



# Priprava bodočih učiteljev matematike na povezovanje znanj pri pouku matematike

*Preparation of future mathematics teachers for integration of knowledge at mathematical lessons*

## Σ Povzetek

Povezovanje znanj pri pouku matematike je lahko dragocena sestavina pouka matematike, ki pomaga osmišljati nekatere matematične vsebine, prispeva k poglobitvi konceptualnih znanj, spodbuja k bolj celostnemu pogledu na vsebine in dejavnosti pri pouku matematike ter ustvarja pogoje za razvoj procesnih znanj. Odnos do povezovanja znanj pri učiteljih je v določeni meri odvisen že od izhodiščnega razumevanja pomena le-teh ter osebnih stališč in izkušenj s tovrstnimi aktivnostmi, zato je pomembno, da se z njimi seznanijo že študenti, bodoči učitelji matematike. V prispevku poleg teoretičnih izhodišč povezovanja znanj predstavimo tudi nekatere načine priprave študentov na povezovanje znanj pri pouku matematike, ki jih izvajamo na Oddelku za matematiko in računalništvo na Fakulteti za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru.

**Ključne besede:** pouk matematike, povezovanje znanj, medpredmetne povezave, projektni dnevi

**Samo Repolusk,  
Fakulteta za  
naravoslovje in  
matematiko, Univerza v  
Mariboru**

## Σ Abstract

*Integrating knowledge within mathematics can be a valuable component of mathematical instruction that helps making sense of some mathematical content, contributes to a deepening of conceptual knowledge, encourages a more integrated (holistic) view of the content and activities in mathematics and creates*

*conditions for the development of some specific skills (eg. integrating knowledge, finding resources, generalising). Teachers' attitudes towards integration of knowledge depend on their basic understanding of the practice of integration, as well as their personal views and experiences with such activities, hence it is important to present the paradigm to students, future mathematics teachers. The paper presents some possible ways of preparing students for interdisciplinary approach to mathematics instruction at the Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Maribor.*

**Key words:** *mathematics instruction, integration of knowledge, interdisciplinary links, project days*

## α Uvod

Povezovanje znanj pri pouku matematike je eden izmed načinov celostnega (holističnega) pristopa k učenju in poučevanju. Zmožnost povezovanja matematičnih znanj znotraj matematike kot tudi različnih znanj med posameznimi disciplinami je sicer eden od splošnih ciljev pouka matematike in šolskega kurikula nasploh (prim. Žakelj et al., 2007), vendar je razvijanje te zmožnosti zahtevna naloga, saj zahteva tako od učitelja kot tudi od učencev široko in poglobljeno poznavanje obravnavanih konceptov, ob tem pa v prvi vrsti tudi poznavanje orodij in jezika, s katerim lahko pojave opisujemo. Prav zaradi tega moramo imeti na primarni in sekundarni stopnji izobraževanja realna pričakovanja o možnostih povezovanja znanj. Tako kot je za uspešno uporabo strategij in hevrstik pri reševanju problemov najprej potrebno poznavanje dovolj širokega nabora temeljnih pojmov, konceptov in postopkov (prim. Magajna, 2003), tako je za uspešno (razumljivo, učinkovito) povezovanje znanj potrebno najprej zelo dobro ali celo odlično poznavanje temeljnih pojmov, pojavov in orodij vsake discipline. Tega dejstva se lahko posebej za-

vemo ob v današnjem času hitro napredujočih znanosti (medicina, farmacija, genetika, teoretična fizika, ekologija, nanotehnologije, tehnologije učinkovite izrabe novih energetskih virov itd.), kjer ključne preboje v razumevanju pojavov in novih odkritjih omogoča šele tesno sodelovanje med strokovnjaki različnih znanstvenih področij, mnogi raziskovalci pa celo sami izkazujejo odličnost na več področjih hkrati.

V luči zavedanja zahtevnosti udejanjanja paradigme povezovalj znanj lahko trdimo, da se povezovanje znanj v šoli lahko najprej učinkovito uresničuje predvsem znotraj posameznih predmetnih področij, med sorodnimi ali različnimi predmeti pa predvsem na intuitivni ravni zavedanja medsebojne povezanosti orodij in pojavov, šele kasneje (z dovolj dobrim obvladovanjem kompleksnih orodij in jezika posameznih disciplin) pa tudi na ravni uporabe različnih znanj in kreativnega oblikovanja novih spoznanj. Kljub temu pa nas zahtevnost razvijanja zmožnosti povezovanja znanj ne sme odvrniti od iskanj in delovanja v tej smeri, saj je konec koncev to eden izmed načinov nekonvencionalnega in ustvarjalnega učenja, ki je lahko v tradicionalnem šolskem okolju tudi zanemarjeno.

## β Nekatera teoretična izhodišča povezovanja znanj

Odnos do povezovanja znanj je odvisen že od izhodiščnega razumevanja pomena le-teh ter osebnih stališč in izkušenj s tovrstnimi aktivnostmi, zato je smiselno, da z njimi seznamimo že študente, bodoče učitelje matematike. Kakšno dodano vrednost k pouku matematike lahko prispeva povezovanje znanj? Poglejmo nekatere vidike, kjer se lahko povezovanje znanj izkaže kot smiselno.

- **Osmišljanje matematičnih vsebin:** Učitelji se pri pouku pogosto srečamo z vprašanji »Kje bomo pa to rabili v življenju?« ali pa »Kje je to uporabno?«. Nanje lahko odreagiramo na različne načine: lahko jih preslišimo, lahko jih razberemo kot znak nespoštovanja in provokacije, lahko pa v njih uzremo iskrico bolj ali manj resno izražene mladostniške radovednosti, ki nas vabi k premisleku o smislu tega, kar počnemo. Katero pot bomo izbrali, je seveda odvisno od nas samih, a z načinom reagiranja si pri učencih oblikujemo strokovno in moralno podobo. V tem kontekstu je lahko povezovanje znanj z namenom osmišljanja obravnavanih vsebin odlična priložnost za potešitev mladostniške radovednosti in oblikovanje ustvarjalnega in spoštljivega vzdušja v razredu.
- **Poglobitev konceptualnih znanj:** Moč, lepota in globina nekaterih matematičnih konceptov včasih še posebej zasije v luči predstavitve uporabe teh konceptov na drugih predmetnih področjih (npr. pogled na fizikalne enačbe skozi oči matematičnih funkcij, uporaba vektorjev, odvoda, integrala, itd.), hkrati pa takšno povezovanje znanj omogoča prepoznavanje in posplošeno razumevanje neka-

terih lastnosti matematičnih objektov (npr. osvoboditev od fiksacije uporabe standardnih črkovnih oznak za spremenljivke v predpisih). Zgodovinsko gledano so se mnogi matematični objekti razvili z abstrahiranjem lastnosti in zvez na konkretnih objektih in procesih v naravi, v današnji šoli pa smo ta uvid v naravno nastajanje novega znanja izgubili, saj abstraktnih konceptov ne znamo prepoznati v konkretnem dogajanju okrog nas. Prav z umestitvijo matematičnih konceptov v njihovo izvorno okolje lahko poglobimo nekatera konceptualna znanja.

- **Razvijanje procesnih znanj:** Poleg usvajanja matematičnih vsebin pri pouku matematike razvijamo tudi procesna znanja, med katerimi so mnoga prenosljiva na ostala področja človekovega delovanja in so običajno trajnejša. Povezovanje znanj nam lahko pomaga razvijati nekatera procesna znanja, kot so zbiranje, urejanje, povezovanje, analiziranje, prikazovanje in kritično preverjanje podatkov in rezultatov, iskanje in uporaba virov, utemeljevanje, posploševanje, napovedovanje, učinkovita uporaba simbolnega jezika, modeliranje, logično sklepanje itd.
- **Celostni (holistični) pogled na vsebine in dejavnosti pri pouku:** Parcialni pristopi k stvarnosti (izraziteje od 19. stoletja z oblikovanjem ločenih znanstvenih disciplin) so človeštvu po eni strani omogočili silovit znanstveni razvoj in tehnični napredek, po drugi strani pa niso uspeli rešiti nekaterih temeljnih bivanjskih izzivov človeštva ali so celo ustvarili nove (izčrpavanje naravnih virov, lokalno in globalno uničevanje naravnega okolja, vzpodbujanje potrošništva ob nenehnem izumljanju novih izdelkov, uničujoče

vojaške tehnologije, tehnični odpadki, prekomerno naraščanje prebivalstva, zlorabe v genetiki ...). Ko na prehodu v 3. tisočletje izraziteje čutimo tudi negativne posledice ekonomskega in znanstvenega napredka zaradi omejenega parcialnega gledanja na stvarnost in odsotnosti etične komponente nosilcev razvoja, se pred ljudi in znanost postavlja izziv popravnege izpita. Reševanje ekološke problematike, izraba novih virov energije in skrb za kakovost bivanja zahtevajo vse večje povezovanje različnih znanosti, saj vse bolj spoznavamo, da le celostni pogled na stvarnost omogoča iskanje odgovorov na današnje izzive. Zavedanje, da je stvarnost ena, različni pa so pristopi k njej in vidiki njene obravnave (kar počnemo z delitvijo znanosti na znanstvene discipline), nam omogoča celosten pogled na razvoj novih spoznanj (npr. povezovanje biologije, kemije in etike v medicini, ali fizike, tehnike, matematike, geografije in biologije pri razvoju »zelenih tehnologij« izrabe naravnih virov) in hkrati zmanjša možnost, da spregledamo kakšno ključno razvojno komponento (tehnoški odpadki, etična vprašanja ...). Povezovanje znanj v šoli je zato naraven korak v smeri razmišljanja, ki ga bo moralo človeštvo ponotranjiti, če bo želelo živeti kakovostno in pravično, oziroma sploh preživeti.

V nadaljevanju bomo predstavili nekatere načine priprave študentov na povezovanje znanj pri pouku matematik, ki jih izvajamo na Oddelku za matematiko in računalništvo na Fakulteti za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru.

## γ Primeri priprave študentov na povezovanje znanj

Pri oblikovanju načinov priprave študentov na povezovanje znanj na naši fakulteti sem izhajal iz izkušenj lastne pedagoške prakse (pristopi, preizkušeni v razredu), ki sem jih v letih dela na fakulteti nadgrajeval z novimi teoretičnimi spoznanji in zgledi dobrih praks ostalih učiteljev in njihovih izobraževalcev.

Nekaj možnosti je na kratko predstavljenih v nadaljevanju:

- **Predstavitve teoretičnih osnov:** Če želimo, da študenti povezovanje znanj sprejmejo za naravno in smiselno, jim je treba predstaviti širši kontekst izgradnje znanja. Ta kontekst se oblikuje postopno preko predstavitev teorij učenja, kompetenc učiteljev matematike, kompetenc, ki jih razvijamo v šolskem prostoru in posebej matematične kompetence, taksonomije matematičnih znanj (npr. prirejena Gagnejeva taksonomija, ki jo uporabljamo pri pouku matematike), kot tudi obravnave umestitve znanja v današnji družbi.
- **Izdelava pisne priprave učne enote:** V uvodu vsake učne ure (motivacija, mobilizacija znanja) od študentov zahtevamo pripravljenost na vprašanje učencev »Kje pa je to uporabno?«. Ob tem naj najprej poudarimo, da nikakor nismo zagovorniki opravičevanja obravnave vsebin zaradi njihove »uporabne vrednosti«, še posebej zato, ker matematika ni zgolj ali predvsem aplikativna znanost, ampak tudi umetnost – umetnost človeškega uma. Tako kot se Leonardu da Vinci ni bilo treba nikomur opravičevati, zakaj je porabil dragoceni čas za ustvarjanje Zadnje večerje, ali pa se Enniu Morriconeju ni treba opravičevati za porabljeni čas skladanja

nepozabne Gabriel's Oboe, tako tudi matematikom ni treba vedno opravičevati aktivnosti, s katerimi matematika bogati človeški um. Kljub temu pa sodi k najbolj notranji potrebi človeškega uma, da želimo poznati pomen stvari. Če učenec želi odgovor, lahko to spoštujemo in morda celo ugotovimo, da je vprašanje zanimivo tudi za nas. Načinov, kako poiskati odgovor na takšno vprašanje, je veliko: poleg osebnih izkušenj v času šolanja in študija imamo danes skoraj neomejen vir informacij v knjigah in na svetovnem spletu, seveda pa tudi pomoč drugih učiteljev. Pri odgovorih na takšno vprašanje pride zmožnost povezovanja znanj posebej do izraza. Študente tudi vzpodbujamo, da se pri reševanju nalog ne izogibajo primerom, ki se navezujejo na druga predmetna področja. Kjer takšnih primerov v matematičnih knjigah ni, lahko za pomoč zaprosijo tudi kolege učitelje drugih predmetov.

- **Nasveti za odprto učenje in iskanje primerov povezovanja znanj v času študija:** Čas študija je lahko dobra priložnost, da študent po pridobljenih temeljih na primarni in sekundarni stopnji izobraževanja ta znanja nadgradi s primeri uporabe, ki jih sreča v času študija. Študente tako vzpodbujamo, da so pri predmetih, kot so fizika, numerične metode, matematično modeliranje ipd., posebej pozorni na zglede uporabe matematičnih konceptov, študenti dvopredmetnih smeri pa imajo poleg tega še možnost povezovanja znanj pri specifičnih predmetih druge stroke.
- **Učenje problemskih znanj:** Strategije in hevristike reševanja problemov so poseben primer problemskih znanj pri pouku matematike, ki sodijo med procesna zna-

nja. Razvijanje takšnih procesnih znanj je eden od načinov povezovanja znanj znotraj matematike. Študentom na zgledih osnovnošolske in srednješolske matematike predstavimo zglede uporabe strategij in hevristik reševanja matematičnih problemov (prim. Posamentier in Krulik, 1998).

- **Zgledi povezovanja znanj ob konkretnih matematičnih vsebinah:** Za študente je smiselno primere povezovanja znanj med matematiko in ostalimi predmeti prikazati tudi ob konkretnih matematičnih vsebinah. Tako s študenti skupaj predelamo nekatere vsebine, kjer lahko dobro prikazemo povezovanje znanj: obrestni račun (ekonomija), transformacije grafov funkcij (fizika, primeri matur oz. zunanjih preverjanj iz drugih držav z aplikativnimi zgledi), krivulje II. reda (fizika, astronomija), matematično modeliranje (različne discipline), vektorji (fizika), obdelava podatkov (računalništvo), ustni del poklicne mature pri matematiki (povezava matematike in strokovnega predmeta).
- **Projektna naloga ali portfolio:** Projektna naloga ali portfolio sta celoletni obveznosti študentov, ob kateri v miru premislijo specifične vsebine, s katerimi se bodo srečevali v neposredni učni praksi. Ta del študijskih obveznosti je najbolj avtentičen način učenja povezovanja znanj. V primeru izbire portfolia študenti izdelajo podrobne priprave učnih ur iz naslednjih sklopov: priprava tem za raziskovalne naloge pri matematiki, učenje z uporabo matematičnih računalniških programov ali e-gradiv, priprava ur z medpredmetnimi povezavami (naravoslovni predmeti, tehnika, geografija ...), preiskovanje/reševanje matematičnih problemov, izdelava

letnega načrta (koncepta) razrednih ur in podrobna priprava ene tematske ure. V vseh navedenih primerih morajo povezovati znanja tako znotraj matematike kot med različnimi predmeti. V primeru izbire projektne naloge pa študenti pripravijo podrobne priprave (do izvedbe natančno) za tri projektne dneve na temo medpredmetnih povezav. Vsak dan projektne tedna predvidoma obsega 6 ur, vključijo pa lahko tudi terenske vaje in strokovno ekskurzijo. V vsakem primeru učenci izdelajo podrobne učne priprave, delovne liste z rešitvami, opis potrebnih materialov in morebitnih stroškov (materiali, prevoz, vstopnine). Projektna naloga za medpredmetni projektni teden nastaja praviloma v timu (dva oz. največ trije študenti), kar omogoča pridobivanje izkušenj s timskim načrtovanjem. V vseh primerih dobijo študenti natančna navodila za delo, pri čemer se seznanijo tudi s citiranjem virov, pravili za pisanje matematičnih besedil, kot tudi z vsem ostalim, kar sodi k projektnemu delu.

Zadnji dve študijski leti smo izdelavo projektne naloge na temo medpredmetnih povezav vključili tudi v projekt Naravoslovne kompetence, katerega nosilka je Fakulteta za naravoslovje in matematiko Univerze v Ma-

riboru, pri čemer študenti v projektu sodelujejo prostovoljno, nastala gradiva pa ustrezajo tudi zahtevam projektne smernice (npr. vključevanje in opis naravoslovnih kompetenc, ki jih ob tem razvijamo ter natančnih navodil za učence in učitelje). Naša skromna želja je, da bi najboljša med temi gradivi lahko kdaj postala dostopna tudi učiteljem v obliki publikacije.

## δ Sklep

Naštete možnosti lahko predstavljajo prve korake bodočih učiteljev v zavestno povezovanje znanj pri pouku matematike. Učitelj, ki ponotranji zavest o smiselnosti povezovanja znanj in pridobi tudi konkretne pozitivne izkušnje takšnega povezovanja, bo to tudi veliko suvereneje vpeljeval v učno prakso, pri čemer mu iskanje povezav ne bo predstavljalo bremena, ampak intelektualni izziv v vseživljenjski strokovni rasti. Proces je sicer dolgotrajen in za kakšnega učitelja tudi naporen, a po lastni izkušnji odzivov učencev v razredu in osebnega zadovoljstva ob novih odkritjih odtehta vložen trud. In če nam na ta način uspe matematiko pri nekaterih učencih približati kot lepo in intelektualno izzivalno, smo naredili korak v dobri smeri.

### ε Viri in literatura

1. Magajna, Z. (2003). 'Problemi, problemsko znanje in problemski pristop pri pouku matematike'. *Matematika v šoli*, 10, str. 129-138.
2. Posamentier, A. S., Krulik, S. (1998). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions: A Resource for the Mathematics Teacher*. Thousand Oaks: Corwin Press.
3. Žakelj, A., Bon-Klajnšček, M., Jerman, M., Kmetič, S., Repolusk, S., Ruter, A. (2007). *Učni načrt, gimnazijski program – Matematika*. Ljubljana: ZRSŠ.