

OPTIMIRANJE DIGITALNEGA MODELA RELIEFA ZA RAČUNANJE TOPOGRAFSKIH ODKLONOV VERTIKALE

1. Zastavitev problema

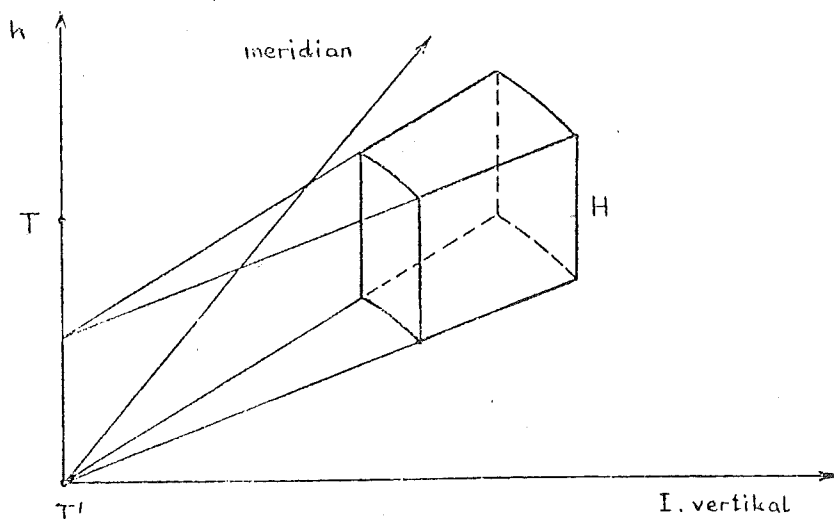
Januarja 1984 je bil skrajni čas, da se lotim izdelave diplomske naloge. Šel sem torej k prof. Vodopivcu, ta pa mi je zastavil tale problem: "V SR Sloveniji bodo v kratkem opravljene meritve na več geoidnih točkah. Radi bi izračunali topografske odklone vertikalne na teh točkah, vendar ne po klasični "peš" metodi, pač pa z računalnikom na podlagi digitalnega modela reliefa. Vaša naloga je ugotoviti, kakšne vrste DMR bomo uporabili in kako veliko območje moramo upoštevati."

2. Vzroki za nastanek topografskih odklonov vertikalne

Kot vemo iz višje geodezije, je odklon vertikalne kotna razlika med normalo na referenčni ali pa na splošni elipsoid Zemlje ter vertikalno na geoid v izbrani točki. Odklon je torej relativna količina, odvisna od izbranega elipsoida. Velik del odklona vertikalne povzroča nepravilna razporeditev Zemljinih mas v okolici obravnavane točke. Ta del se imenuje topografski odklon in ima približno takšen značaj kot reliefna korekcija v gravimetriji. Gre za vpliv privlačne sile kamnin z različnim reliefom, geološko strukturo, oddaljenostjo in gostoto na smer težiščnice. V hribovitih predelih in tam, kjer so pod površino bloki kamnin, gostejši ali redkejši od okolice (anomalije), bo topografski odklon večji, ker se geoid bolj strmo vzpenja nad elipsoid.

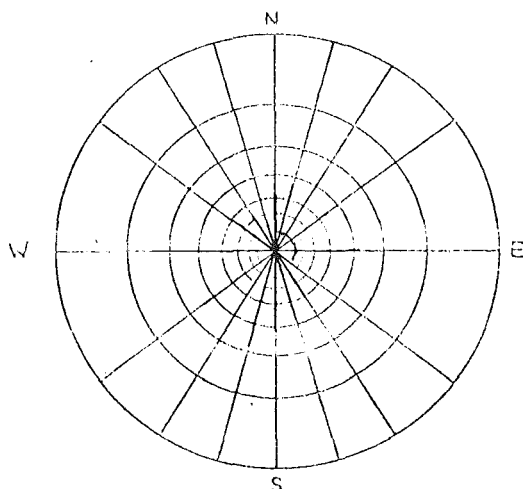
3. Klasični postopek

Odklon vertikalne običajno izražamo z meridiansko komponento ξ in komponento η v smeri I. vertikalne. Kolikor želimo izračunati topografski odklon vertikalne v določeni točki, moramo relief v okolici točke v mislih razdeliti na množico koncentričnih kolobarjev in jih razrezati še radialno z osjo v točki. Slika 1 prikazuje eno izmed nastalih koncentričnih "prizem", slika 2 pa tloris tako razparceliranega območja.



Slika 1

* 61000, YU, Ljubljana, Inštitut za geodezijo in fotogrametrijo FAGG
dipl.inž.geod.
Prispelo za objavo 1984-11-15.



Slika 2

Praktično izvedemo račun tako, da tlorisno shemo narišemo na prozorno folijo in jo polagamo na topografske karte v različnih merilih tako, da je središče mreže v naši točki. Na ogliščih mreže prečitamo nadmorske višine in jih seštejemo ter vstavimo v preprosto enačbo, ki sledi iz integracije privlačne sile vsakega koščka reliefa nad morsko površino. Kot vidimo iz slike 2, so kolobarji bližje točki ožji, saj bližnje mase povzročajo zaradi močnejše privlačne sile večji odklon kot bolj oddaljene. Če računamo komponento ξ , so manjši kolobarji v bližini meridiana, če računamo η , pa shemo preprosto zavrtimo za 90° in postopek ponovimo. Ker moramo odčitati več kot 500 točk do oddaljenosti približno 1000 km in več od točke, je postopek zamuden, rutinski in poln grobih pogreškov čitanja višin.

4. Računalniški postopek z uporabo DMR

Za avtomatizacijo postopka je bilo treba ponovno izpeljati celotno matematično osnovo in opraviti optimizacijske numerične teste. Ker imamo v SR Sloveniji že izdelan DMR 500 za vse ozemlje, je bil ta grid uporabljen kot osnova višinske predstavitve reliefa. Obstoječo osnovno mrežo je treba za naše potrebe še gostiti ali redčiti glede na množico parametrov, ki vplivajo na odklon vertikale. Bistvo je nadomestitev kolobarjastih "prizem" s kvadri optimalnih dimenzij tako, da bo odklon dovolj točno izračunan. Klasično kolobarjasto shemo smo sedaj nadomestili z mrežo kvadratov, ki tvorijo DMR. Nad kvadrati so kvadri kamnin, katerih privlačni vpliv nas zanima (sl. 3). Komponenti privlačne sile posameznega kvadra v smeri obeh osi Gauss-Krügerjevega sistema izračunamo po Newtonovem zakonu z integracijo po vsej prostornini:

$$\Delta X = k\delta \iiint_V \frac{x \, dV}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad \Delta Y = k\delta \iiint_V \frac{y \, dV}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

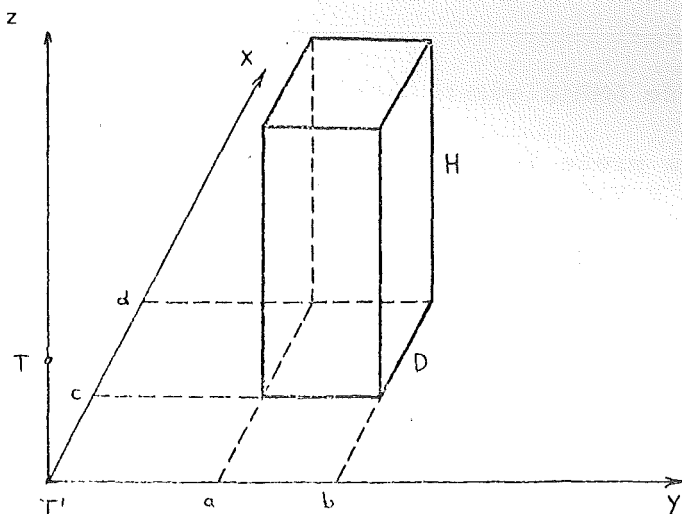
pri čemer je:

k = gravitacijska konstanta,

δ = upoštevana srednja gostota vrhnjega dela Zemljine skorje, in

V = prostornina kvadra:

$$V = \{(y, x, z): a \leq y \leq b, \quad c \leq x \leq d, \quad 0 \leq z \leq H\}.$$



Slika 3

Izpeljava podintegralske funkcije, integriranje in analiziranje prve enačbe za ΔX so dolgi več kot 15 strani, rezultat sam pa obsega celo stran, zato vse skupaj izpuščam. Končna vrednost obeh komponent odklona bo sestavljena iz vpliva vseh kvadrov:

$$\xi'' = \rho'' \frac{\sum \Delta x_i}{g} \quad \text{in} \quad \eta'' = \rho'' \frac{\sum \Delta y_i}{g}$$

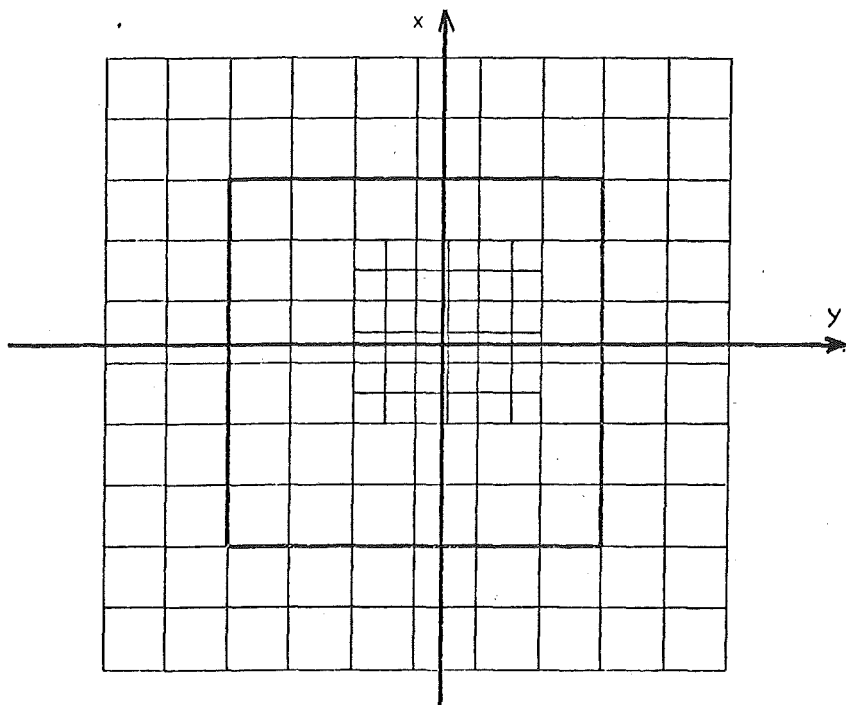
Pri čemer je g pospešek prostega pada.

Ker DMR v Sloveniji ni orientiran na geografski sever, ampak na kartografski, je pri večjih odklonih na robu GK cone treba upoštevati tudi korekcijo zaradi meridianske konvergence. Točna enačba, dobljena z integriranjem, je zelo dolga, zato jo bomo uporabljali le za tiste kvadre, ki leže najbližje točki in najbolj vplivajo na odklon (notranja cona). Za vse ostale v zunanji coni pa raje uporabimo približno enačbo:

$$\Delta X = k \delta \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Približek je v tem, da smo integriranje kratko malo izpustili in s tem predpostavili, da je masa kvadra strnjena v njegovem težišču. Testiral sem tri različne približne enačbe, od katerih je ta najprimernejša.

Ker ima geoidna točka poljubno lego v mreži DMR, bo shema kvadrov v tlorisu na pogled približno takšna kot na sliki 4. Debelo izrisani okvir pomeni mejo med notranjo in zunanjo cono.



Slika 4

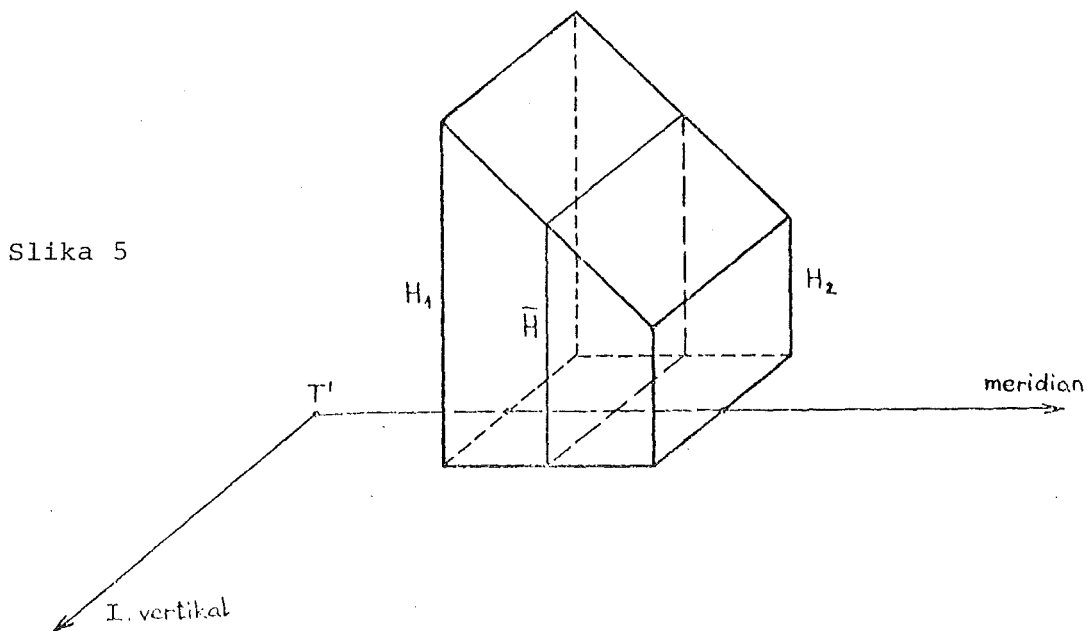
5. Optimiranje mreže DMR glede na naklon zemljišča

Optimiranje videza mreže in velikosti stranic grida, ki bodo uporabljene, je potekalo v več fazah. Ker gre očitno za problem več spremenljivk, ki je povrh tega še idealiziran, sem se lotil numeričnega preizkušanja za različne vhodne podatke in fizikalne parametre.

Prvi test se nanaša na naklon zemljišča. Če odklon vertikale za prizmo, ki nima ravne zgornje ploskve (sl. 5), računamo na dva načina:

- prvič, iz enega kvadra z višino $\bar{H} = \frac{H_1 + H_2}{2}$
- drugič, iz dveh kvadrov z višinama $H' = \bar{H} + \frac{H_1 - H_2}{4}$; $H'' = \bar{H} - \frac{H_1 - H_2}{4}$

potem bo med izračunanima odklonoma neka razlika, ker smo predpostavili, da je zgornja ploskev prizme ravna.



Kolikor razlika preseže izbrani cenzus (npr. $\pm 0,0005''$), moramo na tej poziciji kvadra (glede na točko) izbrati za polovico manjši grid.

6. Optimiranje mreže DMR zaradi uporabe približne enačbe

Vpliva kvadrov zunanje cone računamo s približno enačbo, kar povzroči sistematski pogrešek v odklonu. Ugotoviti je treba, na kakšni oddaljenosti lahko že uporabimo približno enačbo za določeno osnovno ploskev in nadmorsko višino kvadra, ne da bi pri tem naredili pogrešek, večji od cenzusa.

7. Optimiranje ocenjevanja srednjih višin

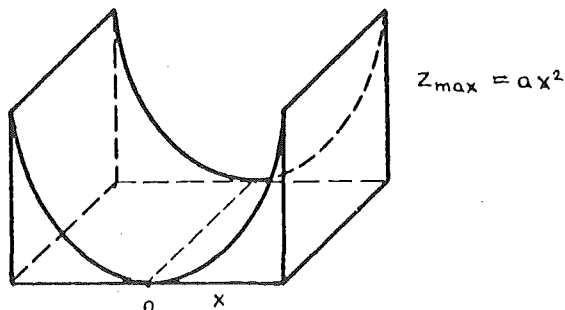
Jasno je, da nam ocena srednje višine zemljišča iz DMR nikoli ne da točne srednje višine kvadra. Največji pogrešek v srednji višini bomo naredili takrat, ko bo v središču okenca DMR dolina ali vrh, mi pa bomo za izračun vzeli 4 vogalne višine grida, ki leže npr. na vznožju hriba. Da bi matematično ugotovil, kolikšen pogrešek odklona nam povzroči takšen pogrešek v računanju srednje višine kvadra, sem primerjal odklone, izračunane na dva načina:

- odklon kvadra z višino, ki je aritmetična sredina višin posameznih (diskretnih) točk mreže DMR;

- odklon kvadra z višino

$$\bar{H} = \frac{\iint_P H(x,y) \, dP}{\iint_P dP}$$

pri čemer je P ravnina grida, $H(x,y)$ pa zvezna ploskev reliefa nad gridom (sl. 6).



Slika 6

Izmed 6 testiranih prostorskih ploskev $z = H(x,y)$ sem izbral parabolični valj - dolino $z = a x^2$, katerega srednja višina je $\bar{H} = 1/3 z_{maks}$. Iz dobljenih razlik odklonov lahko sklepamo, koliko višin iz DMR je na določenem območju treba upoštevati za izračun srednje višine zemljišča. Tako ta kot tudi ostali dve fazi optimiranja so bile izvedene za 3 osnovne tipe reliefa (ravnina, hribi, gore), torej za različno razgibanost in nadmorsko višino zemljišča. Testirani so bili kvadri različnih osnovnih stranic grida, stoječi na različnih oddaljenostih od geoidne točke. Testiranje je bilo izvedeno na univerzitetnem računalniku DEC-10.

8. Rezultati

Rezultat optimiranja so tabele, ki nam povedo:

- optimalno velikost grida na določenih razdaljah v notranji coni (točna enačba) - za 4 povprečne višine reliefa,
- optimalno velikost grida na določenih razdaljah v zunanji coni (približna enačbe) - za tri tipe reliefa,
- optimalno število višin, ki jih moramo uporabiti za račun srednje višine kvadra.

Tabele uporabljamo glede na izdelano programsko opremo, ceno izvedbe, željeno natančnost odklonov in glede na razpoložljive podatke DMR za čim večjo okolico točke. V praksi se bodo uporabljale velikosti osnovne stranice grida 12.5, 25, 50, 100, 500 m, 1,2,128 km. Notranja cona sega do približno 1,5 km od točke. Na njenem robu uporabljamo grid 100 m. V zunanji coni, ki jo računamo do ca. 2000 km od točke, je treba na razdaljah, večjih od 1500 km, upoštevati tudi ukrivljenost Zemlje.

Literatura

1. Čubranić, N.: Viša geodezija, 2.deo, Zagreb 1974.
2. Radovan, D.: Optimizacija digitalnega modela reliefa za račun topografskih odklonov vertikalne (diplomska naloga), Ljubljana 1984.
3. Svečnikov, N.: Viša geodezija, III.dio: Odredjivanje dimenzija i oblika Zemlje, Beograd 1957.