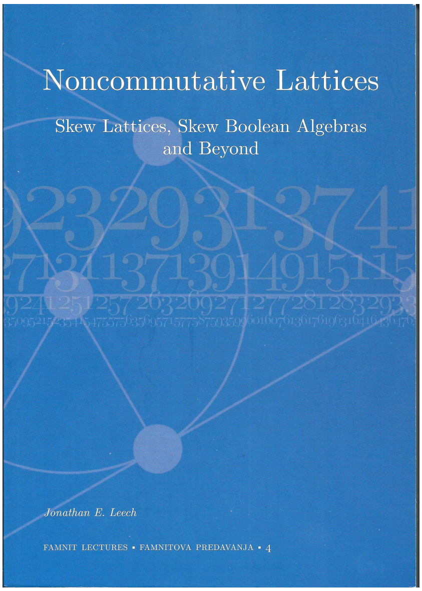
Knjiga ponuja pregled razvoja na področju analize omrežij, natančneje na področju razvrščanja in bločnega modeliranja omrežij. Na enem mestu so združena dognanja, torej metode, pristopi in algoritmi, ki so se več desetletij razvijala tako na področju matematike, fizike, računalništva in sociologije ter omogočajo vpogled v strukturo omrežij in razumevanje procesov, ki omrežja oblikujejo in spreminjajo. Pregled obstoječega znanja in najodmevnejših dosežkov je prikazan s pomočjo bibliometrične analize znanstvenih del s področja razvrščanja v omrežjih. Na enostaven način, podkrepljeni s primeri in slikami, so prikazani različni pristopi in algoritmi pri razvrščanju v omrežjih (npr. hierarhično razvrščanje, metoda voditeljev, bločno modeliranje . . .) ter nova dognanja v odkrivanju skupnosti, bločnem modeliranju omrežij z vrednostmi na povezavah, bločnem modeliranju predznačenih omrežij, tretmajih za manjkajoče podatke v omrežjih ter stohastičnem bločnem modeliranju.

Anja Žnidaršič

J. E. Leech, Noncommutative Lattices, Skew Lattices, Skew Boolean Algebras and Beyond, Slovensko društvo za diskretno in uporabno matematiko in Založba Univerze na Primorskem, 2021, 284 strani.



Predstavljamo četrto knjigo zbirke *Famnitova predavanja*. Naslov v slovenščini bi se glasil: *Nekomutativne mreže: poševne mreže, poševne Boolove algebre in onkraj.* Knjiga je prosto dostopna na povezavi `www.hippocampus.si/-ISBN/978-961-293-028-8/mobile/-index.html`.

Mreže kot urejenostne oziroma algebrske strukture srečamo v učnih načrtih univerzitetnih študijskih programov prve stopnje. V slovenščini najdemo mreže na primer v učbenikih I. Vidava (Algebra, 1972) in N. Prijatelja (Matematične strukture I (1964) in II (1967)).

Ponovimo najnujnejše o mrežah, kar najdemo v omenjenih knjigah, pa tudi v prvem poglavju knjige, ki jo predstavljamo. Mreža je definirana kot neprazna množica L, ki je opremljena z internima binarnima operacijama, označenima z znakoma $\vee$ in $\wedge$, za kateri veljajo določeni zakoni. Če sta a in b poljubna elementa v L, imenujemo $a \vee b$ unija (angl. join), $a \wedge b$ pa presek (angl. meet) elementov a in b. Potenčna množica dane množice S je eden od osnovnih primerov mreže, če vzamemo za operaciji unijo in presek podmnožic množice S. Iz tega izvirajo tudi ustrezni izrazi in oznake. Namesto uveljavljenih znakov $\vee$ in $\wedge$ najdemo v knjigah I. Vidava in N. Prijatelja znaka $\cup$ in $\cap$.

Za operaciji $\vee$ in $\wedge$ veljajo zakoni idempotentnosti ($a \vee a = a$, $a \wedge a = a$), komutativnosti ($a \vee b = b \vee a$, $a \wedge b = b \wedge a$), asociativnosti ($(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$, $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$) in absorpcije ($a \vee (a \wedge b) = a$, $a \wedge (a \vee b) = a$). Zakona idempotentnosti sta sicer logični posledici zakonov absorpcije, vendar ju vedno navajamo na prvem mestu, ker ju ohranimo pri nekomutativnih mrežah. Zakoni so dualni, kar pomeni, da se kot celota nič ne spremenijo, če v njih med seboj zamenjamo znaka $\vee$ in $\wedge$. Posledično to velja v teoriji mrež za vsako trditev, ki je izpeljana iz navedenih zakonov.

Neprazna množica L, ki jo delno ureja relacija $\leq$ in v kateri ima vsak par elementov a, b za to relacijo natančno zgornjo mejo $\sup\{a, b\}$ in natančno spodnjo mejo $\inf\{a, b\}$, je mreža. Obe definiciji sta logično ekvivalentni. Množica L, ki jo delno ureja relacija $\leq$ in v kateri ima vsaka podmnožica za to relacijo natančno zgornjo in spodnjo mejo, je polna mreža. Mreže, ki imajo še kakšno dodatno lastnost, imajo posebna imena. Poznamo na primer modularne, distributivne in Boolove mreže. Vsaka distributivna mreža je modularna.

Knjiga obravnava nekomutativne mreže. Omenjene zakone komutativnosti in absorpcije nadomesti s kakšnimi drugimi zakoni. Preprost primer nekomutativne mreže je množica L idempotentnih elementov nekomutativnega kolobarja, kadar je L zaprta za operaciji $\vee$ in $\wedge$, ki sta definirani s predpisoma $a \vee b = a + b - a \cdot b$ in $a \wedge b = a \cdot b$. Pri tem je $\cdot$ znak za množenje v kolobarju. Element a kolobarja je idempotenten, če velja $a^2 = a \cdot a = a$. Za operaciji $\vee$ in $\wedge$ lahko hitro ugotovimo, da zanju veljajo zakoni idempotentnosti, asociativnosti in absorpcije, zakona komutativnosti pa ne. Pač pa v L veljata zakona $(b \vee a) \wedge a = a$ in $(b \wedge a) \vee a = a$. To pa je dovolj dobra motivacija, zakaj študirati nekomutativne mreže. Opisana množica L je poseben primer tako imenovane poševne mreže. Velik del knjige obravnava ravno poševne mreže.

Glede na to, s kakšnimi zakoni nadomestimo komutativnostna in absorpcijska zakona običajne komutativne mreže, dobimo različne vrste nekomutativnih mrež. Vselej so zakoni v dualnih parih. Tako na primer z zakonoma $a \wedge (b \vee a \vee b) \wedge a = a$ in $a \vee (b \wedge a \wedge b) \vee a = a$ dobimo kvazimreže, z zakoni $a \wedge (a \vee b \vee a) = a$, $a \vee (a \wedge b \wedge a) = a$, $(a \vee b \vee a) \wedge a = a$ in $(a \wedge b \wedge a) \vee a = a$ pa paramreže.

Pričujoča knjiga ima sedem poglavij, ki pretežno pokrivajo poševne mreže, kvazimreže in paramreže, poševne mreže idempotentnih elementov v kolobarjih in poševne Boolove algebre. Prva štiri poglavja so srčika knjige, zadnja tri pa obravnavajo bolj specializirane teme o poševnih mrežah, poševnih mrežah v kolobarjih in poševnih Boolovih algebrah.

Vsebina je lepo strukturirana. Izreki, leme, trditve, posledice, težji dokazi in komentarji, vključno z zgodovinskimi, si sledijo v logičnem zaporedju. Knjiga je opremljena, kjer je potrebno, s pripadajočimi diagrami in razpredelnicami. Na koncu vsakega poglavja so navedeni ustrezni pomembni viri, na koncu knjige pa še seznam objav po abecednem vrstnem redu avtorjev, ki so največ pripomogli k razvoju teorije nekomutativnih mrež.

Z velikim zadovoljstvom je treba pripomniti, da v knjigi pogosto srečujemo iz slovenske matematične šole več imen oseb, ki so znatno prispevale k razvoju teorije nekomutativnih mrež.

Knjiga je prva znanstvena monografija, ki vsebuje glavne rezultate študija poševnih mrež. Namenjena je predvsem podiplomskim študentom kot osnovni učbenik, po njej pa bodo posegali tudi raziskovalci, specialisti, ki se zanimajo za nekomutativne algebre.

Avtor knjige je matematik Jonathan E. Leech. Diplomiral je na havajski univerzi, doktorat pa je dosegel na kalifornijski univerzi v Los Angelesu. Matematiko je predaval na več ameriških univerzah, bil pa je tudi gostujoči profesor na univerzah v Španiji, Braziliji in Avstraliji. V svoji akademski karieri je profesor Leech proučeval algebrske strukture, ki so povezane s polgrupami. Veliko svojega truda je namenil nekomutativnim mrežam, še posebej pa poševnim mrežam. Sam ali s soavtorji je objavil več člankov, ki so postali temelj sodobne teorije nekomutativnih mrež. S svojimi objavami in predavanji je vzpodbudil mnoge matematike, da so začeli raziskovati na tem področju.

Marko Razpet