

Število π , obseg kroga in dan števila π

Inez Ceglar
Osnovna šola Vič, Ljubljana

Izveček

V članku je predstavljena obravnava vsebine Krog, natančnejše povezavo med številom π (pi) in obsegom kroga. Prestavi konkreten primer, kako lahko učenci na raziskovalen način spoznajo število π . V nadaljevanju članka sledi tudi predstavitev delavnic ob praznovanju dneva π . Članek zaključim z refleksijo učne ure in delavnic.

Ključne besede: krog, število π

Number π , Circumference of Circle, and Pi Day

Abstract

This article introduces the exploration of the circle, in particular the relationship between the number pi and the circumference of a circle. A concrete example of how students can learn about the number π in an exploratory manner is provided. Next, workshops in honour of Pi Day are presented. In conclusion, the author reflects on the lesson and the workshops.

Keywords: circle, number π

Uvod

Krog je prav poseben geometrijski lik in ima zato med njimi posebno mesto. Poznali so ga že v davnini. Dokaz zanj so arheologi našli v sledih prebivališč s krožnim tlorisom. Take vrste gradnja se je ohranila do danes, uporabljajo jo še nekatera plemena v Afriki.

Krog pa od nekdaj buri duhove tudi matematikom. Najbolj znana je problematika kvadrature kroga, ki raziskuje, ali je mogoče samo s šestilom in ravnilom konstruirati kvadrat, ki je ploščinsko enak krogu s polmerom 1. Matematiki so dokazali, da naloge ni mogoče rešiti. Pred dva tisoč leti si je Arhimed zamislil postopek, po katerem lahko izračunamo ploščino kroga s poljubno natančnostjo.

Zakaj lahko ploščino kroga izračunamo le s poljubno natančnostjo in kakšno povezavo ima ploščina s številom π , je lahko zanimiva tema za izvedbo učne ure (lahko tudi več ur), ki je malo drugačna od običajnih. V obilici vsebin, ki jih moramo učitelji predelati in z učenci utrditi, vedno znova zmanjkuje časa za drugačnost in eksperimentiranje. In če si kdaj v letni razporeditvi učne snovi za osmi razred privoščim učno uro izpeljati malo drugače, je to vsekakor v poglavju o krogu. Učno snov pa z učenci nadgradimo pri dodatnem pouku matematike, kjer z različnimi delavnicami praznujemo dan števila π .

Preverjanje predznanja

Učitelji matematike vedno preverimo predznanje, saj so matematični koncepti med seboj prepleteni in povezani, zato vsako

poglavje zahteva tudi določeno predznanje. Če se izkaže, da učenci nečesa ne znajo oziroma so pozabili, poskrbimo za to, da predznanje dopolnijo, saj brez dobrih temeljev enostavno ne gre. Za usvajanje novega znanja o krogu je nujno predznanje o osnovnih geometrijskih pojmi, povezanih s krogom in formule za ploščine in obsege geometrijskih likov, saj omenjeno poglavje vsebuje tudi obravnavo izračunov obsegov in ploščin sestavljenih geometrijskih likov.

Znanje sem preverila z naslednjimi dejavnostmi.

Preverjanje predznanja z uporabo igralnih kart

Učenci so se razdelili v pare. Vsak par je dobil komplet igralnih kart, na katerih so bili različni osnovni geometrijski pojmi, vezani na krog, in obrazci za računanje obsegov in ploščin osnovnih geometrijskih likov (priloga IGRALNE KARTE). Učenca sta karte dobro premešala in si jih razdelila. Če je kateri učenec dobil par (par je predstavljal opis pojma in ustrezna slika), ga je odložil na stran. Učenec, ki je imel v roki največ kart, je karte obrnil proti soigralcu tako da je ta lahko videl hrbtno stran kart. Vsak je izvlekel eno karto in preveril v svojem kupu kart, ali ima par. Če je imel par, je lahko obe karti odložil na mizo. Igra je potekala, dokler enem izmed igralcev ni ostala v roki samo ena karta, in sicer karta s simbolom števila π (pi). Ta igralec je igro tudi izgubil. Med igro sta se učenca lahko pogovarjala, sodelovala in preverjala pravilnost rešitev drug drugega ter podajala komentarje in usmeritve. Sama sem dogajanje opazovala. Na kocu igre smo

se z učenci še skupaj sprehodili skozi pojme, opisane na kartah. Za dodatno utrditev znanja so morali učenci za domačo nalogo napisati še definicije osnovnih geometrijskih pojmov, omenjenih na kartah, obrazce za izračun obsega in ploščine geometrijskih likov pa izpisati v tabelo, za katere obliko smo se skupaj dogovorili (Preglednica 1).

Preglednica 1: Obsegi in ploščine geometrijskih likov.

Lik	Skica z označenimi stranicami	Obseg	Ploščina
Pravokotnik			
Kvadrat			
Trikotnik			
Trapez			
Paralelogram			
Romb			
Deltoid			

Predstavitev poglavja in prav posebna domača naloga

Na začetku vsakega poglavja se z učenci pogovarjam, kaj se bomo v poglavju učili in kakšni bodo učni cilji in vsebine, ki jih bodo morali osvojiti (Preglednica 2). Poskusimo uzavestiti namene učenja naslednjih matematičnih ur.

Preglednica 2: Operativni cilji in vsebine.

Operativni cilji in vsebine	- Razumejo pomen števila π, - izračunajo obseg in ploščino kroga z uporabo obrazcev, - izračunajo dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka z uporabo obrazcev, - razumejo in uporabljajo dolžino krožnega loka kot del dolžine krožnice ter ploščino krožnega izseka kot del ploščine kroga, - rešijo besedilne naloge v povezavi s krogom (z računalom in brez njega).
------------------------------------	---

Sledilo pa je navodilo za prav posebno domačo nalogo, s pomočjo katere bodo naslednjo šolsko uro osvojili pojma števila π , obsega kroga in njune povezave. Doma so morali poiskati vsaj en lonc ali kozarec okrogle oblike. Zelo natančno so morali izmeriti njegov obseg in premer. Pogovorili smo se o različnih metodah merjenja obsega (šiviljski meter, nit, razni trakovi ...) in tudi premera. Nekateri učenci so se spomnili metode za iskanje središča kroga (simetrali dveh poljubnih tetiv se zmeraj sekata v središču kroga), ker bi na ta način lahko natančno narisali premer kroga in ga tudi izmerili. Sama sem jim svetovala, naj vzamejo večji lonc, ker bodo tako napake pri meritvah manjše.

Število π in obseg kroga

Morda najbolj znamenito matematično število nato skupaj z učenci in njihovimi meritvami spoznamo na raziskovalen način. Skupaj sestavimo spodnjo tabelo, kamor vpišemo meritve, ki so jih učenci naredili za domačo nalogo.

Preglednica 3: Število π in obseg kroga.

Ime	Obseg: o (cm)	Premer: d (cm)	
Maša	20	6,3	3,1746031746...
Martin	38	12	3,1666666666...
Kaja	47,5	15,3	3,1045751634...
Naja	76,5	23,5	3,2553191498...
Maj	67	15	4,4666666666...
Peter	78	24,5	3,1836734694...
Natalija	56,5	18	3,1388888888...
Bor	69	22	3,1363636363...
Sara	28	9	3,1111111111...

Sledi analiza vpisanih podatkov. Ker je poglavje, ki smo ga ravno obravnavali premo in obratno sorazmerje, učenci hitro opazijo, da ima krog z dvakrat, trikrat ... večjim premerom dvakrat, trikrat ... večji obseg. Torej sta obseg kroga in njegov premer premo sorazmerni količini. Učenci so predlagali računanje količnika med obsegom kroga in premerom kroga.

Zato je količnik med obsegom kroga o in premerom kroga d konstanten in za vse kroge enak. Pa je res? Zakaj iz naše tabele to ni čisto razvidno? Učenci ugotovijo, da so pri meritvah delali napake. Četudi so se še tako trudili natančno izmeriti obe količini, seveda ni šlo. Ugotovijo tudi, da je pravi količnik verjetno malo več kot 3 in verjetno ima neskončno decimalk. Nekateri učenci vedo, za ostale pojasnimo: količnik med obsegom kroga in premerom kroga je zanimivo število, ker ni niti celo število, niti ulomek, temveč število z neskončnim številom decimalk brez periodičnega zapisa. Drugače povedano deljenje $o : d$ se nikoli ne konča. Ta količnik je enak številu, ki ga zapišemo z grško črko π .

Kot zanimivost povem, da je danes znanih 31.415.926.535.897 decimalk tega števila. Pridobila jih je Emma Haruka Iwao, zaposlena pri Googlu, s pomočjo Googlovega računalnika v oblaku. To je najnatančnejša vrednost števila π . Pred tem je bilo znanih 22 bilijonov decimalk tega števila. To je torej skoraj devet bilijonov decimalk več ko je znašal prejšnji rekord, ki ga je novembra 2016 dosegel Peter Trueb. Število marsikoga zaposluje v prostem času, nekateri se učijo decimalke na pamet, drugi pa jih izračunavajo. Emma Haruka Iwao je nad številom navdušena že od malih nog in že razmišlja, da bi morda presegla lastni rekord in pridobila še kakšno decimalno mesto. Za izračun je potrebovala 170 terabajtov podatkov, 25 virtualnih računalnikov in 121 dni.

Seveda bosta za naše potrebe zadostovala dva približka 3,14 in $\frac{22}{7}$.

Obseg kroga

Dejstvo, da je količnik med obsegom kroga in premerom kroga konstanten, pa nas preko premisleka vodi tudi do obrazca za obseg kroga $o = \pi \cdot d$ oziroma če upoštevamo $d = 2r$ sledi $o = 2\pi r$. Poudarimo, da na ta način z uporabo približka izračunamo obseg kroga le približno.

Dan števila π

Dan števila π je praznik, s katerim vsako leto 14. marca obeležujemo matematično konstanto π (pi). V ameriškem formatu datumov je namreč 14. marec zapisan kot 3/14, kar so prve tri števke števila pi. Praznika so se spomnili navdušenci nad matematiko v Združenih državah Amerike, ki so začeli na ta dan prirejati proslave, na katerih jedo pite (po besedni igri, angleška beseda za pito – *pie* se izgovarja enako kot pi) in tekmujejo v pomnjenju števila pi. Praznovanje je razširjeno v glavnem na univerzah, posebej slovesno pa ga prirejajo v univerzitetnem mestu Princeton, kjer je dolgo časa prebival slavní fizik Albert Einstein, po naključju rojen prav na 14. marec. Iz ZDA se je potem praznovanje razširilo še drugam po svetu. V začetku marca prirejajo tekmovanje v pomnjenju števila π tudi na Fakulteti za matematiko in fiziko v Ljubljani.

Tudi sama sem z učenci pri dodatnem pouku organizirala dan števila π . Nismo ravno pekli pit, izmed dejavnosti sem izbrala tiste, ki so malo bolj izobraževalno naravnane in jih je lahko izvesti v razredu v okviru dodatnega pouka iz matematike.



Slika 1: Veriga decimalk števila π .

Tako kot število π so tudi papirne verige lahko neskončne ... v času dejavnosti, dolžini in zabavi. Z učenci smo naredili verigo iz barvnega papirja, pri čemer smo uporabili za vsako izmed 10 števil svojo barvo. Tako vsaka barva v verigi predstavlja eno število. Na primer: število ena je zelene barve, število 2 roza barve, število 3 vijoličaste barve ...

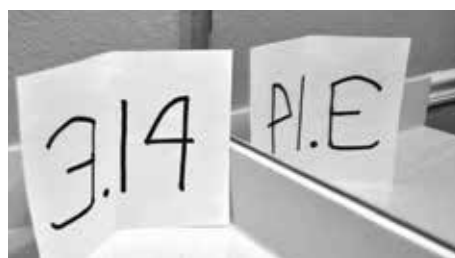


Slika 2: Silhueta π – nebotičnikov.

Število π smo tudi narisali. Učencem sem razdelila papir in barvice. S pomočjo bločnega diagrama so za vsako števko števila pi, od leve proti desni, narisali nebotičnik. Prvi nebotičnik je bil visok tri kvadratke oziroma tri centimetre, drugi nebotičnik en kvadrata oziroma centimeter, tretji nebotičnik štiri kvadratke oziroma štiri centimetre ... Končni izdelek je izgledal kot obris nebotičnikov kakšnega svetovnega velemera.

Tekmovanje v sestavljanju besed, ki se začnejo na pi

Učenci so dobili tudi tekmovalno nalogo. V treh minutah so se morali spomniti čim več besed, ki se začnejo na črki pi. Na primer: Pita, Pismo, Pica, Pingvin, Pivo, Pilates ... Pripravljeni, pozor, zdaj!



Slika 3: Skrivnost števila π .

V Združenih državah Amerike se število π izgovarja enako kot angleška beseda za pito – pie. Če število 3,14 napišemo na list papirja in pogledamo v ogledalo, dobimo ravno zapis pie, kar smo z učenci tudi preizkusili.

Z učenci smo natisnili zgornjo sestavljanjo (<https://teachbeside-me.com/printable-pi-puzzle-pi-day/>) in jo nalepili na karton. Če so učenci želeli, so jo najprej pobarvali. Nato smo jo razrezali na koščke in jih nato poskušali sestaviti skupaj, tako da smo si zapomnili decimalke števila π .



Slika 4: Sestavljanica.

Zaključek

Vsekakor so malo drugače izpeljane ure in dejavna udeležba učencev v njih nadgradnja storilnostno naravnega pouka tako za učitelja, še zlasti pa za učence. Že med poukom sem učence pridobila in vzpodbudila njihovo radovednost, saj so mi sami v naslednjih učnih urah pripovedovali o zanimivostih števila π , ki so jih sami izbrskali na spletu. Tudi dejavnosti pri dodatnem pouku iz matematike so bile zanje zanimive, v prihodnje so se nam pri podobnih delavnicah hoteli pridružiti tudi učenci, ki dodatnega pouka ne obiskujejo. Vsekakor je vreden razmislek, da bi omenjene delavnice razširila še s kakšno dejavnostjo in jih mogoče širši skupini učencev ponudila v obliki naravoslovnega dne.

Prav je, da učitelji delamo spremembe in poskušamo. To je mogoče le, če se tudi sami ves čas učimo, preizkušamo, načrtujemo in izvajamo nove dejavnosti in na koncu naredimo samorefleksijo ter sprejemamo povratne informacije. Vsak učitelj sam lahko najde nove poti in načine, kako pouk narediti zanimivejši in pritegniti učence, saj je le tako lahko uspešen pri poučevanju.

Viri

Strnad, M., Štuklek M., Kurillo D., Žakelj A. (2005). *Presečišče 8*. Ljubljana: DZS.

<https://www.delo.si/novice/znanoteh/znanih-31-bilijonov-cifer-stevila-pi-161007.html>, (dostop: 21. 4. 2020).

https://sl.wikipedia.org/wiki/Dan_pi (dostop: 21. 4. 2020)

Žakelj, A. idr. (2008). *UČNI načrt. Matematika*. [Elektronski vir]. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. (Dostopno na: http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2018/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf, marec 2022)