PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **9** (1981/1982)
Številka 1
Strani 14–15

Dragoljub M. Milošević, prevod Peter Petek:

KRITERIJ DELJIVOSTI S 7 IN 13

Ključne besede: matematika, aritmetika, deljivost.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/9/9-1-Milosevic-Petek.pdf

KRITERIJ DELJIVOSTI S 7 IN 13

Če hočemo ugotoviti, ali je neko celo število m deljivo s 7 ali 13, neposredno delimo število m s številom 7 ali 13. Na primer, če je $m = 84$, imamo $84 : 7 = 12$ ali $84 = 7.12$; če pa je $m = 7458$, imamo $7458 : 7 = 1065$ in 3 ostane ali $7458 = 7.1065 + 3$. V prvem primeru pravimo, da je število m deljivo s številom 7 in zapišemo

$$7 \mid 84$$

v drugem pa število m ni deljivo s 7, kar zapišemo

$$7 \nmid 7458$$

Vendar zahteva preverjanje deljivosti s številom 7 ali 13 znatno več čas in truda, če je število m večštevilčno. Kriterij deljivosti z neposrednim preverjanjem je resda vedno uporaben, ni pa dovolj praktičen. Zato bomo našli ugodnejšega. Vsako celo število m lahko enolično predstavimo v obliki

$$m = 10a + b$$

kjer sta a in b celi števili. Število b pomeni enice, število a pa dobimo, če od m enice odrežemo. Nadalje je

$$m = 3(a - 9b) + 7(a + 4b)$$

Ker je $7(a + 4b)$ deljivo s 7, je za to, da bi bilo deljivo s 7 tudi število m, potrebno in zadostno, da je deljivo s 7 število $a - 9b$.

Na podoben način obdelamo deljivost s 13. Zato zapišemo število m v takile obliki

$$m = 13(a - 2b) - 3(a - 9b)$$

in spet sklepamo, da je število m deljivo s 13 če in samo če je deljivo s 13 število $3(a - 9b)$, to se pravi tudi število $a - 9b$. Tako smo pokazali izrek:

Število m je deljivo s 7 ali 13 natanko takrat, ko je deljivo s 7 ali 13 število, ki ga dobimo, če številu m odrežemo enice in od dobljenega števila odštejemo devetkratno število enic.

Preizkusimo zdaj, ali je število 64 585 deljivo s 7 ali 13. Po zgornjem kriteriju moramo torej preizkusiti ali je deljivo s 7 ali 13 število 6458 - 9.5 = 6413. Še vedno je to število preveliko za neposreden preizkus, zato še enkrat uporabimo izrek in dobimo število 641 - 9.3 = 614. Pa še enkrat, da dobimo 61 - 9.4 = 25. Zdaj pa že vidimo, da 25 ni deljivo niti s 7 niti s 13 in zato tudi število 64 585 ni deljivo niti s 7 niti s 13. Shematično bi račun zapisali takole

```
  6 4 5 8 5
    - 4 5      9.5
  ---------
  6 4 1 3
  - 2 7        9.3
  -------
  6 1 4
- 3 6          9.4
  -----
  2 5
```

Naloge.

1. Preveri, kako je z deljivostjo s 7 in 13 za število 47 543!
2. Dokaži, da iz $7\ (a + 5b)$ sledi $7 | (10a + b)$! Ali velja tudi obratno?
3. Rezultat prejšnje naloge oblikuj v kriterij za deljivost celih števil s 7 in tako preizkusi deljivost števila 32 578 s številom 7.
4. Sestavi podobna pravila za deljivost s števili 11, 17, 19 in 23.
5. Številu 7A 546 izberi število A tako, da bo deljivo z 19!

Dragoljub M. Milošević
prev. *Peter Petek*