

# Utjecaj brzine valjanja na proces hladnog valjanja sa mazivima

Dušan Čurčija

UDK: 621.771:621.89  
ASM/SLA: F23, 3-67, 18-73, F2

## UVOD

Ispred ulaza u zonu deformacije (slika 1.) mazivo poprima klinasti, sužavajući zazor određen površinama valjaka i valjanoga materijala (trake). Za određivanje zakonomjernosti toka maziva između valjka i trake koriste se diferencijalne jednadžbe koje nose ime Reynoldsa: [1-4]

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1b)$$

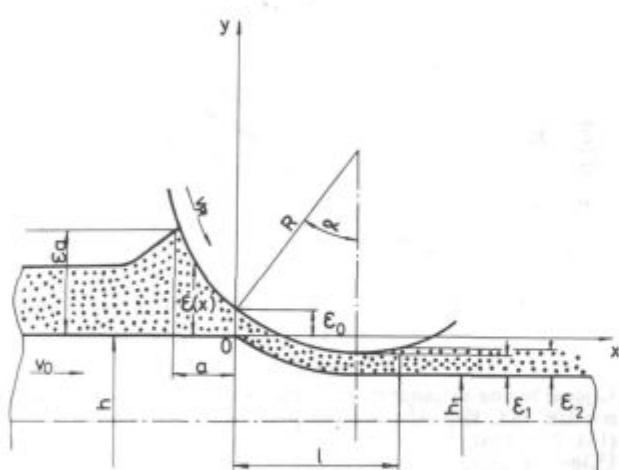
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (1c)$$

Iz treće diferencijalne jednadžbe (1c) moguće je odrediti razdiobu sastavnih brzina u sloju maziva:

$$z = - \int \frac{\partial u}{\partial x} dy + C(x) \quad (2)$$

Iz druge diferencijalne jednadžbe (1b) slijedi da je pritisak u sloju maziva stalne vrijednosti po visini zazora i mijenja se samo uzduž sloja. To dopušta da se približno analitičko rješenje parcijalne jednadžbe (1a) može izraziti:

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{y^2}{2} + C_1(y) + C_2 \quad (3)$$



Slika 1.

Shema procesa hladnog valjanja sa mazivima za slučaj glatkih površina valjaka i valjanoga materijala

**Fig. 1**  
Process scheme for cold rolling with lubricants for the case of smooth surfaces of rolls and rollings.

Promatranja se vrše u dvodimenzionalnom sistemu XOY za viskozne nestišljive tekućine i izotermne uslove procesa. Rješenje (3) je dobiveno integracijom po osi y. Konstante integracije određuju se iz graničnih uslova: (slika 1.)

$$\begin{aligned} u &= v_0 \text{ za } y = 0 \\ u &= v_{R_x} \text{ za } y = \varepsilon(x) \end{aligned} \quad (4)$$

odakle slijedi:

$$C_1 = \frac{v_{R_x} - v_0}{\varepsilon(x)} - \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{\varepsilon(x)}{2} \quad (5)$$

$$C_2 = v_0 \quad (6)$$

Uvrštavajući (5) i (6) u (3) dobivamo:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} [y^2 - \varepsilon(x) y] + \left[ \frac{v_{R_x} - v_0}{\varepsilon(x)} \right] y + v_0 \quad (7)$$

Specifična potrošnja maziva za presjek visine  $\varepsilon(x)$  i jedinicu širine struje mlaza je:

$$Q(x) = \int_0^{\varepsilon(x)} u dy = - \frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} \varepsilon^3(x) + \left[ \frac{v_0 + v_{R_x}}{2} \right] \varepsilon(x) \quad (8)$$

za  $x = 0$

$$Q = \frac{(v_0 + v_{R_x}) \varepsilon_0}{2} \quad (9)$$

Budući da je specifična potrošnja maziva za svaki presjek jednaka izjednačenjem desnih strana (8) i (9) slijedi:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu (v_0 + v_{R_x})}{\varepsilon^2(x)} - \frac{12\mu Q}{\varepsilon^3(x)} \quad (10)$$

U radovima [5, 6] data su analitička rješenja diferencijalne jednadžbe (10). U ovome radu vršit će se analiza tih rješenja za slučaj glatkih površina valjka i valjanoga materijala u sistemu  $\varepsilon_0 = \varepsilon_0^*$  ( $v_R$ ). Budući da nam je u tehnološkom procesu najlakše operirati sa brzinom valjanja  $v_R$  to je potrebno istaći njezin dublji utjecaj na  $\varepsilon_0$ .

Utjecaj brzine valjanja na visinu mazivnog filma na ulaznom presjeku zone deformacije.

Rješenja diferencijalne jednadžbe (10) za slučaj  $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_0^*$  glase

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0^* - \left( \frac{\varepsilon_0^* - \varepsilon_0^*}{\alpha^*} \right) \cdot \alpha \quad (11)$$

gde je:

$$\alpha^* = 1,243 \sqrt{\frac{\varepsilon_0^*}{R}} \quad (12)$$

$$\varepsilon_0^* = 0,772 \varepsilon_0^* \quad (13)$$

$$\varepsilon_0^* = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2 R [\mu_0 \gamma (v_0 + v_R)]^2}{32(1 - e^{-\gamma p_0})^2}} \quad (14)$$

Rješenja (12), (13) i (14) koriste se za područje zahvatnih kuteva  $0 \leq \alpha \leq 0,03$ . Za zahvatne kutove  $0,03 \leq \alpha \leq 0,05$  koristi se Poligonalna metoda koja će biti data u primjeru. Kada su zahvatni kutovi  $\alpha \geq 0,05$  rad mogu se koristiti dvije formule:

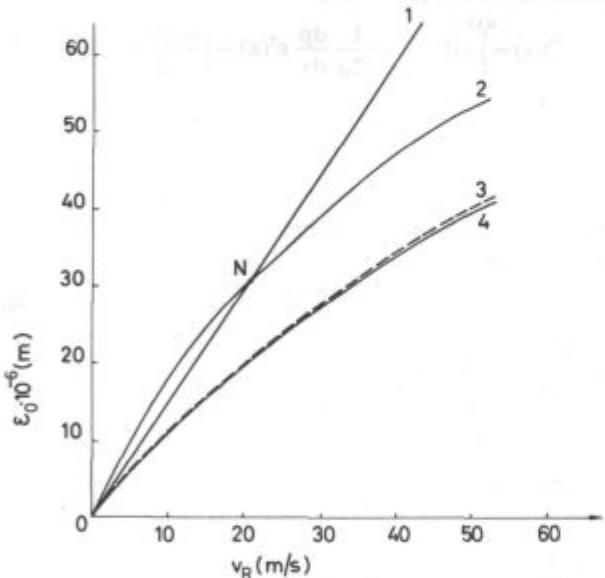
a) jednostavniji izraz je poznata formula Mizuna-Grudeva [7, 8]:

$$\varepsilon_0^M = \frac{3\mu_0\gamma(v_0 + v_R)}{\alpha(1 - e^{-\gamma P_0})} \quad (15)$$

b) precizno analitičko rješenje koje pokriva područje zahvatnih kuteva  $\alpha > \alpha^* + 0,03$  rad.

$$A = -\frac{\alpha}{2\varepsilon_0 \left(\frac{2}{R}\varepsilon_0 - \alpha^2\right)} + \frac{3\alpha}{2R \left(\frac{2}{R}\varepsilon_0 - \alpha^2\right)^2} + \\ + \frac{1}{R \left(\frac{2}{R}\varepsilon_0 - \alpha^2\right)} \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R}\varepsilon_0} \cdot \ln \frac{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R}\varepsilon_0}}{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R}\varepsilon_0}} - \\ - \frac{3\varepsilon_0}{2R^2 \left(\frac{2}{R}\varepsilon_0 - \alpha^2\right)^2} \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R}\varepsilon_0} \ln \frac{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R}\varepsilon_0}}{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R}\varepsilon_0}} \quad (16)$$

$$A = \frac{1 - e^{-\gamma P_0}}{6\mu_0\gamma(v_0 + v_R)} \quad (17)$$



Slika 2.

Utjecaj brzine valjanja na visinu sloja maziva na ulaznom preseku zone deformacije za  $\alpha = 0,0212$  rad. Krivuljama odgovaraju slijedeće formule: 1 — (15), 2 — (14), 3 — (11), 4 — numerička integracija. Uslovi primjera:  $\gamma = 0,137 \cdot 10^{-6}$  Pa<sup>-1</sup>;  $P_0 = 7,3 \cdot 10^6$  Pa;  $\mu_0 = 0,03$  Pas;  $R = 0,2$  m;  $v_0 = 0,6 v_R$ ;  $h_0 = 1,25 \cdot 10^{-3}$  m;  $h_1 = 1,16 \cdot 10^{-3}$  m;  $\varepsilon_n \gg \varepsilon_0$

Fig. 2

Influence of the rolling speed on the thickness of the lubricant layer in the entering cross section of the deformation zone for  $\alpha = 0,0212$  rad. Curves correspond to the following equations: 1 — (15), 2 — (14), 3 — (11), 4 — numerical integration. Conditions for the case:  $\gamma = 0,137 \cdot 10^{-6}$  Pa<sup>-1</sup>;  $P_0 = 7,3 \cdot 10^6$  Pa;  $\mu_0 = 0,03$  Pas;  $R = 0,2$  m;  $v_0 = 0,6 v_R$ ;  $h_0 = 1,25 \cdot 10^{-3}$  m;  $h_1 = 1,16 \cdot 10^{-3}$  m;  $\varepsilon_n \gg \varepsilon_0$ .

Zavisno u kojem području zahvatnih kuteva teče tehnoški proces primjenjivat će se i data rješenja. Na slici 2 daje se interesantna komparacija za uobičajeni primjer u praksi po autorima [9,10]. Crtkanom linijom unešeno je rješenje po (11).

Zahvatni kut je  $\alpha = 0,0212$  rad. Transcedentna jednadžba (16) ovdje se ne može primijeniti. Formula Mizuna-Grudeva (15) pokazuje izrazito neslaganje u odnosu na analitičko rješenje (11) i numeričku integraciju diferencijalne jednadžbe (10). U numeričkoj integraciji je funkcionalna ovisnost  $\varepsilon(x)$  aproksimirana relacijom:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 - \alpha x + \frac{1}{2R} x^2 \quad (18)$$

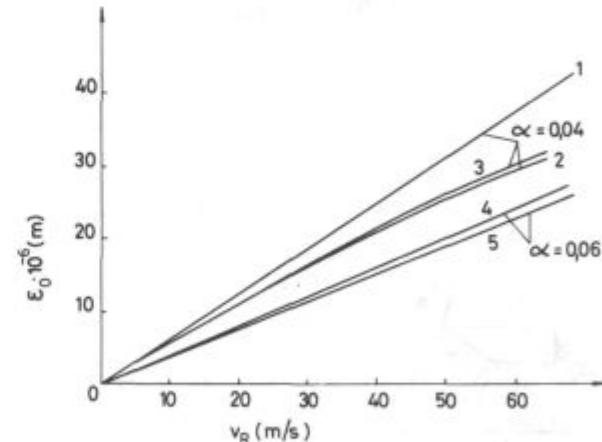
Na slici 2. je jasno uočljiva greška formule Mizuna-Grudeva koja je inače neprihvatljiva za područja dresiranog valjanja. Formula (14) daje nešto realniju sliku tehnoškog procesa jer prati opću zakonomjernost funkcije  $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(v_R)$ . Međutim do točke N na slici 2. točnija je formula (15). Točka N ima koordinate:

$$\varepsilon_0 = \frac{\pi^2 R \alpha^2}{32}; v_0 + v_R = \frac{\pi^2 R \alpha^3 (1 - e^{-\gamma P_0})}{96 \mu_0 \gamma} \quad (19)$$

Već je na slici 2. uočljivo da nije potrebno za područja zahvatnih kuteva  $\alpha < \alpha^*$  tražiti analitičko rješenje diferencijalne jednadžbe (10) u obliku transcedentne jednadžbe, jer je analitičko rješenje (11) pouzdano i sigurno.

Na slici 3 dat je utjecaj brzine valjanja na  $\varepsilon_0$ , za područje većih zahvatnih kuteva. Primjećujemo da formula Mizuna-Grudeva ovdje čini manju grešku nego na slici 2. Također je uočljivo da Poligonalna metoda opravdava svoju sigurnost u odnosu na rješenja koja slijede iz transcedentne jednadžbe (16). Primjer primjene Poligonalne metode za brzinu valjanja  $v_R = 40$  m/s prikazan je u tablici 1.

Mogli bi djelomično zaključiti na osnovu slike 2. i slike 3. da sa povećanjem zahvatnog kuta formula Mi-



Slika 3.

Utjecaj brzine valjanja na  $\varepsilon_0$  za zahvatne kuteve  $\alpha = 0,04$  rad i  $\alpha = 0,06$  rad. Krivuljama odgovaraju slijedeće formule: 1 — (15), 2 — (16), 3 — Poligonalni metod, 4 — (15), 5 — (16). Uslovi primjera:  $\gamma = 0,218 \cdot 10^{-6}$  Pa<sup>-1</sup>;  $P_0 = 20 \cdot 10^6$  Pa;  $\mu_0 = 0,024$  Pas;  $R = 0,2$  m;  $v_0 = 0,6 v_R$ ;  $\varepsilon_n \gg \varepsilon_0$

Fig. 3

Influence of the rolling speed on  $\varepsilon_0$  for gripping angles  $\alpha = 0,04$  and  $0,06$  rad. Curves correspond to the following equations: 1 — (15), 2 — (16), 3 — polygonal method, 4 — (15), 5 — (16). Conditions for the case:  $\gamma = 0,218 \cdot 10^{-6}$  Pa<sup>-1</sup>;  $P_0 = 20 \cdot 10^6$  Pa;  $\mu_0 = 0,024$  Pas;  $R = 0,2$  m;  $v_0 = 0,6 v_R$ ;  $\varepsilon_n \gg \varepsilon_0$ .

$\alpha$ [rad]	$\varepsilon_0 \cdot 10^{-6}$ [m]	Metod	Jednadžbe po $\varepsilon_0$
0	39,973	Linearizacija kroz točke: (0; $\varepsilon_0^1$ ) ( $\alpha^*$ ; $\varepsilon_0^*$ )	$\varepsilon_0' = \frac{3\sqrt{\pi^2 R}}{\sqrt{428 A}}$
0,01	34,774		$\varepsilon_0^* = \frac{1}{2} R \alpha^{*2}$
0,02	29,575		$\alpha^* = \sqrt{\frac{3}{15 R A}}$
0,03	26,431	Poligonalni metod	$\alpha = \text{Funkcijske vrijednosti } \varepsilon_0, \text{ određene jednadžbom (30)}$
0,04	23,068		$\varepsilon_{0,01} + \varepsilon_{0,02} / r$
			$(\varepsilon_{0,01} + \varepsilon_{0,02} + r \varepsilon_{0,02}) / r^2$
			$[\varepsilon_{0,01} + \varepsilon_{0,02} + r \varepsilon_{0,02} + r(\varepsilon_{0,01} + \varepsilon_{0,02})] / r^3$
0,05	20,394		$r^3 \varepsilon_0^M - r(\varepsilon_{0,01} + 2\varepsilon_{0,02}) - (\varepsilon_{0,01} + \varepsilon_{0,02}) = 0 \quad (30)$
0,06	16,967	Mizuna-Grudeva	$\varepsilon_0^M = \frac{1}{2 A \alpha}$

zuna-Grudeva daje sve bolja rješenja i bliska točnim analitičkim rješenjima diferencijalne jednadžbe (10). Međutim, drugi važni parametar pored kuta zahvata  $\alpha$ , koji utječe na točnost formule Mizuna-Grudeva, jest radijus valjka. To se može matematički dokazati na transcendentnoj jednadžbi (16).

Potražimo limese desne strane transcendentne jednadžbe (16) kada  $R \rightarrow +\infty$ . Prva dva limesa se lako računaju direktnim uvrštanjem i iznose:

$$A_1 = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{\alpha}{2\varepsilon_0 \left( \frac{2}{R} \varepsilon_0 - \alpha^2 \right)} \right] = -\frac{\alpha}{2\varepsilon_0(0-\alpha^2)} = \frac{1}{2\varepsilon_0 \alpha} \quad (20)$$

$$A_2 = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{3\alpha}{2R \left( \frac{2}{R} \varepsilon_0 - \alpha^2 \right)^2} \right] = \frac{3\alpha}{\infty} = 0 \quad (21)$$

Za traženje limesa trećega člana potrebno je izvršiti preuređenje izraza i racionalizacijom ga svesti na oblik:

$$A_3 = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{(2\varepsilon_0 - Ra^2) \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}} \ln \frac{R}{2\varepsilon_0} \left( -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (22)$$

odakle slijedi:

$$A_3 = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{\ln R}{(2\varepsilon_0 - Ra^2) \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}} \right] + \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{\ln \frac{1}{2\varepsilon_0} \left( -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0} \right)^2}{(2\varepsilon_0 - Ra^2) \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}} \right] \quad (23)$$

$$A_3 \equiv \left( -\frac{\infty}{\infty} \right) + \ln \left( \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot 2\alpha \right) / \infty = \left( -\frac{\infty}{\infty} \right) + 0$$

**Tablica 1.**  
Prikaz kombinirane metode (sa osvrtom na Poligonalnu) za proračun  $\varepsilon_0$  pri  $v_R = 40$  m/s. Koeficijent Poligonalne metode je  $r = 2,430$ . Uslovi primjera su isti kao na slici 3.

**Table 1**  
Presentation of the combined method (in relation to the polygonal one) for evaluation of  $\varepsilon_0$  at  $v_R = 40$  m/s. The coefficient of the polygonal method is  $r = 2.430$ . Conditions of application are the same as in Fig. 3

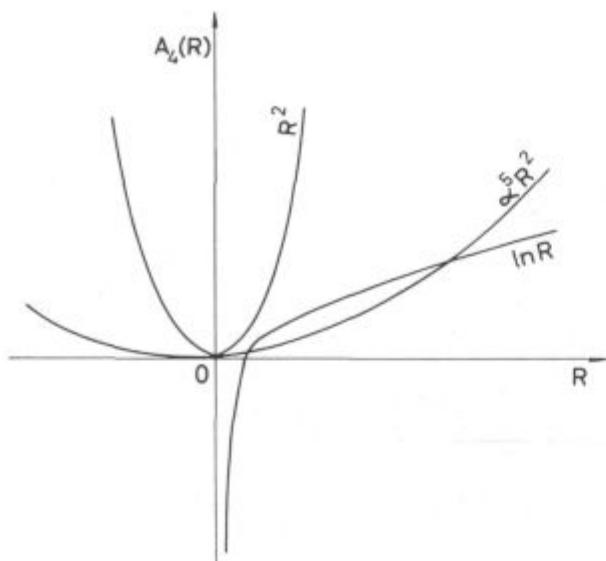
Primjenom L'Hospitalovoga pravila nalazimo rješenje:

$$A_3 = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{\frac{1}{R}}{-\alpha^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0} + \frac{4\varepsilon_0^2}{2R^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}}} - \frac{\frac{\varepsilon_0 \alpha^2}{2R \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}}}{\frac{\varepsilon_0 \alpha^2}{2R \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}}} \right] = 0 \quad (24)$$

Četvrti i posljednji član desne strane u (16) riješavamo analogno kao prethodno:

$$A_4 = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ -\frac{3\varepsilon_0}{2R^2 \left( \frac{2}{R} \varepsilon_0 - \alpha^2 \right)^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}} \ln \frac{R}{2\varepsilon_0} \left( -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0} \right)^2 \right] \\ + \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ -\frac{3\varepsilon_0 \ln R}{2R^2 \left( \frac{2}{R} \varepsilon_0 - \alpha^2 \right)^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}} \right] + \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ -\frac{3\varepsilon_0 \ln \frac{1}{2\varepsilon_0} \left( -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0} \right)^2}{2R^2 \left( \frac{2}{R} \varepsilon_0 - \alpha^2 \right)^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \varepsilon_0}} \right] \quad (25)$$

Na prvi izraz desne strane (25) ne smijemo primjeniti L'Hospitalovo pravilo jer nas ono vodi na oblik  $0/\infty$ . Služeći se sa oznakama E. Landauova možemo pisati [11]:



Slika 4.

Prilog izračunavanju limesa (27);  $\alpha \ll 1$ 

Fig. 4

Appendix for evaluation of limes (27);  $\alpha \gg 1$ .

$$3\epsilon_0 \ln R = 0 \left[ 2R^2 \left( \frac{2}{R} \epsilon_0 - \alpha^2 \right)^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \epsilon_0} \right] \text{ za } R \rightarrow \infty \quad (26)$$

Riječima bi to rekli: Funkcija  $\ln R$  teži slabije prema  $+\infty$  od transcendentne jednadžbe nazivnika.

Tako bi prvi izraz u (25) mogli simplificirati za slučaj  $R \rightarrow +\infty$  što bi omogućilo jasniji grafički prikaz dat na slici 4. Kao rezultat može se pisati:

$$A_4 \equiv -\frac{3\epsilon_0}{2} \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ \frac{\ln R}{R^2 \left( \frac{2}{R} \epsilon_0 - \alpha^2 \right)^2 \sqrt{\alpha^2 - \frac{2}{R} \epsilon_0}} \right] \quad (27)$$

$$A_4 \equiv \left[ -\frac{3}{2} \frac{\epsilon_0}{\alpha^2} \cdot \frac{\ln R}{R^2} \right]_{R \rightarrow \infty} = 0$$

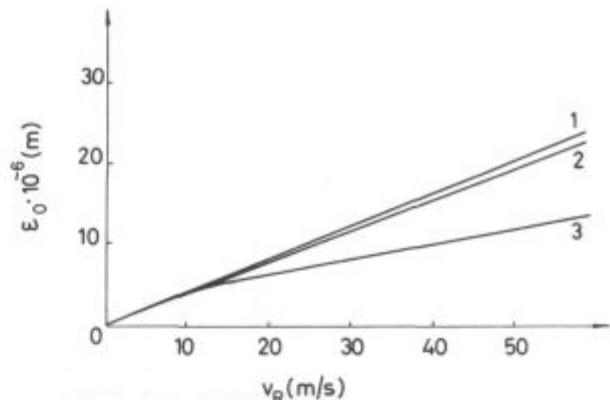
Tada konačni rezultat glasi, kada  $R \rightarrow \infty$ :

$$A = \frac{1}{2\epsilon_0} \quad (28)$$

što je identično izrazu (15). Interesantno je provesti analizu ovisnosti  $\epsilon_0 = \epsilon_0(v_R)$  sa utjecajem  $v_R$  kao značajnog parametra. Za  $\alpha > 0,05$  rad rješenje diferencijalne jednadžbe (10) glasi;

$$A = \frac{1}{2\alpha\epsilon_0^M} - \frac{\epsilon_0^M + 2\alpha \left[ \sqrt{(\alpha R)^2 + 2R(\epsilon_0 - \epsilon_0^M)} - \alpha R \right]}{2\alpha \left[ \epsilon_0^M + \alpha \left( \sqrt{(\alpha R)^2 + 2R(\epsilon_0 - \epsilon_0^M)} - \alpha R \right) \right]^2} \quad (29)$$

Ako potražimo limes desne strane izraza (29) kada  $\alpha \rightarrow -\infty$  tada primjenom L'Hospitalovog pravila ponovo dobivamo za rješenje izraz (28). Odатle zaključujemo



Slika 5.

Utjecaj visine sloja maziva na traci ispred valjaka i brzine valjanja na  $\epsilon_0$  za  $\alpha = 0,06$  rad i  $\epsilon_a = 3,904 \cdot 10^{-5}$  m. Ostali parametri su isti kao za sliku 3.

Fig. 5

Influence of the thickness of lubricant layer on the strip in front of rolls, and of the rolling speed on  $\epsilon_0$  for  $\alpha = 0,06$  rad, and  $\epsilon_a = 3,904 \cdot 10^{-5}$  m. The other parameters are the same as in Fig. 3

$\alpha$ [rad]	varijante	$\epsilon_0$ [m]	$\Delta\epsilon_0$ [m]
$\alpha \rightarrow 0$	$\epsilon_a \gg \epsilon_0$	$\epsilon_0' = 15,680 \cdot 10^{-6}$	$7,460 \cdot 10^{-7}$
	$\epsilon_a = 1,22 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_0' = 14,934 \cdot 10^{-6}$	
$\alpha = \alpha_c = 1,1064 \cdot 10^{-2}$	$\epsilon_a \gg \epsilon_0$	$\epsilon_0'' = 12,114 \cdot 10^{-6}$	$6,490 \cdot 10^{-7}$
	$\epsilon_a = 1,22 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_0'' = 11,465 \cdot 10^{-6}$	
$\alpha = 0,05$	$\epsilon_a \gg \epsilon_0$	$\epsilon_0''' = 5,00 \cdot 10^{-6}$	$4,580 \cdot 10^{-7}$
	$\epsilon_a = 1,22 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_0''' = 4,542 \cdot 10^{-6}$	

Tablica 2.

Usporedba rezultata za slučaj kada je  $\epsilon_a \gg \epsilon_0$  i kada je  $\epsilon_a = 1,22 \cdot 10^{-4}$  m. Uslovi primjera su:  $\gamma = 0,137 \cdot 10^{-6}$  Pa<sup>-1</sup>;  $P_0 = 7,3 \cdot 10^6$  Pa;  $\mu_0 = 1,3352 \cdot 10^{-2}$  Pa s;  $R = 0,2$  m;  $v_0 = 0,6 v_R$ ;  $v_R = 18$  m/s.

Table 2

Comparison of results for the case when  $\epsilon_a \gg \epsilon_0$ , and when  $\epsilon_a = 1,22 \cdot 10^{-4}$  m. Conditions for application:  $\gamma = 0,137 \cdot 10^{-6}$  Pa<sup>-1</sup>;  $P_0 = 7,3 \cdot 10^6$  Pa;  $\mu_0 = 1,3352 \cdot 10^{-2}$  Pa s;  $R = 0,2$  m;  $v_0 = 0,6 v_R$ ;  $v_R = 18$  m/s.

da formula Mizuna-Grudeva (15) predstavlja praktični i jednostavni oblik analitičkoga rješenja diferencijalne jednadžbe (10).

Na slici 5. daje se utjecaj  $\epsilon_a$  na  $\epsilon_0$  u funkciji kuta zahvata  $\alpha$ . Sa porastom brzine valjanja pri održavanju konstantne visine maziva na traci ispred valjaka sve je potrebnija korekcija  $\epsilon_0$  po  $\epsilon_a$ .

U tablici 2. daje se utjecaj  $\epsilon_a$  na  $\epsilon_0$  u funkciji kuta zahvata  $\alpha$ . Sa porastom zahvatnoga kuta utjecaj  $\epsilon_a$  na  $\epsilon_0$  opada pa se može zaključiti da je  $\epsilon_a$  utjecajan parametar u procesu dresiranja (kada  $\alpha \rightarrow 0$ ).

Potrebno je naglasiti da poprečna hraptavost povećava  $\epsilon_0$  u odnosu na glatke površine valjaka i valjanoga materijala. Ona dakle postiže suprotni efekat na  $\epsilon_0$  nego  $\epsilon_a$ . Općenito problem podmazivanja zauzima vidno mjesto u procesima valjanja, vučenja i prešanja metala. Najbolji i najlakši put rješavanja problema sniženja kontaktognog trenja pri obradi metala valjanjem, je tretiranje maziva kao newtonov fluid i nestišljive tekućine. Ukoliko radimo sa emulzijama tada je problem daleko

složeniji, lamilarni tok se narušava u području  $[-a; 0]$  (slika 1.).

Praktična mjerena  $\epsilon_0$  su pokazala da se u tim slučajevima mogu javiti i suprotni efekti na  $\epsilon_0$ , od onih koje nalaže rješenja diferencijalne jednadžbe (10) [12, 13].

Medutim, povećanje brzine valjanja povećava i inerciju maziva na traci ispred valjaka, koja utječe na gradijenat pritiska na ulaznom presijeku zone deformacije. Kako nedostaju podaci, danas u svijetu, o koeficijentu proklizavanja između valjka i valjanoga materijala to se ne može definirati utjecaj inercije [14] maziva na gradijenat pritiska na ulaznom presijeku zone deformacije.

## ZAKLJUČAK

Analiza je provedena za lamilarni tok maziva u području  $[-a; 0]$  (slika 1.) što znači da  $\epsilon_0$  mora biti veći od hrapavosti površina na ulaznom presijeku zone deformacije. Također je provedena za izotermne uslove tehnološkoga procesa. Na osnovu analize možemo izvući slijedeće zaključke:

1. Visina sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije vrlo brzo raste sa porastom brzine valjanja i taj je porast veći za manje zahvatne kutove.

2. Snižavanjem visine sloja maziva na traci ispred valjaka  $\epsilon_0$  snižava se i  $\epsilon_0$  i taj je efekt izraženiji pri većim brzinama valjanja.

3. Sa porastom zahvatnih kuteva valjanja  $\alpha$ ,  $\epsilon_0$  teži linearizaciji u sistemu  $\epsilon_0 = \epsilon_0(v_R)$ , što je u suglasnosti sa poznatom formulom Mizuna-Grudeva. To je matematički dokazano i na transcedentnoj jednadžbi (16).

4. Poligonalna metoda proračuna  $\epsilon_0$  dala je dobre rezultate u sistemima  $\epsilon_0 = \epsilon_0(v_R)$  i  $\epsilon_0 = \epsilon_0(\alpha)$ . Njezina primjena je nezaobilazna u proračunu  $\epsilon_0$ , jer transcedentna jednadžba ima vertikalnu asimptotu za  $\alpha = \alpha^*$ .

5. Budući da nam je tehnološkom procesu sa brzinom valjanja najlakše operirati odatle i slijedi njezin veliki praktični interes kao parametra kojim se može utjecati na  $\epsilon_0$ .

## ZAHVALA

Tema je radena pod stručnim nadzorom Prof. Dr. Ilije Mamuzića dipl. inž., kojemu se srdično zahvaljujem na pomoći.

## Popis simbola

$\alpha$	kut zahvata [rad]
$\alpha^*$	karakteristični kut zahvata, slijedi za $D=0$ u izrazu (18) [rad]
$\gamma$	piezokoefficijent viskoznosti maziva [ $\text{Pa}^{-1}$ ]
$\epsilon_a$	visina maziva na traci ispred valjaka [m]
$\epsilon_1$	visina maziva u području maksimalnog pritiska [m]
$\epsilon_2$	visina maziva na izlazu iz zone deformacije [m]
$\epsilon_{0,01}$ i $\epsilon_{0,02}$	visina maziva za zahvatne kuteve $\alpha=0,01$ rad i $\alpha=0,02$ rad
$\epsilon_0$	visina sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije [m]

$\epsilon_0^*$	karakteristična visina sloja maziva poznata za $\alpha^*$ a dobivena iz istoga uvjeta, $D=0$ [m]
$\epsilon_0^1$	visina sloja maziva kada $\alpha \rightarrow 0$ [m]
$\epsilon_0^M$	visina sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije za zahvatne kuteve $\alpha > 0,05$ rad
$\epsilon(x)$	visina sloja maziva ispred zone deformacije u području $[-a; 0]$ (slika 1.)
$\mu$	dinamička viskoznost maziva za pritisak $p$ [Pas]
$\mu_0$	dinamička viskoznost maziva za pritisak $p_0$ [Pas]
$x, y$	koordinate Decartesovog sustava
$dp/dx$	gradijent pritiska u mazivu uzduž proizvoljno orijentirane osi $x$
$\pi$	transcedentni broj
$e$	baza prirodnog logaritma
$a$	dužina mazivoga klini (slika 1.) [m]
$h_0$	visina trake prije deformacije [m]
$h_1$	visina trake nakon deformacije [m]
$l$	dužina zone deformacije [m]
$p$	atmosferski pritisak [Pa]
$P_0$	pritisak na ulaznom presijeku zone deformacije [Pa]
$u$	brzina gibanja maziva uzduž osi $x$ [m/s]
$r$	koeficijent Poligonalne metode
$v_0$	brzina trake na ulazu u zonu deformacije [m/s]
$v_{Rs}$	projekcija vektora brzine valjaka na os $x$
$v_R$	obodna brzina valjaka (brzina valjanja) [m/s]
$z$	brzina gibanja maziva uzduž osi $y$ [m/s]
$A$	tehnološki parametar definiran izrazom (17) [ $\text{m}^{-1}$ ]
$D$	diskriminanta kvadratne jednadžbe
$R$	radijus valjaka [m]
$Q$	volumna potrošnja maziva [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]
$Q(x)$	specifična potrošnja maziva u području $[-a; 0]$ za presijek $\epsilon(x)$
$=$	identički jednak
$>$	mnogo veće od
$<$	mnogo manje od

## LITERATURA

1. Vinogradov G. V., Sinicin V. V.: Dokladi AN SSSR, 86 (1952)3, 573—576.
2. Kolmogorov V. L., Orlov S. I., Kolmogorov G. L.: Gidrodinamičeskaja podaca smazki, Metallurgija, Moskva 1975.
3. Slezkin N. A.: Dinamika vjazkoj nesžimaemoj židkosti, Gostexizdat, Moskva 1955.
4. Grudev A. P., Tilik V. T.: Tehnologičeskie smazki v prokatnom proizvodstve, Metallurgija, Moskva 1975.
5. Čurčija D., Mamuzić I.: Tehnika-RGM 32(1981)10, 1459—1462.
6. Čurčija D., Mamuzić I.: Tehnika-RGM 34(1983)8, 1075—1078.
7. Mizuno T.: Japon J. Soc. Techn. Plast 66(1966)7, 383—389.
8. Grudev A. P., Maksimenko O. P.: Izvestija Černaja metallurgija, 14(1971)7, 105—109.
9. Meleško V. I., Mazur V. L., Timošenko V. I.: Izvestija Černaja metallurgija, 16(1973)10, 98—103.
10. Mazur V. L.: Stalj 48(1978)5, 440—444.
11. D. Blanuša: Viša matematika, Prvi dio, Drugi svezak, Tehnička knjiga, Zagreb 1965, str. 849.
12. Grudev A. P., Razmahnin A. D.: Izvestija Černaja metallurgija 28(1985)3, 52—54.
13. Grudev A. P., Razmahnin A. D.: Izvestija AN SSSR — Metalli 26(1984)2, 86—88.
14. Kolmogorov G. L.: Izvestija Černaja metallurgija 26(1983)10, 66—71.
15. Cvitaš T., Kallay N.: Fizičke veličine i jedinice Medunarodnog sustava, Hrvatsko kemijsko društvo, Zagreb 1975.

## ZUSAMMENFASSUNG

Auf Grund der Analyse die durch den laminaren Strom der Schmiermittel, durch isotherme Bedingungen und durch die Nichtzusammendrückbarkeit von Flüssigkeiten begrenzt ist kann gefolgert werden:

1. Die Höhe der Schmiermittelschicht am Eintrittsdurchschnitt der Verformungszone wächst sehr schnell mit der wachsenden Walzgeschwindigkeit, und dieser Zuwachs ist grösser bei kleinerem Greifwinkel.

2. Mit der Reduzierung der Höhe der Schmiermittelschicht am Band vor der Walze wird die Höhe der Schmiermittelschicht am Eintrittsdurchschnitt der Verformungszone kleiner und dieser Effekt ist ausgeprägter bei höheren Walzgeschwindigkeiten.

3. Mit grösser werdendem Greifwinkel strebt die Höhe der Schmiermittelschicht am Eintrittsdurchschnitt der Verformungszone zur Linearisation in Abhängigkeit von der Walzgeschwindigkeit. Das stimmt mit der bekannten Formel nach Mizuna-Grudeva überein.

4. Weil die Walzgeschwindigkeit geändert werden kann, folgt daraus deren praktischer Wert als Parameter, womit die Höhe der Schmiermittelschicht am Eintrittsdurchschnitt der Verformungszone beeinflusst werden kann.

5. Die ausgeführten Folgerungen sind aproksimativ für Emulsionen.

## SUMMARY

Based on the analysis limited by the laminar flow of lubricants, isothermal conditions, and incompressibility of liquids, the following conclusions can be made:

1. The thickness of lubricant layer in the entering cross section of the deformation zone increases rapidly with the increasing rolling speed, and this increase is higher for smaller gripping angles.

2. The reduced thickness of lubricant layer on strip before rolling reduces the thickness of lubricant layer in the entering cross section of the deformation zone, and this effect is more pronounced at higher rolling speeds.

3. At increased gripping angles the thickness of lubricant layer in the entering cross section of the deformation zone has tendency to become linear in relation to the rolling speed. This is in agreement with the Mizuna-Grudeva formula.

4. Since the rolling speed can be varied, it is a parameter which influences the thickness of lubricant layer in the entering cross section of the deformation zone.

5. The deduced conclusions are approximative for emulsions.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании анализа, который ограничен с ламинарным током смазочных веществ, изотермическим условием и настройки жидкостей, можем заключить следующее:

1. Высота слоя смазочного средства на входном сечении деформационной зоны очень быстро возрастает с увеличением быстроты прокатывания и это приращение более велико при более объемных высотных отметках.

2. Снижением высоты слоя смазки на ленте перед валками понижается высота слоя смазки на входном разрезе деформационной зоны, и этот эффект более выразителен при более поспешенных быстрот прокатывания.

3. С увеличением объемных высотных отметок прокатывания стремиться высота слоя смазки на входном разрезе деформационной зоны к линии в зависимости от быстроты прокатывания. Это согласуется с известной формулой Мизуна — Грудева.

4. Так как быстроту прокатываний можно изменять, то из этого следует её практическое значение как параметра с которым можно влиять на высоту слоя смазки на входном сечении деформационном сечении зоны.

5. Приведенные заключения аппроксимативны также для эмульсий.

Odgovorni urednik: Jože Arh, dipl. inž. — Člani: dr. Jože Rodič, dipl. inž., Franc Mlakar, dipl. inž.,

dr. Aleksander Kveder, dipl. inž., dr. Ferdo Grešovnik, prof. dr. Andrej Paulin,

dr. Karel Kuzman, prof. Regina Razinger, lektor, Jana Jamar, tehnični urednik

Oproščeno plačilo prometnega davka na podlagi mnenja Izvršnega sveta SRS

— sekretariat za informacije št. 421-1/172 od 23. 1. 1974

Naslov uredništva: SŽ Železarna Jesenice, 64270 Jesenice, C. železarjev 8,

tel. št. 064/81-341, int. 2619 — Tisk: TK Gorenjski tisk, Kranj