matematika v šoli ∞ letnik XX. ∞ št 1|2

Vsebina

Contents

Dvajset let (uvodnik v jubilejni letnik)

20th anniversary of the journal Mathematics in School (Editorial for the anniversary volume)

Jerneja Bone
odgovorna urednica

Ali se lahko rodiš leta 1992 in si leta 2014 star 20 let? Ne! Da! Vsako desetletje se pomladiti za eno leto! Ja, marsikdo bi si to želel. To je mogoče le pri reviji, ki jo berete, Matematika v šoli. Zakaj? Ker je to pač matematična revija. Ker sta besedi matematika in šola ženskega spola. Vem, da mi ne verjamete, zato sem vam zdaj dolžna pojasnilo. Revija Matematika v šoli je prvič izšla leta 1992, vmes sta bili dve leti, ko ni izhajala. Zato letos, leta 2014, izdajamo 20. letnik revije. Jubilejni letnik.

20 letnikov. Veliko. Malo. Kakor se vzame. Brez dveh, ki sta revijo obudila k življenju, ki sta ji vdahnila dušo in srce, revije ne bi bilo. To sta Nada Marčič in Darjo Felda. V pisarni na Parmovi 33 (kjer ni več prostorov ZRSŠ, OE Ljubljana) sta ustvarjala prvo številko revije Matematika v šoli, edino revijo v našem prostoru, ki pokriva področje didaktike matematike. Koliko energije, truda in vere v uspeh je bilo treba, da se je revija »rodila«. Izpolnile so se sanje, ki sta jih sanjala. Prva odgovorna urednica Nada Marčić je revijo sprejela ob rojstvu, ji pomagala v otroštvu in vse tja do najstništva. 15 let je urejala revijo, skrbela zanjo in za vse, ki so jo nestrpno pričakovali, da jo bodo brali.

MATEMATIKA V ŠOLI, letnik 20, številka 1–2, avgust 2014 | ISSN 1318-010X | **Izdal in založil:** Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Poljanska 28 | **Predstavnik:** dr. Vinko Logaj | **Uredniški odbor:** Jerneja Bone (odgovorna urednica), Zavod RS za šolstvo, jerneja.bone@zrss.si; Darja Antolin, Pedagoška fakulteta Maribor; dr. Darjo Felda, Pedagoška fakulteta Koper; dr. Marjan Jerman, Fakulteta za matematiko in fiziko; Sabina Kumer, Šolski center Krško – Sevnica; dr. Zlatan Magajna, Pedagoška fakulteta Ljubljana; mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo; Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem; dr. Lucija Željko, Osnovna šola Sostro; dr. Herremans Adriaan, Universiteit Antwerpen, Belgija; dr. Jasmina Milinković, Pedagoška fakulteta Beograd, Srbija; dr. Bernat Sebastià Martinez, Univerza Alicante, Španija | **Jezikovni pregled:** Tatjana Ličen | **Izvlečki v angleščini:** Saša Radusinovič | **Oblikovanje:** Anže Škerjanec | **Urednica založbe:** Simona Vozelj | **Naslov uredništva:** Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica (za revijo Matematika v šoli), Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica | **Prelom in tisk:** Tiskarna Povše BM d.o.o. | **Naklada:** 600 izvodov | **Letna naročnina** (4 številke oziroma 2 dvojni): 20,86 EUR za šole in ustanove, 14,19 EUR za posameznike in 13,35 EUR za dijake, študente in upokojence. | Cena posamezne dvojne številke v prosti prodaji je 13,35 EUR. | **Naročila:** ZRSŠ – Založba, Poljanska cesta 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199, e-pošta: zalozba@zrss.si | Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 568. | Revija Matematika v šoli je indeksirana in vključena v mednarodne baze podatkov: | MathEduc – Mathematics Education Database, ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Co-operative Online Bibliographic System and Serveces (COBISS) | Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana. |

Sama sem urednikovanje sprejela, ko je revija ravno vstopala v intenzivno dobo pubertete, in zdaj pri njenih 20 letih lahko rečem, da je na poti k odraslosti. In kakšne so značilnosti 20-let- nika/letnice? Dvajsetletniki so v veliki večini še vedno odvisni od staršev. Tudi naša revija je odvisna od vas, dragi bralci. S svojimi prispevki soustvarjate revijo, jo delate boljšo, zanimivejšo. Hvala vam. V ozadju nastanka vsake številke revije stojijo člani uredniškega odbora, ki s svojo strokovnostjo prispevajo velik delež h kakovosti revije. Hvaležna sem vsakemu posebej in vsem skupaj za njihovo delo, ki ga opravijo. Nekateri dvajsetletniki se še iščejo, drugi so se že našli. So obdobja, ko so resni, in so obdobja, ko se radi zabavajo. Veliko jih še študira. In naša revija? Včasih se tudi revija išče – še posebej v obdobjih, ko ji primanjkuje prispevkov. S tematskimi številkami želimo slediti aktualnim dogajanjem. Revija ima še svoje muhe (kot nekateri dvajsetletniki), ki pa jih skušamo krotiti in jo usmeriti na pravo pot. Želimo ji utreti pot v članstvo v katero izmed mednarodnih baz in ji tako pokazati pot naprej in jo uvrstiti na zemljevid uglednih revij.

Če me vprašate, ali sem kdaj razmišljala, da bom sooblikovala revijo, ki sem jo prvič spoznala med študijem? Ne. Še zdaj ne vem, kako in zakaj je Nada izbrala ravno mene za svojo naslednico. Trudim se po svojih najboljših močeh, da ne izneverim njenega zaupanja.

Moje prvo srečanje z novinarstvom je bil novinarski krožek na OŠ Ivana Cankarja na Vrhniki. Krožek je vodila učiteljica matematike Irena Solina. Z veseljem sem sodelovala in soustvarjala šolski časopis z naslovom Zrele buče. Žal nimam nobenega izvoda. Morda se skriva v arhivu na OŠ Ivana Cankarja na Vrhniki. Spomnim se prvega intervjuja, ki sem ga naredila z gospo Julko Fortuna iz Podlipe, znano klekljarico in pesnico, spomnim se na oblikovanje časopisa, zbiranja prispevkov, dogovarjanja o vrstnem redu prispevkov, sestavljanju nagradnih križank in žrebanj. In vznemirljivega občutka, ko smo tiskali revijo, jo spenjali. Kako je dišalo! In prodaje revije po šolskih hodnikih. Hvala vam, Irena, za te prve korake v svet novinarstva. In še na nekoga se moram spomniti. To je učiteljica slovenščine, Bronislava Novak, ki nam je v zadnjih treh letih osnovne šole dajala pomembne napotke, kako napisati dober spis. Koliko »šmir« zvezkov smo popisali, pisali smo le na desno stran zvezka, v vsako drugo vrstico, da je bilo v praznih vrsticah in na levi strani zvezka dovolj prostora za popravke. Takrat še ni bilo računalnikov in urejevalnikov besedil.

Še vedno se vznemirim, ko odpiram novo številko revije. Še posebej se bom z vami veselila številke, ki jo ravnokar berete. Ob 20-letniku pripravljamo tudi posebno publikacijo, ki jo bomo z vami delili na spletu v avgustu in jo predstavili na posebnem dogodku ob zaznamovanju 20-letnikov revije na 2. mednarodni Konferenci o učenju in poučevanju matematike KUPM 2014, 21. in 22. avgusta v Čateških Toplicah.

Naj se na koncu zahvalim urednici založbe Simoni Vozelj in vodji založbe Mariji Lesjak Reichenberg za vso podporo, pomoč pri delu, ustvarjanju z revijo.

Kaj naj zaželim naši in vaši reviji ob njenem 20. letniku izhajanja?

Revija Matematika v šoli
v vsaki šoli nikomur ne škodi.
Naj svojo vsebino vsem podeli,
učiteljsko prakso obogati.
20 je 4 krat 5,
želim ti še mnogo let.

Se znamo (na)učiti, se (samo)oceniti in (z)motivirati!?

Are We Able to Learn, (Self-)Evaluate and (Self-)Motivate?

Jerneja Bone
odgovorna urednica

Predstavljajte si, da je pred vami deset strani besedila, ki se ga morate naučiti. Kaj boste naredili? Kako se boste tega lotili? Se boste morda vprašali, kaj o tem že veste. Nekateri boste brali in podčrtovali, uporabljali različne barve pisal za podčrtovanje, drugi boste najprej pogledali na strukturo besedila (poglavja, podpoglavja …), tretji boste naredili izpiske, spet drugi boste oblikovali miselni vzorec. Če bo besedilo tako, da bo primerjalo več različnih pojmov, predmetov, pojavov, si boste lahko pomagali s primerjalno matriko. Če bo besedilo hierarhično povezano, boste oblikovali hierarhično pojmovno mrežo. Morda pa boste uporabili Paukovo metodo ali PV3P. Mogoče ne boste uporabili nič od tega, ker imate svojo, lastno strategijo učenja. Kdo vas je naučil te strategije? Sami? Šola? Z željo, da zagotovimo vsem učencem enake možnosti (premalokrat se zavedamo, da nekateri doma nimajo dobrih možnosti, da jim starši ne znajo in ne zmorejo pomagati), smiselno umeščamo v pouk različnih predmetov raznolike bralne učne strategije. Vse našteto uvrščamo v **kognitivno področje**, eno od treh, s katerim se ukvarja kompetenca učenja učenja.

Kako bi se počutili in kaj bi storili, če bi se morali samooceniti? Bi se znali? Predstavljajte si, da se morate oceniti, kako ste digitalno pismeni. Ali pa (morda za nekatere lažje), da se samoocenite ob letni oceni? Ali vemo, kaj moramo še storiti, da bomo še boljši učitelji, da bomo dosegli višjo stopnjo digitalne pismenosti?

Ali vemo, kje smo manj uspešni? Ali vemo, kje poiskati pomoč, če česa ne znamo? In če taka in podobna vprašanja zastavljamo učencem, bi si jih morali zastavljati tudi sami in se tako samoocenjevati, samouravnavati in evalvirati lastno delo. Prava vprašanja usmerjajo učenčevo pot in so pomembna, da učenec ali dijak najde pravo, njemu lastno strategijo učenja. S takimi in podobnimi vprašanji, ki jih zastavljamo učencem, razvijamo **metakognitivno področje** učenja učenja.

Še berete ta uvodnik? Potem ste verjetno globoko notranje motivirani. Boste brali naprej zato, ker vas res zanima, kaj vam ima povedati odgovorna urednica; ali berete, da boste našli kako napako, kak nesmisel in se mi potem smejali; ali pa berete zato, da se boste česa novega naučili, spoznali? Vaša želja po branju izvira iz vas samih. Tudi za naše učence si želimo, da bodo notranje motivirani za učenje matematike. In kako to doseči? Z raznolikimi idejami, prijemi, različnimi metodami in načini poučevanja. Zavedamo se, da so naši učenci v vsakem trenutku motivirani za nekaj, a ne vemo, za kaj. Morda razmišljajo o igrici na računalniku, o fantu, punci. Mi, kot učitelji, pa si želimo, da so motivirani za matematiko. Pravzaprav moramo vse učence dobiti na skupni imenovalec: motivirani morajo biti za vsebino, ki jim jo podajamo pri pouku. In če vas vprašam, ali ste motivirani za delo, ki ga opravljate, se z veseljem naučite česa novega, da boste svoje delo laže in bolje opravljali? Se novih veščin in znanj lotite z veseljem? **Motivacijsko področje** je tretje, s katerim se ukvarja kompetenca učenja učenja. Motivacijsko področje vključuje tako zunanje (*učno in družbeno okolje)* kot notranje (*vrednote, stališča in čustva)* dejavnike, ki spodbujajo učenje.

Kompetenca učenje učenja (KUU) je zapisana v dokumentih, ki so učiteljem vodilo pri njihovem delu: Učnem načrtu za matematiko za osnovno šolo (2011), Učnem načrtu za gimnazijo (2008) in Katalogih znanj za srednje strokovno in poklicno izobraževanje (2006).

Zapisi narekujejo učiteljem vpeljevanje KUU v pouk matematike. In pri tem so jim v veliko podporo različni projekti. V zadnjih letih so se v slovenskem šolskem prostoru učitelji in tudi učenci veliko ukvarjali z vključevanjem Kompetence učenje učenja v pouk, tudi v pouk matematike.

Na Zavodu RS za šolstvo je od šolskega leta 2010/2011 do 2012/13 pod vodstvom mag. Cvetke Bizjak potekal projekt Uvajanje medpredmetne kompetence učenje učenja v pouk, v katerega je bilo vključenih več gimnazij in srednjih šol. Marsikatere srednje šole tudi v letošnjem šolskem letu samoiniciativno nadaljujejo ta projekt, ker so spoznale uporabnost in koristnost vseh spoznanj, ki so jih v treh letih pridobile. Nekaj novih srednjih šol pa je v letošnjem šolskem letu stopilo na pot vključevanja kompetence učenja učenja v pouk pod strokovnim vodstvom mag. Cvetke Bizjak.

V šolskih letih 2011/12 in 2012/13 je na ZRSŠ potekal projekt Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do znanja, ki ga je vodila dr. Fani Nolimal in v katerega je bilo vključenih 42 osnovnih šol. Projekt se letos širi in nadaljuje po območnih enotah zavoda. Število osnovnih šol, ki se načrtno ukvarjajo z bralno pismenostjo, se veča, kar nas veseli.

Ne pozabimo, da je tudi Šola za ravnatelje vodila projekt Učenje učenja, v katerega so bile vključene marsikatere šole.

KUU je pomembna, in kadar se odločite, da boste vsaj del tega načrtno vključevali v pouk matematike, je smiselno, da to zapišete v letno pripravo. Nekaj idej o tem, kako zapisati v letno pripravo, boste našli v enem izmed člankov. V številki, ki je pred vami, vam vaši kolegi učitelji posredujejo svoje izkušnje in primere z vključevanjem različnih vidikov kompetenc učenja učenja. Tudi v naslednji dvojni številki revije bomo objavili prispevke učiteljev, kjer so opisali primere iz prakse z željo, da izmenjujejo svoje ideje in spoznanja.

Naj na koncu poudarim, da je pomembno vertikalno vpeljevanje bralnih učnih strategij v pouk, od najpreprostejših v nižjih razredih osnovne šole, do bolj zapletenih v višjih razredih. Smiselno je vključevanje vseh v nadaljnjih letih šolanja. Učenci bodo izbrali tisto strategijo, ki bo posamezniku pisana na kožo.

Urejanje racionalnih števil z uporabo bralnih učnih strategij

Ordering Rational Numbers by Using Reading and Learning Strategies

Mateja Žuželj

Σ Povzetek

V prispevku je opisana izvedena učna ura v osmem razredu osnovne šole z naslovom »*Urejanje racionalnih števil po velikosti*« z uporabo štirih bralnih učnih strategij (BUS): primerjalna matrika, številski trak, izdelava lastnega slovarja in strategija branja grafičnih prikazov.

Ključne besede: bralne učne strategije, racionalna števila

Σ Abstract

The article provides a description of a lesson entitled "Ordering Rational Numbers by Size", *which was carried out in the 8th grade of elementary school. Four reading and learning strategies were implemented: comparative matrix, number line, making one's own dictionary and the strategy of reading graphic representations.*

Keywords: *reading and learning strategies, rational numbers*

α Uvod

Branje kot najpomembnejša sestavina pismenosti in sredstvo učenja je zelo pomembna dejavnost v šoli, ki jo je treba negovati pri vseh predmetih. Tako je bil razvoj bralne pismenosti eden izmed ključnih novosti leta 2008 posodobljenega učnega načrta za matematiko za osnovne šole. Poudarjeno je bilo, da naj se skozi cilje in vsebine prepletajo tudi cilji za razvoj bralne pismenosti — učenci naj razvijajo: natančno in pravilno izražanje ter bralne strategije in sposobnosti, kot so bralno razumevanje, odnos do branja in zanimanje za branje (Suban, M., in drugi, 2013, str. 22). Branje je tako tudi pri matematiki najučinkovitejše sredstvo učenja; spomnimo se samo besedilnih nalog, navodil ali informacij, predstavljenih v obliki tabel, grafov, prikazov in podobno. Decembrsko poročilo raziskave PISA *(Programme for International Student Assessment)* 2012 (Štraus, Šterman in Štigl, 2013, str. 3) kaže, da so slovenski učenci pri bralni pismenosti dosegli 481 točk, kar je 15 točk nižje od povprečja OECD, ki ga sestavljajo učenke in učenci držav članic Organizacije za ekonomsko sodelovanje in razvoj ter njihovih držav partneric. Zato moramo učitelji v zasnovo uspešnega poučevanja vključevati tudi seznanjanje učencev s temeljnimi pojmi in načeli učinkovitega učenja, to je razvijanje kompetence »učenje učenja« (Pečjak in Gradišar, 2012, str. 7). Ta kompetenca je ena izmed ključnih kompetenc za vseživljenjsko učenje in je opredeljena kot »sposobnost za učenje, potrebna za organiziranje in usmerjanje lastnega učenja«. Učenec je torej tisti, ki aktivno usmerja lastni proces učenja in se hkrati zaveda te svoje vloge (Pečjak in Gradišar, 2012, str. 11, 12).

Pomemben del učnih strategij, ki pripomorejo učencem k boljšim učnim rezultatom, predstavljajo bralne učne strategije (BUS). Poznamo številne bralne strategije, ki so uporabne na različnih področjih in v različnih starostnih obdobjih. Delijo se na strategije pred in med branjem in po njem. Vse štiri strategije, ki sem jih sama uporabila pri v nadaljevanju predstavljeni učni uri, uvrščamo med strategije po branju. Uporabila sem: *primerjalno matriko*, *številski trak*, *izdelavo lastnega slovarja* in *strategijo branja grafičnih prikazov*.

Primerjalno matriko (Pečjak in Gradišar, 2012, str. 237) uporabimo za primerjavo dveh ali več enot po dveh ali več značilnostih.

Številski ali časovni trak (Pečjak in Gradišar, 2012, str. 244, 245) omogoča konkretni prikaz števil ali dogodkov. Najprej si moramo izbrati ustrezno enoto, ki jo nanizamo na številski trak. Nato trak označimo, kar pomeni, da nad ali pod trakom vpišemo števila in njihovo morebitno mersko enoto (npr. kg, m, °C itd.) ali dogodke.

Z izdelavo lastnega slovarja (Pečjak in Gradišar, 2012, str. 303) učenec bogati svoj besedni zaklad, saj iz besedila izpiše neznano besedo, ki ji pojasni pomen. To lahko naredi na dva načina. Prvi je, da si učenec v zvezku pri posameznem predmetu v vnaprej izdelano tabelo vpisuje in pojasnjuje nove besede (besedo izpiše, zapiše njeno definicijo in neznano besedo uporabi v povedi). Drugi način pa je, da učenec vzame za vsako novo besedo svojo kartonsko kartico. Nanjo zapiše novo besedo, njen pomen in primer uporabe v povedi.

Strategija branja grafičnih prikazov (Pečjak in Gradišar, 2012, str. 283–285) zajema pet korakov:

1. hiter pregled gradiva,
2. pregled podrobnosti,
3. povezava grafičnega gradiva z besedilnim gradivom,
4. izvedba lastne razlage in sklepov iz grafičnega gradiva,
5. izdelava sklepov.

Zgoraj omenjene strategije so samo nekatere izmed mnogih, ki jih lahko uporabimo samostojno v posameznem delu učne ure ali pa uporabimo in medsebojno prepletamo več različnih strategij. Pred uporabo BUS moramo vedeti, kaj želimo z njimi doseči, in na podlagi ciljev uporabimo tiste, ki nam bodo pri delu najbolj koristile.

β Od teorije do prakse

Najtežje pri vpeljavi BUS v poučevanje je poiskati primerno učno temo za takšno obliko dela in temu primerno besedilo. Sama sem najprej preletela učni načrt in si izpisala teme, pri katerih bi bila uporabna kakšna izmed široke palete BUS. Zavestno sem pozornost usmerila na učne teme osmega razreda, saj to učno skupino sestavljajo učenci, zmožni doseganja zahtevnejših standardov. Izbrala sem učno temo »Urejanje racionalnih števil po velikosti«.

Nato sem razmislila o besedilu. Poudarek je bil predvsem na temi in namenu besedila, da bi lahko skozi različne BUS uresničili zastavljene cilje izbrane učne tematike. Pri iskanju besedila sem se osredinjala predvsem na vsakdanje življenje, čeprav sem vedela, da bom morala v kakšnem delu besedila uporabiti tudi strogo matematično besedilo, saj je bila makrodidaktična komponenta učne ure usvajanje nove učne snovi. Matematično besedilo (priloga 1) sem hitro našla v zbirki Matematika v srednji šoli, v kateri je avtor, Dušan Kavka (2003), zelo preprosto zapisal zakonitosti množice racionalnih števil in njihove urejenosti (str. 17, 18). Besedilo za učence ni bilo pretežko in so ga lahko popolnoma razumeli. V njem so bile zapisane razlike med pozitivnimi in negativnimi racionalnimi števili, lega teh števil na številski premici, njihov odnos do števila 0, kako števila nanašamo na številsko premico in tako naprej. Ker je bilo to besedilo nekoliko bolj monotono in nezanimivo, saj sem zajela vso teorijo racionalnih števil, ki jo učenci potrebujejo pri urejanju teh števil, sem se odločila izbrati še eno besedilo, ki bi se nanašalo na uporabo racionalnih števil v vsakdanjem življenju. Izbrala sem besedilo o temperaturnih rekordih (priloga 2). Učno uro sem izvedla septembra 2013, avgusta 2013 pa se je veliko govorilo o rekordnih poletnih temperaturah, izmerjenih v Sloveniji. Malo sem raziskovala po svetovnem spletu in na Wikipedii (glej Viri in literatura [6], [7]) odkrila članek s podatki o izmerjenih najvišjih in najnižjih temperaturah na posameznih celinah. To besedilo sem nato nekoliko spremenila in dodala še mrežni zapis izmerjenih temperatur (priloga 2).

Posamezen učenec je dobil samo eno besedilo.

Racionalna števila in njihova urejenost

Množica racionalnih števil Q je sestavljena iz množice pozitivnih racionalnih števil Q^+, množice negativnih racionalnih števil Q^- in števila 0.

Primeri pozitivnih racionalnih števil: $\frac{3}{8}$, 1.4, $2\,\frac{1}{2}$, $3\,\frac{3}{4}$, 5…

Primeri negativnih racionalnih števil: -0.7, $-1\,\frac{1}{3}$, -2, $-3\,\frac{2}{5}$, -4.7 …

Na številski premici določimo točko, ki predstavlja ulomek $\frac{m}{n}$, tako da enoto razdelimo na n enakih delov in potem m takih delov nanesemo desno od 0, če je $m > 0$, oziroma levo od 0, če je $m < 0$. Ulomek $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) je pozitiven ($n > 0$), če je $m > 0$, in negativen ($\frac{m}{n} < 0$), če je $m < 0$.

Na številski premici določimo točko, ki predstavlja ulomek $\frac{m}{n}$, tako da enoto razdelimo na n enakih delov in potem m takih delov nanesemo desno od 0, če je $m > 0$, oziroma levo od 0, če je $m < 0$. Ulomek $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) je pozitiven ($\frac{m}{n} > 0$), če je $m > 0$, in negativen ($\frac{m}{n} < 0$), če je $m < 0$.

Urejenost števil prikažemo s pomočjo matematičnih simbolov: je večje, je manjše ali grafično na številski premici. Točke, ki predstavljajo pozitivna racionalna števila, ležijo na številski premici desno od 0, točke, ki predstavljajo negativna racionalna števila, pa ležijo na številski premici levo od 0. Vsako pozitivno racionalno število je večje od katerega koli negativnega racionalnega števila. Izmed dveh negativnih racionalnih števil je manjše tisto, katerega slika leži na številski premici bolj levo. Vsako negativno število je manjše od števila 0 in vsako pozitivno število je večje od števila 0.

Vira:

1. Berk, J., Drasker, J., Robič, M. (2004). Skrivnosti števil in oblik 8. Učbenik za 8. razred devetletne osnovne šole. Ljubljana: Rokus.
2. Kavka, D. (2003). Matematika v srednji šoli: zbirka temeljne učne snovi in nalog srednješolske matematike: priprava na maturo. Ljubljana: Modrijan.

[Priloga 1] Matematično besedilo za 1. skupino

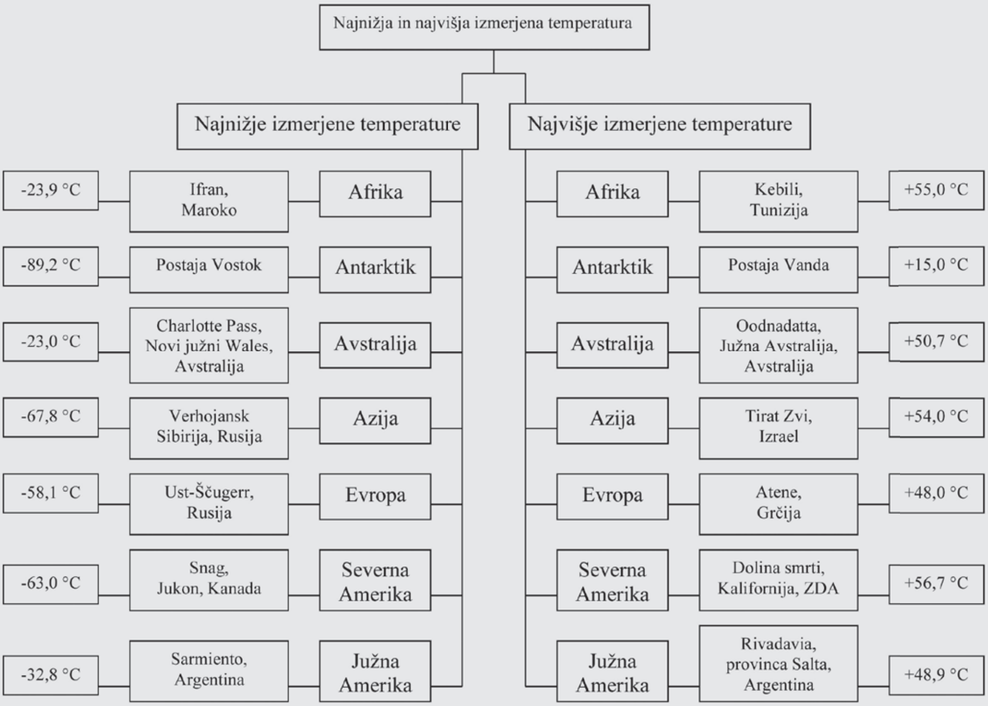
Temperaturni rekordi

S pojmom temperatura se v vsakdanjem življenju pogosto srečujemo. Najpogosteje pri vremenski napovedi, kjer nas zanima temperatura naslednjega dne, pa tudi pri podatkih na embalaži hrane, pijač ali zdravil, kjer je zapisano, pri koliko stopinjah Celzija je treba shranjevati določeno živilo ali zdravilo. Za zdravila ni priporočljivo, da se shranjujejo nad temperaturo +30 °C, medtem ko se zamrznjeni izdelki shranjujejo pod temperaturo –10 °C, tako je npr. temperatura sladoleda –15 °C.

Iz tega lahko razberemo, da je temperatura številska vrednost, ki nam pove, kako mrzlo ali toplo je kaj. Je zelo pomembna fizikalna količina v vseh naravoslovnih znanostih, predvsem pri biologiji, fiziki, kemiji. Merimo jo s termometri in toplomeri. Poznamo več vrst termometrov: kapljevinske, plinske, električne, bimetalne in druge. Temperaturo merimo v različnih merskih enotah, v našem okolju pa jo največkrat izrazimo v stopinjah Celzija (°C), po švedskem astronomu Andersu Celsiusu. Znak za temperaturo je velika črka T.

Od vseh uporab temperature je nam najbližja in najpogosteje uporabljena temperatura zraka, ki jo vremenarji napovedo ob vremenski napovedi. Letošnje poletje so pogostokrat napovedovali rekordno visoko poletno temperaturo. Tako je bila najvišja izmerjena temperatura letošnjega poletja +40,8 °C v Cerkljah ob Krki 8. 8. 2013. To je tudi slovenski rekord. Na Komni nad Bohinjem pa je bila 9. 1. 2009 izmerjena najnižja temperatura v Sloveniji kar –49,0 °C.

Zelo zanimivi so podatki o najvišji in najnižji izmerjeni temperaturi na različnih celinah, ki jih prikazuje spodnji grafični prikaz.



Viri:

1. Beznec, B., Cedilnik, B., Černilec, B., Gulič, T., Lorger, J. in Vončina, D. (2013). *Moja prva fizika 2. Učbenik za 9. razred osnovne šole.* Ljubljana: Modrijan.
2. Seznam slovenskih rekordov. (2013). Pridobljeno 5. 9. 2013, iz http://sl.wikipedia.org/wiki/Seznam_slovenskih_rekordov.
3. Extremes on Earth. (2013). Pridobljeno 5. 9. 2013, iz http://en.wikipedia.org/wiki /Extremes_on_earth.

[Priloga 2] Besedilo o temperaturnih rekordih za 2. in 3. skupino

Po izbrani učni temi, izpisanih ciljih iz učnega načrta in obeh besedilih sem izbrala BUS in sestavila naloge (priloga 3), ob katerih bi učenci lahko dosegli zastavljene cilje.

Temu je nato sledil še razmislek o didaktičnih vidikih in poteku učne ure.

Navodila za delo ~ 1. skupina ~

1. Preberi besedilo.
2. Naslednje naloge reši v zvezek. Najprej reši rdeče obarvane naloge in pripravi predstavitev za sošolce. Če še imaš čas, reši še modro in nato črno obarvane naloge.
   - Razloži matematične oznake v besedilu (lahko si pomagaš z dodatnimi viri).
   - Z matematičnimi znaki zapiši množico racionalnih števil.
   - Zakaj cela in decimalna števila pripadajo množici racionalnih števil?

- Primerjaj razlike med pozitivnimi in negativnimi racionalnimi števili. Vpiši jih v razpredelnico na plakatu.
- Vsa racionalna števila, omenjena v besedilu, uredi po velikosti od najmanjšega do največjega in jih prikaži na številski premici.
- Zapiši množico celih števil, ki so rešitve neenačbe $-4{,}7 < x \leq 5$.

3. Razpredelnico, številsko premico in rešitev neenačbe predstavi sošolcem.

Navodila za delo ~ 2. skupina ~

1. Preberi besedilo.
2. Naslednje naloge reši v zvezek. Najprej reši rdeče obarvane naloge in pripravi predstavitev za sošolce. Če še imaš čas, reši še modro in nato črno obarvane naloge.
   - Označi neznane besede v besedilu, jih izpiši in poišči njihovo razlago s pomočjo dodatnih virov.
   - Zakaj je temperatura v naravoslovju tako pomembna?
   - Zapiši, katere merske enote za merjenje temperature poznamo. Kolikšen je velikostni red med njimi?
   - Kolikšna je normalna telesna temperatura?
   - Kakšno skalo ima termometer za merjenje telesne temperature in kakšno termometer za merjenje temperature zraka?
   - Kje je bila izmerjena najvišja in kje najnižja temperatura? Za koliko se te temperature razlikuje od rekordnih temperatur, izmerjenih v Sloveniji?
   - Na zemljevidu sveta poišči in s samolepilnimi lističi označi kraje, omenjene v besedilu. Si našel vse? Zakaj?
   - Zapiši množico celih števil, ki so rešitve neenačbe $x < 48{,}9$.
3. Izdelan slovar, označene kraje na zemljevidu in rešitev neenačbe predstavi sošolcem.

Navodila za delo ~ 3. skupina ~

1. Preberi besedilo.
2. Naslednje naloge reši v zvezek. Najprej reši rdeče obarvane naloge in pripravi predstavitev za sošolce. Če še imaš čas, reši še modro in nato črno obarvane naloge.
   - Kaj je bistvo besedila? Predstavi ga v obliki SMS-sporočila.
   - Kaj predstavlja grafični prikaz v besedilu?
   - Razmisli o pomenu grafičnega prikaza izmerjenih rekordnih vrednosti temperature po vseh celinah.
   - Vse omenjene vrednosti temperature v besedilu uredi po velikosti od največje do najmanjše.
   - Izmerjene rekordne vrednosti temperature, omenjene v besedilu, prikaži na številski premici.
   - Zapiši množico celih števil, ki so rešitve neenačbe $x > -32{,}8$.
3. Številsko premico in rešitev neenačbe predstavi sošolcem.

   Ob reševanju nalog ti želim obilo zabave.

[Priloga 3] Navodila za delo po skupinah

γ Oblike in metode dela

Učenci so bili razporejeni v dve skupini po štiri učence in eno skupino s petimi učenci. Prva skupina je dobila matematično besedilo, druga in tretja pa besedilo o temperaturnih rekordih. Skupinsko delo se je vseskozi prepletalo z individualnim (branje, razmišljanje, reševanje posamezne naloge, zapis refleksije) in frontalnim (razgovor, poročanje, postavljanje vprašanj, povratna informacija) delom.

Metode dela, ki sem jih uporabila kot spremljavo izbranim BUS (primerjalna matrika, številski trak, izdelava lastnega slovarja in branje grafičnih prikazov), so bile delo z besedilom, branje, grafično načrtovanje, prikazovanje, pojasnjevanje, razgovor, razlaga in poročanje.

δ Potek učne ure

V uvodnem delu učne ure so učenci sami s pomočjo rebusa (priloga 4) poiskali obravnavano temo. Dobljena beseda *urejanje* je predstavljala rešitev rebusa in ob njej smo se pogovorili, kaj vse lahko urejamo. Učenci so se hipoma spomnili na urejanje števil in tako je uvodni del hitro dosegel svoj namen.

[Priloga 4] Rebus

V nadaljevanju so se učenci razporedili v skupine, si razdelili vse potrebne pripomočke in gradiva za nemoteno delo ter začeli delati. Posebnih navodil za delo niso dobili, seznanila sem jih samo z njihovimi nalogami in zahtevami za sklepno predstavitev (kar so dobili zapisano na posebnih listih – priloga 3) ter s časovnim okvirjem, v katerem morajo dokončati naloge in pripraviti predstavitev (imeli so 25 minut časa). Naloge so reševali v zvezek, predstavitev pa pripravili na pripravljenih plakatih (plakate v obliki razpredelnice za zapis primerjalne matrike in obe številski premici z označenima osnovnima enotama sem sama pripravila pred učno uro). Kako je potekalo delo po skupinah, so se učenci dogovorili sami.

Primeri nalog prve skupine, ki je obravnavala matematično besedilo (priloga 1), so:

- Zakaj cela in decimalna števila pripadajo množici racionalnih števil?
- Primerjaj razlike med pozitivnimi in negativnimi racionalnimi števili. Vpiši jih v razpredelnico na plakatu.
- Vsa racionalna števila, omenjena v besedilu, uredi po velikosti od najmanjšega do največjega in jih prikaži na številski premici.
- Zapiši množico celih števil, ki so rešitve neenačbe $-4{,}7 < x \leq 5$.

Čeprav besedilo te skupine ni bilo preveč motivacijsko, so bili učenci ob delu vseeno zelo zavzeti in uspešni. Delo so si razdelili tako, da sta dve učenki z uporabo primerjalne matrike prikazali značilnosti pozitivnih in negativnih racionalnih števil (slika 1), preostala dva učenca v skupini pa sta uredila dana števila po velikosti in jih prikazala na številski premici. Vsi skupaj so nato rešili še neenačbo in razmislili o preostalih vprašanjih. Pripravili so predstavitev za sošolce, ki je obsegala izpolnjeno primerjalno matriko, urejena števila na številski premici in rešitev neenačbe.

[Slika 1] Nastajanje primerjalne matrike v prvi skupini.

Druga in tretja skupina sta imeli besedilo o temperaturnih rekordih (priloga 2). To besedilo je bilo bolj motivacijsko in se je povezovalo z drugimi predmetnimi področji (geografijo, fiziko, biologijo). Tako so imeli učenci druge skupine naloge, kot so:

- Označi neznane besede v besedilu, jih izpiši in poišči njihovo razlago s pomočjo dodatnih virov.
- Zapiši, katere merske enote za merjenje temperature poznamo. Kolikšen je velikostni red med njimi?
- Na zemljevidu sveta poišči in s samolepilnimi lističi označi kraje, omenjene v besedilu. Si našel vse? Zakaj?
- Zapiši množico celih števil, ki so rešitve neenačbe $x < 48{,}9$.

Učenci tretje skupine pa so med drugim imeli naslednje naloge:

- Kaj je bistvo besedila? Predstavi ga v obliki SMS-sporočila.
- Kaj predstavlja grafični prikaz v besedilu?
- Izmerjene rekordne vrednosti temperature, omenjene v besedilu, prikaži na številski premici.
- Zapiši množico celih števil, ki so rešitve neenačbe $x > -32{,}8$.

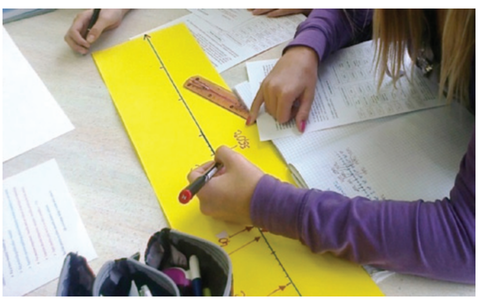
Kot je razvidno iz primerov nalog (vse naloge vseh treh skupin so zapisane na navodilih za delo v prilogi 3), so učenci druge skupine povezovali matematične vsebine in znanje predvsem z geografijo, medtem ko so učenci tretje skupine razmišljali tudi o bistvu besedila in pomenu grafičnega prikaza, s katerim je bilo besedilo dopolnjeno (priloga 2).

Delo druge skupine je potekalo tako, da so se učenci medsebojno dogovorili, katero nalogo bo rešil posamezen član skupine. Ko je vsak posameznik končal nalogo, je z rešitvijo seznanil druge člane in jim nato pomagal, če so pomoč potrebovali. Največ časa jim je vzelo iskanje krajev po zemljevidu sveta. Največji izziv pa jim je predstavljalo iskanje razlag neznanih besed po dodatnih virih, kot so leksikoni, slovarji, priročniki, učbeniki (slika 2). V sklepno poročilo o delu skupine so vključili slovar, označene kraje na zemljevidu (slika 3) in rešitev neenačbe.

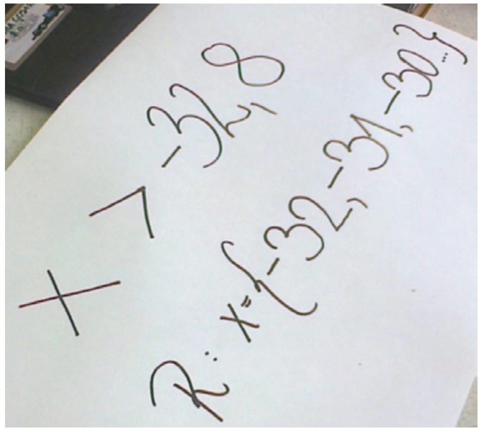
[Slika 2] Iskanje pomena neznane besede v dodatni literaturi.

[Slika 3] Označeni kraji na zemljevidu sveta, kjer je bila izmerjena posamezna najvišja (roza listič) in najnižja (zelen listič) temperatura.

Učenci tretje skupine so se dogovorili, da bodo vsi člani skupine skupaj reševali vse naloge. Po določenem času so ugotovili, da tako ne bodo mogli rešiti vseh nalog, zato so spremenili način dela in si naloge razdelili. V njihovo poročanje so morali zajeti dopolnjeno številsko premico (slika 4) in rešitev neenačbe (slika 5). Poročanje druge in tretje skupine se je pri predstavitvi krajev na zemljevidu sveta in številske premice dopolnjevalo in prepletalo, tako da smo si lahko vizualizirali, ne samo, kje na številski premici ležijo posamezna racionalna števila, ampak tudi, kje na zemljevidu ležijo kraji, v katerih je bila izmerjena temperatura, enaka racionalnim številom, predstavljenim na številskem traku.

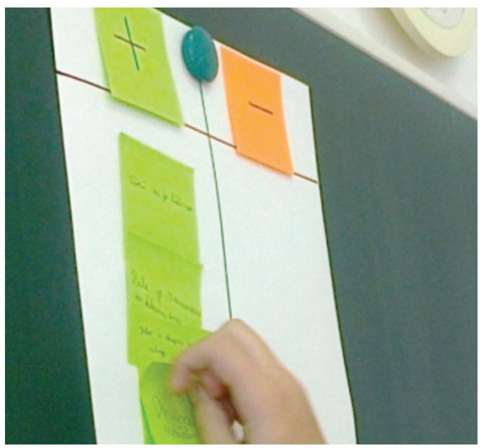


[Slika 4] Dopolnjevanje številskega traku tretje skupine.



[Slika 5] Rešitev neenačbe tretje skupine.

Ker smo imeli na voljo zgolj eno šolsko uro časa in sem vedela, da učencem ne bo uspelo rešiti vseh nalog in pripraviti še dovolj kakovostne predstavitve, smo dali prednost tistim nalogam (v navodilih za delo – priloga 3, so te naloge označene z rdečo barvo), ki so jih učenci vključili v svoje poročanje, za katero so imeli 10 minut časa. Če je skupinam do poročanja ostal čas, so v vmesnem času reševali preostale naloge (najprej modre in nato še črne naloge).



[Slika 6] Prilepljanje zapisanih mnenj učencev o izvedeni uri.

Poročanju učencev je sledil še sklepni del učne ure. Tega je sestavljala refleksija učencev, prav tako pa tudi moj pogled na izvedeno učno uro. Učenci so na samolepilne lističe dveh barv (»pozitivna« in »negativna« barva) zapisali konkretne misli, vprašanja, pripombe, predloge o izvedeni uri in jih prilepili na za to pripravljeno mesto (slika 6). Sama sem na glas prebrala njihove zapise, ki jih natančneje navajam v refleksiji. Ob tem sem njihove zapise nekoliko pokomentirala in podala še svoje videnje izvedene učne ure ter tako učencem posredovala povratno informacijo o njihovem delu.

ε Doseženi cilji

Tabela 1 prikazuje vsebinske učne cilje, ki smo jih poskušali doseči pri izvedeni učni uri, prav tako pa tudi procesne cilje in standarde, ki so jih učenci razvijali skozi učenje.

Večinoma so učenci dosegli zastavljene vsebinske učne cilje (zapisane v tabeli 1). To sem opazila predvsem pri naslednji šolski uri, v kateri so učenci z reševanjem nalog iz učbenika in delovnega zvezka utrdili znanje urejanja racionalnih števil po velikosti. Z reševanjem teh nalog niso imeli nobenih težav. K tej vsebini se zato po teh dveh učnih urah nismo več vrnili. Učenci so ta del vsebine zelo uspešno reševali tudi pri nadaljnjih preverjanjih in pri pisnem preizkusu.

ζ Refleksija

Vsi učenci so na koncu ure na samolepilnih lističih dveh barv podali svoje mnenje o izvedeni uri. Zapisali so (zapisi sledijo od najpogostejših do najmanjkrat pojavljenih):

Vsebinski in *procesni* učni cilji

Učenci/učenke:

- primerjajo dve racionalni števili po velikosti,
- primerjajo racionalno število s številom 0,
- vedo, da je pozitivno (negativno) racionalno število večje (manjše) od števila 0 in leži na številski premici desno (levo) od števila 0,
- niz racionalnih števil uredijo po velikosti,
- urejena števila prikažejo na številski premici,
- v množici celih števil rešujejo neenačbe oblike $a < x$, $x < a$, $a < x < b$,
- *iščejo, obdelujejo, predstavljajo in vrednotijo informacije iz danega besedila*,
- *se navajajo na primerno medsebojno komunikacijo in izražanje mnenj*,
- *dejavno sodelujejo pri vseh korakih usvajanja izbrane vsebine*.

Standardi

Učenec/učenka:

- ima razvite številske predstave in pozna odnose med številskimi množicami,
- razvije učinkovite bralne strategije za nadaljnje učenje in izobraževanje,
- uporablja različne BUS in razvija spretnosti bralne pismenosti,
- pozna in uporablja matematično terminologijo.

[Tabela 1] Uresničeni cilji pri izvedeni učni uri.

– Všeč mi je bilo skupinsko delo in da smo si medsebojno pomagali.
– Naloge so bile zelo zanimive, ne pretežke.
– Zanimivo mi je bilo iskanje in uvrščanje temperatur na zemljevidu.
– Bila je zanimiva in delovna ura.
– Drugačen način dela.
– Spoznal sem najnižjo in najvišjo temperaturo na svetu.

Podali so tudi dva predloga, in sicer:
– Lahko bi bilo več takih ur.
– Več dela na zemljevidu.

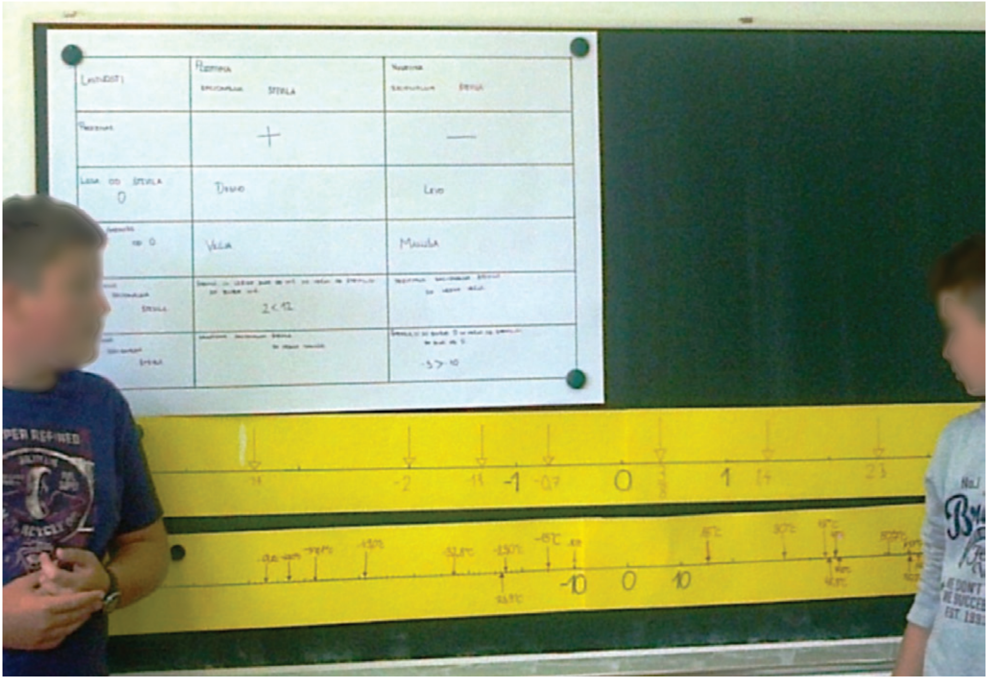
Iz zapisov učencev je razvidno, da so bili pri podajanju svojega mnenja zelo iskreni. Pri mojih urah matematike skupinsko delo resnično ni prav pogosto, zato verjamem, da so se učenci tega najbolj razveselili. Bili so si enotni, da so jih pritegnile »zanimive naloge« in tematika vsakdanjega življenja, ki so jo spoznali nekoliko drugače. Delo z zemljevidom sveta je bilo ključnega pomena, saj je bil močno motivacijsko sredstvo, ki je hkrati popestrilo uro in omogočalo vizualizacijo izmerjenih vrednosti temperature.

Z delom učencev sem bila zelo zadovoljna. Bili so zavzeti, vestno so opravljali svoje naloge, bili so motivirani, samostojni in suvereni. Čeprav je bila to ura usvajanja nove učne snovi, so učenci pokazali, da so sposobni povezovati matematična znanja in matematično razmišljanje. Videlo se je, da ti učenci dosegajo zahtevnejše standarde znanja in s tem višjo raven razumevanja, saj pri nalogah niso imeli večjih težav. Te so se pojavljale pri organizaciji dela, ki pa so jih sami uspešno rešili. Nekajkrat sem posredovala tudi po vsebinski plati, vendar samo z drobnimi nasveti v obliki vprašanj.

Opisana učna ura za izvedbo v razredu ni bila zahtevna – sama sem le spremljala skupinsko delo, učencem svetovala in pomagala ter krmarila med njihovimi razmišljanji, ugotovitvami in poročanji. Je pa bila ura zato toliko zahtevnejša za pripravo:

- potrebovala sem veliko učnih pripomočkov (od iskanja in priprave besedil z ustrezno tematiko, izbire primernih BUS, ki bi omogočale čim večjo vključenost učencev in pripomogle k razumevanju obravnavane vsebine, vse do priprave nalog, plakatov za poročanje in refleksijo ter dodatne literature za iskanje pomena neznanih besed);
- razmisliti sem morala, kako pripraviti razred za skupinsko delo in razporediti skupine tako, da so lahko le-te nemoteno opravljale svoje delo (iskanje po zemljevidu, iskanje neznanih besed v literaturi, dopolnjevanje tabele oz. primerjalne matrike, dopolnjevanje številske premice);
- ter tudi, kako in kje bodo učenci opravili sklepno predstavitev.

Kljub vsej predpripravi je ura potekala uspešno, vendar ne brez napak. Glavna težava je bil čas. Ne toliko časovna razporeditev, kot čas, ki nam je bil na razpolago. Kot sem že omenila, smo imeli za izvedbo zgolj 45 minut časa. Izkazalo se je, da je to absolutno premalo. Potrebovali bi vsaj dve šolski uri, da bi zadevo lahko izpeljali, kot bi bilo treba. Zavedam se, da bi učenci morali imeti več časa za skupinsko delo, pri čemer bi se lahko resnično posvetili vsem nalogam in tudi vse naloge uspešno rešili, vsekakor pa bi več časa potrebovali tudi za sklepno poročanje. Želela sem si, da bi učenci lahko kritično pogledali na izvedeno delo, na dobljene rešitve, na



[Slika 7] Poročanje učencev, v ozadju obe številski premici in izpolnjena primerjalna matrika.

informacije, ki so jih pridobili, na kraje, ki jih na zemljevidu sveta niso mogli najti, na vire, ki so bili uporabljeni, in tako naprej. Čeprav nam vsega tega ni uspelo uresničiti, mi je bilo vseeno najbolj dragoceno poročanje učencev. Skozi poročanje smo namreč strnili dobljene ugotovitve obravnavane tematike, vse skupaj pogledali z različnih vidikov in tako uvideli celoto, ki smo jo utrdili v naslednji uri.

η Zahvala

Rada bi se zahvalila svoji mentorici, gospe Suzani Plošnik, ki mi je skozi pripravništvo omogočala, da sem lahko uresničila vse svoje ideje, da mi je ob tem stala ob strani, mi pomagala z nasveti in me ob vsem tem podpirala ter spodbujala.

Zahvala pa je namenjena tudi vodji projekta *Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do znanja* na OŠ Selnica ob Dravi, ge. Manji Kokalj, profesorici, ki me je prepričala, da poskusim vključiti BUS v pouk matematike, in mi ob tem podala precej koristnih nasvetov. Hkrati si je vzela tudi čas in prisostvovala pri izvedeni učni uri in posnela vse fotografije, ki so sestavni del tega prispevka.

δ Viri in literatura:

1. Kavka, D. (2003). *Matematika v srednji šoli: zbirka temeljne učne snovi in nalog srednješolske matematike: priprava na maturo.* Ljubljana: Modrijan.
2. Pečjak, S. in Gradišar, A. (2012). *Bralne učne strategije*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
3. Suban, M. idr. (2013). *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika.* Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Dostopno na: http://www.zrss.si/digitana knjiznica/Posodobitve%20pouka%20v%20osnovno %C5%A1olski%20praksi%20MATEMATIKA/ (14. 9. 2013).
4. Štraus, M., Šterman Ivančič, K. in Štigl, S. (2013). *OECD. PISA 2012.* Ljubljana: Pedagoški inštitut. Dostopno na: http://www.pei.si/UserFilesUpload/file/raziskovalna_dejavnost/PISA/PISA2012/PISA%20 2012%20Povzetek%20rezultatov%20SLO.pdf (10. 12. 2013)
5. Žakelj, A. idr. (2011). *Program osnovna šola. Matematika. Učni načrt.* Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo. Dostopno na: http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (5. 9. 2013).
6. Seznam slovenskih rekordov. (2013). Pridobljeno 5. 9. 2013, iz *http://sl.wikipedia.org/wiki/Seznam_slovenskih_rekordov*.
7. Extremes on Earth. (2013). Pridobljeno 5. 9. 2013, iz *http://en.wikipedia.org/wiki/Extremes_on_earth*.

Miselna igra – tangram

Brain Teaser – Tangram

Barbara Kovač
Osnovna šola Kapela

Σ Povzetek

V članku je predstavljen tehniški dan Igre sveta, kjer smo s šestošolci v matematični skupini spoznali tangram, ki smo ga uporabili za spodbujanje ustvarjalnosti učencev na področju matematike. Ker pa cilje pouka matematike dosegamo z razvijanjem kompetenc, so omenjene tudi dejavnosti za razvoj le-teh. Med drugim so opisane naloge, ki so jih učenci reševali, in izdelki, ki so jih v okviru tega dne izdelali. Prispevek se končuje z evalvacijo opravljenega dela in idejami za uporabo tangrama pri urah pouka.

Ključne besede: tangram

Σ Abstract

A technical day entitled Games of the World, which included the tangram being presented to sixth graders as a means of encouraging pupils' creativity in the field of mathematics, is described in the article. Since objectives of mathematical lessons are achieved through development of competences, activities for competences development are mentioned, including the exercises and tasks pupils completed that day. The conclusion includes an evaluation of the activities and provides ideas for incorporation of tangrams into lessons.

Keywords: *tangram*

α Igra – pomembna za razvoj otroka

Zdrav otrok čuti naravno potrebo po igri in zabavi. To predstavlja bistvo njegove rasti in razvoja, njegov vsakdan, osnovno obliko otroške ustvarjalnosti. Zato jim moramo odrasli omogočiti takšne razmere in ustvarjati takšne okoliščine, v katerih se bodo lahko te oblike otroške dejavnosti kar najbolj razvile in jih ne bo nič oviralo ali postavljalo ob stran. Ob spoznanju, da je dejanska sprostitev v razvoju in življenju današnjega človeka nepogrešljiva, z igrami učencem omogočimo, da zamenjajo svojo obvezno obremenjujočo dejavnost z rekreativnimi in sprostitvenimi dejavnostmi, kar pa nam na šolah omogočajo ravno dnevi dejavnosti (naravoslovni, tehniški in kulturni dnevi).

β Je lahko tehniški dan obarvan z matematično vsebino?

Na šoli smo organizirali tehniški dan z naslovom *Igre sveta*. Učenci so bili razdeljeni v skupine: nemška, tehniška, literarna, matematična in fotografska skupina. Vsaka skupina je imela svoj cilj, ki se je nanašal na vsebino predmeta.

Ko učenci slišijo besedo učenje, jih ta vedno asociira na šolsko učenje ob knjigi, kopičenje spoznanj, do katerih so prišli drugi, in podobno. Dnevi dejavnosti pa nam učiteljem dajo možnost, da učenci spoznajo globlji smisel učenja, obogaten s samostojnim, kritičnim razmišljanjem in z njihovim samostojnim ustvarjalnim delom. Danes se vsi zavedamo, da je učenje uspešnejše, če je učenec visoko notranje motiviran in pri svojem delu dejaven. Pogoj za dejavnega učenca je razumevanje učnega gradiva. Torej, učenci lažje in uspešneje rešujejo probleme, ki si jih osmislijo oziroma so ti vzeti iz vsakdanjega življenja, kot pa probleme formalne aritmetike, ki so iztrgani iz konteksta. Učitelji pogosto premalo upoštevamo ali celo zaviramo uporabo že razvitih strategij mišljenja, ki jih učenci pridobijo tudi zunaj šole. Ravno zaradi tega je bila moja prioritetna naloga pri tem dnevu razvijanje in spodbujanje tovrstne dejavnosti.

Cilj matematične skupine, ki jo je sestavljalo 15 učencev šestega razreda, je bil, da se učenci seznanijo s tangrami, odkrijejo različne zabavne načine dela in s pomočjo sošolcev ali individualno ustvarjajo dinamične oblike.

V skupini so bili tudi učenci s posebnimi potrebami, učenci, ki imajo pri pouku matematike velike težave. Pomembno pa je, da se v delo vključijo vsi učenci, ne glede na njihove zmožnosti in sposobnosti. Največji izziv zame kot učiteljico so bili ravno ti učenci, ki so imeli v tem dnevu priložnost spoznati, da matematika ni tako suhoparna, ampak polna samostojnega dela, odkrivanja, in na koncu seveda pridobiti novo znanje, ki ga bodo sposobni uporabiti v novih okoliščinah.

γ Beseda tangram

Učitelj mora načrtovati tudi motivacijo, čustveno angažiranost, sodelovanje med učenci in upoštevati individualne razlike med učenci, saj so ti različno hitri in sposobni. Na samem začetku sem učencem predstavila cilje in naloge, ki jih mora matematična skupina usvojiti in narediti v tem tehniškem dnevu. Povedala sem, da se bomo ukvarjali s tangrami. Učenci, so takoj vprašali, kaj je to. Ker so učenci besedo tangram prvič slišali, jo je bilo treba na samem začetku spoznati. Zanimalo nas je, kaj je tangram, od kod izvira …

Učence sem z vlečenjem kart razdelila v tri skupine po pet. Na samem začetku jim je bilo treba dati ustrezna in natančna navodila.

Prva naloga je bila, da učenci s pomočjo svetovnega spleta poiščejo in razložijo besedo tangram ter na list papirja napišejo povzetek. Tukaj smo razvijali kompentenco uporabe informacijsko-komunikacijske tehnologije ter zbiranja, urejanja, predstavljanja in analiziranja podatkov. Učenci so zbrali veliko podatkov. Nato je bila njihova naloga, da kritično izluščijo bistvene podatke in kritično razmišljajo o interpretaciji zbranih podatkov.

Zapisali so: »*Tangram je igra sestavljanka, ki vsebuje sedem delov, ki so pravzaprav osnovni geometrijski liki. Z njimi sestavljamo različne figure, pri čemer moramo uporabiti vseh sedem kosov, ki se ne smejo prekrivati.*«

Izvor tangrama opisujejo različne legende. Po eni od njih naj bi služabnik kitajskega cesarja po nesreči razbil dragoceno in krhko keramično ploščo. V paniki naj bi jo skušal zložiti nazaj v kvadrat, pri tem pa je ugotovil, da lahko z deli sestavi različne figure. Čeprav naj bi bil tangram starodavna igra, ga na Zahodu niso poznali pred letom 1800, ko so ga v ZDA prinesli Kitajci. Tangram je lahko izdelan iz kamna, kosti, gline, danes pa običajno iz lesa ali plastike.

δ Izdelava tangrama

Sledila je individualna dejavnost vsakega učenca. Življenjska praksa in izkušnje kažejo, da se učenci lažje učijo preko konkretnih dejavnosti, da raje delajo z konkretnimi modeli kot pa transmisijsko. Učenci so tudi bolj motivirani in njihovo razumevanje je boljše, če jim damo konkretna ponazorila in različne didaktične pripomočke.

Vsak učenec je sedel v svoji klopi in dobil barvni list A4. Ko so učenci na samem začetku odkrivali besedo tangram, so nekateri spraševali, kako pa sestaviti te figure in podobno. Povedala sem, da bomo vse to spoznali v nadaljevanju.

Ker smo pri delu uporabljali nekatere matematične pojme, smo jih na začetku ponovili.

Zastavila sem odprto vprašanje: » *Katere geometrijske like prepoznate na sliki? Opišite jih.*«

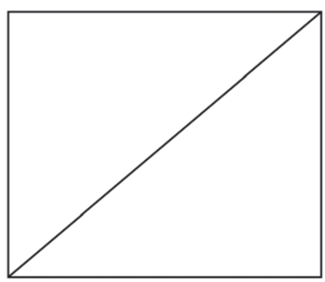
V tem primeru smo razvijali kompetence poznavanja, razumevanja in uporabe matematičnih pojmov in povezav med njimi. Učenci so prepoznavali pojme na modelih in jih po svojih predznanjih tudi opisovali v ustreznem matematičnem jeziku.

Sledila so navodila za izdelavo tangrama.

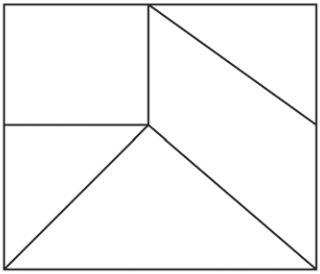
1. Narišimo dva kvadrata s stranicami po 10 cm.

2. Prvega razdelimo na dva trikotnika po diagonali, kot kaže slika 1.

3. Drugemu kvadratu smo določili tri razpolovišča in točke povezali, kot kaže slika 2.



[Slika 1]



[Slika 2]

Med izdelovanjem tangrama sem učence spodbujala k razmišljanju s postavljanjem vprašanj: *»Opišite mi nastala lika. Navedi lastnosti lika. In podobno.«*

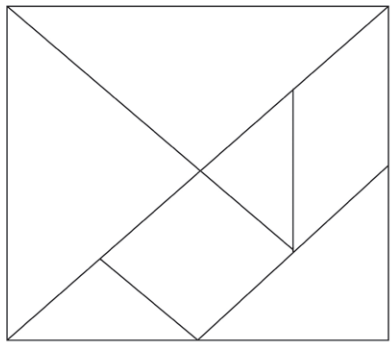
Učenci so po navodilih označili točke na drugem kvadratu, ki so jih povezali. Razvijali smo kompetenco razumevanja in uporabe matematičnega jezika. Torej sem ob dajanju navodil preverjala poznavanje razpolovišča daljice, vzporednosti in pravokotnosti. Preden so učenci začeli rezati kvadrate, sem preverila, ali so vsi pravilno vrisali črte. Kvadrata so nato natančno po zarisanih črtah razrezali na like.

Učenci so spet poimenovali in opisovali izrezane like. Raziskovali so tudi ploščino likov. Ugotavljali so, kako bi brez merjenja in računanja ocenili in primerjali ploščine likov. Ugotovili so, da bi to naredili s polaganjem likov enega na drugega. To so naredili in s poskušanjem ugotavljali, s katerimi malimi liki lahko prekrijejo večji lik, in tako ugotovili, da je ploščina lahko enaka, čeprav se oblike spreminjajo.

Torej tangrami nam omogočajo razvijanje učenčevih predstav o velikostih in oblikah likov ter razumevanje geometrijskih lastnosti in odnosov.

ε Delo s tangramom

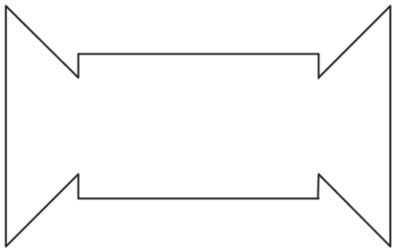
Ko so imeli vsi učenci natančno izrezane like, smo nadaljevali delo. Prva naloga se je glasila: *»Iz vseh dobljenih likov sestavite en velik kvadrat.«* Učenci se obračali, zlagali kose, se tudi jezili nase, govorili: «To pa res ne gre.« Spet so razmišljali, se trudili, a na koncu je vsakemu izmed njih uspelo sestaviti velik kvadrat. Učenci so bili zelo dejavni, tekmovali so med seboj, komu bo prvemu uspelo sestaviti »ta veliki kvadrat«.



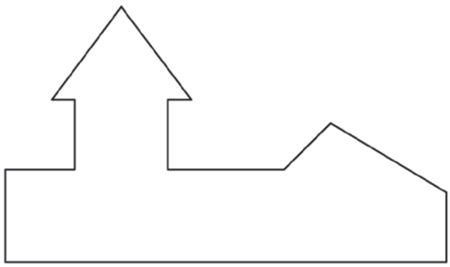
[Slika 3] Velik kvadrat

Postali smo »pravi mojstri« pri delu, zato smo nadaljevali. Učenci so dobili list A4, na katerem je bil narisan model (npr. slika 4 in 5). Morali so ga napolniti s svojimi razrezanimi kosi. Sestavljali so različne modele: mačka, bombon, cerkev, krokar, kamela … Ta naloga je bila učencem še zanimivejša, saj je šlo za modele iz vsakdanjega življenja.

V tem koraku smo razvijali kompetence učenje učenja in razvijanja osebnostnih odlik, saj so učenci sami nadzirali pri delu, bili so ustvarjalni in dajali so pobude drug drugemu. Učenci so celo tekmovali med seboj, komu bo uspelo najhitreje sestaviti vse modele.

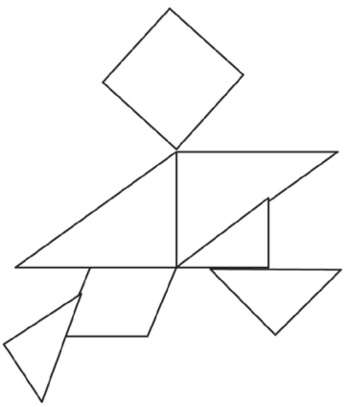


[Slika 4] Bombon

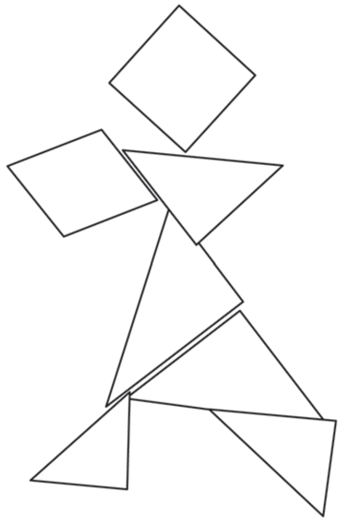


[Slika 5] Cerkev

Na koncu so najhitrejši, tisti, ki so sestavili vse modele, s pomočjo razrezanih kosov sestavljali različne figure (slika 6 in 7).



[Slika 6] Figura



[Slika 7] Figura

Učenci so bili zelo navdušeni, kaj vse so lahko sestavljali s pomočjo razrezanih kosov, celo sami so si izmislili svoje figure, modele. Šlo je za razvijanje kompetence sklepanja, posploševanja, saj so učenci induktivno razmišljali in samostojno izdelali modele s konkretnimi materiali.

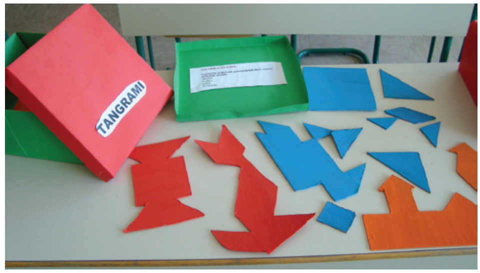
ζ Zaključek ure

Na koncu tehniškega dne so učenci razdeljeni v skupine kot v začetnem delu dobili naslednje naloge.

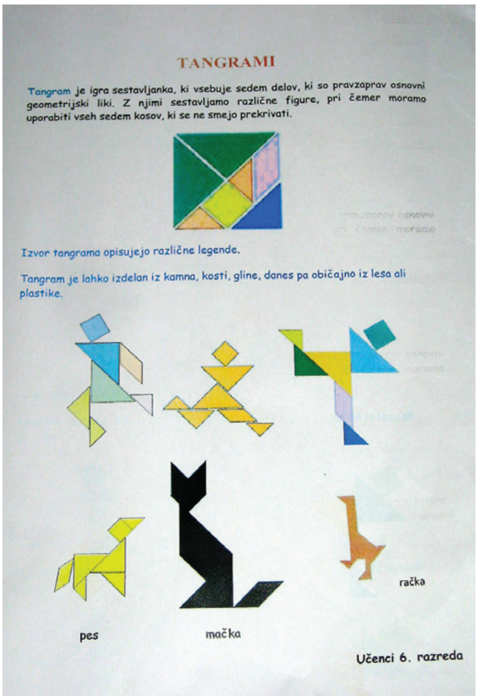
1. skupina

Izdelajte plakat z naslovom Tangram. Na plakatu razložite, kaj je tangram, in predstavite nekaj modelov, ki ste jih sestavili.

[Slika 8] *Izdelan plakat (lepenka) nekaterih figur*



[Slika 10] *Izdelki iz kartona*



[Slika 9] *Izdelan plakat*

2. skupina

Na karton narišite kvadrata in različne modele (cerkev, mačka ...) in jih izrežite. Razrezane kose shranite v škatle. Navodila za miselno igro tangram napišite in nalepite na pokrov škatle.

3. skupina

Na les narišite kvadrata in različne modele (cerkev, mačka …) in jih izžagajte. Kose shranite v škatle. Les pobarvajte z različnimi barvami. Navodila za miselno igro tangram napišite na pokrov škatle.

[Slika 11] *Učenca pospravljata izdelke v škatlo.*

Na koncu tehniškega dne so učenci svojo delo, izdelke in spoznanja predstavili drugim skupinam.

η Kdaj še uporabljamo tangram?

V sklepnem delu tehniškega dne so naredili tri škatle iger tangram s številnimi modeli (cerkev, bombon, črka V …). Učenci igro tangram uporabljajo pri podaljšanem bivanju, kjer spodbujamo njihovo ustvarjalnost, mišljenje in razvijamo njihovo samozavest. Učenci višjih razredov pa sestavljajo modele in med seboj tekmujejo med odmorom in prostimi urami.

θ Evalvacija opravljenega dela

Pet ur je hitro minilo, učenci so bili ves čas miselno dejavni, ustvarjalni in so tudi samo izrazili zadovoljstvo nad opravljenim delom.

Tudi sama sem bila z izvedbo tehniškega dne zadovoljna, predvsem zato, ker mi je uspelo v učencih, ki imajo pri matematiki težave, vzbuditi občutek, da je matematika zanimiva, pestra in da lahko ponuja tudi igro. V dnevih dejavnosti imamo učitelji, ki smo vodje in hkrati opazovalci, možnost opazovati in usmerjati učenčevo dejavnost, ustvarjalnost in vztrajnost ter spodbujati učenčevo kritično razsojanje in osamosvajanje, kar pri urah pouka ni vedno mogoče.

Ob opazovanju učencev pri dejavnosti, ko rešujejo naloge, kažejo spretnost, veščine in domiselnost, se nam učiteljem porajalo nove zamisli in spoznanja o otrokovih nagnjenjih, interesih, pa tudi sposobnostih. Pri sestavljanju tangramov učenci niso potrebovali veliko matematičnega znanja, tangrami pa so vzbujali njihovo radovednost in jih pritegnili k delu. Tak način dela sloni na tem, da učenci spoznajo področje rekreacijske matematike in se ob tem za matematiko navdušujejo, razvijajo logično mišljenje in uvidijo, da matematika ni suhoparna znanost, ampak se ob reševanju matematičnih nalog lahko tudi zabavaš, razmišljaš in sprejemaš matematiko na drugačen način.

ι Viri in literatura:

1. http://uciteljska.net (23. 3. 2010)
2. http://image.google.si (23. 3. 2010)

Racionalna števila in sorazmernostne spremenljivke

Rational Numbers and Ratio Variables

Lucija Željko,
OŠ Sostro
Herremans Adriaan,
Univerza Antwerpen

Σ Povzetek

V tem članku bova opisala nekaj primerov dobre prakse pri poučevanju ulomkov, odstotkov in razmerij, ki jih lahko uporabimo v razredu. Osredotočila sva se na razlike med izobraževalnim sistemom v Flandriji in v Sloveniji.

Ključne besede: ulomki, razmerja, odstotki, izobraževalni sistem, Flandrija, Slovenija

Σ Abstract

This article provides examples of good practice for teaching fractions, percentages and proportions, which can be used in lessons. The focus of the article is on the differences between the educational systems in Flanders and Slovenia.

Keywords: *fractions, proportions, percentages, educational system, Flanders, Slovenia*

α Uvod

Zakaj nas zanima položaj v Flandriji, severnem delu Belgije? Flandrija se vedno uvršča zelo visoko na mednarodnih testih (npr. PISA 2013, TIMSS 2013). Posebej v matematičnem delu testa je Flandrija vedno med tistimi, ki so se odrezali najbolje. V raziskavi TIMSS 2011 je Flandrija dosegla povprečno 549 točk pri matematiki (v četrtem razredu) in s tem 7. mesto: le pet azijskih držav in Severna Irska so dosegle več točk. Slovenija je dosegla povprečno 513 točk na tem testu in se je uvrstila na 21. mesto (od 50 držav). Eden izmed avtorjev se je za učitelja izobraževal v Flandriji in zato dobro pozna flamski izobraževalni sistem. Druga avtorica se je šolala v Sloveniji in je učiteljica matematike v osnovni šoli v Sloveniji.

Če primerjamo učni načrt matematike v Sloveniji (učni načrt na spletni strani MIZŠ 2013) in v Flandriji (učni načrt na spletni strani MEF 2013), izstopa naslednje: v Flandriji se začnejo seznanjati z racionalnimi števili, sorazmerji in odstotki mnogo prej. Eden izmed razlogov je ta, da imajo učenci v Flandriji v osnovni šoli (to je v starosti med 6. in 12. letom) 6 ur matematike na teden. Za več informacij o flamskem šolskem sistemu se navezujeva na npr. Herremans 2012 ali MEF 2013. Podrobnosti o slovenskem šolskem sistemu lahko najdemo na Eurydice Slovenija 2013.

Do leta 1998 so imeli v Flandriji v osnovni šoli celo 8 ur matematike na teden in poudarek je bil na proceduralnem znanju. V tem času so začeli računati z ulomki pri 10. letu starosti in ulomki so bili ena najtežjih snovi, predvsem zato, ker je bil poudarek na računskih pravilih. S spremembo učnega načrta v letu 1998 (VVKBaO 1998) so se v Flandriji odločili, da ulomke učencem predstavijo prej. V drugem razredu osnovne šole začnejo spoznavati decimalna števila, a le v povezavi z denarjem. V tretjem razredu v Flandriji spoznajo ulomke, a posvetijo veliko pozornosti in časa (dve leti!) konceptu: kaj je pomen ulomka (VVKBaO 1998). Šele v 5. razredu osnovne šole začnejo računati z ulomki. Celo takrat se osredotočajo na zgodbe iz vsakdanjega življenja, ki ponazarjajo računska pravila, in ne na sama računska pravila.

Do leta 1998 je tudi v Sloveniji učenje matematike v osnovni šoli, tako kot v Flandriji, pomenilo veliko urjenja matematičnih pravil. S spremembo učnega načrta v letu 1998 je bilo narejenih veliko konceptualnih sprememb: manj poudarka na urjenju pravil, več povezanosti matematike z vsakdanjim življenjem in več aktivnih metod poučevanja. Namen vsega tega je bil, da se nameni več pozornosti razvoju koncepta (npr. ulomkov). Število ur matematike na teden je manjše v Sloveniji: 4 ure tedensko, le v 3. in 4. razredu 5 ur tedensko. Toda trajanje osnove šole se je spremenilo z 8 na 9 let do leta 2003 za vse osnovne šole v Sloveniji. Bilo je tudi nekaj sprememb učnega načrta v letu 2011.

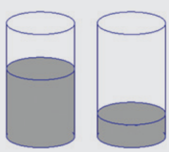
Zdaj se v Sloveniji učenci prvič srečajo z ulomki v tretjem razredu (pri 9 letih). Cilj pri tej starosti je delitev celote na enake dele na modelu ali na sliki. Tudi po slovenskem učnem načrtu je v tretjem razredu poudarek na razumevanju koncepta delov celote. Računanje z ulomki se začne v 7. razredu. Decimalnih števil se učenci ne učijo pred 6. razredom (razen v povezavi z denarjem v 3. razredu) in odstotkov ne pred 7. razredom. To je pozneje kot v Flandriji.

Članek vsebuje vprašanja s pripombami, ki želijo spodbuditi diskusijo v razredu (poglavje β, poglavje η), natančno razpravo o konceptu ulomkov (poglavja od γ do ε) in sorazmerij (poglavji θ in κ) v flamskih osnovnih šolah ter ideje učnih ur, kot se izvajajo v Flandriji (poglavji ξ in ζ). Čeprav bova poročala o razlikah in podobnostih v učnih načrtih Flandrije in Slovenije, avtorja meniva, da ti primeri dobre prakse lahko navdihnejo vsakega učitelja, ki se ukvarja s temi temami.

β Nekaj problemov z ulomki, decimalnimi števili in odstotki

Začenjava s problemi, ki so dobri zgledi za pogovor v razredu (De Boeck, Herremans 2009). Primeri z zvezdico so – po najinem mnenju – primerni za sposobnejše učence. Morda je koristno najprej razmišljati o rešitvi problemov in kako bi učencem 5. razreda (po flandrijskem učnem načrtu) predstavili bistvo problemov, preden preberete komentarje.

1. Katero število leži na sredini med 3,9 in 3,10?
2. Dva kozarca sta napolnjena z enakim pomarančnim sokom. V prvem kozarcu je v sok s 30 % sadne kaše. Koliko odstotkov sadne kaše je v soku v drugem kozarcu?



3. Kaj bi izbral: $\frac{1}{3}$ škatle z bonboni od mame ali $\frac{1}{4}$ škatle z bonboni od starega očeta?
4. Od jajc, ki si jih kupil, je počenih $\frac{3}{4}$, kar je 12 jajc. Koliko jajc si kupil?
5. (*) Razvrsti naslednja števila tako, da začneš z najmanjšim (in razloži):

   $\frac{1}{1}$ 0,1 9 % $\frac{2}{21}$ 0,11 0,9

6. (*) Imaš dve skodelici: prvo s čajem in drugo z mlekom. Prostornina tekočine v njih je enaka. Iz druge skodelice v prvo prestaviš tri žlice mleka in dobro zmešaš. Potem prestaviš tri žlice tekočine iz prve v drugo skodelico. Ali vsebuje druga skodelica več mleka kot prva skodelica čaja?

Komentarji in rešitve

1. Pravilen odgovor je 3,5, kar lahko vidimo na številski premici (poltraku). Najpogostejši napačen odgovor učencev je seveda 3,95. To se zgodi zato, ker učenci, ki se prvič srečujejo z decimalnimi števili, vidijo decimalno število kot dve različni števili, ki ju ločuje decimalna vejica, in zato tudi tako računajo.
2. Tudi 30 %. V drugem kozarcu je manj soka, a odstote k sadne kaše je enak. Lahko bi tudi pričakovali odgovor 10 %, ker drugi kozarec vsebuje $\frac{1}{4}$ količine soka v prvem kozarcu. V razredu si lahko vzamemo čas za naslednji pogovor: sok ima enak okus v katerem koli kozarcu, zato vsebuje enak odstotek sadne kaše; če bi imel sok le 10 % sadne kaše, bi bila to druga vrsta soka.
3. Ni dovolj podatkov za odgovor. Vse je odvisno od velikosti obeh škatel. Tukaj lahko kot učitelj poudarite, da se ulomek vedno nanaša na neko celoto: brez sklicevanja na celoto ulomek nima pomena. Otroci naj bi ta koncept ubesedili zato, da bi z njim znali primerno ravnati.

4. Odgovor je 16 jajc. Ponovno je koncept celote ključen pri tem vprašanju. Ni treba vzeti $\frac{3}{4}$ od 12, kar je pričakovana napaka, o kateri se je treba pogovoriti. Vzamemo $\frac{3}{4}$ kupljenih jajc. Preprosta slika razloži vse: narišete kupljena jajca z štirimi pravokotniki, pobarvate tri od njih in poveste, da predstavljajo počena jajca.

   Zdaj lahko vidimo, da 3 pobarvani pravokotniki predstavljajo 12 jajc, torej vsak pravokotnik predstavlja točno 4 jajca. Poudarjava sliko situacije, ki pomaga pri vizualizaciji in ubeseditvi razlage problema. Vidimo torej, da je poudarek na razumevanju koncepta (poglejte tudi tabele razmerij pri poglavju ε, razdelek *Ulomek kot razmerje* in poglavju θ), in ne na proceduralnem znanju. To je dobra priprava za poznejšo stopnjo, ko bodo znali povedati, da je $\frac{3}{4}$ od $x = 12$.
5. Postaviti šest različnih števil v pravilnem vrstnem redu je kar težka naloga. Lahko vzamemo manj števil in kljub temu vidimo, ali imajo učenci vpogled v reševanje takšne naloge brez veliko računanja. Običajno je, da učenci, ki so se že učili pretvarjanja ulomkov v decimalna števila, začnejo pisati vsak ulomek kot decimalno število, a to vzame veliko časa, saj so (skoraj) vsa števila zelo blizu skupaj. Prva pripomba je, da je eno število veliko večje od vseh preostalih : 0,9 (zopet se spomnimo napake, kot jo delajo učenci v 1. primeru). Vsa druga števila so okoli 0,1; a le eno je večje, namreč 0,11. Torej smo že uredili po vrsti tri največja števila: 0,1 < 0,11 < 0,9.
   Pripomba, da je $\frac{1}{11} = \frac{2}{22}$, razkrije vrstni red ulomkov, saj je $\frac{2}{22} < \frac{2}{21}$. Primerjanje 9 % z je ravno tako enostavno: obe števili pomnožimo z 11 in takoj vidimo, da je $9\,\% < \frac{1}{11}$.
   Lahko opazimo, da je vsak korak izvedljiv in ga lahko naredimo ob pravem času, npr. ko primerjamo ulomke z različnimi imenovalci ali ko začnemo z odstotki … A naloga je vseeno težka zaradi veliko različnih možnosti in tega, da ne moremo vseh števil primerjati hkrati (ali z isto metodo).
6. Ne, obe vsebujeta enako. Dejstvo je, da je te ostanke težko razložiti. Večina učencev meni, da je treba prestaviti več mleka iz druge skodelice v prvo skodelico, kot je treba čaja iz prve skodelice v drugo skodelico. To je seveda delno pravilno, ker pozabijo, da je treba prestaviti mleko nazaj iz prve v drugo skodelico. Pravilna razlaga je preprosta: obe skodelici vsebujeta enako tekočine pred prenosi z žličkami in potem. Torej je vse mleko v prvi skodelici prišlo iz druge skodelice, in ker imamo še vedno enako prostornino tekočine, je prostornina mleka v prvi skodelici enaka prostornini čaja v drugi skodelici.
   V pogovoru bi si lahko postavili naslednja vprašanja: Kaj če dobro ne zmešamo? Kaj če ena skodelica na začetku vsebuje več tekočine kot druga? Ko si nekdo postavi takšno vprašanje, se osredini na pomembnost določenih parametrov v vprašanju. Moral bi tudi sklepati, da to, kar se dogaja vmes, ni pomembno: dokler imata obe skodelici na koncu enako prostornino kot na začetku, sta obe prostornini enaki. Ko se pogovarjamo z učenci, je eden

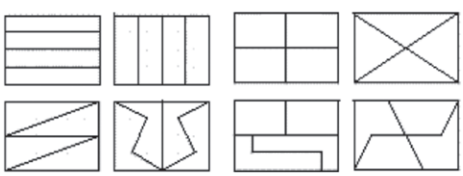
glavnih razlogov za težavnost naloge to, da učenci ne nadzorujejo vseh korakov. Opazijo, da je količina tekočine v skodelicah (glede na žličko) neznana, in zato ne vedo, kakšna so točna razmerja med čajem in mlekom po prestavitvi prve žličke tekočine.

γ Temeljni vidiki ulomkov

Obstajajo različni pogledi na koncept ulomkov (De Boeck, Herremans 2009; VVKBaO 2001). Poleg tega, da morajo otroci v veliko različnih situacijah izraziti, da 'imenovalec pove, na koliko delov moraš razdeliti celoto', in 'števec pove, koliko od teh delov moraš upoštevati ali vzeti', se osredotočimo na dva druga osnovna vidika ulomkov v prvem letu, ko jih predstavimo.

1. *Razdeliti moraš celoto na enake dele.*

To ni tako enostavno, kot se zdi, ker enako pomeni le "vsi enake velikosti", in ne vsi enake oblike. Klasični začetek je, da damo otrokom pravokotni kos papirja in jim rečemo, da ga prepognejo tako, da dobijo 4 enake dele. Verjetno bo učenec predstavil 4 načine, ki jih najdemo na spodnji sliki v zgornji vrsti. Zanimiv pogovor steče že, če se ukvarjamo z različnimi tipi delitve (in se pogovarjamo, zakaj so vsi deli enako veliki). Pomembno je že na začetku pokazati delitve, kot so v spodnji vrsti na sliki, da se otroci zavedo bistva.



2. *Dva ulomka sta ekvivalentna, če določata enako velike dele iste celote.*

Bistveno je, da so ulomki, ki so videti drugačni, lahko ekvivalentni – enak del celote lahko zapišemo z različnimi zapisi ($\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{123}{369}$).

Še več, osredotočiti se je treba na celoto. O ulomkih lahko povemo nekaj smiselnega le, če se zavedamo celote. Zato učence učimo, da govorijo o "$\frac{1}{4}$ pice" namesto o "$\frac{1}{4}$". Šele po dveh letih v Flandriji naredijo abstrakcijo do $\frac{1}{4}$ kot števila in tudi takrat razložijo, da mislijo $\frac{1}{4}$ od števila 1.

Če se naveževa na 3. vprašanje iz uvodnega dela: nemogoče se je odločiti, ali imaš raje škatlo za sladkarije od mame ali od starega očeta. Lahko se zgodi, da je $\frac{1}{4}$ škatle tvojega starega očeta dejansko večja od $\frac{1}{2}$ škatle tvoje mame (učencem lahko tudi pokažemo škatli dveh različnih velikosti).

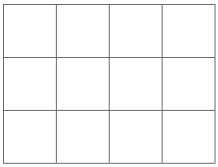
V Sloveniji je prepoznavanje ekvivalentnih ulomkov zapisano v učnem načrtu za četrti razred pri posebnih znanjih (dodatna ali poglobljena znanja, ki jih učitelj obravnava po svoji presoji, glede na zmožnosti in interese učencev/učenk). Vsi učenci naj bi to prepoznali v 6. razredu. V Sloveniji, tako kot v Flandriji, je poudarek na odvisnosti ulomka od celote (pice, pravokotnika, tablice čokolade …).

δ Netemeljni vidiki ulomkov

Poleg temeljnih vidikov mora vsak učenec razumeti in zato tudi izkusiti netemeljne vidike ulomkov (VVKBaO 1998; De Boeck, Herremans 2009). To pomeni, da bi morali učitelji dobro premisliti o različnih situacijah, v katerih govorijo o ulomkih: ključna beseda je tukaj "različnost". Nekaj primerov:

1. Celota je lahko razdeljena na manjše dele ali ne.

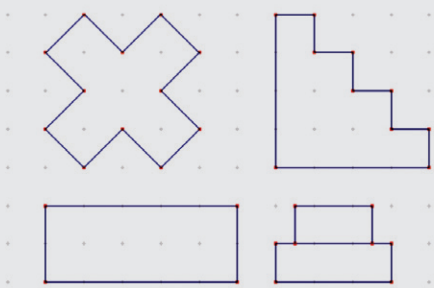
Razlika med množico 7 frnikol in torto kot celoto je v tem, da ne moremo razdeliti množice frnikol na 3 enake dele, a pomen ulomka je v obeh primerih enak. Dober material, ki je nekaj od obojega, je tablica čokolade: lahko jo razdelimo na poljubno število koščkov, saj ima že celota neko naravno strukturo za deljenje.



2. Tip ali oblika celote.

Ne samo premice, tudi pravokotniki ali okrogli predmeti se lahko razdelijo. Na primer:

Pobarvaj $\frac{1}{10}$ naslednjih likov.



3. Velikost celote.

Ni pametno, da uporabljamo samo pravokotnike velikosti $10\,\mathrm{cm}^2$. Vzamemo lahko tudi manjše ali večje pravokotnike, da se otroci naučijo, da je velikost celote nebistvena za pomen ulomka.

4. Način deljenja celote.

Na primer pogovor o 1. točki temeljnih vidikov v poglavju γ.

ε Kako začnemo uvajati ulomke?

V Flandriji začnejo uvajati ulomke na treh različnih področjih: ulomek kot operator, kot razmerje in končno kot abstraktno število (VVKBaO 1998; 2001, 2002; učni načrt na MEF 2013).

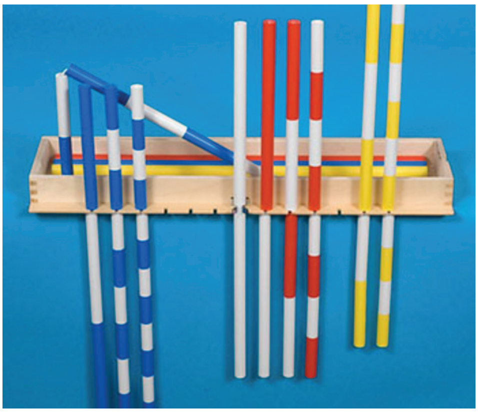
1. Ulomek kot operator.

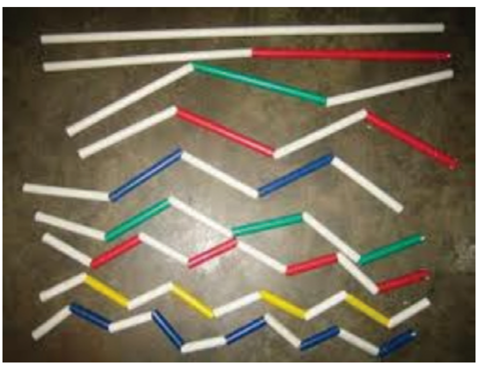
Tukaj konkretno razdelijo celoto na dele in vzamejo pravo količino. Na začetku vzamejo $\frac{1}{3}$ torte, $\frac{1}{7}$ od 28 frnikol. V prvem letu (pri 8. letu starosti) se ukvarjajo z ulomki s števcem 1. Nato barvajo $\frac{2}{3}$ zastave, delijo 7 tort na 4 enake dele, merijo razred z leseno palico dolžine 1 m (in upajo na odgovor npr. 8 metrov in $\frac{2}{5}$ metra …). Kot lahko vidite, ostaja pomembna različnost (glej netemeljni vidiki v poglavju δ).

Eden izmed pripomočkov, s katerimi se lahko učijo učenci o ulomkih, so ulomkove palčke (slika 1). Ulomkove palčke so skupaj spete z elastiko. Vsaka palčka v škatli ima isto dolžino, ki predstavlja celoto. Palčke so razdeljene na enako velike kose, kar kažejo tudi izmenjujoče si barve (glej sliko 1 na desni strani).

Palčke so v kompletu skupaj s škatlo, ki ima ob strani utore, v katere lahko postavimo palčke (slika 1). Tako lahko pokažemo pomen ulomka (del nad škatlo) kot dela celote. Pripomniti velja, da lahko vedno vidimo celoto. Nekatere bodoče učitelje to moti, kar lahko rešimo s skrivanjem vsega, kar je pod škatlo.

Na primer: z dvema (rumenima) palčkama na desni strani (na sliki 1) lahko prepričamo učence, da je $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. Je tudi dober pripomoček za urejanje ulomkov (zlahka vizualno prikažemo, da je npr. $\frac{4}{7} < \frac{5}{6}$). Po drugi strani pa ni primeren pripomoček za seštevanje ali odštevanje ulomkov. Vendar je zelo dober konkretni pripomoček za delo z učenci, ki imajo težave pri razumevanju osnovnih značilnosti ulomkov.





[Slika 1] Ulomkove palčke

V slovenskih osnovnih šolah se ukvarjamo z ulomki kot operatorji na podoben način. Najprej se uporabljajo ulomki s števcem 1 in pozneje z večjimi števci. Učenci tudi računajo vrednost enega dela celote, če je celota dana (npr. $\frac{1}{4}$ od 16), a pozneje kot v Flandriji (v četrtem razredu pri 10. letu starosti). V petem razredu računajo del celote (npr. $\frac{3}{4}$ od 16). V slovenskih šolah nismo seznanjeni z ulomkovimi palčkami, a so videti kot dober konkreten pripomoček za razumevanje ulomkov.

2. Ulomek kot razmerje.

Začnemo s preprostimi primeri kot:

V našem razredu (s 25 učenci) je 10 dečkov. Kolikšen del razreda je to?

Tukaj seveda pride do izraza ekvivalentnost ulomkov $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$. V nadaljevanju lahko predstavimo drug razred, kjer so 3 od 4 učencev dečki.

Zanimiv je pogovor, s katerim učenci začutijo razliko med vrstnim redom ulomkov in naravnimi števili. Postavimo lahko naslednja vprašanja:

V katerem razredu je relativno več dečkov? V katerem razredu je več dečkov?

Lahek način, kako se o tem pogovarjati z mlajšimi učenci (začenši v 4. razredu), je uporaba tabel razmerij.

1. razred:

Število dečkov	2	4	6	8	10	…
Število učencev	5	10	15	20	25	…

2. razred:

Število dečkov	3	6	9	12	15	…
Število učencev	4	8	12	16	20	…

Sklep: v enako velikih razredih lahko sklenemo: $\frac{3}{4} = \frac{15}{20} > \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (to lahko vidimo iz tabel razmerij v razredu z 20 učenci), a na splošno je nemogoče določiti, v katerem razredu je več dečkov. Če ima prvi razred 25 učencev in drugi samo 12, je dejansko več dečkov v drugem kot v prvem razredu. To je zato, ker vzamemo $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$ od različnih celot.

Opazimo lahko, da se uporaba tabel razmerij sklada z zapisom ulomkov. Naslednje ulomke $\frac{2}{3} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25}$ lahko razberemo iz teh tabel. Poleg tega tabele poudarjajo tudi koncept razmerja. Vsi ti razredi imajo enak odstotek ali razmerje dečkov (glej tudi 2. vprašanje o soku v poglavju β).

Ko govorimo o odstotkih, mislimo v določenem kontekstu tudi na razmerje. Na primer pri računanju 3 % od 600 (glej Nieuwe Talrijk 2003) lahko razmišljamo na naslednji način: 3 % pomeni "3 od vsakih 100", pomnoženo s 6 dobimo, da je to enako "18 od vsakih 600". Ponovno to lahko zapišemo v tabelo razmerij.

V tem pogovoru z otroki kot učitelj lahko dejansko vidiš, ali otrok razume koncept ulomka. V Sloveniji se težko pogovarjaš na ta način pred 7. razredom z vsemi otroki (z nadarjenimi morda v 5. razredu). Kakor koli, za otroke je ključno, da vidijo povezavo med ulomki, razmerji in odstotki.

3. Ulomek kot abstraktno število.

To je seveda pomembno, a temu v osnovni šoli posvečajo malo pozornosti (MEF 2013). Ker se veliko časa posveča prejšnjima dvema področjema, je korak do števila lahek. Vsak ulomek lahko vidimo kot del ali kot razmerje glede na število 1. To se izkaže pri vajah računanja z ulomki. Kljub temu naj bi se učenci v razlagah vedno sklicevali na celoto.

ζ Primer prve ure seštevanja ulomkov

To je primer učne ure na začetku 5. razreda v Flandriji (ZGZG 2011). Učenci že vedo, kaj so ekvivalentni ulomki. Učna ura se začne z (ustnimi) vajami za priklic tega, npr. $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{4} = \frac{\dots}{10}$. Sledi razdelitev razreda na skupine. Vsaka skupina dobi velik kos bombažnega blaga (seveda je lahko tudi velik list papirja), ravnilo in nekaj svinčnikov.

Učitelj jim pove nalogo:

Velik kos bombažnega blaga bomo uporabili za izdelavo nekaj oblačil – srajce in šala. Vsaka skupina učencev dobi nekaj vprašanj na papirju, na katere morajo poiskati odgovore, ki jih mora vsak član skupine znati tudi razložiti.

Za srajco uporabimo $\frac{2}{5}$ blaga in $\frac{1}{10}$ blaga za šal.

- Pobarvaj z zeleno del, ki ga uporabimo za srajco.
- Pobarvaj z modro del, ki ga uporabimo za šal.
- Uredi po vrsti dele blaga (zeleno, modro in belo).
- Kolikšen del blaga uporabimo za izdelavo obeh oblačil?
- Kolikšen del blaga ostane po izdelavi obeh oblačil?
- Koliko šalov bi lahko naredil z ostankom blaga?
- Koliko srajc bi lahko naredil z ostankom blaga?

Skupine imajo dovolj časa, da razmislijo o vprašanjih in da se o njih pogovorijo med seboj. Sledi klasični pogovor, kjer učitelj določi učenca, ki naj odgovarja. Tukaj lahko preverimo, ali so vsi člani skupine sposobni razložiti, kaj so delali. Zaključek je $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10}$ $(= \frac{1}{2})$.

V prvi uri te učne teme učitelj poudari celoto. V ta namen ubesedi, da je $\frac{2}{3}$ šala plus $\frac{1}{10}$ šala enaka $\frac{5}{10}$ (polovici) enega šala (pripomniti moramo, da je trikrat ista celota in zato isti šal, na katerega se nanaša). Vsak učenec bi moral biti sposoben takšnega razmišljanja na koncu učne ure. Torej se računska pravila poučujejo kot nekaj, kar vidiš in izkusiš v realnem življenju, in ne samo kot računsko pravilo, ki pade z neba in si ga je treba zapomniti. Zato je lažje posplošiti to na računanje z ulomki kot števili.

Računsko pravilo, kjer najprej daš vsak ulomek na ulomek s skupnim imenovalcem pred seštevanjem, se prikliče in vadi v naslednji šolski uri.

Torej: učenci imajo pol ure za delo v skupini pri dani nalogi, sledi klasičen pogovor približno 15 minut, kjer učitelj nameni veliko pozornosti pri povzemanju odgovorov. To pomeni, da si vzame učitelj vsaj eno učno uro, da učenci izkusijo koncept seštevanja ulomkov. Idealno bi bilo ponoviti takšno uro z podobnimi (ali malo težjimi) nalogami, ko bi začeli odštevati ulomke. V realnosti se to velikokrat izpusti, saj je kljub 6 uram matematike na teden program težko izpeljati, ker veliko ur preprosto izgine.

Na žalost si je v Sloveniji v 7. razredu s 4 urami matematike na teden težko vzeti že eno šolsko uro za takšno dejavnost o seštevanju ali odštevanju ulomkov, čeprav dejavnost in pogovor o takšni dejavnosti lahko veliko pripomore pri razumevanju operacij z ulomki. Ustvarimo lahko konceptualni okvir iz realnega življenja za seštevanje ulomkov, ki si ga bodo učenci veliko bolj zapomnili kot katero koli pravilo, ki ga učitelj samo predstavi učencem.

η Nekaj problemov iz razmerij

Začenjava s problemi, ki so dobri primeri za pogovor v razredu (5. in 6. razred). Vprašanja z zvezdico so – po najinem mnenju – primerna za nadarjene učence. Zopet predlagava, da najprej razmislite o rešitvi in kako bi jo lahko razložili učencem, preden pogledate komentarje.

1. Mesar da Andreju 2760 g mesa za piknik s 23 gosti. Koliko gostov bo na pikniku pri Katji, če ji je mesar dostavil 2040 g več mesa?
2. Dvanajst delavcev dela normalno 15 dni, da skopljejo temelje za tvojo hišo. Vendar bi rad, da bi delo končali v 9 dneh. Koliko delavcev potrebuješ, da bi delo opravili pravočasno?
3. (*) Kvadratu povečamo vse stranice za 50 %. Za koliko % se poveča ploščina?
4. (*) Kolikšen je kot med dvema urnima kazalcema ob 10.20 (20 minut čez 10)?

Komentarji in rešitve

1. Odgovor je 40 gostov. Tukaj upamo na standardno pot reševanja: 2760 g mesa je za 23 ljudi, koliko mesa je za 1 osebo? To je dobra vaja v preračunanju na osebo (dejansko v Flandriji učitelji pogosto vključujejo takšne naloge). Dobimo 120 g mesa na osebo. Sposobnejši učenci bodo upoštevali, da ima Katja 4800 g mesa (2760 g + 2040 g = 4800 g) in bodo takoj povedali odgovor. Učence, ki niso tako sposobni, bo pritegnil podatek 2040 g in bodo računali, koliko ljudi lahko poje toliko mesa. V bistvu bi se moral vsak učenec pred računanjem vprašati o približni vrednosti, ki bi morala biti med 34,5 (2040 je več kot polovica od 2760) in 46 (2040 je manj kot 2760). Tudi uporaba tabel razmerij (glej poglavje ε, razdelek *Ulomek kot razmerje*) je zanimiva.
2. Tukaj sta število delavcev in število dni v obratnem sorazmerju. To pomeni, da je njun produkt stalen. Če uporabimo obratno sorazmerje v tem kontekstu, pomeni, da za kopanje temeljev potrebujemo $12 \cdot 15 = 180$ dni dela. Zdaj mora delo biti opravljeno v 9 dneh, zato potrebujemo 20 delavcev.

3. Odgovor je 125 %. Najboljši način, da to vidimo, je pogovor o razmerju velikosti. Povečanje je risanje v razmerju 1,5 : 1 ali 3 : 2. Ker obe stranici pomnožimo z $\frac{3}{2}$, se bo ploščina pomnožila z $\frac{9}{4}$. Zato se je ploščina povečala za $\frac{5}{4}$ = 125 % izvirne ploščine. Pomembnost te vaje je to, da bi se morali (tudi sposobnejši) učenci zavedati, kaj delajo. Ne smejo misliti, da gre pri tej nalogi samo za neko računanje s števili. Ni lahke poti, da dobimo iz 50 % pravi odgovor 125 %, zato morajo izvesti zgornji razmislek.
4. Odgovor je 170° (ali 190°). Ta naloga zahteva dva koraka. Prvi, ki se ga večina učencev zaveda: kot med dvema zaporednima številkama na uri je 30° (kar je $\frac{1}{12}$ od 360°). A potem postavijo mali urni kazalec na 10 in velikega na 4 in dobijo rešitev … Večina pozabi, da se v 20 minutah med 10.00 in 10.20 mali urni kazalec premika naprej … in dejansko prepotuje $\frac{1}{2}$ razdalje med številkama 10 in 11. V pogovoru po reševanju naloge učenci včasih povedo, da niso vedeli, da morajo narediti ta drugi korak. Možen odgovor je ″Kam postaviš mali urni kazalec, ko se vprašanje nanaša na 6.30?″ Dejansko kdo ugotovi, da je precej enostavno izračunati pravilen kot za vsako minuto dneva, npr. ob 7.48. Tudi to, da je več kot en pravilni odgovor, je dobro s pedagoškega stališča, saj se to ne zgodi dovolj pogosto v nalogah v učbenikih.

θ Sorazmernostne spremenljivke v osnovni šoli

V petem in šestem razredu se učenci v Flandriji srečajo z vprašanji, povezanimi z razmerji (glej VVKBaO 2001, 2002). Ko govorijo o razmerjih, je to prvič, da učenci v podrobnosti raziščejo odnos med dvema spremenljivkama. Rezultat je, da lahko učenec v enostavnih nalogah natančno določi vpliv na drugo spremenljivko, če pozna spremembo prve spremenljivke. Zelo pomembno je tukaj poudariti, da vse druge spremenljivke ostanejo nespremenjene.

V Flandriji je v uporabi terminologija ″*recht evenredig*″ in ″*omgekeerd evenredig*″, kar pomeni ″ima isto razmerje″ (SR) in ″ima obratno sorazmerje″ (RR). V Sloveniji poimenujemo SR premo sorazmerje in RR obratno sorazmerje.

1. Spremenljivki z enakim razmerjem (SR) – premo sorazmerje

Na primer dolžina pravokotnika in njegova ploščina sta premo sorazmerni. Najlažja pot, da to preverimo, je taka: pogledamo, kaj se zgodi, če eno od vrednosti prve spremenljivke podvojimo. Če se tudi vrednost druge spremenljivke podvoji, imamo spremenljivki, ki imata enako razmerje. Pomembno je poudariti, da ostane širina pravokotnika vedno nespremenjena.

Ko pogledamo terminologijo v nizozemščini (ki je tudi uradni jezik v Flandriji), vidimo, kako učijo otroke: dve spremenljivki sta premo sorazmerni, če je njuno razmerje stalno v vseh primerih. To lahko vidimo v tabelah razmerij (VVKBaO 2001) ali v pripadajočih ulomkih. Na primer: začnemo s pravokotnikom s širino 4 cm in dolžino 5 cm in proučimo razmerje med dolžino in ploščino:

Ploščina (v cm^2)	20	40	80	10	4	…
Dolžina (v cm)	5	10	20	2,5	1	…

Če pogledamo tabele razmerij, lahko prepoznamo ekvivalentne ulomke:

$\frac{20}{5} = \frac{40}{10} = \frac{80}{20} = \frac{10}{2{,}5} = \frac{4}{1}$.

Napaka, ki jo delajo učenci, je, da spremenljivki razglasijo za premo sorazmerni, če se obe spremenljivki povečujeta hkrati. Zato je pomembno, da jim damo primere spremenljivk, ki nista premo sorazmerni: npr. (1) dolžina in masa človeka; (2) število tekem na nogometnem prvenstvu in število klubov, ki tekmuje na tem prvenstvu; (3) polmer in ploščina kroga. Drugi primer je zelo poučen, saj je jasno, da je ob večjem številu klubov tudi število tekem večje. Vendar, če preverimo tabele razmerij za te primere, lahko sklenemo, da te spremenljivke niso premo sorazmerne.

2. Spremenljivke, ki imajo obratno razmerje (RR) – obratno sorazmerje

Na podoben način lahko preučimo dve spremenljivki, ki sta obratno sorazmerni. Pogledamo, kaj se zgodi, ko eno od vrednosti spremenljivke podvojimo. Če ima vrednost druge spremenljivke polovico osnovne vrednosti, imamo (verjetno) obratno sorazmerni spremenljivki.

Koncept obratno sorazmernih spremenljivk pravi, da imata dve števili obratno razmerje ali da je njun produkt stalen. To je pomembno, da opazimo, in je enostavno pokazati na konkretnih primerih. Na primer, da ima nekdo hrane za 20 dni za 6 kokoši. Koliko dni bo imel hrane za 10 kokoši? Produkt $20 \cdot 6 = 120$ pove število dnevnih porcij hrane, ki je na voljo. Za 6 kokoši je na voljo hrane za 20 dni … 10 kokoši pa lahko hranimo le 12 dni (spet se spomnimo, da je $12 \cdot 10 = 120$). Podoben primer je 2. primer v poglavju η.

Spremenljivke, ki so obratno sorazmerne, je rahlo težje odkriti v tabelah razmerij. Opazimo lahko, da gresta spremenljivki v obratni smeri: če se ena povečuje, se druga zmanjšuje. Ko dodamo v takšno tabelo razmerij tretjo vrstico, v kateri so produkti vrednosti obeh spremenljivk, lahko vidimo obratno sorazmerje.

Dnevne porcije hrane	120	120	120	120	120	120	120	…
Število kokoši	6	10	20	5	15	2	1	…
Število dni	20	12	6	24	8	60	120	…

Torej je $6 \cdot 20 = 10 \cdot 12 = 20 \cdot 6 = 5 \cdot 24 = 15 \cdot 8 = 2 \cdot 60 = 1 \cdot 120$.

Po slovenskem učnem načrtu se učenci prvič srečajo s povezanostjo količin (sklepanje iz enote na množino in iz množine na enoto) v 4. razredu.

V 8. razredu se učenci ukvarjajo s spremenljivkami, ki so v premem ali obratnem sorazmerju, poudarjena je tudi povezava z odstotki. Zanimivo je tudi, da v Sloveniji govorimo o razmerjih šele v 9. razredu in ob tem povežemo razmerja s spremenljivkami in tabelami razmerij. Pri primeru premega sorazmerja med dolžino in ploščino pravokotnika bi lahko zapisali tudi $20 : 5 = 40 : x$ (Dornik in dr. 2005; 2007).

ι Praktični primer razmerij: prestave na tvojem kolesu

Primer iz vsakdanjega življenja, ki vsebuje premo sorazmerni spremenljivki in obratno sorazmerni spremenljivki, so prestave na kolesu. Da se lahko s tem ukvarjamo pri pouku, potrebujemo eno šolsko uro merjenja na igrišču.

Vprašanja lahko diferenciramo glede na različne skupine. V prvi skupini lahko določimo, da so prednje prestave stalne in se spreminjajo samo zadnje prestave. Primeri vprašanj med delom na igrišču:

1. Preštej (previdno) število zobnikov na sprednjih zobatih kolesih.
2. Preštej število zobnikov na najmanjšem zadnjem zobatem kolesu.
3. Previdno izmeri razdaljo, ki jo kolo opravi v točno enem obratu pedal (z verigo na najmanjšem zadnjem zobatem kolesu).
4. Preštej število zobnikov na največjem zadnjem zobatem kolesu.
5. Previdno izmeri razdaljo, ki jo kolo opravi v točno enem obratu pedal (z verigo na največjem zadnjem zobatem kolesu).
6. Naredi enako, npr. preštej število zobnikov in izmeri razdaljo enega obrata za nekatera druga zadnja zobata kolesa.
7. Zapiši vse informacije, ki si jih dobil, v tabelo. Uredi podatke glede na število zobnikov na zadnjem zobatem kolesu.

Izpolnjena tabela je lahko podobna kot spodnja tabela (glej npr. Verzettentabel 2013):

Število zobnikov (spredaj): 46					
Število zobnikov (zadaj)	12	15	18	22	26
Razdalja pri enem obratu (v cm)	802	645	535	437	370

Vprašanja, o katerih naj bi razmišljali otroci, ko izpolnijo tabelo, in o katerih naj bi se pogovarjali v razredu:

- Kaj se zgodi, če število zobnikov na zadnjem zobatem kolesu narašča?
- Ali obstaja vzorec: ali obstaja povezava med številom zobnikov na zadnjem zobatem kolesu in razdaljo, ki jo kolo opravi v enem obratu?
- Ali lahko predvidiš: npr. kolikšno razdaljo bi kolo opravilo v enem obratu, če bi zadnje zobato kolo štelo 24 zobnikov? Ali 30 zobnikov?

Druga skupina lahko dopolni podobno tabelo, vendar s stalnim zadnjim zobatim kolesom in različnimi sprednjimi zobatimi kolesi.

Za skupino nadarjenih otrok v razredu je lahko naloga mešana: raziščejo naj primer, ko se tako sprednje kot zadnje zobato kolo spreminjata po številu zobnikov. Najbolje pa je, da se osredotočijo na dve različni sprednji zobati kolesi in tri različna zadnja zobata kolesa in da vidijo relacije med njimi.

Sklep po uri merjenja na igrišču in uri pogovora bi moral biti: število zobnikov na sprednjih zobatih kolesih je v premem sorazmerju z razdaljo, v kateri se kolo zavrti za en obrat (sprednje zobato kolo pove, za koliko zobnikov se kolo premakne naprej). Število zobnikov na zadnjem zobatem kolesu je obratno sorazmerno z razdaljo, ki jo naredi kolo v enem obratu (zadnje zobato kolo pove, koliko zobnikov sprednjega zobatega kolesa potrebujemo, da premaknemo zadnje kolo za 360°). Razmerje med zobniki prednjega in zadnjega zobatega kolesa je ključno število, ki opredeljuje razdaljo v enem obratu (npr. obe zobati kolesi 48–24 in 36–18 bosta opravili enako razdaljo v enem obratu, to je dvakrat premer zadnjega kolesa).

Otroci bi morali znati odgovarjati na sestavljena vprašanja, kot na primer:

Kolo, ki ima spredaj 42 ter zadaj 13 zobnikov, opravi pot 4 m. Kakšno pot bi opravilo isto kolo, če bi imelo spredaj 39 in zadaj 20 zobnikov?

Nekaj pripomb, ki se nanašajo na ta primer iz vsakdanjega življenja:

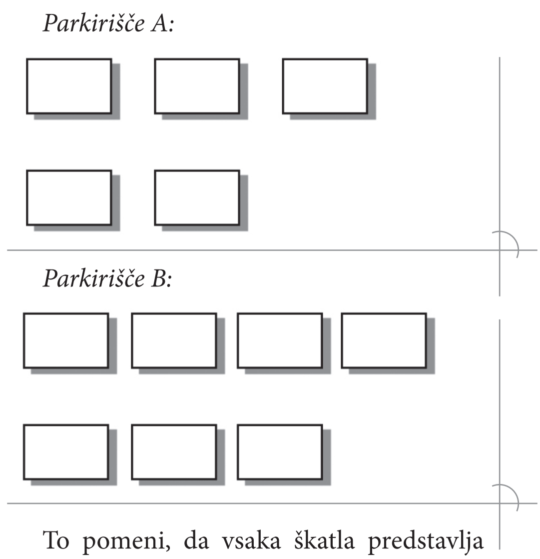
- Štetje zobnikov pri prestavah zahteva od učencev kar nekaj organiziranosti, natančnosti in koncentracije.
- Merjenje dolžine v centimetrih ne bo točno, kot bi moralo biti po teoriji. To spodbuja k razmišljanju, da je matematika dobra (a ne odlična) opisovalka realnega sveta. Obstajajo tudi bolj zapletene formule, ki upoštevajo tudi tipe kolesarskih pnevmatik (npr. Bikecalc 2013).
- Razdalje so odvisne tudi od premera zadnjega kolesa in zato je težko primerjati različna kolesa med seboj.
- Dejstvo, da so učenci preživeli eno uro pri merjenju razdalj s kolesi, skupaj s pravilno besedno razlago, ustvarja dobro podlago za razmišljanje o premem in obratnem sorazmerju.
- Pomembno je opozoriti na to, da nima nobenega vpliva, kako pridemo do števila zobnikov na zobatih kolesih. Posebej v sestavljenih vprašanjih lahko dobimo iz razmerja števila zobnikov 42–13 razmerje 39–20 z uporabo razmerij 39–13 ali 42–20.
- Če ne pridete do zaključka, da je razmerje obeh zobatih koles odločilen faktor, je dobro, da poudarite, da premo in obratno sorazmerje lahko deluje le, če je vse drugo nespremenjeno. Zato, ko spremenite število zobnikov na sprednjem zobatem kolesu, morate število zobnikov na zadnjem zobatem kolesu pustiti nespremenjeno. Torej se je treba s sestavljenimi vprašanji ukvarjati v dveh preprostih korakih.
- Pred učno uro o prestavnih razmerjih pri kolesu je dobro imeti učno uro o besedišču o kolesu.

κ Neenaka delitev

Drug prostor, kjer se srečata razmišljanje o razmerjih in ulomkih v osnovni šoli, je v konceptu "neenakega razdeljevanja". V Flandriji se o tem učijo v 5. in 6. razredu (VVKBaO 2001, 2002). Omejimo se na naslednjo nalogo:

Imaš dve parkirišči A in B. Za vsakih 5 avtomobilov, ki parkirajo na parkirišču A, lahko parkira 7 avtomobilov na parkirišču B. Če lahko parkira 732 avtomobilov na obeh parkiriščih hkrati, koliko avtomobilov lahko parkira na parkirišču A in koliko na parkirišču B?

Rešitev je primerljiva z vprašanjem 4 o počenih jajcih v poglavju β: argument razmerja si lahko predstavimo s škatlami; 5 za parkirišče A in 7 za parkirišče B. Skupaj teh 12 škatel predstavlja 732 avtomobilov.



To pomeni, da vsaka škatla predstavlja 732 : 12 = (600 + 120 + 12) : 12 = 61 avtomobilov. Zato lahko parkiraš 305 avtomobilov na parkirišču A in 427 na parkirišču B.

Zopet je vizualna predstavitev koncepta situacije ključ do rešitve.

λ Sklep

Predstavila sva primere, kako lahko mlajše otroke (od 3. do 6. razreda) poučujemo ulomke (poglavje β in ξ), odstotke in sorazmernostne spremenljivke (poglavji η in θ). Zelo visoka uvrstitev Flandrije na mednarodnih matematičnih testih v primerjavi z drugimi evropskimi državami (ali že znotraj Belgije) ima lahko dva vzroka: (1) učenci imajo več ur matematike v primerjavi z drugimi državami in (2) ta dodaten čas se uporabi za učenje matematike v konceptualnem okviru: računska pravila odkrivajo in jih preizkušajo na praktičnih primerih iz realnega življenja.

Poudarila sva, da v konceptualnem okviru lahko najdemo širok spekter primerov za vsako definicijo ali računsko pravilo. Učenci lahko izberejo tisto, ki jim je najbolj všeč in jo uporabijo kot priporočilo, ko se srečajo s tem konceptom. Pomembno je poudariti to, da ubeseditev, kaj nekdo dela (in zakaj), za pridobivanje vpogleda igra pomembno vlogo v večini začetnih didaktik matematike. Ob tem je zelo pomembno govoriti o temeljnih in netemeljnih vidikih (glej poglavji γ in δ ali primere premega sorazmerja v poglavju θ). Za popolno razumevanje, o čem je govor, je koristno, da si vzamemo čas za pogovor o protiprimerih zato, da učenci spoznajo, o čem pa ni govora.

μ Viri in literatura:

1. Bikecalc. *http://www.bikecalc.com/* (2. 12. 2013). *Spletna stran z informacijami o prestavah pri različnih kolesih.*
2. De Boeck I., Herremans A., Wiskunde 3, cursus lerarenopleiding KHKempen, 2009. *Učni načrt za poučevanje v srednji šoli.*
3. Dornik, M., Smolej, T., Turk, M.,Vehovec, M. Kocka 9, matematika za 9. razred osnovne šole, Modrijan, 2005. *Učbenik matematike za deveti razred osnovne šole v Sloveniji.*
4. Dornik, M., Smolej, T., Turk, M.,Vehovec, M. Kocka 8, matematika za 8. razred osnovne šole, Modrijan, 2007. *Učbenik matematike za osmi razred osnovne šole v Sloveniji.*
5. Eurydice Slovenia, *http://www.mizs.gov.si/en/eurydice_slovenia/* (19. 05. 2013). *Spletna stran o slovenskem šolskem sistemu.*
6. Herremans A. “Today champions in math, tomorrow in equal chances”: a short overview of strengths and weaknesses of Flemish Education, in Proceedings of the 1ste International Conference on Learning and Teaching

Mathematics, Maribor 2012, p. 265–275, *dostopno na (KUPM 2012).*

7. KUPM 2012, *http://www.zrss.si/kupm2012* (5. 4. 2013). *Spletna stran o 1. mednarodni konferenci o učenju in poučevanju matematike, Maribor 2012.*
8. MEF. Ministry of Education of Flanders. *http://www.ond.vlaanderen.be/* (5. 4. 2013). *Spletna stran Ministrstva za šolstvo Flandrije, delno v angleščini.*
9. MESS. Ministry of Education, Science and Sport, Republic of Slovenia. *http://www.mizs.gov.si/en/* (19. 05. 2013). *Spletna stran Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport, delno v angleščini. Učni načrt je dostopen na spletni strani http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf.*
10. Nieuwe Talrijk 5b, les 73, *ISBN: 978-90-301-1430-7*, Plantyn, 2003. *Flamski učbenik matematike za 5. razred.*
11. PISA. *http://www.pisa.oecd.org/* (5. 4. 2013). *Spletna stran OECD, programa za mednarodne raziskave dosežkov učencev.*
12. TIMSS. *http://timss.bc.edu/* (22. 12. 2012). *Spletna stran o trendih v matematiki in znanosti; testi TIMSS in PIRLS.*
13. Verzettentabel. *http://www.fiets.nl/techniek-en-fysiek/verzettentabel/* (5. 4. 2013). *Spletna stran z razdaljami pri kolesih in o delovanju prestav.*
14. VVKABaO. Vlaams Verbond van het Katholiek Basisonderwijs, Wiskunde Leerplan, 1998, D/1998/0938/02. *Podroben učni načrt flamskih katoliških osnovnih šol.*
15. VVKBaO. Vlaams Verbond van het Katholiek Basisonderwijs, Toelichtingen Getallenkennis, 2001, D/2001/0938/02. *Podrobni učni cilji, ki se nanašajo na števila in aritmetiko v flamskih katoliških osnovnih šolah.*
16. VVKBaO. Vlaams Verbond van het Katholiek Basisonderwijs, Toelichtingen Bewerkingen, 2002, D/2002/0938/01. *Podrobni učni cilji, ki se nanašajo na operacije v flamskih katoliških osnovnih šolah.*
17. ZGZG. Zo gezegd, zo gerekend 5AB handleiding, 621 p. *ISBN: 978-90-301-3366-7*, Plantyn, 2011. *Priročnik za učitelje za 5. razred v Flandriji.*

Letne priprave – podpora pri načrtovanju vključevanja kompetence učenje učenja

Annual Lesson Plan – Support for Planning Incorporation of the Learning to Learn Competence

Amela Sambolić Beganović,
Jerneja Bone
Zavod RS za šolstvo

Σ Povzetek

Načrtovanje vključevanja kompetence učenja učenja v pouk je ena izmed pomembnih in potrebnih nalog učiteljev, ki jih mora opraviti, če želi, da njegovi učenci postanejo boljši, samostojnejši in uspešnejši pri učenju. Kako in na kakšen način učitelji načrtujejo vključevanje kompetence učenje učenja v pouk, je razvidno tudi iz zapisov v letne priprave na pouk predmeta matematika. V prispevku predstavljamo ugotovitve, ki smo jih izluščili ob pregledovanju letnih priprav, in jih ponazarjamo s primeri učiteljev matematike, ki so sodelovali v projektu ZRSŠ Vključevanje medpredmetne kompetence Učenje učenja. Prispevek končujemo s predlogi zapisa letnih priprav s poudarkom na vključevanju kompetence učenje učenja.

Ključne besede: kompetenca učenje učenja, letna priprava, kognitivni vidik, metakognitivni vidik, motivacijski vidik

Σ Abstract

Planning incorporation of the learning to learn competence into lessons is one of crucial and necessary tasks of teachers if they want their pupils to become better, more independent and successful at learning. How teachers plan the learning to learn competence to be incorporated into lessons is evident from the annual lesson plan for mathematics. Findings deduced from *analysis of annual lesson plans are presented in the article, and illustrated with examples from mathematics teachers who participated in the National Education Institute's project "Incorporation of the Learning to Learn Cross-Curricular Competence". The article's conclusion provides suggestions on preparation of annual lesson plans with an emphasis on incorporating the learning to learn competence.*

Keywords: *learning to learn competence, annual lesson plan, cognitive aspect, metacognitive aspect, motivational aspect*

α Uvod

Namen prispevka je predstaviti rešitve srednješolskih učiteljev matematike v povezavi z načrtovanjem razvoja kompetence učenje učenja (v nadaljevanju KUU) prek letnih priprav (v nadaljevanju LP), ki so nastale kot rezultat njihovega razvojnega dela v triletnem projektu Zavoda RS za šolstvo z naslovom Uvajanje medpredmetne kompetence učenje učenja v pouk. LP so eden izmed dveh dokumentov, ki jim učitelji namenjamo veliko pozornosti. Sodijo med obvezne predpisane dokumente Pravilnika o dokumentaciji v srednji šoli[1]. Obrazec za LP ni predpisan, prav tako niso predpisani niti obvezni elementi LP. Zaradi narave dela[2] smo imeli priložnost vpogleda v veliko raznovrstnih in različnih LP, zato smo opazili, da večina teh vsebuje naslednje elemente: letno razporeditev ciljev (vsebinskih in procesnih), pričakovanih dosežkov ter vsebin vzgojno-izobraževalnega in drugega strokovnega dela. Menimo, da je LP učiteljev samostojni in inovativni izdelek. Učitelj mora dobro poznati učni načrt matematike, da lahko na njegovi podlagi izdela tako (vzorno) LP, ki ga sistematično vodi skozi vse šolsko leto in mu je v pomoč pri pisanju tematske oz. sprotne priprave za posamezno učno uro. Na sliki 1 so izpostavljeni ključne besede iz UN za matematiko v gimnaziji, ki obravnavajo razvijanje KUU.

[Slika 1] Ključne besede, povezane z razvijanjem KUU pri matematiki v gimnaziji

V okviru strokovnih srečanj v projektu so bila učiteljem predstavljena tudi področja za razvoj KUU (Pečjak, 2010):

- metakognitivno področje *(razmišljanje o svojem učenju, nadzorovanje, krmarjenje, spremljanje)*
- motivacijsko področje *(vrednote, stališča in čustva, ki vplivajo na učinkovito učenje, učno in družbeno okolje)*
- kognitivno področje *(kognitivne in učne strategije, na primer bralne učne strategije in grafični organizatorji)*

1 *Pravilnik o dokumentaciji v srednji šoli, 40. člen, (2) http://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?urlid=199996&stevilka=4584#*
2 *Avtorici sta svetovalki za matematiko na Zavodu RS za šolstvo.*

Na podlagi zapisov iz učnega načrta in glede na področja za razvoj KUU sta Bone in Sambolić Beganović (2012) razvili model umestitve kognitivnih in učnih strategij med preostale elemente LP.

β KUU v LP

Bone in Sambolić Beganović (prav tam) ugotavljata, da sistematično vključevanje KUU skozi celotno šolsko leto pri različnih vsebinah prek LP zahteva premišljeno in skrbno načrtovanje. V nadaljevanju bomo podrobneje podali ugotovitve, ki smo jih izluščili po pregledu 14 LP za pouk matematike. Pri branju LP smo tokrat posebno pozornost namenili elementom, ki se nanašajo na KUU, in manj ustaljenim elementom (ciljem in pričakovanim dosežkom):

1. *Oblika zapisa vključevanja KUU v LP,*
2. *Zastopanost kognitivnega, metakognitivnega in motivacijskega vidika v LP in*
3. *Predvidene strategije učenja pri posameznih sklopih, temah, vsebinah iz učnega načrta matematike za gimnazijo.*

Sledijo ugotovitve[3] po posameznih elementih.

1. Oblika zapisa vključevanja KUU v LP

A) LP po urah pouka

V eni izmed LP je bilo za vsako od predvidenih ur pouka matematike v določenem letniku zapisano, katera bo obravnavana vsebina (stara Časovna razporeditev učne snovi). Poleg navedene vsebine (teme) je zapisano "KUU" s predvideno strategijo učenja pri tistih urah, kjer učitelj načrtuje njeno vključitev (tabela 1, 101. ura). Ponekod v zapisih ni vedno razvidno, katero strategijo učenja bo učitelj razvijal (tabela 1, 100. ura).

Primer A1

Zap. št. ure	Vsebina
…	
100.	Kotne funkcije ostrih kotov (KUU)
101.	Preverjanje (KUU – primerjalna tabela)
…	

[Tabela 1] *Primer zapisa iz LP*

B) Priloga s KUU k LP

Največkrat je bila LP za pouk matematike dodana priloga, ki so jo različni učitelji različno poimenovali. Navajamo nekaj primerov poimenovanja:

- Lestvica priložnosti v okviru projekta branje in učenje učenja za <št.>. letnik gimnazije,
- Celovit načrt razvoja ključnih KUU pri predmetu MAT za <št.>. letnik,
- Letni delovni načrt za vpeljevanje KUU pri pouku matematike,
- Razvijanje KUU pri predmetu matematika,
- Plan za razvoj KUU.

Menimo, da vrsta poimenovanja ni najpomembnejša, ugotavljamo pa, da so bila v poimenovanje vključene besedne zveze: KUU, LP, MAT.

Poleg različnega poimenovanja smo opazili tudi, da so priloge k LP različno oblikovane in da vključujejo različne elemente. V nadaljevanju prikažemo/navajamo nekaj

3 *Pri zapisu ugotovitev avtorici uporabljate pojme/besedne zveze, kot so bralne učne strategije (BUS), grafični organizatorji (GO),VŽN, PV3P, primerjalna tabela … Razlaga pomena naštetih pojmov in besednih zvez je dostopna v knjigi Sonje Pečjak in Ane Gradišar Bralne učne strategije (2012) oz. v člankih avtoric (Uči me učiti se matematiko (2012) in Poučevanje za učenje učenja matematike. Iz teorije za prakso (še ni objavljeno).*

primerov LP, s katerimi želimo prikazati raznolikost načinov in vključenih elementov.

Primer B1

V prilogi so zapisani trije elementi (tabela 2). Zapis *Dejavnosti dijakov* je ponekod zapisan kot *Opombe*, drugje kot *Priporočene dejavnosti* ali *Operativni cilji*. Vsem je skupen opis dejavnosti oz. aktivnosti, ki so načrtovane, da jih bodo dijaki izvajali za dosego vsebinskih ciljev pouka matematike in razvijanja KUU. Zapisane dejavnosti dijakov nakazujejo, da je učenje usmerjeno na dijaka. Zapis *Učna tema* je ponekod zapisana kot *Vsebina*.

Primer B2

V nekaterih LP je k zgoraj zapisanim trem elementom dodano še *Število ur*, ki jih učitelji namenjajo vključevanju KUU v pouk (tabela 3).

Zapis števila ur je orientacija, da ob seštevku ur vidimo, koliko je KUU v načrtovana/predvidena v LP. Predlagamo, da bi bilo smiselno zapisati tudi, koliko ur pouka bo takih, kjer bo vsaj v enem delu učne ure vključeno razvijanje KUU.

Primer B3

Priloga k LP je razdeljena na tri vidike KUU: kognitivni, metakognitivni in motivacijski vidik. Metakognitivni in motivacijski vidik se prepletata skozi vse obravnavane vsebine v vseh letnikih.

C) Integracija KUU v obstoječo LP

Nekateri učitelji so našli načine, kako vpeljevanje KUU vključiti v obstoječo LP. V nadaljevanju s tremi primeri pokažemo njihove rešitve.

Primer C1

V stolpcu *Specialnodidaktična priporočila in medpredmetne povezave* je zapisano, katero strategijo učenja bodo pri posamezni obravnavani vsebini uporabili. Na barvni

Učna tema	Strategija učenja	Dejavnosti dijakov
Eksponentna funkcija	Primerjalna tabela	Dijaki oblikujejo primerjalno tabelo in zapišejo lastnosti eksponentnih funkcij. Funkcije med seboj primerjajo, iščejo podobnosti in razlike.
Pisno ocenjevanje znanja	Samoevalvacija uspeha	Dijaki izpolnjujejo vprašalnike za samoevalvacijo uspeha.

[Tabela 2] Zgled priloge k LP s primeri zapisov

Učna tema/vsebina	Strategija učenja	Dejavnosti dijaka	Število ur za KUU
Obsegi in ploščine ravninskih likov	VŽN Primerjalna tabela	Dijaki ugotavljajo, kaj že znajo v povezavi z ravninskimi liki, obsegi in ploščinami. Oblikujejo in izpolnjujejo tabelo, ki jim bo dala pregled nad obsegi in ploščinami likov. Zastavijo si vprašanje, kaj še želijo izvedeti, in ob končanem učenju razmišljajo, kaj so se naučili.	2

[Tabela 3] Primer priloge k letni pripravi

podlagi je zapis povezan z vključevanjem KUU v pouk.

Primer C2

V stolpcu *Metode in oblike dela* je vpisana strategija učenja, ki jo bodo uporabili dijaki oz. učitelj. Za zapis je uporabljena druga barva.

Kognitivni vidik		Metakognitivni vidik	Motivacijski vidik
Strategija učenja	Vsebina		
Hierarhična pojmovna mreža	Enačbe	Samoevalvacija znanja pred in po testu. Dijaki sestavijo teste za preverjanje znanja.	Učenje z IKT sodelovalno učenje
Zaporedje dogodkov	Risanje grafov		

[Tabela 4] *Priloga k LP s tremi vidiki KUU*

Učna tema	Št. ur	Operativni cilji	Specialnodidaktična priporočila in medpredmetne povezave
Osnovni geometrijski pojmi	4	Spoznati osnovne geometrijske pojme. Poznati pojem …	KUU – VŽN
Trikotnik. načrtovanje trikotnikov	5	Poznati vrste trikotnikov, kote v trikotniku in štiri znamenite točke. Reševati načrtovalne naloge.	KUU – zaporedje dogodkov

[Tabela 5] *Vpeljevanje KUU v obstoječo LP*

Zaokroženo vsebinsko področje	Operativni cilji	Vsebine	Metode in oblike dela	Način pridobitve ocene	Časovni okvir
Linearna funkcija	Dijak: – izračuna razdaljo med točkama ravnine, – ponazori množico točk v ravnini, – pozna in uporablja lastnosti linearne funkcije za risanje grafa, …	Pravokotni koordinatni sistem množica točk v ravnini ….	Metoda razgovora, delo v paru grafični organizatorji (primerjalna matrika, zaporedje dogodkov)	Dijak pridobi oceno sklopa praviloma pisno, lahko tudi z ustnim ocenjevanjem ….	27

[Tabela 6] *Vpeljevanje KUU v obstoječo LP*

Primer C3

Ob navedeni vsebini je zapisana uporaba izbrane strategije učenja.

Število ur	Vsebina (izbrana strategija učenja)
1	Ponovitev snovi (miselni vzorec)

[Tabela 7] *Vpeljevanje KUU v obstoječo LP*

Č) Vključevanje KUU je predstavljeno opisno.

V nekaterih primerih so podani (daljši oz. krajši) zapisi, kje in kako nameravajo učitelji razvijati KUU, nato pa je zapisana uporaba posamezne bralne učne strategije (BUS) in grafičnih organizatorjev (GO) v povezavi z vsebinami matematike. V zapisih smo zasledili dejavnosti učitelja in dejavnosti dijaka. Upoštevan je tako metakognitivni, kognitivni kot motivacijski vidik, zapisan za posamezne sklope za vsak letnik.

V teh opisih so predstavljene predvsem dejavnosti, ki se izvajajo skozi vse šolsko leto, zapisi so splošni. Npr. *"Pri vseh temah – Bralne strategije, delo s tekstom, podčrtovanje, analiziranje. Ob sprotnem reševanju nalog se izvaja analiziranje nalog, razstavljanje na manjše dele, podčrtovanje in izpisovanje pomembnih podatkov ter v povezavi s tem uporaba formul."* Posebna pozornost je bila velikokrat namenjena zapiskom, oblikovanju le-teh, pregledovanju in dajanju povratne informacije dijakom o njihovih zapiskih.

V nekaterih zapisih so posebej opisane dejavnosti za izvedbo prvih ur pouka matematike (kako se učiti matematiko, zakaj se učiti matematiko, kje v življenju najdemo matematiko, kako si poiskati pomoč, če naletimo na težave med učenjem …).

Učitelji, ki so hkrati tudi razredniki, so zapisali, da za vključevanje KUU v pouk spretno izrabijo tudi razredne ure, kjer predstavijo izbrano strategijo učenja ali pa se posvetijo metakognitivnemu vidiku KUU (analiza znanja pred pisnim ocenjevanjem znanja in po njem in podobno).

2. Zastopanost kognitivnega, metakognitivnega in motivacijskega vidika v LP

V vseh LP smo zasledili načrtovanje razvoja kognitivnega vidika KUU (uporaba bralnih učnih strategij in različnih grafičnih organizatorjev), v polovici LP metakognitivnega vidika KUU, v le nekaj LP pa dejavnosti, povezane z motivacijskim vidikom. Sklepamo, da so se učitelji za uvajanje posameznega vidika KUU odločili glede na to, koliko o katerem vidiku vedo in kako kompetentni se počutijo na tem področju. V prvem letu projekta smo se skupaj z učitelji posvetili najprej razvojnemu delu na področju kognitivnega vidika, nato v drugem letu motivacijskemu in metakognitivnemu vidiku. Zato si upamo napovedati, da se bodo učitelji po tej uvodni/prvi/začetni izkušnji z vključevanjem kognitivnega vidika KUU več posvečali tudi drugima dvema vidikoma. Pomembna je kakovost, in ne količina. Zavedamo se, da je vključevanje in razvijanje vseh treh vidikov KUU za marsikoga (učitelja in učečega se) preobsežno. Primere vključevanja KUU s poudarkom na kognitivnem vidiku smo obsežneje predstavili v prispevkih Uči me učiti se matematiko (2012) in Poučevanje za učenje učenja matematike – iz teorije za prakso (še ni objavljeno). Zato v nadaljevanju navajamo nekaj primerov zapisov, ki se navezujejo na uvajanje KUU na metakognitivnem vidiku.

a. Temeljita priprava na 1. pisno kontrolno nalogo (KN) s samoevalvacijo dijakov (postavljanje ciljev, pripravljen vprašalnik), priprave na naslednje KN izvedejo dijaki sami.
b. Analiza priprav na pisno preverjanje in ocenjevanje znanja. Dijaki pred KN (pri preverjanju znanja) ocenijo svoje znanje, razumevanje in ustreznost priprav

na ocenjevanje (sprotnost učenja, izbiro učnih strategij).

c. Analiza (dosežkov) 1. KN, samoevalvacija dijaka po KN. Dijak analizira KN in dobi učiteljevo povratno informacijo (vsaj pri 1. KN).
d. Analiza napak pri KN. Dijaki pri popravi KN usmerijo pozornost v vzroke, ki so pripeljali do nastalih napak, in v razmišljanje o možnostih, da bi vzroke odpravili.
e. Ustno ocenjevanje: kolegoevalvacija pri ustnem ocenjevanju, samoevalvacija znanja, preverjanje ponotranjenih kriterijev.
f. Samoevalvacija uspeha ob konferenci z vprašalniki za samoevalvacijo uspeha (lahko se izvede tudi že po 1. pisnem ocenjevanju).

3. Predvidene strategije učenja pri posameznih sklopih, temah, vsebinah iz UN MAT za gimnazijo

Učitelji strategije učenja najprej uporabijo pri poučevanju kot "poučevalne" strategije (na primer predstavijo posamezno BUS pri uvodnem/prvem sklopu), nato pa navajajo učeče se k samostojnemu poglobljenemu spoznavanju strategij skozi praktične izkušnje, vadbo in evalvacijo uporabnosti in učinkovitosth pri rezultatih učenja. Opaziti je, da pri načrtovanju učitelji predvidevajo uporabo različnih strategij v vseh fazah pouka in učenja (preverjanje predznanja, uvajanje novih vsebin, utrjevanje, ponavljanje, sprotno in končno preverjanje, ocenjevanje). Iz oddanih in pregledanih LP je razvidno, da učitelji največkrat uporabljajo strategije pri utrjevanju vsebin in ob zaključku tematskih sklopov.

V nadaljevanju predstavljamo zbirnik tematskih sklopov z vsebinami in predvidenimi strategijami. Zbirnik tematskih sklopov s strategijami je nastal po pregledu oddanih gradiv učiteljev. Namen tega zbirnika je prikaz raznovrstnosti zamisli posameznih učiteljev glede možnostih vključevanja strategij učenja v izbrane tematske sklope iz UN za MAT za gimnazijo.

γ LP s poudarkom na vključevanju KUU v številkah

Pri pregledu LP smo bili pozorni tudi na vidik zastopanosti elementov KUU v posameznem letniku. Opazili smo, da so učitelji največkrat zapisali vključevanje KUU v LP za 1. letnike, manjkrat za 2. in 3. letnik, najmanj zapisov smo zasledili v LP za 4. letnik[4]. Nekateri učitelji so oddali LP za vse letnike, nekateri za en letnik, drugi pa so načrtovali za dva ali tri različne letnike. To lahko pomeni, da se učitelji zavedajo pomembnosti sistematičnega in postopnega vpeljevanja in razvijanje KUU skozi celotno gimnazijsko izobraževanje. Menimo, da bi bilo zelo učinkovito, če bi učitelji vključevanje KUU nadaljevali v tistih letnikih, kjer so v preteklosti KUU že uvajali. Učinkovita uporaba strategij se izkaže šele po nekajletnem rednem uporabljanju pri pouku in domačem učenju. V prihodnosti bo treba več pozornosti nameniti dejavnostim učiteljev in učečih se, zapisu/opisu, kdaj načrtovane dejavnosti uporabijo, kakšni so mogoči načini izvedbe, razširitve dejavnosti, spremljanje razvoja KUU in premislek o dosežkih dijakov.

4 *Veljalo bi raziskati razloge, zaradi katerih se učitelji odločajo za "distribucijo" ur, namenjenih vključevanju KUU po posameznih letnikih. Skrb zbuja 4. letnik, v katerem se le redki učitelji odločajo za razvijanje KUU. Avtorici se sprašujeta, ali je to morda zaradi pritiskov mature?*

Tematski sklop oz. vsebina	STRATEGIJA UČENJA*									
	VŽN	PV3P	Vennov digram	Paukova strategija	Miselni vzorec	Zapiski	Primerjalna tabela	Zaporedje dogodkov	Hierarhična pojmovna mapa	Drugo: motivacija; uporaba učbenika, spletne strani, zbirka nalog; branje; izdelava e-zapiskov; slovar; medpredmetno povezovanje
Osnove logike		x			x					
Množice			x	x	x					
Številske množice	x		x		x	x	x		x	x
Naravna in cela števila	x	x	x		x	x	x			x
Racionalna števila					x	x	x	x		
Realna števila	x		x	x	x			x		x
Kompleksna števila	x	x			x		x		x	x
Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe	x		x	x	x		x	x	x	
Potence in koreni	x						x	x		
Geometrija v ravnini in prostoru	x	x			x	x		x		x
Geometrijski liki in telesa	x	x			x		x		x	
Vektorji v ravnini in prostoru					x		x			
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini	x			x			x			x
Funkcije	x			x	x		x	x	x	
Linearna funkcija	x	x		x	x		x	x		
Potenčna funkcija							x	x		
Korenska funkcija							x			
Kvadratna funkcija	x	x		x	x		x	x		
Eksponentna funkcija				x		x	x	x	x	
Logaritemska funkcija				x		x	x	x	x	
Polinomske funkcije	x	x			x		x			x
Racionalne funkcije							x	x		
Kotne funkcije					x	x	x	x	x	x
Stožnice				x	x		x			x
Zaporedja in vrste	x	x			x	x	x			
Diferencialni račun				x	x			x		
Integralski račun				x						
Kombinatorika					x		x			
Verjetnostni račun				x	x					
Statistika	x	x			x			x		

* Pomen kratic: VŽN pomeni Kaj Že vem, kaj Želim izvedeti, kaj smo se Naučili, PV3P pomeni Preleti besedilo, se Vprašaj, temeljito Preberi, ponovno Preleti, Poročaj. Strategijam učenja glede na specifiko predmeta matematika sta avtorici posvetili v člankih Uči me uči ti se matematiko (2012), Poučevanje in učenje matematike pod drobnogledom (2013) in Poučevanje za učenje učenja matematike. Iz teorije za prakso (v tisku).

[Tabela 8] Zbirnik

	1. letnik	2. letnik	3. letnik	4. letnik
ni bilo zapisa v LP	2	4	5	8
manj kot 5 ur	1	1	1	1
od 5 do 10 ur	1	1	1	/
od 10 do 20 ur	2	2	/	/
več kot 20 ur	6	4	5	3

[Tabela 9] Okvirno število ur vključevanja KUU v povezavi z letnikom

Iz LP smo poskušali razbrati tudi, kolikšno je število ur pouka, ki jih učitelji namenjajo vključevanju KUU. Naše ugotovitve v spodnji tabeli kažejo okvirno stanje.

Zavedamo se, da so ocene okvirne, da iz zapisov ne moremo sklepati, da kdo od učiteljev ne vključuje KUU večkrat, kot smo mi razbrali. Pa tudi ne trdimo, da učitelji, ki zapisa vključevanja KUU niso oddali za vsak letnik, v svoj pouk KUU ne vključujejo.

δ Sklep

Glede na naše izkušnje, ki smo jih pridobili s sodelovanjem v razvojnem projektu, smo prepričani, da učitelj mora za učinkovito uvajanje KUU v pouk posebno pozornost nameniti načrtovanju. Načrtovanje naj se začne na ravni priprave LP z načrtovanjem celostnega vključevanja KUU v pouk matematike posameznega letnika. Učitelj bo tako dobil vpogled v to, kako bo poučeval za dosego zastavljenega prednostnega cilja. Zavedamo se, da bodo učinki sistematičnega vključevanja KUU v pouk vidni čez nekaj časa, zato je pomembno, da smo učitelji potrpežljivi, še posebej, če rezultatov ne opazimo takoj. Pomembno je, da KUU kontinuirano vključujemo, to pomeni večkrat, na primer enkrat tedensko, celo pri vsaki učni uri v vsaj enem delu. Tako kot poudarjamo, da se je treba KUU poglobljeno posvetiti na ravni načrtovanja LP, menimo, da je podoben premislek potreben tudi pri uresničevanju drugih prednostnih ciljev, ki si jih zadamo kot učitelji oz. ki si jih zada šola v svojih razvojnih načrtih in prioritetah (npr. uporaba tehnologije pri pouku matematike, sistematično razvijanje kompleksnih znanj, razvijanje vseživljenjskih kompetenc, sporazumevanje v maternem jeziku, podjetnost in kulturna in tako kompetenc 21. stoletja: sodelovanje, ustvarjanje, kritično mišljenje, komuniciranje …). Zato verjamemo, da bodo učitelji v zgornjem zapisu videli smisel in pomen načrtnega in sistematičnega vključevanja zapisov v letne priprave in se jim tudi v prihodnosti posvečali vsaj tako kot do zdaj.

ε Viri in literatura:

1. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002). Bralne učne strategije, Ljubljana, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
2. Žakelj, A. et al. (2008). Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija, Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
3. J. Bone, A. Sambolić Beganović. Uči me učiti se matematiko. Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 52–61, ZRSŠ, 2012.
4. S. Pečjak. Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 10–17, ZRSŠ, 2012.
5. Bizjak, C. Učenje učenja. Vzgoja izob., 2012, letnik 43, št. 6, str. 3.
6. Pečjak, S. (2010). Kompetenca učenje učenja: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.
7. Bizjak. C. (2010). Predstavitev projekta: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.
8. Bone, J., Sambolić Beganović, A. (2013). Poučevanje in učenje matematike pod drobnogledom. Iskanja, 47, 48 (1). Povzetek dostopen na http://www.revija-iskanja.si/index.php?option=com_content&view=article&id=572:pouevanje-in-uenje-matematike-pod-drobnogledom&catid=182:vzgoja-in-druba&Itemid=123
9. Bone, J., Sambolić Beganović, A. (ni objavljeno). Poučevanje za učenje učenja matematike. Iz teorije za prakso.

Obravnava potenc in korenov z vključevanjem bralnih učnih strategij

Incorporation of Reading and Learning Strategies in Discussing Exponents and Square Roots

Elena Rudolf
Srednja ekonomska šola
Maribor

Σ Povzetek

Prispevek predstavlja tematski sklop Potence in koreni, v katerega so načrtno vključene bralne učne strategije VŽN, PV3P in grafični organizator (miselni vzorec, primerjalna matrika, zaporedje dogodkov) kot elementi kognitivnega vidika ključne kompetence učenja učenja. Vsebina tematskega sklopa Potence in koreni temelji večinoma na predznanju dijakov, kar jim omogoča samostojno delo pri usvajanju nove snovi, ki ga je z uporabo bralnih učnih strategij ob uporabi IKT najlažje izvesti. Vodilo za delo dijaka je v nadaljevanju prikazan učni list, ki omogoča sistematično in pregledno izgrajevanje baze znanja dijakov, k čemur učitelj kot vodja in koordinator učnega procesa s svojimi napotki, pripombami in nasveti samo še pripomore.
V sklepu je predstavljen izsek iz evalvacije uporabe bralnih učnih strategij pri učenju dijakov na vzorcu 28 dijakov programa ekonomske gimnazije, ki se nanaša posebej na matematiko.

Ključne besede: bralne učne strategije (VŽN, PV3P, grafični organizator), potence in koreni

Σ Abstract

The article presents the learning unit »Exponents and square roots« with intentionally incorporated reading and learning strategies, i.e. KWL, SQ3R and graphic organisers (mind map, *comparative matrix, sequence of events) as elements of the learning to learn key competence's cognitive aspect. Contents of the learning unit »Exponents and square roots« is mostly based on the students' background knowledge, which enables independent study for assimilating new information. This can be easily achieved through implementation of reading and learning strategies, aided by ICT. The worksheet presented later on in the article serves as guidelines for the students, as it provides them with a tool for systematic and comprehensive knowledge acquisition. The teacher's role is that of a leader and coordinator of the learning process by giving instructions, comments and advice.*

Results of a survey regarding use of reading and learning strategies for study of mathematics, carried out on a sample of 28 high school of economics students, are presented in the final section.

***Keywords:** reading and learning strategies (KWL, SQ3R, graphic organiser), exponents and square roots*

α Vsebinsko-didaktična priprava tematskega sklopa Potence in koreni

Z obravnavo tematskega sklopa Potence in koreni v 2. letniku gimnazijskega oddelka želimo uresničiti naslednje operativne cilje iz UN za GIM:

- razvijanje matematične kompetence;
- razvijanje kompetence učenja učenja (načrtovanje lastnih dejavnosti, odgovornost za lastno znanje, samostojno učenje, razvijanje metakognitivnih znanj, delovne navade);
- razvijanje kompetence sporazumevanja v maternem jeziku (bralno razumevanje, pisno in govorno sporočanje).

Operativni cilji (vsebinski, proceduralni, odnosni oz. kot so opredeljeni v UN)[1] so:

- utemeljiti in uporabljati pravila za računanje s potencami z naravnim eksponentom, s celim eksponentom, z racionalnim eksponentom in jih medsebojno primerjati;
- uporabljati pravila za računanje s kvadratnimi in kubičnimi koreni ter koreni poljubnih stopenj in jih medsebojno primerjati;
- spretno uporabljati žepno računalo za računanje n-tih korenov;
- preoblikovati zapis n-tega korena v zapis potence z racionalnim eksponentom in obratno;
- povezati in primerjati reševanje nalog z n-timi koreni z reševanjem s potencami z racionalnimi eksponenti;
- prepoznati iracionalno enačbo ter jo rešiti in utemeljiti korake pri reševanju in interpretirati rezultate;
- razvijati matematično mišljenje: abstraktno-logično mišljenje;

1 *http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2008/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf (dostop: 17. 7. 2013)*

- izražati se v matematičnem jeziku, ustno, pisno in drugih izraznih oblikah;
- uporabiti matematiko v kontekstih in povezovati znanje znotraj matematike;
- spoznavati matematiko kot proces, razvijati ustvarjalnost ter zaupati v lastne matematične sposobnosti;
- spoznavati in uporabljati različne IKT kot pomoč za učinkovitejše učenje in reševanje problemov;
- razvijati sposobnost komuniciranja in sodelovanja z drugimi.

V danem tematskem sklopu so pričakovani dosežki /rezultati v zvezi z operativnimi cilji iz UN za gIM naslednji:

Dijak/dijakinja:
- obvlada temeljna matematična znanja in veščine izbranega tematskega sklopa;
- zaupa v lastne matematične sposobnosti;
- je zmožen/zmožna izraziti svojo ustvarjalnost in učinkovito uporabo matematičnega znanja;
- izkazuje dobro razumevanje izbrane vsebine in jo zna povezati in uporabiti pri drugih matematičnih problemih, medpredmetno in drugih življenjskih situacijah;
- je zmožen/zmožna logičnega sklepanja in posploševanja;
- zna abstraktno razmišljati;
- razume in uporablja matematični jezik (branje, pisanje, sporočanje, iskanje in upravljanje z viri);
- ima razvite učinkovite bralne strategije za učenje;
- je zmožen/zmožna načrtovanja, izvedbe in evalvacije lastnega procesa učenja, pri delu je samostojen/samostojna in ima razvita metakognitivna znanja (odgovornost za lastno znanje, delovne navade);
- je vešč/vešča uporabe IKT pri usvajanju novih matematičnih pojmov in izvajanju matematičnih postopkov ter reševanju matematičnih problemov.

Pri izpeljavi tematskega sklopa je načrtovana uporaba naslednjih didaktičnih pristopov (strategij):
- kompetenčni pristop;
- aktivne metode pouka (diskusija, delo z viri, didaktična igra, reševanje problema, strukturiranje podatkov v sistem);
- aktivne oblike pouka (individualno in tandemsko delo, sodelovalno učenje, možganska nevihta);
- uporaba IKT (interaktivna tabla, program x-mind, portal e-um).

V tematski sklop so vključene bralne strategije učenja – VŽN, grafični organizatorji (miselni vzorec, primerjalna matrika, zaporedje dogodkov).

β Shematski prikaz dejavnosti učitelja in dijaka, vezanih na organizacijo učnega procesa, iz katerih je razvidno spodbujanje KKUU

PRED UČENJEM DIJAKA

Dejavnosti učitelja

Zaradi začetka izvedbe učnega procesa z uporabo bralne učne strategije VŽN učitelj pozove dijake, da si v zvezek pripravijo zapis prazne tabele s tremi stolpci
- V (Kaj že vem?),
- Ž (Kaj želim vedeti?),
- N (Kaj sem se naučil?).

V 1. stopnji izvedbe bralne učne strategije VŽN učitelj z uvodno motivacijo: (Z dvema števkama zapiši izraz, ki ima največjo vrednost: 9^9) napelje dijake na zapis zelo velikih in zelo majhnih številk s potencami. Ilustrira primere zapisa velikih števil s potencami:

1 svetlobno leto je dolgo $9{,}461 \cdot 10^{12}$ km
Premer vijačnice DNK je 2 nm = $2 \cdot 10^{-9}$ m
Avogadrovo število NA = $6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} - št. delcev v 1 molu

Učitelj zastavlja vprašanja:

- Kaj že veš o potencah in korenih?
- Potence s kakšnimi eksponenti že poznaš? *Potence z naravnimi in celimi eksponenti.*
- Kdo je prvi uporabil simbole za pisanje potenc? *Diofant (200–284) iz Aleksandrije*
- Kje v življenju se pojavljajo potence? *Pri fiziki, kemiji, biologiji, elektrotehniki, strojništvu, gradbeništvu, računalništvu, astronomiji, ekonomiji, geografiji ….*
- V katerih strokah se uporablja potenca 10^n za zapisovanje količin?
- Katera števila glede na velikost je smiselno zapisovati s potencami? *Zelo majhna in zelo velika števila.*
- Kdo je prvi znal zapisati $\sqrt{2}$ na 8 decimalk natančno? *Babilonci – dolžina diagonale kvadrata s stranico 1.*
- Kdo je prvi ugotovil, da se $\sqrt{2}$ ne da izraziti z ulomkom? *Pitagorejci.*
- Od kod izvira izraz koren? *Indijci – izraz mula za koren pri rastlini, prevod v latinščino radikand.*
- Kdo je prvi uporabil znak $\sqrt{\ }$ za zapis korena? *Christoff Rudolff (1525)*
- Zakaj je dobro, da poznaš potence in korene?
- Kaj o potencah in korenih moramo še izvedeti?

Na 2. stopnji izvedbe bralne učne strategije VŽN učitelj pozove dijake, da odgovorijo na vprašanje, kaj o potencah in korenih želimo še vedeti, in z dijaki ponovi osnovne matematične pojme v zvezi s potencami in koreni. Z metodo možganske nevihte (brainstorming) učitelj vodi dijake do zapisa že znanih pojmov o potencah in korenih na tablo. Nato pozove dijake, da poiščejo medsebojne povezave med navedenimi pojmi in poskušajo strukturirati zapis v obliki miselnega grafičnega organizatorja. Dijake razdeli v dve skupini, pri tem pa 1. skupina vihari na temo potenca, 2. skupina pa na temo koren.

Dejavnosti dijaka

Dijaki v zvezku izpolnjujejo 1. stolpec tabele VŽN in si zastavljajo vprašanja, kaj že vemo o potencah in korenih. Zapišejo tudi svoje ideje o tem, česa še ne znajo o tej tematiki, ter razmislijo o smiselnosti znanja o potencah in korenih. Pri odgovarjanju na vprašanja učitelja aktivirajo svoje predznanje. Na podlagi svojih izkušenj navedejo vsakdanje primere, kjer se pojavljajo potence in koreni (fizika, kemija, elektrotehnika, strojništvo, gradbeništvo, ekonomija, računalništvo, astronomija …). Na 2. stopnji izvedbe bralne učne strategije VŽN dijaki izpolnjujejo 2. stolpec tabele VŽN in odgovarjajo na vprašanje, kaj o potencah in korenih želimo še vedeti, in z učiteljem ponovijo osnovne matematične pojme v zvezi s potencami in koreni ter izdelajo ustrezen grafičen organizator.

Glavni poudarki učnega sklopa, ki se nanašajo na razvijanje kompetence učenja učenja

- spodbujanje radovednosti;

- uporabnost znanja o potencah in korenih;
- smiselnost poznavanja potenc in korenov.

MED UČENJEM DIJAKA

1. Potence z racionalnimi eksponenti

Dejavnosti učitelja

Učitelj razdeli učne liste, kjer so zbrana vsa gradiva iz tematskega sklopa Potence in koreni, omenjena v prispevku. Usmerja delo dijakov, poda navodila za samostojno delo dijakov z bralnimi učnimi strategijami (VŽN, grafični organizatorji) ob uporabi učbenika in učnega lista. Dijakom veli, da preberejo besedilo in iščejo odgovore na zastavljena vprašanja ter v tandemu izpolnjujejo učni list, ki je oblikovan v obliki primerjalne tabele (Priloga 1). Opozori dijake, da za začetek izpolnijo prva dva stolpca v primerjalni tabeli, ki se nanašata na definicijo in računanje s potencami z naravnimi in celimi eksponenti, ter pri tem spodbuja aktiviranje njihovega predznanja.

Definira pojem potence z racionalnim eksponentom in dijake usmeri k temu, da s sklepanjem po analogiji zapišejo pravila za računanje s takimi potencami v 3. stolpec primerjalne tabele na učnem listu.

NAVODILO
Izpolni učni list s pomočjo svojega predznanja in uporabo učbenika. Rešitve preveri pri sošolcih in učitelju.

1. Potence z racionalnimi eksponenti

NAVODILO
Dopolni naslednje trditve.

Z dvema števkama zapiši izraz, ki ima največjo vrednost: __________

Zapiši primere uporabe potenc v drugih strokah: ____
____

Zapiši nekaj namenov uporabe potenc v drugih strokah: ______________________________________
____

Zapiši pomen potence a^n: ____

Potenca je krajši zapis________________________ enakih faktorjev.

NAVODILO
Izpolni tabelo s pomočjo svojega učbenika.

Potence	Potence z naravnimi eksponenti	Potence s celimi eksponenti	Potence z racionalnimi eksponenti
Definicija (opis)			
Pravila za računanje			

[Priloga 1] Potence z racionalnimi eksponenti

Ko dijaki izpolnijo celotno primerjalno tabelo o potencah, učitelj pozove dijake k reševanju učnega lista (Priloga 2), na katerem so naloge za utrjevanje pridobljenega znanja o vseh treh vrstah obravnavanih potenc. Naloge so zapisane v obliki križanke, katere skrito geslo se glasi: **Naše napake so naši najboljši učitelji.** V prilogi 2 ne navajamo vseh primerov, podajamo samo nekaj ilustrativnih primerov.

Dejavnosti dijaka

Dijaki z bralnimi učnimi strategijami, ob podpori učbenika in učnih listov gradijo in dopolnjujejo svoje predznanje o posameznih vrstah potenc. Svoje znanje utrjujejo na praktičnih primerih, zapisanih na učnem listu. Pravilnost svojih rezultatov preverjajo z žepnim računalom. Sproti si izpisujejo pojme, povezane s potencami, in preverjajo njihovo razumevanje (sošolci, učitelj, obisk spletnih strani, npr. e-um …)

NAVODILO
Pri vsaki nalogi poenostavi dani izraz, obkroži pravilen rezultat in črko pred pravilnim odgovorom prenesi v spodnji lik, kjer boš ob pravilni rešitvi vseh nalog lahko prebral skrito geslo.

2. $(-4)^{-3} =$

O) 64 **I)** $\frac{1}{64}$ **A)** $\left(-\frac{1}{64}\right)$

3. $\left(-\frac{3}{7}\right)^0 =$

Š) 1 **T)** $-\frac{5}{8}$ **S)** 0

8. $\left(\frac{t^3v^4}{8s^3p^2}\right)^{-2} : \left(\frac{t^2v^3}{4sp^2}\right)^{-2} =$

L) $\frac{s^4}{2t^2p^2}$ **O)** $4s^4t^{-2}v^{-2}$ **T)** $\frac{2s^4}{t^2v^2}$

11. $\left(2^{q+2}\right)^{q-2} \cdot 2^{(q-1)^2} : 4^{q(q-1)} =$

S) 8 **B)** 2^{-4q-3} **A)** $0{,}125$

13. $0{,}2^{-2} - 81^{0{,}75} + 32^{1{,}4} - 25^{\frac{1}{2}} =$

R) 93 **H)** 71 **U)** 1

Skrito geslo je:

1 N	2 A	3 Š	4 E	1 N	2 A	5 P	2 A	6 K	4 E	7 S	8 O	1 N	2 A	3 Š	9 I	
1 N	2 A	10 J	11 B	8 O	12 L	10 J	3 Š	9 I	13 U	14 Č	9 I	15 T	4 E	12 L	10 J	9 I

[Priloga 2] Naloge za utrjevanje – križanka

2. Koreni poljubnih stopenj

Dejavnosti učitelja

Učitelj pojasni dijakom, da lahko vsako potenco z racionalnim eksponentom zapišemo kot koren in obratno, in jim to pokaže na konkretnih primerih. Pozove dijake, da aktivirajo svoje predznanje in v primerjalno tabelo na učnem listu (Priloga 3) zapišejo definicijo kvadratnega in kubičnega korena ter pravila za računanje z obema vrstama korenov. Učitelj definira pojem korena *n*-te stopnje in veli dijakom, da s sklepanjem po analogiji poskusijo zapisati pravila za računanje s takimi koreni. Njihove odgovore komentira, po potrebi doda še razlago in dopolni zapis. Pojasni tudi določilne pogoje za obstoj *n*-tega korena realnega števila in predstavi nekatere posebnosti.

2. Koreni poljubnih stopenj

NAVODILO
Dopolni naslednje trditve.

DEFINICIJA
Vsako potenco z racionalnim eksponentom lahko zapišemo kot ________ poljubne stopnje in obratno.

$a^{\frac{m}{n}} =$

Zapiši potence s koreni:	Zapiši korene s potencami:
$a^{\frac{2}{3}} =$	$\sqrt[7]{a^2} =$
$a^{-\frac{3}{4}} =$	$\sqrt{a^{-5}} =$

NAVODILO
Izpolni tabelo s pomočjo svojega učbenika.

Koreni	Kvadratni koren	Kubični koren
Definicija (opis)		
Pravila za računanje		

Koreni	Koreni s sodim korenskim eksponentom	Koreni z lihim korenskim eksponentom
Definicija (opis)		
Pravila za računanje		

[Priloga 3] Koreni poljubnih stopenj

Ko dijaki izpolnijo celotno primerjalno tabelo o korenih, učitelj pozove dijake k reševanju učnega lista (Priloga 4), kjer se nahajajo naloge za utrjevanje pridobljenega znanja o vseh vrstah obravnavanih korenov. Tudi v tej prilogi navajamo le nekaj tipičnih nalog, ki smo jih zastavili dijaku.

Dejavnosti dijaka

Dijaki z bralnimi učnimi strategijami, učbenikom in učnim listom gradijo in dopolnjujejo svoje predznanje o posameznih vrstah korenov. Sproti si izpisujejo pojme, povezane s koreni, in preverjajo njihovo razumevanje (sošolci, učitelj, obisk spletnih strani, npr. e-um …)

Svoje znanje utrjujejo na praktičnih primerih, zapisanih na učnem listu. Pravilnost svojih rezultatov preverjajo z žepnim računalom, v primeru težav pa se po potrebno pomoč obrnejo na učitelja, ki je v vlogi koordinatorja celotne aktivnosti in posredovalca povratne informacije.

NAVODILO
Dopolni.

POSEBNOSTI $\sqrt[1]{a} =$

$\sqrt[n]{1} =$

$\sqrt[n]{0} =$

NAVODILO
V nadaljevanju je navedenih nekaj nalog, pri katerih poenostavi dani izraz s koreni poljubnih stopenj:

$\sqrt{49} =$ $\sqrt[4]{81} =$ $\sqrt[3]{125} =$

$\sqrt{-36} =$ $\sqrt[6]{-64} =$ $\sqrt[3]{0} =$

$\sqrt{0} =$ $\sqrt[5]{-32} =$ $\sqrt[3]{-1} =$

$\sqrt{3 \cdot 32^{\frac{4}{5}} + 7^0 \cdot 16^{\frac{3}{4}}}$

$\dfrac{2000^{-0,25} \cdot 32^{\frac{2}{5}}}{\sqrt[4]{0,008}} =$

$\left(\sqrt[5]{7}\right)^5 =$

$\sqrt[7]{\left(s^{28} t^{21}\right)^5}$

$\sqrt[15]{8z^3 y^9 t^{15}} =$

$\sqrt[5]{10x^3 y^6} \cdot \sqrt[5]{16x^7 y} : \sqrt[5]{5y^2} =$

$2\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^4}} + 5\sqrt[6]{\sqrt[5]{a^8}} =$

$\sqrt{cd^3} \cdot \sqrt[3]{c^{-2} d^{-4}} \cdot \sqrt[9]{c^4 d \sqrt{d^7 c^{10}}} =$

$\dfrac{\sqrt[5]{c^3 d^5 \sqrt{8cd^3}}}{\sqrt{2cd^3}} =$

$\left(3 - \sqrt{2}\right)\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} =$

[Priloga 4] Naloge za utrjevanje

3. Delno korenjenje

Dejavnosti učitelja

Učitelj z dijaki ponovi pojem delnega korenjenja in jim osveži spomin na delno korenjenje kvadratnih in kubičnih korenov, nato pa jih pozove, da z uporabo učbenika sami raziščejo, kako delno korenimo korene poljubnih stopenj. V primeru nejasnosti dodatno razloži in dopolni zapis.

Dejavnosti dijaka

Dijaki z bralnimi učnimi strategijami, učbenikom in učnim listom gradijo in dopolnjujejo svoje predznanje o delnem korenjenju. Svoje znanje utrjujejo na praktičnih primerih, zapisanih na učnem listu (Priloga 5). Pravilnost svojih rezultatov preverjajo z žepnim računalom, v primeru težav pa se po potrebno pomoč obrnejo na učitelja, ki je v vlogi koordinatorja celotne aktivnosti in posredovalca povratne informacije.

3. Delno korenjenje

NAVODILO
Opiši, kako delno korenimo.
Korenimo le nekatere ______________________________ korenjenca, druge faktorje pa pustimo pod
____________________.

NAVODILO
Navedenih je nekaj korenov poljubnih stopenj. Pravilno razvrsti korene po stolpcih tabele in dopolni tabelo s pomočjo svojega predznanja in uporabo učbenika.

$\sqrt{48} =$

$\sqrt[3]{32} =$

$\sqrt[15]{t^{35}} =$

$\sqrt[4]{r^8 s^9 t^3} =$

$\sqrt{75} =$

$\sqrt[6]{k^{10} l^{18} m^{28}} =$

$\sqrt{150 f g^{16} h^3} =$

$\sqrt[21]{t^{60}} =$

$\sqrt[5]{64} =$

Kvadratni koren	Kubični koren	Koren poljubne stopnje

[Priloga 5] Delno korenjenje

4. Racionalizacija imenovalca ulomka

Dejavnosti učitelja

Učitelj z dijaki ponovi pojem racionalizacije imenovalca na ulomkih, ki imajo v imenovalcu kvadratni oz. kubični korenm, nato pa jih pozove, da z uporabo učbenika sami raziščejo še dva tipa racionalizacije imenovalcev ulomkov. V primeru nejasnosti dodatno razloži in dopolni zapis.

Dejavnosti dijaka

Dijaki z bralnimi učnimi strategijami, učbenikom in učnim listom (Priloga 6) gradijo in dopolnjujejo svoje predznanje o racionalizaciji imenovalcev ulomkov. Svoje znanje utrjujejo na praktičnih primerih, zapisanih na učnem listu. Pravilnost svojih rezultatov preverjajo z žepnim računalom, v primeru težav pa se po potrebno pomoč obrnejo na učitelja, ki je v vlogi koordinatorja celotne aktivnosti in posredovalca povratne informacije.

4. Racionalizacija imenovalca ulomka

NAVODILO
Opiši, kaj pomeni racionalizacija imenovalca.
Je odpravljanje ______________________________ iz imenovalca ulomka z ____________________
_________________________ ulomka.

NAVODILO
Izpolni tabelo s pomočjo svojega predznanja in ob uporabi učbenika. V 1. stolpcu so ulomki, ki imajo v imenovalcu le en kvadratni koren, v 2. stolpcu so ulomki, ki imajo v imenovalcu vsoto oz. razliko kvadratnih korenov, v 3. stolpcu pa so ulomki, katerih imenovalec je koren poljubne stopnje.

TIP 1	TIP 2	TIP 3
$\frac{10}{\sqrt{2}} =$	$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}+1} =$	$\frac{t^2}{s\sqrt[4]{t^3 r}} =$
$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{10}} =$	$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7-\sqrt{5}}} =$	$\frac{3xy}{\sqrt[4]{27x^2y^3}} =$

[Priloga 6] Racionalizacija imenovalca ulomka

5. Iracionalna enačba

NAVODILO
Opiši, kaj je iracionalna enačba.
Je enačba, ki ima neznanko ____________________________________.

NAVODILO
Navedenih je nekaj iracionalnih enačb. Reši enačbe in zapiši množico rešitev enačbe.

$7 + \sqrt{5x-4} = 3$ $\qquad$ $\sqrt{7+3x} - x = 1$ $\qquad$ $\sqrt[3]{7+4\sqrt[3]{3y-1}} = 3$

[Priloga 7] Iracionalna enačba

5. Iracionalna enačba

Dejavnosti učitelja

Učitelj vpelje pojem iracionalne enačbe in pojasni njeno reševanje ter interpretira rezultate. Opozori na neekvivalentnost enačb v poteku reševanja iracionalne enačbe in posledično potrebo po preizkusu. Pozove dijake, da ob uporabi učbenika sami rešijo konkretne primere enačb na učnem listu (Priloga 7) in zapišejo zaporedne korake pri reševanju iracionalnih enačb v pripravljeno shemo (grafiični organizator zaporedje dogodkov) na učnem listu (Priloga 8). V primeru nejasnosti dodatno razloži in dopolni zapis (Priloga 9).

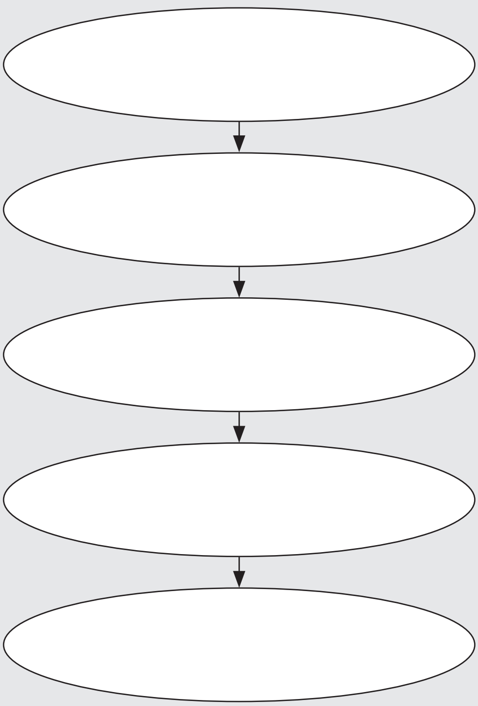
Dejavnosti dijaka

Dijaki z bralnimi učnimi strategijami, učbenikom in učnim listom gradijo in dopolnjujejo svoje znanje o reševanju iracionalnih enačb. Svoje znanje utrjujejo na praktičnih primerih, zapisanih na učnem listu. Pravilnost svojih rezultatov preverjajo z žepnim računalom, v primeru težav pa se po potrebno pomoč obrnejo na učitelja, ki je v vlogi koordinatorja celotne aktivnosti in posredovalca povratne informacije. Ob koncu zapišejo zaporedje korakov v postopku reševanja iracionalnih enačb na zadnjo stran učnega lista.

Reševanje iracionalne enačbe

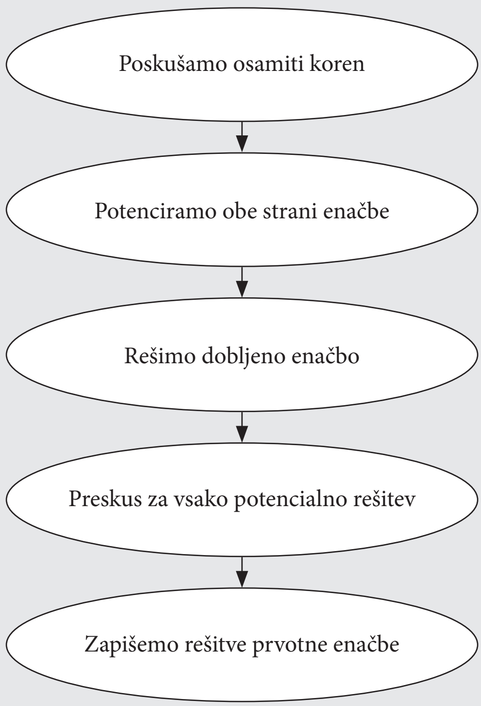
NAVODILO

V spodnje oblačke vpiši zaporedne korake pri reševanju iracionalnih enačb. Po potrebi lahko dodaš ali odvzameš kakšen oblaček oz. korak



[Priloga 8] Reševanje iracionalne enačbe

Reševanje iracionalne enačbe – zaporedje dogodkov – rešitev



[Priloga 9] Rešitev

Glavni poudarki učnega sklopa, ki se nanašajo na razvijanje kompetence učenja učenja

- uporaba BUS (VŽN, grafični organizator – primerjalna matrika, zaporedje dogodkov);
- razvijanje bralne pismenosti in matematičnega izražanja;
- načrtovanje lastnega procesa učenja;
- prevzemanje odgovornosti za lastno znanje,;
- razvijanje metakognitivnih kategorij (samostojnost, delovne navade);

PO UČENJU DIJAKA
Dejavnosti učitelja

1. Pripravi učni list z nalogami za ponavljanje in preverjanje znanja.
2. Posreduje domačo nalogo:
   Na spletnem naslovu www.e-um si naj dijak samostojno sestavi test z naborom 10 nalog. Dijak naj naloge reši in na spletnem naslovu preveri rešitve ter z odstotki oceni svoj dosežek.
3. Dijake pozove, da naredijo kratek povzetek obravnavane teme v obliki poljubnega grafičnega organizatorja (priporoča jim uporabo programa X-mind).
4. Z dijaki opravi evalvacijo obravnave tematskega sklopa Potence in koreni ob uporabi bralnih učnih strategij.

Dejavnosti dijaka

1. Dijaki rešijo učni list in preverijo svoje znanje tematskega sklopa.
2. Opravijo domačo nalogo in rešijo test na spletni strani e-um.
3. Z uporabo grafičnih organizatorjev naredijo kratek povzetek obravnavane tematike.
4. Rešijo anketni vprašalnik, s katerim ovrednotijo način dela z bralnimi učnimi strategijami pri matematiki. Odgovarjajo na vprašanja učitelja in sošolcev ter preverijo, ali so dobili odgovore na zastavljena vprašanja z začetka obravnave nove snovi.

Glavni poudarki učnega sklopa, ki se nanašajo na razvijanje kompetence učenja učenja

- razvijanje metakognitivnih kategorij (samostojnost, samoevalvacija, ustvarjalnost);
- evalvacija samostojnega učenja z BUS (prednosti, slabosti) in predlogi za spremembe/izboljšave.

γ Mnenja učitelja in vtisi o izvedbi

Tvorba vprašanj pri strategiji VŽN se je dijakom v prvi fazi zdela nepotrebna in časovno potratna, v fazi končavanja in evalviranja pa so bila zapisana vprašanja dober vodnik pri iskanju odgovorov in povzemanju učne snovi.

Dijakom razdeli anketne vprašalnike in jim zastavlja vprašanja:

– Kaj ste se novega naučili?
– Kaj je bistveno?
– Kje lahko novo znanje uporabimo?
– Kaj bi naslednjič napravili drugače?
– Je bilo učenje z bralnimi učnimi strategijami dobro in učinkovito?
– Vam ta način dela ustreza?
– V čem je ta način dela boljši/slabši od klasičnih učnih metod?
– Smo dosegli zastavljene cilje?

Pri uporabi strategije grafičnih organizatorjev (miselni vzorec) je bila izbira vrste in oblike grafičnega organizatorja ter izdelava le-tega (prostoročno, ob uporabi programa X-mind) prepuščena dijakom, ki so delali v tandemu ali skupini, kar se je izkazalo kot dobro, saj so tako še bolj lahko razvijali svojo ustvarjalnost. Izdelava povzetka tematskega sklopa z grafičnimi organizatorji po mojem mnenju s svojo strukturiranostjo prispeva k boljšemu pomnjenju informacij, razumevanju učne snovi in trajnosti znanja, medsebojni odnosi med elementi v sistemu pa so na ta način nazorno prikazani in predstavljivi tudi slabšim poznavalcem določene tematike.

Nevralgične točke sklopa

Ob obravnavi tematskega sklopa potence in koreni sem opazila nekaj nevralgičnih točk.

Presenetilo me je slabo predznanje dijakov o potencah in korenih, saj se večina dijakov ni spomnila definicije kvadratnega in kubičnega korena, še več težav pa so imeli pri uporabi pravil za računanje z njimi na konkretnih primerih (zamenjevali so seštevanje in množenje korenov, napačno delno korenili in zapisovali korene kot potence z negativnim eksponentom).

PRIMERI napak dijakov:

$$3 \cdot \sqrt{28} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 7} = (3+2) \cdot \sqrt{7} = 5 \cdot \sqrt{7}$$

$$3 \cdot \sqrt{28} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 7} = 12 \cdot \sqrt{7}$$

$$3 \cdot \sqrt{28} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 7} = 21 \cdot \sqrt{4}$$

$$\sqrt{5} = 5^{-2}$$

$$\sqrt[3]{4} = 4^{-3}$$

Dijaki so izkazovali tudi težave z abstraktnim razmišljanjem, ki se je kazalo pri prehodu z lažjih nalog s številskimi korenjenci na težje naloge, kjer so bili korenjenci algebrski izrazi. Ko so dijaki morali samostojno zapisati pravila za računanje s potencami z racionalnimi eksponenti, so imeli velike težave s sklepanjem po analogiji, saj jim ni bilo jasno, da so v eksponentu ulomki, za katere veljajo znana računska pravila. Glede na to, da so dijaki večino učnega lista reševali samostojno ob uporabi učbenika in šele v sklepni fazi pregledali rešitve z učiteljem, so imeli nekateri učno šibkejši dijaki težave z razumevanjem snovi. Največ težav pri izvedbi je bilo z motivacijo dijakov za vztrajanje pri samostojnem učenju, saj so številni dijaki ob najmanjšem nerazumevanju hoteli iskati takojšnjo pomoč učitelja v obliki dodatne razlage in se izogniti samostojnemu iskanju odgovorov na zastavljene probleme ob uporabi učbenika.

δ Refleksija dijakov

Po obravnavi tematskega sklopa Potence in koreni z uporabo bralnih učnih strategij, ki je temeljila na samostojnem delu dijakov, sem z dijaki enega oddelka ekonomske gimnazije (28 dijakov) opravila evalvacijo z navedenim anketnim vprašalnikom (Priloga 10). Zanimali so me zlasti naslednji elementi refleksije:

- načini učenja (učne strategije), ki jih dijak uporablja doma,
- število dijakov, ki uporablja BUS doma,
- cilj in smiselnost uporabe BUS,
- izkušnje in mnenje dijakov o uporabi BUS,
- prednosti BUS,
- pomanjkljivosti BUS.

Analiza ankete je pokazala, da se večina dijakov (20 dijakov – 71 %) samostojno uči iz zvezka in učbenika, pri tem pa največji pomen pripisujejo svojim dobro izdelanim zapiskom (24 dijakov – 86 %), saj se v njih odraža tudi osebna nota dijaka in specifični poudarki učitelja pri posamezni temi. Najmanj dijakov se uči s poslušanjem, kar

Anketni vprašalnik za dijake po uporabi učnih strategij

SREDNJA EKONOMSKA ŠOLA MARIBOR

V okviru projekta Učenje učenja sem vam predstavila bralne učne strategije. V zvezi s strategijami želim pridobiti še nekaj informacij, zato te prosim, da pazljivo prebereš vsako vprašanje in nanj čim bolj celovito odgovoriš.

Za sodelovanje se Ti iskreno zahvaljujem!
Če ti zmanjka prostora za pisanje, piši na drugi strani.

1. Navedi načine učenja (učne strategije), ki jih uporabljaš doma. Podčrtaj ustrezen odgovor.
   - pisanje zapiskov
   - pisanje povzetkov (izpiskov)
   - podčrtovanje in robne oznake
   - miselni vzorci
   - učenje s poslušanjem
   - učenje iz učbenika
   - učenje iz zvezka
   - učenje na glas in ponavljanje besedila v mislih
   - drugo (napiši)

2. Ali si bralne strategije učenja že uporabljal/a pri učenju doma? Obkroži ustrezen odgovor.

   DA NE

3. Kaj je po tvojem mnenju cilj bralnih učnih strategij? Podčrtaj ustrezen odgovor.
   - samostojno delo in učenje
   - boljše razumevanje in pomnjenje vsebine besedila
   - učenje izdelave izpiskov
   - lažje in učinkovito učenja
   - boljša organiziranost in strukturiranost informacij
   - drugo (napiši):

4. Kakšne so tvoje izkušnje oz. tvoje mnenje o uporabi bralnih učnih strategij pri učenju?

5. V čem vidiš prednosti bralnih učnih strategij?

6. Kaj so po tvojem mnenju pomanjkljivosti oz. slabosti bralnih učnih strategij?

[Priloga 10] Anketa za dijake – bralne učne strategije

nakazuje na to, da so le maloštevilni avditivni učni tipi. BUS pri učenju uporablja skoraj dve tretjini dijakov testiranega razreda (64 %), kar je razveseljivo glede na načrtno vložen trud po popularizaciji teh strategij učenja v zadnjih dveh šolskih letih.

Cilj uporabe bralnih učnih strategij je po mnenju dijakov njihov prispevek k boljšemu razumevanju in pomnjenju obravnavane tematike (18 dijakov – 64 %) in zlasti bistven gradnik pri samostojnemu delu in učenju (20 dijakov – 71 %).

Izkušnje dijakov z uporabo BUS pri matematiki so različne – učno šibkejši dijaki so izpostavljali časovno potratnost omenjenih učnih strategij in potrebo po izdatni dodatni pomoči učitelja, samostojnejši in dobro organizirani dijaki pa so hvalili prispevek BUS k boljši strukturiranosti informacij. Kot primerne jih ocenjujejo zlasti za učenje družboslovnih predmetov, kot so zgodovina, geografija in sociologija (20 dijakov – 71 %), pri matematiki in naravoslovju pa se jim zdijo pomembne za povzemanje bistvenih informacij. Pri tem so najverjetneje pomislili na grafične organizatorje (pojmovne mape, zaporedje dogodkov, ribja kost, miselni vzorec), ki smo pri učnih urah največkrat uporabljali za izdelavo povzetkov.

Med prednostmi BUS dijaki navajajo prispevek k samostojnosti dijaka in primernost za poglobljen študij določene tematike, med pomanjkljivostmi pa neuporabnost pri vseh učnih predmetih in že omenjeno zahtevnost teh strategij v povezavi z dalj časa trajajočim potekom njihove priprave. Med drugimi slabostmi so dijaki navajali še nesmiselnost uporabe teh strategij pri pouku pred začetkom 4. letnika in dolgočasnost, saj so njihovo uporabnost vezali le na njihovo primernost za samostojni študij določene vsebine.

ε Sklep in predlogi za nadaljnje delo

Načrtovanje in izvedba tematskega sklopa z vključevanjem BUS kot KKUU v pouk matematike je smiselna obogatitev obstoječega načina učenja matematike, saj dijake navaja na samostojnost in lastno organizacijo procesa učenja, kar sicer zahteva njihovo nenehno aktivnost in popolno zbranost, hkrati pa so tako pridobljene veščine dijakom nujno potrebne tudi po koncu srednješolskega izobraževanja in jih usposabljajo za samostojni študij.

Med dijaki različnih spolov, starosti in sposobnosti, je pomembno, da učitelj osmišljeno vodi svoje aktivnosti in prepozna sposobnosti, spretnosti in interese pri posameznikih ter vsakega od njih z različnimi pristopi vodi do skupnega cilja.

Bistvenega pomena za dosego zastavljenih ciljev je tudi dobro razvita sposobnost dijaka, da se zaveda svojih učnih spretnosti in sposobnosti, načinov učenja in zna opredeliti svoja močna in šibka področja. Zato je prav, da dijake od 1. do 4. letnika sistematično navajamo na uporabo kognitivnih, metakognitivnih in motivacijskih strategij, bodisi z obravnavo vsaj enega tematskega sklopa letno pri posameznem predmetu bodisi z vključevanjem teh strategij pri posameznih urah določenega predmeta ali v obliki medpredmetnih povezav (timsko poučevanje, kurikularne povezave), ki pa bi si sledile po vnaprej zastavljenem načrtu (opredeljenem v LDN šole). Strokovni aktiv matematike na šoli, kjer poučujem, si je letos npr. zadal za cilj, da z bralnimi učnimi strategijami v 1. letniku gimnazije usvaja tematski sklop Geometrija v ravnini, v 2. letniku Potence in koreni, v 3. letniku Geometrijska telesa in v

4. Letniku Funkcije. Vsi štirje izbrani tematski sklopi omogočajo samostojno delo dijakov, saj temeljijo predvsem na predznanju dijakov in hierarhični gradnji matematičnih pojmov skozi štiri leta srednješolskega izobraževanja.

Z uporabo različnih učnih strategij, ki jih bodo dijaki spoznali med srednješolskim izobraževanjem, bodo lahko izbrali sebi lastno strategijo, ki jim bo pomagala do učinkovitega učenja, kar jim bo omogočalo samostojnost pri učenju in študiju v prihodnosti. Dolgoročno je pričakovati, da bi tako usposobljeni posamezniki lažje in bolje dosegali svoje zastavljene učne cilje in jih tudi presegali, seveda pa bo praksa pokazala svoje.

ζ Viri in literatura:

1. Pečjak, S., Gradišar, A. (2012). Bralne učne strategije. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
2. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2008/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf (dostop: 17. 7. 2013)

Razvijanje kompetence učenje učenja pri vsebini Funkcija in njene lastnosti

Developing the Learning to Learn Competence through Discussion of the Learning Content "Function and its Characteristics"

Štefka Štrakl
Gimnazija Franca
Miklošiča Ljutomer

Σ Povzetek

V prispevku je predstavljen primer vključevanja celovitega razvoja kompetence učenje učenja v pouk matematike. Opisan je način postavljanja učnih in osebnih ciljev pri obravnavi sklopa Funkcija in njene lastnosti v 2. letniku srednje strokovne šole. Predstavljen je celoten potek obravnave sklopa v obliki skupinskega dela s pomočjo usmerjevalnega gradiva, vključno z organizacijo učnega procesa. Prikazani so pomembnejši izsledki analize anket, ki so bile izvedene pred in po ocenjevanju znanja.

Ključne besede: funkcija in njene lastnosti, mapa učnih dosežkov, matematika, skupinsko delo, učenje učenja

Σ Abstract

An example of incorporating comprehensive development of the learning to learn competence into mathematical lessons is presented in the article. A method of setting learning and personal goals when discussing the learning content "Function and Its Characteristics" in the 2nd year of secondary technical school is described. The entire process of group work, aided by teaching materials, and the organisation of the learning process are described. Relevant findings from the surveys carried out before and after the knowledge assessment are presented.

Keywords: *function and its characteristics, learning achievements portfolio, mathematics, group work, learning to learn*

α Uvod

Celovitega razvoja vključevanja kompetence učenje učenja v pouk se je smiselno lotiti sistematično in postopno. Če razvoj osredotočimo na en sam oddelek, je delo preglednejše, hkrati pa lahko dosežke izbranega oddelka primerjamo z drugim, kjer kompetence učenje učenja nismo vključevali v takšnem obsegu.

Za celoviti razvoj vključevanja kompetence učenje učenja v pouk sem izbrala tematski sklop Funkcija in njene lastnosti in oddelek 2Vb – 2. letnik programa predšolska vzgoja. Dijaki tega razreda že od vstopa v srednjo šolo spoznavajo različne učne strategije in njihovo uporabo pri različnih predmetih (matematika, zgodovina, geografija, kemija). Pri matematiki je treba vložiti veliko energije, če dijak želi biti zadovoljen s svojimi rezultati. Prepričana sem, da bi dijaki s prizadevnejšim, dejavnejšim pristopom dosegali (še) boljše rezultate, zato sem se odločila, da naredim spremembo v podajanju učne snovi, ki je večinoma potekala frontalno z vključevanjem dijakov v reševanje posameznih primerov. Zamislila sem si, da bo sklop večinoma izpeljan v obliki skupinskega dela, voden z napotki na delovnih listih. Temo Funkcija in njene lastnosti sem izbrala s posebnim razlogom. Snov tega sklopa je z mojega vidika zelo pomembna in kaj lahko se zgodi, da ob koncu ne bom zadovoljna z rezultati. Ker pa se v nadaljevanju začnemo ukvarjati s potenčno, korensko in kvadratno funkcijo, je potem še veliko možnosti, da dopolnimo in utrdimo znanje tako, da bodo vsi dijaki dosegli cilje, zastavljene v učnem načrtu.

Vključevanja celovitega razvoja kompetence učenje učenja sem se lotila na metakognitivni ravni. Bolj me je pri tem zanimalo, kako zastavljeni cilji in lastna pričakovanja vplivajo na doseganje zastavljenih ciljev. Tako sem dejavnosti razširila na razredno uro, kjer smo z dijaki izvedli dejavnosti pred učenjem (postavljanje ciljev) in predvsem dejavnosti po učenju (ankete, analiza rezultatov, analiza doseženih ciljev ipd.). Pri matematiki pa je potekal izvedbeni del: usvajanje in utrjevanje učne snovi, preverjanje in ocenjevanje znanja. Pričakovala sem, da bodo rezultati ocenjevanja znanja boljši tako v primerjavi s predhodnimi ocenjevanji kot tudi v primerjavi z ocenjevanjem znanja istega sklopa s preteklimi generacijami.

β Predstavitev tematskega sklopa

Vzroke za izbiro tematskega sklopa Funkcija in njene lastnosti sem pojasnila že v uvodu. Za izvedbo sklopa sem pri matematiki porabila 17 šolskih ur, pri razredni uri pa 5. Približno pet ur dela sem vložila v pripravo vsega gradiva za izvedbo skupinskega dela (delovni listi, vprašalniki, predstavitve …), še enkrat več pa za analizo vsega gradiva, ki je nastajalo med samo izvedbo tematskega sklopa (kontrolne naloge, ankete, mapa Funkcija in jaz).

Cilji, ki naj bi jih dijaki dosegli, so v skladu z učnim načrtom, nekaj pa se jih nanaša na vključevanje kompetence učenje učenja. Dijak tako dopolni znanje o koordinatnem sistemu, pozna definicijo funkcije, zna določiti definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije ter zapiše asimptote funkcije. Zna določiti in zapisati na različne načine intervale, na katerih je funkcija pozitivna oz. negativna, ter intervale naraščanja in padanja funkcije. Dijak zna določiti zgornjo in spodnjo mejo funkcije ter pozna omejenost funkcije. Ugotovi in utemelji sodost oz. lihost funkcije s pomočjo grafa in računsko. Nauči se določiti injektivnost, surjektivnost in bijektivnost funkcije. Zna poiskati predpis za inverzno funkcijo in narisati njen graf s pomočjo zrcaljenja čez simetralo lihih kvadrantov. Dijak izvaja premike in raztege funkcij (v smeri ordinatne in abscisne osi). Cilji, ki se nanašajo na vključevanje kompetence učenje učenja, pa pričakujejo, da si dijak zna zastaviti osebne in učne cilje, samostojno izbere primerne učne strategije in smiselno razporeja čas priprave na ocenjevanje znanja. Poleg tega pa dijak uporablja IKT pri reševanju nekaterih nalog ter zna poiskati dodatne vire informacij in nalog (v učbenikih, na spletu) ter ovrednotiti njihovo primernost, težino.

Sama sem pričakovala da bodo doseženi vsi operativni cilji pri večini dijakov v razredu. Pričakovala sem tudi težave pri dijakih, ki so inteligentni, vendar nimajo razvitih delovnih navad do te mere, da bi znanje dobro utrdili, in večjo uspešnost dijakov z dobrimi delovnimi navadami.

Pri obravnavi tega sklopa sem uporabljala največ skupinsko delo, frontalno sem predstavila le injektivnost, surjektivnost in bijektivnost funkcije ter inverzno funkcijo.

Želela sem, da dijaki razvijejo naslednje strategije učenja: postavljanje ciljev, uporabo bralnih učnih strategij (predvsem VŽN), izdelavo zapiskov, miselnih vzorcev in pojmovnih mrež.

γ Organizacija učnega procesa

Z dejavnostmi med učenim procesom spodbujamo razvoj kompetence učenje učenja. Ker je delo v razredu potekalo v glavnem v skupinah, je bila razlika med dejavnostmi učitelja in dejavnostmi dijaka očitna. Vse je težilo k čim večjemu delovanju dijakov med samim poukom in tudi doma.

V izbranem razredu sem bila razredničarka, zato sem dejavnosti časovno usklajeno izvedla pri razredni uri in pri matematiki. Pri razredni uri smo izvajali predvsem dejavnosti pred učenjem in po njem, pri matematiki pa dejavnosti, ki se nanašajo na izvedbo tematskega sklopa. Tako lahko pripravi in analizi posvetimo več časa, učni proces pri matematiki pa teče neovirano. Če možnosti takšne razporeditve dela nimamo, lahko seveda vse dejavnosti izvedemo pri matematiki.

Pred učenjem

Učitelj je na tej stopnji zelo dejaven. Pripravi delovne liste, anketne vprašalnike, celotno zasnovo izvedbenega dela sklopa in vse potrebne pripomočke. Dijake vodi v postavljanju učnih ciljev s pomočjo vprašanj (gradivo 1).

Postavljanje ciljev

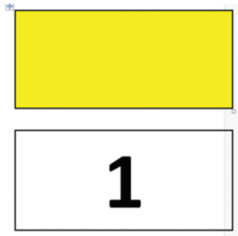
Dijaki zapišejo cilje na list papirja po točkah.

1. Moje osebne želje in cilji (v zvezi s prihajajočim tematskim sklopom):
   ____
   ____
   ____
2. Kako bom uresničil/a svoje želje in cilje:
   ____
   ____
   ____
3. Učni cilji tematskega sklopa Funkcija in njene lastnosti (usmeritev pri učenju):
   ____
   ____
   ____

[Gradivo 1]

Učitelj poda navodila za delo med celotnim sklopom: od začetka do konca in predstavi časovni okvir izvedbe sklopa, datumsko določi termin preverjanja in ocenjevanja znanja. Predstavi mapo učnih dosežkov, poimenovano Funkcija in jaz, ter kaj vse naj bi bila njena vsebina. Napove načine sprotnega preverjanja izvedbe dejavnosti. Predstavi način razdeljevanja v skupine: matična skupina in delovna skupina. Razdelilnik skupin sem povzela po neki predstavitvi dobre prakse na študijski skupini za matematiko v Slovenski Bistrici. Vsak dijak izžreba majhen listič in se tako razdeli v skupino. Vsak listič ima eno število in eno barvo (slika 1). Na omizje sem postavila velik list, na katerem je bila označena številka in barva (slika 2), da je razporeditev potekala hitreje. Ob koncu ure učitelj pobere vse majhne in velike listke, da jih lahko uporabi naslednjič. Priporočam, da se listki plastificirajo. Matična skupina je lahko enkrat določena s številkami, spet drugič z barvami. V njej se dijaki najprej seznanijo, nato jo zapustijo in ob koncu ure se vrnejo v njo ter izvedejo poročanje. V delovni skupini se izvede učni proces učne ure. Dijaki se v njej naučijo določeno snov, si zapišejo zapiske in rešujejo naloge.

[Slika 1] Velik list razrežemo na majhne listke



[Slika 2] Primer velikega lista za omizje

Dejavnosti dijaka v tam delu niso tako velike, so pa zelo pomembne z vidika vpliva na končen uspeh. Dijak zapiše učne cilje sklopa, zapiše osebne cilje in pričakovanja o tematskem sklopu. Pripravi mapo ali zvezek za izdelavo zapiskov, miselnih vzorcev in preostalega gradiva, ki bo nastalo med sklopom. Zapiše predstavljeni časovni okvir in ga uskladi s svojim časovnim načrtom učenja. Poda predloge o sprotnem preverjanju znanja.

Dejavnosti pred učenjem so bile izvedene pri razredni uri, dijaki pa so mape in časovni načrt učenja pripravljali tudi doma.

Med učenjem

Učiteljeva vloga med dijakovim učenjem sta predvsem spremljanje in usklajevanje izvajanja sklopa, še posebej med skupinskim delom. Učitelj poda morebitne potrebne dodatne usmeritve in razlage. Redno pregleduje opravljene domače naloge in daje vsebinsko matematične povratne informacije. Frontalno poda razlago: injektivnost, surjektivnost in bijektivnost funkcij, inverzna funkcija.

Med učenjem želimo, da dijak prevzame odgovornost za svoje učenje in je samoinciativen. S pomočjo razdelilnika skupin se dijaki razdelijo v matične in delovne skupine (po številkah in po barvah). Učno snov v skupinah predelajo ob podpori delovnih listov (gradivo 2, 3, 4, 5 in 6). Z uporabo različnih strategij in postavljenimi cilji usvajajo in utrjujejo znanje. Uporabljajo zbirko nalog Alfa in druge učbenike, medmrežje ter grafično računalo kot vir dodatne razlage ali potrditve pravilnosti rešitev. Sodelujejo v skupinah in pomagajo drug drugemu z utemeljevanjem, pojasnjevanjem snovi. Izdelujejo zapiske, grafične organizatorje, miselne vzorce. Zapiske uredijo v mapi Funkcija in jaz (ali v zvezku). Redno delajo domače naloge. Samostojno se pripravijo na preverjanje in ocenjevanje znanja z izbiro primernih nalog za utrjevanje znanja.

Vse dejavnosti, ki potekajo med učenjem, izvajamo pri pouku matematike.

Funkcija in njene lastnosti 1

Ime, priimek: ______________________________

Člani matične skupine: ______________________

Člani delovne skupine: ______________________

1. Naučite se, kaj je definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti (Alfa, stran 68). Rešite naloge: 146 a, f; 148 c; 150 c; 151 c; 152 d.
2. Naučite se, kaj je graf funkcije (Alfa, stran 75). Rešite naloge: 154 g; 155 b; 157 b; 159 b, e, i.
3. Naučite se, kaj je predznak funkcije (Alfa, stran 83). Rešite naloge: 161 b, g; 162 c, e, f; 164 c, d; 165 b, f; 166 c, e; 168 c, d.
4. Pomagate si lahko tudi geogebro ali grafičnim računalom in s spletnimi stranmi: http://www.e-um.si/, http://si.openprof.com/wb/funkcije_in_njene_lastnosti#Realna_funkcija in http://www.nauk.si/materials/134/out/index.html#state=1

Domača naloga: 148 e; 150 e; 152 e; 154 e; 156 e; 158 c; 159 g, h; 161 d; 163 b, c; 164 e, f; 165 c, e; 168 e, f.

[Gradivo 2]

Funkcija in njene lastnosti 2

Ime, priimek: ______________________________

Člani matične skupine: _____________________

Člani delovne skupine: _____________________

1. Zapiši, kaj je ničla funkcije in kako jo izračunamo. Razloži njen pomen za graf funkcije.
2. Zapiši, kaj je začetna vrednost funkcije in kako jo izračunamo. Razloži njen pomen za graf funkcije.
3. Zapiši, kdaj je funkcija pozitivna in kako to določimo.
4. Zapiši, kdaj je funkcija negativna in kako to določimo.
5. Reši naloge: 161 b, g; 162 c, e, f; 164 c, d; 165 b, f; 166 c, e; 168 c, d.
6. Pomagate si lahko tudi z geogebro ali grafičnim računalom in s spletnimi stranmi: http://www.e-um.si/ in http://www.nauk.si/materials/134/out/index.html#state=1

Domača naloga: 161 d; 163 b, c; 164 e, f; 165 c, e; 166 f; 168 e, f.

[Gradivo 3]

Funkcija in njene lastnosti 3

Ime, priimek: ______________________________

Člani matične skupine: _____________________

Člani delovne skupine: _____________________

1. Zapiši, kdaj je funkcija naraščajoča. Preprosto razloži, kako to vidimo iz grafa funkcije.
2. Zapiši, kdaj je funkcija padajoča. Preprosto razloži, kako to vidimo iz grafa funkcije.
3. Ali je funkcija zmeraj samo naraščajoča oziroma padajoča? Odgovor utemelji.
4. Zapiši, kdaj je funkcija navzgor omejena in kaj je zgornja meja.
5. Zapiši, kdaj je funkcija navzdol omejena in kaj je spodnja meja.
6. Zapiši, kdaj je funkcija omejena.
7. Reši naloge: 169 h; 170 h, m; 171 b, i; 176 b, f, g; 177 b.
8. Pomagate si lahko tudi geogebro ali grafičnim računalom in s spletnimi stranmi: http://www.e-um.si/ in http://www.nauk.si/materials/134/out/index.html#state=1

Domača naloga: 171 e, h, j; 172 a; 176 e, i, j; 177 g (naloge lahko rešiš s pomočjo GeoGebre tako, da si narišeš graf funkcije).

[Gradivo 4]

Funkcija in njene lastnosti 4

Ime, priimek: ______________________________

Člani matične skupine: ______________________

Člani delovne skupine: ______________________

1. Zapiši, kdaj je funkcija soda in kako to pokažemo računsko. Preprosto razloži, kako to vidimo iz grafa funkcije.
2. Zapiši, kdaj je funkcija liha in kako to pokažemo računsko. Preprosto razloži, kako to vidimo iz grafa funkcije.
3. Ali je funkcija zmeraj samo soda oziroma liha? Odgovor utemelji.
4. Reši naloge: 179 b, e; 180 d, f; 181 e; 182 b, f, p; 183 b; 184 d; 187 a, e.
5. Pomagate si lahko tudi geogebro ali grafičnim računalom in s spletnimi stranmi: http://www.e-um.si/ in http://www.nauk.si/materials/134/out/index.html#state=1

Domača naloga: 179 g, h; 180 j, k; 181 j, l, o; 182 a, g, j; 183 d; 184 c; 187 b.

[Gradivo 5]

Funkcija in njene lastnosti 5

Ime, priimek: ______________________________

Člani matične skupine: ______________________

Člani delovne skupine: ______________________

1. Zapiši, kdaj je funkcija injektivna. Preprosto razloži, kako to vidimo iz grafa funkcije.
2. Zapiši, kdaj je funkcija surjektivna. Preprosto razloži, kako to vidimo iz grafa funkcije.
3. Zapiši, kdaj je funkcija bijektivna.
4. Ali lahko 'popravljamo' injektivnost in surjektivnost funkcij? Odgovor utemelji.
5. Reši naloge: 188 d, h, i, k; 189 b, g; 191 b, g; 192 e, f.
6. Pomagate si lahko tudi geogebro ali grafičnim računalom in s spletnimi stranmi: http://www.e-um.si/ in http://www.nauk.si/materials/134/out/index.html#state=1

Domača naloga: 188 c, f, l; 189 c, e, i; 190 d, h, k; 191 c, i; 192 j, k.

[Gradivo 6]

Po učenju

Delo učitelja se po učenju zelo poveča. Učitelj analizira ankete pred ocenjevanjem znanj in po njem ter analizira ankete o prednostih in slabostih načina dela v sklopu Funkcija in njene lastnosti. Pregleda mape Funkcija in jaz (oz. zvezke). Dijakom poda povratno informacijo o rezultatih anket, uspešnosti ocenjevanja znanja in poda lastno oceno o uspešnosti izvedbe sklopa. Dejavnost dijaka je v tem delu še vedno velika, predvsem do ocenjevanja znanja, potem pa se nekoliko zmanjša. Dijaki v tem delu izpolnijo anketo pred ocenjevanjem znanja (vprašalnik 1), rešijo nalogo za ocenjevanje znanja in izpolnijo anketo po ocenjevanju znanja (vprašalnik 2). Dopolnijo mapo Funkcija in jaz z analizo doseženih osebnih ciljev. Podajo mnenje o načinu izvedbe sklopa. Analizirajo prednosti in slabosti načina dela v tem sklopu ter podajo mnenje o smiselnosti uporabe takšnega načina dela v prihodnje (vprašalnik 3).

Vprašalnik 1: pred ocenjevanjem znanja

Ime, priimek: ______________________________

1. Kakšno oceno pričakuješ? Obkroži. nzd (1) zd (2) db (3) pdb (4) odl (5)
2. Kako se počutiš? Obkroži ustrezen odgovor (lahko več odgovorov).
   a) Strah me je.
   b) Napet/-a sem.
   c) Nestrpen/-na sem.
   d) Nervozen/-na sem.
   e) Sem pomirjen/-a.
   f) Sem skoncentriran/-a.
   g) Sem samozavesten/-na.
   h) Drugo: ___________________________

Vprašalnik 2: po ocenjevanju znanja

Ime, priimek: ______________________________

1. Kakšno oceno pričakuješ? Obkroži. nzd (1) zd (2) db (3) pdb (4) odl (5)
2. Kako se počutiš? Obkroži ustrezen odgovor (lahko več odgovorov).
   a) Strah me je.
   b) Napet/-a sem.
   c) Nestrpen/-na sem.
   d) Nervozen/-na sem.
   e) Sem pomirjen/-a.
   f) Sem skoncentriran/-na.
   g) Sem samozavesten/na.
   h) Drugo: ___________________________
3. Kako dolgo si se pripravljal/a na ocenjevanje znanja? Obkroži. do 2 uri 2–6 ur več kot 6 ur

4. Na kakšen način si se pripravljal/-a na ocenjevanje znanja? Obkroži. – lahko več odgovorov
    a) Delal/-a sem izpiske.
    b) Reševal/-a sem naloge iz Alfe.
    c) Reševal/-a sem domače naloge.
    d) Reševal/-a sem tudi dodatne naloge s spletne učilnice in drugih virov.
    e) Delal/-a sem miselne vzorce.
    f) Izpisal/-a sem si formule in pravila na poseben pomožni list.
    g) Zapisal/-a sem si zaporedje korakov reševanja nalog.
    h) Snov sem le ustno ponavljal/-a.
    i) Snov in naloge sem se naučil/-a na pamet.
    j) Drugo:_______________________________________

5. Oceni naslednje trditve.

	nikoli	redko	pogosto	vedno
S svojim načinom priprave na kontrolno nalogo sem zadovoljen/-na.				
Pri pripravi na kontrolno nalogo uporabljam dodatno gradivo (moodle, e um, nauk.si, geogebra, druge zbirke nalog …).				
Pri pripravi na kontrolno nalogo poiščem plačljivo pomoč pri inštruktorjih.				
Pri pripravi na kontrolno nalogo mi pomagajo sošolci ali sošolke.				
Pri matematiki sproti rešujem domače naloge.				
Če česa ne razumem, vprašam pri pouku.				
Všeč mi je, ko naloge na tablo rešujejo dijaki.				
Snovi pri urah matematike ne utegnem slediti – razlaga je prehitra.				
Pri urah matematike mi je dolgčas.				
Matematike me je strah.				

6. Boš pri pripravi na naslednje ocenjevanje znanja kaj spremenil/-a? DA NE

7. Kako bi ti izboljšal/-a pouk matematike?
____
____

Vprašalnik 3: analiza dela

1. Ime, priimek:
2. Ali si dosegel/a osebne cilje, ki si si jih zastavil/-a pred izvedbo tega sklopa? (obkroži) DA NE
3. Sklop Funkcija in njene lastnosti smo predelali na drugačen način kot delamo pri matematiki sicer. V primerjavi z običajnim načinom dela v razredu pri matematiki ustrezno dopolni naslednje trditve.

	boljše	isto	slabše
Pri urah matematike sem se počutil/-a…			
Snov razumem …			
Opravljanje domačih nalog je bilo …			
Prilagajanje hitrosti dela, podajanje razlage je bilo …			
Razporejanje porabe časa za reševanje nalog je bilo …			
Kakovost znanja je …			

4. Ti je bil način dela všeč? DA NE
5. Si želiš takšnega načina dela tudi v prihodnje? DA NE
6. Zakaj si/ne želiš takšnega načina dela tudi v prihodnje?
   ____
7. Bi pri izvedbi tega sklopa kaj spremenil/-a? DA NE
8. Zakaj?
   ____
9. Želiš še kaj sporočiti v zvezi z izvedbo samega sklopa ali o urah matematike nasploh, profesorici, stanju v razredu …?
   ____
   ____

Pri matematiki dijaki izpolnijo anketi pred ocenjevanjem znanja in po njem ter rešijo nalogo za ocenjevanje znanja. Vse druge dejavnosti se izvedejo pri razredni uri.

δ Nekaj izsledkov analize spremljave dela in anket

Pri izbiri in načrtovanju izvedbe sklopa sem si tudi sama najprej postavila nekaj ciljev. S spremenjenim načinom dela sem želela dijake spodbuditi k doseganju boljših rezultatov in ugotoviti, kako se odzivajo in prilagajajo spremembam. Želela sem izboljšati njihove učne rezultate in povečati njihovo delovanje pri samem pouku kot tudi doma ter podrobneje spremljati njihov način učenja, sodelovanje z drugimi dijaki in sposobnost iskanja dodatne literature. Na podlagi teh postavljenih ciljev in želja sem lažje izbrala tematski sklop in pripravila celoten izvedbeni načrt. Praktično se mi je zdelo razdeliti delo na razredno uro in matematiko. Kot sem že zapisala, sem pri razredni uri izvedla večino priprave na skupinsko delo, postavljanje ciljev (predvsem pred učenjem) in vse analize (po učenju). Ves izvedbeni del pa sem izpeljala pri urah matematike (med učenjem).

Pri načrtovanju sklopa so se mi porajali dvomi. Najbolj me je skrbelo, ali bodo dijaki vzeli snov dovolj resno in dali med samo izvedbo vse od sebe. Razdeljevanje v skupine je s pomočjo razdelilnika (slika 1 in 2) potekalo zelo hitro. Ker so dijaki že v odmoru pripravili omizja, je razdelitev v skupine trajala kakšne 3 do 4 minute. Samo delo v skupinah je potekalo dobro. Dijaki so dobro sodelovali med seboj in nastajali so kakovostni zapisi v zvezkih in mapah. Občasno so tudi pobrskali po medmrežju (v vsaki učilnici imamo računalnik z dostopom do medmrežja) ali so z geogebro preverili svoje rešitve, vendar veliko manj, kot sem pričakovala.

Med skupinskim delom sem imela dovolj časa, da sem lahko sprotno preverjala izvajanje domačih nalog. Domače naloge sem preverila sedemkrat. Dijakom sem dodelila:

- plus, če je bila naloga v celoti opravljena, z največ dvema napakama,
- piko, če je manjkalo nekaj nalog ali niso bile narejene pravilno,
- minus, če je naloga manjkala v celoti.

Manjša primerjava podeljenih znakov pri prvem, tretjem in zadnjem preverjanju domače naloge:

	1. domača naloga	3. domača naloga	7. domača naloga
–	7	2	5
•	9	7	5
+	7	20	20

[Tabela 1] Primerjava opravljanja domačih nalog

Število neopravljenih nalog se ni zmanjšalo na nič, povečalo pa se je število pravilno opravljenih domačih nalog, kar je zelo pozitivno. Ker sem delovne liste sproti objavljala v spletni učilnici, so imeli dostop do njih tudi dijaki, ki so pri kateri izmed ur manjkali. Opazila sem, da so tudi nekateri tisti, ki so manjkali, opravili domačo nalogo iz prejšnje ure in doma predelali snov, ki bi jo morali v šoli.

Izvedene ankete so mi ponudile zelo zanimive odgovore. Najbolj me je presenetila analiza dela, ki je pokazala, da je približno polovica dijakov zadovoljna s takšnim načinom dela in bi na tak način nadaljevali, druga polovica pa s takim načinom sploh ni zadovoljna. Razloge za zadovoljstvo so navajali: večja dejavnost dijakov pri pouku, večja motiviranost in možnost prilagajanja tempa osvajanja snovi ali preprosto, ker so dosegli boljšo oceno. Razlogi nezadovoljstva pa so predvsem: slabše razumevanje snovi, želijo razlago snovi profesorice in povečana potreba po iskanju dodatne pomoči sošolcev ali inštruktorjev. Pričakovala sem, da se bo izkazalo, da razredu ustreza en način dela, tako pa sem pristala na isti dilemi kot na začetku: kako podajati snov, da bo imela korist večina dijakov. V prihodnje bom vsekakor še uporabljala skupinsko delo pri pouku matematike, vendar ne v celotnem sklopu. Menim, da bodo v kombinaciji s frontalnim poukom dijaki lahko dosegali boljše rezultate.

Ob koncu sklopa me je najbolj zanimal rezultat končnega ocenjevanja znanja. Ker dijaki niso prihajali k tabli reševat primerov, nisem imela tako dobrega pregleda nad osvojenim znanjem kot sicer, kar me je še posebej motilo ob sestavljanju ocenjevanja znanja. Smiselno se mi je zdelo uporabiti preverjeno kontrolno nalog, ki ga je pisala ena izmed prejšnjih generacij. Tako sem lahko vzporedno naredila dve primerjavi: primerjava

	Dosežena ocena			
	Testna skupina		Kontrolna skupina	
	f	f (%)	f	f (%)
nzd(1)	4	13,33	1	3,57
zd(2)	6	20,00	9	32,14
db(3)	11	36,67	9	32,14
pdb(4)	7	23,33	6	21,43
odl(5)	2	6,67	3	10,71
skupaj	30	100,00	28	100,00

[Tabela 2] Primerjava dosežka razreda z dosežkom prejšnje generacije pri isti kontrolni nalogi

Primerjava ocene dijaka s povprečjem predhodno pridobljenih ocen		
	f	f (%)
boljše od povprečja predhodno pridobljenih ocen	12	41,38
enako kot povprečje predhodno pridobljenih ocen	9	31,03
slabše kot povprečje predhodno pridobljenih ocen	8	27,59
Skupaj	29	100,00

[Tabela 3] Primerjava ocene dijaka s povprečjem predhodno pridobljenih ocen

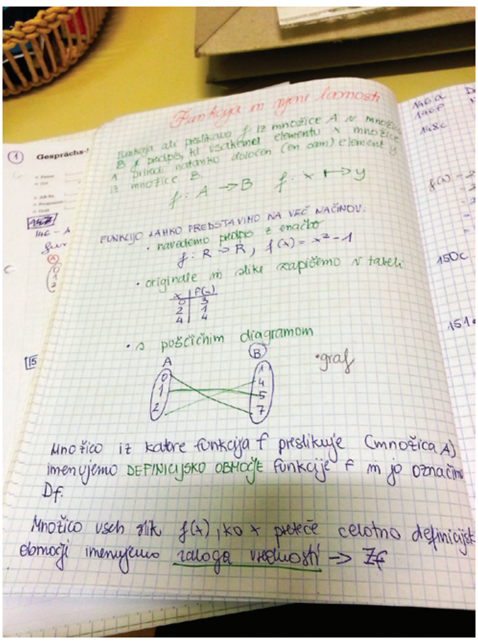
dosežka celotnega razreda glede na dosežek prejšnje generacije pri isti kontrolni nalogi in primerjava dosežene ocene glede na ocene prejšnjih treh ocenjevanj znanj.

V primerjavi s prejšnjo generacijo ni bistvenih razlik v doseženih rezultatih. Bolje se je z mojega vidika odrezala prejšnja generacija, ker je bilo manj negativnih ocen in več odličnih. Če pa upoštevam to, da je bila prejšnja generacija na splošno v matematiki močna, testna skupina pa nekako v povprečju, potem lahko trdim, da je rezultat testne skupine več kot zadovoljil moja pričakovanja.

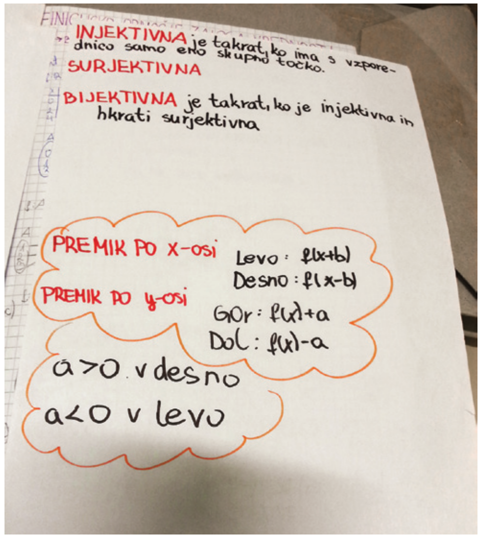
Primerjava pridobljene ocene iz sklopa Funkcija in njene lastnosti s povprečjem predhodno pridobljenih ocen pri matematiki v letošnjem šolskem letu pa pokaže, da ima skupinsko delo vendarle pozitiven vpliv na učenje in osvajanje učne snovi. Zajela sem le 29 dijakov od 30, ker se je en dijak ob polletju prepisal v ta razred z gimnazijskega programa. Kar 21 dijakov je doseglo isto ali celo boljšo oceno od povprečja predhodno pridobljenih ocen. Med njimi so tudi takšni, ki jim sicer matematika dela kar precejšnje preglavice in so bili svojega uspeha ob povečanem vloženem trudu zelo veseli. Po drugi strani pa je med temi osmimi, ki so dosegli slabšo oceno od povprečja predhodno pridobljenih ocen, tudi nekaj sicer uspešnih dijakov. Ti dijaki so tudi navedli v analizi dela, da jim skupinsko delo ni bilo všeč, ker so pogrešali razlago profesorice, in da si ob reševanju nalog na tablo največ zapomnijo. Presenetila me izjava dijaka, ki je navedel, da sploh ne rešuje domačih nalog in da se matematiko uči na pamet oz. z branjem snovi. To je sicer sposoben dijak, aktiven športnik, ki zaradi tekmovanj veliko manjka pri pouku. Med individualnim pogovorom je pojasnil, da si največ zapomni s poslušanjem pri pouku, snov pa doma le ponovi tako, da jo prebere. Njegov učni slog tako tudi pojasni sicer nekoliko slabši učni uspeh glede na njegove inteligenčne sposobnosti.

Pregledovanje nastalih map Funkcija in jaz je bilo zelo zamudno, ampak koristno delo. Dijaki so se s pripravo zelo potrudili in mape niso bile le izdelek za profesorico, temveč so bile koristen priročnik za učenje. Veliko snovi so si dijaki pojasnili na čisto preprost, njim razumljiv način.

Nekateri so se posebej potrudili pri zapisu teoretičnih vsebin (slika 3), drugi pa so si pomembnejše stvari zapisali na poseben list, ki so ga uporabljali pri reševanju nalog (slika 4).

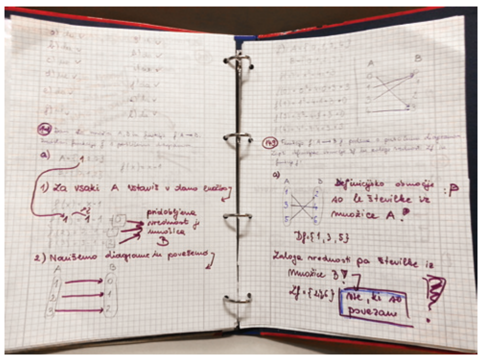


[Slika 3] *Zapis teorije*



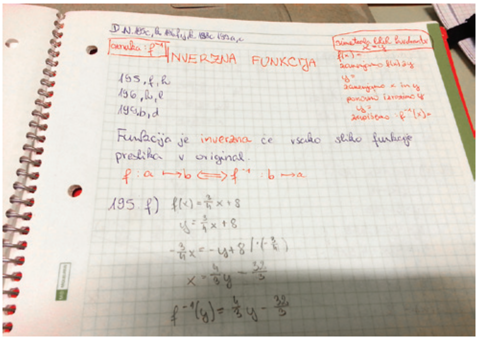
[Slika 4] *Pomožni list*

Večina zapiskov je vsebovala razne pojasnila (slika 5) in opombe, zapisana nekje ob robu listov (slika 6).

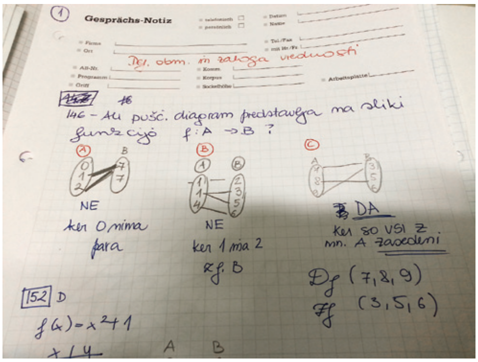


[Slika 5] *Pojasnilo ob nalogi*

Skoraj ni bilo mape, ki ob rešenih nalogah ne bi vsebovala pojasnil ob odgovorih (slika 7). To me je še posebej razveselilo, saj sem se ob nekaterih pojasnilih skoraj slišala, kako razlagam pri pouku.



[Slika 6] *Opomba ob robu lista*



[Slika 7] *Pojasnila ob odgovorih*

Ob koncu pregleda map, zvezkov in preostalega gradiva, ki so ga pripravili dijaki, sem prišla do sklepa, da dijaki v večini znajo pripraviti kakovostne zapiske in tudi izluščiti bistvo snovi. Dobri zapiski so zagotovo tudi prvi korak do znanja in tudi do dobrega rezultata pri ocenjevanju znanja. Ta povezava se je do neke mere tudi pokazala, ko sem primerjala mape oz. zapiske s pridobljenimi ocenami posameznih dijakov. Iz priprave map smo se vsi nekaj naučili: nekateri dijaki so spoznali, da je res pomembno, da si pripravijo dobre zapiske in utrjujejo znanje sproti, jaz pa sem se naučila, da moram dijakom bolj zaupati pri pripravi lastnih zapiskov.

ε Za konec

Glavni poudarek pri načrtovanju in izvedbi sklopa je bil na ciljno usmerjenem učenju. Postavljanje osebnih ciljev sem dopolnila s postavitvijo učnih ciljev, ki so jim dijaki sledili s pomočjo vprašanj na delovnih listih. Sama izbira ustreznih učnih strategij in oblikovanje zapiskov sta večinoma prepuščena dijakom. Iz izbire učnih strategij se ob koncu sklopa lažje razbere dijakov osebni učni stil. Analiza učnih slogov celotnega razreda nam je lahko v veliko pomoč pri načrtovanju naslednjih dejavnosti v razredu, še posebej, če večina dijakov uporablja isti učni slog. Z analizo učnih slogov tudi lažje odkrijemo vzroke neuspehov pri nekaterih dijakih ter jih usmerimo h kakovostnejšemu in uspešnejšemu učenju.

Spremembe so dobrodošle, predvsem pri pouku, z več vidikov. Če uporabljamo le eno učno metodo, se preveč ukalupimo in dijaki se polenijo. Z različnimi načini dela se učijo prilagajanja in usvajanja znanja tudi na drugačne načine, kar je med drugim tudi smisel učenja učenja. Dijaki tako uvidijo, da vir znanja ni nujno le učitelj, ampak je dosegljivo tudi iz drugih virov. Nekoliko je ob tam uvidu razbremenjen tudi učitelj, saj se iz 'natakarja za serviranje znanja' spremeni v spremljevalca in usmerjevalca miselnega procesa, ki dijaka pripelje do lastnega odkrivanja znanja. Zadovoljstvo ob tem je obojestransko: učitelj se veseli uspehov svojih dijakov, dijaki pa pridobivajo samozavest in zaupanje v lastne sposobnosti, ki je predvsem pri matematiki še vedno zelo skrhano.

Kompetenca učenje učenja se lahko pri matematiki uvaja sistematično in celostno ali zgolj pri posameznih sklopih oziroma urah. Nekatere učne strategije so za matematiko skoraj samoumevne, spet druge niso tako pogosto uporabljene. Kakor koli pa lahko dijak zmeraj njihovo uporabnost prenese na druge predmete in v vsakdanje učenje, s tem pa dodamo njegovi izobrazbi večjo vrednost. Kot pravi Georg Simmel: »Izobražen je tisti človek, ki ve, kje bo našel tisto, česar ne ve.«

ζ Viri in literatura:

1. Brilej, Roman, idr. (2009). Alfa. Potence in koreni. Funkcija in njene lastnosti. Zbirka nalog za matematiko v srednjem strokovnem izobraževanju. Ljubljana: ATAJA.
2. Razdelilnik skupin povzet po eni predstavitvi primera dobre prakse na študijski skupini za matematiko v Slovenski Bistrici.

Spletni viri:

1. http://www.e-um.si/ Gimnazija; drugi letnik; Funkcije, potenčna funkcija. (Dostop: 5. 3. 2013)
2. http://www.nauk.si/materials/63/out/index.html#state=1 (Dostop: 5. 3. 2013)

1

Matematika in umetnost

Mathematics and Art

Tinka Majaron
Konservatorij za glasbo in balet Ljubljana

Pri poučevanju matematike se pogosto srečamo z iskanjem navdiha, s svojim navdušenjem nad matematiko bi želeli vsaj malo »okužiti« tudi naše poslušalce. Na seminarju **Matematika in umetnost**, ki je v organizaciji DMFA Slovenije potekal 14. in 15. marca 2014 na Pedagoški fakulteti v Ljubljani, smo vsekakor dobili kopico idej za širjenje lepote in smisla matematike.

Za uvod smo slišali glasbo. Violinistka Nina Švab nam je skupaj s flavtistko Živo Kadunc, čelistko Evo Bohinc in pianistko Doris Primc (vse so dijakinje Srednje vzgojiteljske šole in gimnazije Ljubljana) predstavila svojo skladbo **Noč po nevihti**. S to skladbo je Nina Švab zmagala na slovenski glasbeni olimpijadi in bo zato zastopala barve Slovenije tudi na mednarodni glasbeni olimpijadi v Rigi v Latviji. Mentorici: Katarina Virant Iršič in Alenka Bobek.

O **pomenu geometrije v renesančni umetnosti in filozofiji** nam je predaval dr. Marko Uršič, profesor logike, filozofije narave in renesančnih študij na Filozofski fakulteti v Ljubljani (več o njegovem plodnem delu lahko preberete na naslovu http://www2.arnes.si/~mursic3/). Poudaril je, da renesansa odkrije perspektivo in obnovi čaščenje geometrije, še posebej zlatega reza. Za konkretne primere so poskrbeli renesančni filozofi, umetniki, znanstveniki in še kaj (običajno vse to v eni osebi): Leon Battista Alberti, Nikolaj Kuzanski, Nikolaj Kopernik in nepogrešljivi Leonardo Da Vinci. Vse omenjene dandanes najdemo na svetovnem spletu, predstavitev v pdf-ju tega predavanja pa najdete na profesorjevi osebni strani na že zapisanem naslovu.

[Slika 1] Iz predavanja Marka Uršiča

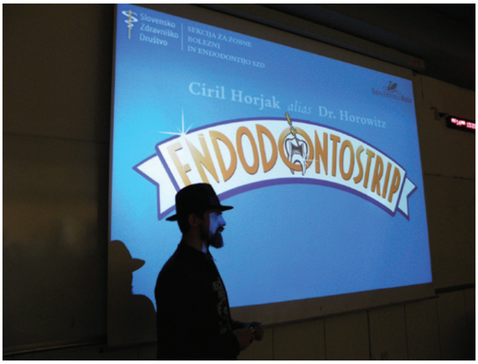
S 3D-očali smo si ogledali **anaglifne slike** dr. Marka Razpeta, izrednega profesorja za matematiko na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Slike so nastale s programom GeoGebra 5.0, ki omogoča tudi izdelavo trirazsežnih slik, kar poleg običajne analitične in diferencialne geometrije v prostoru ponuja precej možnosti umetniškega ustvarjanja objektov. Nastalo kompozicijo lahko vrtimo, premikamo, povečujemo/zmanjšujemo, opazujemo v tlorisu, narisu in stranskem risu ter anaglifno prikažemo. Program je brezplačen, prenesemo ga lahko z naslova http://download.geogebra.org/installers/.

Sledilo je gledališče. Dijaki 2. d razreda Gimnazije Bežigrad so nam v angleščini zaigrali dramo Tima Horvata (dijaka omenjenega razreda) **Saving Private Goldbach**. Drama govori o superračunalniku, ki mu uspe v zelo kratkem času dokazati zadnji Fermatov izrek in se loti tudi Goldbachove domneve. Na kriznem posvetu matematiki ugotovijo, da bi ob takem računalniku postali nepotrebni in da bi se izgubil čar dokazovanja, zato izumitelja ubijejo, računalnik pa ugasnejo. Kaj bo prinesla resnična prihodnost? Mentorici: Jasna Kos, prof. matematike, in Tamara Bosnič, prof. angleščine. Dijaki bodo s predstavo sodelovali na tekmovanju MATHeatre Europe Competition, ki bo aprila na Cipru.

Dr. Andrej Bauer, izredni profesor na Fakulteti za matematiko in fiziko v Ljubljani, nam je preko programa Povray, ki je prosto dostopen na spletu, predstavil **sledenje žarkom** (angl. ray tracing). To je računalniška metoda za risanje realističnih slik. Modeliranje scene zahteva poznavanje geometrije v trirazsežnem prostoru, zato so študentski in dijaški projekti na to temo primerni za spoznavanje osnov geometrije in računalniške grafike. Avtorji projektov so po izkušnjah predavatelja visoko motivirani, če njihove izdelke tudi natisnemo in jih razstavimo.

O **matematičnih tlakovanjih v arhitekturi in umetnosti** je spregovoril dr. Tomaž Pisanski, redni profesor za diskretno in računalniško matematiko. V prvem delu je prikazal, kako je v sodelovanju z umetnikoma De Wittom Godfreyem in D. Martinezom iz univerze Colgate izdelal skulpturo Tuckerjeve grupe, ki je od leta 2007 razstavljena v Tehniškem muzeju v Bistri. V drugem delu je predstavil računalniški sistem za delo s tlakovanji, ki temelji na operacijah nad tlakovanji ter na subdivizijah tlakovanj. Pravi, da je moč matematike v tem, da lahko zelo zapletene objekte opisujemo s preprostimi pravili.

Ustvarjalec stripov Ciril Horjak – dr. Horowitz, absolvent Akademije za likovno umetnost v Ljubljani, je predstavil **stripovske algoritme**. Poudari je, da je od (matematične) postavitve strani odvisno, kako bo tekla zgodba. Seznanil nas je tudi z zgodovinskim razvojem stripa, pri čemer je s statistično analizo pokazal, da se na različnih koncih sveta strip pojavi v času ogromnega povečanja števila prebivalstva.



[Slika 2] Ciril Horjak – dr. Horowitz

Arhitektki Ana Struna Bregar in Lenka Kavčič z zavoda Igriva arhitektura sta predstavili svoje bogato delo na področju poučevanja otrok o pomenu okolja na kakovost bivanja. Na spletni strani www.igrivarhitektura.org je prosto dostopen priročnik za izobraževanje o grajenem okolju, ki znanja povezuje s šolskim učnim načrtom posameznih predmetov, kar omogoča tudi v**ključevanje arhitekturnih vsebin v pouk matematike**. Upajmo, da bodo vlagatelji nekoč poleg denarja spet videli tudi ε-okolico objekta, ki ga nameravajo graditi.

Prvi dan smo kočali s predstavitvami udeležencev seminarja s skupnim naslovom **Matematična »umetnost« kot obogatitev šolskega pouka**. Hanka Lebič z Gimnazije Vič je predstavila natečaj za matematično poezijo in izdelke na temo števila Pi. Nekaj zanimivih izdelkov iz preteklih let lahko najdemo v matematičnem časopisu Gimnazije Vič z naslovom Matematik na kolesu, ki je objavljen na strani http://www.gimvic.org/delovanjesole/predmeti/matematika/casopis/. Kaj vse se pri njih dogaja marca, ki je že tradicionalno mesec matematike, pa lahko preberete na http://www.gimvic.org/dogodki/mesec_matematike_2014/.

Helena Bezgovšek Vodušek je prikazala, kako so z učenci izdelali novoletne voščilnice s Kochovo snežinko, Boštjan Kuzman pa je predstavil natečaj risanja novoletne jelke v GeoGebri, ki ga je izvedel na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Na FAMNIT-u Univerze na Primorskem pa je potekal natečaj PIezije. Vsekakor veliko čudovitih idej za vključevanje umetnosti v matematične vsebine.

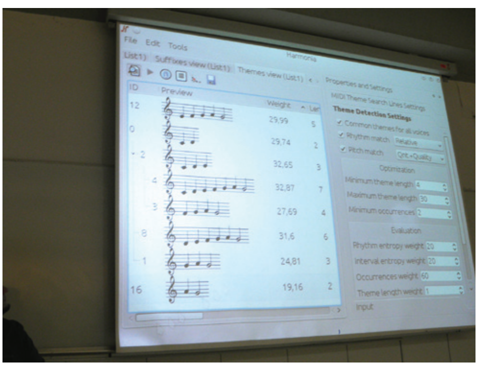
O **matematiki, poeziji in glasbi** je govoril dr. Jurij Kovič, avtor knjig Amadeusov abecednik, mala šola glasbe in Pesem kot načrt in navdih, šola za pesnike. Izdal je tudi šest pesniških zbirk in zbirko matematičnih problemov z naslovom Znate rešiti sami?. S primeri je pokazal, da je matematika lahko odlično izhodišče za ustvarjanje umetniških del z domišljeno strukturo. Vendar takšna racionalna (simetrična, harmonična, načrtovana) struktura sama po sebi še ni zagotovilo lepote ali umetniške vrednosti nekega dela. Umetniški presežek zahteva tudi element iracionalnosti (navdih).

Darka Hvastija in Olga Arnuš z Gimnazije Bežigrad sta **matematiko** našli **v literaturi in filmu**. Priporočata knjige Schami: Mračna plat ljubezni, Stendhal: Življenje Henryja Brularda, Giordano: Samotnost praštevil, Kehlmann: Izmera sveta, Ogava: Darilo števil, Doxiadis: Stric Petros in Goldbachova domneva, Brown: Da Vincijeva šifra, Moss: Grobnica. In filme Enigma, Pi, Skrivnost iz Kellsa, Dobri Will Hunting, 21, Čudoviti um, Ženska, ki poje in serijo Numbers. Primere filmov najdemo tudi na strani http://www.tsm-resources.com/mlink.html#movies.

Sledilo je še eno presenečenje pod naslovom **Matematika v epu Deuje babe**. Dr.

Marko Razpet je predstavil svojo pesnitev Deuje babe, zapisano v cerkljanskem narečju. V njem nastopa kar nekaj matematikov: Pitagora, Evklid, Fermat, Fibonacci, Bolyai in Wiles. Nadvse zabavno branje se nahaja na http://oreh.pef.uni-lj.si/~markor/divje_babe/index.htm.

Računalniške analize tem v skladbah se je v svojem diplomskem delu lotil Matevž Jekovec, mladi raziskovalec na Fakulteti za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani. Muzikološka analiza kompozicijskih tehnik skladateljev je za muzikologa dolgotrajen in zahteven postopek, zato bi bilo čudovito, če bi melodične analize skladb lahko opravili s pomočjo računalnika. Predavatelj je razvil aplikacijo, ki pretvori skladbe iz različnih zapisov v ustrezen model in izriše priponsko drevo motivov, ki je nekakšen zemljevid po skladbi. Ta podatkovna struktura skupaj s statističnimi podatki o posameznem motivu, z mesti pojavitev in izračunano kakovostjo posameznega motiva pomaga pri iskanju zanimivosti v skladbi. Problem aplikacije so variacije, saj jih obravnava kot novo melodijo. Diplomsko delo je na ogled na strani http://eprints.fri.uni-lj.si/1405/1/Jekovec1.pdf.



[Slika 3] *Računalniške analize tem v skladbah*

Sledile so **simetrije, grafi in baročna glasba**, o čemer je predaval dr. Boštjan Kuzman, asistent za matematiko na Pedagoški fakulteti v Ljubljani. Matematični opis kombinatoričnih objektov in njihove simetrije predstavlja pomemben del sodobne matematike, hkrati pa na abstrakten način nadgrajuje številna "umetniška" odkritja, katerih sledove najdemo v različnih obdobjih človeške civilizacije. Ogledali smo si simetrije grafov in nekaj zanimivih filmčkov na YouTubu, med drugim http://www.youtube.com/watch?v=xUHQ2ybTejU in http://www.youtube.com/watch?v=NmmINsTg-Vs.

Zadnja se je predstavila Mateja Budin z Zavoda Mathema, njeno predavanje je nosilo naslov **Matematika in dekorativna umetnost**. Na področju matematike v povezavi z umetnostjo se po svetu ogromno dogaja. Izvedeli smo za nekaj zanimivih festivalov in elektronskih revij, sledila pa je delavnica z ustvarjanjem različnih geometrijskih/umetniških teles.

http://www.bridgesmathart.org/

http://www.math-art.eu/

http://vismath.tripod.com/

http://festival.symmetry.hu/

http://etopia.sintlucas.be/3.14/Leonardo%20meeting/Leonardo_meeting.htm

[Slika 4] *Matematika in dekorativna umetnost*

Seminar je prinesel veliko svežih idej in bo vsekakor pripomogel k umetniško navdahnjenemu predajanju znanja matematike. Upam, da se bo po povzetkih predavanj in naštetih povezav nekaj tega navdiha preneslo tudi med bralce.

Fotografiral je Boštjan Kuzman.

Ob igri z računalnikom utrjujemo izvajanje računskih operacij

Consolidating Knowledge of Mathematical Operations with Computer Games

Sonja Rajh
Zavod RS za šolstvo

α Uvod

Učitelji radi potožijo, da učenci ne znajo več poštevanke, pa tudi drugo računanje na pamet jim dela težave, odkar poznajo/imajo žepno računalo, prenosni telefon … Priznavajo pa tudi, da bi otroci cele dneve presedeli ob računalniku in se igrali. Pa združimo oboje: naj učenci ob igri z računalnikom utrjujejo izvajanje računskih operacij.

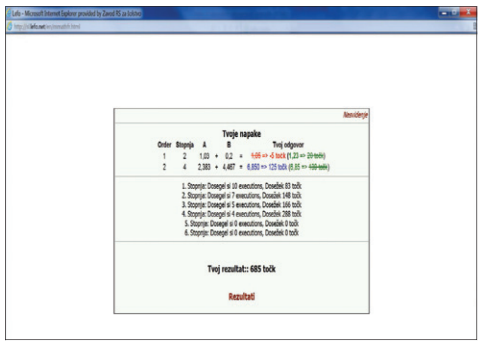
Poznamo ogromno aplikacij za ta namen. Ena izmed njih je ostanek projekta Miksike 1994–2005 in je na strežniku v Estoniji. Spletna aplikacija v slovenskem jeziku je na spletnem naslovu http://sl.lefo.net/.

β Utrjevanje izvajanja računskih operacij

Uporabniki s pomočjo računalniške miške na zaslonu računalnika natipkajo vrednost številskega izraza. Seveda lahko aplikacijo uporabljajo tudi na interaktivni tabli, tablici ali telefonu. Na državnem tekmovanju pa tekmovalci uporabljajo računalniško miško, da imajo vsi enake pogoje.

[Slika 1] Najtežji primeri v množici naravnih, celih in racionalnih števil so na stopnji 6.

Računske operacije izvajajo uporabniki spletne aplikacije v različnih množicah števil: naravna števila in število nič, cela števila, racionalna števila v decimalnem zapisu (slika 1). Pri vsaki računski operaciji so številski izrazi na šestih težavnostnih stopnjah, podobno kot 6 stopenj pri računalniški igrici. Uporabnik si lahko izbere, da bo v Učnem polju, kjer utrjuje, uporabljal le eno od stopenj, torej števila v določenem razponu, npr. samo števila do 100. To je uporabno predvsem za učence 1. triade. Lahko pa uporabnik prepusti računalniku, da mu stopnjuje težavnost številskih izrazov s števili v vedno večjem obsegu. Če računa hitro in brez napak, po določenem času preide na višjo stopnjo težavnosti. Tako se marsikateri učenec sam s pomočjo računalnika nauči računati v večjem obsegu števil, kot ga obravnavajo v šoli. Računalnik mu namreč sproti in po končanem računanju da povratno informacijo o pravilnosti izračunanega (slika 2) in ga s simpatičnimi maskotami spodbuja pri delu, poleg tega pa točkuje njegove pravilne zapise. Točkuje tako, da lažje primere ovrednoti z manj točkami kot težje primere. Uporabniki tako zbirajo točke, računalnik pa jim shrani najboljši dosežek posamezne igre. Tako uporabniki tekmujejo najprej sami s seboj in s časom ter izboljšujejo svoj dosežek.



[Slika 2] Povratna informacija uporabniku o morebitnih napakah in številu doseženih točk.

Ker pa učenci radi tekmujejo in se primerjajo med seboj, spodbujamo mentorje, da izvajajo razredna in šolska tekmovanja, na katerih lahko učenci primerjajo svoje dosežke s sovrstniki. Mentorji lahko v spletni aplikaciji tudi ustvarjajo taka tekmovanja, kar jih lahko naučijo svetovalke za matematiko Zavoda RS za šolstvo na svetovalnih storitvah.

Navajamo izjavi mentorjev, ki sta se kot tekmovalca v starostni skupini Odrasli tudi sama uspešno pomerila v spretnem računanju, kar je najboljša motivacija za njihove učence in lastne otroke:

γ Državno tekmovanje 2014

Zavod RS za šolstvo že 9. leto zapored organizira tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje – Tekmuj sam s seboj, s časom in sovrstniki. Državnega tekmovanja se po svetovnem spletu v treh tekmovalnih krogih na daljavo udeleži več kot 5500 tekmovalcev iz cele Slovenije.

S sovrstniki iz cele Slovenije se tekmovalci pomerijo najprej na daljavo v treh tekmovalnih krogih po svetovnem spletu in so varno »skriti« pod uporabniškimi imeni. Najboljši tekmovalci se v finalu pomerijo še v živo in se takrat »legitimirajo«. Šele takrat vidimo, kateri tekmovalci so bili »skriti« pod posameznimi uporabniškimi imeni.

V soboto, 15. 2. 2014, so se v Šolskem centru Novo mesto srečali finalisti državnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje.

V spretnem računanju na pamet se je 49 tekmovalcev v živo pomerilo v peteroboju, ki je trajal kar 46 minut, saj ga sestavlja pet iger, ki so pa odvisne od starostne skupine tekmovalcev.

Rezultati finala državnega tekmovanja Hitro in zanesljivo računanje v šolskem letu 2013/14:

Milena Korpar Majcen, prof. razrednega pouka
OŠ Sveti Tomaž

S tekmovanjem Hitro in zanesljivo računanje sem se seznanila leta 2007 in ga predstavila sinu Aljažu. Hitro računanje ga je prevzelo. Z vztrajnostjo in trdim delom se je uvrstil v finale in bil zelo uspešen – 3. Aljažev uspeh je navdušil še drugega sina Iztoka in mene. Skupaj smo vadili, se spodbujali, tekmovali med seboj in si izmenjevali izkušnje pri računanju vrednosti težjih izrazov. Naš uspeh je naslednje leto navdušil še mlajšo hčerko Meto. Tako je tekmovala skoraj cela naša družina (4 člani) in se uvrstila v finale.
Za hitro računanje sem v šoli navdušila in še navdušujem tudi svoje učence, s katerimi v šoli skupaj pridno vadimo. Moji prvošolci so bili letos najuspešnejši razred med prvošolci.
Na svoje učence in otroke sem zelo ponosna. Upam, da bodo v prihodnje še naprej tako hitri in zanesljivi pri računanju.

Alen Divjak, prof. mat,
poučuje matematiko od 6. do 9. razreda na OŠ Litija

Na Osnovni šoli Litija smo se prvič srečali s tekmovanjem Hitro in zanesljivo računanje v šolskem letu 2007/08. Od takrat naprej se je vsako leto število učencev povečevalo. Nekateri učenci so vzeli računanje kot igro, drugi bolj zagrizeni kot tekmovanje. Seveda se pri bolj vztrajnih računarjih pozna velik napredek v primerjavi z vrstniki, ki tega ne počnejo. Pri njih je velika hitrost računanja, manj storijo napak, manj uporabljajo pisno računanje, tudi pri samem pouku so s pomočjo utrjenih veščin računanja mnogokrat hitrejši. Hitro in zanesljivo računanje pomaga krepiti delovne navade. Delo, ki je potrebno za dosego uspehov, učence že zgodaj navaja na sprotno in redno delo, dan za dnem. Hitro in zanesljivo računanje krepi tudi medsebojna druženja. Če ni med vrstniki prehude tekmovalnosti, spoznavajo tudi prednosti druženja, pripadnost neki skupini, pa tudi povezovanja med vrstniki po celi Sloveniji.

[Slika 3] Tekmovalci 1. starostne skupine. Najboljši trije čepijo spredaj z belimi priznanji.

[Slika 4] Tekmovalci 2. starostne skupine. Najboljši trije čepijo spredaj z belimi priznanji.

Prva starostna skupina (1., 2. in 3. razred OŠ)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Tin Bevc Taraniš	OŠ Center Novo mesto	2.	13617
2.	Barbara Kropec	OŠ Majšperk	3.	11890
3.	Luka Gautam	OŠ Grm Novo mesto	3.	11387
4.	Luka Orel	OŠ Grm Novo mesto	3.	8607
5.	Filip Zver	OŠ Križevci	3.	8453
6.	Tim Bartelj	OŠ Grm Novo mesto	3.	8226
7.	Gašper Recek	OŠ Kobilje	3.	7980
8.	Jakob Nejc Ružič	OŠ I Murska Sobota	3.	7109
9.	Živa Berk	OŠ Grm Novo mesto	3.	6657
10.	Jaka Bukovec	OŠ Kobilje	3.	6521

[Preglednica 1] Uvrstitve v prvi starostni skupini

Druga starostna skupina (4. in 5. razred OŠ)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Rene Žižek	OŠ Tišina	4.	19216
2.	Lenart Frankovič	OŠ Gustava Šiliha Velenje	4.	14105
3.	Mark Gajšek	OŠ Marije Vere Kamnik	4.	13379
4.	Nika Zabukovšek	OŠ Blaža Kocena Ponikva	5.	13257
5.	Domen Jug	OŠ Sveta Trojica	5.	12212
6.	Matevž Hvala	OŠ Šmihel Novo mesto	4.	11049
7.	Amadej Vovk	OŠ Frana Metelka Škocjan	5.	9566
8.	Neža Dulc	OŠ Frana Metelka Škocjan	5.	8191
9.	Aleksander Hočevar	OŠ Frana Metelka Škocjan	5.	8010
10.	Žiga Vovk	OŠ Frana Metelka Škocjan	5.	6741
11.	Erik Červek Roškarič	OŠ Antona Ingoliča Spodnja Polskava	4.	6675

[Preglednica 2] Uvrstitve v drugi starostni skupini

[Slika 5] *Tekmovalci 3. starostne skupine. Najboljši trije čepijo spredaj z belimi priznanji.*

[Slika 6] *Tekmovalci 4. starostne skupine. Najboljši trije čepijo spredaj z belimi priznanji.*

Tretja starostna skupina (6. in 7. razred OŠ)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Urh Krafogel	OŠ Litija	7.	18275
2.	Tajana Vokić	OŠ Livade - Izola	6.	16558
3.	Marko Bjelčević	OŠ Litija	7.	15906
4.	Sinja Mežnar	OŠ Grm Novo mesto	7.	15039
5.	Matej Puš	OŠ Mirana Jarca Črnomelj	7.	14177
6.	Lucas Lozar	OŠ Mirana Jarca Črnomelj	7.	13692
7.	Meta Majcen	OŠ Sveti Tomaž	6.	11824
8.	Tim Vipavec	OŠ Belokranjskega odreda Semič	6.	10081
9.	Luka Orbanić	OŠ Vojke Šmuc Izola	6.	9992
10.	Žiga Laci	DOŠ Dobrovnik	6.	9845

[Preglednica 3] *Uvrstitve v tretji starostni skupini*

Četrta starostna skupina (8. in 9. razred OŠ)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Razred	Število točk
1.	Kaja Tuškei	OŠ Tišina	9.	23583
2.	Dominik Lozar	OŠ Mirana Jarca Črnomelj	9.	17339
3.	Domen Kočevar	OŠ Metlika	9.	13739
4.	Luka Skuhala	OŠ Ivana Cankarja Ljutomer	9.	12817
5.	Tadej Vozel	OŠ Litija	8.	11668
6.	Gašper Poljanšek	OŠ Domžale	9.	11011
7.	Mitja Barbo	OŠ Bršljin Novo mesto	8.	10478
8.	Niko Čergoli	OŠ Bakovci	9.	10188
9.	Niko Farič	OŠ Bakovci	8.	9767
10.	Nejc Šuklje	OŠ Metlika	9.	9427
11.	Eva Brudar	OŠ Grm Novo mesto	8.	9020
12.	Tilen Križanec	OŠ Majšperk	8.	6991

[Preglednica 4] *Uvrstitve v četrti starostni skupini*

Peta starostna skupina (srednješolci)

Uvrstitev	Ime in priimek	Šola	Letnik SŠ	Število točk
1.	Maša Juras	I. gimnazija v Celju	2.	18811
2.	Eugenija Janjoš	Srednja šola Črnomelj	2.	17263
3.	Samo Matjašič	Srednja šola Črnomelj	1.	13914
4.	Miha Friškovec	Vegova Ljubljana	3.	11249

[Preglednica 5] Uvrstitve v peti starostni skupini

[Slika 7] Tekmovalci 5. starostne skupine.

[Slika 8] Tekmovalca, ki sta se pomerila v 6. starostni skupini: Odrasli.

Šesta starostna skupina (odrasli)

Uvrstitev	Ime in priimek	Število točk
1.	Srečko Janjoš	15376
2.	Nusa Zagorc	13088

[Preglednica 6] Uvrstitve v šesti starostni skupini

δ Organizacija tekmovanja

Tekmovanje poteka v organizaciji Zavoda RS za šolstvo. Finale državnega tekmovanja vsako leto izvedejo člani državne tekmovalne komisije: Sonja Malnarič, Barbara Fir, Marjan Cerinšek, mag. Mojca Suban in mag. Sonja Rajh.

[Slika 9] Člani državne tekmovalne komisije.

Za pomoč pri izvedbi finala državnega tekmovanja in za brezplačno nudenje prostorov celotnega novega prizidka se zahvaljujemo Šolskemu centru Novo mesto.

ε Sklep

Želimo si, da bi spletno aplikacijo pri pouku matematike uporabljali tudi vi, zato vas vabimo, da se nam pridružite. Tako boste z učenci ob igri razvijali matematično in digitalno kompetenco.

Navodila o uporabi spletne aplikacije so objavljena na spletni strani tekmovanja http://sl.lefo.net/ pod Pravila in na spletni strani Zavoda RS za šolstvo (pot: ZRSŠ > Predmeti / Področja > Predmetne skupine > Matematika > TEKMOVANJA, neposredna povezava pa http://www.zrss.si/default.asp?rub=5494).

Vam in vašim učencem želimo obilo veselja z računanjem.

Ko delaš, delaj s srcem (pismo bralke)

When You Work, Work with Your Heart (a reader's letter)

Jana Dovnik
Osnovna šola
Ivana Cankarja, Ljutomer

Ne vem, ali bo to pisanje primerno za objavo v ugledni reviji Matematika v šoli, a bom kljub vsemu delila svoje razmišljanje z Vami.

Učiteljica matematike sem 26 let in moje mnenje je, da je ključnega pomena za priljubljenost samega predmeta in s tem tudi učenja matematike učitelj. Zelo rada imam svoj poklic in matematiko, in to čutijo tudi moji učenci, saj so mi zdaj že odrasli nekdanji učenci in učenke povedali, da so marsikaj pozabili iz šolskih klopi, ne bodo pa pozabili navdušenja, s katerim sem vstopala v razred in podajala snov.

To pomeni, da delam veliko na motivacijskem področju. Učenci pravijo, da se pri matematiki sprostijo. A je lahko slišati še kaj lepšega? Prepričana sem, da je strah pred matematiko, ki ga veliko učencev in učenk prinese od doma, ovira za učenje matematike. Pri svojem delu vedno izhajam iz predznanja učencev, in ravno to je tisto, kar daje čar našemu poklicu. Učenci te lahko vedno znova presenetijo in v današnjem času ogromno vedo. Nimajo radi frontalnega dela in predavanja, veliko raje sami odkrivajo, se pogovarjajo in debatirajo. Uspelo mi je, da se noben otrok ne boji povedati svojega odgovora, saj z vsako generacijo takoj na začetku razčistimo, da ima vsak človek pravico povedati svoje mnenje, ki je vredno spoštovanja, pa čeprav so kakšni odgovori napačni. Na napakah se učimo. Dajem jim možnost, da drug drugemu pojasnijo in utemeljijo svoje odgovore, sama pa jih usmerjam, spodbujam, motiviram.

Velik poudarek dajem tudi domačim nalogam. Veliko mnenj se je kresalo okoli njih, eni jih zagovarjajo, drugi ne. Tudi vsi učenci jih ne marajo. Zato jim skušam dopovedati, da se matematiko lahko naučiš učiti in domače naloge so prvi korak k uspešnemu učenju. Ne moti me, če je naloga narobe rešena – otrok se je trudil, ugotovil je, česa ne zna in lahko zaprosi za ponovno razlago. Mogoče je malo smešno, a za domače naloge jih »nagrajujem«, in to s »slončki«. To je čisto navadna štampiljka. Učenci dobijo žig za opravljeno nalogo – rešeno prav ali narobe. Marsikdo mi očita, da naloge učenci prepišejo in da so nagrajeni za prepisovanje. Ne rečem, da se to kdaj ne zgodi pri kakšnem učencu, a stavim na poštenost. Kdaj bomo učili otroke biti pošteni, če ne v mladosti, pa čeprav so zgledi v bližnji in širši okolici včasih drugačni.

Večkrat učence povprašam, kako se učijo matematiko, in najpogostejši odgovori so:

- Matematiko se ne moreš učiti, moraš jo razumeti.
- Pomagam si z rešenimi primeri in iščem podobnost.
- Naredim ogromno vaj.
- Delam domačo nalogo.

In ravno to zadnje se mi zdi najučinkovitejša pot. A domača naloga mora biti premišljeno dana in obvezno pregledana. V zadnjih letih sem ugotovila, da sem se glede domačih nalog precej spremenila. Nekoč sem dajala zelo veliko naloge, a zdaj ugotavljam, da je bistvo v kvaliteti, in ne kvantiteti. Učenci imajo raje manj nalog, in te naj bodo raznovrstne. Naloge diferenciram, da lahko vsak učenec nekaj reši. Predvsem učenci III. nivoja ne marajo tisoč podobnih primerov, in popolnoma se strinjam z njimi. Z opravljeno domačo nalogo dobim povratno informacijo, ali so učenci osvojili snov ali ne. Pri pregledu nalog učence spodbujam, da si ob nalogah, ki so jim povzročale težave, zapisujejo razlago oz. komentarje. Takšne opombe so dobrodošle pri samostojnem učenju in tega je treba učence naučiti.

Na šoli dajemo zelo velik poudarek bralnemu razumevanju, zato tudi pri matematiki učence navajamo, da se besedilnih nalog lotevajo premišljeno, da s svojimi besedami obnovijo prebrano, podčrtujejo podatke, razmišljajo o potrebnih in zadostnih podatkih, ocenijo rezultat, razmislijo o smiselnosti odgovora. Trudimo se, da so naloge čim bolj raznovrstne. V študijskih skupinah dobimo veliko uporabnih nalog, ki jih lahko pri pouku s pridom uporabimo.

Moje razmišljanje pa bi sklenila z željo, da bi se v prihodnosti bolj povezale osnovne in srednje šole, da bi več sodelovali med seboj.

Seminarji za učitelje matematike v šolskem letu 2014/15

Seminarji so objavljeni v:

- **Katalogu programov nadaljnjega izobraževanja in usposabljanja strokovnih delavcev v vzgoji in izobraževanju – KATIS**, ki je dostopen na spletni strani Ministrstva za šolstvo in šport http://lim1.mss.edus.si/katis/default.aspx
  ali v
- **Zavodovem katalogu nadaljnjega izobraževanja in usposabljanja** za šolsko leto 2014/15, ki je dostopen na spletni strani Zavoda RS za šolstvo http://www.zrss.si/?rub=211.

Seznam seminarjev:

- **Sestavljam pisni preizkus znanja iz matematike v OŠ**
  Informacije: Jerneja Bone, jerneja.bone@zrss.si, 05 330 80 78
- **Druge oblike vrednotenja znanja pri matematiki v OŠ**
  Informacije: Sonja Rajh, sonja.rajh@zrss.si; 02 539 11 72
- **Modeli poučevanja z i-učbeniki**
  Informacije: Amela Sambolić Beganović, amela.Sambolic-Beganovic@zrss.si; 041 697 033
- **Učinkovito in smiselno izrabimo e-vsebine, tehnološka orodja in programe pri pouku matematike**
  Informacije: Mateja Sirnik, mateja.sirnik@zrss.si, 04 280 29 22
- **Poklicna matura iz matematike**
  Informacije: Mojca Suban, mojca.suban@zrss.si, 07 371 91 95
- **Načrtovanje in oblikovanje preizkusov znanja pri matematiki na razredni stopnji**
  Informacije: Vesna Vršič, vesna.vrsic@zrss.si, 02 539 11 75

Napovednik tematske številke

Osrednja tema 21. letnika revije Matematika v šoli bo

»UČENCU S TEŽAVAMI ZNAM POMAGATI«.

V osnovnošolskih in srednješolskih razredih so učenci, ki potrebujejo dodatno podporo in skrb. V enem od prejšnjih letnikov smo namenili posebno pozornost nadarjenim, v prihajajočem, 21. letniku, se želimo posvetiti učencem s težavami na različnih področjih učenja. Publikacija **Koncept dela – učne težave v osnovni šoli**, ki ga ima prav gotovo vsaka šola v tiskani obliki, je pa tudi prosto dostopna na spletni strani Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport (pot: **http://www.mizs.gov.si/** ➔ Delovna področja ➔ Urad za razvoj izobraževanja ➔ Učne težave) definira in opiše različne učne težave ter predstavi izvirni delovni projekt pomoči.

Učitelji se srečujete z novimi izzivi pri vašem pedagoškem delu in iščete poti, kako take učence odkriti in jim nuditi ustrezno podporo.

Delite z nami vaše rešitve.

- Na kakšne načine nudite podporo učencem, ki imajo težave pri pouku matematike?
- Kako prilagajate učna gradiva učencem s težavami (gluhi, naglušni, slepi, slabovidni, učenci z diskalkulijo…)?
- Opišite in predstavite učni pripomoček, ki ste ga izdelali sami za pomoč učencem.

Rok za oddajo prispevkov

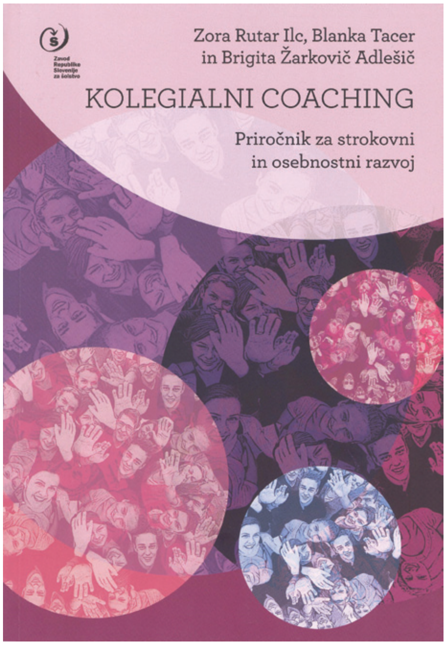
Vaše prispevke na zgoraj opisano tematiko pričakujemo v nekaj mesecih, najkasneje pa **do 15. januarja 2015**. Morebitna vprašanja lahko naslovite na e-naslov urednice Jerneje Bone (**jerneja.bone@zrss.si**) ali jo pokličete po telefonu 05 330 80 78. Lahko pa kontaktirate tudi s katerim od ostalih članov uredniškega odbora.

Zora Rutar Ilc, Blanka Tacer in Brigita Žarkovič Adlešič

KOLEGIALNI COACHING

Priročnik za strokovni in osebnostni razvoj

2014, ISBN 978-961-03-0148-6, 216 str., 27,70 €



Knjiga je namenjena ravnateljem, učiteljem in drugim strokovnim delavcem v šolstvu, ki želijo aktivno prispevati k medsebojnemu razumevanju, dobri komunikaciji, kakovostnim odnosom in spodbudni klimi. Osrednje izhodišče za to je uporaba pristopov kot so aktivno poslušanje, zastavljanje dobrih vprašanj (za raziskovanje in reševanje problemov in izzivov), spodbujanje k aktivnosti in izmenjevanje konstruktivne povratne informacije. Knjiga prinaša zanimive ideje, orodja, primere pogovorov, refleksije učiteljev in ravnateljev, ki so že izkusili coaching ali pričeli sami uporabljati nekatere veščine coachinga, bralca pa s številnimi namigi in vajami spodbuja tudi k aktivnemu preizkušanju nekaterih od njih. S pomočjo veščin kolegialnega coachinga je v kolektivu možno uvesti ali okrepiti kulturo dialoga in osredotočenega medsebojnega podpiranja.

Dodana vrednost kolegialnega coachinga v šolstvu skozi oči udeležencev seminarjev:

»S takimi pogovori se lahko kolegi učinkovito podpiramo med seboj in presežemo tarnanje in deljenje nasvetov.«

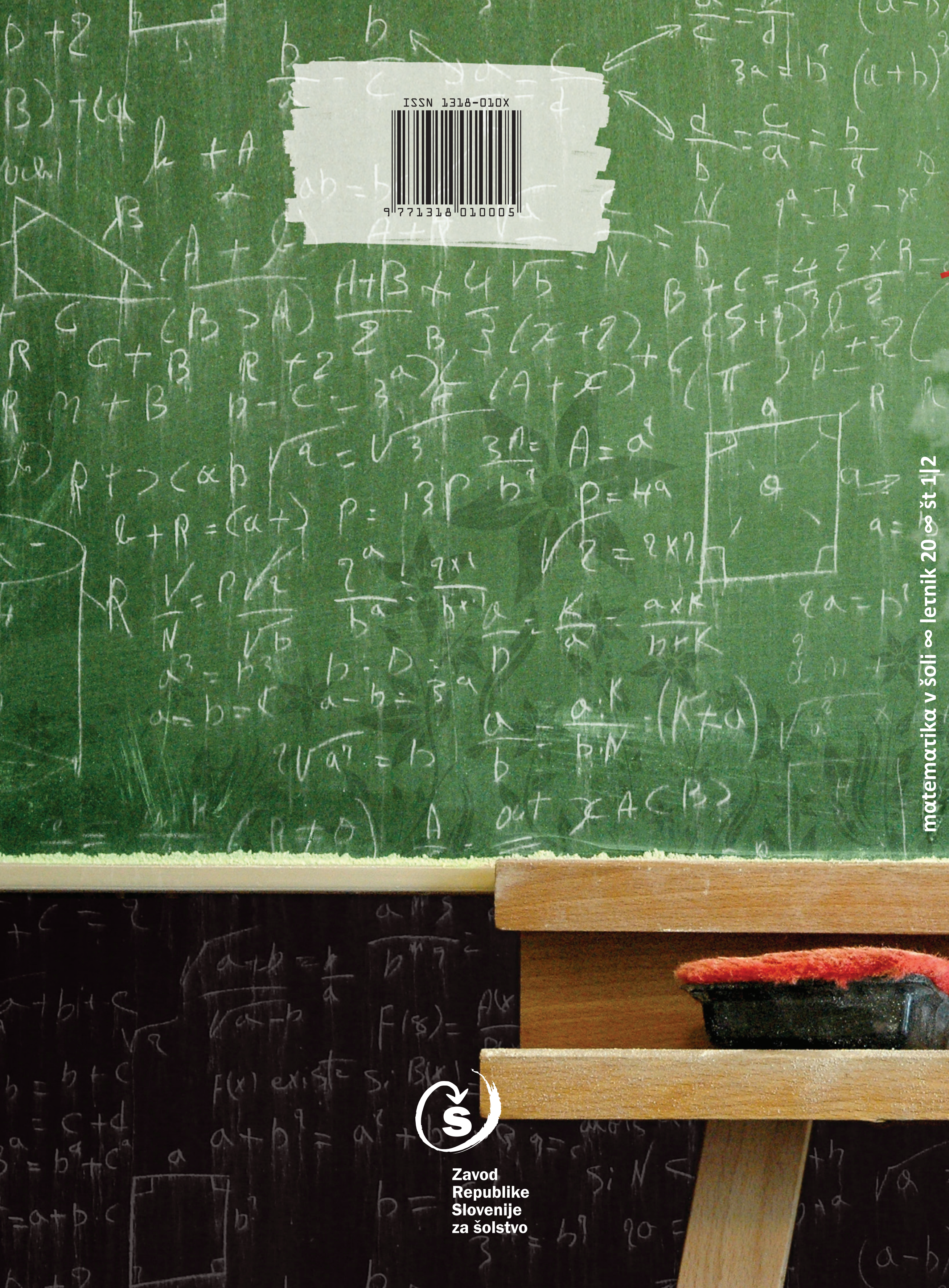
»Dobrodošla metoda tudi za konstruktivne pogovore s starši in učenci.«

»Ravnatelji lahko s pomočjo coaching veščin izpeljemo še bolj poglobljene individualne razgovore.«

In nenazadnje malo za šalo, predvsem pa zares: cela vrsta udeležencev seminarjev je elemente pristopa uspešno preizkusila tudi z domačimi in s prijatelji.

UČNE TEŽAVE
PRI MATEMATIKI IN SLOVENŠČINI – IZZIV ZA UČITELJE IN UČENCE

Publikacija je dostopna v digitalni knjižnici ZRSŠ
http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/.



ISSN 1318-010X
9 771318 010005

Zavod Republike Slovenije za šolstvo