

UTRIPANJE ŽARNICE

ALEŠ MOHORIČ

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 44.40.+a, 02.60.Lj

Žarnica sveti zato, ker v njej električni tok drobno kovinsko žico segreje do zelo visoke temperature. Svetilnost žarnice, priključene na izmenično napetost, niha z dvojno frekvenco toka in zaostaja v fazi za trenutno električno močjo zaradi omejenega toplotnega toka in toplotne kapacitete žareče žice.

BEATING OF A LIGHT BULB

An incandescent bulb radiates light because electric current heats up its filament to a very high temperature. The luminosity of an incandescent lamp driven by AC oscillates at the double frequency of the current and is out of phase with the electric power supplied because of the finite heat capacity of the filament and the limited rate at which it radiates heat.

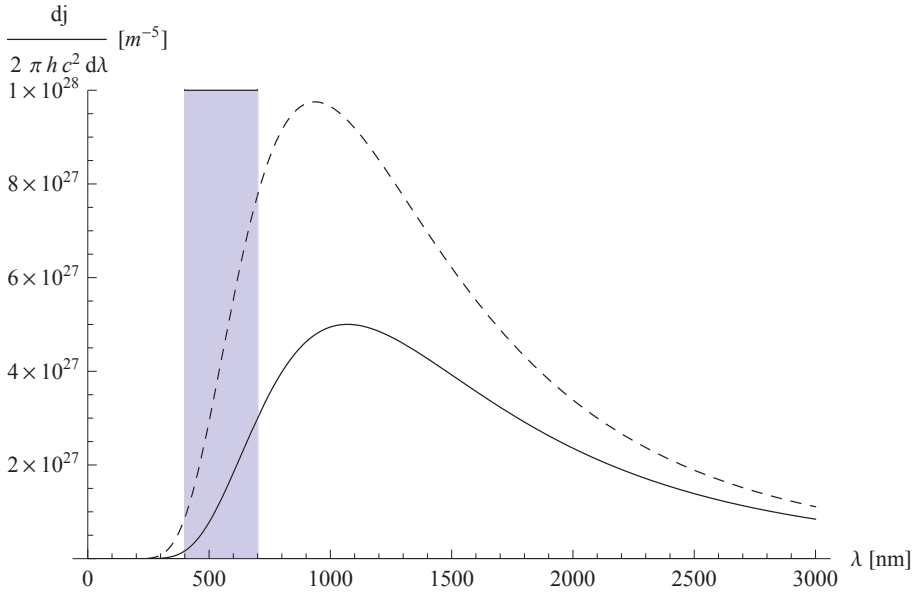
Žarnica je svetilo, ki sveti z razžarjeno žico, in je izpodrinila svetila, v katerih žarijo saje v plamenu gorečega fosilnega goriva. Dolgo je bila najpogostejši vir razsvetljave v našem domu. Zdaj jo izpodrivajo druga, bolj učinkovita svetila, kot so sveteče diode ali fluorescenčne sijalke. Vir svetlobe je kovinska žica, segreta do visoke temperature. Žica se segreje zaradi električnega toka, ki teče skozi jo, in je običajno narejena iz volframa, ki je primeren zato, ker ima visoko tališče pri 3695 K. V navadni žarnici se žica segreje do približno 2800 K, kaj dosti čez pa žarnici močno skrajša življenjsko dobo. Vendar žice ne obvaruje niti to, da je njena temperatura precej nižja od tališča. Sčasoma iz žice izpari dovolj volframa, da se žica pretrga in žarnica postane neuporabna. Ko se ta proces začne, potem teče vedno hitreje, saj je žica na tanjšem delu bolj vroča in volfram tam še hitreje izpareva. Če pride vroča žica v stik z zrakom, ki vsebuje dovolj kisika, takoj zagori (oksidira). Zato je žica nepredušno zaprta v stekleno bučo, v kateri je inertni plin, običajno dušik ali argon. Tipična žarnica je prikazana na sliki 1. Pri žarnici ločimo naslednje dele: stekleno bučo, žico, oporne žice ter kovinski navoj. Na sliki je z okvirjem označen del, ki je na naslovnici prikazan povečano. V povečavi (slika na naslovnici) opazimo, da je žica zvita v dvojno vijačnico. Tako je izkoristek žarnice nekoliko boljši in življenjska doba daljša, saj se del izsevane toplote in izparelega volframa lažje absorbira. Poleg navadnih žarnic uporabljamo tudi halogenske žarnice. Te žarnice so podobne navadnim, le da je v njih žica segreta do 3200 K ali več, odvisno od namena in

Utripanje žarnice



Slika 1. Žarnica z volframovo žico, opornimi in dovodnimi žicami, stekleno bučo ter kovinskim navojem. Na sliki označeni izsek je na naslovnici prikazan povečano. V povečavi opazimo dvojno vijajnico, v katero je navita žica.

stroškov, ki smo jih pripravljene vložiti v proizvodnjo in nakup. Halogenka zadovoljivo deluje pri višji temperaturi zato, ker je v stekleni buči para halogenega elementa, običajno broma, ki se ob buči, kjer je temperatura nižja, kemijsko veže z izparelim volframom. Ob žici, kjer je temperatura višja, spojina razpade in volfram se naloži nazaj na žico. Tako se izparevanje volframa občutno zmanjša in življenjska doba žarnice podaljša. Halogenske žarnice so običajno manjše ali celo narejene iz notranje in zunanje buče, saj je tako obnova žarilne žice bolj učinkovita in je vroča notranja buča ločena od okolice zaradi požarne varnosti. Halogene svetilke so namreč precej bolj vroče od navadnih žarnic – temperatura buče lahko preseže $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$, pri navadnih žarnicah pa je buča segreta na 200 do $400\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Slika 2. Spekter sevanja segretega telesa. Polna krivulja ustreza telesu, segretemu na 2800 K (navadna žarnica), črtkana pa telesu, segretemu na 3200 K (halogenska žarnica). S sivo je označeno območje vidne svetlobe.

Poiščimo najprej temperaturo žice v žarnici, priključeni na enosmerno napetost U . Upor žarnice je $R = \frac{\zeta l}{\pi r^2}$, pri čemer je l dolžina, r pa polmer žice. ζ je specifični upor snovi, iz katere je žica. V toplotnem ravnovesju žarnica prejeto električno moč $P_e = \frac{U^2}{R}$ odda kot toplotni tok. Večino toplote žarnica odda s sevanjem. Spekter sevanja segretega telesa opiše Stefan-Planckov zakon:

$$\frac{dj}{d\lambda} = \epsilon \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}.$$

Tu so: j gostota energijskega toka, λ valovna dolžina elektromagnetnega valovanja, ϵ izsevnost, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js Planckova konstanta, $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s svetlobna hitrost, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K Boltzmannova konstanta in T absolutna temperatura sevajočega telesa. Izsevnost je to, kar odbojnosti ali albedu manjka do 1, pri volframu je približno enaka 0,4. Odvisna je od valovne dolžine, vendar bomo v računih to odvisnost zanemarili. Spektra navadne in halogenske žarnice sta prikazana na sliki 2.

Celotni izsevani energijski tok je:

$$P_s = 2\pi r l \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda = \epsilon 2\pi r l \sigma T^4.$$

Utripanje žarnice

Izraz poznamo tudi kot Stefanov zakon in $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ je Stefanova konstanta. Sevanje izhaja iz plašča valja, s katerim predstavimo žico. Plašč ima ploščino $2\pi r l$. Efektivno je sicer površina žice zaradi njenega navitja manjša, saj se del izsevane svetlobe ponovno absorbira. V ravnovesju velja:

$$\frac{U^2}{R} = \epsilon \sigma 2\pi r l (T^4 - T_z^4).$$

Zadnji člen vsebuje segrevanje žarnice zaradi sevanja iz okolice, ki ima temperaturo T_z . Ta člen bomo zanemarili, saj je vsaj tri velikostne rede manjši od sorodnega člena, v katerem nastopa temperatura žice. Ravnovesna temperatura žice je:

$$T = \sqrt[4]{\frac{rU^2}{2\zeta\epsilon\sigma l^2}}.$$

Ocenimo dimenzije žice v žarnici, ki je pri napetosti U segreti do želene temperature in sveti z močjo P . Delovna napetost in nazivna moč sta najbolj običajna podatka za žarnico. Iz pogoja za ravnovesje sledita polmer:

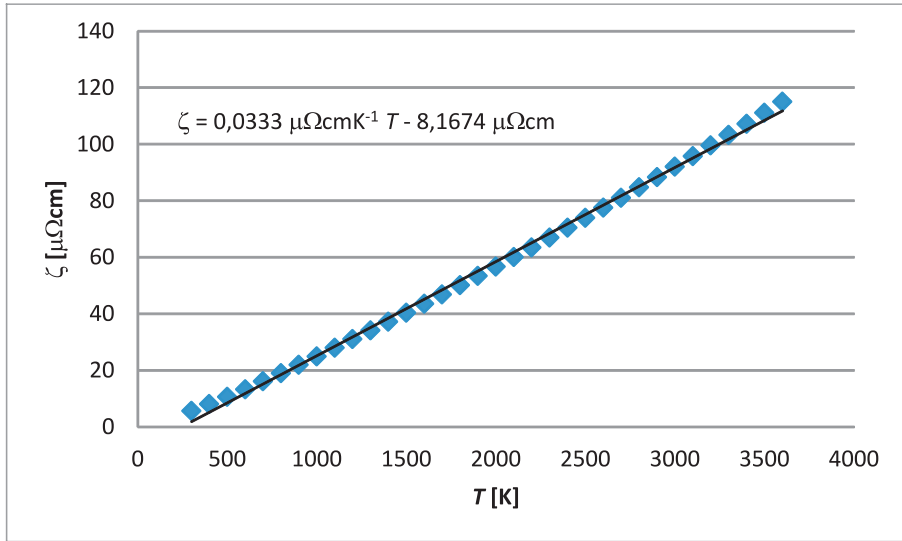
$$r = \sqrt[3]{\frac{P^2 \zeta}{2\pi^2 \epsilon \sigma U^2 T^4}}$$

ter dolžina

$$l = \frac{\pi r^2 U^2}{P \zeta} = \sqrt[3]{\frac{P U^2}{4\pi \zeta \epsilon^2 \sigma^2 T^8}}.$$

Za 20-vatno žarnico z nazivno napetostjo 12 V tako izračunamo premer $88 \mu\text{m}$ in dolžino 5,2 cm, kar dobro ustreza pravim vrednostim. Žica v enaki halogenski žarnici ima premer $78 \mu\text{m}$ in dolžino 3,4 cm, v enako močni žarnici, namenjeni (efektivni) napetosti 220 V, pa je premer $13 \mu\text{m}$ in dolžina 36 cm. Upoštevali smo, da se specifični upor volframa spreminja s temperaturo, in smo vstavili specifični upor $85 \mu\Omega\text{cm}$ pri temperaturi 2800 K za žarnico in $100 \mu\Omega\text{cm}$ pri temperaturi 3200 K za halogensko žarnico. Temperaturna odvisnost specifičnega upora volframa je skoraj linearna in jo prikazuje graf na sliki 3.

Odgovorimo še na vprašanje, zakaj imamo poleg navadnih tudi halogenske žarnice, ki so manj trpežne in tehnološko zahtevnejše? Žarnice so bolj enostavne in cenejše za izdelavo, halogenke pa jih izpodrivajo zaradi boljšega izkoristka. Izkoristek žarnice je razmerje med izsevano energijo vidne svetlobe in vloženo električno energijo. Na sliki 2 vidimo, da žarnica večino energije izseva v infrardečem delu spektra, to je pri valovnih dolžinah nad



Slika 3. Specifični upor volframa kot funkcija temperature.

700 nm. Delež energije vidne svetlobe dobimo z integralom

$$\frac{j_{\text{vidna}}}{j} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{dj}{d\lambda} f(\lambda) d\lambda}{\epsilon\sigma T^4}.$$

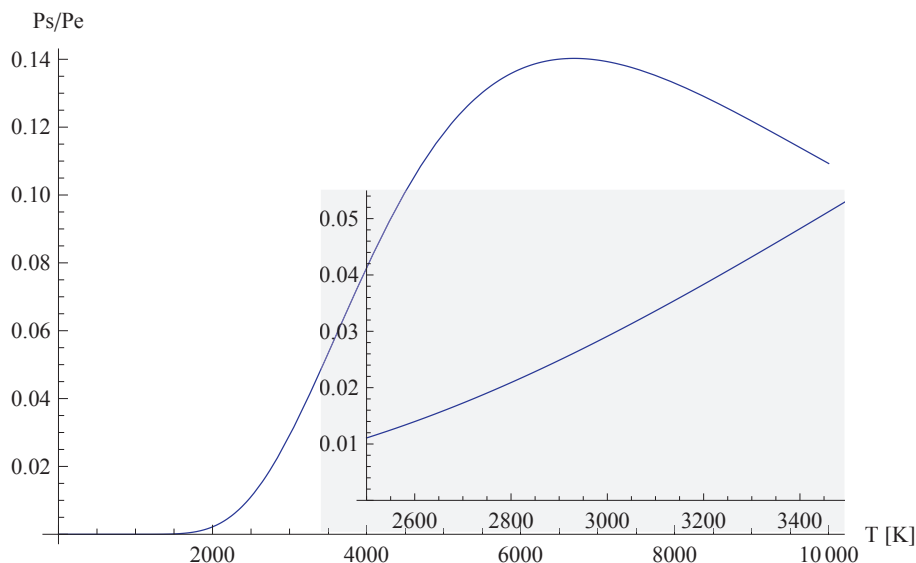
Integriramo v mejah vidnega spektra, to je od 400 do 700 nm. Pri izračunu izkoristka upoštevamo še občutljivost očesa, ki ni enaka pri vseh valovnih dolžinah. Dobro jo opiše Gaussova funkcija z vrhom pri $\lambda_0 = 555$ nm in širino $\delta = 60$ nm: $f(\lambda) = e^{-(\lambda-\lambda_0)^2/\delta^2}$. Integral numerično rešimo brez težav in slika 4 kaže izkoristek kot funkcijo temperature. Na grafu vidimo, kako dobro so naše oči usklajene s primarnim virom zemeljske svetlobe – Soncem.¹

Tudi doma bi radi imeli svetilko, ki bi čim bolj posnemala Sonce in bi imela obenem tudi najboljši izkoristek. Izkoristek je najvišji pri zelo visoki temperaturi (višji od temperature Sončevega površja 6000 K), žal pa nimamo na voljo snovi, ki bi pri tej temperaturi še ostala trdna. Najvišje tališče² med elementi ima ogljik, ki pri normalnem tlaku sublimira pri temperaturi 4000 K. Ogljik prevaja električni tok, če je v alotropski obliki grafita, ki so ga uporabljali v prvih žarnicah, vendar pa ima slabe mehanske

¹Nekaj o tem si lahko preberete tudi v [1], str. 271–272.

²Tališče je temperatura, pri kateri snov preide iz trdne v kapljevinasto fazo. Pri grafitu bi morali govoriti o temperaturi sublimacije.

Utripanje žarnice



Slika 4. Izkoristek termičnega sevanja telesa kot funkcija temperature. Največji izkoristek za človeško oko je pri temperaturi nad 6000 K. Izkoristek pri nižjih temperaturah je precej nižji in je prikazan na povečanem izseku.

lastnosti. Zato je za uporabo v žarnici bolj primeren volfram, ki je element z drugim najvišjim tališčem pri 3695 K. Spojina z najvišjim³ tališčem je tantal-hafnijev karbid Ta_4HfC_5 . Kakorkoli, pravilo, ki sledi iz grafa, je: višja temperatura žice pomeni boljši izkoristek žarnice. Izkoristek navadne žarnice je 2 %, halogenske pa 4 %. S halogenko torej dobimo enak vidni učinek pri pol manjši električni moči. Če želimo enostavno, trpežno svetilo, bo navadna žarnica v redu, dokler jo zakon ne prepove. Za primerjavo povejmo, da doseže zeleni laser z valovno dolžino 555 nm izkoristek 100 %, natrijeve plinske svetilke do 30 %, sveteče diode do 22 %, fluorescentne sijalke pa do 16 %. Spektri svetlobe teh svetil ne ustrezajo spektru sevanja segretega črnega telesa in ne vzbudijo v očesu vtisa bele svetlobe, temveč obarvane. Ta vtis pogosto opišemo s temperaturo, ki bi jo imelo segreto telo enake barve. Tako modrikasto barvo fluorescentnih sijalk opiše višja temperatura, in sicer 5500 K, kot rumenkasto barvo navadnih žarnic, ki žarijo pri temperaturi 2800 K, čeprav so fluorescentne sijalke na dotik hladnejše.

V gospodinjstvih so žarnice običajno priključene na izmenično omrežno napetost. Seveda ne vse, nekatere so na omrežje priključene prek adapterja, ki usmeri in zniža napetost. Temperatura žarnice, priključene na izmenično

³avtorju znanim

napetost, niha in s tem niha tudi njena svetlost. Amplituda nihanja svetlosti je tako majhna in frekvenca dovolj velika, da preslepi človeško oko, ki svetlobo dojema kot nespremenljivo. Električni tok v hišni napeljavi niha s frekvenco $\nu = 50$ Hz, kar pomeni nihajni čas 20 ms. Če zanemarimo kapaciteto in induktivnost žarnice, je električna moč žarnice $P_e = \frac{U_0^2}{R} \cos^2 \omega t$. U_0 je amplituda napetosti (v Evropi je to 325 V) in $\omega = 2\pi\nu$. Energijski zakon za žico pove, kako se v kratkem časovnem intervalu dt spremeni temperatura žarnice dT :

$$mcdT = \frac{U_0^2}{R} \cos^2 \omega t dt - \epsilon \sigma S_2 T^4 dt.$$

Pri tem je m masa žice, c pa njena specifična toplota. Zanimarili smo segrevanje iz okolice in privzeli, da je temperatura po preseku žice povsod enaka, prav tako ne bomo upoštevali spreminjanja upora s temperaturo. Rešitev te enačbe je obravnavana v [1]. Nas bo zanimala samo kvazistacionarna rešitev, ko prehodni pojavi pri vklopu žarnice izginejo in privzamemo, da temperatura niha harmonično z enako frekvenco kot električna moč, in sicer okoli povprečne temperature

$$T_0 = \sqrt[4]{\frac{rU_0^2}{4\zeta\epsilon\sigma l^2}}.$$

Z brezdimenzijskima časom $\tau = \omega t$ in temperaturo $\theta = \frac{T}{T_0}$ lahko preuredimo enačbo v

$$\dot{\theta} = a(1 + \cos 2\tau) - a\theta^4.$$

Pika pomeni odvod po času τ . Vpeljali smo konstanto $a = \frac{1}{2\omega mc} \sqrt[4]{\frac{2U_0^6 \epsilon \sigma S_2}{R^3}}$. Rešitev diferencialne enačbe poiščemo z nastavkom $\theta = 1 + \theta_0 \sin(2\tau + \delta)$, s katerim v prvem približku izrazimo $\theta^4 \doteq 1 + 4\theta_0 \sin(2\tau + \delta)$, saj pričakujemo, da je θ_0 majhen. Enostavno pokažemo (kot bi rekel Kuščer), da θ niha z amplitudo

$$\theta_0 = \frac{a}{2\sqrt{1 + 4a^2}}$$

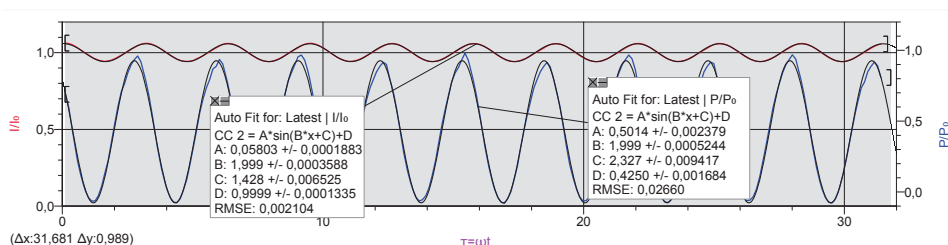
in zaostaja v fazi za električno močjo

$$\tan \delta = 2a.$$

Kvocien amplitude nihanja svetilnosti in povprečne svetilnosti je v prvem približku enak $4\theta_0$. Od tu lahko določimo $a = \frac{2\theta_0}{\sqrt{1 - 16\theta_0^2}}$, v katerem se skrivata toplotna kapaciteta ter efektivna površina žice. To je pričakovano in

bi uganili tudi na pamet. Toplotne prevodnosti, ki bi jo pričakovali pri razsežnejših telesih, v izrazu ni, ker smo naredili približek, da je temperatura žice po vsem preseku enaka.

Poskus, s katerim izmerimo nihanje svetilnosti žarnice, naredimo tako, da žarnico priključimo na izmenično napetost ter izmerimo časovni potek napetosti, toka in gostote svetlobnega toka. Rezultati so prikazani na sliki 5. Iz meritve sledi, da je $\theta_0 = 0,015$. Od tu lahko ocenimo maso žice na 18 mg, če upoštevamo specifično toploto volframa 130 J/kgK. Pri poskusu smo uporabili 25-vatno žarnico, namenjeno napetosti 5 V, z žico premera 180 μm , dolžino 3,1 cm in maso 16 mg, ki jo izračunamo iz $m = \rho V$, kjer uporabimo gostoto volframa 19 kg/dm³.



Slika 5. Trenutna električna moč in svetilnost žarnice, priključene na izmenično napetost. Svetilnost niha z amplitudo 0,06 povprečne svetilnosti in v fazi zaostaja za močjo.

Tako smo natresli nekaj podatkov za žarnice. Jih bomo prihodnjic opazovali v drugačni luči?

LITERATURA

- [1] I. Kuščer in A. Kodre, *Matematika v fiziki in tehniki*, DMFA, 112–114 (1994).
- [2] A. Mohorič, *Utripanje luči*, Presek **38** (2011), 20–21.
- [3] P. Gluck in J. King, *Physics of Incandescent Lamp Burnout*, Phys. Teach. **46** (2008), 29–29.
- [4] B. Ray, *Don't Zap that Light Bulb!*, Phys. Teach. **44** (2006), 374–374.
- [5] B. Denardo, *Temperature of a lightbulb filament*, Phys. Teach. **40** (2002), 101–101.
- [6] W. S. Wagner, *Temperature and color of incandescent lamps*, Phys. Teach. **29** (1991), 176–176.
- [7] D. MacIsaac, G. Kanner in G. Anderson, *Basic physics of the incandescent lamp (lightbulb)*, Phys. Teach. **37** (1999), 520–520.
- [8] J. King, *Incandescent Lamps*, Am. J. Phys. **31** (1963), xiv.
- [9] V. Zanetti, *Sun and lamps*, Am. J. Phys. **52** (1984), 1127–1127.
- [10] D. C. Agrawal, H. S. Leff in V. J. Menon, *Efficiency and efficacy of incandescent lamps*, Am. J. Phys. **64** (1996), 649–649.
- [11] V. Zanetti, *Temperature of incandescent lamps*, Am. J. Phys. **53** (1985), 546–546.