Jahresbericht

der

Staats-Ober-Realschule

in Laibach

für das Schuljahr 1882.

Veröffentlicht durch die Direction.

Laibach 1882.

Buchdruckerei von Ig. v. Kleinmayr & Fed. Bamberg.

Verlag der Staats-Ober-Realschule.

Jahresbericht

der

Staats-Ober-Realschule

in Laibach

für das Schuljahr 1882.

Veröffentlicht durch die Direction.

Laibach 1882.

Buchdruckerei von Ig. v. Kleinmayr & Fed. Bamberg.

Verlag der Staats-Ober-Realschule.

Inhalt.

Bestimmung der Krümmungslinien einiger Oberflächen.

In seinen an der Prager philosophischen Facultät abgehaltenen Vorlesungen über Curven und Flächen im Raume hat Herr Prof. *Dr. Durège* die Bestimmung der Krümmungslinien des dreiachsigen Ellipsoides nach einer Methode durchgeführt, welche den Vortheil bietet, dass durch dieselbe die Gleichungen der Projectionen der Krümmungslinien als Resultate der Integration sich ergeben. Dadurch erhalten die gewonnenen Gleichungen grosse Anschaulichkeit. Es schien dem Verfasser dieser Zeilen nicht uninteressant zu sein, die oben erwähnte Methode in dem vorliegenden Aufsatze auf einige andere Oberflächen zweiter Ordnung und die gemeine Schraubenfläche in Anwendung zu bringen.

I. Das einschalige Hyperboloid.

Die unserer Untersuchung zugrunde gelegte Gleichung desselben ist:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1.)$$

Zieht man auf dieser Fläche eine Curve, so müssen die Coordinaten aller Punkte dieser Linie der gegebenen Flächengleichung genügen. Seien x, y, z die Coordinaten eines Punktes und $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ die eines benachbarten Punktes der fraglichen Curve, so muss auch

$$\frac{(x + dx)^2}{a^2} + \frac{(y + dy)^2}{b^2} - \frac{(z + dz)^2}{c^2} - 1 = 0$$

sein. Daraus ergibt sich die reducierte Gleichung, wenn die unendlich kleinen Grössen zweiter Ordnung weggelassen werden:

$$\frac{2x\,dx}{a^2} + \frac{2y\,dy}{b^2} - \frac{2z\,dz}{c^2} = 0,$$

woraus durch Division mit ds, wo ds das Bogenelement bezeichnet, resultiert:

$$\frac{x}{a^2} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{y}{b^2} \cdot \frac{dy}{ds} - \frac{z}{c^2} \cdot \frac{dz}{ds} = 0.$$

Sind nun $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ die Richtungscosinusse der Tangente der in Betracht stehenden Curve in x, y, z, so ist

$$\cos\alpha = \frac{dx}{ds}, \quad \cos\beta = \frac{dy}{ds}, \quad \cos\gamma = \frac{dz}{ds} \ldots\ldots\ldots 2.)$$

und $$\frac{x}{a^2}\cos\alpha + \frac{y}{b^2}\cos\beta - \frac{z}{c^2}\cos\gamma = 0 \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; 3.)$$

Ist im allgemeinen die Gleichung einer Fläche in der Form $F(x, y, z)$ gegeben, so sind bekanntlich die Richtungscosinusse $\cos\lambda$, $\cos\mu$, $\cos\nu$ der Flächennormale in x, y, z gegeben durch:

$$\cos\lambda = \frac{\frac{dF}{dx}}{w}, \quad \cos\mu = \frac{\frac{dF}{dy}}{w}, \quad \cos\nu = \frac{\frac{dF}{dz}}{w},$$

wo $$w = \sqrt{\left(\frac{dF}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dz}\right)^2}$$

ist. Soll ferner die auf der Fläche durch x, y, z gezogene Curve ein Normalschnitt sein, so muss

$$\varrho\frac{d\cos\alpha}{ds} = \cos\lambda, \quad \varrho\frac{d\cos\beta}{ds} = \cos\mu, \quad \varrho\frac{d\cos\gamma}{ds} = \cos\nu$$

sein, wo ϱ den Krümmungsradius in (x, y, z) bezeichnet.

In unserem Falle ist

$$\frac{dF}{dx} = \frac{2x}{a^2}, \quad \frac{dF}{dy} = \frac{2y}{b^2}, \quad \frac{dF}{dz} = -\frac{2z}{c^2},$$

und $$w = \pm\sqrt{\left(\frac{2x}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{2y}{b^2}\right)^2 + \left(\frac{2z}{c^2}\right)^2}$$ daher

$$\varrho\frac{d\cos\alpha}{ds} = \frac{2x}{a^2}\cdot\frac{1}{w}, \quad \varrho\frac{d\cos\beta}{ds} = \frac{2y}{b^2}\cdot\frac{1}{w}, \quad \varrho\frac{d\cos\gamma}{ds} = -\frac{2z}{c^2}\cdot\frac{1}{w}.$$

Um über die positive und negative Richtung der Normale eine Entscheidung zu treffen, wollen wir annehmen, dass die Richtung nach jenem Theile des Raumes positiv zu nehmen sei, in welchem die betrachtete Function einen positiven Wert erhält. Da der Krümmungsradius ϱ absolut zu nehmen ist, so wird dem w bald das positive, bald das negative Vorzeichen zu geben sein. Setzen wir $\varepsilon = \pm 1$, so erhalten wir somit:

$$\frac{d\cos\alpha}{ds} = \frac{2x}{a^2}\cdot\frac{\varepsilon}{w.\varrho}, \quad \frac{d\cos\beta}{ds} = \frac{2y}{b^2}\cdot\frac{\varepsilon}{w.\varrho}, \quad \frac{d\cos\gamma}{ds} = -\frac{2z}{c^2}\cdot\frac{\varepsilon}{w.\varrho} \; \ldots \; 4.)$$

Differenziert man die Gleichung 3.), so erhält man:

$$\frac{x}{a^2}d\cos\alpha + \frac{y}{b^2}d\cos\beta - \frac{z}{c^2}d\cos\gamma + \frac{\cos\alpha}{a^2}dx + \frac{\cos\beta}{b^2}dy - \frac{\cos\gamma}{c^2}dz = 0$$

und durch Division ds und mit Berücksichtigung von 2.) und 4.):

$$\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right)\frac{2\varepsilon}{w.\varrho} + \frac{\cos^2\alpha}{a^2} + \frac{\cos^2\beta}{b^2} - \frac{\cos^2\gamma}{c^2} = 0$$

und $$\frac{\varepsilon w}{2\varrho} = -\left(\frac{\cos^2\alpha}{a^2} + \frac{\cos^2\beta}{b^2} - \frac{\cos^2\gamma}{c^2}\right).$$

Setzen wir zur Abkürzung $-\frac{\varepsilon w}{2} = \frac{1}{h'}$, so erhält die Gleichung die Form:

$$\frac{1}{h'\varrho} = \frac{\cos^2\alpha}{a^2} + \frac{\cos^2\beta}{b^2} - \frac{\cos^2\gamma}{c^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5.)$$

Es müssen die Winkel α, β, γ aber dem Maximum und Minimum von ϱ entsprechen, wenn sie die Winkel der Tangenten der Krümmungslinien in x, y, z sein sollen. Differenziert man daher die Gleichung 5.) und beachtet, dass α, β, γ der Gleichung 3.) genügen müssen und

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

ist, so erhält man folgendes Gleichungssystem:

$$\tfrac{1}{2} d\left(\frac{1}{h'\varrho}\right) = \frac{\cos\alpha\, d\cos\alpha}{a^2} + \frac{\cos\beta\, d\cos\beta}{b^2} - \frac{\cos\gamma\, d\cos\gamma}{c^2}$$

$$0 = \frac{x}{a^2} d\cos\alpha + \frac{y}{b^2} d\cos\beta - \frac{z}{c^2} d\cos\gamma$$

$$0 = \cos\alpha\, d\cos\alpha + \cos\beta\, d\cos\beta + \cos\gamma\, d\cos\gamma.$$

Multipliciert man die zweite und dritte Gleichung mit den unbestimmten Grössen $-m$ und $-n$, so kann man diese so wählen, dass

$$\left.\begin{aligned} \frac{\cos\alpha}{a^2} &= \frac{mx}{a^2} + n\cos\alpha \\ \frac{\cos\beta}{b^2} &= \frac{my}{b^2} + n\cos\beta \\ -\frac{\cos\gamma}{c^2} &= -\frac{mz}{c^2} + n\cos\gamma \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6.)$$

ist. Durch Multiplication dieser Gleichungen mit $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ ergibt sich mit Berücksichtigung von 3.)

$$n = \frac{1}{h'\varrho}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichungen 6.) ein, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{h'\varrho m x}{h'\varrho - a^2} \\ \cos\beta &= \frac{h'\varrho m y}{h'\varrho - b^2} \\ \cos\gamma &= \frac{h'\varrho m z}{h'\varrho + c^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7.)$$

Um den Maximal- und Minimalwert von ϱ zu finden, setze man diese Werte in 3.) ein. Daraus resultiert:

$$\frac{x^2}{(h'\varrho - a^2)a^2} + \frac{y^2}{(h'\varrho - b^2)b^2} - \frac{z^2}{(h'\varrho - c^2)c^2} = 0.$$

Dass dieser quadratischen Gleichung zwei reelle Werte für ϱ entsprechen, kann man, ohne die Gleichung aufzulösen, durch folgende Untersuchung erörtern, wobei zu unterscheiden ist, ob dem h' positive oder negative Werte beizulegen sind. Setzen wir h' positiv voraus, führen für den nun nur positive Werte enthaltenden Ausdruck $h'\varrho$ die Grösse t ein und machen die die Allgemeinheit nicht beeinträchtigende Voraussetzung $a > b$, so ist der Ausdruck

$$f(t) \equiv \frac{x^2}{(t-a^2)a^2} + \frac{y^2}{(t-b^2)b^2} - \frac{z^2}{(t+c^2)c^2} = 0 \quad \ldots\ldots \quad 8.)$$

zu untersuchen.

Sei $t = b^2 \pm \delta$; wo δ eine variable Grösse ist, welche der Null beliebig nahe gebracht werden kann, so wird 8.)

$$f(b^2 \pm \delta) = \frac{x^2}{(b^2 - a^2 \pm \delta)a^2} + \frac{y^2}{(\pm\delta)b^2} - \frac{z^2}{(b^2 \pm \delta + c^2)c^2}.$$

Für $\delta = +0$ wird $f(t) = +\infty$; für $\delta = -0$ wird $f(t) = -\infty$.

Setzt man aber $t = a^2 \pm \delta$, so erhält man:

$$f(a^2 \pm \delta) = \frac{x^2}{(\pm\delta)a^2} + \frac{y^2}{(a^2 \pm \delta - b^2)} - \frac{z^2}{(a^2 \pm \delta + c^2)c^2}.$$

Für $\delta = +0$ wird $f(t) = +\infty$; für $\delta = -0$ wird $f(t) = -\infty$.

$f(t)$ durchläuft daher, wenn t von b^2 bis a^2 wächst, alle Werte von $+\infty$ bis $-\infty$; es wird daher für einen zwischen a^2 und b^2 gelegenen Wert von t $f(t)$ den Wert 0 annehmen.

Für $t > a^2$ bleibt $f(t) > 0$; für $b^2 > t \geq 0$ bleibt $f(t) < 0$.

Gibt man den t negative Werte und setzt $t = -t'$, so ist t' positiv und 8.) verwandelt sich folgendermassen:

$$f(t) \equiv -\frac{x^2}{(t'+a^2)a^2} - \frac{y^2}{(t'+b^2)b^2} + \frac{z^2}{(t'-c^2)c^2}.$$

Setzt man $t' = c^2 \pm \delta$, so erhält man:

$$f(c^2 \pm \delta) = -\frac{x^2}{(c^2 \pm \delta + a^2)a^2} - \frac{y^2}{(c^2 \pm \delta + b^2)b^2} + \frac{z^2}{(\pm\delta)c^2}.$$

Für $\delta = +0$ wird $f(t') = +\infty$; für $\delta = -0$ wird $f(t') = -\infty$.

Es erhält daher $f(t)$ für $c^2 > t' \gtreqless 0$ immer negative Werte. Es wird daher der zweite reelle Wert für t', für welchen $f(t) = 0$ ist, grösser als c^2 sein.

Da, wie die vorstehende Untersuchung gelehrt hat, die eine Wurzel der Gleichung 8.) positiv, die andere negativ ist, so existieren keine Kreispunkte auf dem einschaligen Hyperboloide, jedoch existieren Punkte, in denen die Hauptkrümmungsradien entgegengesetzt gleich sind.

Um den Ort derselben zu finden, verfährt man folgendermassen: Die Gleichung 8.) kann auch geschrieben werden:

$$x^2(t-a^2)(t+c^2)b^2c^2 + y^2(t-a^2)(t+c^2)a^2c^2 - z^2(t-a^2)(t-b^2)a^2b^2 = 0.$$

Sollen die Wurzeln gleich, aber entgegengesetzt sein, so muss der Coëfficient der ersten Potenz von t verschwinden; daher

$$x^2(c^2-b^2)b^2c^2 + y^2(c^2-a^2)a^2b^2 + z^2(a^2+b^2)a^2b^2 = 0.$$

Verbindet man diese Gleichung mit der Gleichung 1.), so erhält man durch eine leichte Rechnung die Gleichungen der Projectionen der Curve, auf welcher die betrachteten Punkte liegen, wie folgt:

$$\frac{x^2}{\frac{a^2(a^2+b^2)}{a^2+c^2}} + \frac{y^2}{\frac{b^2(a^2+b^2)}{b^2+c^2}} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{a^2(a^2-c^2)}{a^2-b^2}} + \frac{z^2}{\frac{c^2(a^2-c^2)}{b^2+c^2}} = 1$$

$$\frac{y^2}{\frac{b^2(b^2-c^2)}{b^2-a^2}} + \frac{z^2}{\frac{c^2(b^2-c^2)}{a^2+c^2}} = 1$$

Kehren wir nun zu den Gleichungen 7.) zurück; durch Einführung von t für $h'\varrho$, wo für t die aus 8.) bestimmten Werte eingesetzt zu denken sind, erhalten sie die Gestalt:

$$\cos\alpha = \frac{mtx}{t-a^2}, \quad \cos\beta = \frac{mty}{t-b^2}, \quad \cos\gamma = \frac{mtz}{t-c^2}.$$

Die Unbekannte m kann hier mittelst Anwendung der Fundamentalgleichung:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

bestimmt werden. Man erhält:

$$mt = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{(t-a^2)^2} + \frac{y^2}{(t-b^2)^2} + \frac{z^2}{(t-c^2)^2}}}$$

Hier kann für den Fall des Hyperboloides der allgemeine Satz, dass die Krümmungslinien auf einander senkrecht stehen, nachgewiesen werden. Die Bedingung dafür ist, wenn mit $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$, $\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$ die Richtungswinkel bezeichnet werden:

$$\cos\omega = \cos\alpha_1\cos\alpha_2 + \cos\beta_1\cos\beta_2 + \cos\gamma_1\cos\gamma_2 = 0 \quad \text{oder}$$

$$m_1t_1 . m_2t_2\left(\frac{x^2}{(t_1-a^2)(t_2-a^2)} + \frac{y^2}{(t_1-b^2)(t_2-b^2)} + \frac{z^2}{(t_1+c^2)(t_2+c^2)}\right) = 0 \quad \ldots 9.)$$

Um dies zu beweisen, setzen wir

$$\frac{x^2}{(t-a^2)a^2} + \frac{y^2}{(t-b^2)b^2} - \frac{z^2}{(t+c^2)c^2} = f(t).$$

Diese Gleichung ist quadratisch nach t, daher

$$\frac{x^2(t-b^2)(t+c^2)}{a^2} + \frac{y^2(t-a^2)(t+c^2)}{b^2} - \frac{z^2(t-a^2)(t-b^2)}{c^2} = A(t-t_1)(t-t_2)$$

und
$$A = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Somit

$$\frac{x^2(t-b^2)(t+c^2)}{a^2}+\frac{y^2(t-a^2)(t+c^2)}{b^2}-\frac{z^2(t-a^2)(t-b^2)}{c^2}=(t-t_1)(t-t_2).$$

Für $t = \quad a^2$ erhält man:

$$\frac{x^2(a^2-b^2)(a^2+c^2)}{a^2}=(t_1-a^2)(t_2-a^2),$$

für $t = \quad b^2$ $$\frac{y^2(b^2-a^2)(b^2+c^2)}{b^2}=(t_1-b^2)(t_2-b^2),$$

für $t = -c^2$ $$-\frac{z^2(a^2+c^2)(b^2+c^2)}{c^2}=(t_1+c^2)(t_2+c^2).$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung 9.) ein, so erhält man:

$$m_1t_1.m_2t_2\left(\frac{a^2}{(a^2-b^2)(a^2+c^2)}-\frac{b^2}{(a^2-b^2)(b^2+c^2)}-\frac{c^2}{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}\right)=$$

$$=\frac{m_1t_1.m_2t_2}{(a^2-b^2)(a^2+c^2)(b^2+c^2)}\Big(a^2(b^2+c^2)-b^2(a^2+c^2)-c^2(a^2-b^2)\Big)=0.$$

Somit stehen die Krümmungslinien auf einander senkrecht.

Berücksichtigt man, dass

$$cos\,\alpha=\frac{dx}{ds},\quad cos\,\beta=\frac{dy}{ds},\quad cos\,\gamma=\frac{dz}{ds},$$

so erhält man als Differentialgleichungen der Krümmungslinien

$$\frac{dx}{ds}=\frac{mtx}{t-a^2},\quad \frac{dy}{ds}=\frac{mty}{t-b^2},\quad \frac{dz}{ds}=\frac{mtz}{t+c^2}\quad\ldots\ldots\ 10.)$$

Hiebei muss t der Gleichung 8.) genügen.

Um ds durch t auszudrücken, differenziert man die Gleichung 8.) nach t und erhält

$$\frac{2x\,dx}{(t-a^2)a^2}+\frac{2y\,dy}{(t-b^2)b^2}-\frac{2z\,dz}{(t+c^2)c^2}-\frac{x^2dt}{(t-a^2)^2a^2}-\frac{y^2dt}{(t-b^2)^2b^2}+\frac{z^2dt}{(t+c^2)^2c^2}=0.$$

Werden die Werte für dx, dy, dz aus 10.) eingesetzt, so erhält man

$$2mt\left(\frac{x^2}{a^2(t-a^2)^2}+\frac{y^2}{b^2(t-b^2)^2}-\frac{z^2}{(t+c^2)^2c^2}\right)ds-$$

$$-\left(\frac{x^2}{(t-a^2)^2a^2}+\frac{y^2}{(t-b^2)^2b^2}-\frac{z^2}{(t+c^2)^2c^2}\right)dt=0$$

oder $$\Big(2mt\,ds-dt\Big)\left(\frac{x^2}{a^2(t-a^2)^2}+\frac{y^2}{b^2(t-b^2)^2}-\frac{z^2}{c^2(t+c^2)^2}\right)=0.$$

Da der zweite Factor im allgemeinen nicht Null ist, so wird jedenfalls

$$2mt\,ds-dt=0$$

sein. Setzt man den aus dieser Gleichung gefundenen Wert für ds in 10.) ein, so erhält man schliesslich die Differentialgleichungen der Krümmungslinien

$$\frac{2dx}{x} = \frac{dt}{t-a^2}, \quad \frac{2dy}{y} = \frac{dt}{t-b^2}, \quad \frac{2dz}{z} = \frac{dt}{t+c^2},$$

wo für t die zwei Wurzeln aus 8.) zu setzen sind.

Um die Integrale dieser Gleichungen in reeller Form zu erhalten, ist es nothwendig zu unterscheiden, welche der Wurzeln t_1, t_2 verwendet wird.

Für $t = t_1$, wo $b^2 < t_1 < a^2$ ist, ergibt sich

$$t-a^2 < 0, \quad t-b^2 > 0, \quad t-c^2 > 0$$

und
$$\frac{2dx}{x} = -\frac{dt}{a^2-t}, \quad \frac{2dy}{y} = \frac{dt}{t-b^2}, \quad \frac{2dz}{z} = \frac{dt}{t+c^2} \quad \ldots\ldots 11.)$$

Für $t = t_2$, wo $-c^2 > t_2$ ist, ergibt sich

$$t-a^2 < 0, \quad t-b^2 < 0, \quad t+c^2 < 0$$

und
$$\frac{2dx}{x} = -\frac{dt}{a^2-t}, \quad \frac{2dy}{y} = -\frac{dt}{b^2-t}, \quad \frac{2dz}{z} = \frac{-dt}{-t-c^2} \ldots 12.)$$

Die Differentialgleichungen 11.) integriert ergeben

$$2\log x = \log(a^2-t) + C_1,$$
$$2\log y = \log(t-b^2) + C_2,$$
$$2\log z = \log(t+c^2) + C_3.$$

Setzt man die Constanten C_1, C_2, C_3 der Reihe nach gleich $\log A^2$, $\log B^2$, $\log C^2$, so erhält man obige Gleichungen in der Form:

$$x^2 = -A^2(t-a^2), \quad y^2 = B^2(t-b^2), \quad z^2 = C^2(t+c^2).$$

Für den zweiten Wert von t erhält man durch Integration von 12.)

$$x^2 = -A^2(t-a^2), \quad y^2 = -B^2(t-b^2), \quad z^2 = -C^2(t+c^2).$$

Bezeichnet man mit ε den Wert ± 1, wo der erste Wert für die Krümmungslinien erster Ordnung, der zweite Wert für die der zweiten Ordnung gilt, so kann man schreiben

$$x^2 = -A^2(t-a^2), \quad y^2 = \varepsilon B^2(t-b^2), \quad z^2 = \varepsilon C^2(t+c^2) \ldots 13.)$$

Daraus ergeben sich durch Eliminierung von t die Gleichungen der Projectionen der Krümmungslinien:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{\varepsilon B^2} &= a^2-b^2 \\ \frac{x^2}{A^2} + \frac{z^2}{\varepsilon C^2} &= a^2+c^2 \\ \frac{z^2}{\varepsilon C^2} - \frac{y^2}{\varepsilon B^2} &= b^2+c^2 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots 14.)$$

also für die Krümmungslinien erster Art:

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=a^2-b^2,\quad \frac{x^2}{A^2}+\frac{z^2}{C^2}=a^2+b_2,\quad \frac{z^2}{C^2}-\frac{y^2}{B^2}=b^2+c^2,$$

für die Krümmungslinien zweiter Art:

$$\frac{x^2}{A^2}-\frac{y^2}{B^2}=a^2-b^2,\quad \frac{x^2}{A^2}-\frac{z^2}{C^2}=a^2+c^2,\quad \frac{y^2}{B^2}-\frac{z^2}{C^2}=b^2+c^2.$$

Die in 13.) und den folgenden Gleichungen enthaltenen Constanten sind nicht vollkommen willkürlich, sondern unterliegen der Beschränkung, die sich aus der Bemerkung ergibt, dass (x, y, z) auf dem Hyperboloide liegt, daher der Gleichung 1.) genügen muss. Es muss daher

$$-\frac{A^2(t-a^2)}{a^2}+\frac{\varepsilon B^2(t-b^2)}{b^2}-\frac{\varepsilon C^2(t+c^2)}{c^2}=1$$

oder $$\left(-\frac{A^2}{a^2}+\frac{\varepsilon B^2}{b^2}-\frac{\varepsilon C^2}{c^2}\right)t+(A^2-\varepsilon B^2-\varepsilon C^2)=1 \quad \text{sein.}$$

Da diese Bedingungsgleichung identisch für alle Werte von t erfüllt sein muss, so erhält man

$$\left.\begin{aligned}-\frac{A^2}{a^2}+\frac{\varepsilon B^2}{b^2}-\frac{\varepsilon C^2}{c^2}&=0\\ A^2-\varepsilon B^2-\varepsilon C^2&=1\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ 15.)$$

als Bedingungsgleichungen für A^2, B^2, C^2. Es ist somit nur eine Constante willkürlich.

Bezeichnet man die Achsen der Projectionscurven auf die drei Coordinatenebenen mit $p_1\, q_1$, $p_2\, q_2$, $p_3\, q_3$, so kann man mit Hilfe der Bedingungsgleichungen 15.) Beziehungen zwischen diesen Achsen aufstellen:

$$p_1^2=(a^2-b^2)A^2,\quad q_1^2=\varepsilon(a^2-b^2)B^2 \text{ und } A^2\left(\frac{a^2+c^2}{a^2}\right)-\varepsilon B^2\left(\frac{b^2+c^2}{b^2}\right)=1.$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{p_1^2}{\dfrac{a^2(a^2-b^2)}{a^2+c^2}}-\frac{q_1^2}{\dfrac{b^2(a^2-b^2)}{b^2+c^2}}=1.$$

Dies ist die Gleichung einer Hyperbel; construiert man diese, so sind immer entsprechende Coordinaten Achsen der Projectionen der Krümmungslinien auf die xy-Ebene.

Für die xz-Ebene findet man

$$p_2^2=A^2(a^2+c^2),\quad q_2^2=-\varepsilon C^2(a^2+c^2),\quad A^2\left(\frac{a-b}{a}\right)-\varepsilon C^2\left(\frac{b^2+c^2}{c^2}\right)=1$$

und

$$\frac{p_2^2}{\dfrac{a^2(a^2+c^2)}{a^2-b^2}}+\frac{q_2^2}{\dfrac{c^2(a^2+c^2)}{b^2+c^2}}=1$$

die Gleichung einer Ellipse.

Für die yz-Ebene:

$$p_3^2 = \varepsilon C^2(b^2+c^2), \quad q_3^2 = -\varepsilon B^2(b^2+c^2) \text{ und } \varepsilon B^2\frac{a^2-b^2}{b^2} - \varepsilon C^2\frac{a^2+c^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{p_3^2}{\frac{b^2(b^2+c^2)}{a^2-b^2}} + \frac{q_3^2}{\frac{c^2(b^2+c^2)}{a^2+c^2}} = 1$$

die Gleichung einer Ellipse.

Mit Anwendung dieser Hilfscurven lassen sich nun leicht die Curvenscharen der Projectionen der Krümmungslinien auf die drei Coordinatenebenen construieren.

Will man die Gleichungen der Projectionen jener Krümmungslinien erhalten, die durch einen bestimmten Punkt gehen, so bestimmt man für diesen Wert von x, y, z die Werte von t aus der Gleichung 8.) und setzt diese Werte in die Gleichungen 13.) ein. Daraus ergeben sich sowohl für die Krümmungslinien erster als auch zweiter Art die Werte für A^2, B^2, C^2 und es sind dann die Gleichungen 15.) vollkommen bestimmt. Z. B. für den Punkt

$$x = x_1, \quad y = \frac{x_1^2(a^2-b^2)b^2}{a^2}, \quad z = 0,$$

d. h. für einen Punkt der Kehlellipse erhält man:

$$\frac{x_1^2(t+c^2)(t-b^2)}{a^2} + \frac{x_1^2(a^2-x_1^2)(t+c^2)(t-a^2)b^2}{a^2b^2} = 0.$$

Daraus ergibt sich:

$$t_1 = \frac{a^2(a^2-x_1^2)+bx_1^2}{a^2}, \quad t_2 = -c^2,$$

und für die erste Art der Krümmungslinien:

$$A^2 = \frac{a^2}{a^2-b^2}, \quad B^2 = \frac{b^2}{a^2-b^2}, \quad C^2 = 0.$$

Daher die Gleichungen der Projectionen:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad z = 0, \quad y = 0.$$

Es ist somit für alle Punkte der Kehlellipse die Krümmungslinie erster Art die Kehlellipse selbst.

Für die zweite Art der Krümmungslinien erhält man:

$$A^2 = \frac{x_1^2}{a^2+c^2}, \quad B^2 = \frac{b^2(a^2-x_1^2)}{a^2(b^2+c^2)}, \quad C^2 = \frac{c^2x_1^2}{a^2(a^2+c^2)} + \frac{c^2(a^2-x_1^2)}{a^2(b^2+c^2)}.$$

Setzt man den speciellen Fall $x_1 = a$ voraus, so ist

$$A^2 = \frac{a^2}{a^2+c^2}, \quad B^2 = 0, \quad C^2 = \frac{c^2}{a^2+c^2}$$

und die Gleichungen der Projectionen der durch diesen Punkt gehenden Krümmungslinien zweiter Art:

$$x = 0, \quad y = 0, \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

II. Das zweischalige Hyperboloid.

Die Gleichung desselben ist:

$$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; 1.)$$

Zieht man auf dem zweischaligen Hyperboloide irgend eine Curve, der die Coordinaten x, y, z und $x+dx,\ y+dy,\ z+dz$ genügen, so erhält man, da diese Coordinaten auch die Gleichung 1.) erfüllen müssen, mit Hinweglassung der unendlich kleinen Grössen höherer Ordnung die reducierte Gleichung:

$$-\frac{2x\,dx}{a^2}-\frac{2y\,dy}{b^2}+\frac{2z\,dz}{c^2}=0.$$

Behält man die bereits in der Entwicklung der Krümmungslinien des einschaligen Hyperboloides eingeführten Bezeichnungen für die Richtungscosinusse der Tangente an die betrachtete Curve und der Flächennormale u. s. w. bei, so erhält man durch Division der vorstehenden Gleichung durch ds mit Berücksichtigung, dass

$$\frac{dx}{ds}=\cos\alpha,\quad \frac{dy}{ds}=\cos\beta,\quad \frac{dz}{ds}=\cos\gamma \;\ldots\ldots\ldots\; 2.)$$

ist,

$$-\frac{2x}{a^2}\cos\alpha-\frac{2y}{b^2}\cos\beta+\frac{2z}{c^2}\cos\gamma=0 \;\ldots\ldots\ldots\; 3.)$$

Es ist ferner:

$$\cos\lambda=\frac{-\frac{2x}{a^2}}{w},\qquad \cos\mu=\frac{-\frac{2y}{b^2}}{w},\qquad \cos\nu=\frac{\frac{2z}{c^2}}{w},$$

wo

$$w=\pm 2\sqrt{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}}=\frac{2}{\varepsilon h}=\frac{2}{h'} \quad \text{ist.}$$

Bei der Bestimmung der Richtung der Flächennormale setzen wir jene Richtung als die positive voraus, nach welcher hin die Function wächst. Nun ist für $x=0,\ y=0$

$$\frac{z^2}{c^2}-1=f(z).$$

Für $z<c$ ist der Ausdruck negativ. Es hat daher die Function im äusseren Raume einen negativen, im inneren einen positiven Wert; daher die Richtung in das Innere die positive. Diese ist zugleich die Richtung des Krümmungsradius. Daher

$$\varrho\frac{d\cos\alpha}{ds}=-\frac{x}{a^2}h,\qquad \varrho\frac{d\cos\beta}{ds}=-\frac{y}{b^2}h,\qquad \varrho\frac{d\cos\gamma}{ds}=\frac{z}{c^2}h$$

und

$$\frac{d\cos\alpha}{ds}=-\frac{x}{a^2}\cdot\frac{h}{\varrho},\qquad \frac{d\cos\beta}{ds}=-\frac{y}{b^2}\cdot\frac{h}{\varrho},\qquad \frac{d\cos\gamma}{ds}=\frac{z}{c^2}\cdot\frac{h}{\varrho}.$$

Differenziert man die Gleichung 3.) und dividiert durch ds, so erhält man:

$$-\frac{x}{a^2}\cdot\frac{d\cos\alpha}{ds}-\frac{y}{b^2}\frac{d\cos\beta}{ds}+\frac{z}{c^2}\frac{d\cos\gamma}{ds}-\frac{\cos^2\alpha}{a^2}-\frac{\cos^2\beta}{b^2}+\frac{\cos^2\gamma}{c^2}=0.$$

Hieraus ergibt sich mit Zuhilfenahme der vorhergehenden Gleichung:

$$\frac{h}{\varrho}\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)=\frac{\cos^2\alpha}{a^2}+\frac{\cos^2\beta}{b^2}-\frac{\cos^2\gamma}{c^2}$$

und

$$\frac{1}{h\varrho}=\frac{\cos^2\alpha}{a^2}+\frac{\cos^2\beta}{b^2}-\frac{\cos^2\gamma}{c^2}\ldots\ldots\ldots\ldots 4.)$$

Um die Richtungscosinusse der Hauptnormalschnitte zu finden, die zugleich die Richtungscosinusse der Tangenten an die Krümmungslinien sind, muss man den Maximal- und Minimalwert von ϱ bestimmen unter Berücksichtigung der Gleichungen 1.) und

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1\ldots\ldots\ldots\ldots 5.)$$

Zu diesem Ende differenziert man die Gleichungen 4.), 1.) und 5.):

$$\frac{1}{2}d\left(\frac{1}{h\varrho}\right)=\frac{\cos\alpha\, d\cos\alpha}{a^2}+\frac{\cos\beta\, d\cos\beta}{b^2}-\frac{\cos\gamma\, d\cos\gamma}{c^2}=0,$$

$$-\frac{x\,d\cos\alpha}{a^2}-\frac{y\,d\cos\beta}{b^2}+\frac{z\,d\cos\gamma}{c^2}=0,$$

$$\cos\alpha\, d\cos\alpha+\cos\beta\, d\cos\beta+\cos\gamma\, d\cos\gamma=0.$$

Multipliciert man die zweite Gleichung mit $-m$, die dritte mit $+n$, so erhält man folgende drei Gleichungen:

$$\frac{\cos\alpha}{a^2}+\frac{mx}{a^2}+n\cos\alpha=0,$$

$$\frac{\cos\beta}{b^2}+\frac{my}{b^2}+n\cos\beta=0,$$

$$-\frac{\cos\gamma}{c^2}-\frac{mz}{c^2}+n\cos\gamma=0.$$

Durch Multiplication mit $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ erhält man $n=\frac{1}{h\varrho}$, und dieses für n eingesetzt gibt:

$$\cos\alpha=-\frac{mxh\varrho}{h\varrho+a^2},\quad \cos\beta=-\frac{myh\varrho}{h\varrho+b^2},\quad \cos\gamma=-\frac{mzh\varrho}{h\varrho-c^2}.$$

Zur Bestimmung von $h\varrho$ setzt man diese Werte in die Gleichung 3.) ein und erhält:

$$mh\varrho\left(\frac{x^2}{(h\varrho+a^2)a^2}+\frac{y^2}{(h\varrho+b^2)b^2}-\frac{z^2}{(h\varrho-c^2)c^2}\right)=0.$$

Dieser nach $h\varrho$ quadratischen Gleichung entsprechen zwei Werte desselben. Dass sie reell sind, kann durch folgende Untersuchung nachgewiesen werden. Setzen wir $h\varrho = t$, so erhalten wir die Function:

$$f(t) \equiv \frac{x^2}{(t+a^2)a^2} + \frac{y^2}{(t+b^2)b^2} - \frac{z^2}{(t-c^2)c^2} = 0 \quad \ldots\ldots \; 6.)$$

Ohne die Allgemeinheit zu beeinträchtigen, kann die Annahme gemacht werden, dass $a > b$ ist.

Die betrachtete Function erleidet Stetigkeitsunterbrechungen für $t = -a^2$, $t = -b^2$, $t = c^2$, und zwar in folgender Weise: Setzt man $t = -a^2 \mp \delta$, so erhält man:

$$\frac{x^2}{(\mp\delta)a^2} + \frac{y^2}{(-a^2 \mp \delta + b^2)b^2} - \frac{z^2}{(-a^2 \mp \delta - c^2)c^2} \equiv f(-a^2 \mp \delta).$$

Wenn das obere Vorzeichen vor δ genommen wird, ist der Ausdruck für grössere Werte von z positiv und für $-\delta = 0$ wird $f(-a^2 - \delta) = -\infty$. Für $+\delta = 0$ dagegen ist $f(-a^2 + \delta) = +\infty$. Solange t sich zwischen $-a^2$ und $-b^2$ bewegt, erleidet $f(t)$ keine Stetigkeitsunterbrechung. Setzen wir ferner $t = -b^2 \mp \delta$, so gestaltet sich der Ausdruck folgendermassen:

$$\frac{x^2}{(a^2 - b^2 \mp \delta)a^2} + \frac{y^2}{(\mp\delta)b^2} - \frac{z^2}{(-b^2 \mp \delta - c^2)c^2} \equiv f(-b^2 \mp \delta).$$

Für $-\delta = 0$ wird $f(-b^2 - \delta) = -\infty$; für $+\delta = 0$ dagegen wird $f(-b^2 + \delta) = +\infty$. Da für die Werte von t zwischen $-a^2$ und $-b^2$ $f(t)$ ohne Stetigkeitsunterbrechung alle Werte zwischen $+\infty$ und $-\infty$ durchläuft, so muss für einen dieser Werte von t $f(t) = 0$ sein. Es liegt somit eine Wurzel obiger Gleichung zwischen $-a^2$ und $-b^2$ und ist somit reell; die zweite zwischen $-\infty$ und $-a^2$.

Für jene Werte von t, welche zwischen $-b^2$ und c^2 gelegen sind, tritt wiederum keine Stetigkeitsunterbrechung ein. Für $t = c^2 \mp \delta$ erhält man:

$$\frac{x^2}{(a^2 + c^2 \mp \delta)a^2} + \frac{y^2}{(b^2 + c^2 \mp \delta)b^2} - \frac{z^2}{(\mp\delta)c^2} = f(c^2 \mp \delta).$$

Für $-\delta = 0$ wird $f(c^2 - \delta) = +\infty$; es wird daher für Werte von t zwischen $-a^2$ und $+c^2$ kein Ueberschreiten des Nullwertes seitens $f(t)$ stattfinden und dieses positiv bleiben, um für Werte, welche grösser als c sind, negativ zu werden.

Aus diesen Untersuchungen ersieht man leicht, dass auf dem zweischaligen Hyperboloide Kreispunkte vorhanden sind, und zwar für $t = -a^2$. Es möge der Ort dieser Punkte bestimmt werden. Setzt man in Gleichung

$$\frac{x^2}{(t+a^2)a^2} + \frac{y^2}{(t+b^2)b^2} - \frac{z^2}{(t-c^2)c^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \; 7.)$$

obigen Wert ein, so erhält man:

$$\frac{x^2}{a^2} = 0 \text{ und } x = 0.$$

Wir erhalten demnach zur Bestimmung der Coordinaten der Kreispunkte die Gleichungen:

$$\frac{y^2}{(a^2-b^2)b^2}-\frac{z^2}{(a^2+c^2)c^2}=0,$$

$$\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Hieraus erhält man durch Auflösung derselben:

$$y^2=\frac{b^2(a^2-b^2)}{b^2+c^2},\qquad z^2=\frac{c^2(a^2+c^2)}{b^2+c^2}.$$

Die vier Kreispunkte, welche nach dem Vorhergehenden in der yz-Ebene gelegen sind, haben daher die Coordinaten:

$$x=0,\qquad y=\pm b\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2+c^2}},\qquad z=\pm c\sqrt{\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2}}.$$

Es ist:

$$\cos\alpha=\frac{mtx}{t+a^2},\qquad \cos\beta=\frac{mty}{t+b^2},\qquad \cos\gamma=\frac{mtz}{t-c^2}.$$

Ist der Wert von t aus der Gleichung 6.) bestimmt, so ist in diesen Gleichungen nur mehr m nicht gegeben, kann aber mit Hilfe von Gleichung 5.) gefunden werden. Man erhält:

$$\frac{m^2t^2x^2}{(t+a^2)^2}+\frac{m^2t^2y^2}{(t+b^2)^2}+\frac{m^2t^2z^2}{(t-c^2)^2}=1$$

und

$$mt=\frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{(t+a^2)^2}+\frac{y^2}{(t+b^2)^2}+\frac{z^2}{(t-c^2)^2}}}.$$

Wie bei dem einschaligen Hyperboloide kann auch hier nachgewiesen werden, dass die Hauptkrümmungsrichtungen auf einander senkrecht stehen. Dies folgt aus der Gleichung:

$$\cos\alpha_1\cos\alpha_2+\cos\beta_1\cos\beta_2+\cos\gamma_1\cos\gamma_2=0$$

oder die entsprechenden Werte eingesetzt, ist der Beweis zu liefern, dass

$$m_1t_1\,.\,m_2t_2\left(\frac{x^2}{(t_1+a^2)(t_2+a^2)}+\frac{y^2}{(t_1+b^2)(t_2+b^2)}+\frac{z^2}{(t_1-c^2)(t_2-c^2)}\right)=0 \text{ ist.}$$

Zu diesem Behufe gehen wir von der Gleichung 6.) aus. Durch einige Umformungen erhält man:

$$(t+a^2)(t+b^2)(t-c^2)f(t)=A(t-t_1)(t-t_2).$$

A erhält hier den Wert -1, wie die wirkliche Einsetzung des Wertes von $f(t)$ leicht ergibt; also

$$(t+a^2)(t+b^2)(t-c^2)f(t)=-(t-t_1)(t-t_2).$$

Nun ist:

$$[(t+a^2)f(t)]_{t=-a^2}=\frac{x^2}{a^2},\quad [(t+b^2)f(t)]_{t=-b^2}=\frac{y^2}{b^2},$$

$$[(t-c^2)f(t)]_{t=c^2}=-\frac{z^2}{c^2}.$$

Somit:

$$\frac{x^2}{a^2}(a^2-b^2)(a^2+c^2)=-(a^2+t_1)(a^2+t_2),$$

$$\frac{y^2}{b^2}(a^2-b^2)(b^2+c^2)=-(b^2+t_1)(b^2+t_2),$$

$$\frac{z^2}{c^2}(b^2+c^2)(a^2+c^2)=-(t_1-c^2)(t_2-c^2).$$

Setzt man diese Werte in die obige Gleichung ein, so ergibt sich:

$$-\frac{a^2}{(a^2-b^2)(a^2+c^2)}+\frac{b^2}{(a^2-b^2)(b^2+c^2)}+\frac{c^2}{(b^2+c^2)(a^2+c^2)}$$

$$=-\frac{c^2}{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}+\frac{c^2}{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}=0.$$

Hiemit ist der Nachweis für die Richtigkeit obiger Gleichung gebracht und für den Fall des zweischaligen Hyperboloides der allgemeine Satz, dass die Hauptkrümmungsrichtungen auf einander senkrecht stehen, verificiert.

Da
$$\cos\alpha=\frac{dx}{ds},\quad \cos\beta=\frac{dy}{ds},\quad \cos\gamma=\frac{dz}{ds}$$
ist, so auch

$$\frac{dx}{ds}=\frac{mtx}{t+a^2},\quad \frac{dy}{ds}=\frac{mty}{t+b^2},\quad \frac{dz}{ds}=\frac{mtz}{t-c^2}.$$

Um ds durch dt auszudrücken, differenziert man 6.), indem man t als unabhängige Variabele betrachtet. Dies gibt

$$\frac{2x\,dx}{(t+a^2)a^2}+\frac{2y\,dy}{(t+b^2)b^2}-\frac{2z\,dz}{(t-c^2)c^2}-\frac{x^2dt}{(t+a^2)^2a^2}-\frac{y^2dt}{(t+b^2)^2b^2}+\frac{z^2dt}{(t+c^2)^2c^2}=0.$$

Setzt man in dieser Gleichung die Werte für dx, dy, dz ein, so ergibt sich das Resultat:

$$(2mtds-dt)\left(\frac{x^2}{(t+a^2)a^2}+\frac{y^2}{(t+b^2)b^2}-\frac{z^2}{(t+c^2)c^2}\right)=0.$$

Da der zweite Factor nicht verschwindet, so muss

$$2mtds=dt \text{ und } ds=\frac{dt}{2mt} \text{ sein.}$$

Setzt man diesen Wert in die obigen Differentialgleichungen ein, so ergeben sich folgende Differentialgleichungen der Krümmungslinien:

$$dx = \frac{1}{2}\frac{dt}{t+a^2}, \quad dy = \frac{1}{2}\frac{dt}{t+b^2}, \quad dz = \frac{1}{2}\frac{dt}{t-c^2}.$$

Um die Integrale dieser Gleichungen in reeller Form zu erhalten, ist es nothwendig zu berücksichtigen, welcher Wert von t zugrunde gelegt wird. Für den ersten Wert $-a^2 < t < -b^2$ ist

$$t+a^2 > 0, \quad t+b^2 < 0, \quad t-c^2 < 0;$$

für den zweiten Wert $-\infty < t < a^2$

$$t+a^2 < 0, \quad t+b^2 < 0, \quad t-c^2 < 0.$$

Die Integrale werden daher erscheinen in der Form:

$$x^2 = \quad A^2(t+a^2), \quad y^2 = -B^2(t+b^2), \quad z^2 = -C^2(t-c^2)$$

und $x^2 = -A^2(t+a^2), \quad y^2 = -B^2(t+b^2), \quad z^2 = -C^2(t-c^2),$

oder wenn wie früher $\varepsilon = \pm 1$ gesetzt wird:

$$x^2 = \varepsilon A^2(t+a^2), \quad y^2 = -B^2(t+b^2), \quad z^2 = -C^2(t-c^2) \quad . \; . \; 8.)$$

Da die Krümmungslinien auf dem Hyperboloide gelegen sind, so müssen x^2, y^2, z^2 der Gleichung 1.) entsprechen, und man erhält die Gleichung:

$$-\frac{\varepsilon A^2(t+a^2)}{a^2} + \frac{B^2}{b^2}(t+b^2) - \frac{C^2}{c^2}(t-c^2) = 1$$

oder

$$\left(-\frac{\varepsilon A^2}{a^2} + \frac{B^2}{b^2} - \frac{C^2}{c^2}\right)t - \varepsilon A^2 + B^2 + C^2 = 1.$$

Da diese Gleichung identisch für jeden Wert von t gilt, so existieren für A^2, B^2, C^2 folgende Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\varepsilon A^2}{a^2} + \frac{B^2}{b^2} - \frac{C^2}{c^2} &= 0 \\ -\varepsilon A^2 + B^2 + C^2 &= 1 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 9.)$$

Verbindet man je zwei der Gleichungen 8.), so erhält man die Gleichungen der Projectionen der Krümmungslinien auf die Coordinatenebenen:

$$\frac{x^2}{A^2} = t+a^2, \quad \frac{y^2}{B^2} = -t-b^2, \quad \frac{z^2}{C^2} = -t+c^2,$$

$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = a^2 - b^2$ die Gleichung einer Ellipse,

$\frac{x^2}{A^2} + \frac{z^2}{C^2} = a^2 + c^2$ » » » »

$\frac{z^2}{C^2} - \frac{y^2}{B^2} = b^2 + c^2$ » » » Hyperbel,

als Projectionen der Krümmungslinien erster Art; ferner

$$\frac{y^2}{B^2} - \frac{x^2}{A^2} = a^2 - b^2 \quad \text{die Gleichung einer Hyperbel,}$$

$$\frac{z^2}{C^2} - \frac{x^2}{A^2} = a^2 + c^2 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

$$\frac{z^2}{C^2} - \frac{y^2}{B^2} = b^2 + c^2 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

als Projectionen der Krümmungslinien zweiter Art.

Behufs der Construction dieser Curven kann man gewisse Hilfslinien construieren.

Setzt man $\varepsilon A^2(a^2 - b^2) = p_1^2$ und $B^2(a^2 - b^2) = q_1^2$; eliminiert man ferner aus 8.) die Grösse C^2, so erhält man:

$$-\varepsilon A^2 \frac{a^2 + c^2}{a^2} + B^2 \frac{b^2 + c^2}{b^2} = 1$$

und durch Einsetzung der Werte von A^2 und B^2 aus den vorhergehenden Gleichungen:

$$-\frac{p_1^2}{\frac{(a^2 - b^2)a^2}{a^2 + c^2}} + \frac{q_1^2}{\frac{(a^2 - b^2)b^2}{b^2 + c^2}} = 1.$$

Die Hilfscurve für die Construction der Projectionen der Krümmungslinien auf die xy-Ebene ist daher eine Hyperbel.

Eliminiert man aus 9.) die Grösse B^2, so erhält man:

$$-\frac{(a^2 - b^2)\varepsilon A^2}{a^2} + \frac{b^2 + c^2}{c^2} C^2 = 1.$$

Setzt man ferner $C^2(a^2 + c^2) = p_2^2$, $\varepsilon A^2(a^2 + c^2) = q_2^2$, so erhält man durch Substitution der Werte von C^2 und A^2 in die erstere Gleichung die Gleichung der Hilfscurve:

$$\frac{p_2^2}{\frac{c^2(a^2 + c^2)}{b^2 + c^2}} - \frac{q_2^2}{\frac{a^2(a^2 + c^2)}{a^2 - b^2}} = 1.$$

Die Achsen der Projectionen der Krümmungslinien auf die xz-Ebene können daher als Coordinaten der durch obige Gleichung dargestellten Hilfscurve, welche eine Hyperbel ist, gefunden werden.

Eliminiert man endlich aus 9.) die Grösse C^2, so ergibt sich

$$\frac{B^2(a^2 - b^2)}{b^2} - C^2 \frac{a^2 + c^2}{c^2} = 1.$$

Durch Substitution der Werte von C^2 und B^2 aus den Gleichungen

$$p_3^2 = C^2(b^2 + c^2), \qquad q_3^2 = B^2(b^2 + c^2)$$

in die vorhergehende Gleichung erhält man die Gleichung jener Curve, deren entsprechende Coordinaten die Achsen der Projectionen der Krümmungslinien auf die xz-Ebene sind, in der Gestalt:

$$\frac{q_3^2}{\frac{b^2(b^2+c^2)}{a^2-b^2}} - \frac{p_3^2}{\frac{c^2(b^2+c^2)}{a^2+c^2}} = 1.$$

Die Hilfscurve ist daher eine Hyperbel.

Will man die Krümmungslinien für einen bestimmten Punkt finden, so bestimmt man vorerst t für diesen Punkt aus 6.) Wir wollen dies für die Kreispunkte durchführen. Für dieselben ist, wie wir früher gesehen,

$$t_1 = -a^2, \quad t_2 = -a^2,$$

$$x = 0, \quad y^2 = b^2\frac{a^2-b^2}{b^2+c^2}, \quad z^2 = c^2\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2}.$$

Aus 8.) findet man:

$$b^2\frac{a^2-b^2}{b^2+c^2} = -B^2(-a^2+b^2) \text{ und } B^2 = \frac{b^2}{b^2+c^2},$$

$$c^2\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2} = C^2(a^2+c^2) \text{ und } C^2 = \frac{c^2}{b^2+c^2}.$$

Aus den vorhergehenden Gleichungen erhält man mit Hilfe von 9.) die Gleichung:

$$-\frac{\varepsilon A}{a^2} + \frac{1}{b^2+c^2} - \frac{1}{b^2+c^2} = 0,$$

woraus folgt:

$$A = 0.$$

Setzt man diese Werte in 8.) ein, so erhalten diese Gleichungen die Form:

$$x = 0, \quad y^2 = -\frac{b^2}{b^2+c^2}(t+b^2), \quad z^2 = -\frac{c^2}{b^2+c^2}(t-c^2).$$

Die Projection der durch die Kreispunkte gehenden Krümmungslinien auf die yz-Ebene ist daher charakterisiert durch die Gleichung:

$$\frac{z^2}{\frac{c^2}{b^2+c^2}} - \frac{y^2}{\frac{b^2}{b^2+c^2}} = b^2+c^2$$

oder

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Da für die Krümmungslinien erster Art t die Werte von $-b^2$ bis $-a^2$ annehmen kann, so genügen in der vorstehenden Gleichung der Grösse y^2 die Werte von 0 bis $\frac{b^2(a^2-b^2)}{b^2+c^2}$. Für die Krümmungslinien zweiter Art variiert t zwischen $-a^2$ und $-\infty$; es hat daher y^2 die Werte von $\frac{b^2(a^2-b^2)}{b^2+c^2}$ bis ∞.

Nach den vorstehenden Entwicklungen ist es nun nicht schwierig, die Projectionen der Krümmungslinien des zweischaligen Hyperboloides zu construieren.

III. Das elliptische Paraboloid.

Mit Beibehaltung der in den vorhergehenden Entwicklungen gebrauchten Bezeichnungsweisen gestaltet sich die Untersuchung der Krümmungslinien des elliptischen Paraboloides folgendermassen:

Die Gleichung desselben ist:

$$\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} - 2z = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.)$$

Durch Differentiation erhält man:

$$\frac{2x\,dx}{a} + \frac{2y\,dy}{b} - 2dz = 0.$$

Dividiert man durch ds und beachtet, dass

$$\frac{dx}{ds} = \cos\alpha, \qquad \frac{dy}{ds} = \cos\beta, \qquad \frac{dz}{ds} = \cos\gamma$$

ist, so erhält man:

$$\frac{x}{a}\cos\alpha + \frac{y}{b}\cos\beta - \cos\gamma = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2.)$$

Differenziert man ein zweitesmal, so erhält man:

$$\frac{x}{a}\,\frac{d\cos\alpha}{ds} + \frac{y}{b}\,\frac{d\cos\beta}{ds} - \frac{d\cos\gamma}{ds} + \frac{\cos^2\alpha}{a} + \frac{\cos^2\beta}{b} = 0 \quad \ldots\ldots \quad 3.)$$

In diesem Falle ist

$$\cos\lambda = \frac{2x}{2a.w}, \qquad \cos\mu = \frac{2y}{2b.w}, \qquad \cos\nu = -\frac{1}{w}$$

und

$$w = \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 1} = \frac{1}{h}.$$

Soll die auf der Fläche gezogene Linie ein Normalschnitt sein, so muss

$$\varepsilon\varrho\,\frac{d\cos\alpha}{ds} = \frac{xh}{a}, \qquad \varepsilon\varrho\,\frac{d\cos\beta}{ds} = \frac{yh}{b}, \qquad \varepsilon\varrho\,\frac{d\cos\gamma}{ds} = -h$$

sein. Setzt man diese Werte in die obige Gleichung 3.) ein, so erhält man:

$$\frac{h}{\varepsilon\varrho}\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 1\right) = -\frac{\cos^2\alpha}{a} - \frac{\cos^2\beta}{b}.$$

Mit Berücksichtigung der Bedeutung von h ergibt sich:

$$\frac{1}{h\varepsilon\varrho} = -\frac{\cos^2\alpha}{a} - \frac{\cos^2\beta}{b}.$$

Die Rechnung, welche zur Bestimmung der Hauptkrümmungsrichtungen auszuführen ist, gestaltet sich folgendermassen:

$$d\frac{1}{h\varepsilon\varrho} = -\frac{2\cos\alpha\, d\cos\alpha}{a} - \frac{2\cos\beta\, d\cos\beta}{b} = 0,$$

$$\frac{x}{a}d\cos\alpha \quad + \frac{y}{b}d\cos\beta \quad - d\cos\gamma = 0,$$

$$\cos\alpha\, d\cos\alpha + \cos\beta\, d\cos\beta + \cos\gamma\, d\cos\gamma = 0.$$

Multipliciert man die zweite und dritte Gleichung mit den unbestimmten Grössen $2m$ und $2n$, so ergeben sich die Gleichungen:

$$-\frac{\cos\alpha}{a} + \frac{mx}{a} + n\cos\alpha = 0,$$

$$-\frac{\cos\beta}{b} + \frac{my}{b} + n\cos\beta = 0,$$

$$-m \quad + n\cos\gamma \qquad = 0.$$

Multipliciert man diese Gleichungen respective mit $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$, so erhält man mit Berücksichtigung der Gleichung 2.) $\frac{1}{\varepsilon h\varrho} = n$.

Nach Substituierung dieses Wertes für n in die obigen Gleichungen ergibt sich für die Hauptkrümmungsrichtungen:

$$\cos\alpha = \frac{xm\varepsilon\varrho h}{\varepsilon\varrho h - a}, \quad \cos\beta = \frac{ym\varepsilon\varrho h}{\varepsilon\varrho h - b}, \quad \cos\gamma = \varepsilon h\varrho m,$$

oder wenn der Abkürzung halber $\varepsilon h\varrho = t$ gesetzt wird:

$$\cos\alpha = \frac{xmt}{t-a}, \quad \cos\beta = \frac{ymt}{t-b}, \quad \cos\gamma = mt \; \ldots\ldots\ldots \; 4.)$$

Die Bestimmung von t erfolgt aus der Gleichung:

$$\frac{x^2}{(t-a)a} + \frac{y^2}{(t-b)b} - 1 = 0 \equiv f(t) \; \ldots\ldots\ldots \; 5.)$$

Zur Untersuchung, ob dieser nach t quadratischen Gleichung reelle Werte von t genügen, setzen wir voraus, dass $a > b$ sei.

Für $t = a \pm \delta$ nimmt obige Gleichung die Gestalt an:

$$\frac{x^2}{(\pm\delta)a} + \frac{y^2}{(a-b\pm\delta)b} - 1 = f(a\pm\delta).$$

Da x^2 und y^2 die Werte a und b nicht überschreiten können, so wird für grosse Werte von δ $f(t)$ negativ, für $+\delta = 0$ dagegen wird $f(t) = +\infty$. Es wird somit für einen Wert von $t > a$ $f(t) = 0$ werden.

Für $-\delta = 0$ wird $f(t) = -\infty$. Es erleidet daher bei $t = a$ die Function eine Stetigkeitsunterbrechung.

Für $t = b \pm \delta$ erhält die Function folgende Gestalt:

$$-\frac{x^2}{-b\mp\delta+a} + \frac{y^2}{\pm\delta b} - 1 = f(b\pm\delta).$$

Für $+\delta = 0$ wird $f(t) = +\infty$. Da für Werte von t, welche zwischen a und b gelegen sind, keine Stetigkeitsunterbrechung eintritt, so liegt der zweite Wert für t, für welchen $f(t) = 0$ wird, zwischen a und b.

Für Werte von $t < b$ wird $f(t)$ stets negativ sein.

Auf dem elliptischen Paraboloide wird es daher Kreispunkte geben, und zwar wird für dieselben $t = a$.

Setzt man diesen Wert in die Gleichung 5.) ein und verbindet mit der erhaltenen Gleichung $x = 0$ die Gleichung 5.) und 1.), so erhält man zur Bestimmung des Ortes der Kreispunkte die Gleichungen:

$$\frac{y^2}{(a-b)b} - 1 = 0, \quad \frac{y^2}{b} - 2z = 0,$$

woraus resultiert:

$$x = 0, \quad y = \pm\sqrt{(a-b)b}, \quad z = \frac{a-b}{2}.$$

Die Kreispunkte liegen daher in der yz-Ebene symmetrisch gegen die z-Achse.

Die in den Gleichungen 4.) noch unbestimmt gebliebene Grösse m wird mit Hilfe der Gleichung

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

bestimmt, und es ist:

$$mt = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{(t-a)^2} + \frac{y^2}{(t-b)^2} + 1}}$$

Dass die Krümmungslinien auf einander senkrecht stehen, kann folgendermassen nachgewiesen werden. Es ist:

$$\frac{x^2}{a}(t-b) + \frac{y^2}{b}(t-a) - (t-a)(t-b) = (t-a)(t-b)f(t) = (t_1-t)(t_2-t)A.$$

Wie die Entwicklung zeigt, ist $A = -1$.

Die Bedingung der Orthogonalität wird gegeben durch die Gleichung:

$$\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 = 0,$$

oder die Werte aus 4.) eingesetzt:

$$m_1 t_1 . m_2 t_2 \left(\frac{x^2}{(t_1-a)(t_2-a)} + \frac{y^2}{(t_1-b)(t_2-b)} + 1\right) = 0.$$

Nun ist:

$$\frac{x^2}{a}(a-b) = -(t_1-a)(t_2-a), \quad \frac{y^2}{b}(a-b) = (t_1-b)(t_2-b).$$

Setzt man diese Werte in die obige Gleichung ein, so erhält man:

$$-\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a-b} + 1 = 0.$$

Es ist somit obige Bedingung erfüllt.

Es ist, wie aus 4.) hervorgeht:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{mtx}{t-a}, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{mty}{t-b}, \quad \frac{dz}{ds} = = mt.$$

Um ds durch dt auszudrücken, differenziert man die Gleichung 5.) nach t. Man erhält dann:

$$\frac{2x\,dx}{(t-a)a} + \frac{2y\,dy}{(t-b)b} - \frac{x^2}{(t-a)^2 a} - \frac{y^2}{(t-b)^2 b} = 0.$$

Setzt man für dx, dy die Werte aus den obigen Gleichungen ein, so erhält man:

$$\left(\frac{x^2}{(t-a)^2 a} + \frac{y^2}{(t-b)b}\right)(2mt\,ds - dt) = 0.$$

Da der erste Factor nicht Null wird, so muss, soll die Gleichung bestehen,

$$ds = \frac{dt}{2mt}$$

und $$\frac{2\,dx}{x} = \frac{dt}{t-a}, \quad \frac{2\,dy}{y} = \frac{dt}{t-b}, \quad 2\,dz = dt$$ sein.

Bei der Integration dieser Differentialgleichungen ist, um die Integrale in reeller Form zu erhalten, zu beachten, welcher der zwei aus 5.) resultierenden Werte für t zu setzen ist:

für $t > a$ ist $t - a > 0, \quad t - b > 0$,

für $a > t > b$ ist $t - a < 0, \quad t - b > 0$.

Daher sind die Integrale obiger Gleichungen folgende:

$$x^2 = A^2(t-a), \quad y^2 = B^2(t-b), \quad 2z = t + C,$$
$$x^2 = -A^2(t-a), \quad y^2 = B^2(t-b), \quad 2z = t + C.$$

Im allgemeinen ist:

$$x^2 = \varepsilon A^2(t-a), \quad y^2 = B^2(t-b), \quad 2z = t + C \;.\;.\;.\;.\;.\; 6.)$$

Die Projectionen der Krümmungslinien erster Art werden daher charakterisiert durch die Gleichungen:

$-\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = a - b$ einer Hyperbel,

$\frac{x^2}{A^2} = 2z - (a + C)$ » Parabel,

$\frac{y^2}{B^2} = 2z - (b + C)$ » »

Die der zweiten Art durch die Gleichungen:

$$\frac{y^2}{B^2} + \frac{x^2}{A^2} = a - b \qquad \text{einer Ellipse},$$

$$\frac{x^2}{A^2} = -2z + (a + C) \qquad \text{» Parabel},$$

$$\frac{y^2}{B^2} = \quad 2z - (b + C) \qquad \text{»} \qquad \text{»}$$

In diesen Gleichungen sind die Constanten A^2, B^2, C nicht vollkommen unabhängig, sondern müssen den Bedingungsgleichungen entsprechen, welche sich ergeben aus der Gleichung:

$$\left(\frac{\varepsilon A^2}{a} + \frac{B^2}{b} - 1\right) t - (\varepsilon A^2 + B^2 + C) = 0,$$

welche erhalten wird, wenn die Werte für x^2, y^2, z aus den Gleichungen 6.) in die Gleichung 1.) eingesetzt werden. Da obige Gleichung identisch für alle Werte von t erfüllt sein muss, so ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon A^2}{a} + \frac{B^2}{b} - 1 = 0 \\ \varepsilon A^2 + B^2 + C = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7.)$$

Es ist somit nur eine der drei Constanten unabhängig.

Sollen die Krümmungslinien für einen bestimmten Punkt der Fläche bestimmt werden, so sucht man für diesen Punkt den Wert von t. Z. B. für die Kreispunkte ist $t = a$ und

$$x = 0, \qquad y = \pm\sqrt{(a-b)b}, \qquad z = \frac{a-b}{2}.$$

Setzt man diese Werte in 6.), so ergeben sich zur Bestimmung der Constanten die Gleichungen:

$$(a-b)b = B^2(a-b), \qquad a - b = a + C;$$

daraus ergibt sich $B^2 = b$, $C = -b$ zur Bestimmung von A^2 die Gleichungen 7.):

$$\frac{\varepsilon A^2}{a} + \frac{b}{b} - 1 = 0, \qquad A = 0.$$

Man erhält demnach sowohl für die Krümmungslinien der ersten Art als die der zweiten Art die Gleichungen:

$$x = 0, \qquad y^2 = b(t-b) \text{ und } 2z = t - b.$$

Für die Krümmungslinien erster Art variiert t von a bis ∞, daher y^2 von $b(a-b)$ bis ∞ und z von $a-b$ bis ∞; dagegen für Krümmungslinien der zweiten Art kann t die Werte von b bis a erhalten, daher y^2 die Werte von 0 bis $b(a-b)$, z von 0 bis $a-b$.

Die Projection der Krümmungslinien auf die yz-Ebene ist $y^2 = 2bz$, eine Parabel, welche von $z = 0$ bis $z = a - b$ den Krümmungslinien der zweiten Art, von $z = a - b$ bis $z = \infty$ denen der ersten Art angehört.

IV. Das hyperbolische Paraboloid.

Die Gleichung desselben ist:

$$\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} - 2z = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1.)$$

Denkt man sich auf dieser Fläche eine Linie gezogen, welche den Coordinaten x, y, z und $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ genügen soll, so erhält man durch Differentiation von 1.) die reducierte Gleichung:

$$\frac{2x\,dx}{a} - \frac{2y\,dy}{b} - 2\,dz = 0$$

oder durch Division durch ds

$$\frac{2x}{a}\cos\alpha - \frac{2y}{b}\cos\beta - 2\cos\gamma = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots 2.)$$

welche Gleichung in Verbindung mit 1.) die betrachtete Curve charakterisiert.

Soll dieselbe ein Normalschnitt sein, so muss

$$\varepsilon\varrho\frac{d\cos\alpha}{ds} = \cos\lambda, \qquad \varepsilon\varrho\frac{d\cos\beta}{ds} = \cos\mu, \qquad \varepsilon\varrho\frac{d\cos\gamma}{ds} = \cos\nu$$

sein, wo $\varepsilon = \pm 1$, ϱ der Krümmungsradius und λ, μ, ν die Richtungswinkel der Flächennormale sind.

In unserem Falle ist:

$$\cos\lambda = \frac{2x}{a.w}, \qquad \cos\mu = -\frac{2y}{b.w}, \qquad \cos\nu = -\frac{2}{w}$$

und

$$w = 2\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 1} = \frac{2}{h}.$$

Differenziert man die Gleichung 2.), so ergibt dies die Gleichung:

$$\frac{2x}{a}\,\frac{d\cos\alpha}{ds} - \frac{2y}{b}\cdot\frac{d\cos\beta}{ds} - \frac{2\,d\cos\gamma}{ds} + \frac{2\cos^2\alpha}{a} - \frac{2\cos^2\beta}{b} = 0.$$

Daraus ergibt sich mit Berücksichtigung der vorhergehenden Gleichungen:

$$\frac{h}{\varepsilon\varrho}\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + 1\right) = -\frac{\cos^2\alpha}{a} + \frac{\cos^2\beta}{b}$$

oder

$$\frac{1}{\varepsilon h\varrho} = -\frac{\cos^2\alpha}{a} + \frac{\cos^2\beta}{b}.$$

Um die Hauptkrümmungsrichtungen zu finden, müssen wir den Maximalwert und Minimalwert von ϱ bestimmen. Nun ist:

$$d\left(\frac{1}{\varepsilon h\varrho}\right) = -\frac{2\cos\alpha\,d\cos\alpha}{a} + \frac{2\cos\beta\,d\cos\beta}{b} = 0,$$

$$\frac{x}{a}d\cos\alpha - \frac{y}{b}d\cos\beta - d\cos\gamma = 0,$$

$$\cos\alpha\,d\cos\alpha + \cos\beta\,d\cos\beta + \cos\gamma\,d\cos\gamma = 0.$$

Multipliciert man die zweite und dritte Gleichung mit $2m$ und $2n$, so erhält man:

$$-\frac{\cos\alpha}{a} + \frac{mx}{a} + n\cos\alpha = 0,$$

$$\frac{\cos\beta}{b} - \frac{my}{b} + n\cos\beta = 0,$$

$$-m + n\cos\gamma = 0.$$

Um n zu bestimmen, multipliciert man die Gleichungen respective mit $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$, und man erhält dann $n = -\frac{1}{\varepsilon h\varrho}$. Setzt man diesen Wert in die obigen Gleichungen ein, so ergeben sich folgende Werte:

$$\cos\alpha = \frac{mx\varepsilon h\varrho}{(\varepsilon h\varrho + a)}, \quad \cos\beta = \frac{my\varepsilon h\varrho}{(\varepsilon h\varrho + b)}, \quad \cos\gamma = -m\varepsilon h\varrho,$$

oder der Abkürzung halber $\varepsilon h\varrho = t$ gesetzt:

$$\cos\alpha = \frac{mxt}{(t+a)}, \quad \cos\beta = \frac{myt}{(t-b)}, \quad \cos\gamma = -mt \; . \; . \; . \; . \; . \; 3.)$$

Ist t bestimmt, so kann die in diesen Gleichungen noch vorkommende unbestimmte Grösse m mit Hilfe der Fundamentalgleichung

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

bestimmt werden. Man erhält durch Einsetzung obiger Werte:

$$mt = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{(t+a)^2} + \frac{y^2}{(t-b)^2} + 1}}$$

Um t zu bestimmen, setzt man die Werte für $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ aus den Gleichungen 3.) in 2.) ein und erhält:

$$mt\left(\frac{x^2}{(t+a)a} - \frac{y^2}{(t-b)b} + 1\right) = 0$$

oder

$$\frac{x^2}{(t+a)a} - \frac{y^2}{(t-b)b} + 1 = 0 \equiv f(t) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4.)$$

Diese Gleichung ist nach t quadratisch, und zwar müssen ihre Wurzeln reell sein. Um dies, ohne die Gleichung wirklich aufzulösen, nachzuweisen, stellen wir folgende Untersuchung an. Sei $t = b \pm \delta$, so erhält $f(t)$ die Gestalt:

$$\frac{x^2}{(a+b\pm\delta)a} - \frac{y^2}{(\pm\delta)b} + 1 \equiv f(t).$$

Für $+\delta = \infty$ wird dieser Ausdruck für endliche Werte von x^2 und y^2 gleich $+1$; für $+\delta = 0$ dagegen wird $f(t) = -\infty$. Da $f(t)$ zwischen $t = b$ und $t = \infty$ keine Stetigkeitsunterbrechung erleidet, so muss für einen Wert von $t > b$ $f(t) = 0$ werden.

Für $-\delta = 0$ wird $f(t) = +\infty$.

Setzt man $t = -a \pm \delta$, so wird $f(t)$ gleich

$$\frac{x^2}{(\pm\delta)a} - \frac{y^2}{(-a\pm\delta-b)b} + 1 = f(t).$$

Für $+\delta = 0$ wird $f(t) = +\infty$.

Es bleibt somit für Werte von t, welche zwischen b und $-a$ liegen, $f(t)$ immer positiv.

Für $-\delta = 0$ wird $f(t) = -\infty$; für $-\delta = \infty$ dagegen wird $f(t) = +1$. Es wird daher die zweite Wurzel obiger Gleichung zwischen $-a$ und $-\infty$ gelegen sein.

Da hier die Werte von t stets entgegengesetzte Vorzeichen haben, so müssen die beiden Hauptkrümmungsradien nach entgegengesetzten Seiten der Fläche gerichtet sein, und es kann auf dem hyperbolischen Paraboloide keine Kreispunkte geben.

Jedoch kann es Punkte geben, in denen die absoluten Werte von ϱ gleich sind. Die Bedingung dafür ist, dass der Coëfficient der ersten Potenz von t in 4.) verschwinde, d. h. dass

$$\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} + a - b = 0 \qquad \text{ist.}$$

Diese Gleichung verbunden mit der Gleichung 1.) gibt

$$z = \frac{a-b}{2}, \qquad \frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} + (a-b) = 0$$

als Gleichungen des geometrischen Ortes dieser Punkte, und zwar ist dieser die Schnittcurve einer in der Höhe $\frac{a-b}{2}$ parallel zur xy-Ebene durch die Fläche gelegten Schnittebene.

Mit Hilfe der Bedingungsgleichung

$$\cos\omega = \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 = 0$$

kann nachgewiesen werden, dass die Hauptkrümmungsrichtungen, also auch die Tangenten der Krümmungslinien, in einem Punkte der Fläche auf einander senkrecht stehen.

$$\cos\omega = m_1 t_1 . m_2 t_2 \left(\frac{x^2}{(t_1+a)(t_2+a)} + \frac{y^2}{(t_1-b)(t_2-b)} + 1\right)$$

Es ist aber:

$$\frac{x^2(t-b)}{a} - \frac{y^2(t+a)}{b} + (t+a)(t-b) = f(t)(t+a)(t-b) = (t_1-t)(t_2-t).$$

Setzt man $t = -a$, so erhält man hieraus:

$$-\frac{x^2(a+b)}{a} = (t_1+a)(t_2+a),$$

dagegen für $t = b$

$$-\frac{y^2(a+b)}{b} = (t_1 - b)(t_2 - b)$$

und
$$\cos\omega = m_1 t_1 \,.\, m_2 t_2 \left(-\frac{a+b}{a+b} + 1\right) = 0.$$

Die Gleichungen 3.) können auch geschrieben werden:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{mxt}{t+a}, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{myt}{t-b}, \quad \frac{dz}{ds} = -mt \; \ldots\ldots\ldots \; 5.)$$

Um ds durch die Variable t auszudrücken, differenziert man die Gleichung 4.) nach t und erhält:

$$\frac{2x\,dx}{(t+a)a} - \frac{2y\,dy}{(t-b)b} - \frac{x^2 dt}{(t-a)^2 a} + \frac{y^2 dt}{(t-b)^2 b} = 0.$$

Setzt man in diese Gleichung die Werte für dx, dy aus den früheren Gleichungen ein, so erhält man:

$$\frac{2mx^2 t\,ds}{(t+a)^2 a} - \frac{2my^2 t\,ds}{(t-b)^2 a} - \left(\frac{x^2}{(t+a)^2 a} - \frac{y^2}{(t-b)^2 b}\right) dt,$$

hieraus:
$$2mt\,ds = dt \quad \text{und} \quad dt = \frac{dt}{2mt}.$$

Setzt man diesen Wert in 5.) ein, so ergibt sich:

$$\frac{2\,dx}{x} = \frac{dt}{t+a}, \quad \frac{2\,dy}{y} = \frac{dt}{t-b}, \quad 2\,dz = -dt.$$

Um das Integral in reeller Form zu erhalten, muss unterschieden werden, welcher Wert für t gesetzt wird.

Für $t < -a$ ist $t + a < 0$, $t - b < 0$.

Die Integrale für diesen Wert erhalten dann die Form:

$$x^2 = -A(t+a), \quad y^2 = -B(t-b), \quad 2z = -t + C.$$

Für $t > b$ ist $t + a > 0$, $t - b > 0$.

Daher gestalten sich die Integrale folgendermassen:

$$x^2 = A(t+a), \quad y^2 = B(t-b), \quad 2z = -t + C$$

oder im allgemeinen:

$$x^2 = \varepsilon A(t+a), \quad y^2 = \varepsilon B(t-b), \quad 2z = -t + C.$$

Durch Verbindung zweier dieser Gleichungen und Elimination von t erhält man die Gleichungen der Projectionen auf die drei Coordinatenebenen, und zwar für die Krümmungslinien der ersten Art:

$\frac{y^2}{B} - \frac{x^2}{A} = a + b$ die Gleichung einer Hyperbel,

$$\frac{x^2}{A} = 2z - (a + C) \quad \text{die Gleichung einer Parabel,}$$

$$\frac{y^2}{B} = 2z - (b + C) \quad \text{» » » »}$$

für die Krümmungslinien zweiter Art:

$$\frac{x^2}{A} - \frac{y^2}{B} = a + b \quad \text{die Gleichung einer Hyberbel,}$$

$$\frac{x^2}{A} = -2z + a + C \quad \text{» » » Parabel,}$$

$$\frac{y^2}{B} = -2z - b + C \quad \text{» » » »}$$

Hiebei ist zu bemerken, dass die Constanten A, B, C nicht vollkommen unabhängig von einander sind, sondern der Bedingungsgleichung genügen:

$$\frac{\varepsilon A(t + a)}{a} - \frac{\varepsilon B(t - b)}{b} + t - C = 0.$$

Daraus ergeben sich, weil diese Gleichung identisch für alle Werte von t erfüllt sein muss, die Bedingungsgleichungen:

$$\frac{\varepsilon A}{a} = \frac{\varepsilon B}{b} + 1 = 0, \qquad \varepsilon A + \varepsilon B - C = 0.$$

Es ist somit nur eine Constante willkürlich.

V. Die gemeine Schraubenfläche.

Die Gleichung derselben in rechtwinkligen Coordinaten ist:

$$x \sin \frac{z}{c} - y \cos \frac{z}{c} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 1.)$$

Man kann dieser Gleichung auch die Form geben:

$$\frac{x}{y} = \frac{\cos \frac{z}{c}}{\sin \frac{z}{c}} \quad \text{oder} \quad \frac{x}{y} = \operatorname{cotg} \frac{z}{c}.$$

Setzt man $\frac{z}{c} = \varphi$, so erhält man $\frac{x}{y} = \operatorname{cotg} \varphi$.

Für den speciellen Fall $\varphi = 2\pi$ ist $z = h$ der Höhe eines Schraubenganges und $2\pi = \frac{h}{c}$ und $c = \frac{h}{2\pi}$.

Es ist somit die Constante c die Höhe der Windung für den Drehungswinkel $\varphi = 1$.

Nachdem wir die Bedeutung von c festgesetzt haben, wollen wir auf der Fläche eine Linie gezogen denken, die durch die Punkte x, y, z und $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ hindurchgeht. Durch Einsetzung dieser Werte in 1.) erhält man bei Hinweglassung der Grössen höherer Ordnung die reducierte Gleichung:

$$\left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}\right) dz + \sin\frac{z}{c}\, dx - \cos\frac{z}{c}\, dy = 0.$$

Durch Division durch ds ergibt sich:

$$\left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}\right) \frac{dz}{ds} + \sin\frac{z}{c} \cdot \frac{dx}{ds} - \cos\frac{z}{c} \cdot \frac{dy}{ds} = 0.$$

Nach den früheren Erörterungen ist:

$$\frac{dz}{ds} = \cos\gamma, \qquad \frac{dy}{ds} = \cos\beta, \qquad \frac{dx}{ds} = \cos\alpha,$$

somit $$\left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}\right) \cos\gamma + \sin\frac{z}{c} \cos\alpha - \cos\frac{z}{c} \cos\beta = 0 \quad \ldots \quad 2.)$$

Differenziert man nochmals und dividiert durch ds, so erhält man:

$$\frac{1}{c} \cos\frac{z}{c} \cos\gamma \frac{dx}{ds} + \frac{1}{c} \sin\frac{z}{c} \cos\gamma \frac{dy}{ds} + \left(\frac{1}{c} \cos\frac{z}{c} \cos\alpha + \frac{1}{c} \sin\frac{z}{c} \cos\beta\right) \frac{dz}{ds} +$$

$$+ \sin\frac{z}{c} \frac{d\cos\alpha}{ds} - \cos\frac{z}{c} \frac{d\cos\beta}{ds} + \left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}\right) \frac{d\cos\gamma}{ds} = 0 \quad . \ . \ 3.)$$

Soll die betrachtete Curve ein Normalschnitt sein, so muss

$$\varepsilon\varrho \frac{d\cos\alpha}{ds} = \cos\lambda, \qquad \varepsilon\varrho \frac{d\cos\beta}{ds} = \cos\mu, \qquad \varepsilon\varrho \frac{d\cos\gamma}{ds} = \cos\nu \qquad \text{sein,}$$

wo $$\cos\lambda = \frac{\sin\frac{z}{c}}{w}, \qquad \cos\mu = \frac{-\cos\frac{z}{c}}{w}, \qquad \cos\nu = \frac{\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}}{w}$$

ist. w findet man in folgender Weise:

$$w^2 = \sin^2\frac{z}{c} + \cos^2\frac{z}{c} + \left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}\right)^2$$

Nun ist:

$$\left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\frac{z}{c}\right)^2 = \frac{x^2}{c^2} \cos^2\frac{z}{c} + 2\frac{xy}{c^2} \sin\frac{z}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y^2}{c^2} \sin^2\frac{z}{c} \qquad \text{und}$$

$$0 = \left(\frac{x}{c} \sin\frac{z}{c} - \frac{y}{c} \cos\frac{z}{c}\right)^2 = \frac{x^2}{c^2} \sin^2\frac{z}{c} - 2\frac{xy}{c^2} \sin\frac{z}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y^2}{c^2} \cos^2\frac{z}{c}.$$

Addiert man diese beiden Gleichungen, so erhält man:

$$\left(\frac{x}{c} \cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c} \sin\right)^2 = \frac{1}{c^2}(x^2 + y^2),$$

somit $$w = \frac{1}{c}\sqrt{c^2 + x^2 + y^2} = \frac{1}{ch}.$$

Setzt man die gefundenen Werte für $\frac{d\cos\alpha}{ds}\ldots$ in 3.) ein, so erhält man:

$$\frac{2}{c}\cos\frac{z}{c}\cos\alpha\cos\gamma+\frac{2}{c}\sin\frac{z}{c}\cos\beta\cos\gamma+\sin^2\frac{z}{c}\frac{ch}{\varepsilon\varrho}+\cos^2\frac{z}{c}\cdot\frac{ch}{\varepsilon\varrho}+$$

$$+\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c}+\frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right)^2\frac{ch}{\varepsilon\varrho}=0,$$

woraus sich ergibt:

$$\frac{2}{c}\cos\frac{z}{c}\cos\alpha\cos\gamma+\frac{2}{c}\sin\frac{z}{c}\cos\beta\cos\gamma+\frac{1}{\varepsilon\varrho h}=0.$$

Soll die auf der Schraubenfläche gezogene Curve ein Hauptnormalschnitt sein und sollen die Richtungscosinusse der Tangente an diese Linie gefunden werden, so muss der Maximal- und Minimalwert von ϱ gefunden werden. Zu diesem Ende differenziert man die vorstehende Gleichung und erhält:

$$d\left(\frac{1}{\varepsilon\varrho h}\right)=-2\cos\frac{z}{c}\cos\gamma\, d\cos\alpha-2\sin\frac{z}{c}\cos\gamma\, d\cos\beta-$$

$$-\left(2\cos\frac{z}{c}\cos\alpha+2\sin\frac{z}{c}\cos\beta\right)d\cos\gamma=0.$$

Dazu kommen noch die Bedingungsgleichungen:

$$\sin\frac{z}{c}\,d\cos\alpha-\cos\frac{z}{c}\,d\cos\beta+\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c}+\frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right)d\cos\gamma=0,$$

$$\cos\alpha\, d\cos\alpha+\cos\beta\, d\cos\beta+\cos\gamma\,.\,d\cos\gamma=0.$$

Durch Multiplication mit $2m$ und $2n$ erhält man:

$$-\cos\frac{z}{c}\cos\gamma+m\sin\frac{z}{c}+n\cos\alpha=0,$$

$$-\sin\frac{z}{c}\cos\gamma-m\cos\frac{z}{c}+n\cos\beta=0,$$

$$-\left(\cos\frac{z}{c}\cos\alpha+\sin\frac{z}{c}\cos\beta\right)+m\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c}+\frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right)+n\cos\gamma=0.$$

Durch Multiplication mit $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ ergibt sich der Wert von n aus diesen Gleichungen: $n=\frac{1}{\varepsilon\varrho h}$.

Es werde nun dieser Wert in die vorherstehenden Gleichungen eingesetzt, diese nehmen dann folgende Gestalt an:

$$-\cos\frac{z}{c}\cos\gamma+m\sin\frac{z}{c}+\frac{\cos\alpha}{\varepsilon h\varrho}=0,$$

$$-\sin\frac{z}{c}\cos\gamma-m\cos\frac{z}{c}+\frac{\cos\beta}{\varepsilon h\varrho}=0,$$

$$-\left(\cos\frac{z}{c}\cos\alpha+\sin\frac{z}{c}\cos\beta\right)+m\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c}+\frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right)+\frac{\cos\gamma}{\varepsilon h\varrho}=0\;.\;.\;.\;4.)$$

Multipliciert man die erste und zweite dieser Gleichungen respective mit $\cos\frac{z}{c}$ und $\sin\frac{z}{c}$, so erhält man:

$$-\cos^2\frac{z}{c}\cos\gamma + m\sin\frac{z}{c}\cos\frac{z}{c} + \frac{\cos\alpha\cos\frac{z}{c}}{\varepsilon h\varrho} = 0,$$

$$-\sin^2\frac{z}{c}\cos\gamma - m\sin\frac{z}{c}\cos\frac{z}{c} + \frac{\cos\beta\sin\frac{z}{c}}{\varepsilon\varrho h} = 0.$$

Durch Addition dieser Gleichungen resultiert:

$$-\cos\gamma + \frac{1}{\varepsilon h\varrho}\left(\cos\frac{z}{c}\cos\alpha + \sin\frac{z}{c}\cos\beta\right) = 0,$$

oder $\frac{1}{\varepsilon h\varrho} = t$ gesetzt:

$$-\cos\gamma + t\left(\cos\frac{z}{c}\cos\alpha + \sin\frac{z}{c}\cos\beta\right) = 0.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung 4.) ein, so ergibt sich der Ausdruck:

$$-\frac{\cos\gamma}{t} + m\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right) + \cos\gamma\,.\,t = 0$$

und

$$\cos\gamma\frac{1-t^2}{t} = m\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right).$$

Setzt man ferner:

$$\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c}\sin\frac{z}{c} = \frac{r}{c}$$

und berücksichtigt, dass

$$\frac{x}{c}\sin\frac{z}{c} - \frac{y}{c}\cos\frac{z}{c} = 0,$$

so erhält man:

$$\frac{x}{c} = \frac{r}{c}\cos\frac{z}{c}, \quad \frac{y}{c} = \frac{r}{c}\sin\frac{z}{c}$$

und

$$\cos\gamma\,.\,\frac{1-t^2}{t} = m\,.\,\frac{r}{c}\left(\cos^2\frac{z}{c} + \sin^2\frac{z}{c}\right),$$

woraus folgt:

$$\cos\gamma = \frac{mrt}{c(1-t^2)} = \frac{mtx}{c(1-t^2)\cos\frac{z}{c}} = \frac{mty}{c(1-t^2)\sin\frac{z}{c}}.$$

Setzt man den zweiten Wert für $\cos\gamma$ in die Gleichung

$$-\cos\frac{z}{c}\cos\gamma + m\sin\frac{z}{c} + t\cos\alpha = 0$$

ein, so ergibt sich:

$$- \cos\frac{z}{c} \frac{mtx}{c(1-t^2)\cos\frac{z}{c}} + m\sin\frac{z}{c} + t\cos\alpha = 0$$

und daraus:
$$\cos\alpha = \frac{mx}{c(1-t^2)} - \frac{m\sin\frac{z}{c}}{t};$$

ferner durch Substituierung des dritten Wertes in:

$$- \sin\frac{z}{c}\cos\gamma - m\cos\frac{z}{c} + t\cos\beta = 0$$

erhält man den Ausdruck:

$$- \sin\frac{z}{c} \cdot \frac{mty}{c(1-t^2)\sin\frac{z}{c}} - m\cos\frac{z}{c} + t\cos\beta = 0.$$

Hieraus:
$$\cos\beta = \frac{my}{c(1-t^2)} + \frac{m\cos\frac{z}{c}}{t}.$$

Setzt man diese Werte für $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ in die Gleichung 2.) ein, so erhält man:

$$\left(\frac{x}{c}\cos\frac{z}{c} + \frac{y}{c}\sin\frac{z}{c}\right)\frac{mrt}{c(1-t^2)} + \sin\frac{z}{c}\left(\frac{mx}{c(1-t^2)} - \frac{m\sin\frac{z}{c}}{t}\right) -$$

$$- \cos\frac{z}{c}\left(\frac{my}{c(1-t^2)} + \frac{m\cos\frac{z}{c}}{t}\right) = 0 \qquad \text{oder}$$

$$\frac{mr^2t}{c^2(1-t^2)} + \frac{m\left(x\sin\frac{z}{c} - y\cos\frac{z}{c}\right)}{c(1-t^2)} + \frac{m\left(\sin^2\frac{z}{c} + \cos^2\frac{z}{c}\right)}{t} = 0$$

und
$$\frac{mr^2t}{c^2(1-t^2)} - \frac{m}{t} = 0.$$

Aus dieser letzten Gleichung lassen sich sehr einfach die den Hauptkrümmungsrichtungen entsprechenden Werte von t finden. Es ist:

$$t^2 = \frac{c^2}{r^2+c^2} \text{ und } t = \pm\frac{c}{\sqrt{r^2+c^2}}.$$

Es sind daher in jedem Punkte der gemeinen Schraubenfläche die beiden Hauptkrümmungsradien einander gleich, aber nach entgegengesetzten Seiten der Fläche gerichtet.

Der Beweis des Satzes, dass die beiden Hauptkrümmungslinien auf einander senkrecht stehen, gestaltet sich für die gemeine Schraubenfläche in folgender Weise. Es ist:

$$\cos\omega = \cos\alpha_1\cos\alpha_2 + \cos\beta_1\cos\beta_2 + \cos\gamma_1\cos\gamma_2.$$

Die betreffenden Werte eingesetzt, ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\left(\frac{mx(r^2+c^2)}{cr^2} - \frac{my\sqrt{c^2+r^2}}{rc}\right)\left(\frac{mx(r^2+c^2)}{cr^2} + \frac{my\sqrt{c^2+r^2}}{rc}\right) +$$

$$+\left(\frac{my(r^2+c^2)}{cr^2} + \frac{mx\sqrt{c^2+r^2}}{rc}\right)\left(\frac{my(r^2+c^2)}{cr^2} - \frac{mx\sqrt{c^2+r^2}}{rc}\right) +$$

$$+\frac{mrc(r^2+c^2)}{c\sqrt{r^2+c^2}.r^2} \cdot - \frac{mrc(r^2+c^2)}{c\sqrt{r^2+c^2}.r^2} = \cos\omega \qquad \text{oder}$$

$$\frac{m^2(x^2+y^2)(r^2+c^2)^2}{c^2r^4} - \frac{m^2r^2(c^2+r^2)}{r^2c^2} - \frac{m^2r^2c^2(r^2+c^2)^2}{r^4(r^2+c^2)} = \cos\omega,$$

woraus resultiert:

$$\frac{m^2(r^2+c^2)^2 - m^2r^2(c^2+r^2)}{c^2r^2} - \frac{m^2c^2(r^2+c^2)}{r^2} = \frac{m^2(r^2+c^2)c^2}{c^2r^2} -$$

$$- \frac{m^2(r^2+c^2)c^2}{r^2c^2} = 0.$$

Somit ist nachgewiesen, dass die beiden Hauptkrümmungsrichtungen auf einander senkrecht stehen.

Im Folgenden möge der Winkel bestimmt werden, den die Hauptkrümmungsrichtungen mit den Geraden der Fläche bilden. Sei derselbe ω_1. Es ist dann:

$$\cos\omega_1 = \left(\frac{mx}{(1-t^2)c} - \frac{m\sin\frac{z}{c}}{t}\right)\cos\frac{z}{c} + \left(\frac{my}{(1-t^2)c} + \frac{m\cos\frac{z}{c}}{t}\right)\sin\frac{z}{c}$$

oder $$\cos\omega_1 = \frac{m}{(1-t^2)c}\left(x\cos\frac{z}{c} + y\sin\frac{z}{c}\right) = \frac{mr}{(1-t^2)c}.$$

In diesem Ausdrucke ist m unbekannt; dies muss aus der Gleichung $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ bestimmt werden.

Durch Substitution der entsprechenden Werte erhält man:

$$\left(\frac{mx(r^2+c^2)}{cr^2} - \frac{my\sqrt{c^2+r^2}}{cr^2}\right)^2 + \left(\frac{my(r^2+c^2)}{cr^2} + \frac{mx\sqrt{c^2+r^2}}{rc}\right)^2 +$$

$$+\left(\frac{m\sqrt{c^2+r^2}}{r}\right)^2 = 1$$

oder $$\frac{m^2(r^2+c^2)^2}{c^2r^2} + \frac{m^2(r^2+c^2)}{c^2} + \frac{m^2(r^2+c^2)}{r^2} = 1,$$

woraus sich ergibt:

$$m^2\left(\frac{2(r^2+c^2)^2}{c^2r^2}\right) = 1 \text{ und } m = \frac{cr}{r^2+c^2}\sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung:

$$\cos\omega_1 = \frac{mr}{(1-t^2)c}$$

ein, so erhält man folgendes Resultat:

$$\cos\omega_1 = \frac{cr}{r^2+c^2} \cdot \frac{r(r^2+c^2)}{cr^2}\sqrt{\tfrac{1}{2}} = \sqrt{\tfrac{1}{2}} \text{ und } \omega_1 = 45^0.$$

Es sind somit die Hauptkrümmungsrichtungen gegen die Gerade der Fläche symmetrisch.

Um die Gleichungen der Krümmungslinien aufzustellen, kehren wir nach den vorangehenden Abschweifungen zu den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
\cos\alpha &= \frac{dx}{ds} = \frac{mx}{c(1-t^2)} - \frac{m\sin\frac{z}{c}}{t},\\
\cos\beta &= \frac{dy}{ds} = \frac{my}{c(1-t^2)} + \frac{m\cos\frac{z}{c}}{t},\\
\cos\gamma &= \frac{dz}{ds} = \frac{mrt}{c(1-t^2)} = \frac{mtx}{c(1-t^2)\cos\frac{z}{c}} = \frac{mty}{c(1-t^2)\sin\frac{z}{c}}
\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; 5.)$$

zurück und wollen suchen, ds durch dt auszudrücken.

Zu diesem Zwecke differenzieren wir die Gleichung:

$$t^2 = \frac{c^2}{c^2+x^2+y^2}$$

nach t und wir erhalten dann:

$$2t\,dt\,(c^2+x^2+y^2) + 2t^2(x\,dx+y\,dy) = 0$$

oder

$$\frac{c^2dt}{t^3} + x\,dx + y\,dy = 0.$$

Setzt man aus 5.) die Werte für dx und dy ein, so erhält diese Gleichung die Form:

$$\frac{c^2dt}{t^3} + \left[\frac{mx^2+my^2}{c(1-t^2)} - \frac{m}{t}\left(x\sin\frac{z}{c} - y\cos\frac{z}{c}\right)\right]ds = 0$$

oder

$$\frac{c\,dt}{t^3} + \frac{mr^2ds}{c^2(1-t^2)} = 0.$$

Nun ist aber: $t^2(c^2+r^2) = c^2$, folglich: $\frac{r^2}{c^2} = \frac{1-t^2}{t^2}$.

Dies in die vorhergehende Gleichung substituiert, gibt:

$$-\frac{c\,dt}{mt} = ds.$$

Die erste der Gleichungen 5.) gestaltet sich nun folgendermassen:

$$dx = \left(\frac{mx}{c(1-t^2)} - \frac{my}{t\sqrt{x^2+y^2}}\right) \cdot -\frac{c}{m} \cdot \frac{dt}{t} =$$

$$= \left(\frac{x(x^2+y^2+c^2)}{c(x^2+y^2)} \mp \frac{y\sqrt{x^2+y^2+c^2}}{c\sqrt{x^2+y^2}}\right) \cdot \frac{c(xdx+ydy)}{x^2+y^2+c^2} =$$

$$= \frac{x^2dx}{x^2+y^2} \mp \frac{xydx}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}} + \frac{xydy}{x^2+y^2} \mp \frac{y^2dy}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}}.$$

Daraus resultiert die Differentialgleichung:

$$\left(\pm\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}} + \frac{y}{x^2+y^2}\right)dx + \left(\pm\frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}} -\right.$$

$$\left. - \frac{x}{x^2+y^2}\right)dy = 0.$$

Um diese zu integrieren, wollen wir untersuchen, ob die Integrabilitätsbedingung

$$\frac{\partial F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial F}{\partial y \partial x}$$

erfüllt ist.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \pm\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}} + \frac{y}{x^2+y^2};$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \pm\frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}} - \frac{x}{x^2+y^2};$$

daher:

$$\frac{\partial F}{\partial x \partial y} = \pm x \cdot \frac{y(x^2+y^2+c^2)+y(x^2+y^2)}{\sqrt{[(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)]^3}} + \frac{(x^2+y^2)-2y^2}{(x^2+y^2)^2} =$$

$$= \pm x \frac{2y(x^2+y^2)+c^2y}{\sqrt{[(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)]^3}} + \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2},$$

$$\frac{\partial F}{\partial y \partial x} = \pm y \frac{x(x^2+y^2+c^2)+x(x^2+y^2)}{\sqrt{[(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)]^3}} - \frac{(x^2+y^2)-2x^2}{(x^2+y^2)^2} =$$

$$= \pm y \frac{2x(x^2+y^2)+c^2x}{\sqrt{[(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)]^3}} + \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}.$$

Es erscheint somit die Integrabilitätsbedingung erfüllt und

$$F = \int\left(\pm\frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}} + \frac{y}{x^2+y^2}\right)\partial x + C$$

oder $$F = arctg\frac{x}{y} \pm log\left(\sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{x^2+y^2+c^2}\right) + C.$$

Da bei dieser Integration y als constant angesehen wurde, so kann C vielleicht eine Function von y sein; um dies zu untersuchen, differenziert man nach y wie folgt:

$$\frac{\partial F}{\partial y}=\frac{-\frac{x}{y}}{1+\frac{x^2}{y^2}}\pm\frac{y\left(\sqrt{x^2+y^2+c^2}+\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}\left(\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2+y^2+c^2}\right)}+\frac{\partial C}{\partial y}$$

oder
$$\frac{\partial F}{\partial y}=-\frac{x}{x^2+y^2}\pm\frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2+c^2)}}+\frac{\partial C}{\partial y}.$$

Vergleicht man dies mit dem obigen Ausdrucke für $\frac{\partial F}{\partial y}$, so folgt $\frac{\partial C}{\partial y}=0$ und $C=const.$

Setzt man $C=log\,C_1$, so erhält man:

$$arctg\frac{x}{y}\pm log\left(\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2+y^2+c^2}\right)+log\,C_1.$$

Führt man ferner ein: $tg\frac{x}{y}=tg\frac{z}{c}=tg\varphi$ und $x^2+y^2=r^2$, so resultiert:

$$\varphi\pm log\left(r+\sqrt{r^2+c^2}\right)+log\,C_1=0$$

oder
$$C_1\left(r+\sqrt{r^2+c^2}\right)=e^{\mp\varphi}$$

und
$$r+\sqrt{r^2+c^2}=\frac{1}{C_1}e^{\mp\varphi}.$$

Setzt man $r+\sqrt{r^2+c^2}=u$, so ist:

$$r=\frac{u}{2}-\frac{c^2}{2u},$$

daher:
$$r=\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{C_1}e^{\mp\varphi}-C_1c^2e^{\pm\varphi}\right).$$

Die Gleichung der Projection der Krümmungslinien auf die xy-Ebene.

Um die Gleichungen der Projectionen der Krümmungslinien, welche durch den Punkt, dessen Coordinaten durch r_1 und φ_1 bestimmt sind, hindurchgehen, zu finden, setzt man:

$$\varphi_1\pm log\left(r_1+\sqrt{r_1^2+c^2}\right)+log\,C_1=0.$$

Daraus folgt:

$$C_1\left(r_1+\sqrt{r_1^2+c^2}\right)=e^{\mp\varphi_1}\text{ und }C_1=\frac{1}{r_1+\sqrt{r_1^2+c^2}}e^{\mp\varphi_1}=$$

$$=\frac{r_1-\sqrt{r_1^2+c^2}}{c^2}e^{\mp\varphi_1}.$$

Man erhält daher folgende Gleichungen für die Projectionen der Krümmungslinien auf die xy-Ebene:

$$r = \frac{r_1 + \sqrt{r_1^2 + c^2}}{2} e^{-(\varphi - \varphi_1)} - \frac{\sqrt{r_1^2 + c^2} - r_1}{2} e^{+(\varphi - \varphi_1)},$$

$$r = \frac{r_1 + \sqrt{r_1^2 + c^2}}{2} e^{+(\varphi - \varphi_1)} - \frac{\sqrt{r_1^2 + c^2} - r_1}{2} e^{-(\varphi - \varphi_1)}.$$

Es sind daher die Leitstrahlen der Projectionen der Krümmungslinien auf die xy-Ebene die Differenzen der Leitstrahlen zweier logarithmischen Spiralen.

Um die Projectionen auf die xz-Ebene zu bestimmen, geht man aus von der Gleichung:

$$\frac{dz}{ds} = \frac{mtr}{(1-t^2)c}.$$

Es ist nun:

$$t^2(r^2 + c^2) = c^2 \quad \text{und} \quad \frac{r}{c} = \pm\sqrt{\frac{1-t^2}{t^2}} = \pm\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}.$$

Da $\frac{r}{c}$ immer positiv ist, so ist für den positiven Wert von t das obere, für den negativen das untere Vorzeichen zu wählen. Daher:

$$\frac{dz}{ds} = \pm\frac{m}{\sqrt{1-t^2}} \quad \text{und} \quad dz = \pm\frac{m}{\sqrt{1-t^2}}ds.$$

Da $ds = -\frac{m}{c}\frac{dt}{t}$ ist, so wird $dz = \mp\frac{cdt}{t\sqrt{1-t^2}}$.

Um den Unterschied in den Vorzeichen von t sichtbar zu machen, setzen wir $t = \pm u$, wo dann

$$u = \frac{c}{\sqrt{r^2 + c^2}} = \frac{c \cos\frac{z}{c}}{\sqrt{\left(x^2 + c^2\cos^2\frac{z}{c}\right)}} \quad \text{ist.}$$

Dann ist $dt = \pm du$, $t = \pm u$ und $dz = \mp\frac{cdu}{u\sqrt{1-u^2}}$

und
$$z = \mp c\int\frac{du}{u\sqrt{1-u^2}} + C$$

oder
$$z = \pm c \log\frac{1 + \sqrt{1-u^2}}{u} + C.$$

Setzt man den Wert für u ein, so erhält man:

$$z - C = \pm c \log\frac{x + \sqrt{x^2 + c^2\cos^2\frac{z}{c}}}{c\cos\frac{z}{c}}$$

und $$e^{\pm\frac{z-C}{c}} = \frac{x+\sqrt{x^2+c^2\cos^2\frac{z}{c}}}{c\cos\frac{z}{c}} = w.$$

Daher:

$$\frac{x}{c\cos\frac{z}{c}} + \sqrt{\frac{x^2}{c^2\cos^2\frac{z}{c}}+1} = w \quad \text{und} \quad w^2+2w\cdot\frac{x}{c\cos\frac{z}{c}} = 1.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{x}{c\cos\frac{z}{c}} = \frac{w^2-1}{2w} = \tfrac{1}{2}\left(w-\frac{1}{w}\right) =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left(e^{\pm\frac{z-C}{c}} - e^{\mp\frac{z-C}{c}}\right)$$

und $$x = \frac{c\cos\frac{z}{c}}{2}\left(e^{\pm\frac{z-C}{c}} - e^{\mp\frac{z-C}{c}}\right).$$

als die Gleichung der Projectionen der Krümmungslinien auf die xz-Ebene.

Um die Projection auch für durch einen bestimmten Punkt $x_1\, z_1$ gehende Krümmungslinien zu erhalten, setzt man diese Werte in die obige Gleichung ein und man erhält:

$$x_1 = \frac{c\cos\frac{z_1}{c}}{2}\left(e^{\mp\frac{C}{c}}e^{\pm\frac{z_1}{c}} - e^{\pm\frac{C}{c}}e^{\mp\frac{z_1}{c}}\right).$$

Da der Punkt auf der Schraubenfläche liegt, so ist:

$$\frac{x_1}{\cos\frac{z_1}{c}} = r_1, \quad \frac{z_1}{c} = \varphi \quad \text{und} \quad \frac{2r_1}{c}e^{\mp\frac{C}{c}} = \left(e^{\mp\frac{C}{c}}\right)^2 e^{\pm\varphi_1} - e^{\mp\varphi_1}.$$

Daher: $$e^{\mp\frac{C}{c}} = \frac{r_1}{c}e^{\mp\varphi} \pm \sqrt{\frac{(r_1^2+c^2)(e^{\mp\varphi})^2}{c^2}}$$

und $$e^{\mp\frac{C}{c}} = \frac{e^{\mp\varphi}}{c}\left(r_1 \pm \sqrt{r_1^2+c^2}\right).$$

Daher:

$$x = \frac{c\cos\frac{z}{c}}{2}\left(e^{\pm\frac{z}{c}}\cdot\frac{e^{\mp\varphi_1}\left(r_1\pm\sqrt{r_1^2+c^2}\right)}{c} - e^{\mp\frac{z}{c}}\cdot\frac{c\,e^{\pm\varphi_1}}{r_1\pm\sqrt{r_1^2+c^2}}\right).$$

Damit dieser Ausdruck mit dem oben für die Projection auf die xy-Ebene erhaltenen übereinstimmt, muss von dem doppelten Vorzeichen vor der Quadratwurzel das untere gewählt werden. Man erhält dann:

$$x = \frac{\cos\frac{z}{c}}{2}\left(\left(r_1 + \sqrt{r_1^2+c^2}\right)e^{\mp\left(\frac{z}{c}-\varphi_1\right)} - \left(\sqrt{r_1^2+c^2} - r_1\right)e^{\pm\left(\frac{z}{c}-\varphi_1\right)}\right)$$

oder

$$x = r\cos\frac{z}{c}.$$

Um schliesslich die Projection auf die yz-Ebene zu finden, geht man wieder von der Gleichung

$$\frac{dz}{ds} = \frac{mtr}{(1-t^2)c} \quad \text{aus und setzt} \quad \frac{r}{c} = \pm\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$$

und

$$t = \pm\frac{c\sin\frac{z}{c}}{\sqrt{y^2+c^2\sin^2\frac{z}{c}}} = \pm u.$$

Durch eine ähnliche Integration, wie sie bei der Aufsuchung der Projection auf die xz-Ebene durchgeführt wurde, erhält man:

$$z - C = \pm c\log\frac{1+\sqrt{1-u^2}}{u}$$

und

$$\frac{1+\sqrt{1-u^2}}{u} = e^{\pm\frac{z-C}{c}}.$$

Setzt man in diese Gleichung den Wert für u ein, so erhält man:

$$w = \frac{y+\sqrt{y^2+c^2\sin^2\frac{z}{c}}}{c\sin\frac{z}{c}} = e^{\pm\frac{z-C}{c}}.$$

Daraus kann y bestimmt werden. Es ist:

$$w^2 - 2w\cdot\frac{y}{c\sin\frac{z}{c}} = 1,$$

folglich:

$$\frac{y}{c\sin\frac{z}{c}} = \frac{1}{2}\left(w - \frac{1}{w}\right)$$

und

$$y = \frac{c\sin\frac{z}{c}}{2}\left(e^{\mp\frac{C}{c}}e^{\pm\frac{z}{c}} - e^{\pm\frac{C}{c}}e^{\mp\frac{z}{c}}\right).$$

Damit diese Curve dem Punkte $y_1 z_1$ auf der Fläche entspricht, muss $e^{\mp\frac{C}{c}}$ demgemäss bestimmt werden. Dabei ist wieder

$$\frac{y_1}{\sin\frac{z_1}{c}} = r, \qquad \frac{z_1}{c} = \varphi_1.$$

Wir erhalten daher die Bestimmungsgleichung:

$$r_1 = \frac{c}{2}\left(e^{\mp\frac{C}{c}}e^{\pm\varphi_1} - e^{\pm\frac{C}{c}}e^{\mp\varphi_1}\right).$$

Dies ist genau dieselbe Gleichung, wie wir sie oben erhalten, und es resultiert aus derselben:

$$e^{\mp\frac{C}{c}} = \frac{e^{\mp\varphi_1}}{c}\left(r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + c^2}\right).$$

Damit diese Gleichung mit der für die xy-Ebene erhaltenen übereinstimme, muss das untere Vorzeichen bei der Quadratwurzel gewählt werden. Daher:

$$y = \frac{\sin\frac{z}{c}}{2}\left(\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + c^2}\right)e^{\mp\left(\frac{z}{c} - \varphi_1\right)} - \left(\sqrt{r_1^2 + c^2} - r_1\right)e^{\pm\left(\frac{z}{c} - \varphi_1\right)}\right).$$

Die Projectionen der Krümmungslinien auf die yz-Ebene haben daher die Gleichungen:

$$y = \sin\frac{z}{c}\left(\frac{r_1 + \sqrt{r_1^2 + c^2}}{2}e^{\mp\left(\frac{z}{c} - \varphi_1\right)} - \frac{\sqrt{r_1^2 + c^2} - r_1}{2}e^{\pm\left(\frac{z}{c} - \varphi_1\right)}\right)$$

oder

$$y = r\sin\frac{z}{c}.$$

Aus den Voranstehenden Entwickelungen ersieht man, dass die Projectionen der Krümmungslinien auf die xz- und yz-Ebene periodische Curven sind, und zwar die Projection auf die xz-Ebene eine Cosinuslinie mit veränderlicher Amplitude, die auf die yz-Ebene eine Sinuscurve mit veränderlicher Amplitude.

Um die Projectionen einer bestimmten Krümmungslinie zu construieren, bestimme man zuerst die Projection auf die xy-Ebene. Dies geschieht, indem man den vollen Umdrehungswinkel in n (z. B. 8) Theile theilt und die den einzelnen Theilen entsprechenden Leitstrahlen r construiert. Um die Projectionen nun auf die xz- und yz-Ebene zu finden, theilt man die Höhe des Schraubenganges ebenfalls in n (z. B. 8) Theile, zieht durch diese Theilpunkte Parallele mit der x- und y-Achse, projiciert die einzelnen, früher gefundenen Leitstrahlen auf diese Achsen und trägt diese Projectionen auf den entsprechenden Parallelen auf. Auf diese Weise kann man beliebig viele Punkte der Projectionscurven construieren, die Verbindungslinien derselben geben die Projectionscurven selbst.

Schulnachrichten.

1. Der Lehrkörper am Schlusse des zweiten Semesters.

1.) Herr *Dr. Johann Mrhal,* Director, lehrte Mathematik in der VII. Cl.; 5 St. wöch.

2.) Herr *Emil Ziakowski,* Professor, Mitglied der Prüfungscommission für angehende Locomotivführer, Dampfmaschinenwärter u. s. w., Erprobungs- und Revisionscommissär für stationäre Dampfkessel, lehrte darstellende Geometrie in der VI., geometrisches Zeichnen in der I., III. und IV., Schönschreiben in der I. und II. Cl.; 17. St. wöch.

3.) Herr *Franz Kreminger,* Professor, 8. Rangcl., Vorstand der V. Cl., Mitglied der Prüfungscommission für allgemeine Volks- und Bürgerschulen, Custos der Realschulbibliothek, lehrte Mathematik in der IV. und V., darstellende Geometrie in der V. und VII.; 15 St. wöch.

4.) Herr *Franz Globočnik,* Professor, beeideter Kunst- und Sachverständiger für Schriftsachen beim k. k. Landesgerichte, lehrte Freihandzeichnen in allen Classen; 22 St. wöch.

5.) Herr *Friedrich Križnar,* Professor, geistlicher Rath, Exhortator, Vorstand der III. Cl., lehrte kathol. Religion in allen, deutsche Sprache in der III. Cl.; 15. St. wöch.

6.) Herr *Balthasar Knapitsch,* Professor, Custos der chem. Lehrmittel, lehrte Chemie in der IV.—VI., Arithmetik in der I. Cl., analyt. Chemie als Freigegenstand; 16 St. wöch.

7.) Herr *Wilhelm Voss,* Professor, Vorstand der I. Cl., Custos der naturhist. Sammlungen, lehrte Naturgeschichte in der I., II., V., VI. und VII., Geographie in der I. Cl.; 17 St. wöch.

8.) Herr *Andreas Senekovič,* Professor, Custos der phys. Lehrmittel, lehrte Physik in der III., IV., VI. und VII., slovenische Sprache in der I. Cl.; 18 St. wöch.

9.) Herr *Emanuel Ritter v. Stauber,* Professor, beeideter Dolmetsch für italienische Sprache beim k. k. Landesgerichte, Examinator für französische Sprache bei den Volks- und Bürgerschul-Prüfungen, lehrte französische Sprache in der III.—VII. Cl.; 18 St. wöch.

10.) Herr *Anton Raič,* Professor, lehrte slovenische Sprache in der II., III., V., VI., VII., Geschichte und Geographie in der III. Cl.; 20 St. wöch. (von 10. Mai bis zum Jahresschluss wegen Krankheit beurlaubt.)

11.) Herr *Clemens Proft,* Professor, Vorstand der II. Cl., lehrte Mathematik in der II., III. und VI., deutsche Sprache, Geographie und Geschichte in der II. Cl.; 18 St. wöch.

12.) Herr *Franz Levec,* Realschullehrer, Vorstand der IV. Cl., Custos der geogr. und histor. Lehrmittel, Translator für slovenische Sprache bei der k. k. krain. Landesregierung, lehrte Geschichte und Geographie in der IV. und VI., slovenische Sprache in der IV. Cl. und im Freicurse für Nicht-Slovenen; 16 St. wöch. (vom 9. Mai auch Slovenisch in der VII. Classe).

13.) Herr *Dr. Josef Jul. Binder,* Realschullehrer, Vorstand der VII. Cl., lehrte deutsche Sprache in der V., VI. und VII., Geschichte und Geographie in der V. und VII. Cl.; 15 St. wöch. (seit 10. Mai auch Geographie und Geschichte in der III. Cl.)

14.) Herr *Josef Borghi,* suppl. Lehrer, geprüft für deutsche und italienische Sprache U.-R., beeideter Interpret für das Italienische beim k. k. Landesgerichte, lehrte deutsche Sprache in der I. u. IV., italienische Sprache in der V., VI. und VII. Cl.; 16. St. wöch.

15.) Herr *Karl Pirc,* im 1. Sem. Probecandidat, übernahm im 2. Sem. als freiwilliger Hilfslehrer das geometr. Zeichnen in der II. Cl.; 3 St. wöch.

16.) Herr *Johann Verhovec,* Probecandidat am hierortigen k. k. Obergymnasium, lehrte vom 10. Mai bis zum Jahresschluss an Stelle des beurlaubten Professors *Raič* slovenische Sprache in der II., III., V. und VI. Cl.; 13 St. wöch.

17.) Herr *Georg Wehr,* Assistent beim Zeichenunterrichte, geprüfter Lehramtscandidat für Mittelschulen.

Schuldiener.

Bartholomäus Jereb. — *Johann Skube.* — *Anton Bietonz,* Hausmeister.

2. Lehrplan.

Obligate Lehrgegenstände.

I. Classe.

Religion, 2 St. wöch.: Kathol. Religionslehre. Vom Glauben, von den Geboten, Sacramenten; die christliche Gerechtigkeit.

Deutsche Sprache, 4 St. wöch.: Die Wortarten, Flexion des Nomen und Verbum; der nackte Satz, Erweiterung desselben; orthographische Übungen; zahlreiche Lesestücke mit Wort- und Sacherklärungen; Wiedererzählung des Gelesenen; Memorieren und Vortragen erklärter Gedichte und prosaischer Abschnitte. Jeden Monat zwei Hausaufgaben und eine Schularbeit.

Slovenische Sprache, 4 St. wöch.: Lautlehre, Wortarten, Flexion des Nomen und Verbum; der nackte und erweiterte Satz, aufgezeigt und erklärt an einfachen Beispielen, Lesen und Erklären passender Lesestücke, Wiedererzählen des Gelesenen; Memorieren und Vortragen erklärter Gedichte; orthographische Übungen. Monatlich eine Hausaufgabe und zwei Schularbeiten.

Geographie, 3 St. wöch.: Die wichtigsten geographischen Vorbegriffe zum Verständnisse der Karte; Vertheilung von Land und Wasser auf der Erdoberfläche; physikalische und politische Übersicht der Erdtheile; das Wichtigste aus der mathematischen Geographie und Klimatologie.

Arithmetik, 3. St. wöch.: Dekadisches Zahlensystem; die vier Grundoperationen mit unbenannten und mit einfach benannten Zahlen, ohne und mit Decimalien; Erklärung des metrischen Mass- und Gewichtssystemes; Grundzüge der Theilbarkeit der Zahlen; grösstes gemeinsames Mass und kleinstes gemeinsames Vielfache; gemeine Brüche; Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche und umgekehrt; das Rechnen mit mehrfach benannten Zahlen.

Naturgeschichte, 3 St. wöch.: Anschauungsunterricht, im 1. Sem. Wirbelthiere, im 2. Sem. wirbellose Thiere.

Geometrisches Zeichnen, 6 St. wöch.: Zeichnen ebener geometrischer Gebilde aus freier Hand nach Tafelvorzeichnungen, als: Gerade und krumme Linien, Winkel, Dreiecke Vielecke, Kreise, Ellipsen, Combinationen dieser Figuren; das geometrische Ornament; Elemente des Flachornamentes, Erklärung der Körper und ihrer Netze.

Schönschreiben, 1 St. wöch.: Deutsche Current-, englische Cursivschrift; die Rundschrift.

II. Classe.

Religion, 2 St. wöch.: Cultus der kathol. Kirche, Gebet, Messe, Sacramente, Ceremonien; das kathol. Kirchenjahr.

Deutsche Sprache, 3 St. wöch.: Vervollständigung der Formenlehre; Erweiterung der Lehre vom nackten und bekleideten Satze; die Satzverbindung und Satzordnung in ihren leichteren Arten; Fortsetzung der orthographischen Übungen; alles übrige wie in der I. Classe. Alle 14 Tage eine Hausaufgabe, alle vier Wochen eine Schularbeit.

Slovenische Sprache, 4 St. wöch.: Eingehende Wiederholung des in der I. Classe genommenen Lehrstoffes; Erweiterung der Lehre vom nackten bekleideten Satze; die Satzverbindungen; Satzordnung. Eine Stunde wöchentlich Übersetzung aus dem Deutschen ins Slovenische. Monatlich 3 schriftliche Arbeiten, abwechselnd Schul- und Hausarbeiten.

Geographie und Geschichte, 4 St. wöch.: *a)* Geographie, 2. St.: Specielle Geographie Afrikas und Asiens in topographischer und physikalischer Hinsicht, mit Bezugnahme auf Klima und Vegetation, Verkehrsleben und Culturzustände der Völker; Übersicht der Bodengestalt, der Stromgebiete und der Länder Europas; specielle Geographie der Länder des westlichen und südlichen Europa. — *b)* Geschichte, 2 St.: Geschichte des Alterthumes, hauptsächlich der Griechen und Römer.

Arithmetik, 3 St. wöch.: Abgekürzte Multiplication und Division mit periodischen und mit unvollständigen Decimalbrüchen; Mass-, Gewichts- und Münzreduction; Schlussrechnung; Verhältnisse und Proportionen mit Anwendungen.

Naturgeschichte, 3 St. wöch.: Im 1. Sem. Mineralogie; im 2. Sem. Botanik, Beschreibung einiger häufig vorkommender Gewächse und Merkmale der haupsächlichsten natürlichen Familien.

Geometrisches Zeichnen, 3 St. wöch.: *a)* Geometrie, 2 St.: Elemente der Planimetrie bis zur Flächenberechnung. — *b)* Geometrisches Zeichnen, 1 St.: Übungen im Gebrauche der Reissinstrumente; Constructionszeichnungen im Anschlusse an den in der Planimetrie abgehandelten Lehrstoff und unter Berücksichtigung der einfachen ornamentalen Formen.

Freihandzeichnen, 4 St. wöch.: Elemente der Perspective an der Hand der dazu erforderlichen Apparate, Draht- und Holzmodelle; Beleuchtungserscheinungen, Selbstschatten, Schlagschatten, Flachornamente und Vorzeichnungen an der Tafel.

Schönschreiben, 1 St. wöch.: Fortsetzung der Übungen in der I. Cl.

III. Classe.

Religion, 2 St. wöch.: Geschichte der Offenbarungen des **A. B.**

Deutsche Sprache, 4 St. wöch.: Der zusammengezogene und zusammengesetzte Satz; Arten der Nebensätze, Verkürzung derselben; indirecte Rede; die Periode; systematische Belehrung über Orthographie und Zeichensetzung; Lectüre von passenden Lesestücken; Mittheilung biographischer Notizen über die Verfasser; Memorieren, Vortragen. Haus- und Schularbeiten wie in der II. Cl.

Slovenische Sprache, 3 St. wöch.: Wiederholung und Abschluss des ganzen grammatischen Lehrstoffes; Übersetzungen aus dem Slovenischen ins Deutsche und umgekehrt, mit besonderer Rücksicht auf den Gebrauch der Tempora und Modi; Lectüre von passenden Lesestücken. Schul- und Hausarbeiten wie in der II. Cl.

Französische Sprache, 5 St. wöch.: Leselehre; Formenlehre; Substantiv und sein Genre; Adjectiv; regelmässige Conjugation; Construction des einfachen Satzes; mündliche und schriftliche Übersetzung einfacher Sätze aus dem Französischen und in dasselbe; Aneignung eines entsprechenden Wortvorrathes. Kleine Hausarbeiten nach Erfordernis; alle 14 Tage eine Schularbeit.

Geographie und Geschichte, 4 St. wöch.: *a)* Geographie, 2 St.: West- und Nordeuropa; die Alpen; Frankreich und die Schweiz. — *b)* Geschichte, 2 St.: Geschichte des Mittelalters bis Rudolf von Habsburg, unter steter Berücksichtigung der vaterländischen Momente.

Arithmetik, 3 St. wöch.: Die vier Grundoperationen in allgemeinen Zahlen; die Quadrierung und Cubierung ein- und mehrgliedriger algebraischer Ausdrücke sowie dekadischer Zahlen; Wiederholung des Lehrstoffes der früheren Classen; Zinseszinsenrechnung.

Physik, 3 St. wöch.: Allgemeine Eigenschaften der Körper; Wärmelehre; Molecularwirkungen der Kräfte; Magnetismus; Elektricität.

Geometrisches Zeichnen, 3 St. wöch.: *a)* Geometrie, 2 St.: Flächengleiche Figuren und ihre Verwandlung; Flächenberechnung. — *b)* Zeichnen, 1 St.: Anwendung der algebraischen Operationen zur Lösung einfacher Aufgaben der Planimetrie; Theilung und Construction gerader Linien, Dreiecke und Polygone; das geometrische Ornament.

Freihandzeichnen, 4 St. wöch.: Flachornamente, von der einfachen Blattform ausgehend bis zur Combination verschiedener Stilarten, nach Vorzeichnungen an der Tafel; farblose und polychrome Ornamente; perspectivische und Gedächtnis-Zeichnungsübungen.

IV. Classe.

Religion, 2 St. wöch.: Geschichte der Offenbarungen des **N. B.**; Apostelgeschichte; Kirchengeschichte bis auf Constantin d. Gr.

Deutsche Sprache, 3 St. wöch.: Zusammenfassender Abschluss des gesammten grammatischen Unterrichtes; Zusammenstellung von Wortfamilien mit Rücksicht auf Vieldeutigkeit und Verwandtschaft der Wörter gelegentlich der Lectüre; das Wichtigste aus der Prosodie und Metrik; einiges über die antike und germanische Götter- und Heldensage; die wichtigsten Arten der Geschäftsaufsätze. Haus- und Schularbeiten wie in der II. Cl.

Slovenische Sprache, 3 St. wöch.: Das Wichtigste aus der Prosodie und Metrik; die lyrische Dichtungsart an der Hand der Lectüre; Übersetzungen aus dem Deutschen ins Slovenische. Haus- und Schularbeiten wie in der II. Cl.

Französische Sprache, 4 St. wöch.: Fortsetzung der Formenlehre; die Adjectifs numeraux; Comparation; Fürwörter; die drei regelmässigen Conjugationen; article partitif; adverbe; Präpositionen; Syntax des Pronom personnel conjoint.; Frage- und negative Form; die gebräuchlichsten unregelmässigen Verben mit Ausfall des Stammconsonanten. Mündliche und schriftliche Übersetzungen aus dem Französischen ins Deutsche und umgekehrt; Vermehrung des Wortvorrathes; vorbereitete Dictate. Lectüre leichter Erzählungen. Hausarbeiten nach Erfordernis, alle 14 Tage eine Schularbeit.

Geographie und Geschichte, 4 St. wöch.: *a)* Geographie, 2 St.: Specielle Geographie Amerikas, Australiens und der österreichisch-ungarischen Monarchie, mit Berücksichtigung der Verfassungsverhältnisse des Kaiserstaates. — *b)* Geschichte, 2 St.: Übersicht der Geschichte der Neuzeit, mit eingehender Behandlung der Geschichte von Österreich.

Arithmetik, 4 St. wöch.: Wissenschaftlich durchgeführte Lehre von den vier ersten Rechnungsoperationen; Theilbarkeit der Zahlen; grösstes gemeinsames Mass, kleinstes gemeinsames Vielfaches; gemeine und Decimalbrüche; Verhältnisse und Proportionen nebst Anwendungen; Gleichungen des ersten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten.

Physik, 3 St. wöch.: Magnetismus, Elektricität.

Chemie, 3 St. wöch.: Die wichtigsten physikalisch-chemischen Erscheinungen und Processe; kurze Charakteristik der Elemente und der verschiedenen Arten der aus ihnen entstehenden Verbindungen.

Geometrie und geometrisches Zeichnen, 3 St. wöch.: *a)* Geometrie, 1 St.: Anwendung der algebraischen Grundoperationen zur Lösung einfacher Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie. — *b)* Geometr. Zeichnen, 2 St. wöch.: Erklärung und Darstellung der Kegelschnittslinien, elementare Entwicklung der wichtigsten Eigenschaften dieser Linien und deren Anwendung zu Tangenten-Constructionen; Darstellung geometrischer Körper und einfacher technischer Objecte in horizontaler und verticaler Projection auf Grund der Anschauung.

Freihandzeichnen, 4 St. wöch.: Erklärungen über Stil und Stilarten; Ornamente aus dem griechischen, römischen, romanischen, gothischen und Renaissance-Stil.

V. Classe.

Religion, 1 St. wöch.: Kirchengeschichte von Constantin dem Grossen bis auf die neueste Zeit.

Deutsche Sprache, 3 St. wöch.: Formen und Arten der epischen und lyrischen Dichtung; Hauptrichtungen der Prosa; Übungen im Vortragen poetischer und prosaischer Schriftstücke; Lesung entsprechender Dichtungen, mit besonderer Rücksicht auf die Antike. In jedem Semester sechs Aufsätze, meist zur häuslichen Bearbeitung.

Slovenische Sprache, 3 St. wöch.: Abschluss der Syntax; epische Dichtungsart an der Hand der Lectüre. In jedem Semester sechs schriftliche Arbeiten.

Französische Sprache, 3 St. wöch.: Formenlehre des Substantivs und Adjectivs; regelmässige Conjugation; Construction des einfachen Satzes; mündliche und schriftliche Übersetzung einfacher Sätze aus dem Französischen und in dasselbe; Aneignung eines entsprechenden Wortvorrathes. Kleine Hausarbeiten nach Erfordernis, alle 14 Tage eine Schularbeit.

Italienische Sprache, 3 St. wöch.: Abschluss und Wiederholung der Grammatik; Übersetzung von Musaffia's Lesestücken und der Antologia von Pellegrini; Memorieren von Vocabeln und Phrasen. Monatlich drei schriftliche Arbeiten, abwechselnd Haus- und Schularbeiten.

Geschichte, 3 St. wöch.: Geschichte des Alterthums, besonders der Griechen und Römer, mit Hervorhebung der culturhistorischen Momente; Wiederholung der einschlägigen geographischen Partien.

Mathematik, 5 St. wöch.: *a)* Algebra: Kettenbrüche; unbestimmte Gleichungen des ersten Grades; Potenzen; Wurzelgrössen; Logarithmen; Gleichungen des zweiten Grades mit einer Unbekannten. — *b)* Geometrie: Planimetrie, streng wissenschaftlich behandelt.

Naturgeschichte, 3 St. wöch.: Somatologie; Systematik der Thiere, mit genauer Berücksichtigung der Wirbelthiere; das Wichtigste über die geographische Verbreitung der Thiere.

Chemie, 3 St. wöch.: Anorganische Chemie.

Darstellende Geometrie, 3 St. wöch.: Durchführung der Elementaraufgaben der darstellenden Geometrie, über orthogonale Projection mit Rücksicht auf die Bestimmung der Schlagschatten begrenzter Linien und ebener Figuren, vorzugsweise bei parallelen Lichtstrahlen.

Freihandzeichnen, 4 St. wöch.: Studien über den Regelkopf in verschiedenen Lagen; Bau des menschlichen Schädels, nach Vorzeichnungen an der Tafel; Reliefköpfe nach Gypsmodellen; Übungen im Gedächtniszeichnen.

VI. Classe.

Religion, 1 St. wöch.: Generelle Dogmatik; die besondere Glaubenslehre.

Deutsche Sprache, 3 St. wöch.: Abriss der Literaturgeschichte des deutschen Mittelalters; Besprechung der volksthümlichen und ritterlichen Sagenkreise im Anschlusse an die Lesung grösserer Abschnitte aus dem Nibelungenliede und einer Auswahl aus Liedern Walthers von der Vogelweide nach dem Grundexte, unter Hervorhebung der unterscheidenden Merkmale der mittelhochdeutschen und neuhochdeutschen Sprachformen; Geschichte der neuhochdeutschen Schriftsprache und die wichtigsten Erscheinungen der neuhochdeutschen Literatur vom 16. bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts. Gelesen wurden lyrische Schöpfungen von Klopstock, Schiller und Göthe, eine Auswahl von Schillers und Göthes Prosa und Lessings Emilia Galotti. Schriftliche Arbeiten wie in der V. Classe.

Slovenische Sprache, 3 St. wöch.: Stammbildungslehre; Lectüre: Schillers Wallenstein, übersetzt von Cegnar; Literaturgeschichte bis auf Trubar. In jedem Semester 6 schriftliche Arbeiten.

Französische Sprache, 3 St. wöch.: Fortsetzung der Formenlehre bis zum Gebrauch der Zeiten und Arten; entsprechende Vermehrung des Wörter- und Phrasenvorrathes; Lesung leichterer Absätze aus der Chrestomathie mit sprachlicher und sachlicher Erklärung. Monatlich 3 schriftliche Arbeiten, abwechselnd Haus- und Schularbeiten.

Italienische Sprache, 3 St. wöch.: Wiederholung des grammatischen Lehrstoffes mit besonderer Betonung der Casus-, Modus- und Tempuslehre; Hervorhebung der Idiotismen, der Homo- und Synonymen; Lectüre von Pellegrinis «Antologia italiana» und der «Promessi sposi» von Alessandro Manzoni. Monatlich eine Schul- und eine Hausaufgabe.

Geschichte, 3 St. wöch.: Geschichte des 6. bis 17. Jahrhunderts; Wiederholung der einschlägigen Geographie.

Mathematik, 5 St. wöch.: *a)* Höhere Gleichungen, welche auf quadratische zurückgeführt werden können; quadratische Gleichungen mit zwei und mehreren Unbekannten; Exponentialgleichungen; unbestimmte Gleichungen des zweiten Grades; arithmetische und geometrische Progressionen mit Anwendungen; Combinationslehre; binomischer Lehrsatz. — *b)* Goniometrie, ebene Trigonometrie, Stereometrie.

Naturgeschichte, 2 St. wöch.: Kryptogamen; anatomisch-morphologische Charakterisierung der einzelnen Gruppen; Morphologie der Phanerogamen und deren Systematik; das Wichtigste über die geographische Verbreitung der Pflanzen.

Physik, 4 St. wöch.: Mechanik fester und flüssiger Körper; schwingende Bewegung; Akustik.

Chemie, 3 St. wöch.: Abschluss der anorganischen Chemie; organische Chemie.

Darstellende Geometrie, 3 St. wöch.: Orthogonale Projection der Pyramiden und Prismen, ebene Schnitte nnd Netze dieser Körper; Schattenbestimmungen; das Wichtigste über die Darstellung der krummen Linien; Darstellung der Cylinder-, Kegel- und Rotationsflächen; ebene Schnitte und Berührungsebenen in einem Punkte dieser Flächen.

Freihandzeichnen, 2 St. wöch.: Studien nach antiken und modernen Gypsköpfen; Ornamente nach polychromen Musterblättern; Übungen im Gedächtniszeichnen und in der Perspective.

VII. Classe.

Religion, 1 St. wöch.: Kirchengeschichte.

Deutsche Sprache, 3 St. wöch.: Herder, Schiller, Göthe und ihre Zeit; Geschichte und Gesetze der dramatischen Kunst. Gelesen und erklärt wurden: Götz von Berlichingen, Iphigenie auf Tauris, die Jungfrau von Orleans, Wilhelm Tell, Hermann und Dorothea; Übungen im freien Vortrage über selbstgewählte Themen. Schriftliche Arbeiten wie in der V. Classe.

Slovenische Sprache, 3 St. wöch.: Literaturgeschichte bis auf die Gegenwart; Lectüre entsprechender Lesestücke; Maria Stuart, übersetzt von Cegnar. Monatlich eine schriftliche Arbeit.

Französische Sprache, 3 St. wöch.: Abschluss und Wiederholung der Grammatik; mündliche und schriftliche Übungen mit Hervorhebung der Idiotismen, Homo- und Synonymen; Lectüre ausgewählter Stücke aus der Chrestomathie. Schriftliche Arbeiten wie in der VI. Classe.

Italienische Sprache, 3 St. wöch.: Fortsetzung der Lectüre aus der «Antologia italiana» von Pellegrini und aus «Promessi sposi» von Manzoni mit sprachlicher und sachlicher Erklärung und mit Wiederholung der Grammatik. Mittheilung von Notizen über die Lebensverhältnisse und literarischen Leistungen der in den Lesebüchern vertretenen Schriftsteller. Monatlich eine Schul- und eine Hausaufgabe.

Geschichte, 3 St. wöch.: Geschichte des 18. und 19. Jahrhunderts mit Hervorhebung der culturhistorischen Momente. Geographie, Geschichte und Statistik von Oesterreich-Ungarn.

Mathematik, 5 St. wöch.: *a)* Algebra: Wahrscheinlichkeits- und Lebensversicherungs-Rechnung; Berechnung des Moduls und Arguments; graphische Darstellung complexer Grössen. — *b)* Geometrie: Analytische Geometrie in der Ebene; sphärische Trigonometrie; Wiederholung des gesammten Lehrstoffes durch Lösung von Übungsaufgaben.

Naturgeschichte, 3 St. wöch.: *a)* Mineralogie: Kristallographie; Mineralphysik und Systematik. — *b)* Geologie: Die einzelnen Glieder des Erdganzen; dynamische Geologie; Petrographie und Formationslehre.

Darstellende Geometrie, 3 St. wöch.: Vervollständigung des in der V. und VI. Classe vorgenommenen Lehr- und Übungsstoffes, betreffend die Berührungsaufgaben und Schattenconstructionen; Elemente der Linearperspective und Anwendung derselben zur perspectivischen Darstellung geometrischer Körper und einfacher technischer Objecte.

Freihandzeichnen, 4 St. wöch.: Fortsetzung der Übungen im Zeichnen der Köpfe, Büsten und Ornamente nach schwierigen Gypsmodellen; Übungen in der Perspective nach der Natur und im Gedächtniszeichnen.

Der für alle Schüler obligate Turnunterricht wurde in Gemässheit des hohen Ministerialerlasses vom 20. September 1875, Z. 14,258, und im Sinne der mit dem hohen Ministerialerlasse vom 15. April 1879, Z. 5607, verlautbarten Instructionen von dem Turnlehrer an der hierortigen k. k. Lehrer-Bildungsanstalt, Herrn Julius Schmidt, ertheilt. Jede der vier Unterclassen hatte 2, die V. und VI. Classe gemeinschaftlich 1, die VII. Classe 1 Unterrichtsstunde wöchentlich.

In Bezug auf die deutsche Sprache, Geographie und Geschichte, Mathematik, Naturgeschichte, Physik, geometrisches Zeichnen, darstellende Geometrie, Freihandzeichnen und Schönschreiben sind sowohl inbetreff des für die einzelnen Classen vorgezeichneten Lehrzieles als der angesetzten wöchentlichen Stundenzahl die Bestimmungen des mit dem hohen Ministerialerlasse vom 15. April 1879, Z. 5607, kundgemachten Normallehrplanes mit der für den Unterricht in der Geometrie und im geometr. Zeichnen im Sinne des hohen Ministerialerlasses vom 23. April 1880, Z. 6233, modificierten Lehrstoffvertheilung zur vollen Geltung gekommen.

Der Unterricht in der französischen, italienischen und slovenischen Sprache wurde gemäss den mit dem hohen Ministerialerlasse vom 3. Mai 1880, Z. 10,754, für diese Lehranstalt normierten Modificationen des Normallehrplanes ertheilt. Das Französische war in den Oberclassen nur für jene Schüler obligat, für welche das Slovenische nicht obligat war. Das Slovenische als Unterrichtssprache kam nur bei diesem selbst in der I., II., V., VI. und VII. Classe in Anwendung, und wird diese Einrichtung successive auch auf die III. und IV. Classe ausgedehnt werden.

3. Lehrbücher,

welche im Schuljahre 1881/82 beim Unterrichte benützt wurden.

Lehrgegenstand	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Religion	Dr. Fr. Fischer, katholische Religionslehre.	Dr. Ant. Wappler, Cultus der kathol. Kirche.	Dr. Fr. Fischer, Gesch. d. Offenbarung d. alt. Test.	Dr. Fr. Fischer, Gesch. d. Offenbarung d. neuen Test.; Pider, Kirchengesch.	Pider, Kirchengeschichte.	Dr. Ant. Wappler, kath. Religionslehre (Glaubenslehre)	Dr. Ant. Wappler, kathol. Religionslehre (Sittenlehre).
Deutsche Sprache	Schiller, Gramm. für Mittelsch.; Neumann u. Gehlen, Leseb. für die I. Cl. d. Gymn.	Gramm. w. i. I. Cl.; Neumann u. Gehlen, Leseb. f. d. II. Cl. der Gymnasien.	Gramm. w. i. I. Cl.; Neumann u. Gehlen, Leseb. f. d. III. Cl. der Gymnasien.	Gramm. w. i. I. Cl.; Neumann u. Gehlen, Leseb. f. d. IV. Cl. der Gymnasien.	Dr. Egger, Lehr- u. Lesebuch f. h. Lehranstalten, 1. Th., Ausg. f. Realsch.	Egger, Lehr- u. Leseb. 2. Th., Literaturk.; Jauker u. Noë, mittelhochdeut. Leseb.	Dr. Egger, Lehr- u. Leseb. w. i. VI. Cl.
Slovenische Sprache	Janežič, slov. slovnica, cvetnik 1. Th.	Janežič, slov. slovnica, cvetnik 2. Th.	Janežič, sloven. Sprach- u. Uebungsb.	Janežič, Cvetnik sloven. slovesnosti.	Janežič, slov. slovnica; cvetnik w. i. IV. Cl.	Janežič, slov. slovn.; Miklosič, berilo za 8. gimn. razred.	Wie in VI. Classe.
Französische Sprache	—	—	Bechtel, franz. Gramm. für Mittelschulen, 1. Th.	Gramm. w. i. III. Cl.; Leseb. von Bechtel.	Wie in III. Classe.	Gramm. w. i. III. Cl.; Lesebuch v. Bechtel.	Gramm. v. Bechtel, 2. Th.; Chrestomathie v. Bechtel.
Italienische Sprache	—	—	—	—	Musaffia, Sprachlehre; Pellegrini, antogolia.	Sprachl. w. i. V. Cl.; Pellegrini, antologia; Manzoni, prom. sposi.	Wie in VI. Classe.
Geographie und Geschichte	Supan, Lehrbuch der Geographie.	Geogr. w. i. I. Cl.; Gindely, Gesch. des Alterth. f. unt. Cl.	Geogr. w. i. I. Cl.; Gindely, Gesch. des Mittelalters.	Geogr. w. i. I. Cl.; Gindely, Gesch. der Neuzeit.	Geogr. w. i. I. Cl.; Gindely, Gesch. f. d. ob. Cl., 1. Bd.	Geogr. w. i. I. Cl.; Gindely, Gesch. f. d. ober. Cl., 2. Bd.	Geogr. w. i. I. Cl.; Gindely, Gesch. f. d. ob. Cl., 3. Bd.; Hannak, Vaterlandsk.
Mathematik	Močnik, Arithm. f. Unterrealsch., 1. Th.	Močnik, Arithm. f. Unterrealsch., 2. Th.	Močnik, Arithm. f. Unterrealsch., 3. Th.	Haberl, Lehrb. der Arithm. u. Algebra.	Haberl, w. i. IV. Cl.; Močnik, Geometrie f. Obergymnasien.	Haberl, Arithmetik u. Algebra; Močnik, Geom. f. Obergymn.	Wie in VI. Classe.
Darst. Geometrie	—	—	—	—	Streissler, Elemente d. darst. Geometrie.	Wie in V. Classe.	Wie in V. Classe.
Naturgeschichte	Pokorny, Naturg. d. Thierreiches.	Pokorny, Naturg. d. Miner. u. Pflanzenr.	—	—	Woldřich, Leitfaden der Zoologie.	Wretschko, Vorschule der Botanik.	Hochstätter und Bisching, Leitf. d. Min. u. Geologie.
Physik	—	—	Krist, Anfangsgründe der Naturlehre.	Wie in III. Classe.	—	Handl, Lehrbuch der Physik.	Wie in VI. Classe.
Chemie	—	—	—	Kauer, Elemente der Chemie.	Mitteregger, 1. Th., anorgan. Chemie.	Lorscheid, 2. Th., organ. Chemie.	—
Geometrisches Zeichnen	Streissler, geometr. Formenlehre, 1. Th.	Streissler, geometr. Formenlehre, 2. Th.	Wie in II. Classe.	Wie in II. Classe.	—	—	—

4. Haus- und Schulaufgaben.

a) Deutsche Sprache.

V. Classe.

1.) Zeit ist Geld. — 2.) Wiege und Sarg. — 3.) Glück und Verdienst (Erzählung nach einer gegebenen Skizze). — 4.) Im Morgennebel. — 5.) Zur Weihnachtszeit beim Schulmeister. — 6.) Der Götterkampf (nach Iliade XXII, 205—519). — 7.) Die menschliche Hand. — 8.) Ein Jahrhundert attischer Demokratie (Parallele zwischen dem Athen des Perikles und dem des Demosthenes). — 9.) Der Gernegross (Charakterbild). — 10.) Einmal ist keinmal (eine Betrachtung und Prüfung). — 11.) Die römische und griechische Staatsanschauung. — 12.) Ohne Licht kein Leben. — 13.) Der Tanz, Elegie von Schiller (Erörterung). — 14.) Wo rohe Kräfte sinnlos walten, da kann sich kein Gebild gestalten (Schiller, Lied von der Glocke), Chrie. — 15.) G. Julius Cäsar.

VI. Classe.

1.) Den Menschen macht sein Wille gross und klein (Wallensteins Tod), Chrie. — 2.) Herbstbilder. — 3.) Siegfried und Achilles. — 4.) Etzel in Geschichte und Dichtung. 5.) Die Frau im Nibelungenliede. — 6.) Die italienische Politik der Hohenstaufen. — 7.) Maximilian der letzte Ritter. — 8.) Die Zelle im Thier- und Pflanzenkörper. — 9.) Lenzeszauber (ein Frühlingsmärchen). — 10.) Mein Vaterland (Ode von Klopstock). — 11.) Thusnelda und die Vestalin; ein Zwiegespräch. — 12.) Erinnerung an G. v. Vega (geb. 1754 zu Sagoriza in Krain). — 13.) Italiens politische Lage am Anfange des XVI. Jahrhunderts. — 14.) Die fremden Literaturen und die deutsche Dichtung im XVIII. Jahrhundert.

VII. Classe.

1.) Die Charakterzeichnung in Lessings Emilia Galotti. — 2.) Die Weltlage um die Mitte des XVIII. Jahrhunderts. — 3.) Ein Unfall (Erzählung und amtlicher Bericht). — 4.) Die Wasserstrassen und ihr Wert. — 5.) Die Kunst im Handwerk. — 6.) Erläuterung des Gedichtes «die Künstler» (Schiller). — 7.) Die griechischen Kampfspiele und die Turniere. — 8.) D'rum soll der Sänger mit dem König geh'n, denn beide wohnen auf der Menschheit Höh'n (Schiller, Jungfrau v. Orleans). — 9.) Maria Stuart in Geschichte und Dichtung. — 10.) Das Papier. — 11.) Das Wohnhaus und seine Geschichte. — 12.) Wie wird die Erde gemessen? — 13.) Die Ernte der Schule. — 14.) Die mittelländischen Seeherrschaften alter und neuer Zeit (zur Reifeprüfung).

b) Slovenische Sprache.

V. Classe.

1.) Ocenitev narodne pesni «Mlada Breda.» — 2.) Popis letošnjih počitnic. — 3.) Kake važnosti so Egipčani za zgodovino? — 4.) Trpljenje in veselje kmetovalca. — 5.) Kako prednost imajo Solonove postave pred Likurgovimi? — 6.) Varčnost — čednost, skopnost — pregreha. 7.) Setev in žetev podoba človeškega življenja. — 8.) Morje z vsemi svojimi prikaznimi. — 9.) Zgodovina papirja je zgodovina človeške omike. — 10.) Nasledki punskih vojsk. — 11.) Ogenj prijatelj in sovražnik človekov. — 12.) O koristi brodarstva. — 13.) Po končanem delu se sladko počiva.

VI. Classe.

1.) Črtomirov značaj. — 2.) Mnogo spremenja — Mestnik obleko — Staro pa suknjo — Samo prevrača. — 3.) V znanji je moč. — 4.) Prava sreča ně na noben stan navezana. — 5.) Vpliv in nasledki preseljevanja narodov. — 6.) Viharji podoba trpljenja človeškega življenja. — 7.) Leicestrov in Mortimerjev značaj (Maria Stuart). — 8.) Ledniki z vsemi svojimi prikaznimi. — 9.) Mon. Fris. I. preložite v denešnjo slovenščino. — 10.) Vpliv križavskih vojsk na razvoj obraženosti. — 11.) Kako je pospešovalo in pospešuje trgovstvo človečanski razvoj. — 12.) Iznajdbe 19. stoletja predugačile so silno dotedanje življenje. — 13.) Obseg in ocenitev Valenštajnovega ostroga.

VII. Classe.

1.) Kake slovenske spominke imamo pred l. 1550? Kake važnosti so za slovstveno zgodovino? — 2.) Kako mesto zavzema Ludovik XIV. v svetovnej zgodovini? — 3.) Razjasnite pesnikove besede: «Življenje ječa, čas v njej rabelj hudi, Skrb vsak den mu pomlajena nevesta, — Trpljenje in obup mu hlapca zvesta, — In kes čuvaj, ki se nikdar ne vtrudi»? — 4.) Kako nastanejo vetrovi? kaj nam koristijo in kaj škodujejo? — 5.) Vojska za svobodo Severoamerikancev. — 6.) Kake misli nas navdajajo pri nastopu novega leta? — 7.) Kake zasluge ima baron Žiga Zois v slovenskem slovstvu? — 8.) Zdravo in nezdravo podnebje. — 9.) Lastnosti srbske narodne pesni: «Uroš ž Mrljavčeviči». — 10.) Primerite bitev pri Lipskem z bitvijo pri Aktiju. — 11.) Kako človek zemlji izpreminja površje? — 12.) Da smo samo ljudjé, ta misel naj nas poniža; — Misel, da smo ljudje, naj nas ponosne stori (za zrelostno preskušnjo).

5. Freie Gegenstände.

a) Slovenische Sprache für Nicht-Slovenen.

Dieser mit dem hohen Erlasse des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 19. September 1880, Z. 13377, genehmigte Freicurs besteht aus 3 Jahrgängen mit je 3 wöchentlichen Stunden, von denen in diesem Schuljahre nur der I. und II. eröffnet wurde. Den Unterricht ertheilte Herr Professor Franz Levec.

Besuch: I. Jahrgang, I. Semester 21, II. Semester 18 Schüler; II. Jahrgang, I. Semester 14, II. Semester 11 Schüler.

Lehrplan. I. Jahrgang: Die Buchstaben und deren Aussprache, die Wortbetonung, Silbentrennung, Rechtschreibung; die Formenlehre und deren praktische Anwendung nach dem «Slovenischen Sprach- und Übungsbuch» von Dr. Jakob Šket. Monatlich zwei Schulaufgaben und eine Hausarbeit. — II. Jahrgang: Der übrige Theil der Formenlehre, namentlich das Numerale und das Verbum; die syntaktischen Haupteigenthümlichkeiten und deren praktische Anwendung, besonders der Gebrauch der Verba perfectiva und imperfectiva, sowie auch die Casuslehre. Lehrbuch und Zahl der schriftlichen Arbeiten wie im I. Jahrgang.

b) Analytische Chemie.

Zu diesem von Professor Balth. Knapitsch in 4 wöchentlichen Stunden ertheilten Unterrichte wurden nur Schüler der VI. und VII. Classe zugelassen, im I. und II. Semester 7; einer übte sich im Titrieren, die übrigen in der qualitativen Analyse einfacher und zusammengesetzter Körper.

c) Modellieren.

Professor Franz Globočnik unterrichtete in 4 Stunden wöchentlich im I. Semester 15, im II. Semester 14 Schüler aus den drei Oberclassen nach verschiedenen plastischen Modellen aus der Ornamentik, Studien des menschlichen Kopfes und der Thiere in Relief, mit besonderer Rücksicht auf praktische Verwertung.

d) Gesang.

Der Gesangsunterricht wurde von dem Domchor-Dirigenten Herrn Anton Förster in 2 Cursen durch 5 Stunden wöchentlich ertheilt; hievon entfielen 2 Stunden auf den I. Curs, je 1 Stunde auf den II. Curs, *A* (Knabenchor), *B* (Männerchor), und *A* und *B* zusammen (gemischter Chor).

Im I. Curse wurde das Elementare der Gesangskunst bis zum Abschlusse der Dur-Tonarten mit ein-, zwei-, drei- und vierstimmigen Beispielen, Liedern und Chören vorgenommen, und zwar theils nach eigener Gesangschule, theils verschiedenen Liedersammlungen entlehnt; im II. Curse wurden die Moll-Tonarten nebst Wiederholung des im I. Curse Vorgenommenen vorgetragen, daneben mannichfache Chöre und Lieder geistlichen und weltlichen Inhaltes einstudiert.

Im I. Semester 71, im II. Semester 65 Schüler.

e) Stenographie.

Die Realschüler besuchten in diesem Schuljahre nur den II. Curs und wurden gemeinschaftlich mit den Gymnasialschülern von dem k. k. Gymnasialprofessor Anton Heinrich im Gymnasialgebäude unterrichtet.

Lehrstoff: Die Debattenschrift.

Lehrbuch: Gabelsbergers Stenographie nach Ahn-Ollendorfs Methode von Professor Anton Heinrich.

6. Zur Statistik der Oberrealschule im Schuljahre 1881-82.

In der Classe	Öffentliche Schüler beim Beginn des Schuljahres	Von der gesammten Schülerzahl am Ende des II. Semesters 1881/82 waren																			Ergebnis der Classification am Ende des II. Semesters 1881/82						Richtigstellung der Classification im Schuljahre 1880/81 nach dem Ergebnisse der Nach- und Wiederholungsprüfungen					
					nach dem Vaterlande					nach dem Religionsbekenntnisse				nach der Muttersprache							entsprochen		nicht entsprochen				entsprochen		nicht entsprochen			
					aus Krain		a. and. öst.-ung. Prov.																									
		öffentliche	Privatisten	im ganzen	aus Laibach	ausser Laibach	a. Cisleithanien	a. Transleith.	aus Italien	römisch-katholisch	evangelisch A. C.	evangelisch H. C.	israelitisch	deutsch	slovenisch	kroatisch-serbisch	czechoslavisch	italienisch	französisch	Vorzugsclasse	I. Classe	zur Wiederholungsprüfung zugelassen	II. Classe	III. Classe	ungeprüft	Vorzugsclasse	I. Classe	II. Classe	III. Classe	ungeprüft	zusammen
																				öffentliche Schüler												
I	55	51	—	51	19	13	16	3	—	51	—	—	—	30	17	—	—	4	—	—	37	2	6	6	—	2	49	6	1	—	58
II	54	50	—	50	16	18	13	3	—	49	1	—	—	24	19	1	—	6	—	—	41	4	4	1	—	1	34	7	2	—	44
III	30	27	—	27	14	5	6	2	—	26	—	—	1	7	14	1	—	5	—	1	19	5	2	—	—	—	25	4	—	—	29
IV	25	22	1	23	13	3	5	2	—	22	—	1	—	6	15	—	—	1	1	1	18	2	—	1	—	1	28	5	—	—	34
V	25	24	—	24	8	7	6	3	—	24	—	—	—	15	8	—	1	—	—	3	13	3	3	2	—	2	8	4	—	—	14
VI	14	13	—	13	6	1	4	1	1	13	—	—	—	6	4	—	—	3	—	3	5	3	2	—	—	—	16	2	—	1	19
VII	16	15	—	15	3	3	6	2	1	15	—	—	—	5	8	—	—	2	—	—	13	1	—	1	—	—	20	2	—	—	22
																				Privatisten												
																				—	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
Zus.	219	202	1	203	79	50	56	16	2	200	1	1	1	93	85	2	1	21	1	8	147	20	17	11	—	6	181	30	3	1	221

Die Unterrichtssprache war die deutsche, beim Unterrichte in der slovenischen Sprache für Slovenen die slovenische.

Obligate Sprachen: Slovenisch für jene Schüler der I. und II. Classe, welche beim Eintritte in die Realschule von ihren Eltern als Slovenen erklärt wurden; französisch in der III. und IV. Classe; italienisch in der V. bis VII. Classe.

Relativ obligate Sprachen: slovenisch oder französisch in der V. bis VII. Classe.

Freie Lehrgegenstände	Schülerzahl am Ende des II. Semesters	Betrag des halbjährigen Honorars für 1 Schüler
Slovenische Sprache für Nichtslovenen im I. Curs	18	—
» II. »	11	—
Gesang...........	65	—
Stenographie. II. Curs	4	—
Modellieren	14	—
Analytische Chemie	7	fl. 5

Mit der Anstalt ist verbunden:	Lehrer*	Schüler
eine gewerbl. Fortbildungsschule mit	7	157

* Sämmtliche Lehrer sind aus dem Lehrkörper der k. k. Oberrealschule.

Von der gesammten Schülerzahl am Ende des II. Semesters waren:

zur Schulgeldzahlung Verpflichtete ...	123
von d. Schulgeldzahlung Befreite { ganz	74
{ halb	6
Bruttobetrag des eingehobenen Schulgeldes	fl. 2738·—
Gesammtbetrag der Aufnahmstaxen	» 119·70
Lehrmittelbeiträge	» 1150·—
Beiträge für die Schülerbibliothek	» 124·20
Zahl der Stipendisten	19
Gesammtbetrag der Stipendien	fl. 1804·86

Lebensalter der Schüler am Ende des II. Semesters

Jahre	Classe I	II	III	IV	V	VI	VII
11	1	—	—	—	—	—	—
12	11	4	—	—	—	—	—
13	16	12	5	—	—	—	—
14	18	12	7	4	—	—	—
15	3	17	10	5	2	—	—
16	2	4	5	4	6	2	—
17	—	—	—	5	7	2	2
18	—	—	—	3	7	6	6
19	—	1	—	2	2	2	4
20	—	—	—	—	—	1	2
22	—	—	—	—	—	—	1
Zus.	51	50	27	23	24	13	15

Ergebnisse der Maturitätsprüfung im Schuljahre 1880/81	Öffentliche Schüler der Anstalt	Privatisten der Anstalt	Externe
Zur Maturitätsprüfung haben sich gemeldet	23	—	—
Vor oder während der Prüfung traten zurück	1	—	—
Von den Geprüften wurden approbiert einfach reif	19	—	—
reprobiert { auf 1/2 Jahr	2	—	—
{ » 1 »	1	—	—
Hierunter befinden sich bei der gestatteten Wiederholungsprüfung aus einem einzelnen Lehrfache:			
Approbierte: reif................	2	—	—
Reprobierte auf 1/2 Jahr	1	—	—
Von sämmtlichen Approbierten wendeten sich zu			
den technischen Studien	9	—	—
anderen Berufszweigen	10	—	—
Am Schlusse des Schuljahres 1881/82 meldeten sich zur Maturitätsprüfung	14	—	1

Die mündliche Maturitätsprüfung beginnt heuer am 12. Juli. Die Resultate derselben werden im nächsten Jahresberichte bekannt gegeben werden.

7. Unterstützungsverein.

Dieser Verein hat die Unterstützung dürftiger, gesitteter und fleissiger Realschüler durch Beischaffung von Schulbüchern, Zeichenrequisiten, Kleidungsstücken, Aushilfen in Krankheitsfällen u. s. w. zum Zwecke.

Der Verein zählt gegenwärtig 101 Mitglieder; seine Wirksamkeit ist aus dem nachstehenden, der Generalversammlung am 6. Jänner 1882 für das Jahr 1881 vorgelegten Rechnungsabschlusse zu ersehen.

Nr.	Einnahmen	fl.	kr.
1	Kasserest vom Jahre 1880	130	06
2	Geschenk der löbl. krainischen Sparkasse	200	—
3	» des Herrn Waldherr und seines Institutes	36	—
4	» » » Handelsmannes Leopold Bürger	20	—
5	» » Schülers Edmund Valenta der V. Realclasse	5	—
6	Mitgliederbeiträge pro 1881	133	—
7	Coupon-Erlös	69	—
	Summe . . .	593	06

Nr.	Ausgaben	fl.	kr.
1	Für Lehrbücher, Schreib- und Zeichenrequisiten	227	73
2	» Aushilfen zur Zahlung des Schulgeldes, für monatliche und einmalige Geldunterstützungen	168	16
3	» Kleidungsstücke	156	18
4	» den Druck und Einband der Vereins-Jahresberichte pro 1880	10	90
5	» das Austragen dieser Jahresberichte und für das Einkassieren der Mitgliederbeiträge pro 1881	4	50
	Gesammtausgabe . . .	567	47
6	Kasserest für das Vereinsjahr 1881	25	59
	Summe . . .	593	06

Ausserdem sind dem Vereine nachfolgende Spenden zugeflossen: *a)* von den Herren Eduard Mahr, Karl Till und Albert Zeschko eine grössere Menge Zeichen- und Schreibrequisiten; *b)* ein Legat von 25 fl. aus der Verlassenschaftsmasse des Herrn Andreas Malitsch, Ehrenbürger von Laibach; *c)* aus dem Reinerträgnisse eines Wohlthätigkeitsconcertes 94 fl. 5 kr.

Der Berichterstatter spricht für die gespendeten Beiträge sämmtlichen Wohlthätern den wärmsten Dank aus und erlaubt sich, den Verein allen edelmüthigen Jugendfreunden bestens zu empfehlen.

8. Aufgaben für die schriftliche Maturitätsprüfung im Julitermine 1882.

Deutsche Sprache.

Die mittelländischen Seeherrschaften alter und neuer Zeit.

Slovenische Sprache.

Da smo samo ljudjé, ta misel naj nas poniža; misel, da smo ljudjé, naj nas ponosne stori.

Französische Sprache.

a) «Die Mässigung in hoher Stellung», ein Dictat, zu übersetzen ins Französische.
b) «L'hiver», ein Dictat, zu übersetzen ins Deutsche.

Italienische Sprache.

a) «Die ewige Bürde» (Herder), ein Dictat, zu übersetzen ins Italienische.

b) «Malattia e morte dell' imperatore d'Austria Giuseppe II.» (Compagnoni), ein Dictat, zu übersetzen ins Deutsche.

Mathematik.

a) Einer dreijährigen Person sollen, wenn sie 24 Jahre alt geworden ist, von einer Versicherungsanstalt 10,000 fl. ausbezahlt werden. Wie gross ist die am Beginn eines jeden Jahres zu leistende constante Prämie?

b) Ein Kegel hat den Cubikinhalt $= 321 \cdot 5$ Cubikmeter und den Halbmesser der Grundfläche $= 8 \cdot 7$ Meter. Man soll diesen Kegel mit einer zur Basis parallelen Ebene so schneiden, dass der Kegelstutz den Cubikinhalt $= 218$ Cubikmeter habe, und die Höhe des Stutzes berechnen.

c) Einem Kreise vom Halbmesser $r = 2 \cdot 6$ Meter wird ein Sehnenviereck eingeschrieben, dessen eine Seite $a = 3 \cdot 4$ Meter ist und die dieser Seite anliegenden Winkel $\alpha = 61^\circ 34' 10''$, $\beta = 78^\circ 51' 20''$ betragen. Zu berechnen ist der Umfang und die Fläche des Viereckes.

d) Es ist die Gleichung eines Kreises aufzustellen, der durch den Punkt $M_1 \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ geht, die Gerade $y = -2x - 3$ und den Kreis $y^2 - 6y + x^2 - 4x + 12 = 0$ bewährt.

Darstellende Geometrie.

a) Gegeben sind eine Ebene und drei Punkte ausserhalb derselben. Man soll in der Ebene einen Punkt finden, welcher von den drei gegebenen Punkten gleich weit entfernt ist.

b) Vor einem Prisma befindet sich ein Kegel. Es soll der Schatten bestimmt werden, den ein Object auf das andere und den beide auf die zwei zugeordneten Projectionsebenen werfen.

c) Es ist in centraler Projection ein Würfel bei vertical stehender Diagonalachse zu zeichnen.

9. Lehrmittel-Sammlungen.

Die Bibliothek

besitzt am Ende dieses Schuljahres 2618 Bände, 754 Hefte.

Neue Anschaffungen:

Lehrerbibliothek: Verordnungsblatt des Unterrichtsministeriums pro 1882; Kolbe, Zeitschrift für das Realschulwesen, 7. Jahrgang; Hoffmann, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 13. Jahrgang; Sklarek, der Naturforscher, 15. Jahrgang; Zeitschrift für analytische Chemie pro 1882; Journal für praktische Chemie pro 1882; Rabenhorst, Kryptogamenflora, 2. Aufl., 4. bis 7. Lieferung; Petermann, geographische Mittheilungen, 28. Band und Ergänzungshefte 65 bis 67; Schumi, Archiv für Heimatkunde, 1. Band, 1. bis 6. Bogen; Zarncke, literarisches Centralblatt pro 1882; Jagić, Archiv für slavische Philologie, 1. bis 2. Band; Literaturblatt für germanische und romanische Philologie, 3. Jahrgang; Marn, jezičnik, 19. leto; Darwins gesammelte Werke, 14. Band, 1. Abtheilung; die von der «Matica slovenska» in Laibach pro 1881 herausgegebenen 3 Werke; Weinhold, physikalische Demonstrationen; Wiesner, Elemente der wissenschaftlichen Botanik, 1. Band; Fink, Flora von Schlesien; Pritzel und Jessen, deutsche Volksnamen der Pflanzen; Leukart und Nitsche, geologische Wandtafeln 1 bis 14; Müllner, Emona; Reischauer, die Chemie des Bieres, 2. Ausg.; Hoppe, Principien der Flächentheorie, 3. Aufl.; Lieber und v. Lühmann, geometrische Constructionsaufgaben; Reusch, die stereographische Projection; Jagić, Codex glagoliticus; die Völker Österreich-Ungarns, 1., 3., 5., 6., 10. Band; Corvin, Geschichte der Neuzeit von 1848 bis 1871; Weber, Register zum 13. bis 15. Bande der allgemeinen Weltgeschichte; Hübner, geographisch-statistische Tabellen aller Länder der Erde, 1881; Anastasius Grüns Werke, 1. bis 5. Band; Weigand, deutsches Wörterbuch, 3. Aufl., 2 Bände; Kurts, Mythologie, 2. Aufl.; Bartoli, italienische Literaturgeschichte, 1. Band, 1. Theil; Cappeleti L., Poesie di G. Leopardi; Hermann, Lehrbuch der deutschen Sprache, 7. Aufl.

Schülerbibliothek: Ljubljanski zvon, 2. leto; Westermann, illustrierte deutsche Monatshefte, 26. Jahrgang; Kres, 2. leto; Universalbibliothek für die Jugend, 1. bis 110. Bändchen; Slovenska Talija, 48 in 49 zvezek; Smiles, die Pflicht; Vrtec, 12. leto; die Länder Österreich-Ungarns in Wort und Bild, 1. bis 8. Band; Jesenko, občna zgodovina, 1. do 3. del; Schöppner, Charakterbilder der allgemeinen Geschichte, 3 Theile; Stacke, Erzählungen aus der Geschichte, 5 Bände; die vom Hermagorasvereine pro 1881 herausgegebenen 6 Werke; Uhle, die Chemie der Küche, 3. Aufl.; Hammerschmied, das Ozon; Krass und Landois, Mensch und Thierreich, 3. Aufl.; Kleinmayr I. pl., zgodovina slovenskega slovstva; Scheffel, Frau Aventiure; Urbanec, Ječarjeva hči; Homer (Voss), Iliade und Odyssee; Mayr P. Adolf, mladi samotar; Smiles, der Charakter; Verne J., Schriften, 29. bis 40. Band; Aléšovec, Vrtomirov prstan ali zmaj v Bistriški dolini; Scheffel, Juniperus; die vom Hieronymusvereine pro 1881 herausgegebenen 4 Werke; Samhaber, Walther von der Vogelweide; Najdenček ali pravični se ludi živine usmili; Richter, lustige Geschichten aus alter Zeit; Řepoštev, duh v Kerkonoških goráh; Scheffel, Ekkehard; dve čudopolni pravjici za slovenski národ povedani.

Geschenke:

Lehrerbibliothek: Vom hohen k. k. Unterrichtsministerium: Skofitz, Botanische Zeitschrift 1881; Commercio di Trieste nel 1880; Navigazione austro-ungarica all' estero nel 1880; Navigazione in Trieste nel 1880; Statistik der Seeschiffahrt und des Seehandels in den österreichischen Häfen im Jahre 1880; Bericht über die Industrie, den Handel und die Verkehrsverhältnisse in Niederösterreich 1879 und 1880. Von der krainischen Sparkasse: Rechnungsabschluss derselben am Schlusse des Jahres 1881. Von den Handels- und Gewerbekammern in Pilsen und Reichenberg: die Sitzungsprotokolle pro 1882. Von der Buchhandlung Kleinmayr und Bamberg in Laibach: Schlömilch, Handbuch der Mathematik, II. Band; Fricke, die Überbürdung der Schuljugend; Griesbach, pädagogische Erwägungen über die allgemeine Bildung auf Gymnasien und Realschulen und über die Nothwendigkeit der Gleichberechtigung beider Lehranstalten. Von Herrn R. R. A. Dr. Josef Vošnjak: Denkschrift der k. k. Direction für Staats-Eisenbahnbauten über den Fortschritt der Projectierungs- und Bauarbeiten der Arlbergbahn im Jahre 1881. Vom Herrn Professor Voss in Laibach dessen Werk: Materialien zur Pilzkunde Krains, III.

Schülerbibliothek: Vom Herrn Hofrath Ritter von Becker, Director der k. k. Familien-Fideicommis-Bibliothek, dessen Werke: Verstreute Blätter; niederösterreichische Landschaften mit historischen Streiflichtern. Von den Herren Klein und Kovač: Pajk, izbrane narodne srbske pesni z dodatkom iz smrti Smail-Age-Čengića, 2 Exemplare. Vom Herrn Professor Raič in Laibach: Koder, Marjetica.

Das Naturaliencabinet

erhielt im abgelaufenen Schuljahre folgende Bereicherungen:

A. Zoologie.

Ibis falcinellus L. (schwarzer Ibis der Alten), Geschenk des Herrn Bankdirectors Josef Zenari. — Pferdehuf mit Hufeisen, Geschenk des Schülers L. Zellich der V. Classe. — Columba livea Briss. var. domestica (Haustaube), Geschenk des Schülers Anton Treo, und zwei lebende Grottenolme vom Schüler Johann Vičič der I. Classe. — Angekauft wurde: Felis catus L. (Wildkatze), Phoca vitullina L. (gem. Seehund), Sorex araneus L. (Hausspitzmaus), die Schädel-Skelette von Meles taxus L., Cavia Cobaya L., Felis Lynx L.; Sterna nigra Briss. (schwarze Seeschwalbe), Caprimulgus europaeus L. (Ziegenmelker), Totanus hypoleucos L. (Flussuferläufer), Stellio vulgaris Daud. (Dorneidechse), Fungia agariciformis (Pilzkoralle).

B. Botanik.

De Thuemen: «Mycotheca universalis» Cent. 20, 21.

C. Mineralogie und Geologie.

Diese Abtheilung wurde durch folgende Gegenstände ergänzt: Ein Fulgorit von Starcynow in Polen; eine Goldstufe vom Siebengebirge am Rhein; Bernstein im tertiären Sandsteine und einer mit Inseckteneinschluss; Meteoreisen aus dem Tolukathale in Mexico (mit angeätzter Schliffläche); Meteorstein von Knyahinya in Oberungarn; gediegen Silber von Příbram; Boracit von Lüneburg; Pyromorphyt; Mirabilit; Eisenblüte (Geschenk des Schülers Theodor Pruckner der VII. Classe); Thoneisenstein, sog. Goldocker, von Karlsbad; fünf geschliffene Marmore; Halotrychit; Idrialit; Meerschaum von Anatolien und zwei Weissbleierze.

D. Bücher und Abbildungen.

Von den Autoren wurde geschenkt:

Döll E., der Meteorsteinfall von Soko-Banja, nordöstlich von Alexinac. Wien 1877.
— Zum Vorkommen des Diamants im Itakolumite Brasiliens und in den Kopjen Afrikas. Wien 1880.
Thuemen F. v., die Pilze im Haushalte des Menschen. Wien 1880.
— Über Pilze als Krankheitserreger in der Thierwelt. Ibid., eod.
— Die Pflanze als Zaubermittel. Ibid., eod.
Magnus Dr. P., Über Regeneration der Schälwunde einer Wurzel und über zwei monströse Orchideenblüten, mit einer Tafel. Berlin 1880.
Toula F., die Tiefsee-Untersuchungen und ihre wichtigsten Resultate. Wien 1875.
Rogenhofer u. Dalla-Torre, die Hymenopteren in J. A. Scopolis Entomologia Carniolica und auf den dazu gehörigen Tafeln. Wien 1882.
Arnold Dr. F., Lychenologische Fragmente. Regensburg 1880.
Brusina S., Stephan Schulzer von Müggenburg; biographische Skizze. Agram 1880 (kroatisch).
Voss W., Reliquae Plemelianae. Wien 1881.
— Über Hacquets «Clathrus Hydriensis». Wien 1882.

Angekauft wurden die Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt und jene der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien pro 1881.

Klein Dr. H., die Fortschritte der Botanik. Köln und Leipzig 1880—1881.
Marschall-Pelzeln, Ornis Vindobonensis. Wien 1882.
Haidinger W., Berichte über die Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften in Wien; Band 1 bis 3. Wien 1847—1848.

Ferner erhielt die Handbibliothek:

Mally Dr. J., Anleitung zur Bestimmung der Gattungen der in Deutschland wildwachsenden Pflanzen. Wien 1858. (Geschenk des Herrn Gymnasial-Supplenten A. Paulin.)
Fickert H., Erinnerung an das Agramer Erdbeben vom 9. November 1880; zwölf Photographien. (Geschenk des Schülers Th. Pruckner.)

Der gegenwärtige Stand der Sammlung ist:

Zoologie: Wirbelthiere 221; wirbellose Thiere 17,000; Skelette und Skelettheile, anatomische Präparate und Modelle 65.

Botanik: Herbarium 20 Fascikel mit Phanerogamen und 6 Fascikel mit Kryptogamen; sonstige botanische Gegenstände 94; Samensammlung 190 Proben.

Mineralogie und Geologie: Naturstücke 650; Edelstein-Imitationen 29; Krystallmodelle 130.

Abbildungen 106; Apparate 7; technologische Gegenstände 50; Bücher 444; Hefte 465.

Das physikalische Cabinet.

Angekauft wurden: 1.) Grosses Flaschen-Doppelelement nach Grennet; 2.) zwei Böttcher'sche Sprechtelephone sammt zwei Hörtelephonen; 3.) Kohlenplatten zu galvanischen Batterien.

Geschenke für die Cabinetsbibliothek: 1.) Berliner astronomisches Jahrbuch f. d. J. 1853 bis 1875, 23 Bände; 2.) Wochenschrift für Astronomie, Meteorologie und Geographie von Dr. Ed. Heis, Jahrg. 1861, 1863, 1864, 3 Bände; 3.) Nautisches Jahrbuch oder vollständige Ephemeridentafeln f. d. J. 1870, 1874 (von Bremiker), 2 Bände; 4.) the Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris for the year 1879, 1 Band (vom pens. k. k. Professor Mich. Peternel); 5.) grosse Zeichnung des Theodolithen (ausgeführt vom Abiturienten Josef Logar).

Im ganzen zählt das Cabinet 347 Nummern mit 667 Stücken.

Das geographisch-historische Cabinet

besitzt derzeit 78 Wandkarten, 7 Atlanten, 3 Globen, 11 plastische Karten, 2 Pläne, 52 historische und 9 geographische Bilder; an Büchern geographisch-historischen Inhaltes 39 Bände und 5 Hefte.

Im Laufe des Schuljahres 1881/82 erhielt es durch Ankauf folgende Bereicherungen; Jos. Langls Bilder zur Geschichte, IV. Cyclus, 3. Lieferung in 3 Blättern sammt Text; E. Hölzels geographische Charakterbilder, 1., 2. und 3. Lieferung in 9 Blättern sammt Text; Mittheilungen der k. k. geograph. Gesellschaft in Wien, XXIV. Bd.; E. v. Sydows physikalische Wandkarte von Europa; H. Kieperts Wandkarte von Alt-Griechenland, von Alt-Italien und die Wandkarte des römischen Reiches.

Chemisches Laboratorium.

Angekauft wurden: Bunsens Knallgas-Erzeugungsapparat; eine Iserlohner Lampe; ein Trockenofen mit dazu gehöriger Heizvorrichtung; Gasregulator nach Kemp; Metallstativ zu einem Liebig'schen Kühler; ein Masstab aus Metall.

Die Handbibliothek wurde bereichert durch: Dr. Arendts Experimentierbuch; Flecks Chemie im Dienste der öffentlichen Gesundheitspflege; chemisch-technische Analyse von Dr. J. Post; Wagners Jahresbericht für 1881; Dr. Elsner, die Praxis des Nahrungsmittelchemikers.

Ausserdem wurden, wie alljährlich, die zum Unterrichte nothwendigen Chemikalien und Glaswaren angeschafft.

Das Laboratorium besitzt nun 102 grössere Apparate.

Freihandzeichnen und Modellieren.

Angekaufte Gypsmodelle (Unterrichts-Ministerialverordnung vom 10. Dezember 1879, Z. 18,774): 10 St., V. Ser., *B.* Büsten und Hautreliefs.

Geometrisches Zeichnen.

1 St. Stereoskop mit Bildern zur darstellenden Geometrie.

10. Gewerbliche Fortbildungsschule.

In diese mit der k. k. Oberrealschule in Verbindung stehende Lehranstalt wurden zu Beginn und im Verlaufe des Schuljahres 157 Schüler aufgenommen und nach ihren Vorkenntnissen und Gewerben den Abtheilungen und Jahrgängen zugewiesen, und zwar: *a)* dem Vorbereitungscurse 60; *b)* der Maschinenschule I. Jahrgang 21, II. Jahrgang 9; *c)* der Freihandzeichnen- und Modellierschule I. Jahrgang 32, II. Jahrgang 20; *d)* der Baugewerbeschule I. Jahrgang 10, II. Jahrgang 5. Von diesen Schülern besuchten den Unterricht in der Chemie im I. Jahrgang 34, im II. Jahrgang 15; den Unterricht in der Physik 52; im Modellieren 6; 10 waren Gehilfen oder selbständige Gewerbsleute, welche in der Regel nur den Zeichenunterricht in der betreffenden Fachschule besuchten. Dem Alter nach standen die Zöglinge zwischen dem 13. und 26. Lebensjahre.

Das Schuljahr wurde am 19. September eröffnet und am 9. Juli geschlossen. Der Unterricht dauerte an Sonntagen von 8 bis 12, an Wochentagen abends von $^1/_2$8 bis 9 Uhr, letzterer bis 15. März, und wurde von den Mitgliedern des Lehrkörpers der k. k. Oberrealschule ertheilt.

Aufwand für die gewerbliche Fortbildungsschule:

a) Unterstützung aus Staatsmitteln	2000 fl.
b) Beitrag der Stadtgemeinde Laibach	500 »
c) aus dem krainischen Landesfonde	380 »
zusammen	2880 fl.

Von diesen Beiträgen wurden die Remunerationen der Lehrer, Kanzleierfordernisse u. s. w. bestritten, für arme Schüler Lehrbücher, Schreib- und Zeichnenrequisiten gekauft und folgende Lehrmittel beigeschafft:

Geographie: F. Schönningers astronomischer Globus sammt Text; Amthors und Issleibs Volksatlas; Jos. Chavannes Karte von Asien.

Freihandzeichnen: Wappenbuch des Krainer Adels.

Maschinenschule: 1 engl. prismat. Masstab; 2 Schraubstöcke; mehrere Feilen, Schneideisen.

Baugewerbeschule: Vorlageblätter von Riewel und Schmid, 1. bis 5. Lieferung.

Chemie: Apparat zur Demonstration der Diffusion der Gase; Aräometer für verschiedene Flüssigkeiten; Gasuhr mit Glaswänden; Magnesiumlampe mit Laufwerk und Reflector.

Physik: Orgelaufsatz; 2 gleichgestimmte Pfeifen; Luftschraube sammt Wagen.

Um begabten jungen Gewerbetreibenden, welche die gewerbliche Fortbildungsschule mit günstigem Erfolge besucht haben, den Besuch einer Staatsgewerbeschule zum Zwecke der Aneignung einer tüchtigen gewerblichen Fachbildung zu ermöglichen, haben der hohe krain. Landtag und die Stadtgemeinde Laibach je ein Stipendium mit jährlichen 250 fl., die krain. Sparkasse ein solches mit 300 fl. gegründet, welche für das Schuljahr 1882/83 zur Verleihung kommen werden.

II. Verordnungen der k. k. Unterrichtsbehörden.

Staatsunterstützungen werden an Probecandidaten an Mittelschulen nicht mehr verliehen. (Unterrichts-Ministerialerlass vom 19. Juli 1881, Z. 9690.)

Laut einer Erklärung des k. k. Reichs-Kriegsministeriums sind die als Probecandidaten an Mittelschulen verwendeten Gagisten in der Reserve unter die im § 26 der Evidenzvorschrift, II. Theil, angeführten «anderen in ähnlicher Eigenschaft im Lehramte Angestellten» zu zählen. (Unterrichts-Ministerialerlass vom 22. September 1881, Z. 14,462.)

Den durch die hohe Verordnung vom 21. Dezember 1875, Z. 19,109, festgestellten Ferialtagen der Mittelschulen ist fortan auch der 2. November (Allerseelentag) beizuzählen. (Unterrichts-Ministerialerlass vom 26. Oktober 1881, Z. 16,464.)

Die Militärdienstleistung eines Mittelschullehrers zur Erfüllung der gesetzlichen Präsenzdienstpflicht, sowie die in irgend einem anderen Dienstzweige verbrachte Zeit wird in das gesetzliche Probetriennium nicht eingerechnet. (Unterrichts-Ministerialerlass vom 19. November 1881, Z. 16,888.)

Das Slovenische als Muttersprache ist an sämmtlichen Mittelschulen des Landes gleichmässig zu behandeln und daher für solche Schüler, welche bei dem Eintritte in die Gymnasialstudien von ihren Eltern als Slovenen vorgeführt werden, als obligater Lehrgegenstand zu betrachten. (Landesschulrathserlass vom 9. April 1882, Z. 500.)

Um in jenen Fällen, wo ein im Genusse eines Stipendiums stehender Schüler der Mittelschule (Gymnasium, Realgymnasium, Realschule) bemüssigt ist, eine Schulclasse zu wiederholen, den Vorgang in der stiftungsbehördlichen Behandlung gleichmässig zu regeln, hat Se. Excellenz der Herr Minister für Cultus und Unterricht mit dem hohen Erlasse vom 22. November 1881, Z. 18,101, verordnet:

Ist die Nothwendigkeit der Wiederholung einer Schulclasse dadurch herbeigeführt worden, dass der Schüler im Laufe des Studienjahres erwiesenermassen von einer längeren Krankheit oder einer andauernden Kränklichkeit und körperlichen Schwäche heimgesucht und dadurch an dem geregelten Besuche der Schule, eventuell an der ordnungsmässigen Erwerbung der Semestralzeugnisse gehindert war, so ist die Landesstelle ermächtigt, die Belassung eines solchen Stipendisten im Genusse des Stipendiums bei der nothwendig gewordenen Wiederholung der Schulclasse unmittelbar auszusprechen; doch ist der Fall einer derartigen Verhinderung auf das genaueste durch ärztliche Zeugnisse und Einvernehmung des Directors zu constatieren.

In allen sonstigen Fällen der freiwilligen oder nothwendigen Wiederholung einer Schulclasse oder wenn der Stipendist eine schlechte Sittennote erhalten oder bei der Maturitätsprüfung reprobiert worden ist, desgleichen wenn er vom Gymnasialstudium zur Realschule oder von der Realschule in eine Lehranstalt anderer Kategorie übertritt und um Belassung des Stipendiums bittet, ist die Entscheidung des Ministeriums einzuholen.

Vom Schuljahre 1882/83 angefangen wird bei der Aufnahme der Zöglinge in den ersten Jahrgang der Lehrer-Bildungsanstalten auch auf musikalische Vorbildung gesehen, und musikalisch vorgebildete Zöglinge werden bei Verleihung von Staatsstipendien möglichst berücksichtigt werden. (Unterrichts-Ministerialerlass vom 2. Februar 1882, Z. 1811.)

12. Chronik.

Das Schuljahr 1881/82 wurde am 16. September mit einem feierlichen Gottesdienste eröffnet. Die Aufnahms-, Wiederholungs- und Nachtragsprüfungen wurden am 15. September und an den folgenden Tagen abgehalten. Am 24. September unterzogen sich die im Julitermine 1881 auf zwei Monate reprobierten Abiturienten der Wiederholungsprüfung.

Der Personalstand des Lehrkörpers ist gegen das Schuljahr 1880/81 unverändert geblieben. Der Lehramtscandidat Karl Pirc, der mit dem hohen Unterrichts-Ministerialerlasse vom 13. Februar 1881, Z. 1593, dieser Lehranstalt zur Ablegung des Probejahres zugewiesen wurde, unterrichtete im I. Semester selbständig in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen die Schüler der II. Classe und setzte im II. Semester mit Bewilligung des k. k. Landesschulrathes für Krain vom 28. Jänner 1882, Z. 164, diesen Unterricht als freiwilliger Hilfslehrer fort.

Am 4. Oktober feierten der Lehrkörper und die Schüler das Allerhöchste Namensfest Sr. kaiserl. und königl. Apost. Majestät Franz Josef I. und am 19. November das Allerhöchste Namensfest Ihrer Majestät der Kaiserin Elisabeth mit einem solennen Gottesdienste und der Absingung der Volkshymne. Der Lehrkörper wohnte an jenem Tage auch dem in der Domkirche celebrierten Hochamte bei und war bei den für die Mitglieder des Allerhöchsten Kaiserhauses abgehaltenen Seelenämtern vertreten.

An Sonn- und Feiertagen hatten die Schüler katholischer Confession gemeinschaftlichen Gottesdienst in der St. Florianskirche, empfiengen im Laufe des Jahres dreimal die heiligen Sacramente der Busse und des Altars und betheiligten sich an dem Frohnleichnamsumgange. Das Orgelspiel beim Gottesdienst besorgte aus Gefälligkeit der Leiter der zweiten städtischen Volksschule Herr Leopold Belar.

Die Privatistenprüfungen im I. Semester wurden am 8. und 9. Februar vorgenommen. Das I. Semester wurde am 11. Februar geschlossen, das II. am 15. Februar begonnen.

Der Herr Landes-Schulinspector Jakob Smolej wohnte während des Schuljahres dem Unterrichte bei und unterzog im Monate Juni die Lehranstalt einer genauen Inspection.

Im Verlaufe des Schuljahres wurden der Lehranstalt drei strebsame Schüler durch den Tod entrissen. Am 9. August starb der Schüler der V. Classe Edmund Valenta an Typhus abdominalis; am 14. November der Schüler der II. Classe Anton Pavlič infolge einer zufälligen Verletzung; am 13. Dezember der Schüler der VII. Cl. Andreas Vojvodič an einem langwierigen Lungenleiden.

Vielfache Störungen im Schulbesuche verursachten die das ganze Jahr hindurch häufig vorkommenden Fälle von Blattern, Scharlach und Masern. Obgleich unter den Realschülern selbst nur sehr wenig solche Erkrankungen vorkamen, so mussten doch infolge der Verfügungen der hierortigen Sanitätscommission Schüler aus jenen Häusern, in welchen Krankheitsfälle constatiert wurden, vom Unterrichte zeitweilig ferngehalten werden.

Anfangs Mai erkrankte Professor Anton Raič an einem Augenleiden und wurde bis zum Schlusse des Jahres beurlaubt. Für ihn übernahmen die Collegen Franz Levec das Slovenische in der VII. Classe und Dr. Joh. Jul. Binder Geographie und Geschichte in der III. Classe, der Probecandidat am hierortigen k. k. Obergymnasium Herr Johann Verhovec das Slovenische in der II., III., V. und VI. Classe vom 10. Mai angefangen.

Am 6. Mai wurde von den Schülern des hierortigen k. k. Obergymnasiums und der Oberrealschule im landschaftlichen Theater eine musikalisch-declamatorische Akademie zum Zwecke der Unterstützung dürftiger Schüler der beiden Lehranstalten unter der Leitung ihres Gesangslehrers Herrn Anton Förster veranstaltet. Das Programm enthielt sechs Compositionen für gemischten und Männerchor, davon einige auch mit Orchesterbegleitung, zwei Declamationen in deutscher und slovenischer Sprache, zwei Concertstücke für Violine und eines für Clavier, welche sämmtlich in gelungener Weise und begleitet von Beifallsbezeugungen des sehr zahlreich anwesenden Publicums durchgeführt wurden. Die Hälfte des Reinertrages von 189 fl. 94 kr. erhielt der Unterstützungsfond der Realschule. Der Berichterstatter spricht allen Mitwirkenden, insbesondere dem Gesanglehrer Anton Förster, sowie den zahlreichen edlen Gönnern der studierenden Jugend hiemit den verbindlichsten Dank aus.

Die schriftlichen Maturitätsprüfungen wurden vom 12. bis 17. Juni, die schriftlichen und mündlichen Versetzungsprüfungen vom 15. Juni bis 3. Juli, die mündlichen Maturitätsprüfungen am 12. und 13. Juli abgehalten.

Der Schluss des Schuljahres erfolgte am 15. Juli mit dem Dankgottesdienste und der Vertheilung der Semestralzeugnisse.

13. Aufnahme der Schüler für das Schuljahr 1882-83.

Das Schuljahr 1882/83 wird am 16. September eröffnet werden. Die Aufnahme der Schüler findet am 13., 14. und 15. September statt; an diesen und den nächstfolgenden Tagen werden auch alle Aufnahms-, Wiederholungs- und Nachprüfungen abgehalten werden.

In die I. Classe eintretende Schüler haben mittelst eines Geburts- oder Taufscheines nachzuweisen, dass sie das 10. Lebensjahr entweder schon vollendet haben oder es im ersten Quartale desselben Schuljahres vollenden werden. Zugleich wird von ihnen bei der Aufnahme ein Frequentationszeugnis der Volksschule, welcher sie im letztverflossenen Schuljahre angehört haben, gefordert werden, welches die ausdrückliche Bezeichnung, dass es zum Zwecke des Eintrittes in eine Mittelschule ausgestellt wurde, ferner die Noten aus der Religionslehre, der Unterrichtssprache und dem Rechnen zu enthalten hat. (Unt.-Min.-Erl. v. 7. April 1878, Z. 5410.) Bei der Aufnahmsprüfung in die I. Classe werden folgende Anforderungen gestellt: Jenes Mass von Wissen in der Religion, welches in den ersten vier Jahrescursen der Volksschule erworben werden kann; Fertigkeit im Lesen und Schreiben der Unterrichtssprache, Kenntnis der Elemente aus der Formenlehre der Unterrichtssprache, Fertigkeit im Analysieren einfach bekleideter Sätze, Bekanntschaft mit den Regeln der Orthographie und Interpunction und richtige Anwendung derselben beim Dictandoschreiben; Übung in den vier Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.

Von anderen Mittelschulen kommende Schüler müssen das Studienzeugnis vom letzten Semester mit der Entlassungsclausel, sowie auch etwaige Schulgeldbefreiungs- oder Stipendiendecrete vorweisen.

Jeder neu eintretende Schüler zahlt eine Aufnahmstaxe von 2 fl. 10 kr. und einen Beitrag von 60 kr. für die Schülerbibliothek; diesen Beitrag entrichten auch alle der Lehranstalt bereits angehörende Schüler.

Da das Slovenische zufolge des hohen Ministerial-Erlasses vom 3. Mai 1880, Z. 10,754, für jene Schüler ein obligater Lehrgegenstand ist, welche beim Eintritte in die Realschule von ihren Eltern als Slovenen erklärt werden, so ergibt sich für letztere die Nothwendigkeit, ihre Kinder persönlich zur Aufnahme vorzuführen und im Verhinderungsfalle ihre diesbezügliche bestimmte Erklärung der Direction schriftlich zukommen zu lassen.

Laibach, im Juli 1882.

Dr. Mrhal.

Rangordnung der Schüler

am Schlusse des Schuljahres 1882.*

I. Classe.

1. Prossen Johann aus Villach.
2. Vičič Johann aus Adelsberg.
3. Luckmann Anton aus Laibach.
4. Kreminger Ludwig aus Karlstadt.
5. Nekrep Victor aus Laibach.
6. Oehlhofer Lambert aus Laibach.
7. Vaš Ottmar aus Losenz in Ungarn.
8. Edlinger Leopold aus Laibach.
9. Schwara Adolf aus Sessana, *R.*
10. Antončič Johann aus Tschernembl.
11. Jurica Franz aus Laas.
12. Možina Johann aus Laibach.
13. Velepič Johann aus Adelsberg.
14. Dekleva Theodor aus Prag.
15. Trobitz Attilius aus Rovigno.
16. Kollmann Friedrich aus Laibach.
17. Dal Ben Heinrich aus Laibach.
18. Tönnies Rudolf aus Laibach.
19. Kupera Franz aus Bisternitz in Ungarn.
20. Tres Anton aus Laibach.
21. Rus Franz aus Stranskavas in Krain.
22. Lozar Paul aus Laibach.
23. Anclin Franz aus Laibach.
24. Negrelli Ritter v. Moldelbe Nikolaus aus Laibach.
25. Unger Franz aus Marburg.
26. Koss Isidor aus Feldkirchen in Kärnten.
27. Kropsch Arthur aus Fürsenfeld.
28. Lehner Richard aus Triest.
29. Jekler Josef aus Veldes.
30. Černe Josef aus Laibach.
31. Balzar Ottokar aus Laibach.
32. Zirkelbach Heinrich aus Laibach.
33. Česnik Emerich aus Grafenbrunn.
34. Radoslovich Germano aus Lussinpiccolo.
35. Deu Josef aus Neumarktl.
36. Premoli Josef aus Monfalcone, *R.*
37. Pretnar Heinrich aus Laibach, *R.*
38. Kokail Rudolf aus Rothwein bei Veldes.
39. Oblak Johann aus Oberlaibach.
40. Kastelliz Johann aus Cilli, *R.*
41. Schaffer Alexander aus Stuhlweissenburg.
42. Zardini Hermes aus Cormons.
43. Čamernik Vincenz aus Laibach.
44. Fritsch Victor aus Laibach.
45. Pollak Josef aus Raumberg in Niederösterreich.
46. Schmalz Karl aus Treffen.
47. Klementschitsch Karl aus Graz.
48. Tonsern Ferdinand aus Laibach.
49. Rus Josef aus Stranskavas in Krain.

Nicht locierl blieben:

Januš Karl aus Rudolfswert.
Rieder Paul aus Triest.

II. Classe.

1. Zawadil Johann aus Brünn.
2. Kremžar Franz aus Laibach.
3. Janesch Johann aus Laibach.
4. Bartl Johann aus Sagor.
5. Rojina Franz aus Oberschischka in Krain.
6. Traun Johann aus Gleiniz in Krain.
7. Irgel Ernst aus Trifail in Steiermark.
8. Elsbacher Konrad aus Tüffer in Steiermark.
9. Habicht Leopold aus Innergoriz in Krain.
10. Schinigoi Emidius aus Veglia in Istrien.
11. Tess Cäsar aus Cormons im Küstenlande.

* Fette Schrift bezeichnet Schüler mit allgemeiner Vorzugsclasse.

12. Adamič August aus Laibach.
13. Meden Josef aus Zirkniz in Krain.
14. Germ Felix aus Triest, *R.*
15. Koch Cyrill aus Krainburg.
16. Bien Hugo aus Komorn in Ungarn, *R.*
17. Huth Karl aus Laibach.
18. Tschurn Franz aus Laibach.
19. Valenčič Jakob aus Nadanjeselo in Krain.
20. Novak August aus Laibach.
21. Velkaverh Josef aus Laibach.
22. Zhuber von Okrog Paul aus Laibach.
23. Kreulitsch Friedrich aus Rann in Steiermark.
24. Martiny Emanuel aus Krainburg.
25. Krainer Johann aus Adelsberg.
26. Czermak Albin aus Laibach.
27. Arko Anton aus Reifniz in Krain.
28. Schweitzer Josef aus Laibach.
29. Prettner Josef aus Graz, *R.*
30. Wohlgemuth Karl aus St. Gertraud in Kärnten.
31. Venerandi Anton aus Rovigno in Istrien.
32. Lončarič Josef aus Selce in Kroatien.
33. Samengo Ezius aus Laibach.
34. Balzar Hugo aus Laibach.
35. Rossbacher Karl aus Glashütte in Steiermark.
36. Milavec Josef aus Zirkniz in Krain.
37. Premer Franz aus Möttling in Krain.
38. Premrou Karl aus Ubelsko in Krain.
39. Laurič Anton aus Planina in Krain.
40. Melliwa Adolf aus Wagensberg in Krain.
41. Lang Seifried aus Lichtenberg in Krain.
42. Brilli Heinrich aus Laibach.
43. Wernig Johann aus Laibach.
44. Schrautzer Emil aus Gonobitz in Steiermark.
45. Gestrin Johann aus Gross-Kanisza in Ungarn.
46. Kallan Franz aus Trifail in Steiermark.

Nicht lociert wurden:

Jemec Franz aus Laibach, *R.*
Jensko Johann aus Wocheiner-Feistriz in Krain.
Kronabethvogel Hugo aus Stein in Krain.
Rüting Karl aus Laibach, *R.*

III. Classe.

1. **Sbrizaj Johann** aus Senosetsch.
2. Gregorič Johann aus Gurkfeld.
3. Lang Franz aus Laibach.
4. Junz Johann aus Laibach.
5. Sedlak Josef aus Agram.
6. Kastner Gustav aus Laibach.
7. Oelhofer Eduard aus Laibach.
8. Piš Rudolf aus Laibach.
9. Končar Paul aus Laibach.
10. Fortuna Franz aus Gottschee.
11. Winkler Anton aus Cattinara bei Triest.
12. Kubelka Josef aus Laibach.
13. Maschnitsch Eduard aus Triest.
14. Richter Johann aus Laibach.
15. Jakopič Richard aus Laibach.
16. Zenari Johann aus Triest.
17. Blasich Emerich aus Sisek.
18. Flöre Max aus Laibach.
19. Rudolf Wilhelm aus Laibach.
20. Missoni Josef aus Feldkirchen in Kärnten.
21. Windspach David aus Triest.
22. Michelich Stefan aus Triest.

Nicht lociert wurden:

Benčan Mathias aus Laibach.
Gallé Hubert aus Mariafeld.
Mazej Josef aus Zirkniz.
Perless Max aus Laibach.
Verovšek Michael aus Laibach.

IV. Classe.

1. **Petričič Vaso** aus Laibach.
2. Gvaiz Josef aus Laibach.
3. Gvaiz Anton aus Laibach.
4. Krenner Heinrich aus Marburg.
5. Pengou Johann aus Cilli.
6. Pospišil Ernst aus Selo bei Laibach.
7. Kratochwill Eduard aus Reifniz in Krain.
8. Gaber Wilhelm aus Laibach.
9. Hudovernig Josef aus Laibach.
10. Witschl Franz aus Gottschee in Krain, *R.*
11. Raktelj Theodor aus Laibach.
12. Petek Anton aus Laibach.
13. Parma Rudolf aus Triest.
14. Spinar Rafael aus Brünn.
15. Dečman Franz aus Laibach.
16. Sterniša Josef aus Laibach.
17. Punzengruber Karl aus Fiume.
18. Stuchly Eduard aus Gutenfeld in Krain.
19. Fenzl Johann aus Mune in Istrien.
20. Štrukelj Josef aus Laibach.

Nicht lociert wurden:

Fridrich Wilhelm aus Laibach.
Frisch Johann aus Laibach.

V. Classe.

1. **Bučar Alois** aus Adelsberg.
2. **Potuček Adalbert** aus Kolin in Böhmen.
3. **Kladnik Alois** aus Franz in Steiermark.
4. Krulc August aus Schischka.
5. Stefin Franz aus Laibach.
6. Rudholzer Karl aus Laibach.
7. Kaudela Julius aus St. Pölten in Niederösterreich.
8. Lassnik Albert aus Laibach.
9. Rudholzer Wilhelm aus Laibach.
10. Vetter Adolf aus Szatmar in Ungarn.
11. Schiffer Wilhelm aus Laibach.
12. Matajc Karl aus Laibach.
13. Sopsič Johann aus Möttling.
14. Spellak Josef aus Laibach.
15. Mayr Johann aus Krainburg.
16. Kurzthaler August aus Wels.
17. Zellich Leopold aus Laibach.
18. Krisper Johann aus Laibach.
19. Nebenführer Gustav aus Wien.
20. Kochanovsky Alexander aus Agram.
21. Czerny Heinrich aus Potragy in Ungarn.

Nicht lociert blieben:

Baraga Andreas aus Adelsberg.
Kovač Victor aus Laas.
Siegl Emerich aus Altenmarkt in Niederösterreich.

VI. Classe.

1. **Fabiani Maximilian** aus Cobdil im Küstenlande.
2. **Kordin Josef** aus Laibach.
3. **Schlehan Karl** aus Wittkowiz in Mähren.
4. Malovrh Emerich aus Sisek.
5. Machnitsch Rudolf aus Venedig.
6. Pogačnik Matthäus aus Laibach, *R.*
7. Kolenec Johann aus Laibach.
8. Stedry Gustav aus Laibach, *R.*
9. Pichler Josef aus Triest.
10. Fortis Oscar aus Dernis in Dalmatien.

Nicht lociert blieben:

Belar Albin aus Laibach.
Reindl Josef aus Laibach.
Svoboda Franz aus Čatež in Krain.

VII. Classe.

1. Davanzo Gregor aus Rovigno in Istrien.
2. Plachota Franz aus Komorn in Ungarn.
3. Pruckner Theodor aus Sisek in Kroatien.
4. Franke Hermann aus Wels in Oberösterreich.
5. Jeršinovič Johann aus Oberlaibach.
6. Urbantschitsch Franz aus St. Leonhard in Steiermark.
7. Ottavi Robert aus Rapallo in Italien.
8. Pirnat Hermagor aus St. Gertraud in Steiermark.
9. Josin Emanuel aus Laibach.
10. Logar Josef aus Hrastnik in Steiermark.
11. Ballon Johann aus Wisell in Steiermark.
12. Douč Josef aus Laibach.
13. Elsner Ignaz aus Bischoflack.
14. Lisec Josef aus Laibach.

Nicht lociert blieb:

Gorup Jakob aus Slavina.