PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **2** (1974/1975)
Številka 4
Strani 143

Matjaž Omladič:

O DELJIVOSTI

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/2/2-4-Omladic.pdf

O DELJIVOSTI NEKATERIH ŠTEVIL

Dostikrat se vprašamo, če je neko naravno število deljivo z nekim drugim naravnim številom. Ali je npr.

$$35 \cdot 47 \cdot 93 - 1$$

deljivo z 8 ? Nihče nam ne brani, da zgornje število res izračunamo

$$35\cdot47\cdot93 - 1 = 152984$$

in nato rezultat delimo z 8. Ker se deljenje izide, je število res deljivo z 8. To pa bi lahko ugotovili tudi drugače, ne da bi število sploh izračunali. Kako?

Najprej delimo število 35 z 8, rezultat je 4, ostanek pa 3, torej je $35 = 8\cdot4 + 3$. Enako dobimo $47 = 8\cdot5 + 7$ in $93 = 8\cdot11 + 5$. Označimo $a=4$, $b=5$ in $c=11$, pa dobimo

$$35 = 8a + 3 \qquad 47 = 8b + 7 \qquad 93 = 8c + 5$$

Izračunajmo

$$35\cdot47 = (8a+3)(8b+7) = 64ab+24b+56a+21 = 8d + 5$$

Pri tem smo označili $d = 8ab+3b+7a+2$. Končno dobimo

$$35\cdot47\cdot93 - 1 = (8d+5)(8c+5) - 1=$$
$$= 64dc+40c+40d+24 = 8e$$

Pri tem smo označili $e = 8dc+5c+5d+3$. Tako smo ugotovili, da je dano število res deljivo z 8. Preverimo še na isti način, da je število $2^{192}- 1$ deljivo s 7 ! Očitno je

$$2^{192}- 1 = (2^3)^{64}- 1 = (((((8^2)^2)^2)^2)^2)^2- 1$$

Ker je $8=7+1$, je $8^2 = 7^2 + 2\cdot7\cdot1 + 1^2 = 7a + 1$; nadalje je

$$(8^2)^2 = (7a+1)^2 = 7^2a^2 + 14a + 1 = 7b + 1$$

Bralec naj sam napravi naslednjih nekaj korakov, dokler ne dobi

$$((((8^2)^2)^2)^2)^2 = 7e + 1$$

in končno

$$8^{64} - 1 = (7e+1)^2 - 1 = 7f$$

Za vajo preveri, da je:

a) $55\cdot34\cdot26 - 5$ deljivo s 3;
b) $38\cdot39\cdot41\cdot42 + 1$ deljivo s 5;
c) $2^{16} + 2$ deljivo z 9;
č) $3^{32} - 1$ deljivo s 4.

Matjaž Omladič