba zbere in dobimo svetlejše proge, drugje pa temnejše. V letošnjem poletju vam želimo čim več takih vzorcev. Foto: Andrej Guštin

Postov problem in Turingov stroj[1]

Rok Gregorič, Vesna Iršič, Anja Petković, David Gajser (mentor)

→ So problemi v matematiki, tako kot v življenju, ki jih preprosto (še) ne znamo rešiti. So pa problemi, ki jih z nobenim končnim postopkom (t. j. algoritmom) niti ne moremo rešiti. Kaj pomeni, da z algoritmom rešimo problem in kakšen bi bil primer problema, kjer to ni mogoče?

Postov problem

Na voljo imamo domine

01	1	010	00
0101	0	1	0

ki jih želimo zložiti v vrsto eno za drugo tako, da bomo zgoraj in spodaj dobili enak niz znakov. Pri tem lahko vsako domino uporabimo poljubno mnogokrat, vendar smemo uporabiti le končno mnogo domin.

Ta problem ni preveč težak in ga rešimo, recimo, tako, da dane domine zložimo v vrsto[2]

00	1	010	1	010	01	00	1	010	1	01	01	01
0	0	1	0	1	0101	0	0	1	0	0101	0101	0101

Enak problem pri danih dominah

100	0	1
1	100	0

je mnogo težje rešiti, saj njegovo (najkrajšo) rešitev sestavlja 75 domin, pri čemer obstajata dve različni rešitvi te dolžine.

Problem lahko zastavimo za poljubno število domin:

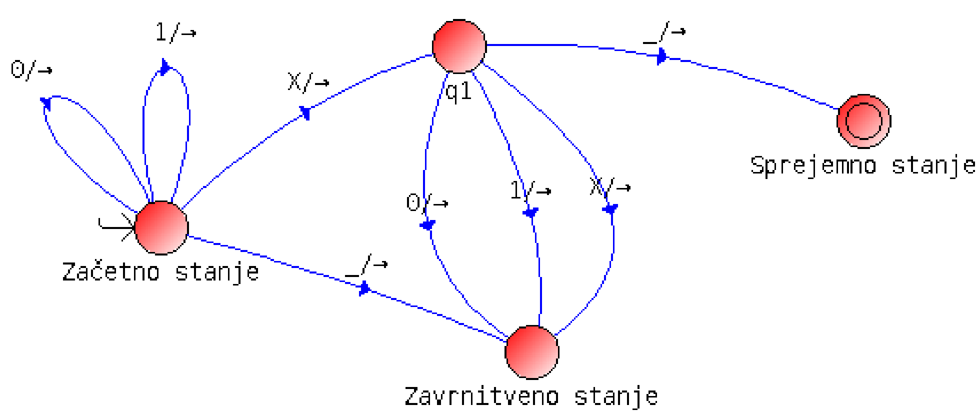
Postov problem. Danih imamo končno mnogo domin, na zgornjem in spodnjem delu vsake domine pa je zapisan niz znakov. Ali lahko te domine zložimo v končno vrsto eno za drugo tako, da bomo zgoraj in spodaj dobili enak niz znakov? Pri tem lahko vsako domino uporabimo poljubno mnogokrat.

Ta problem je prvi zastavil ameriški matematik Emil Post leta 1946 in je zanimiv med drugim tudi zato, ker se izkaže, da ga ni mogoče rešiti z računalnikom. Ni ga mogoče rešiti z računalnikom?

SLIKA 1.
Avtorji (iz leve): David, Anja, Vesna, Rok.

[1] Članek je nastal na poletnem taboru MaRS 2013 (Matematično Raziskovalno Srečanje za srednješolce).

[2] Obstaja tudi krajša rešitev, ki vsebuje le štiri domine. Jo najdeš?



SLIKA 2.
Grafični prikaz Turingovega stroja M. Iz vsakega stanja, ki ni sprejemno ali zavrnitveno, gredo natanko štiri puščice – za vsak znak iz Γ ena. Znaki → na puščicah nam nakazujejo, da se glava stroja zmeraj premika v desno. Ko stroj v stanju A prebere znak a, glava na trak napiše a, se premakne v desno, stroj pa preide v stanje, v katerega kaže puščica iz A z znakom a. Če bi imeli tak stroj, da glava znakov na traku ne bi ohranjala, bi morali na vsako puščico dodati še nov znak.

Odločljivi in neodločljivi problemi

Problemom, na katere lahko odgovorimo samo z *da* ali *ne*, pravimo *odločitveni problemi*. Ker nas zanima predvsem Postov problem, ki je odločitveni, se bomo od tu naprej ukvarjali le s takšnimi problemi. Pravimo, da je odločitveni problem *odločljiv*, če ga lahko rešimo z algoritmom, t. j. če obstaja algoritem, ki nam pove, kdaj je pravilen odgovor *da* in kdaj *ne*.

Poglejmo si preprost primer odločitvenega problema.

Ime: Palindrom
Vhod: Niz ničel in enic
Vprašanje: Ali se niz iz leve proti desni prebere enako kot iz desne proti levi?

Primeri vhodov, za katere je odgovor *da*, so npr. nizi $110011, 100001, 101010101 \dots$

Problem Palindrom znamo rešiti z algoritmom; verjetno je vsak nadobuden bralec že ugotovil, kako. Začnemo lahko npr. s primerjavo skrajnega levega in skrajnega desnega znaka besede. Če nista enaka, je odgovor *ne*. Če pa sta, ju lahko izbrišemo in nadaljujemo na krajši besedi, vse dokler nam ne ostane le še en znak ali pa znakov zmanjka. V obeh primerih je odgovor *da*.

Torej je Palindrom odločljiv problem. Zanimivo pa je, da obstajajo tudi problemi, ki niso odločljivi. Takšnim pravimo *neodločljivi problemi*.

Church-Turingova teza

Ključno vlogo v definiciji odločljivosti problema ima *algoritem*. Problem je namreč odločljiv natanko tedaj, ko obstaja algoritem, ki ga reši. Neformalno algoritem razumemo kot končno zaporedje preprostih ukazov, ki jih moramo izvesti, da pridemo do rezultata, npr. računalniki probleme rešujejo z algoritmi. Ali lahko pomen besede *algoritem* tudi bolj formalno opredelimo?

Matematiki so se na več načinov trudili odgovoriti na to vprašanje, na koncu pa se je izkazalo, da je bilo veliko teh načinov povsem enako dobrih. Ena izmed opredelitev pojma algoritem je s pomočjo Turingovega stroja,[3] tj. naprave, ki jo bomo podrobneje opisali v naslednjem razdelku.

Church-Turingova teza. Problem lahko rešimo z algoritmom natanko tedaj, ko obstaja Turingov stroj, ki reši ta problem.

Church-Turingova teza je v rabi od leta 1936 in je v teoretičnem računalništvu splošno sprejeta. Pove nam, da je Turingov stroj enako dober kot katerikoli drug model za algoritem. Če torej najdemo algoritem za reševanje nekega problema, lahko isti problem rešimo tudi s Turingovim strojem. Zaradi teze

[3] Preostali dobro poznani opredelitvi algoritma sta s pomočjo lambda računa in s pomočjo rekurzivnih funkcij.

→

se torej ni potrebno spuščati v podrobnosti, ki jih zahteva delo s Turingovim strojem, ampak lahko delamo na višjem nivoju abstrakcije.

Turingov stroj

Leta 1936 je angleški matematik Alan Turing zasnoval *Turingov stroj*, ki je preprost teoretični model računalnika.[4] Sestavljajo ga v eno smer neskončen trak, glava in »program«, ki pove pravila, kako naj se glava premika po traku levo in desno ter ga spreminja. Po vsakem premiku glava prebere znak, zapisan pod njo na traku in ga prepiše z drugim znakom, lahko tudi enakim. Pri tem stroj prehaja preko različnih stanj, dokler ne pride do sprejemnega ali zavrnitvenega stanja – takrat se ustavi. Lahko pa se zgodi tudi, da stroj nikoli ne pride v eno od teh dveh stanj in se nikdar ne ustavi.

Turingov stroj je natančno določen s:

- končno množico stanj Q, v kateri so tudi paroma različna stanja q_0, q_s in q_z, ki jim pravimo *začetno, sprejemno* in *zavrnitveno* stanje,
- končno množico Γ, ki vsebuje znake, ki jih Turingov stroj lahko uporabi. Ta množica vsebuje tudi znake, s katerimi stroju podamo vhod, ter poseben znak, ki nikoli ni del vhoda: *prazen znak*,
- prehodno funkcijo (bistvo »programa«) $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, D\}$, kjer L pomeni premik v levo, D pa v desno.

Razložimo pomen prehodne funkcije δ, ki je ključen del Turingovega stroja. Denimo, da je stroj v stanju q in je pod glavo na traku zapisan znak a. Če je $\delta(q, a) = (r, b, L)$, bo stroj izbrisal znak a in na njegovo mesto zapisal b, pri tem bo prešel v stanje r ter se premaknil v levo. Če bi bila zadnja komponenta D, bi se stroj premaknil v desno. Vhodne podatke, oz. vhod Turingovemu stroju podamo kot niz znakov, ki se nahaja na začetku traku, preostanek traku pa je prazen, t. j. zapolnjen s praznimi znaki. Glava se na začetku nahaja na najbolj levem delu traku, torej na prvem znaku vhoda. Stroj začne v začetnem stanju in deluje tako, kot mu predpisuje prehodna funkcija δ. Takoj, ko preide v sprejemno ali zavrnitveno stanje, se ustavi.

Za boljšo predstavo bomo opisali zelo preprost Turingov stroj M, ki preveri, ali je vhod sestavljen le iz znakov 0 in 1 ter se zaključi z znakom X. Naj bo $\Gamma = \{0, 1, X, \_\}$ množica znakov, ki jih M lahko uporabi (_ označuje prazen znak). Prehodna funkcija deluje na sledeč način (glej tudi sliko 2):

- Če je stroj v začetnem stanju in glava prebere 0, potem glava zapiše 0, se premakne v desno in stroj ostane v začetnem stanju.
- Če je stroj v začetnem stanju in glava prebere 1, potem glava zapiše 1, se premakne v desno in stroj ostane v začetnem stanju.
- Če je stroj v začetnem stanju in glava prebere X, potem glava zapiše X, se premakne v desno in stroj preide v stanje q_1.
- Če je stroj v stanju q_1 in glava prebere prazen znak, stroj sprejme vhod, torej preide v sprejemno stanje.
- Če se zgodi karkoli razen zgornjega (npr. stroj je v začetnem stanju in glava prebere prazen znak), stroj zavrne vhod, torej preide v zavrnitveno stanje.

Izkaže se, da kljub preprosti definiciji Turingovega stroja, ne moremo preprosto ugotoviti, na katerih vhodih se Turingov stroj ustavi.

Zaustavitveni problem. Ali se dani Turingov stroj M ustavi na danem nizu iz ničel in enic?

Ta problem je eden najpomembnejših in najbolj znanih neodločljivih problemov. Njegova neodločljivost je bila dokazana že v tridesetih letih prejšnjega stoletja, a bomo zaradi poljudnosti članka dokaz izpustili.

Zaključek

Na začetku smo trdili, da Postovega problema ne moremo rešiti z računalnikom. Kako bi sploh lahko to utemeljili?

Ker lahko s Turingovim strojem rešimo vse, kar lahko rešimo tudi z računalnikom, je dovolj pokazati, da Postovega problema ni moč rešiti s Turingovim strojem. Izkaže se, da bi v primeru, da bi nek

[4] Izkaže se, da lahko Turingov stroj zaradi neskončnega traku (v teoriji) reši precej več problemov kot katerikoli računalnik na svetu (ki je seveda končen). Če pa bi računalnik imel na voljo neskončno trdega diska, bi Turingov stroj rešil natanko tiste probleme kot računalnik.

Turingov stroj rešil Postov problem, lahko skonstruirali algoritem, ki bi rešili tudi zaustavitveni problem, kar pa ni mogoče. Dokaz lahko bralec najde v [1, pogl. 5.2].

Postov problem torej ni odločljiv in tako ni smiselno iskati algoritma, ki bi ga reševal. To pa še ne pomeni, da se s Postovim problemom ni vredno ukvarjati.

Lahko se vprašamo, ali je odgovor Postovega problema pri konkretnih naborih domin *da* ali *ne*. Izmed problemov s tremi dominami, kjer je največja dolžina niza znakov na dominah tri, so razrešeni že skoraj vsi primeri. To pomeni, da je za vsak primer znana ustrezna postavitev domin v vrsto, ali pa je dokazano, da taka postavitev ne obstaja. Zadnji odprt primer tega tipa je podan z dominami

10	0	001
0	001	1

Ko boste imeli trenutek prostega časa, se lahko z njim pozabavate tudi vi.

Literatura

[1] M. Sipser, *Introduction to the Theory of Computation, Second Edition*. Course Tehnology, 2006.

[2] L. Zhao, *PCP: a Nice Problem*, `http://webdocs.cs.ualberta.ca/~games/PCP/`, citirano dne 21. 8. 2013.

× × ×

Naloga

Marko Razpet

→ **Izračunaj A_{10}, A_{100} in A_{1000}, če veš, da je $A_1 = 4$ in**

- $$A_{n+1} = \frac{A_n}{1 + n^3 A_n} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

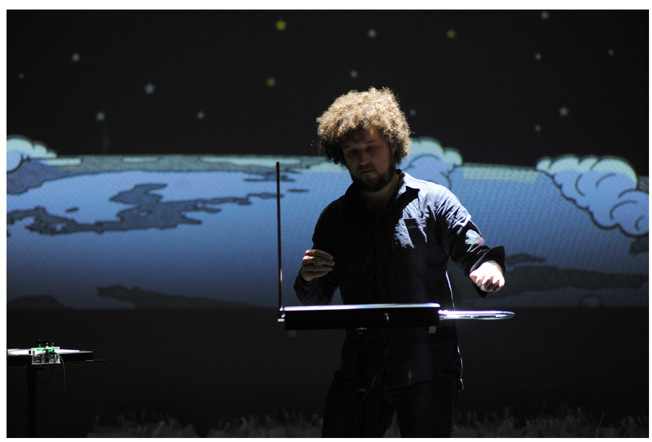
× × ×

Bistroumi 2014

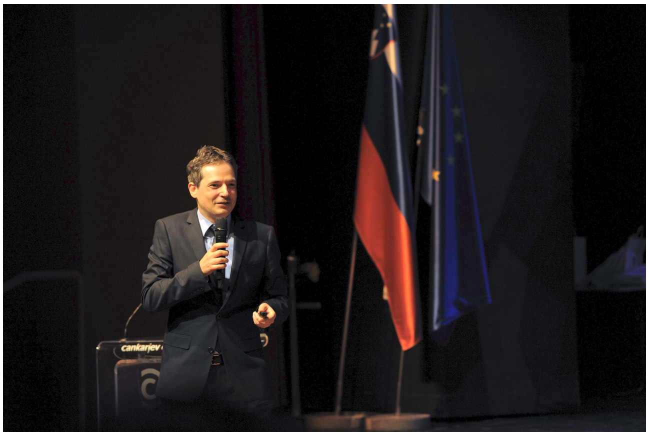
Srečanje mladih matematikov, fizikov in astronomov

Boštjan Kuzman, foto: Jan Šuntajs

→ **V letošnjem letu se je tekmovanj iz matematike, fizike, astronomije, razvedrilne matematike in poslovne matematike za različne stopnje osnovne in srednje šole v organizaciji DMFA Slovenije udeležilo več kot 125.000 učencev in dijakov, podeljenih pa je bilo skupaj 819 zlatih priznanj (`http://www.dmfa.si/Aktualno/Statistika.html`). Med prejemniki zlatih priznanj je bilo 171 nagrajencev skupaj z družinskimi člani, mentorji in predstavniki šol povabljenih na tradicionalno podelitev nagrad, ki je pod naslovom Bistroumi 2014 potekala v soboto, 24. maja, v Linhartovi dvorani Cankarjevega doma v Ljubljani.**



SLIKA 1.
Glasbenik in fizik Janez Dovč igra na theremin.



SLIKA 2.
Častni gost prireditve dr. Jernej Barbič

SLIKA 3.
Za Verižni eksperiment so učenci in dijaki v 10 letih izdelali že več kot 200 naprav.

Na odru so bila tako podeljena številna priznanja, med njimi tudi znamenita Vegova priznanja najboljšim mladim matematikom ter nagrada Diamantni kenguru trem devetošolcem, ki so v devetih letih osnovnega šolanja osvojili skupaj največ točk na tekmovanju Kenguru. Dogajanje na odru so popestrile tudi zanimive glasbeno-fizikalne točke Janeza Dovča, nastop matematika in komika dr. Uroša Kuzmana, recitacija matematične poezije igralke Pie Zemljič, portret mladega pianista Urbana Staniča in domislice voditelja Tomaža Hudomalja. Vrhunec prireditve pa je bila predstavitev 23 dijakov, izbranih za udeležbo na letošnjih mednarodnih olimpijadah znanja: 55. mednarodne matematične olimpijade v Južnoafriški republiki, 45. mednarodne fizikalne olimpijade v Kazahstanu ter 8. mednarodne olimpijade v znanju astronomije in astrofizike v Romuniji.

Tekmovalce je v živo nagovoril tudi dr. Jernej Barbič, udeleženec matematičnih olimpijad leta 1994 in 1995. Dr. Barbič je v Sloveniji zaključil študij matematike, doktoriral pa je na področju računalniške grafike v ZDA in je mednarodno zaslovel z algoritmi za prikaz deformacij kompleksnih objektov, za katere je prejel vrsto medijsko odmevnih nagrad: nagrado fundacije Sloan (2014), ki ga je izbrala med 16 najboljših za področje računalništva v ZDA in Kanadi, nagrado revije MIT Technology Review (2011), ki ga je izbrala med 35 najpomembnejših izumiteljev mlajših od 35 let na svetu, ter nagrado ameriške Nacionalne znanstvene fundacije (2011) v znesku 500.000 dolarjev za nadaljnje raziskave. Dr. Barbič je občinstvu predstavil svoje raziskovalno delo, ki med drugim zajema tudi sodelovanje s podjetjem Weta digital pri snemanju filma Hobit: Smaugova pušča (2013) in obudil spomine na svoja šolska leta, nagrajencem pa želel obilo uspeha na olimpijadi ter na nadaljnji študijski poti.

Letošnja prireditev je potekala tudi v znamenju jubilejne, 10. izvedbe **Verižnega eksperimenta**. Naprave, ki predstavljajo zanimive fizikalne pojave, so pri verižnem eksperimentu razvrščene v vrsto tako,

SLIKA 4.
Najboljši mladi matematiki osnovnošolci

SLIKA 5.
Razglasitev olimpijskih ekip

da vsaka posamezna naprava ob izteku svojega delovanja kot padajoča domina sproži naslednjo napravo. Verižni eksperiment je bil v Sloveniji prvič izveden leta 2005 ob Svetovnem letu fizike, doslej pa odtlej pa ga vsako leto pripravijo učenci iz vse Slovenije, ki so letos izdelali 20 novih naprav. Eksperiment so tokrat pred očmi obiskovalcev v preddverju sprožili štirikrat. Za najboljšo napravo po izboru gledalcev je bila izbrana naprava Vodni park učencev Gimnazije Novo Mesto, nagrado strokovne žirije pa je prejela OŠ Rovte, katere učenci so z mentorjem G. Udovčem izdelali kar 5 zelo izvirnih naprav.

Olimpijske ekipe DMFA 2014

55. mednarodna matematična olimpijada

Cape Town, Južnoafriška republika, 3.-13. julij 2014

- Lara Jerman, Gimnazija in SŠ R. Maistra, Kamnik
- Juš Kosmač, Gimnazija Jesenice
- Juan Gabriel Kostelec, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- Žiga Krajnik, Gimnazija Škofja Loka
- Amadej Kristjan Kocbek, II. gimnazija Maribor
- Luka Lodrant, ŠC Ravne na Koroškem, Gimnazija

Vodja ekipe dr. Gregor Dolinar
Pomočnik Matej Aleksandrov
Skrbnik IMO strežnika dr. Matjaž Željko.

8. srednjeevropska matematična olimpijada

Dresden, Nemčija, 18.-24. september 2014

- Aleksej Jurca, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- Amadej Kristjan Kocbek, II. gimnazija Maribor
- Luka Lodrant, ŠC Ravne na Koroškem, Gimnazija
- David Popović, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- Mihael Rajh, I. gimnazija v Celju
- Jakob Jurij Snoj, Gimnazija Novo mesto

Spremljevalec Veno Mramor.

3. evropska dekliška matematična olimpijada

Antalya, Turčija, 10.-16. april 2014

- Nika Bedek, I. gimnazija v Celju
- Lara Jerman, (BRONASTA MEDALJA!) Gimnazija in SŠ R. Maistra, Kamnik
- Tjaša Košenina, I. gimnazija v Celju
- Klara Nosan, I. gimnazija v Celju

Spremljevalec Primož Pušnik.

8. mednarodna olimpijada iz astronomije in astrofizike

Suceava, Romunija, 1.-10. avgust 2014

- Žan Kokalj, II. gimnazija Maribor
- Andrej Nabergoj, ŠC Srečka Kosovela Sežana, Gimnazija in ekonomska šola
- Žiga Nosan, Gimnazija Ledina, Ljubljana
- Jakob Robnik, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- Krištof Skok, I. gimnazija v Celju

Vodja ekipe Andrej Guštin
Spremljevalec Tadeja Veršič
Mentorja ekipe dr. Dunja Fabjan, Andrej Guštin.

45. mednarodna fizikalna olimpijada

Astana, Kazahstan, 13.-21. julij 2014

- Aljaž Draškovič-Bračun, Dvojezična srednja šola Lendava
- Jakob Jazbec, ŠC Srečka Kosovela Sežana, Gimnazija in ekonomska šola
- Blaž Karner, Gimnazija Bežigrad, Gimnazija
- Žiga Krajnik, Gimnazija Škofja Loka
- Žiga Nosan, Gimnazija Ledina, Ljubljana

Vodja ekipe dr. Jurij Bajc
Spremljevalec dr. Barbara Rovšek.

× × ×

Ledena sveča in žled

↓↓↓
ANDREJ LIKAR, NADA RAZPET

→ **Ledeni dež, ki smo mu pred nedavnim bili priča, je uprizoril malokdaj videne pojave. Med njimi je tudi ukrivljena ledena sveča (slika 1), ki je zrasla na grmu v domačem vrtu.**

Sveča je nenavadne oblike zato, ker se je veja, na kateri je sveča rasla, pod naraščajočo težo ledu počasi upogibala. Veja je bila sicer kriva, a jo na mestu, kjer je začela rasti sveča, lahko obravnavamo kot ravno. Ker raste sveča le na konici navpično, veja pa se medtem obrača, se sveča krivi. Denimo, da je zasuk veje sorazmeren s količino dežja, ki je padla na vejo. Če bi bil tudi prirastek sveče na konici sorazmeren s količino dežja, torej z zasukom veje, bi imela sveča krožno obliko. Poglejmo zakaj.

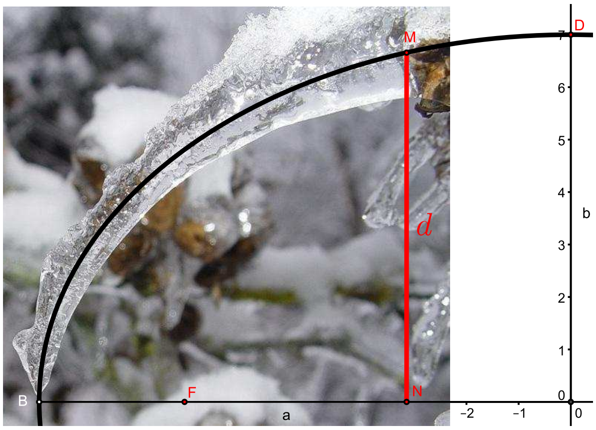
Zaporedne slike rasti sveče pri enakomerno naraščajočem kotu zasuka veje smo prikazali na sliki 2. Privzeli smo, da se veja zasuče za majhen kot $\Delta\varphi$ (na sliki je bilo to pet stopinj), potem pa miruje, medtem pa sveča raste. Potem se na hitro zasuče za

SLIKA 1.
Ukrivljena sveča

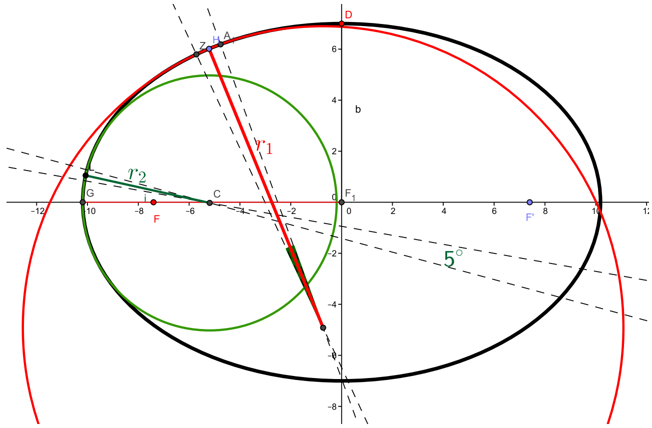
SLIKA 2.
Obliki ukrivljene sveče se bolje prilega elipsa (črno) kot krožnica (rdeče). Na sliki je nekaj črt, ki so bile ob rasti sveče vodoravnice, gledano s smeri vej.

nadaljnji kot $\Delta\varphi$ in tako naprej. Zasuk smeri rasti sveče je glede na prejšnjo smer rasti prav tako $\Delta\varphi$, saj sveča na konici raste navpično. Ker sveča med dvema zaporednima zasukoma zraste za enako dolžino, se njena oblika prilega pravilnemu večkotniku. Ker se veja krivi zvezno in ne sunkovito, kot smo to privzeli mi, moramo našo sliko temu prilagoditi tako, da si mislimo kot $\Delta\varphi$ vedno manjši. Tako se res bližamo krožnici.

Posneta sveča pa ni krožne oblike. Bolje se ji prilega elipsa (sliki 2 in 3). Rast sveče torej ni bila pri vseh kotih enaka. Na začetku, to je na najdebelejšem koncu ali, kot pravimo, pri korenu, je rasla hitreje, potem pa vse počasneje. To lepo vidimo na sliki 4, kjer smo narisali zaporedne prirastke pri enakomernih zasukih veje za pet stopinj. Pri vsakem zasuku veje je sveča sicer rasla navpično, ta navpičnica pa se je za nekoga, ki bi sedel na veji (in bi imel zanemarljivo težo, kajpak), sukala. S pravokotnicami na tangente smo ponazorili smeri vodoravnice, gledane s strani veje. Sosednji vodoravnici tvorita kot 5°.



SLIKA 3.
Sveči prilegajoča se elipsa



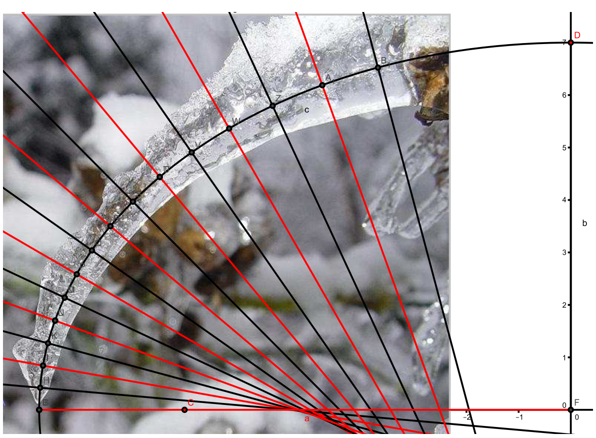
SLIKA 5.
Dva krivinska kroga (označeno z rdečo oz. zeleno barvo). Krivinski polmeri se manjšajo, $r_1 > r_2$. Črtkano sta označeni po dve sosednji normali.

Približno na mestu, kjer se sosednji vodoravnici sekata, pa najdemo središče krivinskega kroga, to je kroga, ki se najbolje prilega na ustrezni del elipse. Vidimo, da se krivinski radiji vzdolž sveče zmanjšujejo (slika 5).

Pojasnimo, kako smo prišli do teh vodoravnic.

Določitev sveči prilegajoče se elipse

Pomagali smo si z računalniškim programom GeoGebra. Program je prosto dostopen s slovenskimi ukazi



SLIKA 4.
Neenakomerna rast sveče. Vse sosednje narisane vodoravnice se sekajo pod kotom 5°.

in se še vedno dograjuje. Ima vgrajene ukaze za risanje daljic, večkotnikov, stožnic, tangent na stožnice, meri razdalje, kote. Z njim lahko rišemo tudi grafe nekaterih funkcij.

V GeoGebro uvozimo sliko. Postavimo jo v drugi kvadrant (slika 3). Na osi x izberemo točko F in jo prezrcalimo čez os y, dobimo točko F' (uporabimo GeoGebrine ukaze). Na osi y izberemo točko D. Točki F in D lahko premikamo po oseh. Izberemo ukaz za risanje elipse z obema goriščema (F in F') in točko D. S premikanjem točk F in D dosežemo, da elipsa poteka približno po sredini ledene sveče, kot kaže slika 3. Premikamo lahko tudi lego slike, če kliknemo na sliko in ukinemo ukaz *fiksiraj sliko*. Ko smo našli pravo lego slike in elipse, sliko povežemo s koordinatnim sistemom (ukaz *fiksiraj objekt*).

Enačba elipse, ki ima središče v koordinatnem izhodišču, se glasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

pri čemer je a velika polos, razdalja $d(OB)$, in b mala polos, razdalja $d(OD)$ na sliki 3. Program nam lahko posreduje tudi enačbo tako narisane elipse. Velikost njenih polosi je seveda odvisna od velikosti slike. Ocenimo, kolikšni sta. Sveča je bila v naravi visoka okoli 14 cm, na sliki pa je d = 6,7 cm. Pomeni, da smo sliko skrčili približno na polovico. Osi elipse sta potem a = 16 cm in b = 14 cm.

Smerni koeficienti normal na elipso, ki se medsebojno sekajo pod kotom 5°

Za določitev vodoravnic potrebujemo nekaj enačb. Najlaže jih najdemo, če primerjamo elipsi očrtano krožnico z elipso samo.

Zapišimo enačbi elipsi očrtane krožnice s polmerom a in elipse s polosema a in b v središčni legi

- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ krožnica,
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsa.

Ker je v obeh primerih vsota kvadratov enaka 1, vsota kvadratov cosinusa in sinusa pa tudi 1, lahko pišemo za krožnico:

- $x_c = a\cos t, \qquad y_c = a\sin t,$

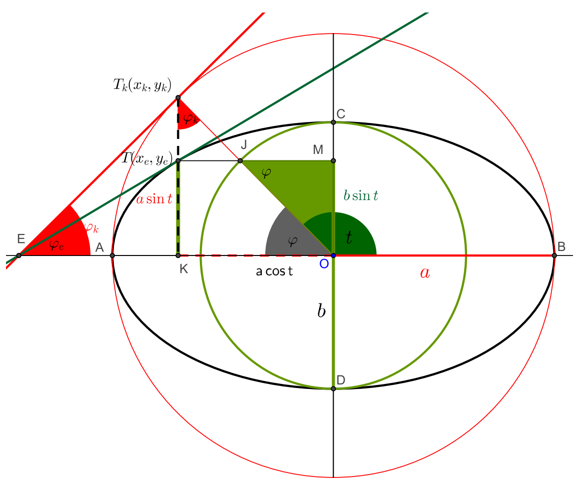
za elipso pa

- $x_e = a\cos t, \qquad y_e = b\sin t,$

pri čemer je t parameter (kot), ki teče od 0 do 2π.

Opazimo, da sta abscisi točk T_c na krožnici in T_e elipsi enaki (glej sliko 6), ordinati točk pa sta v razmerju a/b, torej lahko zapišemo

- $y_c = \frac{a}{b} y_e.$



SLIKA 6.
Povezava med krožnicama s polmeroma a in b ter elipso

V točki T_c na krožnici in v točki T_e na elipsi narišimo tangenti (z ukazom iz GeoGebre).

Enačba tangente na krožnico v točki $T_c(x_c, y_c)$ je

- $y = kx + n = -\frac{x_c}{y_c} x + n.$

Upoštevali smo, da je smerni koeficient enak tangensu naklonskega kota, izračunamo ga iz trikotnika KOT_c.

Enačbe tangente na elipso v točki T_e dobimo iz enačbe tangente na krožnico v točki T_c tako, da vse y pomnožimo z a/b:

- $\frac{a}{b} y = -\frac{x_e}{\frac{a}{b} y_e} x + n_1, \qquad k_{et} = -\frac{b^2}{a^2}\frac{x_e}{y_e}.$

Za razlago nastanka sveče potrebujemo smerne koeficiente normal na elipso. Ker vemo, kako sta povezana smerna koeficienta tangente in normale, izračunamo smerni koeficient normale v točki T_e kot

- $$k_{en} = -\frac{1}{k_{et}} = \frac{a^2}{b^2}\frac{y_e}{x_e} = \frac{a^2}{b^2}\frac{b\sin t}{a\cos t} = \frac{a}{b}\operatorname{tg} t \qquad (1)$$
  $$\Rightarrow k_1 = \frac{a}{b}\operatorname{tg} t_1, \qquad k_2 = \frac{a}{b}\operatorname{tg} t_2\,,$$

kjer smo s k_1 in k_2 označili smerna koeficienta sosednjih normal.

Za naklonska kota sosednjih normal (slika 7) velja:

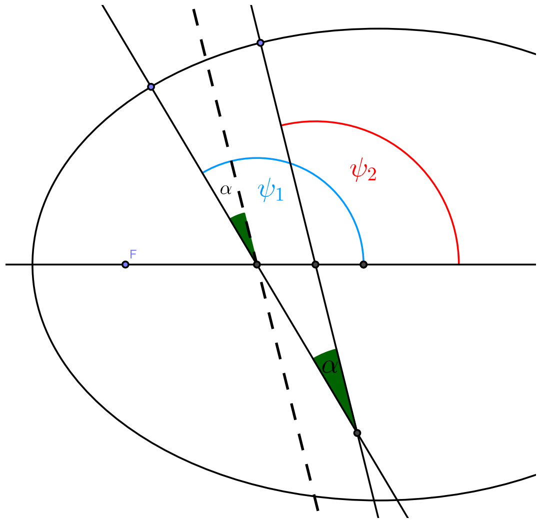
- $$\psi_2 = \psi_1 - \alpha$$
  $$\operatorname{tg}\psi_2 = \operatorname{tg}(\psi_1 - \alpha) = \frac{\operatorname{tg}\psi_1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\psi_1 \operatorname{tg}\alpha}$$
  $$\Rightarrow k_2 = \frac{k_1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + k_1 \operatorname{tg}\alpha}.$$

Pri tem smo upoštevali, da so tangensi naklonskih kotov normal smerni koeficienti normal na elipso. Smerne koeficiente normal na elipso pa smo že izrazili v (1). Torej lahko zapišemo:

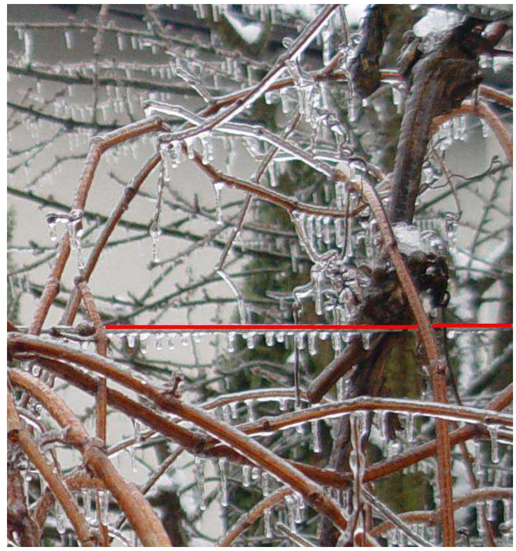
- $$\operatorname{tg} t_2 = \frac{\frac{a}{b}\operatorname{tg} t_1 - \operatorname{tg}\alpha}{\frac{a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\operatorname{tg} t_1 \operatorname{tg}\alpha}. \qquad (2)$$

Od tu dalje pa zopet delamo z GeoGebro. Polosi a in b izmerimo in izračunamo (ustrezne ukaze vpišemo v vnosno vrstico) ,

- $m = \frac{a}{b}, \qquad p = \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(5^\circ) = \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{180}\right).$



SLIKA 7.
Dve sosednji normali z naklonskima kotoma ψ_1 in ψ_2 se sekata pod kotom α.



SLIKA 8.
Žled na vinski trti. Na žici, ki smo jo označili z rdečo črto, so vidne navpične sveče, saj se žica ni upogibala.

SLIKA 9.
Žled na šipku

Prva normala je vodoravna, zato je $\operatorname{tg} t_1 = 0$. Izračunamo $\operatorname{tg} t_2$. Računanje ponavljamo tako, da izračunani $\operatorname{tg} t_2$ vstavimo namesto $\operatorname{tg} t_1$ in izračunamo novi $\operatorname{tg} t_2$ in tako naprej. GeoGebra pozna ukaz *SeznamPonavljanj*, s katerim dosežemo, da program ponavlja računanje in zapisuje vse vmesne rezultate.

V vnosno vrstico zapišemo enačba (2) v obliki

- $f(x) = (m \cdot x - p)/(m + m^2 \cdot p \cdot x)$,

pri tem smo namesto $\operatorname{tg} t_1$ pisali x in namesto $\operatorname{tg} t_2$, ki je funkcija $\operatorname{tg} t_1$, ustrezno $f(x)$. V vnosno vrstico zapišemo *SeznamPonavljanj[f(x),0,14]*, kjer 0 pomeni vrednost prvega $\operatorname{tg} t_1$ in 14, da računanje ponovimo 14-krat (dobimo 15 normal). Izračunane vrednosti se pojavijo v algebrskem oknu pod *seznam1*. Potrebujemo še točke na elipsi, za katere smo izračunali smerne koeficiente normal. V GeoGebri odpremo tabelo in v prvi stolpec prepišemo izračunane tangense tako, da v vnosno vrstico napišemo ukaz *ZapolniStolpec[1,seznam1]*. Izračunamo še koordinate točk, pri čemer kotni funkciji sinus in kosinus zapišemo s tangensi in pazimo na ustrezne predznake kotnih funkcij:

- $x_e = a \cos t = \dfrac{-a}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 t}}, \quad y_e = \dfrac{-b \operatorname{tg} t}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 t}}.$

Predznak minus pri ordinatah točk sta zato, ker je na intervalu $(\pi/2, \pi)$ tangens kota negativen, sinus kota pozitiven, cosinus kota pa negativen.

V drugi stolpec bomo pisali absice točk, v tretjega pa ordinate iskanih točk. V tabeli kliknemo na prvo celico drugega stolpca, kliknemo na gumb f_x in v vnosno vrstico v tabeli vpišemo

- $= -a/(1 + A1^2)^{0.5}$.

SLIKA 10.
Žled na viticah vinske trte in sveče z izboklinami

Označimo prvo celico drugega stolpca in potegnemo desni spodnji vogal do konca seznama. Na ta način smo izračunali abscise točk, ordinate točk pa izračunamo na enak način, le da označimo prvo celico tretjega stolpca in v vnosno vrstico v tabeli vpišemo

- $= -b \cdot A1/(1 + A1^2)^{0.5}$.

Označimo oba stolpca (zajamemo le tiste vrstice, kjer so koordinate), pritisnemo desni klik na miški, izberemo *Izdelaj* in nato *SeznamTočk*. V algebrskem oknu se pojavi seznam točk *seznam2*, ki jih program tudi označi na elipsi. Normale na elipso so simetrale kota $\measuredangle F_1AF_2$, pri tem sta F_1 in F_2 gorišči elipse, A pa točka na elipsi, v kateri rišemo normalo. Z GeoGebro narišemo normale skozi izračunane točke. Na koncu še skrijemo nepotrebne oznake, krivulje in premice ter imamo končno sliko 4.

Sveče, ki smo jih opazovali ob pojavu žleda, so bile različnih oblik. Nekaj jih je na slikah 8, 9 in 10. Njihova oblika je v veliki meri odvisna od prožnosti vej oz. žic, na katerih nastajajo. Če se žica ali veja le malo upogneta, raste sveča navpično. Če je veja že upognjena in ni prožna, jo žled ovije. Če je temperatura čez dan nekaj časa nad ničlo in ponoči pade pod ničlo, pa se lahko na svečah pojavijo »izbokline«.

Opazovali smo naravni pojav, ga fotografirali in ga skušali tudi matematično opisati. Pri tem smo si pomagali z lastnostmi elipse in krožnice, ki smo jih ilustrirali z računalniškim programom GeoGebra.

× × ×

Razmisli in poskusi

Mitja Rosina

56. Bosi na vročem pesku

Zagotovo radi tekate bosi po peščeni plaži, kamnitih ploščadih ali celo po asfaltu. Na svetlem pesku je prijetno, na temni mivki pa zelo vroče. Še huje je na temnem asfaltu, ki se v vročini celo tali.

RAZMISLEK. Najvišjo temperaturo doseže idealna črna ploskev, na katero sije sonce pravokotno. Od zadaj naj bo dobro toplotno izolirana, od spredaj pa naj oddaja toploto samo s sevanjem (recimo, da ni vetra in da je tanka plast zraka že enako topla). Od sonca dobi gostoto energijskega toka kvečjemu $j = 1{,}4\ \mathrm{kW/m^2}$, ki jo seva po Štefanovem zakonu

- $j = \sigma T^4$.

Pri tem je $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$ Stefanova konstanta. Temu ustreza temperatura $T = 396\ \mathrm{K} = 123\ ^\circ\mathrm{C}$. (Izračunaj jo še sam.). To je skrajna idealizacija, v resnici pobere precej energije ozračje, zlasti če ni čisto, plošča ali pesek pa nista čisto črna in absorbirata le del svetlobe. Črna streha ali temen asfalt se maksimalni temperaturi lahko približata, na kakih $70\ ^\circ\mathrm{C}$, svetla mivka pa je hladnejša.

NALOGA. Oceni temperaturo različnih tal ob različnih pogojih. Svojo oceno preveri s primernim termometrom.

× × ×

Prvi zaznan sistem obročev okrog asteroida[1]

Prevod in priredba: Tadeja Veršič

→ Astronomi evropskega južnega observatorija ESO in observatorija La Silla so prišli do presenetljivega odkritja dveh gostih ozkih prstanov oz. kolobarjev okrog zelo oddaljenega asteroida Chariklo. Ta asteroid je daleč najmanjše znano telo s kolobarji v Osončju, saj smo jih do sedaj poznali le pri velikih planetih Jupitru, Saturnu, Uranu in Neptunu. Eden izmed možnih procesov nastanka kolobarjev okoli asteroida Chariklo so številni trki z drugimi asteroidi, ki bi lahko okoli asteroida ustvarili disk ostankov. Odkritje je bilo objavljeno 26. marca 2014 v spletnem častniku Nature.

Saturnovi kolobarji so med najznamenitejšimi in najbolj osupljivimi tvorbami v Osončju. Ostale tri plinaste velikane tudi obkrožajo kolobarji, a so bistveno bolj skromni in manj slikoviti. Kolobarjev pa astronomi okoli kakega asteroida še niso odkrili. Toda nova opazovanja prehoda daljnega asteroida Chariklo pred oddaljeno zvezdo so razkrila obstoj dveh tankih kolobarjev.

Felipe Braga-Ribas, ki je načrtoval opazovalno kampanjo, je ob odkritju dejal: »Kolobarjev nismo iskali, tudi pričakovali nismo, da bi jih tako majhno telo, kot je Chariklo lahko imelo. Še bolj presenetljivo pa je, da smo o sistemu lahko izvedeli veliko podrobnosti.«

Kentavri so manjša telesa, ki se nahajajo na obrobju Osončja. Njihove orbite se križajo z večjimi planeti ter pri tem pogosto spreminjajo orbite. Mednje sodi tudi 250 kilometrov velik Chariklo, ki kroži okrog Sonca med Saturnom in Uranom. Izračuni njegove navidezne poti po nebu so pokazali, da bo 3. junija 2013 prekril oddaljeno zvezdo. Takšna delna ali popolna prekritja (okultacije) so v astronomiji še posebej uporabna, saj se lahko iz potemnitve zvezde, ki je posledica prehoda, astronomi veliko naučijo o objektu, ki je šel pred zvezdo. Nekaj sekundna okultacija je bila vidna iz južnoameriških observatorijev in astronomi so jo spremljali z več teleskopi, med drugim tudi z 1,54-metrskim danskim nacionalni teleskop in teleskop TRAPPIST na Esovem observatoriju La Silla v Čilu.

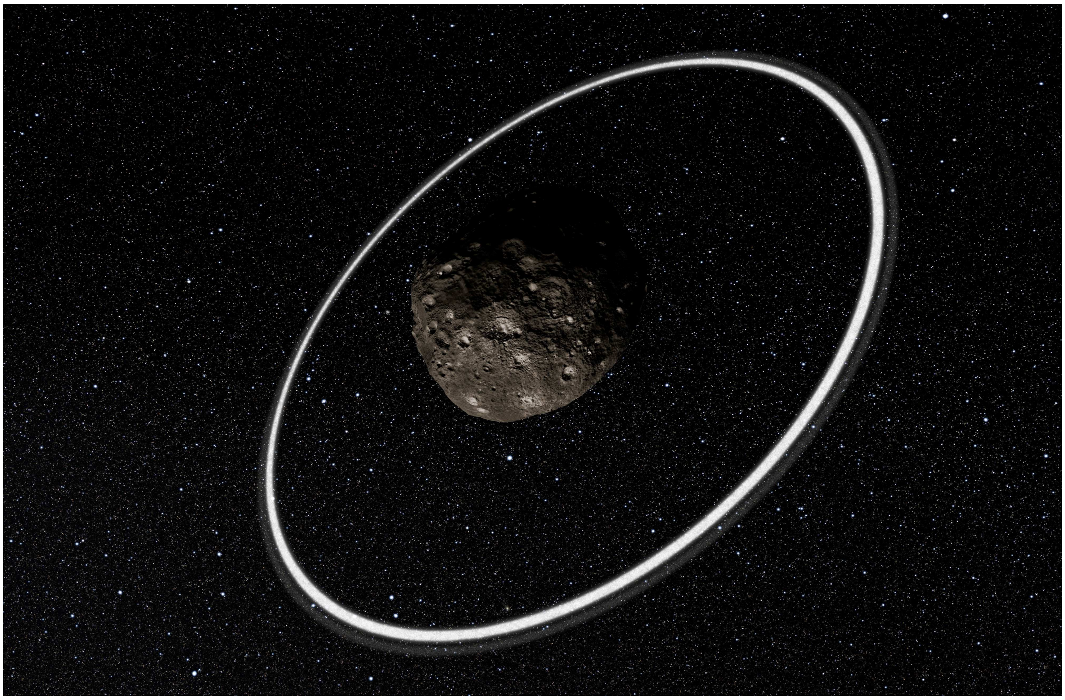
Nekaj sekund pred in po prehodu asteroida so teleskopi zaznali še dve dodatni potemnitvi opazovane zvezde, ki ju niso pričakovali, kar je pomenilo, da je okoli Charikla še nekaj, kar zastira svetlobo. Ob primerjavi meritev na različnih observatorijih so astronomi lahko rekonstruirali ne samo obliko in velikost samega asteroida, marveč tudi širino, usmerjenost, obliko in nekatere druge lastnosti na novo odkritih kolobarjev. Skupina raziskovalcev je ugotovila, da gre za sistem dveh zelo ozkih kolobarjev, širokih zgolj sedem in tri kilometre, ki sta med seboj oddaljena devet kilometrov.

Ob tem izjemnem odkritju je član ekipe Uffe Gråe Jørgensen (institut Niels Bohr, Univerza v Københavnu na Danskem) dejal: »Zame je izjemno to, da smo sistem kolobarjev zaznali in hkrati lahko tudi natančno izmerili njegove lastnosti. Poskušam si zamisliti, kako bi bilo stati na tem lednem telesu, ki je tako majhno, da bi najhitrejši zemeljski športni avtomobil lahko dosegel ubežno hitrost in se tako zapeljal v vesolje. Pri tem bi videl 20 kilometrov širok sistem kolobarjev, ki je 1000-krat bliže asteroidu, kot je Luna Zemlji.« Astronomi menijo, da so

18 nadaljevanje na strani →

[1]Prevod in priredba novice ESO1410 evropskega južnega observatorija ESO, www.eso.org/public/news/eso1410/, 26. 3. 2014

15
nadaljevanje s strani



SLIKA 1.
Na ilustraciji je prikazan asteroid Chariklo z novoodkritima kolobarjema. Foto: ESO/L. Calçada/M. Kornmesser/Nick Risinger (skysurvey.org)

kolobarji najverjetneje nastali iz ostankov snovi, ki se je v okolico asteroida razletela po trku z drugimi telesi. Kolobarja sta zelo ozka, kar je verjetno posledica gravitacijskih vplivov še neodkrite Chariklove lune.

Praktični šolski poskus

Okultacija na šolski klopi. Okultacije zvezd s planeti in drugimi telesi Osončja so pomembna astronomska metoda pri odkrivanju lastnosti atmosfer planetov ali pri iskanju kolobarjev okoli njih. Tako so astronomi leta 1977 zvezdno okultacijo poskušali izkoristiti za meritve lastnosti Uranove atmosfere, po naključju pa odkrili so še Uranove kolobarje.

Metoda je načeloma enostavna. Zvezde so za nas točkasta svetila. Če gre za opazovalca na Zemlji pred zvezdo planet s kolobarji, potem se bo sij zvezde navidezno zmanjšal, ko jo bo zakril posamezni kolobar. Zmanjšanje sija pa lahko izmerimo s fotometrom na teleskopu (glej sliko 2). Iz časa zmanjšanja sija in oddaljenosti planeta je mogoče izračunati širino kolobarja, oddaljenost kolobarja od planeta.

To metodo zvezdne okultacije je mogoče prikazati pri pouku fizike ali astronomije in opraviti tudi enostavne meritve.

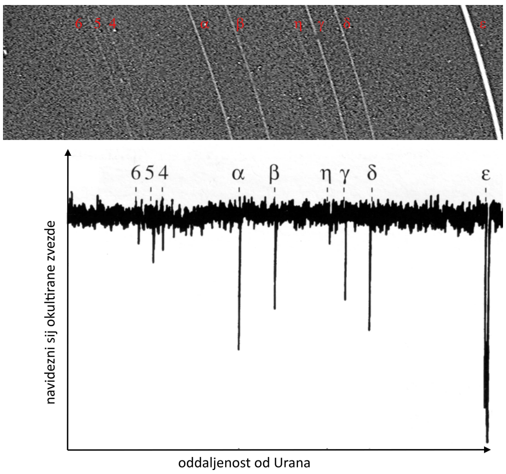
Zvezdo nadomestimo z laserjem, kak fotometer pa najdemo skoraj v vsakem fizikalnem kabinetu. Izdelamo še model planeta s kolobarji, ki ga postavimo med laser in fotometer. S premikanjem modelčka bodo kolobarji odkrivali oz. zakrivali curek laserske svetlobe in fotometer bo zaznal več ali manj svetlobe. Kako je to odvisno od oddaljenosti modelčka od fotometra, nagiba ranine kolobarjev, materiala, iz katerega so kolobarji?

Lahko pa naredite model planeta z atmosfero in s podobno postavitvijo poskušate določiti debelino atmosfere, njeno gostoto.

To je lep izziv za šolski fizikalni laboratorij.

Postavite in izvedite poskus ter nam pošljite krajši prispevek s slikami in meritvami. Najboljše bomo objavili in nagradili.

Andrej Guštin



SLIKA 2.
Še preden je planet Uran zakril zvezdo SAO 158687, so astronomi nepričakovano zaznali padce navideznega sija zvezde (krivulja sija zvezde, ki jo je zaznal fotometer teleskopa na Zemlji). Sklepali so, da so okoli planeta tanki kolobarji, ki so na sliki standardno označeni s številkami in grškimi črkami. Zgoraj je bližnji posnetek Uranovih kolobarjev s sondo Voyager 2. Foto: NASA, JPL, KAO, J. L. Elliot

Barvni sudoku

→ V 8 × 8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve (pravokotnikih 2 × 4) nastopalo vseh 8 števil.

		2	8	5			3
					6		
6		7					
	1	5		7			
	8			1			
1							4
4					7	8	
			2		4		5

Križne vsote

Rešitev s strani 26

	14 \	10 \					
\ 8	6	2				9 \	6 \
\ 13	5	5	16 \		8 \ 11	6	5
	\ 10	3	7	11 \ 9	5	3	1
		\ 12	9	2	1		
			\ 11	9	2		

→→→ REŠITEV BARVNI SUDOKU

7	9	2	8	5	1	4	3
5	4	3	1	2	6	7	8
6	2	7	3	4	8	5	1
8	1	5	4	7	2	3	6
2	8	4	5	1	3	6	7
1	3	6	7	8	5	2	4
4	5	1	6	3	7	8	2
3	7	8	2	6	4	1	5

Tarskijev svet ali zabavno učenje logike s pomočjo računalniškega programa

Smiljana Gartner

→ **Filozofija v Preseku!?! Kaj pa imajo skupnega analitična filozofija, matematika, slovenščina, angleščina, psihologija, kibernetika, umetna inteligenca in računalništvo? Tarskijev svet – računalniški program, ki na drugačen, zabaven in kratkočasen način razjasni logiko prvega reda. Ta program lahko na svoj način pomaga pri razumevanju in učenju logike prvega reda, pri izboljšanju razumevanja maternega in tujega jezika pa tudi pri razumevanju vseh ostalih znanosti.**

Če ste se kdaj spraševali, kaj imajo skupnega analitična filozofija in matematika, je odgovor – logiko. Od antičnih Grkov pa vse do Gottloba Fregeja[1] je bila logika vezni člen med analitičnimi filozofi in matematiki. Takrat so bili filozofi matematiki in matematiki analitični filozofi, če naštejemo zgolj nekatere: Pitagora, Zenon, Sokrat, Aristotel, G. W. Leibniz, I. Kant, I. Newton, B. Russell, C. S. Peirce, W. V. O. Quine, R. Descartes, J. Lukasiewicz, B. Pascal, H. Putnam, A. Tarski. Logika v splošnem pomenu je prav tako vezni člen ostalih znanosti, saj vse temeljijo na pravilnem sklepanju in argumentaciji, t. j. na določenih standardih racionalnosti. Četudi se materija v različnih znanostih razlikuje, se metoda znanosti ne. Danes seveda lahko govorimo tudi o filozofski logiki in matematični logiki kot o dveh različnih vedah – prva je zavezana naravnemu jeziku in naravnemu jeziku misli, druga pa lahko preide v popolno abstrakcijo. Sprejemanje osnovnih načel logike oz. logika v splošnem pa je skupni element, ne zgolj matematike in analitične filozofije, temveč vseh ostalih znanosti, ki jo priznavajo kot osnovno metodo dela.

Kaj imata skupnega logika in računalništvo? Ena izmed skupnih točk so računalniški programi, ki pomagajo razumeti in razjasniti logična pravila izpeljevanja, presojo pravilnosti ali nepravilnosti sklepanja. Pomagajo razumeti, kakšna je povezava med jezikom, ki ga uporabljamo ljudje pri sporazumevanju (t. i. naravni jezik) in jezikom logike.

Glede na pravkar prebrano in glede na to, da je spoznavanje uporabe računalniških programov za poučevanje in učenje logike eden izmed dveh operativnih ciljev v učnem načrtu izbirnega predmeta Logika (za 9. razred), bomo v tem članku predstavili računalniški program, ki nosi ime že prej omenjenega analitičnega filozofa in matematika Alfreda Tarskija.[2] Računalniški program lahko razjasni izjavni in predikatni račun oz. lahko pomaga pri razumevanju in učenju logike jezika prvega reda. Preden pa predstavimo program, še na kratko o tem, kaj je logika prvega reda.

[1] Gottlob Frege (1848–1925): 1879 *Pojmovni zapis*; 1884 *Die Grundlagen der Aritmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*; 1892 (3)/1903: *Osnove aritmetike I* in *Osnove aritmetike II.*

[2] Tarskijev svet ni računalniški program, ki bi ga napisal A. Tarski (1902–1983), temveč je poimenovan po tem poljskem logiku, ki je med drugim tudi definiral (meta)logični in (meta)matematični pojem, pojem deduktivnega sistema. Tarskijev svet (izvorni program) sta napisala Rick Wong in Rolf van Widenfelt pod vodstvom Steva Lovinga. Kasneje je doživel veliko nadgradenj, prvo večjo sta pripravila J. Barwise in J. Etchemendy leta 1992.

Logika prvega reda

Vzemimo naslednje izjave in jih prevedimo iz naravnega jezika v jezik logike oziroma jih simbolizirajmo:

(i) Sneži.
(ii) Če sneži, grem na Pohorje.
(iii) Vsi ljudje so smrtni. Sokrat je človek. Torej, Sokrat je smrten.
(iv) Nekateri sošolci niso športniki.
(v) Obstaja vsaj ena lastnost, ki jo ima Anej in vsaj ena, ki je nima.
(vi) Anej in Rok imata popolnoma enake lastnosti.

1. Prvi in drugi primer simboliziramo na naslednji način:

   (i) S
   (ii) $(S \Rightarrow P)$

   V obeh primerih govorimo o *izjavnem računu* oz. o sistemu propozicionalne ali stavčne logike. S stavčnim konstantam (S, P), z logičnimi konstantami (vezniki oz. izjavnimi povezavami (npr. in ($\wedge$); če, potem ($\Rightarrow$); negacija ($\neg$)) in z oklepaji tvorimo sistem izjavne logike, pri čemer upoštevamo sintaktična in semantična pravila, t. j. pripis resničnostne vrednosti. Slednje za primer (i) in (ii) pomeni:

(i)

S
1
0

(ii)

S	P	$(S \Rightarrow P)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

ali drugače, iz tabele (ii) je razvidno, da je izjava ›Če sneži, grem na Pohorje.‹ neresnična le v enem primeru (razvidno iz vrstice dve), če je S resničen (1) in P neresničen (0).

(iii) in (iv) primer lahko simboliziramo v sistemu propozicionalne logike, in sicer:

(iii) $(\check{C} \Rightarrow S), \check{C} \therefore S$
(iv) $(S \Rightarrow \neg \check{S})$

Simbolizacija tretjega primera je pravilna, saj se simbolizacija $(\check{C} \Rightarrow S)$ v logiščini, kot jo imenuje Šuster (2000), prebere: »Če si človek, potem si smrten.« ali »Vsi ljudje so smrtni.«. To je ekvivalentno našemo izvornemu primeru.

Poglejmo si sedaj četrti primer. Le-tega bi v logiščini prebrali »Če si sošolec, potem nisi športnik.« ali »Vsi sošolci niso športniki.«, kar ni ekvivalentno našemu izvornemu primeru (»Nekateri sošolci niso športniki«). Iz tega izpeljemo, da je naša simbolizacija nepravilna in da je potrebna vpeljava dodatnih izraznih oblik, ki bi nam omogočale izražati notranjo strukturo izjav. To imenujemo *predikatni račun* ali predikatna logika, saj vpeljemo oblike, ki nam omogočajo izražati predikate oz. odnose med n-rečmi (sneži, grem na hrib, je športnik, je večji od) ter ločevanje med individualnimi predikati in subjekti. Slednje so lahko individualne konstante (imenske) (a, b, c) in individualne spremenljivke (x, y, z). Tako sta simbolizaciji za tretji in četrti primer, ko vpeljemo univerzalni kvantifikator ($\forall$) za ›vsi‹ in eksistencialni kvantifikator ($\exists$) za ›nekateri‹ ter dodamo pravilom izjavnega računa pravila predikatnega računa spremeljivko: x; konstanto: s; predikatne črke: Č, S, Š, takšna:

(iii) $(\forall x)(\check{C}(x) \Rightarrow S(x)), \check{C}s \therefore Ss$
(iv) $(\exists x)(S(x) \wedge \neq \check{S}(x))$

V logiščini tako preberemo tretji primer: »Za vsak x velja, če je x človek, potem je x smrten. Sokrat je človek, torej je Sokrat smrten.« in četrti primer »Obstaja vsaj en takšen x, ki je sošolec in ni športnik«, kar je ekvivalentno naši izvorni propoziciji v naravnem jeziku narekovajiNekateri sošolci niso športniki.. Če bi še želeli s pomočjo pravil naravne dedukcije dokazati sklep, bi v obeh primerih (v izjavnem in predikatnem dokazu) to naredili na naslednji način:

(1) $\check{C} \Rightarrow S$ predpostavka

(2) $\check{C}$ predpostavka

(3) S 1, 2 MP (pravilo Modus ponens)

(1) $(\forall x)(\check{C}(x) \Rightarrow S(x))$ predpostavka

(2) $\check{C}s$ predpostavka

(3) $(\check{C}s \Rightarrow Ss)$ 1, OUK (pravilo opustitve)

(4) Ss 3, 2, MP (univ. kvan)

Glede na to, da pravkar opisani sistem predikatne logike vključuje zgolj tiste variable, ki se vežejo na individuume (a vsebuje predikate, spremenljivke, kvantifikatorja in konstante), imenujemo to vrsto logike **logika prvega reda**. Kadar pa se kvantifikatorja in spremenljivke ne nanašata zgolj na individuume, temveč tudi na same predikate, lastnosti, ali ko želimo izpostaviti določene (različne) lastnosti ali celo lastnosti lastnosti oz. imajo predikati za objekt ponovno predikat, pa govorimo o logiki višjega reda, kar prikazujeta zadnja dva primera.

2. Če primer pet in šest prevedemo iz naravnega jezika v jezik logike višjega reda, dobimo:

(v) $\exists L La \wedge \exists L \neq La$

(vi) $\forall L(La \Leftrightarrow Lr)$

V logiščini bi šesti primer zvenel »Za vsako lastnost velja, če in samo če jo ima Anej, jo ima Rok.« Takšna simbolizacija pa sedaj ne vključuje zgolj individuume, temveč tudi lastnosti (L) in lastnosti lastnosti.

Predstavili smo tri vrste logike, pri čemer nas bo v nadaljevanju zanimala predvsem logika prvega reda. Ta se kot temeljni umetni jezik pojavlja v filozofiji in računalništvu, hkrati pa pomeni osnovo za razumevanje strukture naravnega jezika ter (ne)logičnosti le-tega.

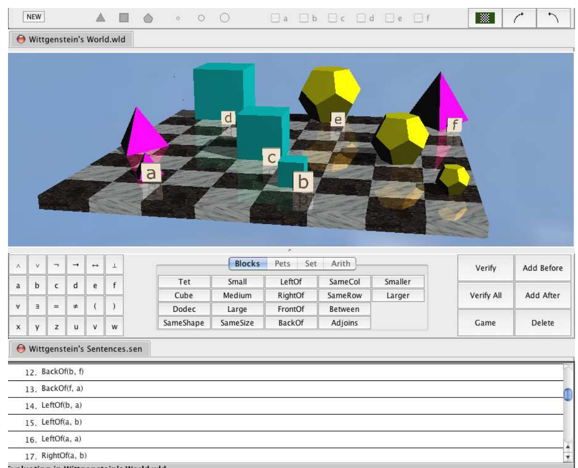
V nadaljevanju predstavljen program Tarskijev svet je program, ki nam pomaga razumeti pomen izjavnega in predikatnega računa oz. razumeti logiko prvega reda.

Tarskijev svet[3]

Program Tarskijev svet omogoča, da se najprej spoznamo s samim delovanjem programa, tako da nam ponudi že izdelane svetove (File > Open > T > W > Exercise Files) z že ponujenimi stavki. Tako se lahko lotimo Aristotelovih stavkov (ang. Aristotle's Sentences), Bolzanovega sveta, Peanovih stavkov in sveta, Fregejevih in Carnapovih stavkov, Boole-ovih stavkov in sveta pa tudi Wittgensteinovega sveta in Wittgensteinovih stavkov. V nadaljevanju članka si bomo najprej ogledali predikatni račun brez kvantifikatorjev, nato pa predikatni račun s kvantifikatorji.

A. Predikatni račun (brez kvantifikatorjev) v Tarskijevem svetu

Ko odpremo datoteko Wittgensteinovi stavki in datoteko Wittgensteinov svet, se nam odpre naslednja slika:

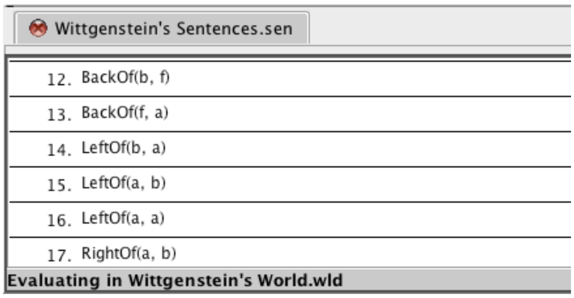


SLIKA 1.
Wittgensteinov svet z Wittgensteinovimi stavki

Geometrijska telesa na plošči so Wittgensteinov svet. Nad svetom je orodna vrstica z gumbi za spreminjanje ali dodajanje geometrijskih teles (v nadaljevanju objektov): kocke, tetraedra in dodekaedra,

[3]D. Barker-Plummer, J. Barwise, J. Etchemendy, *Tarski's World: Rewised and Expanded*, Stanford: SCLI Publications (2008).

spreminjanje njihove velikosti (majhen, srednji, velik: o, o, O) in označevanje z imenom (a, b, c itd.). Pod svetom so skrajno levo vezniki (∧, ∨, → itd.), spremenljivke, konstante, kvantifikatorji in oklepaji. Na sredini imamo možnost izbirati med štirimi sklopi, in sicer med geometrijskimi telesi (ang. Bloks), ljubljenčki (ang. Pets), množicami (ang. Sets) in aritmetiko (ang. Arith). Skrajno desno so ukazi preveri (ang. Verify), dodaj, briši (ang. Add, Delete) idr. Pod vsem omenjenim sledijo stavki, ki so v tem primeru že zapisani. Tako imamo zapisano naslednje:



SLIKA 2.
Primeri Wittgensteinovih stavkov

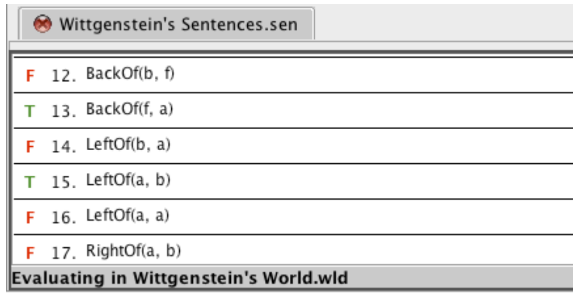
V logiščini predstavljene stavke na sliki 2 preberemo kot:

12. ›Objekt, imenovan *b*, je za objektom, imenovanim *f*.‹
15. ›Objekt, imenovan *a*, je levo od objekta *b*.‹
17. ›Objekt, imenovan *a*, je desno od objekta *b*.‹

Zanima nas, kateri od omenjenih stavkov je resničen (T) in kateri neresničen (F). Imamo dve možnosti, kako to naredimo. Če želimo preveriti posamični stavek, se postavimo na le-tega in kliknemo *Verify* (preveri). Če pa želimo preveriti vse stavke hkrati, kliknemo *Verify All* (preveri vse). Mi smo preverili vse hkrati in dobili naslednjo sliko:

S slike 3 lahko razberemo, da sta 13. in 15. stavek resnična, ostali neresnični, kar se ujema s sliko 1.

V naslednjem koraku bomo že ponujeni Wittgensteinov svet (WW1) spremenili. S kazalnikom gremo na objekt in ga poljubno premikamo. Zamenjali smo položaj objekta *a* in *b*, odstranili *e* in premaknili naprej objekt, imenovan *f*, ter tako dobili Wittgensteinov svet 2 (WW2).



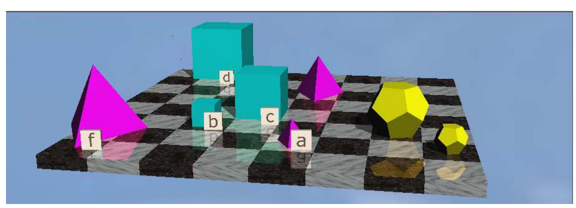
SLIKA 3.
Primeri Wittgensteinovih stavkov

Glede na to, da so stavki ostali nespremenjeni, jih lahko ponovno preverimo. Ker smo prej preverili vse hkrati, bomo sedaj preverili zgolj stavke, ki smo jih izbrali, in sicer stavke številka 12, 15 in 17, ki smo jih že zgoraj zapisali v logiščini. Rezultat je naslednji:

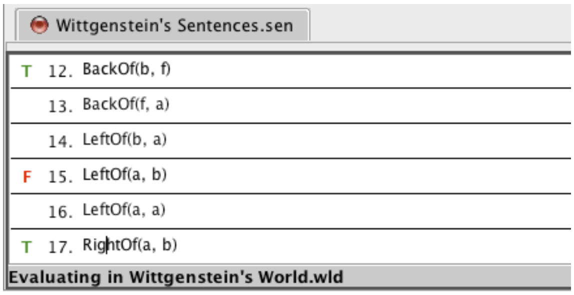
S slike 5 lahko razberemo, da sta 12. in 17. stavek, glede na WW2, resnična (T), 15. pa neresničen (F).

Tarskijev svet omogoča uporabo najrazličnejših kombinacij ponujenih datotek. Navedimo nekatere:

- Odpremo datoteko nekega sveta in stavke z enakim imenom (to smo zgoraj že predstavili: WW1 in Wittgensteinove stavke)
- Lahko spremenimo izbrani svet (WW2) in obdržimo stavke.
- Lahko izberemo določen svet in datoteko stavkov z drugačnim imenom (nor. WW1 in Boolove stavke) ter jih preverjamo.
- Lahko odpremo poljubne stavke, npr. Boolove stavke, in gradimo svet tako, da bodo vsi stavki resnični.
- Lahko odpremo svet in zapisujemo stavke ter jih nato preverimo.



SLIKA 4.
WW2



SLIKA 5.
Preverjeni izbrani Wittgensteinovi stavki

Lahko pa tudi preverjamo, če razumemo prevajanje stavkov naravnega jezika v jezik logike. Postopek je naslednji:

(i) Najprej odpremo novi svet, ki je brez kakršnegakoli objekta ali stavka.

(ii) Izberemo si stavke naravnega jezika.

(iii) Zapišemo jih v jeziku logike v zavihku za stavke (na sliki 6, ›Untitled Sentences‹).

(iv) Postavimo objekte, tako da ustrezajo zapisanim stavkom.

(v) Sedaj lahko preverimo posamične stavke (izberi *Verify*), vse stavke hkrati (izberi *Verify All*) ali pa preverjamo stavke preko igre (izberi *Game*).

V nadaljevanju bomo prikazali pravkar opisani postopek na konkretnem primeru.

(i) Ustvarimo novi svet (File > New > New World) Svet, ki smo ga odprli, lahko shranimo. Prav tako stavke, ki jih bomo zapisali. Mi smo oboje shranili kot Gajin svet in kot Gajini stavki.

(ii) Stavki naravnega jezika, ki jih želimo prevesti, so:

1. Objekt f je desno od objekta a in levo od objekta b.
2. Objekt b je ali med objektoma d in e ali pa je od obeh manjši.
3. Vsaj en izmed objektov a, c in e je kocka.
4. Če je a tetraeder, potem je pred d-jem.
5. Če je c majhen in je d dodekaeder, potem ni objekt d niti velik niti majhen.

(iii) Spodnja slika prikazuje prevedene stavke naravnega jezika v jezik logike.

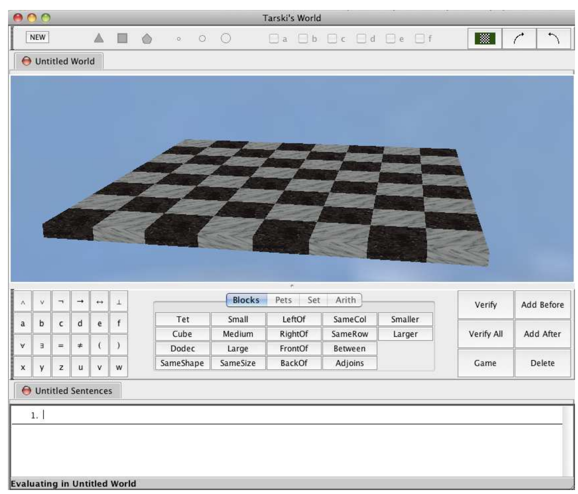
(iv) Sedaj postavimo objekte tako, da ustrezajo simbolizaciji na sliki 7:
Na koncu še preverimo, ali zapis ustreza prikazanemu svetu oz., ali so Gajini stavki ekvivalentni Gajinemu svetu.

(v) S slike 9 je razvidno, da so vsi stavki resnični (T).

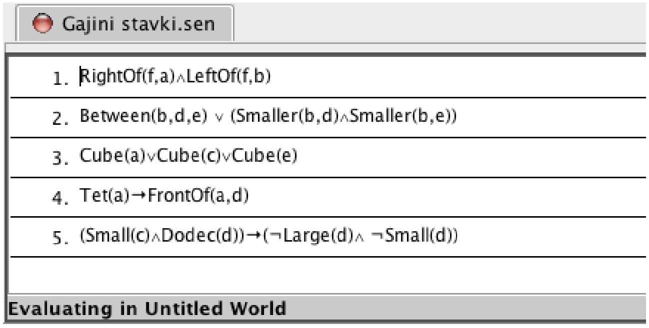
Če zapisanih stavkov ne želimo takoj preveriti, se lahko tudi igramo. To pomeni, da kliknemo gumb *Game* (slo. igra), ki nam ponudi igro v obliki kviza. Na vprašanje, ali je stavek št. 1, t. t. ›Objekt f je desno od a in levo od b.‹, ki smo ga v program zapisali kot ›RightOf$(f,a)\wedge$leftOf(f,b)‹, resničen ali napačen, smo odgovorili z »napačen«. Posledica tega je, da imamo na desni strani slike 10 zapisan odgovor na naš odgovor, in sicer: »False« (slo. nepravilno).

Hkrati nas vpraša, če menimo, da je katerikoli del konjunkcije napačen. Če pritrdimo ter nato izberemo tisti člen konjunkcije, za katerega trdimo, da je napačen, je naš odgovor ponovno nepravilen, zato igro izgubimo.

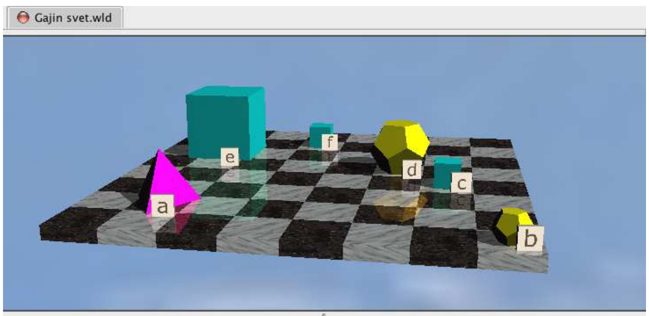
Sedaj smo si pogledali primere izrazov brez kvantifikatorjev, v nadaljevanju bomo predstavili še uporabo predikatnih izrazov s kvantifikatorji v programu Tarskijev svet.



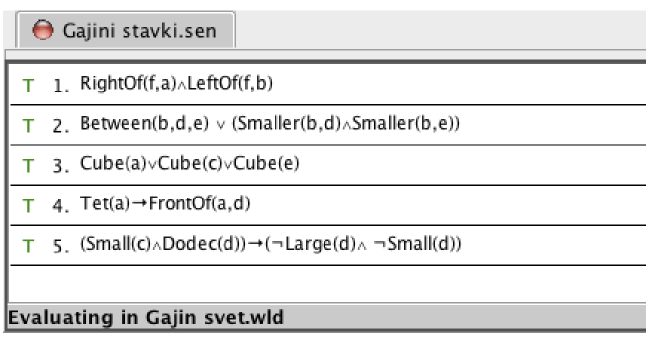
SLIKA 6.
Novi, še neimenovani svet



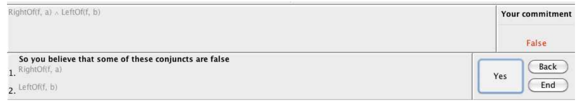
SLIKA 7.
Simbolizacija



SLIKA 8.
Gajin svet



SLIKA 9.
Preverjanje Gajinih stavkov v Gajinem svetu.



SLIKA 10.
Igra, s katero preverjamo resničnost Gajinih stavkov v Gajinem svetu

B. Predikatni račun (s kvantifikatorji) v Tarskijevem svetu

Postopek uporabe predikatnega izraza s kvantifikatorji v programu Tarskijev svet je enak kot postopek uporabe predikatnega izraza brez kvantifikatorjev. Sedaj vpeljemo vse elemente logike prvega reda, t. j. dodamo kvantifikatorje.

(i) Najprej smo naredili poljuben svet in ga poimenovali (Gajin svet 2).

(ii) V jeziku logike prvega reda smo zapisali stavke, ki ustrezajo naslednjim navodilom:

1. Prvi stavek naj opiše velikost vseh tetraedrov.
2. Izrazi, da nekateri dodekaedri niso majhni, kot lahko razbereš iz predstavljenega sveta.
3. Izrazi, da so nekatere velike kocke levo od objekta b in za objektom c.
4. Izrazi, da ima vsaka kocka na desni strani tetraeder.
5. Izrazi, da, če je a dodekaeder, so potem nekateri objekti pred njim.

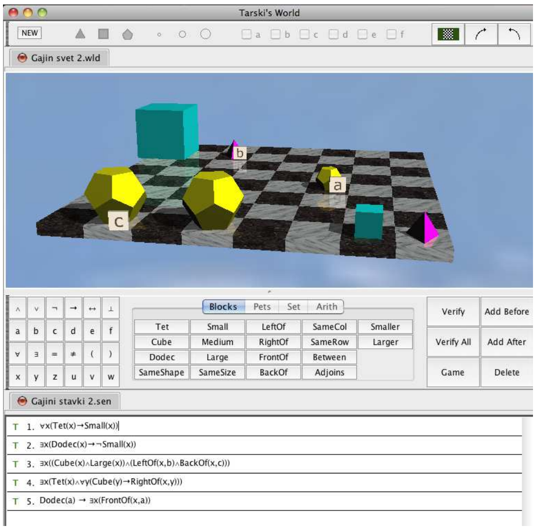
(iii) V tretjem koraku smo stavke zapisali v jeziku logike prvega reda in shranili (Gajini stavki 2). V logiščini bi zapisane stavke prebrali kot:

1. Za vsak x velja, če je x tetraeder, potem je x majhen.
2. Obstaja vsaj en takšen x, da je x dodekaeder in ni majhen.
3. Obstaja vsaj en takšen x, da je ta x kocka in je x velik in je ta x levo od objekta b in je ta x za objektom c.
4. Obstaja vsaj en x, da je ta x tetraeder in za vsak y velja, če je y kocka, potem je x desno od y.

5. Če je a dodekaeder, potem obstaja vsaj en takšen x, ki je pred a-jem.

(iv) Preverili smo vrednost Gajinih stavkov 2 v Gajinem svetu 2 in ugotovili, da so vsi resnični.

Celoten postopek uporabe logike prvega reda oz. predikatnih računov v programu Tarskijev svet, ki smo ga predstavili, je prikazan na sliki 11.



SLIKA 11.
Predikatni račun v programu Tarskijev svet

Zaključek

Tarskijev svet je pomemben predvsem za učenje logike prvega reda, saj je velik poudarek najprej na poznavanju izjavnega računa, nato pa sledi prehod na predikatni račun, ki je največkrat za učeče težje razumljiv. Prednost programa je vsekakor v zanimivem, zabavnem, predvsem pa v drugačnem, učenju, pa tudi, kar je morda še pomembneje, v razumevanju in urjenju.

Seveda ima program tudi pomanjkljivosti; program je v angleškem jeziku, kar zahteva znanje in dobro razumevanje angleščine. To posledično pomeni prevajanje, najprej iz slovenščine v angleščino, nato v jezik logike prvega reda in logiščino. Tako lahko prihaja do napak, ki so predvsem posledica »izgubljenega s prevodom«.

Kot vemo, je sprejemanje osnovnih načel logike skupni element ne zgolj matematike in analitične filozofije, temveč tudi vseh ostalih znanosti. Prav tako vemo, da so računalniški programi, kot je Tarskijev svet. tisti, ki pomagajo razumeti in razjasniti logična pravila izpeljevanja, presojo pravilnosti ali nepravilnosti sklepanja, pomagajo tudi razumeti, kakšna je povezava med jezikom, ki ga uporabljamo ljudje pri sporazumevanju (t. i. naravni jezik), in jezikom logike. Zato smo prepričani, da je Tarksijev svet pomembno orodje vsakega učenca in učitelja.

Literatura

[1] D. Barker-Plummer, J. Barwise in J. Etchemendy, *Tarski's World: Rewised and Expanded*, Stanford: SCLI Publications (2008).

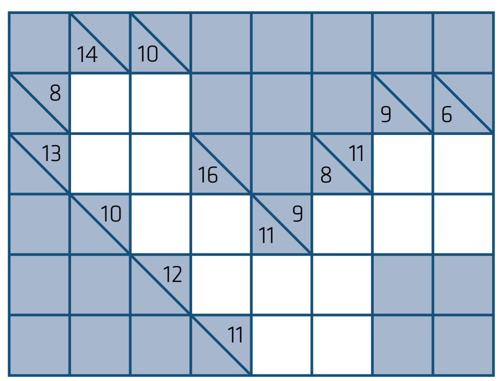
[2] D. Šuster, *Simbolna logika*, Knjižna zbirka Učbeniki, 2, Maribor, Pedagoška fakulteta (2000).

× × ×

Križne vsote

↓↓↓

→ Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da bo vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in po stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.



× × ×

Vabilo na MARS

KAJ JE MARS IN KOMU JE NAMENJEN?

MARS (ali Matematično Raziskovalno Srečanje) je raziskovalni tabor s področja matematike za srednješolce. Namenjen je dijakom, ki imajo veselje do raziskovanja in želijo preživeti teden dni v družbi vrstnikov iz vse Slovenije. Program je zastavljen poljudno, zato uspešnost na tekmovanjih iz znanj ni predpogoj.

DATUM IN LOKACIJA

MARS 2014 bo potekal v Fari ob Kolpi (občina Kostel), in sicer od nedelje, 17. avgusta, do sobote, 23. avgusta 2014. Udeleženci bodo bivali v Centru šolskih in obšolskih dejavnosti (CŠOD Fara, Fara 3, 1336 Kostel), ki nudi ustrezen prostor za delo in prijetno okolico za rekreacijo in sprostitev.

PRIJAVE IN CENA

Dijaki za udeležbo prispevajo 170 EUR, kar vključuje bivanje in prehrano.

Za prijavo pošljite svoje podatke (ime, naslov, telefon, šola in letnik v šolskem letu 2013/14) ter kratko motivacijsko pismo (največ 10 vrstic), zakaj si želite na MARS, na elektronski naslov `mars@dmfa.si`.

Rok za prijavo je 15. junij oziroma do zasedbe mest.

> »Na MARSu sem bila že trikrat in mi nikoli ni bilo žal. Mentorji in udeleženci so super, moj tip ljudi, najbolj zabavni ljudje, kar jih poznam. Vsako leto izvem ogromno novega in širim svoja obzorja. In to ne le v povezavi z matematiko.«
> (*Živa*, MARS 2013)

NEKAJ O PROGRAMU

Naše strokovne aktivnosti poudarjajo ustvarjalno raziskovanje matematičnih problemov in njihovega ozadja in ne reševanja tekmovalnih nalog.

V **Mali šoli matematično-računalniške umetnosti** se bomo spoznali z zanimivimi postopki za ustvarjanje likovnih umetnin, ki temeljijo na matematičnih in računalniških algoritmih. Niz delavnic bo vodil dr. Andrej Bauer, sicer izredni profesor na Fakulteti za matematiko in fiziko v Ljubljani.

Večerna **MARSovska predavanja** bodo pripravili matematiki z različnih slovenskih fakultet in raziskovalnih ustanov, ki bodo na poljuden način predstavili vlogo matematike v sodobnem svetu. Natan- →

čen seznam predavateljev bo objavljen naknadno.

Dijaki vsako leto pripravijo tudi svoje **MARSovske projekte**. Delo poteka v manjših skupinah ob pomoči mentorjev, rezultate pa se predstavi na prireditvi ob zaključku tabora. Teme projektov so prilagojene interesom in predznanju udeležencev.

V ostalih **MARSovskih delavnicah** se bodo dijaki seznanili z različnimi matematičnimi zanimivostmi in računalniškimi orodji, ki jih bodo lahko uporabili pri svojih projektih.

Vodenim strokovnim aktivnostim namenimo 6–8 ur dnevno. Nekaj preostalega časa dijaki porabijo za samostojno delo na projektih, dovolj časa pa ostane tudi za sprostitev in razvedrilo v prijetni družbi MARSovcev.

Organizirani **družabni program** bo tudi letos zabaven in izvirno MARSovski. Olimpijski večer, športne in družabne igre (od Mafije do Katancev), Velika MARSovska pustolovščina in različna presenečenja so že v pripravi.

»MARS je eden najboljših taborov, ki sem se jih udeležil do sedaj. Družba je bila super, voditelji izvrstni!« (*Rafi*, MARS 2013)

»MARS je enkratno doživetje. Teden počitnic preživiš v družbi izjemnih ljudi in matematike. Na koncu se je vedno težko posloviti.« (*Tjaša*, MARS 2013)

ORGANIZATOR PROGRAMA

dMFA

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Jadranska 19, 1000 Ljubljana, www.dmfa.si.

Spletna stran: mars.dmfa.si

E-pošta: mars@dmfa.si

»Obstajajo torej tudi načini, ko je matematika lahko zabavna, čeprav si večina najbrž misli, da smo ubrisani, ker se prostovoljno udeležimo česa takega ...« (*Urša*, MARS 2008)

»MARS je bil izjemno zanimivo popotovanje po različnih področjih matematike na način, ki znova prebudi veselje do matematičnega raziskovanja, ki ga v šolskih klopeh kar preveč zatirajo.« (*Miha*, MARS 2009 in 2010)

Kdaj:
17.–23. avgust 2014.

Kje:
CŠOD Fara, Kostel.

Kaj:
Matematične delavnice, poljudna predavanja, dijaški projekti in družabni program.

Kdo:
Dijaki iz vse Slovenije.

Prijave:
Do 15. junija 2014 oziroma do zasedbe prostih mest.

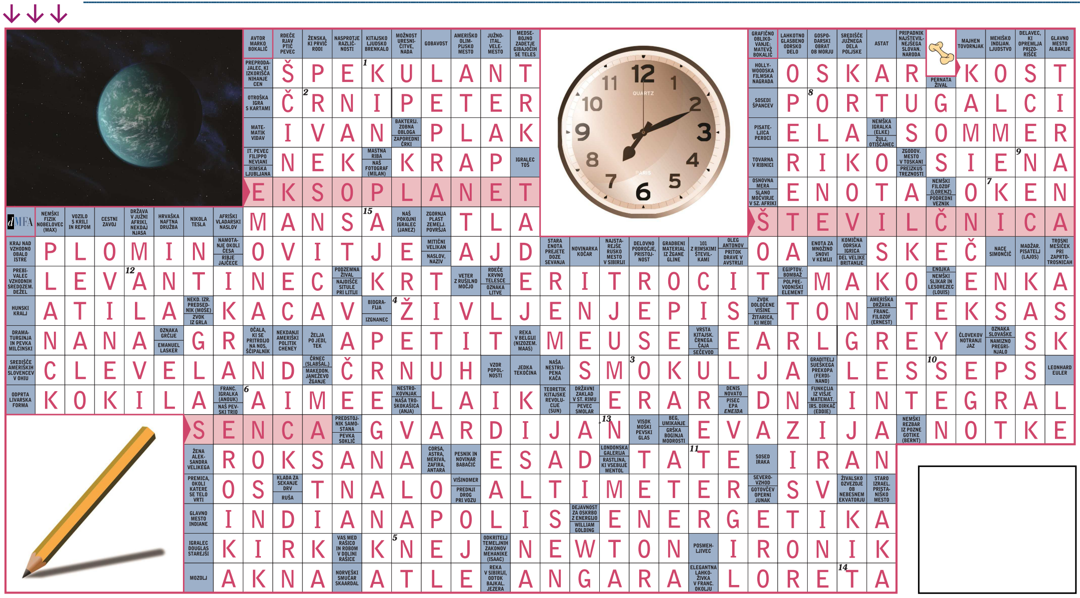
»MARS je zakon. Tu sem preživela enega najlepših tednov počitnic! Marsovci so povsem običajni, a hkrati tudi zelo posebni primerki tega planeta, ki podnevi nabirajo novo znanje, ob večerih in ponoči pa se zabavajo s strateškimi igrami.« (*Mateja*, MARS 2013)

× × ×

www.dmfa-zaloznistvo.si

www.dmfa.si

www.presek.si



REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 41/5

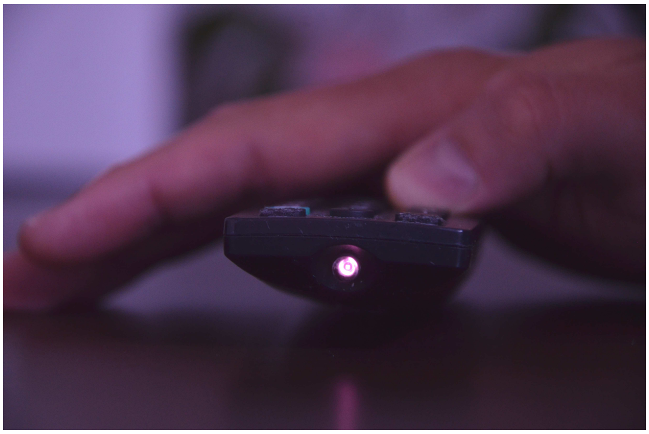
→ Pravilna rešitev nagradne križanke iz pete številke 41. letnika Preseka je **Krožna konstanta.** Izmed pravilnih rešitev so bili izžrebani Matija Žerdin iz Maribora, Miha Ciglar iz Petrovč in Danica Gobec iz Celja, ki so razpisane nagrade prejeli po pošti.

× × ×

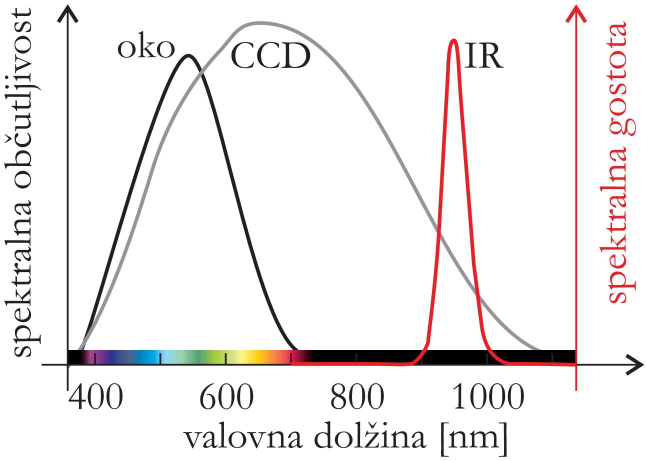
Infrardeča sveteča dioda

Aleš Mohorič

→ **Na prvi pogled je videti tokratna naravoslovna fotografija povsem nezanimiva. Na fotografiji je daljinec, slikan s sprednje strani, ki jo obrnemo proti televizorju. Na fotografiji jasno vidimo lučko. Česar na fotografiji ne opazimo pa je, da ta lučka utripa, ko pritisnemo enega od gumbov. Za vsak gumb je vzorec utripanja drugačen. Vendar tega ne moremo enostavno preveriti. Vzemimo v roke domači daljinec, pritisnimo gumb in si oglejmo sprednjo stran. Ali vidimo prižgano lučko kot na fotografiji? Ne. V daljincih za upravljanje elektronskih naprav na daljavo uporabimo infrardečo svetečo diodo. Ta oddaja svetlobo v območju valovnih dolžin, ki jih z očmi ne zaznamo.**



SLIKA 1.
Fotografija sprednje strani daljinca (foto: Aleš Mohorič)



SLIKA 2.
S črno sta označeni spektralni občutljivosti očesa in tipala digitalnega fotoaparata, z rdečo pa spektralna gostota svetlobe, ki jo oddaja infrardeča dioda.

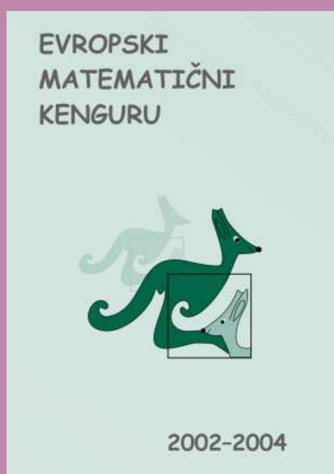
Slika 2 kaže spekter svetlobe infrardeče svetilke. Obsega območje od 900 nm do 1000 nm. Človeško oko je občutljivo le na območju od 400 nm do 700 nm in zato te svetlobe ne opazimo. Digitalni fotoaparati zaznavajo svetlobo s tipali, v katerih so polprevodniški detektorji svetlobe, fotodiode, ki so občutljivi v območju od 400 nm do 1100 nm. Zato s fotoaparatom lahko opazimo svetlobo infrardeče svetilke. Pred tipalo digitalnih fotoaparatov pogosto postavimo filter infrardeče svetlobe, zato da s fotografije odstranimo neželeno svetlobo.

× × ×

Matematični kenguru

Osnovna naloga tekmovanja Kenguru je popularizacija matematike. Zanimiv, zabaven in igriv način zastavljanja matematičnih problemov je pripomogel, da se je tekmovanje kmalu razširilo po vsej Evropi, hkrati pa so se v tekmovanje vključevali tudi otroci in mladostniki iz drugih držav sveta. Tekmovanje je preseglo evropske okvire in postalo Mednarodni matematični kenguru z več kot 6 milijoni tekmovalcev iz 47 držav sveta v letu 2011. V Sloveniji Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije organizira tekmovanje za učence od prvega razreda osnovne šole do četrtega letnika srednje šole. Poseben izbor je pripravljen za dijake srednjih tehniških in strokovnih šol, za dijake srednjih poklicnih šol ter za študente.

Naloge, zbrane v teh knjigah, so najboljše možno gradivo za pripravo na prihodnja tekmovanja. Predvsem zato, ker je vsaki nalogi dodana podrobno razložena rešitev, ki bralca vodi v logično mišljenje in spoznavanje novih strategij reševanja. Marsikatera naloga, ki je sprva na videz nerešljiva, postane tako dosegljiv iskriv matematični izziv.



10,99 EUR

18,74 EUR

14,50 EUR

Pri DMFA-založništvo so v Presekovi knjižnici izšle že 4 knjige Matematičnega kenguruja.

- *Evropski matematični kenguru 1996–2001* (pošlo),
- *Evropski matematični kenguru 2002–2004*,
- *Mednarodni matematični kenguru 2005–2008*,
- *Mednarodni matematični kenguru 2009–2011* (novost).

Poleg omenjenih ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA Slovenije, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA–založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga! Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.

Nagradna križanka

AVTOR MARKO BOKALIČ
NIZKI ČEVLJI BREZ VEZALK
ZAKRITJE VESOLJSKEGA TELESA Z DRUGIM
GROFICA
IRSKI KNJIŽEVNIK WILDE
ŽARO TUŠAR
REŽISERJI ANNAKIN, LOACH IN RUSSELL
ZABAVNA ZGODBICA O ZNAMENITI OSEBNOSTI

MOČVIRSKA PTICA SELIVKA, GRAHASTA TUKALICA
2
TEK V NARAVI
GOTOVČEV OPERNI JUNAK

NEDOVZETNOST ZA NOVOSTI

NAŠ SMUČAR (MITJA)
NEJASNOST
KRIŽANEC MED ČRNIM RIBEZOM IN KOSMULJO

GOROVJE NA RUSKO-MONGOL. MEJI
ANG. PIVO
POJAVLJANJE DLAK
ANTIČNI PREDNIK ALBANCEV

POKRIT ZUNANJI HODNIK PRI GORENJSKI HIŠI

SMUČARKA ŠTUHEC
AMERIŠKA IGRALKA (PATRICIA)
PESNIK PAVČEK
JUNAK, KI JE ZAPUSTIL GOREČO TROJO
RACMAN
FRANCIJ
JUDOVSKI PISATELJ CANETTI
KOŠARKAR MURIĆ
4
REKLAMNO GESLO

POJAV PRI ZDRUŽITVI VALOVANJ
NAJVEČJA SATURNOVA LUNA
KLAMFA, PENJA
17

UMETNIK IN ZNANSTVENIK DA VINCI
6
RIMSKA 2
Z NJO POTEŠIMO ŽEJO
AMERIŠKA IGRALKA (SUSAN)
ORGAN VIDA

ZELO MAJHNA KOLIČINA, DROBEC, KAPLJICA
OBMEJNI KRAJ NA PRIMORSKEM
TOČENJE SOLZ
INDIJSKO ŽENSKO OBLAČILO
POTEPUH, VAGABUND
VELIKA AZIJSKA DRŽAVA
DVOŽIVKA
NAŠE NAJVEČJE TERME

DREVORED
KOŽNA POVRHNJICA
REVIJA, KI IZHAJA 12-KRAT NA LETO
NAŠA PLAVALKA (SARA)
GRAF. ZNAK NA NAMIZJU
9
NAŠ POKOJNI IGRALEC (JANEZ)

NARAVOSLOVNA VEDA
JUHI PODOBNA MESNA JED
AMERIŠKA DRŽAVA
SADNA PIJAČA (IZVIRNO)
REPATI ŠČIR

JUŽNOAMERIŠKA SVINJA POPKARICA
PRIPADNIK STAROGERMAN. PLEMENA
13
OSEBA IZ *VISOŠKE KRONIKE*
MUSLIMANSKI BOG
16

DESETINA STOTINE
LOJZE SPACAL
ROŽA VETRNICA
POTRDILO O KAKOVOSTI

DEL ROKE
KAMENJE NA BREGU REKE
LJUBLJAN. POKOPALIŠČE
JUŽNOAM. INDIJANCI

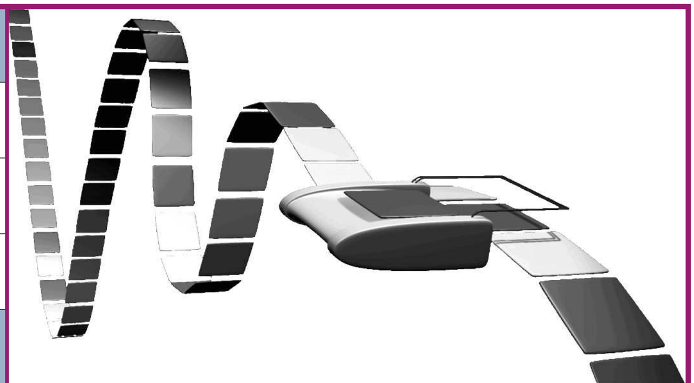
ŠVIC. OBLIKOVALEC (CELESTINO)
MESTO PRI TORINU
TABORIŠČE V TRSTU
ABESINSKI KNEŽJI NASLOV

BODIČAST IZRASTEK
DANSKI ASTRONOM (TYCHO)
ZAPOREDNI ČRKI
19
ČLOVEKOVA NARAVA
EDVARD RUSJAN

GRŠKA ČRKA
7
DROBNO SESEKLJANO MESO Z ZAČIMBAMI
11

ŠTEVILO IZVODOV TISKANE IZDAJE
IZOLDIN LJUBIMEC

DEL ŽITNE BILKE Z ZRNI
NAŠ POKOJNI IGRALEC (LOJZE)
TRAVNIŠKA ZELIKA
ENICA, DESETICA, ?, TISOČICA
GRAFIČNO OBLIKOVANJE MATEVŽ BOKALIČ
BRAZILSKI DIRKAČ (AYRTON)
STANJE UGODJA, OMAMA
KROGLICA ZA NAKIT, KI SE NAREDI V ŠKOLJKI
PODOBA GOLEGA TELESA



STANOVANJSKI PROSTOR
PRIPOVEDNIK
GOST, RAZKUHAN KOMPOT
1
12
URANOVA LUNA
REKA V SEVERNI ITALIJI
FIZIK SAHAROV
VAS NAD BAŠKO GRAPO
SKUPINA ČEBEL, KI Z MATICO ZAPUSTI PANJ
AMERIŠKI IGRALEC (SYLVESTER)
dMFA
MOČNO POŽELENJE
NAŠ TELOVADEC (ALJAŽ)
KMEČKI POLITIK SLOVENSKE POMLADI
JAPONSKA ZNAMKA MOTORJEV
SREDOZEM. RASTLINA Z BODIČASTIMI LISTI
KALCIJ
SLOVNIČNO ŠTEVILO
HITER MELODIČNI OKRASEK
TOK ALI ŠKATLICA ZA OČALA
TEMNOPOLTI AMERIŠKI RAPER
GOBAVOST
NAJSVETLEJŠA ZVEZDA OZVEZDJA DEVICA
POLJSKI MATEMATIK (BENOIT)
HUD NASILNEŽ
3
LEVIČAR
5
ŽILA DOVODNICA
PEVKA FALK
MESNATA TROPSKA RASTLINA
VEDEŽEVAL. KARTE
NAMENILNIK
BRITANSKI ADMIRAL (HORATIO)
OZNAKA LITVE
KERAMIČ. POSODA POD PIPO
GANSKI DIPLOMAT (KOFI)
RUTHERFORDIJ
NEPRAVILNOST
8
KAR JE POTREBNO UREDITI
RAZLIČICA MORFEMA, ZAMENJAVA GLASU
OZNAKA MAROKA
BORIS KOBAL
HINKO NUČIČ
KLADA ZA SEKANJE
IGRALKA NEWTON JOHN
14
ANDREJ JEMEC
PENTAN, ?, HEPTAN, OKTAN
ŽLAHTNA KAPLJICA
RIMSKI BOG VINA IN VESELJA
18
15
SPOJ LESENIH DELOV
LUNIN ALI SONČEV ?
KOLEKTIVNI UPRAVNI ORGAN
MESTO V NOTRANJOSTI DALMACIJE
SLANA STOJEČA VODA
AVANS, NAPLAČILO
TANTAL
MOZOLJ
ORODJE ZA ČIŠČENJE PLUGA
ŠPACAPAN IZTOKA MLAKARJA
RADIJKA BAŠ
RDEČI KRIŽ
KOSITER
ANGLEŠKI PLEMIČ
STANE UREK
SLOVNIČNI ČAS, PREZENT
10
VOJNI ROMAN TONETA SVETINE V TREH KNJIGAH
MALI FORDOV MODEL

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz oštevilčenih polj vpišite skupaj z osebnimi podatki v obrazec na spletni strani

www.presek.si/krizanka

ter ga oddajte do **1. avgusta 2014**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo prejeli **knjižno nagrado**.

×××