

Dinamično jadranje



JOŽE RAKOVEC

Uvod

Skoraj vsak je že kdaj videl kako ptico, kako se dviga s kroženjem v vzgorniku – torej nad območjem, nad katerim se dviga tudi zrak. En primer je dviganje nad območjem, kjer se nad močno ogreti tlemi zrak dviga, drugi primer je dviganje navzgor ob pobočju, ob katerem se je veter prisiljen dvigati čez hrib. Še tretji primer so valovanja gor-dol v stabilnem ozračju. V vzgornikih se z zrakom dviga navzgor tudi ptica, potem pa poleti čim dlje ter išče novo območje z vzgorniki. Kaj pa, če vzgornikov ni?

Nekatere ptice, npr. albatrosi, znajo izkoristiti tudi spremembo hitrosti vetra z višino za svoje jadranje praktično brez zamahov s krili (nekateri vrste albatrosov imajo celo zelo šibke krilne mišice). Tako jadrajo daleč – tudi več sto kilometrov na dan s povprečnimi hitrostmi potovanja blizu 100 km/h (pri čemer jih zanaša tudi veter). To pomeni, da se gibljejo skoraj brez lastnega pogona (le sem in tja morda kakšen zamah s krili). Tak način jadriranja imenujemo dinamično jadranje.

Tako bi načelno lahko letela tudi jadralna letala (ki pa morajo za zadosten vzgon leteti precej hitreje kot ptice), a po pripovedovanju izkušenega jadralnega pilota se je navdušenje nad to možnostjo izpred nekaj desetletij že precej poglelo, saj tako letenje zahteva hitro menjavanje režima letenja, kar pa je zelo utrudljivo. Zadnje čase pa se s tem veliko ukvarjajo v zvezi z letenjem majhnih lahkih brezpilotnih letal: namesto povečevanja kapacitet baterij in/ali moči motorja bi morda lahko pomagalo posnemanje tega, kar počnejo albatrosi. Tako se veliko ukvarjajo z iskanjem najugodnejšega načina letenja glede na vetrovne razmere.² (npr. Sachs in sod., <https://www.mdpi.com/2226-4310/7/4/47>, Alexandre in

sod. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0229746> in še številni drugi).

Sliši se nenavadno – kako leteti brez lastnega pogona? Če ne drugega, ptica vendar zavira zračni upor in silo upora je pač treba premagovati. Med letom skozi miren zrak je to možno samo pri vsaj delnem spuščanju. Za dviganje pa so potrebni zamahi s krili, ali pa je treba zajemati energijo iz vetra. No, saj poznamo podobne primere, npr. spuščanje zmaja v vetru. Pa tudi jadranje na vodi: kobilica jadrnice je spodaj v mirni vodi, jadro pa je zgoraj, v vetru (in jadrnica lahko pluje celo nekoliko proti vetru). Ali pa zmajarstvo na vodi (»kajtanje«): jadralec s pomočjo kobilice pod desko uravnava smer, zmaj v zgornjem močnem vetru pa mu zagotavlja hitrost (včasih ga celo rahlo dvigne nad vodo). In tudi na vodi lahko jadralec dela obrate in se na koncu vrne tja, od koder je začel.

Torej so mogoči preleti brez lastnega pogona na zelo dolge razdalje. Trije primeri za dolge prelete nekaterih ptic so narisani po podatkih, ki so jih zbrali predvsem japonski raziskovalci in jih objavili na spletu: <https://dataadryad.org/stash/dataset/doi:10.5061/dryad.3pb86>. Glavni namen raziskovalcev sicer ni bil iskanje dolgih preletov, temveč da bi z majhnimi napravami GPS na hrbtih ptičev pridobili podatke o vetrovnih razmerah nad površino oceanov. Pri tem so vseeno zabeležili nekatere ekstremno dolge prelete.

Na slikah 1–3 so primeri nekaterih precej dolgih preletov ptic.

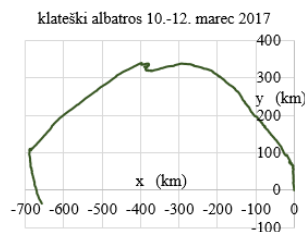
Nekaj drugih podatkov iz sledenja ptičem: klateški albatros (*Albatros Diomedea Exulans*) se nad morjem dviga in spušča za kakih 15 do 20 metrov, en cikel opravi v okrog 7 do 10 sekundah, dosega hitrosti okrog 20 m/s (okrog 70 km/h) itd.

Leonardo da Vinci in Lord Rayleigh

Kar precejkrat omenjajo, da je že Lord Rayleigh spomladi 1883 poslal v znanstveni časopis *Nature* svoje razmišljanje o tem, zakaj ptice lahko letijo tudi brez

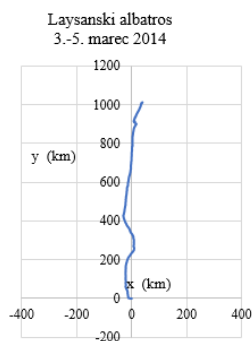
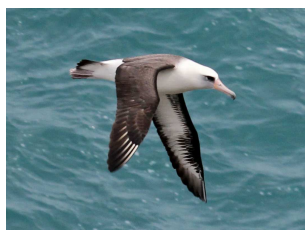
²V Preseku sicer ni v navadi, da bi natančno navajali vso v članku upoštevano literaturo. V tem primeru pa smo uporabili kar precej virov – a samo take, ki so dostopni na svetovnem spletu, zato bomo nekatere spletne naslove navajali sproti. Ker pa je spodobno, da navedemo tudi ime avtorja ali avtorjev, bomo dodali tudi to.





SLIKA 1.

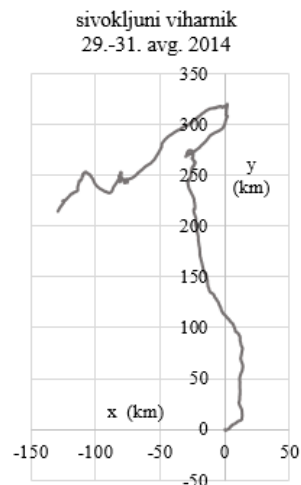
Levo: klateški albatros – *Diomedea exulans* gnezdi na subantarktičnih otokih. Foto JJ Harrison CC-BY-SA 3.0 <https://tiny.cc/jjharrison.com.au/t/fCEq0JC1cJUcoIOa>. Desno: let enega od klateskih albatrosov severno od Île de la Possession v jugozahodnem Indijskem oceanu med Južno Afriko in Antarktiko: najprej na severozahod, potem na jugozahod – 1660 km v okrog 47,5 ure (od 10. marca 2007 ob 17:54 do 12. marca ob 17:28). Koordinate x kažejo proti vzhodu, y pa proti severu.



SLIKA 2.

Levo: Laysanski albatros – *Phoebastria immutabilis* gnezdi na Havajih in na drugih peščenih otokih severnega Tihega oceana, npr. na Midwayu. Foto DickDaniels, <http://theworldbirds.org/CC-BY-SA-30>. Desno: let enega od laysanskih albatrosov od havajskega otoka Oahu proti severu – skupaj z manjšimi zavoji – ki na sliki niso opazni – okrog 1400 km v nekaj več kot 46 urah (od 3. februarja 2014 ob 17:14 do 5. februarja ob 15:31). Koordinate x kažejo proti vzhodu, y pa proti severu.

zamahov s krili. Manjkrat pa omenjajo, da je glavne vzroke za tako jadranje kar dobro razumel že štiri stoletja prej Leonardo da Vinci. Na Leonarda je opozoril npr. Philip Richardson v svoji objavi leta 2018 pri Royal Society, in sicer na kar nekaj Leonardovih skic v Atlantskem kodeksu E in v Kodeksu o letenju



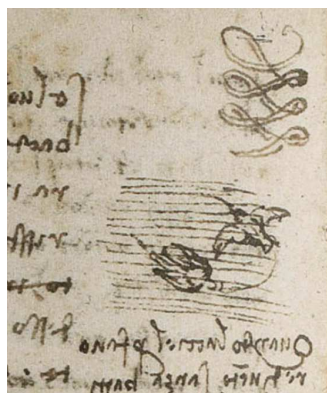
SLIKA 3.

Levo: sivokljuni viharik – *Calonectris leucomelas* gnezdi na Japonskem in na Korejskem polotoku. Foto Steven Pratt, <https://ebird.org/species/strshe>. Desno: let enega od sivokljunih viharikov od severozahodne obale največjega japonskega otoka Honšu na sever in potem na jugozahod; dolžina poti je okrog 790 km v približno 40,7 ure (od 29. avgusta 2014 ob 17:43 do 31. avgusta ob 10:18). Koordinate x kažejo proti vzhodu, y pa proti severu.

ptic (v Biblioteci Ambrosiani v Milanu, tudi na spletu <https://www.codex-atlanticus.it/#/> in v Biblioteci Reale v Torinu, tudi na spletu <https://airandspace.si.edu/exhibitions/codex/codex.cfm#page=78>), eno od njih povzemamo na sliki 4.

Ob sliki 4 je Leonardo zapisal: *Ko se ptica ob pomoči vetra dvigne, ne da bi udarila s krili, in naredi krožno gibanje ter ko pokaže rep proti izvoru vetra, ga poganjata dve moči (Leonardo misli seveda na sili), od katerih je ena moč (sila) vetra, ki ga udari v vdolbino pod njegovimi krili. Druga je teža ptice, ki se zapleteno spušča. In s to pridobljeno hitrostjo se zgodi, da ko je obrnjen s prsmi proti prihajajočemu vetru, gre ta veter pod ptico kot klin, ki dviguje težo (maso) navzgor. In tako se ptica pri obrnjenem gibanju (vzpenjanju) dvigne precej višje, kot je bila v začetnem gibanju (spustu). In to je pravi razlog, da se ptice dvignejo, ne da bi zamahnile s krili.*

Leonardo je bil levičar in je pisal zrcalno, od desne proti levi – razen, kadar je pisal, da bi lahko brali drugi (<https://www.mos.org/leonardo/activi->



SLIKA 4.

Ena od risb Leonarda da Vincija o jadraniu ptic, povzeta iz Richardsonove objave na <https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rsnr.2018.0024>. Veter na sliki piha z leve, torej se ptič spušča z vetrom v hrbet, dviga pa proti vetru.

ties/mirror-writing). Eni pa mislijo, da je s tem načinom pisanja skrival svoja odkritja.

Lord Rayleigh pa je dinamično jadranje opisal kot spuščanje navzdol z vetrom in dviganje navzgor proti vetru – torej letenje skozi plasti z različno močnim vetrom. Pri tem je za krožni let poenostavil: namesto zveznega povečevanja hitrosti vetra z višino je predpostavil spodaj popolno brezvetrje, zgoraj pa enakomeren veter. Obravnaval je let v krogih: spuščanje navzdol, spodaj let skozi miren zrak, zavoj in dviganje navzgor v smeri proti vetru, prehod v veter in spet spuščanje z vetrom. To je osnovni način dinamičnega jadranja, ki ga danes na splošno imenujemo Rayleighovo kroženje. Pri tem je za krožni let skozi taki dve plasti, ki se začne v zgornji vetrovni plasti, zapisal:

Najprej je potreben obrat v smer vzdolž vetra, nato pa postopno spuščanje navzdol skozi prehodno plast. Pri tem se hitrost sicer povečuje, vendar to za ta opis ni pomembno, saj ptica pridobiva hitrost na račun izgube višine. Ob vstopu v spodnjo mirujočo plast se hitrost ne spremeni, vendar pa je glede na zrak povečana. Ptica se mora zdaj v spodnji plasti toliko obrniti, da je smer njenega gibanja proti vetru, nato pa se vrniti v zgornjo plast in pri vstopu v zgornjo plast se hitrost glede na zrak ponovno, drugič poveča. Ta proces se lahko očitno ponavlja v nedogled; in če so zaporedni prirastki kvadrata relativne hitrosti (op.:

glede na zrak) dovolj veliki, da odtehtajo neizogibne izgube, ki se dogajajo ves čas, lahko ptica ohrani svoj nivo letenja in celo poveča razpoložljivo energijo, ne da bi opravila delo.

Vredno je omeniti, da so opazili, da ptiči s pridom uporabljajo tudi spremembe hitrosti vetra z višino ob močno vzvalovanem morju: nad vrhovi valov je veter močan, v dolinah med njimi pa šibkejši. Torej načeloma podobne razmere, kot jih je opisal Lord Rayleigh, toda na precej manjših razlikah v višinah.

Verjetno je koristno povedati tudi, kako ptiči sploh krmarijo. Že 1893 je angleški ornitolog Heddley (<https://www.nature.com/articles/048293b0>) na osnovi opazovanj v reviji Nature navedel kar precej načinov. Z dviganjem ali spuščanjem desnih ali levih repnih peres dosežejo nekaj podobnega, kot letala z repnim smernim krmilom. Spuščajo lahko eno ali drugo nogo in dvigajo ali spuščajo ter obračajo eno ali drugo krilo, kar je podobno učinkom zakrilc pri letalih, ali pa premikajo peresa na koncih kril – tako se bočno nagibajo levo in desno. Ker pa njihovo telo ni togo, si včasih pomagajo celo z zvijanjem svojega telesa in z obračanjem glave – tega pa toga letala ne zmorejo.

Nekateri ptiči so res neverjetni dinamični jadranci, ne da bi znali niti toliko kinematike in dinamike, kot jo bomo mi uporabili v naslednjem opisu dinamičnega jadranja!

Malo dinamike

V prvem delu smo jadranje ptic v spreminjajočem se vetru opisali precej na splošno. Sedaj pa vseeno malo več o silah, nato pa še o opravljenem delu in o izgubljeni in pridobljeni energiji.

Sile, ki delujejo pri letenju brez zamahov kril (oz. pri jadralnih letalih brez pomoči motorja), so teža F_t , dinamični vzgon F_{vzg} in zračni upor F_{up} . Težo vsi poznamo, vzgon in upor, pa sta sorazmerna s površino kril S in s kvadratom hitrosti glede na zrak V_A , a z različnimi koeficientoma c_L in c_D : $F_{vzg} = \frac{1}{2} c_L \rho S V_A^2$ in $F_{up} = \frac{1}{2} c_D \rho S V_A^2$ (ρ je gostota zraka). V vetru $\vec{U}$ je hitrost $\vec{V}_A$ glede na zrak različna od hitrosti $\vec{V}$ glede na tla: $\vec{V}_A = \vec{V} + \vec{U}$. Torej je $F_{vzg}/F_{up} = c_L/c_D$. Že Ludwig Prandtl je ugotovil, da sta koeficienta med seboj nekoliko povezana preko t. i. vitkosti kril. Ptice, ki letijo daleč, imajo zelo vitka krila – zelo majhen

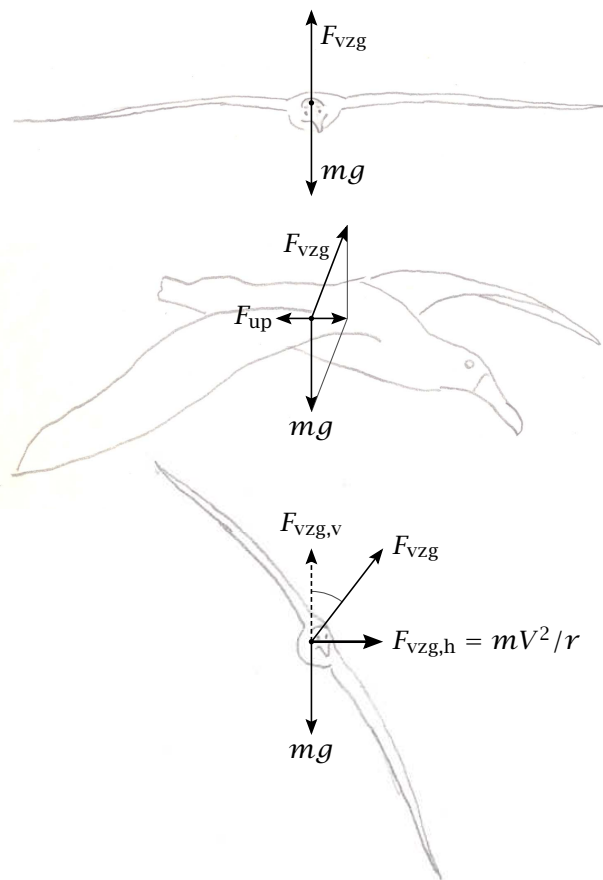




upor skozi zrak, pa tudi dobra jadralna letala imajo vitka krila (vojaška in akrobatska pa ne). Poleg vitkosti kril je pri jadraniu pomembno tudi, kako daleč (kako dolgo pot s) lahko jadralec (ptič ali jadralno letalo) z neke višine h preleti skozi miren zrak – tudi to razmerje, t. i. jadralno ali drsno število s/h , določata predvsem dinamični vzgon in zračni upor in zato dokaj dobro velja: $s/h = c_L/c_D$. Veliko jadralno število (v žargonu tudi »finesa«) je bistveno za dolge prelete (npr. za albatrose znaša okrog 22, za najboljše jadralna letala tudi blizu 50). Povejmo še, da $F_{vzg}/F_{up} = c_L/c_D$ le približno upošteva vse vplive: npr. poleg upora $\frac{1}{2}c_D\rho SV^2$, ki upošteva površino kril S , gibanje zavira še upor drugih delov jadralca, pa turbulenca okrog jadralca in še kaj.

Pospešek na jadralca je pri večjih hitrostih in predvsem v zavojih lahko tudi dosti, dosti večji od teže: izraža ga razmerje $n = F/mg$, ki se imenuje *faktor obtežbe* ali *faktor obremenitve*. Dodatni pospešek (navidezna dodatna »teža«) se močno poveča ob ostrih, hitrih zavojih, zato je ocena za n ob take vrste obremenitvi lahko tudi $ng = F/m \approx V^2/r$. Najboljše jadralna letala lahko glede njihove trdnosti prenesejo tudi zelo, zelo velike faktorje obremenitev, ki pa jih piloti pač ne zdržijo; vrhunsko trenirani preskusni piloti zdržijo faktorje obremenitve nekako do n okrog 8, torej »pospeške $8g$ « – vse, kar je več, je že zelo nevarno. Ptichi albatrosi pa večinoma krožijo tako, da dosegajo n okrog 3.

Nekaj o ravnotežjih sil. Teža vpliva na gibalno količino (in s tem na hitrost) navzdol, a če ji drži ravnotežje dinamični vzgon F_{vzg} navzgor, kot pri letu naravnost na sliki 5 zgoraj, bi se ptič nič ne spuščal. Toda pri letu skozi miren zrak pa se mora vsekakor vsaj toliko spuščati, da je doseženo tudi horizontalno ravnotežje na sliki 5 sredina. Sila zračnega upora F_{up} namreč zavira hitrost v smeri leta in le če je rezultanta teže in dinamičnega vzgona ravno enako velika in nasprotna uporu, se velikost hitrosti ne spreminja. Vzgonnik lahko to kompenzira in omogoča letenje brez izgube višine ali pa celo pridobivanje višine – odvisno od vertikalne hitrosti dviganja zraka v vzgorniku. Pri letenju po krogu pa radialni pospešek V^2/r omogoča spremembo smeri letenja: zaradi horizontalne komponente pri vzgonu ptič zavija v smer te komponente (slika 5 spodaj). Navada je, da tudi vsoti horizontalne sile mV^2/r in vertikalne sile $F_{vzg,v}$ pravijo kar dinamični vzgon.



SLIKA 5.

Nekaj ravnotežij med silo teže $m\vec{g}$, silo dinamičnega vzgona $\vec{F}_{vzg}$ in silo upora $\vec{F}_{up}$.

Zgoraj: Let v ravni črti, pogled od spredaj. Sredina: Let v ravni črti, a nekoliko navzdol, pogled od strani. Rezultanta vzgona F_{vzg} in teže mg drži ravnotežje upor F_{up} . Spodaj: Let skozi zavoj, pogled od spredaj. Ob bočnem nagibu horizontalna komponenta vzgona $F_{vzg,h}$ omogoča zavijanje.

Kako pojema hitrost pri dviganju?

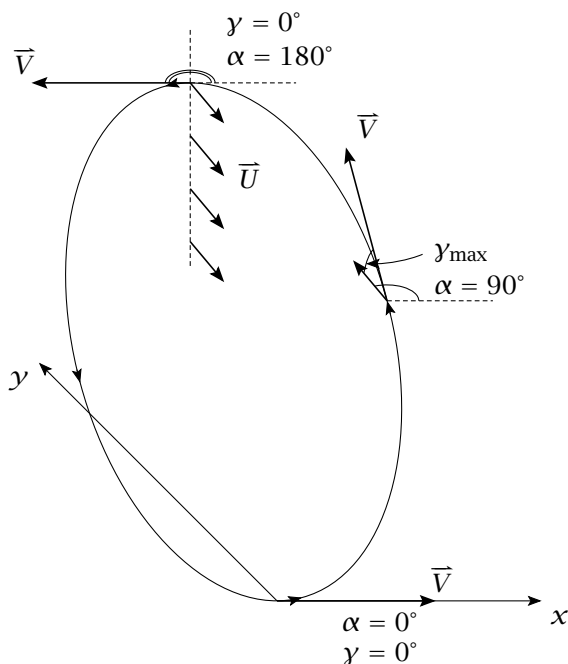
Spremembe hitrosti in smeri leta opisujejo enačbe, ki upoštevajo delovanje sil. Hitrost zmanjšuje komponenta sile teže v smeri, nasprotni smeri gibanja jadralca: pri vodoravnem letu torej teža ne vpliva na hitrost, pri vzpenjanju pod kotom γ pa je treba pri pojemu hitrosti $a = \Delta V/\Delta t$ upoštevati komponento sile $m\Delta V/\Delta t = -mg \sin \gamma$. Zračni upor je odvisen od kvadrata hitrosti glede na zrak, zato $m\Delta V/\delta t = 1/2\rho S c_D V_A^2 = -kV_A^2$. Vpliv vetra na hi-

trost relativno na zrak, ko se jadralec vzpne iz brezvetrja gor v veter, ki piha s hitrostjo U : ta poveča relativno hitrost glede na vertikalni kot vzpenjanja γ in horizontalni kot Ψ med hitrostjo in smerjo vetra – torej za $U \cos \gamma \cos \Psi$.

Za spremembo hitrosti glede na zrak je torej treba poznati začetno hitrost, dva kota γ in Ψ , kar vse se med letenjem spreminja, ter g in vse parametre upora, zajete v koeficientu $k = 1/2\rho S c_D$. Da bi opis poenostavili, si zamislimo Rayleighov krog kot na sliki 6. Namesto kota Ψ v tem poglavju uvedemo kot $\alpha = \Psi - 90^\circ$, ki ga štejemo od horizontalne smeri v levo od smeri x (ki je pravokotna na veter – glej skico). Kot α je tako 0° na dnu spodnjega loka, 90° ob prehodu iz brezvetrja v veter, ter 180° ob vrhu zgornjega loka. Glede kota vzpenjanja pa pri gibanju po krogu tudi ni težav: spodaj in na vrhu vzpenjanja velja $\gamma = 0^\circ$, vmes pa kot sinusno narašča do največje vrednosti pri vstopu v veter, potem pa proti vrhu spet sinusno upada: $\gamma = \gamma_{\max} \sin \alpha$.

Pri letu po krogu s hitrostjo V opravi jadralec v času Δt pot $\Delta s = V\Delta t$, pri čemer je Δs pot po loku dolžine $r\Delta\alpha$, torej $\Delta t = r\Delta\alpha/V$. Torej lahko spremembo v času nadomestimo s spremembo vzdolž pomika po delu krožnega loka $r\Delta\alpha/V$. Za vpliv zračnega upora to pomeni $\Delta V = -(\rho S c_D/2m)V^2 r\Delta\alpha/V$. Po urejanju enačbe (rečemo, da se V »pokrajša«), ostane: $\Delta V = -(r\rho S c_D/2m)V\Delta\alpha$ ali $\Delta V = -k_1 V\Delta\alpha$. Kdor malo pozna upadanje količin, ki je sorazmerno tem količinam, bo vnaprej zaslutil, da bi se hitrost zmanjševala eksponentno glede na α . Ta eksponentni upad pa lahko dobimo tudi, če enačbo zapišemo s končnimi razlikami med dvema točkama na krožnem loku: $V(\alpha + \Delta\alpha) - V(\alpha) = -k_1 V(\alpha)\Delta\alpha$ in se lotimo računanja tako, da določimo vrednost konstantnega parametra k_1 in postavimo začetno vrednost $V(\alpha_0)$ in iz nje izračunamo novo: $V(\alpha + \Delta\alpha) = V(\alpha) - k_1 V(\alpha)\Delta\alpha$ ter tako naprej po korakih $\Delta\alpha$ vedno znova in znova izračunavamo nove vrednosti hitrosti pri vedno večjih kotih α .

Toda tak povsem eksponentni upad bi dobili samo, če ne bi bilo nobenih drugih vplivov na hitrost! Ob dviganju pa se hitrost ne zmanjšuje samo zaradi zračnega upora, saj se kinetična energija porablja za povečevanje potencialne energije. To pomeni, da moramo vsakič pri vplivu zračnega upora upoštevati hitrost, ki je zmanjšana zaradi obeh vplivov, upora in vpliva sile teže. Komponento sile teže v smeri hi-



SLIKA 6.

Krožni lok pri dviganju iz brezvetrja spodaj v veter zgoraj. Naj jadralec kroži tako, da je smer letenja na dnu spodnjega loka pravokotno v levo od smeri vetra U in od te smeri tudi štejemo kot α do projekcije hitrosti na horizontalno ravnino. Kot vzpenjanja γ je spodaj in zgoraj enak nič, ob prehodu v veter pa $\gamma_{\max}$. Ker ptiči krožijo zelo položno, je ta kot majhen, tam okrog 10° . Risba je torej narisana z močno pretirano strmino kroženja – pravi nagib je v resnici dosti manjši.

trosti pri vzpenjanju navzgor opišemo kot $mg \sin \gamma$ in zato $m\Delta V/\Delta t = -mg \sin(\gamma_{\max} \sin \alpha)$, pri čemer $\gamma_{\max}$ predstavlja največjo strmino vzpenjanja (npr. če je ta 10° , je $\gamma_{\max} = 0,174$). Spet nadomestimo Δt z $r\Delta\alpha/V$ in dobimo za vpliv teže $V(\alpha + \Delta\alpha) - V(\alpha) = [-mgr \sin(\gamma_{\max} \sin \alpha)/V(\alpha)]\Delta\alpha$. Pa še nekaj – saj je za dinamično jadranje vendar bistveno, da se hitrost glede na zrak poveča ob vstopu v veter. Zato dodamo pri $\alpha = 90^\circ$ še enkratno povečanje hitrosti glede na zrak, in sicer komponento v smeri hitrosti $U \cos \gamma$. Za vse troje – upor, težo in sunek vetra U – skupaj torej za hitrost glede na zrak:

$$\begin{aligned} V_A(\alpha + \Delta\alpha) - V_A(\alpha) &= \\ &= [-k_1 V_A(\alpha) - mgr(\sin(\gamma_{\max} \sin \alpha)/V_A(\alpha))]\Delta\alpha \\ &\quad (+U \cos \gamma_{\max}, \text{ samo, ko je } \alpha = 90^\circ). \end{aligned}$$

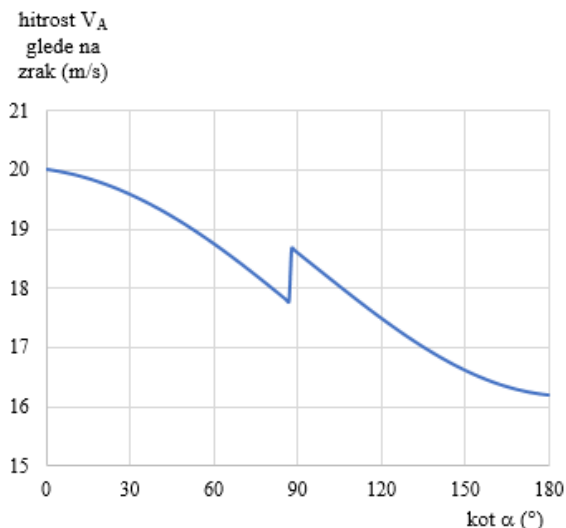




Ker v tej enačbi nastopata tako kot vzpenjanja (in spuščanja) jadralca γ kot tudi kot α , bi bilo seveda treba uporabiti še dve enačbi za ti dve količini $\Delta\gamma = \dots$ in $\Delta\alpha = \dots$. A prepustimo to tistim, ki te enačbe uporabljajo za simuliranje letov pri dinamičnem jadranju in za optimiziranje takega načina letanja. Mi pa kar izberimo majhen kot vzpenjanja γ , ki se – tako kot α – tudi sinusno spreminja. Ob prehodu iz spodnjega brezvetrja ptič prileti proti vetru, zato tam torej povečamo hitrost glede na zrak za $+U \cos \gamma_{\max}$.

Torej je treba računanja vse tri vplive na hitrost upoštevati hkrati, da po postopnem napredovanju vzdolž loka (po zaporednih $\Delta\alpha$) dobimo potek hitrosti, kot ga kaže slika 7.

Na sliki 7 se jasno vidi, da sila zračnega upora in komponenta sile teže vzdolž hitrosti hitrost glede



SLIKA 7.

Upadanje hitrosti glede na zrak ob vzpenjanju zaradi teže in zračnega upora ter enkratno povečanje te hitrosti ob prehodu iz spodnjega brezvetrja v zgornjo plast z vetrom. Izberemo kratke odseke poti $\Delta s = r\Delta\alpha$ – vzdolž polovice krožnega loka od spodnjega do zgornjega obrata naj jih bo npr. 180. Nato po zaporednih kratkih odsekih izračunavamo vedno nove vrednosti hitrosti v naslednji točki pri $(\alpha + \Delta\alpha)$ iz poznanih vrednosti v prejšnji točki pri α . Za začetno hitrost smo pri tej sliki vzeli 20 m/s ter za $r = 20$ m, $\rho = 1$ kg/m³, $S = 0,5$ m² in $c_D = 0,03$, ter za $k_2 = 0,17$, $g = 9,81$ m/s² in za jadralca maso $m = 8,5$ kg. V tem primeru smo za hitrost vetra U izbrali 1 m/s.

na zrak zmanjšujeta, prehod v veter pa jo hipoma poveča.

Vse te vplive za potrebe simuliranja dinamičnega jadranja upoštevajo z enačbo za spremembo hitrosti V_A glede na zrak:

$$\frac{dV_A}{dt} = -F_{\text{up}}/m - g \sin \gamma - \cos \gamma \cos \Psi \frac{dU}{dt}.$$

V tej enačbi smo spet pri kotu $\Psi = \alpha + 90^\circ$, dU/dt pa razložimo takole: ko se z vertikalno hitrostjo $\cos \gamma dz/dt$ povzpne v veter, se hitrost glede na zrak spremeni za $\cos \gamma dU/dt$, kajti $dU/dt = dU/dz \cdot dz/dt$.

Povejmo samo še to, da seveda katerakoli kombinacija vhodnih podatkov ne privede do simulacije uspešnega dinamičnega jadranja. Npr. če ob močnem zračnem upor ni dovolj velikega sunka vetra, se hitrost ne bo vzdrževala iz enega cikla v drugega. Ali pa: pri optimizacijah se je pokazalo, da je bolje jadрати z več majhnimi pridobivanji energije iz vetra kot pa z manjšim številom večjih pridobivanj te energije. In vse take stvari so se albatrosi, vihariki in drugi uspešni dinamični jadralci očitno zelo uspešno »naučili«!

Nadomeščanje izgubljene energije

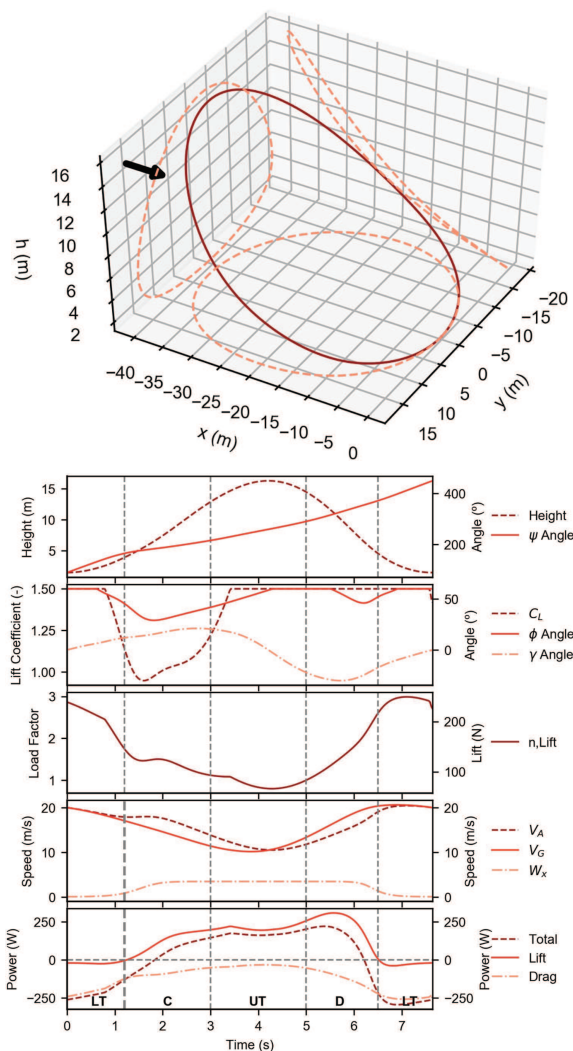
Ker sila zračnega upora zavira, je treba za letenje nadomeščati vsaj toliko energije, kot se je porabi za delo proti tej sili. Popolna obravnava tega, kako ptiči pridobivajo energijo v vetru, ki se z višino spreminja, bi bila z reševanjem gibalnih enačb, ki opisujejo spremembe gibalne količine v smeri vzdolž trenutne hitrosti letenja ter v dveh smereh pravokotno na to smer: v smeri gor-dol (kot γ glede na horizontalo) in v smeri levo-desno (kot Ψ). V enačbah nastopa sicer tudi kot bočnega nagiba, ki pa pri obravnavi točkaste mase seveda ne nastopa. Zato za bočni nagib po navadi vzamejo kar kako konstantno vrednost (recimo 60°), ali pa ga določajo ob optimiziranju letov. S takimi enačbami zajemajo vse vplive vseh sil, izračunavajo trajektorije leta, velikost in smer hitrosti v odvisnosti od časa, iz tega pa tudi kinetično in potencialno energijo v vsakem trenutku leta. Na ta način so naredili že celo množico izračunov; zadnje čase predvsem z željo najti optimalni način dinamičnega jadranja – npr. za potrebe brezpilotnih letal. Kakšne so te enačbe in primer simulacije Rayleighovega kroženja navzgor v veter in

nazaj navzdol v brezvetrje, smo za velikost hitrosti glede na zrak že opisali, več si lahko ogledamo v povsem prosto dostopnem članku Alexandreja in sod. (2020, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0229746>), od koder povzemamo sliko kroženja in nekaj rezultatov (slika 8).

Možne so tudi (manj natančne) posredne ocene spreminjanja kinetične in potencialne energije, ki pa seveda tudi upoštevajo, da mora ptič s pomočjo povečanega vzgona v vetru dobiti vsaj toliko energije, kot je zaradi zračnega upora izgublja. Ko s hitrostjo $\vec{V}$ prileti iz spodnje brezvetrne plasti (v kateri je hitrost $\vec{V}$ glede na tla seveda enaka hitrosti $\vec{V}_A$ glede na miren zrak) navzgor v smeri nasproti vetru $\vec{U}$, se njegova hitrost $\vec{V}_A$ relativno glede na zrak zaradi vetra poveča: $\vec{V}_A = \vec{V} + \vec{U}$. Ob tej povečani relativni hitrosti je tudi dinamični vzgon večji, kar ga dviga v višino – in s tem pridobi večjo potencialno energijo, kot bi jo v brezvetrju. Ta mu omogoča, da ob spuščanju zelo poveča svojo hitrost in kinetično energijo – najmanj za toliko, kolikor je izgublja v spodnji plasti brezvetrja zaradi dela A proti sili upora vzdolž poti $\vec{s}$: $A = \vec{F}_{up} \cdot \vec{s}$.

Omenimo dve od takih posrednih ocen, ki sta bili sicer narejeni za radijsko vodene modele letal, ki dosegajo zelo visoke hitrosti in zato za jadranje ptic nista povsem realni, a vseeno marsikaj pojasnita.

Prva posredna ocena (povzeta in predelana po Sachsu in sod., <https://www.mdpi.com/2226-4310/7/4/47>) skuša oceniti delo proti sili upora F_{up} skozi spodnjo plast mirnega zraka. Pri tem se izogne nepoznavanju upora s tem, da privzame, da se upor F_{up} in dinamični vzgon F_{vzg} razlikujeta samo po koeficientih c_D in c_L , da torej velja $F_{up} = c_D/c_L F_{vzg}$. Za to, kolikšen pa je pri kroženju dinamični vzgon F_{vzg} , pa še enkrat pogledjmo sliko 5 spodaj: $\vec{F}_{vzg} = \vec{F}_{(vzg,v)} + \vec{F}_{(vzg,h)} = m\vec{g} + mV^2\vec{r}/r^2$. Faktor povečanega pospeška $n = F_{vzg}/mg$ oz. faktor obtežbe ali faktor obremenitve, je po sliki 5 spodaj, $n = \sqrt{1 + \left(\frac{V^2}{rg}\right)^2}$. Pri radijsko vodenih modelih je n zelo velik in enico pod korenem lahko zanemarimo. Pri albatosih pa je n okrog 3 in zato bi lahko le približno (zelo, zelo približno!) zanemarili mg v primerjavi z $\frac{V^2}{r}$, če vseeno uporabimo kar $F_{vzg} \approx \frac{mV^2}{r}$. Tedaj je sila upora $F_{up} \approx \frac{c_D}{c_L} F_{vzg} \approx \frac{mc_D}{c_L} \frac{V^2}{r}$, ki deluje vzdolž polovice spodnjega



SLIKA 8.

Sliki sta iz članka Alexandre in sod. 2020. Zgoraj: optimalna trajektorija Rayleighovega krožnega dinamičnega jadrnja. Spodaj: spremembe spremenljivk in parametrov skozi razne faze leta: LT-spodnji obrat (»lower turn«), C-dviganje (»climb«), UT-zgornji obrat (»upper turn«) in D-spuščanje (»descend«). Spredaj, zgornji graf: višina leta h in smerni kot Ψ . Drugi graf: koeficient dinamičnega vzgona c_L , kot bočnega nagiba Φ in kot vzpenjanja/spuščanja γ . Tretji graf od zgoraj – faktor obremenitve n . Četrti graf – hitrosti glede na zrak V_A , glede na tla V_G in hitrost vetra W_x (v smeri x na zgornji sliki; naša oznaka je U), spodnji graf – skupno opravljeno delo proti silam in posebej proti vzgonu F_{vzg} in uporu F_{up} .

