

MaRS 2013



VESNA IRŠIČ

→ Med 18. – 24. avgustom 2013 je v Bohinju že osmo leto zapored potekal matematični tabor za srednješolce MaRS (Matematično Raziskovalno Srečanje). Udeležilo se ga je osemnajst dijakov in dijakinj iz vse Slovenije, kot udeleženci so se jim pridružili še trije študentje, za uspešno odpravo pa je poskrbelo šest članov posadke: Maja Alif, David Gajser, Nejc Rosenstein, Matej Roškarič, Jana Vidrih in Lara Kozarski, v oporo pa jim je bil tudi dr. Boštjan Kuzman.

Tako kot vsa leta doslej je bila osrednja marsovska dejavnost priprava projektov. MaRSovci smo se razdelili v skupine po tri in se pod okriljem svojega mentorja spopadli z izbranim matematičnim problemom. Preden smo ga rešili, smo morali spoznati nekaj novih matematičnih znanj, nato pa smo še napisali kratek članek in pripravili predstavitev. Letos so se dijaki pri projektih ukvarjali s: Hilbertovim hote-



SLIKA 1.

Mentorji pred izplutjem na jezero

lom, taktikami in verjetnostjo pri namizni igri Risk, razdelitvijo ravnine s premicami, matematičnim modelom strjevanja gela, teorijo grafov in problemom najkrajše poti ter aksiomom izbire. Študentska skupina se je posvetila Turingovemu stroju in Postovemu problemu.

Nadebudneže vabimo, da se tudi sami spoprimejo s preprostejšimi problemi, ki so bili del katerega od projektov. Rešitve lahko najdete pod zavihkom »Projekti« na spletni strani mars.famnit.upr.si.



SLIKA 2.

Posadka na letošnjem MaRS-u: Maja, Lara, Jana (zgoraj); Nejc, Matej, David (spodaj)

Problem. MaRS je vedno bolj priljubljena turistična destinacija. Povpraševanje se izjemno hitro povečuje, zato so tam zgradili hotel Neskončno, hotel s števno neskončno sobami. Ta se je začel hitro polniti in se je nekega dne tudi napolnil. Poleg vseh običajnih postopkov na recepciji so bili vsi gostje primorani podpisati izjavo, da bodo ubogali ukaze, ki jih bodo dobili preko zvočnika, tudi če bodo zelo ne navadni.

- Na MaRS je prispela petčlanska družina. Ker je pred hotelom vedno visel napis Proste sobe, so zahtevali vsak svojo sobo.
- Prispela pa je tudi vesoljska ladja z neskončno potniki, izmed katerih je vsak zahteval svojo sobo.

Kako naj receptor hotela nastani potnike v posameznem primeru?

Problem. Lastnica Turistične agencije MaRS se je odločila, da bo nagradila nekaj bivših strank in tako še povečala priljubljenost svoje agencije. Kandidate za nagrado je zbrala v skupni sobi in jim povedala, da jih bodo kmalu postavili v vrsto ter vsakemu na glavo dali belo ali črno kapo. Pri tem bo vsak kandidat videl le barve kap vseh tistih kandidatov, ki bodo pred njim. Kdor ugame barvo svoje kape, dobi

nagrado. Kandidati bodo ugibali barvo kape od zadnjega proti prvemu, in sicer na glas, tako da bodo vsi slišali vsakega kandidata. Za kakšno strategijo naj se kandidati za nagrado dogovorijo, da jih bo kar največ nagrado dobilo, čeprav lahko vsak izmed njih reče le bela ali črna?

Problem. Na voljo imaš domine

01	1	010	00
0101	0	1	0

Zloži jih v vrsto eno za drugo tako, da boš zgoraj in spodaj dobil enak niz znakov. Pri tem lahko vsako domino uporabiš poljubno mnogokrat (vendar končno mnogokrat).

Tipičen marsovski dan se je začel z zajtrkom, zaspali MaRSovci pa smo se dokončno prebudili šele pri jutranji telovadbi. Dopoldnevi prvih dni tabora so bili namenjeni različnim delavnicam. Dr. Uroš Kuzman nas je popeljal v svet kompleksnih števil in nam predstavil njihovo povezavo z geometrijo. Mentorji so nam predstavili urejevalnik besedil $\text{\LaTeX}$, program GeoGebra in tudi nekaj osnov retorike, ki so nam pomagale pri predstavitvah projektov staršem, profesorjem in prijateljem.

MaRS so obiskali tudi štirje predavatelji – dr. Milan Hladnik, dr. Boštjan Kuzman, Sergio Hiroki Koike Quinatar in dr. Andrej Bauer, ki so nas popeljali v različne svetove matematike in nam popestrili večere. Izvedeli smo, da lahko z neoznačenim ravnilom



SLIKA 3.

Nejčeva skupina pri pripravi svojega projekta



SLIKA 4.

Delavnica o kompleksnih številih



SLIKA 5.

Večerno predavanje dr. Andreja Bauerja

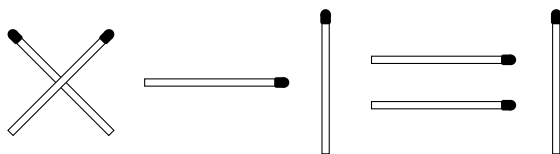
in šestilom načrtamo natanko iste točke kot samo s šestilom, spoznali končna polja, politope in osnove lambda računa. Na predavanjih smo se srečali tudi z naslednjima problemoma:

Problem. Koliko različnih ogrlic s petimi kroglicami lahko naredimo, če imamo na voljo dovolj kroglic v dveh različnih barvah?

Problem. S katerimi praviimi mnogokotniki lahko tlakujemo ravnino (t. j. pokrijemo vso ravnino brez prekrivanja)?

Vsak dan je Lara pripravila uganko dneva, s katero smo se lahko spopadali v prostem času. Tudi vi lahko poskusite razrešiti katero izmed njih:

Problem. Premakni eno vžigalico, da bo enačba na sliki 6 veljala (pri tem ne smeš spreminjati znaka =).



SLIKA 6.

Uganka dneva – naloga z vžigalicami

Problem. Že Egipčani so racionalna števila zapisovali v obliki ulomkov, le da so imeli vsi njihovi ulomki v števcu število 1. Število $\frac{2}{89}$ zapiši kot vsoto

- (a) dveh različnih egipčanskih ulomkov,
- (b) treh različnih egipčanskih ulomkov.

Zgled: $\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{72}$.

Člani posadke so poskrbeli, da naporno delo MaRSovcev ne bi preveč izčrpalo. Zato smo se v sredo podali na pohod ob koritih Mostnice, kjer smo uživali v čudoviti naravi, namaknju nog v mrzlo vodo in odličnem štrudlju v koči na koncu poti. Tudi druge dni smo imeli nekaj prostega časa, ki smo ga izkoristili za kopanje v jezeru in učenje hoje po vrvi (>slacklining<). Poleg tega je bil vsak dan po večernem predavanju družabni večer, ki se je ponavadi zavlekel pozno v noč. MaRSovci smo se pomerili v namiznem tenisu, osvajanju otoka Catan, že tradicionalni mafiji, igri s kartami Hanabi, taroku, napadanju Tokia, sajenju fižolčkov in osvajanju sveta pri Risku.

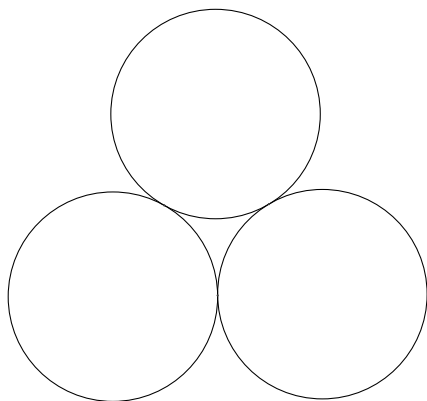
Zadnji popoldan je potekala Velika MaRSovska avantura, orientacijski pohod z matematičnimi nalogami na kontrolnih točkah. Na avanturi se nam je pridružilo tudi precej nekdanjih MaRSovcev, tako da je na njej skupaj sodelovalo kar 11 skupin. Za vtis, kakšno je bilo vzdušje na kontrolnih točkah, se lahko tudi sami spoprimete z enim problemom:

Problem. Izračunaj ploščino območja med tremi dotikajočimi se krogi z radijem 1 (glej sliko 8).



SLIKA 7.

Na pohodu ob koritih Mostnice



Rešitev naloge iz prejšnje številke



MARKO RAZPET

→ Če je polinom $P(x) = 6x^4 - 5x^3 + \alpha x^2 + 7x + 12$ deljiv s trinomom $Q(x) = 3x^2 - x + \beta$, potem očitno obstajata taki števili λ in μ , za kateri velja $P(x)/Q(x) = R(x) = 2x^2 + \lambda x + \mu$. Ker mora potem veljati enakost $P(x) = Q(x)R(x)$, dobimo:

$$\begin{aligned} 6x^4 - 5x^3 + \alpha x^2 + 7x + 12 &= \\ &= (3x^2 - x + \beta)(2x^2 + \lambda x + \mu). \end{aligned}$$

Po množenju trinomov na desni strani in po urejanju imamo enakost

$$\begin{aligned} 6x^4 - 5x^3 + \alpha x^2 + 7x + 12 &= 6x^4 + (3\lambda - 2)x^3 + \\ &+ (2\beta - \lambda + 3\mu)x^2 + (\beta\lambda - \mu)x + \beta\mu, \end{aligned}$$

ki pa velja le, če se polinoma na levi in desni strani ujemata v istoležnih koeficientih, zato morajo števila α, β, λ in μ zadoščati sistemu enačb:

$$\begin{aligned} 3\lambda - 2 &= -5 \\ 2\beta - \lambda + 3\mu &= \alpha \\ \beta\lambda - \mu &= 7 \\ \beta\mu &= 12 \end{aligned}$$

Iz prve enačbe takoj dobimo $\lambda = -1$, tretja in četrta enačba pa se potem glasita:

$$\beta + \mu = -7, \quad \beta\mu = 12.$$

Očitno imamo dve rešitvi:

$$\beta_1 = -3, \mu_1 = -4; \quad \beta_2 = -4, \mu_2 = -3.$$

Iz druge enačbe v sistemu pa sledi še:

$$\alpha_1 = 2\beta_1 + 3\mu_1 - \lambda = -17, \alpha_2 = 2\beta_2 + 3\mu_2 - \lambda = -16.$$

Naloga ima dve rešitvi. Polinom $6x^4 - 5x^3 - 17x^2 + 7x + 12$ je deljiv s trinomom $3x^2 - x - 3$, ko dobimo kvocient $2x^2 - x - 4$, polinom $6x^4 - 5x^3 - 16x^2 + 7x + 12$ pa s trinomom $3x^2 - x - 4$, ko dobimo kvocient $2x^2 - x - 3$.

SLIKA 8.

Naloga z avanture – ploščina območja

Zvečer je sledila razglasitev rezultatov z avanture. Zmago sta si delili dve skupini, ki sta za nagrado prejeli veliko MaRSovsko čokolado, ostali MaRSovci pa smo njim na čast izvedli MaRSovski pozdrav, s katerim smo tudi med tednom pozdravili vsakega obiskovalca. Nato je sledil še piknik ob tabornem ognju, glasbeni spremljavi dveh kitar, harmonike in mnogih navdušenih pevcev. Okoli polnoči nas je dež sicer pregnal izpod milega neba, druženje pa se je nadaljevalo v jedilnici in se za nekatere ni končalo vse do zajtrka. Naslednje jutro je po poskusnih predstavah sledil pristanek, ki se je zaključil s prijetnim druženjem, slovesom in željo, da se še kdaj srečamo – če ne na MaRS-u pa vsaj na Zemlji.



SLIKA 9.

Skupina Packi na kontrolni točki na veliki MaRSovski avanturi

