

# VEČKRITERIJSKI MODEL ZA OPTIMIRANJE POLIMERNIH ZOBNIKOV

Jože Tavčar, Borut Černe, Jože Duhovnik, Damijan Zorko

## Izveček:

Konstruiranje polimernih zobnikov je zahteven proces zaradi množice med seboj povezanih materialnih, geometrijskih in obratovalnih parametrov, ki skupaj tvorijo zelo kompleksen sistem za analitično obravnavo. Polimerni zobniki odpovejo zaradi različnih poškodb, kot so obraba, lom zaradi utrujanja materiala, poškodbe, ki jih povzročata povišana temperatura, in poškodbe na boku zaradi jamičenja. Vrste poškodb polimernih zobnikov so odvisne od obratovalnih pogojev. Zobniški par bo pri visoki obremenitvi poškodovan zaradi prekomerne temperaturne obremenitve, pri manjši obremenitvi zaradi obrabe, v primeru mazanja bo do loma zob prišlo zaradi utrujanja materiala. Zaradi velikega razpona mehanskih lastnosti, termičnih karakteristik in triboloških pogojev je obnašanje pri odpovedi polimernih zobnikov zelo raznoliko. Glavni prispevek tega članka je večkriterijski model, ki omogoča sočasno upoštevanje različnih kriterijev, kot so: napetost v korenu in na boku zoba, temperatura zobnika v korenu, temperatura v kontaktu zoba, obraba, deformacija, stroški in prostornina. Optimizacijski model je predstavljen na testnem primeru izbranega poševnega ozobja. Avtorji so večkriterijski model vgradili v računalniški program OptiTooth, namenjen preračunu in optimizaciji valjastih zobnikov. Algoritem v prvem koraku omogoča variiranje geometrije glede na različne kriterije: število zob ( $z_1, z_2$ ), širino zobnika ( $b$ ), kot poševnosti ( $\beta$ ) in normalni modul ( $m_n$ ). V nadaljevanju ima konstruktor pregled nad večjim številom možnih rešitev in tudi nad tem, kako konstrukcijski parametri vplivajo na ciljne kriterije in vrednost večkriterijske funkcije. V nekaj iteracijah preračunov in spreminjanja konstrukcijskih parametrov pride do optimirane geometrije zobniškega para.

## Ključne besede:

polimerni zobniki, oblike poškodb, obraba, temperatura, obratovalni pogoji, večkriterijski preračun

## 1 Uvod

Polimerni zobniki so zaradi dobrih tehničnih lastnosti in možnosti stroškovno učinkovite izdelave z injekcijskim brizganjem zanimiva rešitev za številne aplikacije. Šibka lastnost polimernih zobnikov je njihova občutljivost na višje temperature in različne oblike poškodb, ki so odvisne od stopnje obremenitve in številnih drugih parametrov pri obratovanju zobnikov [1–3]. Testiranje zobnikov omogoča realistično napoved življenjske dobe v aplikaciji. Nemška smernica VDI 2736: 2014 [4] predlaga modele za izračun in dimenzioniranje polimernih zobnikov. Pomanjkljivost smernice je, da ponuja karakteristike le za nekatere osnovne polimerne materiale in da posamezne kriterije pri konstruiranju obravnava ločeno od ostalih kriterijev. Cilj te raziskave je podati celovit pristop pri konstruiranju in preračunu polimernih zobnikov. Predlagani postopek optimizacije temelji na algoritmu, ki hkrati upošteva vse ključne kriterije za načrtovanje [5]. Predstavljeni algori-

tem je vgrajen v računalniški program OptiTooth, ki uporabniku zagotavlja izračune napetosti v korenu zoba, bočne obremenitve, temperature zobnika, kontaktne temperature, obrabo, deformacije, stroškov in prostornine.

Postopek optimizacije temelji na variaciji geometrije zobnikov, zahtev in preverjanja kriterijev. Program ponuja večkriterijsko optimizacijo polimernih zobniških parov v skladu s smernicami VDI 2736: 2014 [4]. Glavna prispevka raziskave sta večkriterijski model in sistematičen pregled medsebojnih povezav med različnimi kriteriji. Predstavljena so konstrukcijska pravila za izboljšanje zasnove zobnikov glede na posamezne kriterije. Poleg tega je določeno, katere karakteristike polimernih materialov so potrebne za postopek optimizacije zasnove zobnikov. Razviti večkriterijski postopek optimizacije polimernih zobnikov je prikazan na študiji primera zobniškega pogona, ki je bil uporabljen v industrijski praksi. Zasnova polimernih zobnikov je zahteven iterativen postopek, ki mora upoštevati in uravnovežiti več kriterijev [2]. Konstruktor mora razumeti osnovne pristope, kako izboljšati posamezne kriterije polimernega zobniškega para [6]. Za bolj nazorno predstavitev smo raziskali vpliv konstrukcijskih parametrov na primeru polimernih zobnikov v e-pogonu za dvokolesa in pri uporabi različnih materialov (odsek 4).

**Dr. Jože Tavčar**, univ. dipl. inž., Univerza v Lundu, Švedska, **dr. Borut Černe**, mag. inž., **prof. dr. Jože Duhovnik**, univ. dipl. inž., **dr. Damijan Zorko**, mag. inž., vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

V prispevku, predstavljenem v predhodni številki revije Ventil, so bili podrobneje prikazani posamezni kriteriji pri konstruiranju polimernih zobnikov in vpliv konstrukcijskih parametrov na te kriterije. Tokrat je predstavljen celovit večkriterijski model, ki omogoča sočasno upoštevanje različnih kriterijev in izvedbo postopka optimizacije pri konstruiranju polimernih zobnikov.

## 2 Večkriterijski model (VKM) za optimiranje polimernih zobnikov

Izziv je modelirati več kriterijev za načrtovanje zobnikov z eno samo funkcijo, medtem ko sta kompleksnost in medsebojna povezanost teh kriterijev veliki. Večkriterijski model (VKM) v enačbi (1) temelji na ciljno opredeljeni največji še sprejemljivi vrednosti za vsakega od kriterijev. Ta je podana v imenovalcu v vsakem od členov enačbe. Če katerikoli kriterij preseže dopustni maksimum, se vrednost VKM povečuje s kvadratno funkcijo. Največje še sprejemljive vrednosti posameznih kriterijev so specifične za vsak zobnik iz analizirane zobniške dvojice. Predlagani model omogoča primerjavo in upoštevanje vseh kriterijev hkrati [5]. Vrednost VKM se izračuna ločeno za vsak zobnik v paru, relevantna vrednost za zobniški par je večja od vrednosti obeh zobnikov. Model upošteva princip ugotavljanja povečanja razlik po metodi kvadratne vrednosti.

Upošteevamo osem pomembnih kriterijev, ki določajo sprejemljivost: temperatura zobnika, kontaktna temperatura, korenska napetost, bočna napetost, obraba, deformacija, stroški izdelave in volumen zobniške dvojice

VKM - večkriterijski model

$$VKM = \max_{1,2} \left[ \left( \frac{T_{fu1,2}}{T_{fmax}} \right)^2 + \left( \frac{T_{fl1,2}}{T_{flmax}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{F1,2}}{\sigma_{Flim}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{H1,2}}{\sigma_{Hlim}} \right)^2 + \left( \frac{W_{1,2}}{W_{max}} \right)^2 + \left( \frac{\lambda_{1,2}}{\lambda_{max}} \right)^2 + \left( \frac{C_{1,2}}{C_{max}} \right)^2 + \left( \frac{V_{1,2}}{V_{max}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$T_{fu1,2}$	temperatura zobnika v korenu 1, 2
$T_{fl1,2}$	kontaktna temperatura zobnika 1, 2
$\sigma_{F1,2}$	korenska napetost v zobniku 1, 2
$\sigma_{H1,2}$	bočna napetost v zobniku 1, 2
$W_{1,2}$	obraba boka zoba 1, 2
$\lambda_{1,2}$	deformacija zoba 1, 2
$C_{1,2}$	stroški zobnika 1, 2
$V_{1,2}$	volumen zobnika 1, 2
$T_{fmax}$	največja še sprejemljiva temperatura zobnika 1, 2
$T_{flmax}$	največja še sprejemljiva kontaktna temperatura 1, 2
$\sigma_{Fmax}$	največja še sprejemljiva korenska napetost 1, 2
$\sigma_{Hmax}$	največja še sprejemljiva bočna napetost 1, 2
$W_{max}$	največja še sprejemljiva obraba zobnika 1, 2
$\lambda_{max}$	največja še sprejemljiva deformacija zob v ubiranju 1, 2
$C_{max}$	največji še sprejemljivi strošek zobnika 1, 2
$V_{max}$	največji še sprejemljivi volumen zobnika 1, 2

VKM je mogoče uporabiti tudi z omejenim naborom izbranih kriterijev, če niso na voljo vsi specifični materialni podatki ali če imajo nekateri kriteriji manjši pomen za določeno aplikacijo. Uporaba VKM je prikazana na primeru z uporabo računalniške programske opreme OptiTooth, kot je predstavljena v naslednjem odseku. Zaradi prevladujočih zahtev za obratovanje majhnih polimernih pogonov za suhi tek je bilo izvedenih več testov predvsem za take pogoje. V primeru suhega delovanja po smernicah VDI ni treba preverjati tlaka na boku, saj se prej pojavijo druge oblike poškodb. Kriterij kontaktne temperature v modelu upošteevamo, kadar je za izračun temperature uporabljen natančnejši napovedni model [7]. Predloga izračuna po VDI 2736 ni smiselno upoštevati, saj VDI-model v določenih primerih napoveduje zelo visoke in nerealne temperature v kontaktu.

Pri vrednosti VKM želimo v splošnem doseči vrednost, manjšo od 8,0 pri osmih kriterijih (število kriterijev lahko zmanjšamo, s čimer se tudi mejna vrednost ustrezno zniža). Kot že omenjeno VKM uporablja kvadratno vrednost posameznega kriterija, tako se povečata vpliv pri odstopanjih in ločljivost pri oceni končnih vrednosti.

## 3 Računalniški program za variacijo geometrije in večkriterijsko optimizacijo polimernih zobnikov

Računalniški program OptiTooth omogoča avtomatsko variiranje geometrije glede na vhodne podatke in vnaprej določene robne pogoje. Uporabnik ima nazoren pregled nad razpoložljivimi geometrijskimi variantami in nad vplivnostjo konstrukcijskih parametrov na ključne kriterije pri izvedenem preračunu zobniške dvojice. Preglednost procesa preračuna je dosežena s trinivojsko zasnovano grafičnega vmesnika, kot je prikazana na *sliki 1*.

Prva faza preračuna predstavlja nabor geometrijsko izvedljivih rešitev za določene: (1) medosno razdaljo, (2) prestavno razmerje, (3) moment, (4) vrtilno hitrost, (5) material pogonskega zobnika, (6) material gnanega zobnika, (7) varnost pri korenski trdnosti in (8) varnost pri bočni trdnosti. Vrednost dopustnih napetosti je izračunana glede na predvideno dobo trajanja/število obremenitvenih ciklov in predvideno temperaturo zobnika med obratovanjem. Dopolnilni podatki so namenjeni opisu okolja obratovanja in dodatnih zahtev gonila: (D1) temperatura okolja, (D2) minimalno število zob, (D3) maksimalno število zob, (D4) minimalna širina zobnika, (D5) maksimalna širina zobnika, (D6) zahtevano število obremenitev, (D7) način mazanja zobniške dvojice in (D8) obratovanje zobniške dvojice v okolju.

Rezultati izračuna prve faze so predstavljeni v glavnem oknu v središču uporabniškega vmesnika

(označeno z rdeče črkanim pravokotnikom) na *sliki 1*. Generator geometrije zobniških dvojic omogoča določitev geometrije zobniške dvojice z upoštevanjem vseh vhodnih podatkov od 1 do 8 in od D1 do D8. V vsaki vrstici je predstavljena ena možna varianta zobniške dvojice z osnovnimi parametri: število zob ( $z_1, z_2$ ), prestavno razmerje ( $i$ ), normalni modul ( $m_n$ ), širina zobnika ( $b$ ), kot poševnosti ( $\beta$ ), premer zobnikov ( $d_1, d_2$ ), profilni premik ( $x_1, x_2$ ), varnostni faktor korenske napetosti ( $s_{fn1}, s_{fn2}$ ), faktor skupnega profilnega prekritja ( $\epsilon_{total}$ ) in vrednost večkriterijskega modela (VKM), kot je definirano v odseku 2.

V predhodni številki revije Ventil so bili podrobno predstavljeni posamezni kriteriji in njihovo fizikalno ozadje. Uspešna izvedba večkriterijskega modela je pogojena z dobrim poznavanjem tehničnih karakteristik materialov, ki so uporabljeni v preračunu. Ključna vloga konstruktorja je določitev največjih še sprejemljivih vrednosti za posamezen kriterij. Pri

tem je potrebno poleg lastnosti materialov upoštevati specifične pogoje in zahteve posamezne aplikacije. V navedenem primeru na *sliki 1* so vrednosti določene glede na smernico VDI 2736 in delno glede na rezultate testov, ki so jih izvajali avtorji tega prispevka.

V drugi fazi najprej izberemo optimalno geometrijo zobniške dvojice. Označimo izbrano zobniško dvojico, nato vpišemo želeno širino zobnika ( $b$ ), ki pa ne sme bistveno odstopati od izračunane. Ta možnost za nastavitve širine zobnika daje konstruktorju dodatno možnost, da preveri različne variante in občutljivost parametrov zobniškega para na kriterije konstruiranja. Rezultati druge faze so predstavljeni v spodnjem delu okna za zobnik 1 in zobnik 2 ločeno (*slika 1*, označen z modrim črkanim pravokotnikom). V primeru, da je katerikoli od kriterijev – temperatura zobnika ali kontaktna temperatura ( $T_{fu}, T_{fl}$ ), korenska napetost ( $\sigma_f$ ), bočni tlak ( $\sigma_n$ ), obraba ( $W_m$ ) ali deformacija ( $\lambda$ ) – zunaj dovoljenih

**OptiTooth 11.0 - Multi-criteria optimization of polymer gears**

**Input data**

Mediana razdelja  $a$  [mm]: 50  
 Prestavno razmerje  $i$  [/]: 4  
 Moment  $T$  [Nm] na: vstopu | izstopu | 0,5  
 Hitrost  $n$  [1/min] na: vstopu | izstopu | 2400  
 Temperatura okolice [°C]: 30  
 Min. število zob  $z$  [1]: 10 > 9  
 Širina zobnika  $b$  [mm]: 5  
 Število obratov  $N$  [1/s]: 10 x10<sup>6</sup>  
 Width step: 1  
 Chlji:  Odprto  Delno odprto  Zaprt  
 Mazanje:  Količe olje  Oljna meglica  Mast  Suho  
 Material zobnika 1: POM  
 Material zobnika 2: PA66  
 Maksimal. število zob  $z$  [1]: 30  
 Širina zobnika  $b$  [mm]: 25  
 Nastavitve dodatnih parametrov

**Start menu**

Izvoz rezultatov preračuna | Izvoz parametrov preračuna  
 Uvoz rezultatov preračuna | Uvoz parametrov preračuna

**Variiranje geometrije**

Naslov preračuna: Pogon kolo V2.3  
 Preračun s podano širino zobnika

Chlji: Open | Mazanje: Dry

$z_1$ [1]	$z_2$ [1]	$i$ [/]	$m$ [mm]	$b$ [mm]	$\beta$ [°]	$d_1$ [mm]	$d_2$ [mm]	$x_1$ [mm]	$x_2$ [mm]	$s_{fn1}$ [mm]	$s_{fn2}$ [mm]	$\epsilon_{total}$ [1]	Več kriterijski [1]
20	80	4	1	5.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	4.317
20	60	4	1	6.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	3.250
20	80	4	1	7.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.624
20	80	4	1	8.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.279
20	80	4	1	9.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.092
20	80	4	1	10.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.044
20	80	4	1	11.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.090
20	80	4	1	12.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.178
20	80	4	1	13.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.313
20	80	4	1	14.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.491
20	80	4	1	15.0	0.0	20.000	80.000	0.221	-0.221	0.608	0.819	1.64	2.695

**Rezultat prve faze**

Podrjitev preračuna |  $b$ : 30 |  $s_f$ : 1.6 |  $s_n$ : 1.25

**Kriteriji za optimizacijo:**

Temp. zobnika |  Kontak. Temp. |  Korenska napetost |  Bočne napetost |  Obraba zoba |  Deformacija zoba |  Stroški zobnika |  Volumen zobnika | Več kriterijski model VKM

**Zobnik 1**

$T_{fu}$ : 47 |  $T_{fl}$ : 103 |  $\sigma_f$ : 15.69 |  $\sigma_h$ : 24.59 |  $W_m$ : 0.023 |  $\lambda$ : 0.036 | C: 1.608 | V: 3.8013 VKM | 1.95575  
 $T_{fmax}$ : 60 |  $T_{flmax}$ : 75 |  $\sigma_{fmax}$ : 33 |  $\sigma_{hmax}$ : 45 |  $W_{max}$ : 0.2 |  $\lambda_{max}$ : 0.05 | C<sub>max</sub>: 20 | V<sub>max</sub>: 5  
 $T_{fup}$ : 90 |  $\sigma_{fp}$ : 45.5 |  $\sigma_{hp}$ : 0 |  $W_{0.2m}$ : 0.15 |  $\lambda_m$ : 0.07 | (0.01 €) | (cm<sup>3</sup>)

**Zobnik 2**

$T_{fu}$ : 34 |  $T_{fl}$ : 48 |  $\sigma_f$ : 14.92 |  $\sigma_h$ : 24.59 |  $W_m$ : 0.006 |  $\lambda$ : 0.036 | C: 23.87 | V: 52.8102 VKM | 3.31042  
 $T_{fmax}$ : 75 |  $T_{flmax}$ : 90 |  $\sigma_{fmax}$ : 24 |  $\sigma_{hmax}$ : 50 |  $W_{max}$ : 0.2 |  $\lambda_{max}$ : 0.05 | C<sub>max</sub>: 20 | V<sub>max</sub>: 60  
 $T_{fup}$ : 80 |  $\sigma_{fp}$ : 39.8 |  $\sigma_{hp}$ : 0 |  $W_{0.2m}$ : 0.15 |  $\lambda_m$ : 0.07 | (0.01 €) | (cm<sup>3</sup>)

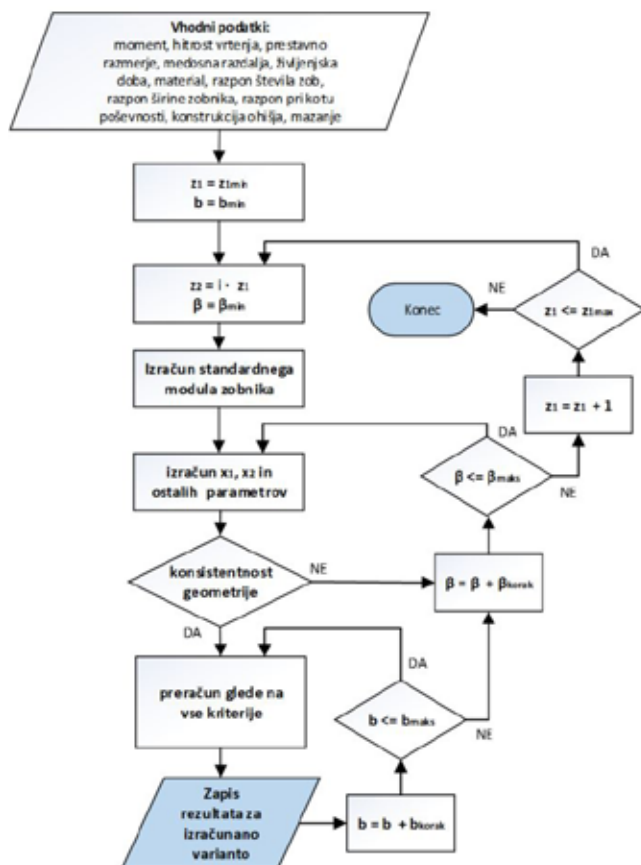
**Rezultat druge faze**

Naslov in komentarji k preračunu | Izvoz poročila

*Slika 1*: Glavni uporabniški vmesnik za računalniški program OptiTooth. Za izbrano izvedbeno različico para zobnikov se izvede podroben preračun. Kritične vrednosti so označene z rdečo barvo. Znotraj vmesnika sta direktno izvedeni prvi dve fazi postopka, tretjo fazo pa predstavlja prilagojen izpis poročila končnih rezultatov.

meja, je podatek predstavljen in označen z rdečo barvo. Uporabnik lahko vklopi ali izklopi katerikoli kriterij. V primeru, da je izbrani kriterij vklopljen, je ta v večkriterijskem modelu upoštevan v skladu z enačbo 1. Uporabnik ima tudi možnost nastavitve največje še sprejemljive vrednosti kriterijev glede na znane podatke o materialu in posebne zahteve aplikacije (v srednji vrstici:  $T_{fmax}$ ,  $T_{flmax}$ ,  $\sigma_{fmax}$ ,  $\sigma_{hmax}$  ... itd.).

Na koncu ima uporabnik možnost izvoza poročila za izbrano varianto polimerne zobniške dvojice. Podrobno poročilo zajema vse vhodne podatke – obratovalne parametre, geometrijske podatke in podrobnosti izračuna (PDF datoteka na treh straneh). Pri tem ima uporabnik možnost poročilo opremiti z ustreznim naslovom in dodatnimi komentarji. To predstavlja tretjo fazo preračuna. Pregled nad vplivom parametrov zobniškega para pri zasnovi zobnikov na različne konstrukcijske kriterije je glavna prednost predstavljenega računalniškega programa. Konstruktor pogona ima učinkovito orodje za optimiranje zasnove zobnikov uravnoteženo znotraj postavljenih omejitev. Pomemben predpogoj za izvedbo optimizacijskega postopka je poznavanje tehničnih karakteristik materialov, kot so: koeficient trenja, koeficient obrabe, trdnost materiala v odvisnosti od temperature in števila obremenitvenih ciklov.



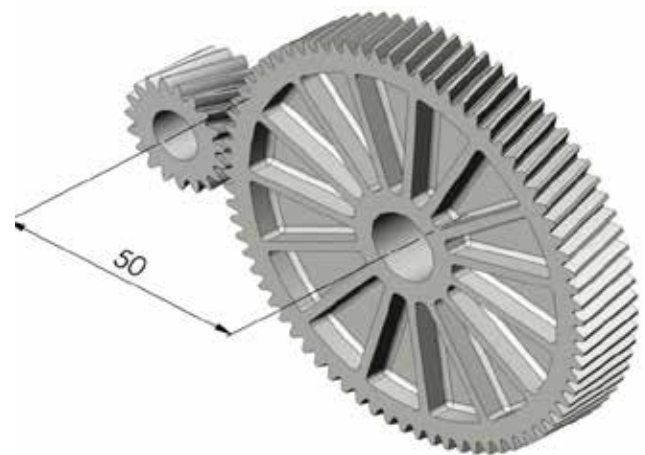
**Slika 2 :** Diagram poteka algoritma variacije geometrije zobniške dvojice

Na *sliki 2* je predstavljen algoritem variacije geometrije zobniške dvojice, ki je osnova za optimizacijski postopek v prvi fazi preračuna. Geometrija zobnika je izračunana s pomočjo notranjih zank glede na vhodne podatke in območje variacije (število zob, kot poševnosti, širina zobnika). Normalni modul se izračuna glede na stopnjo obremenitve, značilnosti materiala, predlagano število zob in relativno širino zobnika, kot je določeno v VDI 2736 [4]. V postopku variacije se uporabi naslednji večji standardni normalni modul. Preverjanje konsistentnosti geometrije vključuje izračun za potrditev prilaganja predlagane geometrije zahtevani medosni razdalji (*slika 2*). Glede na območje variacije se določijo število zob, širina zobnika in kot poševnosti. Rezultati izračuna posamezne variante so predstavljeni, tudi če nekateri kriteriji niso izpolnjeni. Ko se išče optimalna zasnova, mora razvijalec zobniške dvojice imeti pregled nad celotno sliko, tudi različice zasnov zobnikov, ki glede na določeno varnost delno presegajo zahteve. Z različnimi vrstami izboljšav lahko ravno take variante zobniških parov vodijo do optimalne rešitve.

#### 4 Primer uporabe večkriterijske optimizacije

Zahteve glede zasnove aplikacije so vhodni podatki za optimizacijo zobniške dvojice. Predpostavlja se, da so robni pogoji za pogon medosna razdalja, moč, hitrosti vrtenja, prestavno razmerje in stroški zobniškega para. V postopku optimizacije je treba navesti material obeh zobnikov in podrobno geometrijo zobnikov. Postopek optimizacije je natančneje predstavljen v 3. odseku.

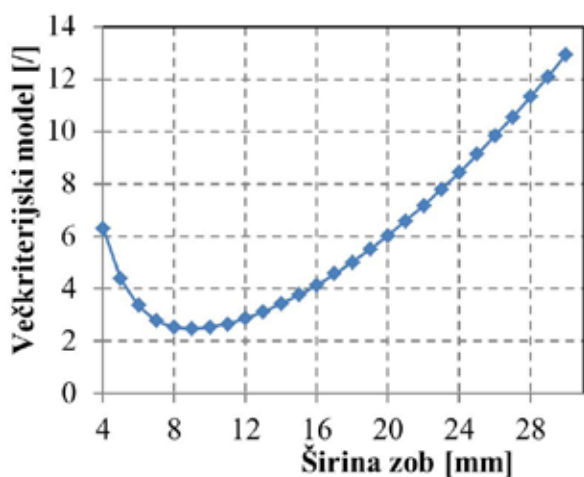
Primer geometrije in prestavnega razmerja je vzet iz pogona e-kolesa (*slika 3*). Parametri zobniškega para: medosna razdalja  $\alpha = 50$  mm, vhodni moment  $T_d = 0,5$  Nm, hitrost vrtenja  $n = 2400$  1/min, prestavno razmerje  $i = 4$ , število obremenitev  $N_L = 10^7$  in stroški (0,30 €) za mali zobnik.



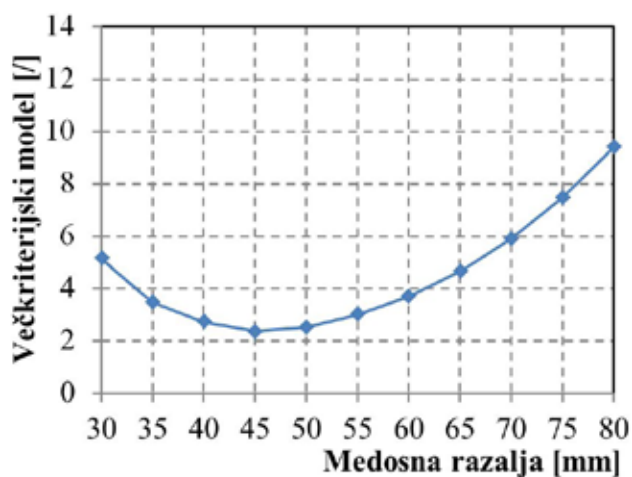
**Slika 3 :** Zobniški par, uporabljen kot primer za postopek optimizacije:  $\alpha = 50$  mm,  $i = 4$ ,  $T_d = 0,5$  Nm,  $n = 2400$  1/min.

Optimizacijo smo začeli s tribološko kompatibilnim parom osnovnih materialov POM/PA66. Pri tem je bil pogonski zobnik izdelan iz POM, gnani iz PA 66. Označevanje materialov pogonskega in gnanega zobnika bo v celotnem prispevku navajano po ključu pogonski/gnani. V naslednjih korakih smo preverjali, ali lahko dobimo manjše dimenzije zobnikov z uporabo visoko zmogljivih polimerov in kombinacije jeklo/polimer. Po algoritmu variacije geometrije, predstavljenim na *sliki 2*, je bila širina zobnika ( $b$ ) v območju med 4 in 30 mm, število zob ( $z$ ) je bilo med 11 in 50 in kot poševnosti  $\beta$  je bil med 0 in 40°. Rezultat VKM glede na širino zobnika je predstavljen na *sliki 4a*. Razvidno je, da je optimalna širina zobnika med 8 in 10 mm. Velikost modula in premik zobnega profila ( $x_1, x_2$ ) sta določena glede na število zob in konstrukcijske omejitve (medosna razdalja).

Iz rezultatov preračuna je lepo vidna možnost optimizacije, saj ima krivulja vrednosti VKM minimum pri širini zob 9 mm in pri medosni razdalji 45 mm. Prav ta dva parametra dokazujeta pomembnost numeričnega pristopa pri optimiranju. Rezultat numeričnega optimiranja je potrebno zaokrožiti na standardne vrednosti, ki so povzete po geometrijski vrsti ali zaokrožene na celo število (npr. modul zob). Večkriterijski model je bil dodatno preverjen glede na medosno razdaljo za parametre zobnika ( $b = 10$  mm; modul  $m = 1$  mm). Na *sliki 4b* je razvidno, da je optimalni večkriterijski model za par materialov POM/PA66 pri medosni razdalji  $\alpha = 45$  mm. Večkriterijski model je povzetek vseh kriterijev, kot je določeno v enačbi (1). Na *sliki 5* je prikazano, kako se obraba zmanjšuje, če se širina zobnika povečuje; kritičen je pogonski zobnik (pastorek). Na drugi strani se

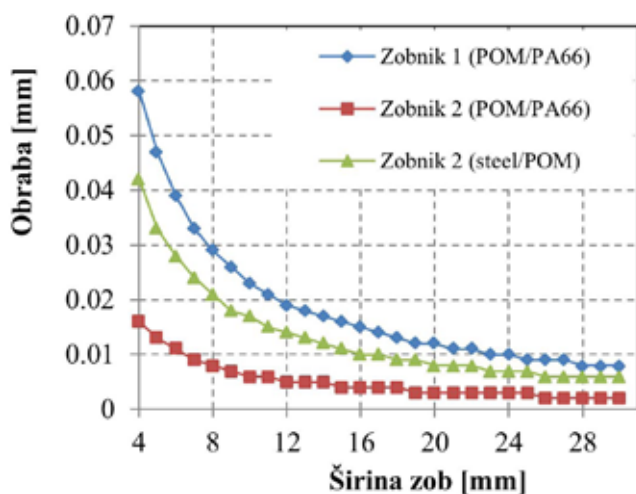


(a)

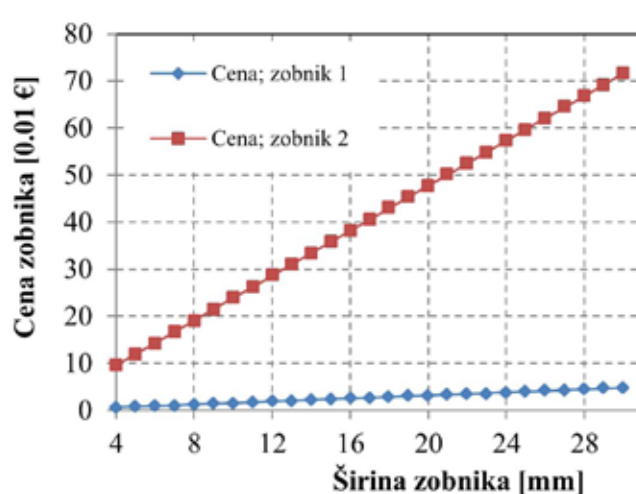


(b)

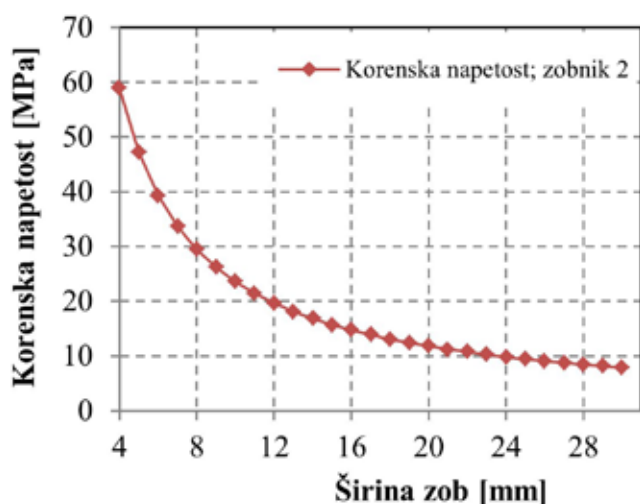
**Slika 4 :** Vrednosti VKM glede na (a) širino zobnika in (b) medosno razdaljo;  $m = 1$  mm;  $T_d = 0,5$  Nm;  $n = 2400$  1/min;  $i = 4$ ; par POM/PA66. Podatki so izračunani v OptiTooth.



**Slika 5 :** Obraba glede na širino zobnika za POM/PA66 in za zobniški par materialov jeklo/POM. Parametri zobniškega para:  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 80$ ,  $m = 1$  mm,  $N_L = 10^7$ ;  $T_d = 0,5$  Nm. Preračun izveden v OptiTooth.



**Slika 6 :** Prispevek širine zobnika k stroškom zobnika. Parametri zobnikov:  $\alpha = 50$  mm;  $i = 4$ ;  $T_d = 0,5$  Nm;  $n = 2400$  1/min; par POM/PA66. Podatki so izračunani v OptiTooth.

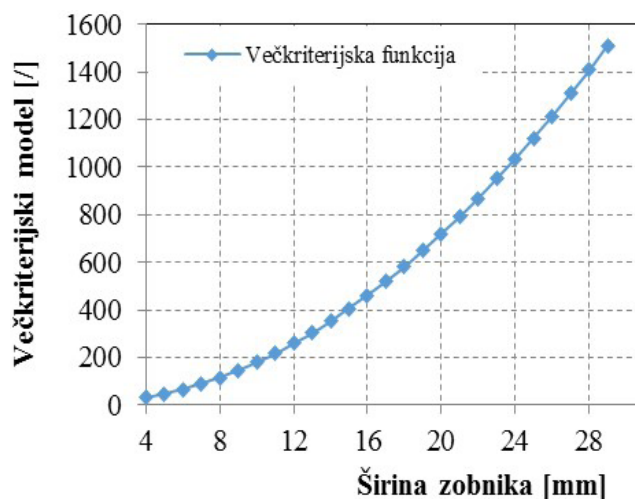


**Slika 7** : Širina zobnika glede na napetosti v korenu. Parametri zobnikov:  $\alpha = 40$  mm;  $i = 4$ ;  $T_d = 0,5$  Nm;  $m = 1$  mm,  $N_L = 10^7$ ; par jeklo/POM. Podatki so izračunani v OptiTooth.

prostornina in stroški linearno povečujejo s širino zobnika. Prevladujoč prispevek pri stroških ima tukaj gnani zobnik (slika 6). Logičen zaključek je, da se za pogonski zobnik mora uporabiti visoko zmogljiv material za uravnoteženo obremenitev obeh zobnikov.

Začetne zahteve pri zasnovi pogonskega sklopa že lahko vsebujejo zahtevo za medosno razdaljo. Drugi cilj, ki ga običajno zasledujemo pri konstruiranju, je, da je zobniški pogon čim bolj kompakten. Če je pogonski zobnik namesto iz polimera izdelan iz jekla, praviloma postane šibka točka gnani zobnik. V tem primeru lahko medosno razdaljo zmanjšamo s 50 na 40 mm, vendar je zaradi napetosti v korenu gnanega zobnika priporočljivo, da širina zobniške dvojice ostane  $b = 10$  mm (slika 7). Jekleni pastorek je zaradi stroškov izdelave v takšni konfiguraciji dražji od gnanega zobnika, izdelanega iz POM s postopkom injekcijskega brizganja.

Če za gnani zobnik uporabimo visoko zmogljiv material, kot je PEEK, se lahko prostornina dodatno zmanjša; pri medosni razdalji  $\alpha = 40$  mm lahko širino zobnika zmanjšamo z 10 mm na 5 mm ali celo 4 mm. Vendar nam zaradi visokih stroškov materiala PEEK večkriterijska funkcija na sliki 8 ne daje več značilnega funkcijskega minimuma, ampak se pojavi stalna progresija. Če ciljni stroški ostanejo pri  $C_{\max} = 0,30$  €, kot je v kombinaciji materialov POM/PA66, potem je stroškovni kriterij tako prevladujoč, da večkriterijska funkcija vedno narašča s širino zobnika (s prostornino). V takem primeru je potrebno ciljni strošek postaviti na realno vrednost ali pa vsak kriterij obravnavamo ločeno.



**Slika 8** : Večkriterijski model glede na širino zobnika, če prevladujejo stroški. Zobniški par:  $\alpha = 40$  mm;  $i = 4$ ;  $T_d = 0,5$  Nm;  $m = 0,8$  mm;  $C_{\max} = 0,30$  €; materialni par jeklo/PEEK. Podatki so izračunani v OptiTooth.

## 5 Diskusija

Tabela 1 dopolnjuje potrebne korektivne ukrepe z opisom splošnejših konstrukcijskih pravil in s smernicami za zasnovo polimernih zobnikov. Pravila temeljijo na izkušnjah avtorjev, zbranih pri večletnem testiranju polimernih zobnikov, izvajanju aplikativnih projektov in pregledu literature [2, 3, 5, 8-12].

### 5.1 Omejitev opravljene raziskave

Optimizacijski algoritem in izračun kriterijev temeljita na modelih, opredeljenih v VDI 2736 [4]. Ker predlagane smernice izvirajo iz modelov za kovinske zobnike, se v primeru polimernih zobnikov pojavi nekaj pomanjkljivosti. Korenska napetost, izračunana z modelom VDI 2736, je izrazito višja kot pri izračunu z metodo končnih elementov (MKE). Dejanska korenska trdnost polimernih zobnikov z večjim številom zob in nižjim modulom elastičnosti je višja, kakor je določeno po modelu z VDI 2736, ki ne upošteva deformacije zaradi obremenitve in s tem povečane stopnje prekrivanja [22]. Dodatna varnost, vgrajena v modelu po VDI 2736, zmanjšuje možnost kvalitetnega optimiranja geometrije zobnikov. Ugotavljamo, da navedene prepoznane razlike ne vplivajo na uporabnost predlaganega modela za večkriterijsko optimizacijo. Z dopolnitvami določenih računskih modelov po VDI 2736 se lahko priporočilo nadgradi. V primeru, da zasnova zobnikov temelji na karakteristikah materialov, ki so pridobljene s testnimi zobniki s podobno geometrijo in obratovalnimi parametri kot v aplikaciji, je vpliv napake v modelu VDI 2736 za preračun zobniške dvojice zmanjšan. Za grobo opredelitev geometrije in idejno zasnovu je predložena metoda po VDI 2736 primerna. Dopolnitev preračuna z uporabo

Tabela 1 : Smernice za zasnovno polimernih zobnikov

Tehnična zahteva pri zobniškem pogonu	Smernice za konstruiranje
Kompaktna oblika pogona	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Uporaba ojačanih/visoko zmogljivih materialov z izboljšanimi mehanskimi lastnostmi – zlasti za manjši zobnik v paru</li> <li>▶ uporaba jekla (kovine) za manjši zobnik,</li> <li>▶ izboljšana geometrijska kakovost zobnikov [12], prehod na drugo tehnologijo izdelave,</li> <li>▶ nadzor nad konicami obremenitev in optimizacija volumna,</li> <li>▶ uporaba koncepta porazdelitve moči na več zobniških dvojic (npr. uporaba planetnega gonila).</li> </ul>
Običajna življenjska doba ( $N_L < 5$ milijonov obremenitvenih ciklov)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Uporaba ojačanih polimerov [9],</li> <li>▶ izvedba natančnega preračuna za določanje realnih parametrov obratovanja.</li> </ul>
Dolga življenjska doba ( $N_L > 10$ milijonov obremenitvenih ciklov) zmanjšana obraba	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Pred uporabo ojačanih polimerov (kompozitov) preveriti dinamično trdnost materiala (osnovni polimeri so lahko boljši in cenejši od ojačanih) [9],</li> <li>▶ mazanje (zagotavljanje obratovanja pri nižji temperaturi in večja obrabna obstojnost),</li> <li>▶ preveriti koeficient obrabe in tribološko združljivost zobniškega para,</li> <li>▶ kakovostno izdelani zobniki – geometrijska natančnost, prehod na drugo tehnologijo izdelave,</li> <li>▶ mazanje z oljem namesto z mastjo.</li> </ul>
Nižji stroški	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Uporaba osnovnih polimernih materialov, ki se proizvajajo masovno,</li> <li>▶ optimizacija velikosti zobnikov (natančen preračun).</li> </ul>
Pogon z nizkim nivojem hrupa	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Uporaba poševnih zobnikov (celotna stopnja prekrivanja <math>&gt; 2</math>),</li> <li>▶ v verigi zobnikov naj bodo izključno pari kovina-polimer ali polimer-polimer,</li> <li>▶ izboljšati kakovost zobnikov (kakovostna stopnja Q9 ali boljša),</li> <li>▶ napaka pri prenosu naj bo čim manjša [13],</li> <li>▶ ustrezno določeno posnetje vrha zoba [10].</li> </ul>
Robustno gonilo	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Nadzor konic pri obremenitvah in nadzor nad temperaturo zobnika,</li> <li>▶ uporaba polimerov z nizkim koeficientom trenja (notranje mazivo) [9],</li> <li>▶ uporaba maziv, da se zmanjša trenje, ki generira višjo temperaturo,</li> <li>▶ uporaba materialov z dobrim odvajanjem toplote (steklena vlakna) ali brizganje s polimernega ozobja na kovinsko telo,</li> <li>▶ uporaba polimerov, ki so odporni na višjo temperaturo,</li> <li>▶ mazanje z oljem; olje zmanjšuje trenje in odvaja toploto,</li> <li>▶ večja medosna razdalja in večji zobniki,</li> <li>▶ polimerni zobniki, kombinirani s kovinskim zobnikom,</li> <li>▶ uporaba visoko zmogljivih polimerov.</li> </ul>
Robustno gonilo, specifični pristopi	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Asimetrični polimerni zobniki [14],</li> <li>▶ uporaba S-profila zob [15–18],</li> <li>▶ uporaba filmskih nanosov za boljše mazanje [19],</li> <li>▶ zobniki z različno širino po višini zoba [20],</li> <li>▶ jekleni vložki v polimernem zobniku za boljše hlajenje [21].</li> </ul>

MKE je primerna za potrditev rezultatov preračuna za izbrano varianto.

### Karakterizacija materialnih podatkov

Optimizacijski model temelji na tehničnih karakteristikah materiala. Podatki o materialu, ki jih na tehničnih listih dajejo na razpolago proizvajalci, praviloma ne omogočajo preračuna in večkriterijske optimizacije polimernih zobnikov. Tabela 2 določa parametre materialnega para, ki so potrebni pri optimiranju zobniške dvojice. Na osnovi ustaljenega postopka izvajamo pri razvoju polimernih zobniških parov po grobem izhodiščnem izračunu testiranje,

ki lahko traja več mesecev. Za zanesljivo primerjavo med različnimi polimernimi materiali je potreben konsistenten standardiziran postopek izvajanja testov.

V zadnjih desetletjih je bilo preizkušenih in analiziranih več polimernih materialov, vendar zelo pogosto na specifičen način, ki so ga raziskovalci prilagajali njihovim ciljem. Zato rezultatov ni mogoče primerjati in uporabiti v postopku optimizacije. Večina znanstvenih preizkusov trajnosti traja le do nekaj milijonov obremenitvenih ciklov in s specifičnim raziskovalnim poudarkom. Rezultatov ni mogoče uporabiti za aplikacije, kjer je potrebnih več kot 10

Tabela 2 : Zahtevane lastnosti polimernega materiala za natančno optimizacijo

Karakteristike materiala	Vrsta testa	Komentar
Modul elastičnosti $E(\vartheta)$ [MPa]	Univerzalni trgalni stroj s temperaturno komoro	Podatki za modul elastičnosti morajo določiti njegovo odvisnost od temperature oz. prehodne snovne točke.
Dinamična trdnost $\sigma_F(\vartheta, N_L)$ [MPa]	Test na preizkuševališču za zobnike v paru z jeklenim zobnikom ali poseben dinamični preizkus, ki omogoča ciklično obremenjevanje pri kontrolirani temperaturi	Dinamična trdnost v odvisnosti od števila obremenitev in temperature.
Bočna trdnost $\sigma_H(\vartheta, N_L)$ [MPa]	Test na preizkuševališču za zobnike, tek v olju	Test v olju je potreben, sicer prej nastanejo druge oblike poškodb.
Koeficient trenja* $\mu$ [ / ]	Test na preizkuševališču za zobnike + meritev temperature ali test z valji (Twin-disc)	Koeficient trenja ni lastnost posameznega materiala, temveč para materialov.
Koeficient obrabe* $k_w$ [ $10^{-6}$ mm <sup>3</sup> / Nm]	Test na preizkuševališču za zobnike + meritev obrabe ali test z valji (Twin-disc) – druga varianta	Koeficient obrabe ni lastnost posameznega materiala, temveč para materialov.
Koeficient prevoda toplote	Test za določanje linearnega koeficienta prenosa toplote kot tudi koeficienta prenosa toplote v prostoru	Bistveno za določitev dejanske temperature v ubirni točki in samem telesu.

\* Če aplikacija deluje v ekstremnih pogojih, je treba koeficienta trenja in obrabe izmeriti pri takih ekstremnih temperaturah in drugih pogojih.

milijonov obremenitvenih ciklov. Korak naprej je bil narejen v 4. delu smernice VDI 2736, kjer so določeni geometrija testnih zobnikov in preizkusni pogoji. VDI 2736 predlaga preizkuse s pogonskim jeklenim zobnikom in gnanim polimernim zobnikom. Takšni preizkusi so potrebni, ker je kombinacija manjših kovinskih zobnikov in polimernih zobnikov pogosta rešitev v aplikacijah. Po drugi strani za optimizacijo zobniških parov polimer/polimer pridobljene informacije iz takšnega testa niso dovolj. Koeficient trenja in faktor obrabe sta lastnosti para materialov in ne enega samega materiala [9]. Poleg mehanskih lastnosti iz *tabele 2* obstajajo nekatere dodatne značilnosti, potrebne za optimizacijo zobnikov, kot je koeficient prenosa toplote po temperaturnem modelu VDI 2736. Za nove materialne pare je potrebna karakterizacija parametra v VDI-enačbi na podlagi zobniških testov.

## 6 Zaključki

Glavni prispevek raziskave je večkriterijski model, ki omogoča izvedbo postopka optimizacije polimernih zobniških parov. Postopek numerične optimizacije zasnove zobnikov temelji na variaciji konstrukcijskih parametrov polimernih zobnikov in hkratnem upoštevanju kriterijev napetosti v korenu, na bokih, temperature zobnika, obrabe, deformacije zob, stroškov in prostornine pri posamezni izvedenki. Bistveno pri numerični optimizaciji je, da

uporabljamo standardizirane vrednosti parametrov, ki so splošno uporabljene v inženirski praksi. Avtorji so razvili računalniški program OptiTooth, ki omogoča uporabniku prijazno izvajanje optimizacijskih iteracij. Konstrukter ima sistematičen pregled nad različnimi možnostmi in občutljivostjo posameznih kriterijev na konstrukcijske parametre zobnikov. Poleg tega so bili postavljeni smernice in pravila za zasnovo polimernih zobnikov, ki znatno pospešijo izbiro pravih konstrukcijskih parametrov med postopkom optimizacije.

Model za večkriterijsko optimizacijo polimernih zobnikov je dodatno predstavljen na primeru uporabe. Demonstracija vključuje začetne konstrukcijske zahteve za zobniško dvojico in več diagramov, ki predstavljajo, kako spreminjanje konstrukcijskih parametrov vpliva na različne kriterije. Primer vsebuje tudi varianto z jeklenim pogonskim zobnikom in gnanim zobnikom iz visoko zmogljivega polimera PEEK. Nujni predpogoj za predstavljeni model optimizacije zobnikov je razpolaganje s tehničnimi karakteristikami uporabljenih materialov. Če koeficient trenja ali koeficient obrabe za določen par polimernih materialov ni na voljo, podrobne napovedi trajnosti ni mogoče izvesti. Zato so raziskovalne dejavnosti laboratorija LECAD trenutno osredotočene na sistematično preizkušanje obetavnih polimernih materialnih parov in zbiranje specifičnih materialnih karakteristik, ki so potrebne za izvedbo dimenzioniranja zobnikov in večkriterijske optimizacije.



## Reference

- [1] S. Senthilvelan, R. Gnanamoorthy, Damage Mechanisms in Injection Molded Unreinforced, Glass and Carbon Reinforced Nylon 66 Spur Gears, *Appl. Compos. Mater.* 11 (2004) 377–397. <https://doi.org/10.1023/B:ACMA.0000045313.47841.4e>.
- [2] P. K. Singh, Siddhartha, A. K. Singh, An investigation on the thermal and wear behavior of polymer based spur gears, *Tribol. Int.* 118 (2018) 264–272. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2017.10.007>.
- [3] B. Černe, M. Petkovšek, J. Duhovnik, J. Tavčar, Thermo-mechanical modeling of polymer spur gears with experimental validation using high-speed infrared thermography, *Mech. Mach. Theory.* 146 (2020) 103734. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.103734>.
- [4] VDI 2736: Blatt 2, Thermoplastische Zahnräder, Stirngetriebe, Tragfähigkeitsberechnung. VDI Richtlinien, (2014).
- [5] J. Tavčar, B. Černe, J. Duhovnik, D. Zorko, A multicriteria function for polymer gear design optimization, *J. Comput. Des. Eng.* (2021). <https://doi.org/10.1093/jcde/qwaa097>.
- [6] J. Tavčar, J. Kos, D. Zorko, J. Duhovnik, A multi-criteria polymer gears design optimisation procedure, in: *Proc. 3rd Int. Conf. High Perform. Plast. Gears 2019, Garching/Munich, Germany, 2019*: pp. 1473–1484.
- [7] B. Černe, Napovedni model za določitev termomehanskega stanja valjastih polimernih zobnikov med obratovanjem, Doktorsko delo, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, 2020.
- [8] A. Pogačnik, J. Tavčar, An accelerated multilevel test and design procedure for polymer gears, *Mater. Des.* 1980–2015. 65 (2015) 961–973. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.10.016>.
- [9] J. TAVČAR, G. GRKMAN, J. DUHOVNIK, Accelerated lifetime testing of reinforced polymer gears, *J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf.* 12 (2018) JAMDSM0006–JAMDSM0006. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2018jamdsm0006>.
- [10] D. Zorko, S. Kulovec, J. Duhovnik, J. Tavčar, Durability and design parameters of a Steel/PEEK gear pair, *Mech. Mach. Theory.* 140 (2019) 825–846. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.07.001>.
- [11] D. Zorko, I. Demšar, J. Tavčar, An investigation on the potential of bio-based polymers for use in polymer gear transmissions, *Polym. Test.* (2020) 106994. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2020.106994>.
- [12] B. Cerne, D. Zorko, J. Duhovnik, J. Tavcar, R. Zavbi, Flash Temperature Analysis Method for Polymer Gears With Consideration of Deviations in Meshing Kinematics, in: *IDETC-CIE2019, Volume 10: 2019 International Power Transmission and Gearing Conference, 2019*. <https://doi.org/10.1115/DETC2019-97824>.
- [13] P. K. Meuleman, D. Walton, K. D. Dearn, D. J. Weale, I. Driessen, Minimization of transmission errors in highly loaded plastic gear trains, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.* 221 (2007) 1117–1129. <https://doi.org/10.1243/09544062JMES439>.
- [14] A. Karthik Pandian, S. S. Gautam, S. Senthilvelan, Experimental and numerical investigation of the bending fatigue performance of symmetric and asymmetric polymer gears, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J. Mater. Des. Appl.* 234 (2020) 819–834. <https://doi.org/10.1177/1464420720909486>.
- [15] D. Zorko, S. Kulovec, J. Tavčar, J. Duhovnik, Different teeth profile shapes of polymer gears and comparison of their performance, *J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf.* 11 (2017) JAMDSM0083–JAMDSM0083. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2017jamdsm0083>.
- [16] J. Duhovnik, D. Zorko, L. Sedej, The effect of the teeth profile shape on polymer gear pair properties, *Teh. Vjesn. - Tech. Gaz.* 23 (2016). <https://doi.org/10.17559/TV-20151028072528>.
- [17] D. Zorko, B. Černe, J. Duhovnik, R. Žavbi, J. Tavčar, Conversion Model for the Design of Steel and Polymer S-Gears, in: *IDETC-CIE2019, Volume 10: 2019 International Power Transmission and Gearing Conference, 2019*. <https://doi.org/10.1115/DETC2019-97817>.
- [18] D. Zorko, Konstruiranje in preračun polimernih zobnikov z S ozobjem, Doktorsko delo, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, 2019.
- [19] K. D. Dearn, T. J. Hoskins, L. Andrei, D. Walton, Lubrication Regimes in High-Performance Polymer Spur Gears, *Adv. Tribol.* 2013 (2013) 1–9. <https://doi.org/10.1155/2013/987251>.
- [20] H. Düzcükoğlu, PA 66 spur gear durability improvement with tooth width modification, *Mater. Des.* 30 (2009) 1060–1067. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2008.06.037>.
- [21] C. H. Kim, Durability improvement method for plastic spur gears, *Tribol. Int.* 39 (2006) 1454–1461. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2006.01.020>.
- [22] C. Hasl, H. Liu, P. Oster, T. Tobie, K. Stahl, Forschungsstelle fuer Zahnraeder und Getriebbau (Gear Research Centre), Method for calculating the tooth root stress of plastic spur gears meshing with steel gears under consideration of deflection-induced load sharing, *Mech. Mach. Theory.* 111 (2017) 152–163. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.01.015>.

## Multicriteria optimisation model for polymer gears

### Abstract:

The design of polymer gears is a demanding process due to the multitude of interconnected material, geometric and operational parameters, which together form a very complex system for analytical treatment. Polymer gears fail due to various forms of damage mechanisms such as wear, breakage due to fatigue, damage caused by elevated temperature, and flank damage due to pitting. The type of damage mechanism that will occur during gear running depends on the operating conditions. At high torque loads, the gear pair will e.g. be damaged due to excessive temperature load, at lower load due to wear, in case of lubrication the tooth breakage will in general occur due to fatigue of the material. Due to the wide range of mechanical properties, thermal characteristics and tribological conditions, the failure behaviour of polymer gears is very diverse. The main contribution of this article is a multi-criteria model that allows simultaneous consideration of different criteria such as: root and flank stress, gear temperature at the root, temperature in tooth contact, wear, deformation, cost and volume. The optimization model is presented on a test case of a selected helical gear pair. The authors developed a multi-criteria model into the computer program OptiTooth intended for the calculation and optimization of cylindrical gears. In the first step, the algorithm allows to vary the geometry according to different criteria: number of teeth ( $z_1$ ,  $z_2$ ), gear width ( $b$ ), helix angle ( $\beta$ ) and normal modulus ( $m_n$ ). Subsequently, the engineer has an overview of a large number of possible solutions and also of the influence of various design parameters on the target criteria and the overall value of the multicriteria function. In a few computational iterations and changes in design parameters, the optimized geometry of the gear pair can be obtained.

### Keywords:

polymer gears, failure type, wear, temperature, multi-criteria function

### Zahvala

Raziskavo je delno financiral projekt MAPgears (projekt sofinancirata Republika Slovenija in Evropska unija v okviru Evropskega sklada za regionalni razvoj, pogodba št. C3330-18-952014), delno pa Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije (pogodba št. 630-33 / 2019-1).

## Projekt 'Razvoj centralnega pogona za e-bike' prejemnik ZLATEGA NACIONALNEGA PRIZNANJA ZA INOVACIJE GZS

Raziskovalci laboratorija LeCAD so prispevali k razvoju pogonskega sistema z ohišjem



Vodilni partner: Partnerji na projektu:

**DOMEL**

PODKRIŽNIK

**Emsiso**

### Storitve LeCADa za industrijo:

- svetovanje in ekspertna podpora pri razvoju izdelkov,
- razvoj izdelkov na ključ,
- podatkovna analitika pri razvoju izdelkov,
- napredne numerične simulacije,
- testiranje polimernih zobnikov,
- aplikacije superračunalništva.

**LeCAD**