

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 15 (1987/1988)

Številka 1

Strani 22-27

Janez Strnad:

ZAČETKI MERJENJA V ASTRONOMIJI – ARISTARH IN ERATOSTEN

Ključne besede: astronomija.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/15/869-Strnad-Aristarh.pdf>

© 1987 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ASTRONOMIJA

ZAČETKI MERJENJA V ASTRONOMIJI – ARISTARH IN ERATOSTEN

Kolikšna je oddaljenost Lune? Okoli 384 tisoč kilometrov. Kako so jo določili? Z laserjem so posvetili skozi velik daljnogled na mačje oko, ki so ga na Luni postavili vesoljci. Po času potovanja bliska tja in nazaj so izračunali razdaljo na dobrih deset centimetrov natančno. Kolikšna je oddaljenost Sonca? Okoli 150 milijonov kilometrov. Kako so jo določili? Zemlja je 1,38-krat bolj oddaljena od Sonca (slika 5) kot Venera. Oddaljenost Venere so izmeril tako, da so usmerili nanjo radarske valove in zaznali šibke odbite valove. Po času potovanja sunka radarskih valov so določili oddaljenost Venere od Zemlje, z njo oddaljenost Venere od Sonca in naposled še oddaljenost Sonca od Zemlje na del kilometra natančno. Do teh podatkov so prišli v zadnjem času, potem, ko se je močno razvila merilna tehnika. Kako pa so določili oddaljenosti nekdaj? Vprašanje iz zgodovine astronomije je pomembno tudi za razumevanje razvoja astronomije in fizike.

Prav ponavljajoči se pojavi na nebu so napeljali ljudi, da so začeli podrobneje opazovati naravo in napovedovati pojave. Niso se več zadovoljili z mislijo, da naravo ureja volja bogov. Pomembno vlogo je imel tudi razvoj matematike, saj brez nje ni mogoče zanesljivo napovedovati pojavov. Le številske napovedi je namreč mogoče primerjati z opazovanji in merjenji in ugotoviti, katera napoved se bolje prilega merjenjem in katera slabše. Tako je mogoče izločiti slabše napovedi, ki izhajajo iz slabših teorij, in obdržati boljše. Izbiranje te vrste je značilno za naravoslovje.

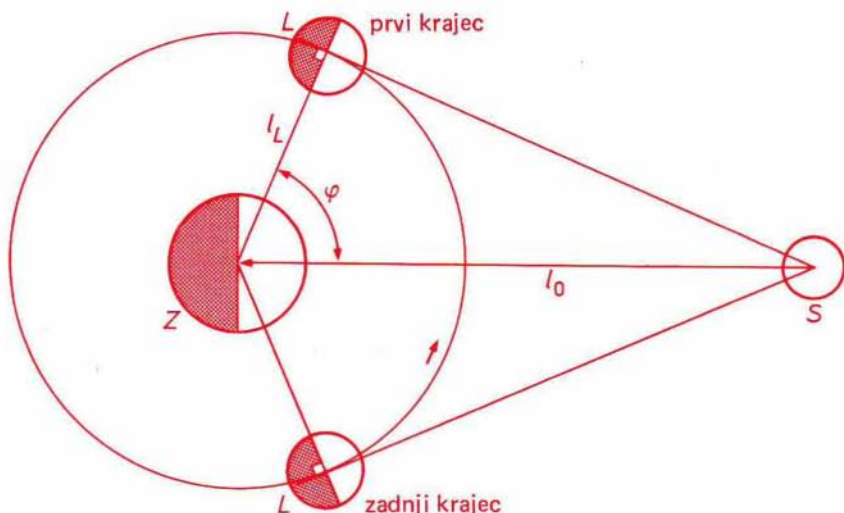
Ni težko razumeti, da se je začelo naravoslovje z astronomijo in da so bila prva merjenja astronomska. Ljudje so nekdaj živeli v tesnem stiku z naravo in so vsako jasno noč lahko opazovali zvezdnato nebo. S pojavi na nebu so si pomagali pri merjenju časa in koledarju in — pri napovedovanju usode. Pri tem so vsaj na začetku shajali brez posebnih merilnih naprav. Dandanes, ko se nam zdi natančno merjenje nepogrešljiva sestavina fizike, radi pozabimo na njegove začetke v astronomiji in geometriji.

Prehod od kvalitativnega gledanja, pri katerem opišemo pojave le z besedami, do kvantitativnega gledanja, ko vztrajamo pri merjenju in podrobnem opisu s števili, zagotovo ni bil ne kratek ne lahek. V prehodnem obdobju, ko se niso več zadovoljili z besednim opisovanjem, a še niso obvladali merjenja, so poskusili količine ocenjevati. Čeprav so bili dobljeni rezultati nenatančni, so velikopo-

menili kot prvi korak. Pogosto so tudi približni izidi omogočili globlji vpogled.

Kot zgled za ta prehod omenimo delo enega od najznamenitejših starogrških astronomov *Aristarha s Samosa* (od leta 310 do okoli 230 pred našim štetjem). Aristarh, ki je deloval v Aleksandriji, je določil oddaljenosti Lune in Sonca ter radija Lune in Sonca v razmerju do radija Zemlje. S tem je naredil velik korak naprej in se je dokopal do nove slike Osončja.

Sledimo Aristarhu in določimo najprej razmerje med oddaljenostjo Sonca l_0 in oddaljenostjo Lune l_L . Pri tem vzemimo, da Luna enakomerno kroži okoli Zemlje, kar ni čisto res. Luna potrebuje za en obhod okoli Zemlje 27 dni (natančneje 27,3 dneva), če ugotavljamo njeno lego glede na zvezde. Ob prvem in zadnjem kraju, ko deli osvetljeni del Lune od neosvetljenega ravna črta, sta zveznici Sonca in Lune ter Zemlje in Lune pravokotni druga na drugo. Zaradi končne oddaljenosti Sonca od Zemlje pa Luna ob prvem in zadnjem kraju ne leži na nasprotnih straneh Zemlje (slika 1). Med prvim in zadnjim krajem poteče zato malo daljši čas kot med zadnjim in prvim. Aristarh je ocenil razliko na 1 dan tako, da bi med prvim in zadnjim krajem poteklo 14 dni, med zadnjim in prvim pa 13. Če ustreza obhodu Lune, to je 27 dnev, polni kot 360° ,



Slika 1. Čas med prvim in zadnjim krajcem je za δt večji od časa med zadnjim in prvim krajcem Lune. Kot med zveznico Zemlje in Lune ter zveznico Zemlje in Sonca meri $\varphi = (1/2) \cdot 180^\circ (1 - \delta t/t_0)$, če je t_0 obhodni čas Lune. Aristarh je dobil za razmerje $l_0/l_L = 1/\cos\varphi$ 18 do 20. V resnici je razmerje tako veliko in kot φ tako blizu 90° , da ju ni mogoče izmeriti na opisani način. Ta risba in druge risbe niso narisane v pravem merilu.

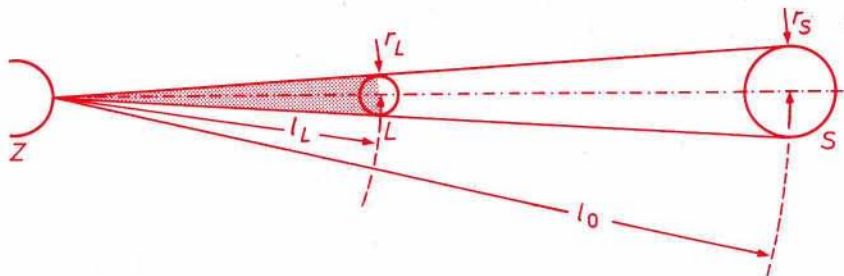
ustreza času med zadnjim in prvim krajcem, to je 13 dnev, kot $360^\circ \cdot 13/27 = 173^\circ$. Pravokotni trikotnik s polovico tega kota, to je 87° , ima hipotenuzo 19-krat daljšo od katete. Vse podatke smo zaokrožili, zato je rezultat samo približen. Aristarh se je tega zavedal in je za razmerje l_0/l_L navedel 18 do 20.

Aristarhov rezultat lahko izrazimo še drugače. O prvem ali zadnjem kraju tvori zveznica Zemlja–Luna z zveznico Zemlja–Sonce kot 87° . V resnici meri ta kot $89,85^\circ$, torej samo $0,15^\circ$ manj od pravega kota, in ga je celo s sodobnimi napravami izredno težko naravnost izmeriti. Čas med zadnjim in prvim krajcem je le za 0,046 dneva ali za dobro uro krajši od časa med prvim in zadnjim krajcem. Aristarh ni mogel natančno določiti trenutka, ko je bila meja med osvetljenim in neosvetljenim delom Lune ravna črta. Zato ne preseneča mnogo premajhno razmerje l_0/l_L , ki ga je navedel.

V drugem koraku upoštevajmo, da se zdita Sonce in Luna enako velika. Njun premer vidimo pod približno enakih kotom. Iz tega izhaja spoznanje, da sta radija Sonca r_0 in Lune r_L v enakem razmerju kot njuni oddaljenosti. Potemtakem je po Aristarhovo radij Sonca dvajsetkrat večji od radija Lune: $r_0/r_L = 20$ (slika 2).

Po tej poti lahko določimo razmerje $r_0/L_0 = r_L/l_L$, če izmerimo kot, pod katerim vidimo radij Sonca ali Lune. Aristarh je ocenil ta kot na 1° . Temu kotu ustreza v ločni meri $2\pi \cdot 1^\circ/360^\circ = 0,017$, tako da je $r_0/l_0 = r_L/l_L = 0,017$. Ni težko ugotoviti, da vidimo premer Lune ali Sonca pod kotom okoli $0,5^\circ$ in radij Lune ali Sonca pod kotom $0,25^\circ$. Aristarh je kot kar štirikrat precenil. To kaže tudi na njegov odnos do merjenja. Zares pa je Arhimed poročal, da je menda Aristarh pozneje popravil podatek na $0,25^\circ$.

V tretjem koraku določimo razmerje med radijem Zemlje in radijem Lune. Pri popolnem Luninem mrku je Aristarh meril čas potovanja Lune čez Zemlji-



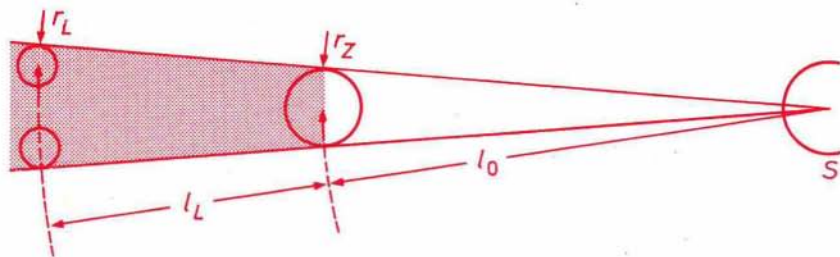
Slika 2. Premer Sonca in premer Lune vidimo z Zemlje pod približno enakim kotom. Aristarh je navedel štirikrat prevelik kot 1° in je dobil $r_0/l_0 = r_L/l_L = 2\pi \cdot 1^\circ/360^\circ = 0,017$.

no senco in čas, ki ga je prebila Luna v Zemljini senci. Po tem je ugotovil, da je Zemljina senca 8/3-krat tolikšna kot Luna. Iz tega izhaja, da je radij Zemlje približno 8/3-krat večji od radija Lune: $r_Z/r_L = 8/3$ (slika 3). Tako je Aristarh lahko narisal "zemljevid" Osončja z Zemljo, Soncem in Luno. Le merila ni mogel navesti, saj ni poznal nobene oddaljenosti ali radija.

	Aristarhova vrednost	današnja vrednost
r_L/r_Z	$3/8 = 0,38$	0,272
$l_L/r_Z = (l_L/r_L)(r_L/r_Z)$	$0,38/0,017 = 22$	60,3
$l_0/r_Z = (l_0/l_L)(l_L/r_Z)$	$20 \cdot 22 = 440$	23480
$r_0/r_Z = (r_0/l_0)(l_0/r_Z)$	$0,017 \cdot 440 = 7$	109

Aristarh je več kot 15-krat podcenil velikost Sonca in več kot 50-krat njegovo oddaljenost. Kljub temu sta ga najbrž prav njegova rezultata za velikost in oddaljenost Sonca napeljala na misel, da kroži Zemlja okrog precej večjega Sonca in ne Sonce okrog Zemlje, kakor so mislili dotlej. Aristarh je bil prvi od znanih astronomov, ki je poskušal utemeljiti *heliocentrično sliko* z mirujočim Soncem in gibajočo se Zemljo. Slika se je zdela za tiste čase tako nenavadna, da je niso resno upoštevali več kot osemnajst stoletij, dokler je ni povzel Nikolaj Kopernik. Aristarh se najbrž ne bi dokopal do nje, če si ne bi prizadeval dobiti približnih številskih podatkov. (V knjigah najdemo različne vrednosti za Aristarhove rezultate. Navsezadnje je tudi to povezano z njegovim odnosom do številskih rezultatov.)

Aristarhovo delo je dopolnil *Eratosten* (od leta 276 do 194 pred našim štetjem), ki je prav tako delal v Aleksandriji. Določil je radij Zemlje in s tem uvedel merilo v Aristarhov "zemljevid". Opišimo na kratko Eratostenovo skle-



Slika 3. Pri popolnem Luninem mrku je po času, ki ga Luna prebije v Zemljini senci, Aristarh sklepal, da je Zemljina senca na kraju Lune približno 8/3-krat tolikšna kot Luna. Iz zveze $(2r_Z/l_0)(l_0 + l_L) = 2r_L \cdot 8/3$ sledi približno $r_Z = 8 r_L/3$.

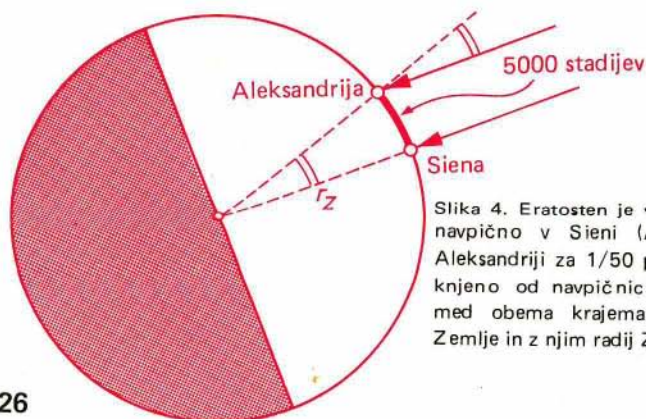
panje. Kot upravnik aleksandrijske knjižnice je zasledil podatek, da v Sieni, današnjem Asuanu v Egiptu, na najdaljši dan leta Sonce opoldne posveti v globok vodnjak. Ugotovil je, da v Aleksandriji na ta dan sončni žarki tvorijo z navpičnico kot, ki meri $1/50$ polnega kota. Ker leži Siena približno na istem poldnevniku kot Aleksandrija, je bilo treba le še poznati njeno oddaljenost od Siene. Potniki, ki so prehodili to pot, so navedli zanjo dolžino 5000 stadijev. To so ugotovili po času potovanja, ker so vedeli, kolikšno razdaljo so prehodili na uro.

Ker je Sonce zelo daleč od Zemlje, smemo vzeti, da so njegovi žarki v Sieni in Aleksandriji vzporedni. Tako meri središčni kot med Sieno in Aleksandrijo prav tako $1/50$ polnega kota. Ker ustreza temu kotu razdalja 5000 stadijev, ustreza obsegu poldnevnik 50.5000 = 250 000 stadijev (slika 4).

Eratostenov sodobnik Arhimed je določil število π , to je razmerje med obsegom in premerom kroga. Tako je bilo mogoče po Eratostenovem rezultatu izračunati radij Zemlje: $250\,000 \text{ stadijev} / 2\pi = 40\,000 \text{ stadijev}$ in izraziti Aristarhove podatke s stadiji.

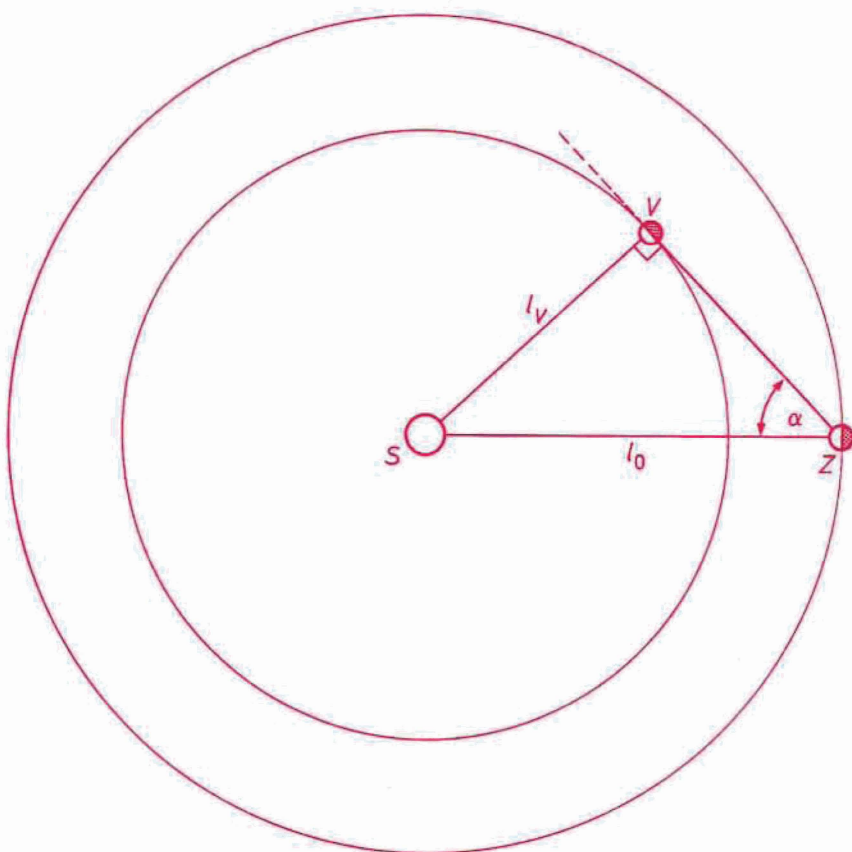
Del poldnevnik so pozneje večkrat premerili. Skrbno so to storili potem, ko so se dogovorili, da naj meri poldnevnik 40 000 000 metrov, in s tem vpeljali meter. Radij Zemlje meri torej $40\,000 \text{ km} / 2\pi = 6370 \text{ km}$. Žal ne moremo povedati, kako natančen je bil Eratostenov rezultat, ker je bilo v rabi več vrst stadijev. Če je Eratosten uporabil običajni olimpijski stadij, je bil rezultat za kakih 20% prevelik. Če pa je imel v mislih krajši stadij, je zadel pravi rezultat na 1%. Toda to bi bilo treba pripisati srečnemu naključju, ker Aleksandrija in Siena pač ne ležita na istem poldnevniku.

Dosežki Aristarha in tudi Eratostena zbuja jo spoštovanje še dandanes, ko



Slika 4. Eratosten je vedel, da sije Sonce navpično v Sieni (Asuanu), ko sije v Aleksandriji za $1/50$ polnega kota odmaknjeno od navpičnice. Z znano razdaljo med obema krajema je določil obseg Zemlje in z njim radij Zemlje.

Slika 5. V uvodu omenjenega razmerja oddaljenosti Zemlje od Sonca l_0 in Venere od Sonca l_V ni težko določiti. Venera, ki je bliže Sonca kot Zemlja, se oddalji od smeri Sonca največ za kot $\alpha = 46,3^\circ$, tako da je $l_0/l_V = 1/\sin \alpha = 1,38$.



smo se navzeli kvantitativnega gledanja. Začetnikom takega gledanja v astronomiji radi volje spregledamo to, da so navedli nekatere dokaj nenatančne rezultate.

Janez Strnad