# O METU KROGLE IN METU KLADIVA

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 01.80+b

Gibanje izstrelka je priljubljen zgled v učbenikih fizike. Pogosto se z njim ukvarjajo fizikalne poučevalske revije. Članek opiše račune pri metu krogle in metu kladiva. Slednji je zanimiv zaradi uspeha Primoža Kozmusa. Izračuna delo zračnega upora in oceni zmanjšanje dometa zaradi njega. Nazadnje sledi poskusom, da bi pospeševalni del meta povezali s prostim delom in naredi nekaj ocen.

## ON SHOT PUT AND HAMMER THROW

Projectile motion is a popular example in physics textbooks. It is often discussed in physical educational journals. In the article some calculations are presented for shot put and hammer throw, the latter being particularly interesting due to the success of Primož Kozmus. The work of the air drag is calculated and its influence on the range is estimated. Finally, the trials are followed to connect the acceleration phase with the free motion phase giving some estimates.

Že v starih časih so tekmovali v metanju težkih predmetov. Iliada omenja, da so oblegovalci Troje tekmovali v metanju skale. Vojaki so v času, ko so bili topovski izstrelki kamnite krogle, metali topovske krogle. Iz tega se je postopno razvil *met krogle* (angleško shot put, suvanje izstrelka – topovske krogle). Za moške je bil met krogle olimpijska disciplina od prve olimpiade leta 1896. Za ženske je postal olimpijska disciplina leta 1948. Škoti, ki jim je angleški kralj med boji za osamosvojitev na koncu 13. stoletja prepovedal uporabo orožja, so si pomagali s kroglo na drogu. Tako orodje so uporabljali tudi na tekmovanjih na Škotskem višavju. Iz tega se je postopno razvil *met kladiva*. Prvič so ga za moške vključili na drugo olimpiado leta 1900. Za ženske so ga uvedli na olimpiadi leta 2000.

Pri obeh metih moški uporabljajo kroglo z maso 7,26 kg iz železa ali medenine s premerom od 11 do 13 cm, ženske pa kroglo z maso 4 kg s premerom od 9,5 do 11 cm. Pri kladivu je na kroglo pritrjena za moške do 1,215 m in za ženske do 1,195 m dolga jeklena žica. Na drugem krajišču žice je ročaj. Kladivo metalec meče z dvema rokama in lahko uporablja rokavice. Pri metu krogle mora uporabiti eno roko. Pri obeh metih metalec meče iz kroga s premerom 2,135 m, ki ga obdaja 10 cm visok lesen obroč. Metalec se ga lahko dotakne na notranji strani, ne sme se ga dotakniti na zgornji strani ali ga prestopiti, preden krogla pade na tla. Let krogle pri metu kladiva je mogoče primerjati z letom krogle pri metu krogle. Pri drugih dveh metih v lahki atletiki, metu diska in metu kopja, sta orodji precej drugačni. Drugače od metalca krogle, ki uporablja le roko, metalec kladiva uporabi obe roki in žico kot nekakšno napravo za dodatno pospešitev krogle. Najprej sta obe disciplini veljali za preizkus moči, potem so razvili načine, ki vključujejo hitrost in spretnost ter zahtevajo dobro časovno usklajenost.

| Svetovni rekordi | | | |
|---|---|---|---|
| **krogla** | | | |
| moški | Randy Barnes (ZDA) | 23,12 m | 1990 |
| ženske | Natalija Lisovskaja (Rusija) | 22,63 m | 1987 |
| **kladivo** | | | |
| moški | Jurij Sedih (Rusija) | 86,74 m | 1986 |
| ženske | Betty Heidler (Nemčija) | 79,42 m | 2011 |

Primož Kozmus je na olimpiadi v Pekingu leta 2008 z metom 82,05 m dosegel zlato kolajno.

Zanimivo je obdelati mehanične osnove metov [7, 9]. Opazujmo gibanje krogle, ko jo metalec spusti. Tedaj ima krogla *začetno hitrost* $V$ pod *začetnim kotom* $\beta$ proti vodoravnici in *začetno višino* $y_0$ nad tlemi. Krogla nato pada s pospeškom prostega padanja $g$ navpično navzdol. Najprej ne upoštevamo zračnega upora. Vodoravna komponenta hitrosti se ne spreminja $v_x = V\cos\beta$, navpična pa se zmanjšuje $v_y = V\sin\beta - gt$, če čas $t$ začnemo meriti v trenutku, ko krogla zapusti metalčevo roko. Tirnico krogle dobimo, ko iz enačbe $x = Vt\cos\beta$ izračunamo čas in ga vstavimo v enačbo $y = y_0 + Vt\sin\beta - \frac{1}{2}gt^2$:

$$y = y_0 + x\tan\beta - gx^2/(2V^2\cos^2\beta). \tag{1}$$

V enačbo je pripravno vpeljati brezenotski koordinati $\xi = gx/V^2$ in $\eta = gy/V^2$ ter $\eta_0 = gy_0/V^2$:

$$\eta = \eta_0 + \xi\tan\beta - \tfrac{1}{2}\xi^2/\cos^2\beta.$$

Z enačbo izračunamo *metno razdaljo*, to je razdaljo $x_0 = V^2\xi_0/g$, v kateri krogla zadene tla pri $y = \eta = 0$:

$$\xi_0^2 - \xi_0\sin 2\beta - 2\eta_0\cos^2\beta = 0. \tag{2}$$

Metna razdalja:

$$\xi_0 = \tfrac{1}{2}\sin 2\beta + \sqrt{\tfrac{1}{4}\sin^2 2\beta + 2\eta_0\cos^2\beta} \tag{3}$$

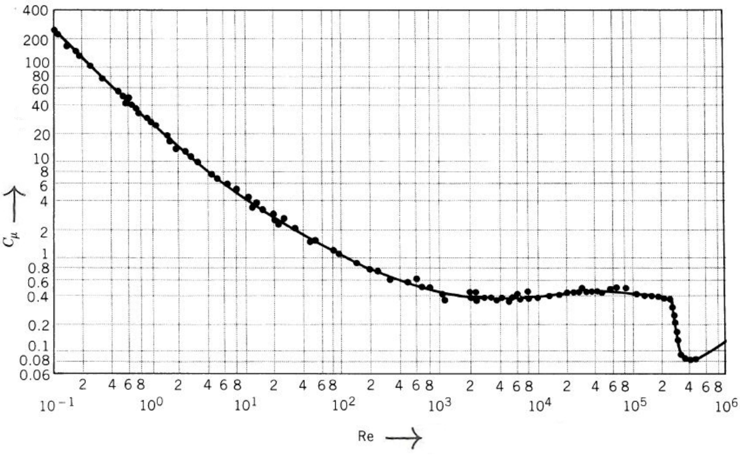
je odvisna od začetnega kota $\beta$. V splošnem krogla doseže tla po dveh tirnicah pri večjem in manjšem kotu $\beta$. Le pri *dometu* $x_{0m}$, ki mu ustreza $\xi_{0m}$, to je največji metni razdalji, je kot en sam: $\beta_0$. Nadomestimo $1/\cos^2\beta$ z $1+\tan^2\beta$ in v (1) prepoznamo kvadratno enačbo za $\tan\beta_0$ [2, 5]:

$$\tan^2\beta_0 - 2\tan\beta_0/\xi_0 - 2\eta_0/\xi_0^2 + 1 = 0.$$

Pri dometu je diskriminanta enaka nič: $(2/\xi_{0m})^2 = 4\cdot 1\cdot(1-2\eta_0/\xi_{0m}^2)$, tako da je:

$$\tan\beta_0 = 1/\xi_{0m}, \quad \tan^2\beta_0 = 1/(1+2\eta_0), \quad \xi_{0m}^2 = 1+2\eta_0. \tag{4}$$

Enak izid bi dobili, če bi izračunali odvod $d\xi/d\beta$, ga izenačili z 0 in rešili enačbo. Po enačbah (4) se zaradi začetne višine $\eta_0$ domet poveča.




**Slika 1.** Odvisnost koeficienta upora za gladko kroglo od Reynoldsovega števila [11]. Merili na obeh oseh sta logaritemski. Začetni premi del $c_u = 24/Re$ ustreza linearnemu zakonu upora.

Domet pa se zmanjša zaradi zračnega upora. Upor izračunamo s *kvadratnim zakonom* $F_u = \frac{1}{2}c_u\rho Sv^2$. Pri tem je $c_u$ *koeficient upora*, $\rho$ gostota zraka, $S$ čelni presek telesa in $v^2$ kvadrat velikosti hitrosti. Upor je odvisen od oblike telesa [10]. Za kroglo s polmerom $r$ meri čelni presek $S=\pi r^2$. Delo zračnega upora med letom je $A_u = \int \vec{F}_u\cdot d\vec{s} = -\int F_u ds$. Pri tem je $ds = vdt$ kratek odsek tirnice in ima upor nasprotno smer hitrosti. Kvadrat velikosti hitrosti se med metom le malo spremeni. Zanj vstavimo $v^2 = v_x^2+v_y^2$ in za odsek tirnice $ds = \sqrt{v_x^2+v_y^2}dt$. Dobljena izraza sestavimo v:

$$A_u = -\int F_u ds = \tfrac{1}{2}c_u\rho S\int(v_x^2+v_y^2)\sqrt{v_x^2+v_y^2}dt = \tfrac{1}{2}c_u\rho S\int(v_x^2+v_y^2)^{3/2}dt.$$

Izračunamo kvadrat velikosti hitrosti:

$$v_x^2 + v_y^2 = (V\cos\beta)^2 + (V\sin\beta - gt)^2 = V^2 - 2Vgt\sin\beta + g^2t^2 =$$
$$V^2(1 - 2\xi\tan\beta + \xi^2/\cos^2\beta).$$

Nazadnje smo $t$ nadomestili z $x$ in tega s $\xi$. To naredimo tudi z $dt = dx/(V\cos\beta) = (V/g)d\xi/\cos\beta$ in dobimo:

$$A_u = -\frac{c_u\rho SV^4}{2g\cos\beta}\int_0^{\sqrt{1+2\eta_0}}(1 - 2\xi\tan\beta + \xi^2/\cos^2\beta)^{3/2}d\xi = -\frac{c_u\rho SV^4}{2g\cos\beta}I(\eta_0). \tag{5}$$

Koeficient pred integralom in z njim absolutna vrednost dela zračnega upora izrazito narašča z začetno hitrostjo. Integral $I(\eta_0)$ in odvod $\partial I/\partial\eta_0$ izračunamo s programskim paketom za simbolično računanje *Mathematico* numerično, ne da bi uporabili kak približek. Pri začetni višini 0 dobimo $I(\eta_0 = 0) = 0,5544$ in $(\partial I/\partial\eta_0)_{\eta_0=0} = 0,3859$. Z integralom si pomagamo, ko računamo delo zračnega upora pri začetni višini 0, odvod pa pove, kako se to delo spreminja z začetno višino.

Najprej si ustvarimo pregled v prvem približku, v katerem ne upoštevamo začetne višine krogle $\eta_0 = 0$ in zračnega upora in je $\xi_{0m} = 1$ in $\beta_0 = 45°$. V tem približku je začetna hitrost $V^{(1)} = \sqrt{gx_0}$. Za navedene svetovne rekorde dobimo z $g = 9,81$ m/s$^2$ za $V^{(1)}$ pri moških za kroglo 15,06 m/s in za kladivo 29,17 m/s ter pri ženskah za kroglo 14,90 m/s in za kladivo 27,91 m/s. Rekordi so imenitni in jih pogosto navajajo, vendar so nastali v izjemno ugodnih okoliščinah. Večkrat je bolje uporabiti podatke, ki so jih dala podrobna merjenja, ali povprečja. Že na prvi pogled vidimo, koliko je pospešitev pri metu kladiva uspešnejša kot pri metu krogle. Razmerje začetnih kinetičnih energij, to je kvadratov začetnih hitrosti, pri metu kladiva in metu krogle pri moških doseže 3,75 in pri ženskah 3,51. Po tem in po rekordih tudi uvidimo, da so razmerje med masama krogel za moške in ženske izbrali premišljeno.

Začetna višina metno razdaljo poveča in metni kot zmanjša, približno:

$$\xi_{0m} = \sqrt{1+2\eta_0} \approx 1 + \eta_0 \quad \text{in} \quad \tan\beta_0 = 1/\sqrt{1+2\eta_0} \approx 1 - \eta_0$$
$$\text{in} \quad \beta_0 \approx \tfrac{1}{4}\pi - \tfrac{1}{2}\eta_0. \tag{6}$$

Prvo zvezo za $\xi_{0m}$ preprosto pojasnimo. V prvem približku krogla zapusti metalčevo roko pod kotom $\frac{1}{4}\pi$ in pod približno tem kotom pade na tla. Tako si na mestu padca krogle lahko zamislimo pravokotni trikotnik, katerega navpična kateta $y_0$ je enaka vodoravni kateti, za katero se podaljša metna razdalja $x_0$.

Pomnožimo enačbo $x_0 = V^2/g + y_0$ z $mg$. Zveza:

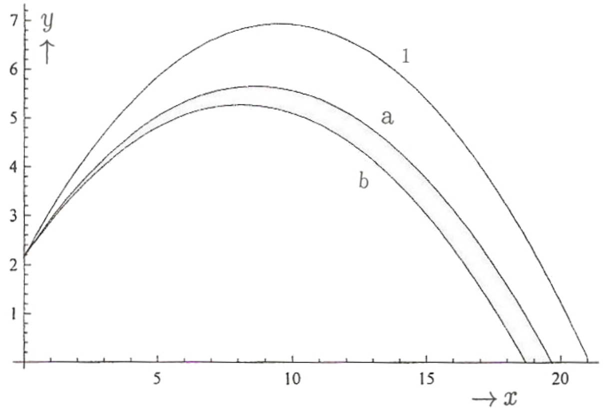
$$mgx_0 = mV^2 + mgy_0 = 2W_k + W_p \tag{7}$$

kaže, da je v prvem približku v tem pogledu za metalca dvakrat ugodneje, da delo vloži v kinetično energijo kot v potencialno. Pogosto za $y_0$ upoštevajo podatek 2,15 m. Začetni kot se zaradi tega zmanjša pri moških pri metu krogle za 2,7° in metu kladiva za 0,71° ter pri ženskah pri metu krogle za 3,1° in pri metu kladiva za 0,78°.

Pri uporu smo integral $I(\eta_0)$ izračunali, ne da bi se zatekli k približku. Pojavijo pa se druge negotovosti. Navadno vzamemo, da je koeficient upora konstanten in za kroglo meri nekaj več kot 0,4 [10]. Odvisnost koeficienta upora od Reynoldsovega števila $Re = 2r\rho v/\mu$ z viskoznostjo zraka $\mu$ pokaže, da je tako pri Reynoldsovih številih med $2 \cdot 10^3$ in $2 \cdot 10^5$ [3]. Pri nekoliko večjem Reynoldsovem številu kot $2,3 \cdot 10^5$ pa koeficient precej strmo pade na 0,1 (slika 1). Koeficient upora je odvisen še od hrapavosti, a pri metih lahko vzamemo kroglo za gladko. Reynoldsovo število je pri rekordih za moške pri metu krogle $1,20 \cdot 10^5$ in pri metu kladiva $2,33 \cdot 10^5$, pri ženskah pri metu krogle $1,20 \cdot 10^5$ in pri metu kladiva $2,23 \cdot 10^5$. Računali smo za temperaturo 20 °C z viskoznostjo zraka $1,802 \cdot 10^{-5}$ kg/(ms) in gostoto 1,205 kg/m$^3$ – najdemo tudi druge podatke – s premerom krogle 12 cm in s hitrostjo $V^{(1)}$. Predpisi dopuščajo premer krogle od 11 cm do 13 cm, zaradi česar je premer negotov na 18 % in presek na skoraj 40 %. Razmerje med absolutno vrednostjo dela upora in začetno kinetično energijo $|A_u|/W_k$ meri za moške pri metu krogle 0,0136 in pri metu kladiva 0,0511 ter za ženske pri metu krogle 0,0244 in metu kladiva 0,0848. Zaradi izrazite odvisnosti upora od hitrosti sta prispevka upora pri metu kladiva precej večja kot pri metu krogle. V prvem približku je domet sorazmeren s kinetično energijo: $\frac{1}{2}m{V^{(1)}}^2 = \frac{1}{2}mgx_0$. Po tej zvezi se zaradi zračnega upora domet zmanjša za moške pri metu krogle za 0,31 m in pri metu kladiva za 4,48 m ter za ženske pri metu krogle za 0,55 m in pri metu kladiva za 7,15 m. Medtem ko se zaradi začetne višine domet poveča, se zaradi zračnega upora zmanjša. Pri metu krogle učinek začetne višine prevlada nad učinkom zračnega upora, pri metu kladiva pa učinek zračnega upora nad učinkom začetne višine.

Prvi približek za odvisnost metne razdalje od začetne višine in zračnega upora bi lahko izboljšali z iteracijo. (Bolje je govoriti o metni razdalji kot o dometu, saj ni gotovo, da je pri dani velikosti začetne hitrosti izbrani začetni kot najugodnejši). Začetno hitrost bi pri metu krogle za malenkost zmanjšali in pri metu kladiva zvečali in ponovili račun ter se s ponavljanjem računa poskušali približati doseženim metnim razdaljam. Toda podatki, ki so jih dobili s podrobnejšim merjenjem na nekaterih pomembnih tekmovanjih, namigujejo, da bi pri metu krogle imelo tako računanje malo smisla. Za začetni kot pri metu krogle so dobili v povprečju 33,5° z velikim odstopanjem na obe strani [11]. Tolikšnega zmanjšanja začetnega kota na opisani način ne bi mogli pojasniti. Pri metu kladiva so za povprečni začetni kot dobili 41,5° in je odstopanje manjše.

Doslej smo obravnavali *prosti del meta*, ko se je krogla gibala le pod




**Slika 2.** Tirnice po enačbi (1) z $\beta_0 = \frac{1}{4}\pi$, $x_0 = 21,1$ m in $V = 13,7$ m/s (1), po (10a) z $\beta_0 = 38,8°$, $x_0 = 19,7$ m in $V = 13,2$ m/s (a) ter po (10b) pri $\beta_0 = 37,5°$, $x_0 = 18,7$ m in $V = 12,9$ m/s (b).

vplivom teže in zračnega upora. Nismo se ozirali na *pospeševalni del meta*, v katerem je na kroglo deloval še metalec. Pri tem smo privzeli, da so začetna hitrost, začetni kot in začetna višina neodvisni. To velja za prosti del meta, ne pa za pospeševalnega. V pospeševalnem delu je začetna višina povezana z začetnim kotom [6]:

$$y_0 = y_r + b \sin \beta, \tag{8}$$

če je $y_r$ višina metalčevih ramen in $b$ dolžina roke.

Izkušnje pri dviganju uteži v ležečem položaju (angleško: bench pressing) so pokazale, da je zaradi zgradbe človeškega telesa sila roke odvisna od kota proti osi telesa. Največja je, ko roka deluje pravokotno na os telesa. To upoštevamo pri metu krogle in privzamemo, da roka kroglo pospešuje z večjo silo v vodoravni smeri in z manjšo v navpični smeri. V pomanjkanju boljših podatkov si pomagamo s priročnim zasilnim modelom:

$$F = F_0 f(\beta) \quad \text{s} \quad f(\beta) = \tfrac{1}{3}(2 + \cos \beta). \tag{9}$$

$F_0$ bi bila sila v vodoravni smeri. Najprej privzamemo, da je kinetična energija, ki jo krogla pridobi na račun dela te sile, sorazmerna s silo, in nadomestimo:

$$V^2 \to V^2 f(\beta). \tag{10$a$}$$

Ali je morda bolje upoštevati, da se na račun dela roke poveča potencialna energija krogle in se za pospeševanje porabi manj dela, ter nadomestiti:

$$V^2 \to V^2 f(\beta) - 2gb \sin \beta? \tag{10$b$}$$

Pospeševalni del meta se nadaljuje v prostem delu in določa začetno hitrost $V$ in začetni kot $\beta$.

Pospeševalni del se pri metu kladiva močno razlikuje od pospeševalnega dela pri metu krogle. Najprej obravnavamo le met krogle. Pri njem v enačbi za metno razdaljo (3) upoštevamo za $y_0$ (8) ter $V^2$ nadomestimo z (10a) ali z (10b). Nova enačba za metno razdaljo je dokaj zapletena:

$$x_0 = (V^2/g)[(\cos\beta + 2)/3 - \delta \cdot 2(gb/V^2)\sin\beta]\cdot$$

$$\left[\frac{1}{2}\sin 2\beta + \sqrt{\frac{1}{4}\sin^2 2\beta + \frac{2\left(\frac{gy_r}{V^2} + \frac{gb}{V^2}\sin\beta\right)\cos^2\beta}{\frac{2+\cos\beta}{3} - \delta\frac{gy_r}{V^2}\sin\beta}}\right]. \tag{11}$$

Za primer (10a) vstavimo $\delta = 0$, za primer (10b) pa $\delta = 1$. Enačbe se lotimo z *Mathematico* s podatki $V = 13,7$ m/s, $y_r = 1,66$ m in $b = 0,8$ m [6]. Izračunamo odvod (11) po začetnem kotu $\beta$ in grafično (z risanjem krivulje na vse ožjih intervalih okoli ničle) poiščemo kot $\beta_0$, pri katerem je odvod enak 0. Za primer (10a) dobimo $\beta_0 = 0,6779 = 38,8°$, $x_0 = 19,7$ m in $V^{(2)} = 13,2$ m/s ter za primer (10b) $\beta_0 = 0,6543 = 37,49°$, $x_0 = 18,7$ m in $V^{(2)} = 12,9$ m/s (slika 2). Za večjo metno razdaljo mora pri tem načinu metanja metalec doseči večjo začetno hitrost. Izida kažeta v pravo smer in se dobro ujemata z izidi iz [6]. Vendar nastavkoma (10) ne kaže preveč zaupati. Boljše rezultate si je mogoče obetati po podrobnejših merjenjih. Na drugi strani veliki odmiki od povprečij pričajo, da vsak metalec meče po svoje in se tudi pri istem metalcu pojavijo razlike od meta do meta. Zaželeno bi bilo, da bi z računi podrobneje opisali posamične mete in metalcu pomagali, da izboljša svoj met.

Pospeševalni del pri metu kladiva bi zahteval posebno obravnavo. Metalec kroglo pospešuje s krožnim gibanjem. Primerjava z delovanjem pospeševalnika pa se ne zdi posrečena [1]. Pri enakomernem kroženju deluje na telo centripetalna sila proti središču krožnice. Metalec pospeši kroglo s tangentno komponento sile. Najprej metalec kladivo zaniha in s tem da krogli majhno hitrost. Potem jo zavihti najprej v vodoravni ravnini in med tremi do štirimi vrtljaji poveča nagib ravnine proti vodoravnici. Krogla odleti, ko metalec spusti držaj, v smeri tangente v navpični ravnini. Pri začetnem kotu $\beta$ 41,5° je v tistem trenutku tolikšen tudi kot med žico in navpičnico. To pomeni, da je začetna višina $y_0$ pri metu kladiva manjša kot pri metu krogle. Tik preden metalec orodje spusti, deluje na kroglo z radialno komponento sile, ki jo ocenimo z $mV^2/R$. Pri tem je $R$ skupna dolžina roke in žice, ki jo ocenimo na 2 m. Radialna komponenta doseže skoraj 3000 N, kar približno ustreza teži 300 kg. Po mnenju nekaterih ta sila omejuje hitrost in z njo metno razdaljo. Del začetne kinetične energije krogle, ki je odvisna od začetne hitrosti, se porabi za delo proti zračnemu uporu. Preden bi se zdelo smiselno podrobneje računati, pa bi kazalo razčistiti negotovost o koeficientu upora. Lahko, da v idealnih razmerah metalci kladiva dosežejo tolikšno začetno hitrost, da se koeficient upora zmanjša od 0,4 na 0,1 (slika 1). V tem primeru je upor štirikrat manjši in ga skoraj ni treba upoštevati.

Omenimo, da poznamo v športih še drugačno metanje, „preko podlakti“, na primer pri baseballu, ko je hitrost približno pravokotna na podlaket [4]. Kroglo mečejo z iztegnjeno roko, suvajo. „Met“ krogle smo uporabljali namesto „suvanja“ krogle zaradi podobnosti z „metom“ kladiva. Raziskali so tudi nekatere druge podrobnosti, na primer to, kako na metno razdaljo vpliva vrtenje Zemlje [8].

Kot zanimivost navedimo še IgNobelovo nagrado za fiziko za leto 2011. Od leta 1991 podeljujejo na univerzi Harvard IgNobelovo nagrado za deset najbolj nesmiselnih raziskovanj. Besedna igra kaže, da gre za šalo na račun Nobelove nagrade. Leta 2011 so IgNobelovo nagrado za fiziko dobili Nizozemci Philippe Perrin in sodelavci za članek *Vrtoglavost pri metalcih diska zaradi vrtenja je povezana z morsko boleznijo* [12]. V njem so opisali, zakaj metalci diska ob metu pogosto postanejo vrtoglavi, metalci kladiva pa ne. Metalci kladiva z nogami ostanejo na tleh, metalci diska pa poskočijo. Vrtenje lahko povzroči izgubo orientacije v prostoru in vrtoglavost, če zgubimo stik s tlemi.

## LITERATURA


[1] R. Allain, *How the hammer throw is like a particle accelerator*, `www.wired.com/playbook/2012/08/olympics-physics-hammer-throw/`.

[2] S. K. Bose, *Maximizing the range of the shot put without calculus*, Am. J. Phys. **51** (1983) 458–459; J. S. Thomsen, *Maxima and minima without calculus*, Am. J. Phys. **52** (1984) 881–883; M. Baće, S. Ilijić, Z. Narančić, *Maximizing the range of a projectile*, Eur. J. Phys. **23** (2002) 409–411.

[3] J. M. Cimbala, *Drag on spheres*, `www.mne.psu.edu/cimbala`.

[4] R. Cross, *Physics of overarm throwing*, Am. J. Phys. **72** (2004) 305–312.

[5] R. De Luca, *Shot-put kinematics*, Eur. J. Phys. **26** (2005) 1031–1036.

[6] A. Lenz in F. Rappl, *The optimum angle of release in shot put*, `http://arxiv.org/pdf/1007.3689.pdf`.

[7] D. L. Lichtenberg in J. G. Wills, *Maximizing the range of the shot put*, Am. J. Phys. **46** (1978) 546–549; C. S. Inouye, E. W. T. Chong, *Maximum range of a projectile*, Phys. Teach. **30** (1992) 168–169; R. A. Brown, *Maximizing the range of a projectile*, Phys. Teach. **30** (1992) 344–347.

[8] F. Mizera in G. Horvath, *Influence of environmerntal factors on shot put and hammer throw range*, J. Biomechanics **35** (2002) 785–796.

[9] J. Strnad, *Meti*, Presek **13** (1985/86) 86–91.

[10] *Drag coefficient*, `http://en.wikipedia.org/wiki/Drag\_coefficient`.

[11] *Shot Putt*, `www.brianmac.co.uk/shot/`; *Hammer Throw. Techniques and Training*, `brianmac.co.uk/hammer/`.

[12] `www.improbable.com/2011/09/29/` anouncing_the_2011_ig_nobel_prize_winners/.