

Oznaka poročila: ARRS-RPROJ-ZP-2015/181



ZAKLJUČNO POROČILO RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

A. PODATKI O RAZISKOVALNEM PROJEKTU

1. Osnovni podatki o raziskovalnem projektu

Šifra projekta	J1-4010
Naslov projekta	Dvodelni razdaljno-regularni grafi
Vodja projekta	21656 Štefko Miklavič
Tip projekta	J Temeljni projekt
Obseg raziskovalnih ur	4818
Cenovni razred	A
Trajanje projekta	07.2011 - 06.2014
Nosilna raziskovalna organizacija	1669 Univerza na Primorskem, Inštitut Andrej Marušič
Raziskovalne organizacije - soizvajalke	588 Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta
Raziskovalno področje po šifrantu ARRS	1 NARAVOSLOVJE 1.01 Matematika 1.01.05 Teorija grafov
Družbeno-ekonomski cilj	13.01 Naravoslovne vede - RiR financiran iz drugih virov (ne iz SUF)
Raziskovalno področje po šifrantu FOS	1 Naravoslovne vede 1.01 Matematika

B. REZULTATI IN DOSEŽKI RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

2. Povzetek raziskovalnega projekta¹

SLO

Glavni cilj predlaganega projekta je razumeti in klasificirati pomemben razred dvodelnih razdaljno-regularnih grafov. Naj bo Γ dvodelen razdaljno-regularen graf premera D . Izberimo si vozlišče x grafa Γ in naj bo $T=T(x)$ pripadajoča Terwilligerjeva algebra. Centralni cilj tega projekta je klasificirati tiste grafe Γ , ki do izomorfizma natančno

premorejo največ dva nerazcepna T-modula s krajiščem 2, od katerih sta oba tanka. Za doseg tega cilja bomo v teku projekta poskušali rešiti vrsto problemov, ki so povezani z zgoraj omenjenim glavnim problemom. Naj omenimo dva:

Problem 1: Pokaži, da sta naslednji dve trditvi ekvivalentni:

- (i) Graf Γ ima do izomorfizma natančno največ dva nerazcepna T-modula s krajiščem 2, od katerih sta oba tanka.
- (ii) Za vsako naravno število i med 2 in $D-2$ obstajajo taka kompleksna števila $\alpha(i)$ in $\beta(i)$, tako da za poljubni vozlišči y in z (y je na razdalji 2 od x , z pa na razdalji i od x in y) velja, da je število sosedov vozlišča z , ki so na razdalji $i-1$ od vozlišč x in y , enako:
 $\alpha(i) + \beta(i)$ (število skupnih sosedov vozlišč x in y , ki so na razdalji $i-1$ od vozlišča z).

Problem 2: Pokaži, da sta naslednji dve trditvi ekvivalentni:

- (i) Graf Γ je Q-polinomski.
- (ii) Za vsako naravno število i med 2 in $D-1$ obstajajo taka kompleksna števila $\alpha(i)$ in $\beta(i)$, tako da za poljubni vozlišči y in z (y je na razdalji 2 od x , z pa na razdalji i od x in y) velja, da je število sosedov vozlišča z , ki so na razdalji $i-1$ od vozlišč x in y , enako:
 $\alpha(i) + \beta(i)$ (število skupnih sosedov vozlišč x in y , ki so na razdalji $i-1$ od vozlišča z).

Za bolj natančno predstavitev projekta glej priloženo pdf datoteko "project_slo.pdf".

ANG

The main goal of the proposed project is to understand and classify a certain type of bipartite distance-regular graphs. To define this type let Γ denote a bipartite distance-regular graph with diameter D . Let x denote a vertex of Γ and let $T=T(x)$ denote the associated Terwilliger algebra. In this project our central goal is to classify those Γ for which up to isomorphism there exist at most two irreducible T-modules with endpoint 2, and they are both thin. To achieve this goal we will try to solve a series of related problems. Let us mention two:

Problem 1: Show that the following (i), (ii) are equivalent.

- (i) Up to isomorphism Γ has at most two irreducible T-modules with endpoint 2, and they are both thin.
- (ii) For every integer i between 2 and $D-2$, there exist complex numbers $\alpha(i)$ and $\beta(i)$, such that for all vertices y and z (y being at distance 2 from x , and z being at distance i from both x and y) the following hold: the number of neighbours of z , which are at distance $i-1$ from both x and y is equal to:
 $\alpha(i) + \beta(i)$ (the number of common neighbours of x and y , which are at distance $i-1$ from z).

Problem 2: Show that the following (i), (ii) are equivalent.

- (i) Γ is Q-polynomial.
- (ii) For every integer i between 2 and $D-1$, there exist complex numbers $\alpha(i)$ and $\beta(i)$, such that for all vertices y and z (y being at distance 2 from x , and z being at distance i from both x and y) the following hold: the number of neighbours of z , which are at distance $i-1$ from both x and y is equal to:
 $\alpha(i) + \beta(i)$ (the number of common neighbours of x and y , which are at distance $i-1$ from z).

For a more detailed description of the project see the attached pdf

file "project_eng.pdf".

3. Poročilo o realizaciji predloženega programa dela na raziskovalnem projektu²

Glavna cilja našega raziskovanja sta dva. Prvi cilj je razumeti in klasificirati dvodelne razdaljno-regularne grafe, ki imajo tako imenovano Q-polinomsko lastnost. Za doseg tega cilja študiramo tako imenovano Terwilligerjevo algebro grafa G. Terwilligerjevo algebro T največkrat študiramo preko njenih nerazcepnih modulov. Poleg študija nerazcepnih modulov Terwilligerjeve algebre pa poskušamo rešiti še vrsto drugih problemov, ki pa so z zgornjim problemom tesno povezani.

Drugi cilj našega raziskovanja pa je namenjen raziskovanju delovanja grup na razdaljno-regularnih grafih. Predvsem se ukvarjamo s klasifikacijo Cayleyevih razdaljno-regularnih grafov (za različne družine grup), ter razdaljno-regularnih bi- in tri-Cayleyevih grafov (ravno tako za različne družine grup).

Delo na projektu na obeh dveh glavnih področjih raziskovanja, torej študiju Terwilligerjevih algeber dvodelnih razdaljno-regularnih grafov ter študiju delovanja grup na razdaljno-regularnih grafih, je potekalo skladno z zastavljenim načrtom. Seveda se pri matematičnem raziskovanju v samem procesu dokazovanja trditev in domnev odpirajo nova vprašanja, pokažejo se nove obetavne smeri razvoja, težišče raziskovanja se lahko zaradi novih dognanj hitro prevesi v drugo smer. Tudi zato je bilo delo na projektu raznoliko, včasih tudi izven strogih smernic projekta, začrtanih v prijavi.

Raziskovalci projektne skupine so v letuih trajanja projekta (2011-2014) objavili 99 izvirnih znanstvenih člankov, od tega 95 v revijah, ki jih indeksira Science citation index. Šest člankov je bilo objavljenih v revijah, ki s uvrščajo v prvo četrtino na področju, 34 v revijah, ki se uvrščajo v drugo četrtino, 38 v revijah, ki se uvrščajo v tretjo četrtino, in 17 v revijah, ki se uvrščajo v četrto četrtino. Nekateri izmed teh člankov so neposredno povezani s tematiko projekta:

- MIKLAVIČ, Štefko, TERWILLIGER, Paul. Bipartite Q-polynomial distance-regular graphs and uniform posets. *Journal of algebraic combinatorics*, ISSN 0925-9899, 2013, vol. 38, iss. 2, str. 225-242, doi: [10.1007/s10801-012-0401-1](https://doi.org/10.1007/s10801-012-0401-1). [COBISS.SI-ID [1024466772](https://www.cobiss.si/id/1024466772)]
- MIKLAVIČ, Štefko. On bipartite distance-regular graphs with intersection numbers $c_i = (q^i - 1)/(q - 1)$. *Graphs and combinatorics*, ISSN 0911-0119, 2013, vol. 29, iss. 1, str. 121-130, doi: [10.1007/s00373-011-1094-2](https://doi.org/10.1007/s00373-011-1094-2). [COBISS.SI-ID [1024370260](https://www.cobiss.si/id/1024370260)]
- MIKLAVIČ, Štefko, PENJIĆ, Safet. On bipartite Q-polynomial distance-regular graphs with $c_2 \leq 2$. *The Electronic journal of combinatorics*, ISSN 1077-8926, 2014, vol. 21, iss. 4, p4.53 (19 str.). [COBISS.SI-ID [1537120964](https://www.cobiss.si/id/1537120964)]
- MIKLAVIČ, Štefko, ŠPARL, Primož. On distance-regular Cayley graphs on abelian groups. *Journal of combinatorial theory. Series B*, ISSN 0095-8956, 2014, vol. 108, str. 102-122. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jctb.2014.03.002>. [COBISS.SI-ID [1536382660](https://www.cobiss.si/id/1536382660)]

Večina ostalih člankov je vsaj posredno povezana z vsebino projekta preko delovanja grup na grafih, recimo

- KOVÁCS, István, MALNIČ, Aleksander, MARUŠIČ, Dragan, MIKLAVIČ, Štefko. Transitive group actions: (im)primitivity and semiregular subgroups. *Journal of algebraic combinatorics*, ISSN 0925-9899, 2014, vol. , is. , 19 str. doi: [10.1007/s10801-014-0556-z](https://doi.org/10.1007/s10801-014-0556-z). [COBISS.SI-ID [1536772036](https://www.cobiss.si/id/1536772036)]
- KOVÁCS, István. Arc-transitive dihedrants of odd prime-power order. *Graphs and combinatorics*, ISSN 0911-0119, 2013, vol. 29, issue 3, str. 569-583, doi: [10.1007/s00373-012-1134-6](https://doi.org/10.1007/s00373-012-1134-6). [COBISS.SI-ID [1024407124](https://www.cobiss.si/id/1024407124)].
- POTOČNIK, Primož, SPIGA, Pablo, VERRET, Gabriel. On the order of arc-stabilisers in arc-transitive graphs with prescribed local group. *Transactions of the American Mathematical Society*, ISSN 0002-9947, 2014, vol. 366, no. 7, str. 3729-3745, [COBISS.SI-ID [16981849](https://www.cobiss.si/id/16981849)]

Raziskovalci projektne skupine v zadnjih 10 letih izkazujejo 1621 normiranih čistih citatov oz. 867 čistih citatov. Prav tako so raziskovalci projektne skupine preko predavanj na mednarodnih in domačih konferencah in seminarjih domačo in mednarodno javnost seznanjali z rezultati, ki so nastali v okviru projekta. Tu velja omeniti predavanje vodje projekta dr. Štefka Miklaviča

na University of Wisconsin - Madison (MIKLAVIČ, Štefko. *Q-polynomial distance-regular graphs with girth 6* : University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, USA, 9. 12. 2013. 2013. <http://www.math.wisc.edu/~terwilli/combsemsched.html>. [COBISS.SI-ID [1536123588](#)]), predavanja Istvana Kovacs na University of La Plata (KOVÁCS, István. *Arc-transitive dihedrants of two times an odd prime-power order* : University of La Plata, La Plata, Argentina, 31. 10. 2013. 2013. [COBISS.SI-ID [1536135876](#)]) ter predavanje Martina Milaniča na Rutgers University (MILANIČ, Martin. *On the identifiable subgraph problem* : RUTCOR Colloquium, Rutgers University, New Brunswick, January 31, 2013. 2013. [COBISS.SI-ID [1024490068](#)]), ter vabljeni predavanji dr. Malniča: Algebraic, Topological and Complexity Aspects of Graph Covers - ATCAGC'11 January 23-27, 2011, Král'ova Studňa, Fatra Mountains, Slovakia, MALNIČ, Aleksander. *Action graphs*. Král'ova Studňa, 24. 1. 2011. [COBISS.SI-ID [15888985](#)] in MALNIČ, Aleksander. *On the split structure of lifted groups* : Workshop on Symmetry in Graphs, Maps, and Polytopes, October 24-27, 2011, the Fields Institute, Toronto, Canada. 2011. <http://www.fields.utoronto.ca/programs/scientific/11-12/discretegeom/talks/october.html>. [COBISS.SI-ID [1024373844](#)]. Omeniti še velja, da se University of Wisconsin Madison na "Academic Ranking of World Universities" za leto 2013 uvršča na visoko 19 mesto, na področju matematike pa celo na 11 mesto.

Projektna skupina je tekom projekta gostila več podoktorandov in vrhunskih strokovnjakov iz tujine (A. A. Ivanov, G. Kiss, P. Terwilliger, T. Ito, J.H. Kwak, T. Szonyi, S. Evdokimov, P. Fowler, A. Medvedev, A. A. Pascasio, I. Ponomarenko, M. Anholcer, ...), nekaj med njimi tudi za daljše časovno obdobje.

Članek, v katerem bo v celoti rešen Problem 1 (glej točko 2. Povzetek raziskovalnega projekta) je trenutno v fazi priprave. Avtorja sta vodja projekta dr. Miklavič in dr. M. MacLean iz Univerze v Seattlu. Pričakujemo, da bo članek poslan v objavo v naslednjih nekaj mesecih.

4. Ocena stopnje realizacije programa dela na raziskovalnem projektu in zastavljenih raziskovalnih ciljev³

Delo na projektu na obeh dveh glavnih področjih raziskovanja (torej študiju Terwilligerjevih algeber dvodelnih razdaljno-regularnih grafov ter študiju delovanja grup na razdaljno-regularnih grafih) je potekalo v skladu z načrtom. Kot že rečeno, se pri matematičnem raziskovanju v samem procesu dokazovanja trditev in domnev odpirajo nova vprašanja, pokažejo se nove obetavne smeri razvoja, težišče raziskovanja se zaradi novih dognanj hitro prevesi v drugo smer. Tudi zato je delo na projektu raznoliko, včasih tudi izven strogih smernic projekta, začrtanih v prijavi.

Ocenjujemo, da so bili raziskovalni cilji v realizirani. V celoti je rešen Problem 1 (glej Povzetek raziskovalnega projekta), članek bo poslan v objavo naslednjih nekaj mesecih. Ob tem velja poudariti, da so rezultati, ki nastajajo tekom projekta ter so z vsebino projekta le posredno povezani, celo presegli pričakovanja vodje projektne skupine. Skupno so namreč raziskovalci projektne skupine v času trajanja projekta objavili kar 99 izvirnih znanstvenih člankov, od tega 95 v revijah, ki jih indeksira Science Citation Index. Prav tako je bila v celoti realizirana udeležba raziskovalcev na mednarodnih konferencah in seminarjih, preko katerih so raziskovalci zainteresirano javnost seznanjali z rezultati projekta. Raziskovalci so rezultate predstavili na 14. predavanjih na mednarodnih konferencah ter na šestih predavanjih na seminarjih na tujih univerzah.

Omeniti tudi velja, da so raziskovalci projektne skupine sodelovali pri organizaciji številnih uspešnih mednarodnih dogodkov (<http://www.famnit.upr.si/sl/konference/>):

- LL2012: Ljubljana-Leoben Seminar 2012, Bovec, Slovenija, 20 - 22 September 2012;
- CSD6: Computers in Scientific Discovery 6 / Računalniki v znanstvenem odkrivanju 6, Portorož, Slovenija, 21 - 25 August 2012;
- PhD Summer School in Discrete Mathematics / Poletna šola iz diskretne matematike za doktorske študente, Rogla, Slovenija, 2011, 2012, 2013, 2014;
- CSASC 2013 - Joint Mathematical Conference, Koper, 9. - 13. junij 2013;
- Joint Workshop of Mathematics Departments UP IAM and UP FAMNIT, Rogla, 17. - 19. maj, 2013;

- International Conference on Graph Theory and Combinatorics. Dedicated to Prof. Dragan Marušič's 60th Birthday. UP FAMNIT, Koper, 1. - 3. maj, 2013;
- ATCAGC 2013: Algebraic, Topological and Complexity Aspects of Graph Covers Bovec, 28. januar - 1. februar, 2013.
- International Conference on Graph Theory and Combinatorics Rogla, Slovenija, 16 - 18 Maj, 2014.

Preko teh dogodkov se širi prepoznavnost in odličnost matematičnih raziskovalnih krogov na Univerzi na Primorskem. Člani raziskovalne skupine poleg tega aktivno sodelujejo pri organizaciji in vodenju raziskovalnega matematičnega seminarja na UP FAMNIT (<http://www.famnit.upr.si/sl/raziskovanje/matseminar>) ter ciklusa poljudnih predavanj "Izleti v matematično vesolje" (<http://izleti.famnit.upr.si/sl/>).

5. Utemeljitev morebitnih sprememb programa raziskovalnega projekta oziroma sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave projektne skupine⁴

V letu 2012 smo zaradi narave dela raziskovalno skupino razširili z raziskovalcem Viljemom Tisnikarjem. V letu 2012 je Viljem Tisnikar na projektu delal v obseg 510 ur. Drugih sprememb programa projekta oziroma projektne skupine ni bilo.

6. Najpomembnejši znanstveni rezultati projektne skupine⁵

Znanstveni dosežek			
1.	COBISS ID	1536382660	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Razdaljno-regularni grafi abelskih grup
		ANG	On distance-regular Cayley graphs on abelian groups
	Opis	SLO	Naj bo G končna abelova grupa z identiteto 1 in naj bo S sebi inverzna podmnožica v $G \setminus \{1\}$, ki generira G in za katero obstaja tak $s \in S$, da je $\langle S \setminus \{s, s^{-1}\} \rangle \neq G$. V tem članku je opisna popolna klasifikacija razdaljno-regularnih Cayleyevih grafov $\text{Cay}(G; S)$ za takšne pare G in S .
		ANG	Let G denote a finite abelian group with identity 1 and let S denote an inverse-closed subset of $G \setminus \{1\}$, which generates G and for which there exists $s \in S$, such that $\langle S \setminus \{s, s^{-1}\} \rangle \neq G$. In this paper we obtain the complete classification of distance-regular Cayley graphs $\text{Cay}(G; S)$ for such pairs of G and S .
	Objavljeno v	Academic Press; Journal of combinatorial theory. Series B; 2014; Vol. 108; str. 102-122; Impact Factor: 0.939; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; A': 1; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Miklavič Štefko, Šparl Primož	
Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek	
2.	COBISS ID	1024466772	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Dvodelni Q-polinomski razdaljno-regularni grafi in uniformne delno urejene množice
		ANG	Bipartite Q-polynomial distance-regular graphs and uniform posets
	Opis	SLO	Naj bo Γ dvodelen razdaljno-regularen graf z množico vozlišč X in premerom $D \geq 3$. Izberimo si $x \in X$ in naj bosta L in R pripadajoči "lowering" in "raising" matriki. V članku pokažemo, da vsaka Q-polinomska struktura grafa Γ porodi linearno odvisnost matrik RL^2 , LRL , L^2R , L . Definirajmo delno urejenost $\leq$ na X takole: za $y, z \in X$ naj bo $y \leq z$ natanko takrat, ko je $\partial(x, y) + \partial(y, z) = \partial(x, z)$, kjer ∂ označuje običajno razdaljo v grafu Γ . V članku določimo, kdaj zgoranja linearna odvisnost porodi uniformno ali
		ANG	

			strogo uniformno strukturo na delno urejeni množici X . Pokažemo, da je - razen v enem primeru - vedno porojena uniformna struktura, razen v treh primerih pa celo strogo uniformna struktura.
		ANG	Let Γ denote a bipartite distance-regular graph with vertex set X and diameter $D \geq 3$. Fix $x \in X$ and let L (resp. R) denote the corresponding lowering (resp. raising) matrix. We show that each Q -polynomial structure for Γ yields a certain linear dependency among RL^2 , LRL , L^2R , L . Define a partial order $\leq$ on X as follows. For $y, z \in X$ let $y \leq z$ whenever $\partial(x, y) + \partial(y, z) = \partial(x, z)$, where ∂ denotes path-length distance. We determine whether the above linear dependency gives this poset a uniform or strongly uniform structure. We show that except for one special case a uniform structure is attained, and except for three special cases a strongly uniform structure is attained.
	Objavljeno v		Kluwer Academic; Journal of algebraic combinatorics; 2013; Vol. 38, iss. 2; str. 225-242; Impact Factor: 0.721; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Miklavič Štefko, Terwilliger Paul
	Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek
3.	COBISS ID		1536772036 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Tranzitivna delovanja grup: (ne)primitivnost in semiregularne podgrupe
		ANG	Transitive group actions: (im)primitivity and semiregular subgroups
	Opis	SLO	V članku obravnavamo naslednji problem: če je H semiregularna abelska podgrupa tranzitivne grupe G , ki deluje na množici X , potem poišči pogoje za (ne)eksistenco G -invariantnih particij množice X . Pogoji, dobljeni v tem članku, so dobljeni s študijem spektralnih lastnosti pripadajočega G -invariantnega digrafa. Nerazcepni kompleksni karakterji podgrupe G so ključno orodje za doseg rezultata.
		ANG	Vprašanja te vrste se naravno pojavijo ko poskušamo klasificirati kombinatorične objekte, ki premorejo določeno stopnjo simetrije. Kot ilustracija dobljenih rezultatov je v članku podan nov in kratek dokaz starega rezultata Frucht-a, Graver-ja in Watkins-a, v katerem so klasificirani povezovalno tranzitivni posplošeni Petersenovi grafi.
	Objavljeno v	ANG	The following problem is considered: if H is a semiregular abelian subgroup of a transitive permutation group G acting on a finite set X , find conditions for (non) existence of G -invariant partitions of X . Conditions presented in this paper are derived by studying spectral properties of associated G -invariant digraphs. As an essential tool, irreducible complex characters of H are used.
			Questions of this kind arise naturally when classifying combinatorial objects which enjoy a certain degree of symmetry. As an illustration, a new and short proof of an old result of Frucht, Graver and Watkins classifying edge-transitive generalized Petersen graphs, is given.
4.	Objavljeno v		Kluwer Academic; Journal of algebraic combinatorics; 2014; Vol. , is.; 19 str.; Impact Factor: 0.721; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Kovács István, Malnič Aleksander, Marušič Dragan, Miklavič Štefko
	Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek
	COBISS ID		16981849 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Red ločnega stabilizatorja v ločno tranzitivnem grafu s predpisano lokalno grupo

		ANG	On the order of arc-stabilisers in arc-transitive graphs with prescribed local group
	Opis	SLO	Naj bo Γ povezan G -ločno tranzitiven graf, uv lok grafa Γ in L permutacijska grupa, ki jo inducira stabilizator G_v na soseščini $\Gamma(v)$. V članku raziskujemo zgornjo mejo za red stabilizatorja $G_{\{uv\}}$ v odvisnosti od grupe L in reda grafa Γ .
		ANG	Let Γ be a connected G -arc-transitive graph, let uv be an arc of Γ and let L be the permutation group induced by the action of the vertex-stabiliser G_v on the neighbourhood $\Gamma(v)$. We study the problem of bounding $ G_{\{uv\}} $ in terms of L and the order of Γ .
	Objavljeno v		American Mathematical Society.; Transactions of the American Mathematical Society; 2014; Vol. 366, no. 7; str. 3729-3745; Impact Factor: 1.095; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; A': 1; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Potočnik Primož, Spiga Pablo, Verret Gabriel
	Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek
5.	COBISS ID		1024473940 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	G-ločno-tranzitivni dihedranti in regularni dihedrantski zemljevidi
		ANG	On G-arc-regular dihedrants and regular dihedral maps
	Opis	SLO	Graf Γ je G-ločno tranzitiven, če podgrupa $G \leq \text{Aut}(\Gamma)$ deluje regularno na množici lokov grafa Γ . V tem članku so klasificirani povezani G-ločno-tranzitivni grafi, za katere G vsebuje regularno diedersko podgrupo D_{2n} reda $2n$, čigar ciklična podgrupa $C_n \leq D_{2n}$ indeksa dva je "core-free" v grupi G. Kot aplikacijo dobljene klasifikacije so klasificirani tudi vsi regularni Cayleyevi zemljevidi nad diedersko grupo D_{2n} , kjer je n liho število.
		ANG	A graph Γ is said to be G-arc-regular if a subgroup $G \leq \text{Aut}(\Gamma)$ acts regularly on the arcs of Γ . In this paper connected G-arc-regular graphs are classified in the case when G contains a regular dihedral subgroup D_{2n} of order $2n$ whose cyclic subgroup $C_n \leq D_{2n}$ of index 2 is core-free in G. As an application, all regular Cayley maps over dihedral groups D_{2n} , n odd, are classified.
	Objavljeno v		Kluwer Academic; Journal of algebraic combinatorics; 2013; Vol. 38, issue 2; str. 437-455; Impact Factor: 0.721; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Kovács István, Marušič Dragan, Muzychuk Mikhail
	Tipologija		1.01 Izvirni znanstveni članek

7. Najpomembnejši družbeno-ekonomski rezultati projektne skupine⁶

			Družbeno-ekonomski dosežek
1.	COBISS ID		Vir: vpis v poročilo
	Naslov	SLO	Zoisovo priznanje za znanstvene dosežke v matematiki
		ANG	Zois distinction for scientific achievements in mathematics
	Opis	SLO	Štefko Miklavič je prejemnik Zoisovega priznanja za znanstvene dosežke v matematiki, Republika Slovenija, november 2012.
		ANG	Štefko Miklavič have received Zois certificate of recognition for outstanding achievements in mathematics. Republic of Slovenia, November 2012.
	Šifra		E.01 Domače nagrade
	Objavljeno v		http://www.mizs.gov.si/nc/si/medijsko_sredisce/novica/article/55/7795/

	Tipologija	3.25 Druga izvedena dela	
2.	COBISS ID		Vir: vpis v poročilo
	Naslov	SLO	Urednik revije Ars Mathematica Contemporanea
		ANG	Editor of the journal Ars Mathematica Contemporanea
	Opis	SLO	Trije člani projektne skupine (A. Malnič, Š. Miklavič in P. Potočnik) so editorji mednarodne SCI revije Ars Mathematica Contemporanea)
		ANG	Three members of the project team (A. Malnič, Š. Miklavič and P. Potočnik) are editors of the international SCI journal Ars Mathematica Contemporanea.
	Šifra	C.06 Članstvo v uredniškem odboru	
	Objavljeno v	http://amc-journal.eu/index.php/amc/about/editorialTeam	
	Tipologija	4.00 Sekundarno avtorstvo	
3.	COBISS ID	1024373844	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Razcepna struktura grup, ki se dvignejo vzdolž regularne krovne projekcije
		ANG	On the split structure of lifted groups
	Opis	SLO	A. Malnič je na predavanju predstavil nekatere rezultate o razcepni strukturi grup, ki se dvignejo vzdolž regularne krovne projekcije poezanega grafa.
		ANG	Some results about the split structure of lifted groups along regular covers of connected graphs will be presented.
	Šifra	B.04 Vabljen predavatelj	
	Objavljeno v	2011; Avtorji / Authors: Malnič Aleksander	
	Tipologija	3.16 Vabljen predavatelj na konferenci brez natisa	
4.	COBISS ID	16822873	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Koliko simetrij lahko ima simetričen graf?
		ANG	How many symmetries can a symmetric graph have?
	Opis	SLO	Primož Potočnik je izvedel vabljen predavatelj na "37th Australian Conference on Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing".
		ANG	Primož Potočnik was invited speaker on 37th Australian Conference on Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing.
	Šifra	B.04 Vabljen predavatelj	
	Objavljeno v	University of Western Australia; 37th Australian Conference on Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing; 2013; Str. 10; Avtorji / Authors: Potočnik Primož	
	Tipologija	1.10 Objavljeni povzetek znanstvenega prispevka na konferenci (vabljen predavatelj)	
5.	COBISS ID		Vir: vpis v poročilo
	Naslov	SLO	Organizacija znanstvenih konferenc
		ANG	Organizer of research conferences
			Člani projektne skupine so bili organizatorji mednarodnih znanstvenih konferenc in doktorskih šol: - LL2012: Ljubljana-Leoben Seminar 2012, Bovec, Slovenija, 20 - 22 September 2012; - CSD6: Computers in Scientific Discovery 6 / Računalniki v znanstvenem odkrivanju 6, Portorož, Slovenija, 21 - 25 August 2012; - PhD Summer School in Discrete Mathematics / Poletna šola iz diskretne matematike za doktorske študente, Rogla, Slovenija, 2011, 2012, 2013,

Opis	SLO	2014; - CSASC 2013 - Joint Mathematical Conference, Koper, 9. - 13. junij 2013; - Joint Workshop of Mathematics Departments UP IAM and UP FAMNIT, Rogla, 17. - 19. maj, 2013; - International Conference on Graph Theory and Combinatorics. Dedicated to Prof. Dragan Marušič's 60th Birthday. Koper, 1. - 3. maj, 2013; - ATCAGC 2013: Algebraic, Topological and Complexity Aspects of Graph Covers, Bovec, 28. januar - 1. februar, 2013. - International Conference on Graph Theory and Combinatorics Rogla, Slovenija, 16 - 18 Maj, 2014.
	ANG	Members of a project team were organizers of several international research conferences and PhD summer schools: - LL2012: Ljubljana-Leoben Seminar 2012, Bovec, Slovenia, September 20-22, 2012; - CSD6: Computers in Scientific Discovery 6 / Računalniki v znanstvenem odkrivanju 6, Portorož, Slovenia, August 21 - 25, 2012; - PhD Summer School in Discrete Mathematics / Poletna šola iz diskretne matematike za doktorske študente, Rogla, Slovenia, 2011, 2012, 2013, 2014; - CSASC 2013 - Joint Mathematical Conference, Koper, June 9 - 13, 2013; - Joint Workshop of Mathematics Departments UP IAM and UP FAMNIT, Rogla, May 17 - 19, 2013; - International Conference on Graph Theory and Combinatorics. Dedicated to Prof. Dragan Marušič's 60th Birthday. Koper, May 1 - 3, 2013; - ATCAGC 2013: Algebraic, Topological and Complexity Aspects of Graph Covers, Bovec, January 28 - February 1, 2013. - International Conference on Graph Theory and Combinatorics Rogla, Slovenia, May 16 - 18, 2014.
	Šifra	B.01 Organizator znanstvenega srečanja
	Objavljeno v	http://www.famnit.upr.si/sl/konference/
	Tipologija	3.25 Druga izvedena dela

8. Drugi pomembni rezultati projektne skupine^Z

- (A) Število izvirnih znanstvenih člankov (tipologija 1.01) v SCI revijah v obdobju 2011 - 2019: 99 (95 v revijah, ki jih indeksira SCI, 6 v A1 revijah, 34 v A2 revijah, 38 v A3 revijah in 17 v A4 revijah).
- (B) Število vabljenih predavanj na tujih univerzah v obdobju 2011 - 2014: 30.
- (C) Organizacija 20 uspešnih mednarodnih dogodkov (<http://www.famnit.upr.si/sl/konference/>).
- (D) Številni bilateralni raziskovalni projekti v 2011-2014: Argentina, Flamska skupnost, Hrvaška, Izrael, J. Afrika, Madžarska, Mehika, Nemčija, Rusija, Španija, Turčija, ZDA,....
- (E) Članstvo v Odboru RS za Zoisovo nagrado, Zoisovo priznanje, priznanje ambasador znanosti RS in Puhovo priznanje.
- (F) Vodstvene funkcije članov projektne skupine: prorektor Univerze na Primorskem, prodekan UP FAMNIT, v.d. direktorja UP IAM, predstojnik oddelka za matematiko na UL PEF.
- (G) Član projekta Štefko Miklavič je v letu 2012 prejel Zoisovo priznanje za dosežke v algebraini teoriji grafov.

(H) Patentna prijava: COBISS.SIID 1536336324.

(I) Številna vabljenja predavanj na mednarodnih konferencah: 16 (glej Cobiss).

(J) Sodelovanje v uredniških odborih SCI revij: Ars Mathematica Contemporanea.

(K) Člani projektne skupine so bili mentorji trem doktorskim študentom, ki so v obdobju 2011 - 2014 uspešno zaključili svoj doktorski študij

9. Pomen raziskovalnih rezultatov projektne skupine⁸

9.1. Pomen za razvoj znanosti⁹

SLO

Poleg umetnosti je matematika edini univerzalni jezik medčloveške komunikacije, ki je prisoten v vseh razvitih civilizacijah. Abstraktne matematične teorije se uporabljajo tako v naravoslovnih znanostih, inženirstvu in računalniških znanostih, kot tudi v socioloških, ekonomskih in biomedicinskih znanostih. Vloga matematike na nekaterih trenutno najbolj pomembnih področjih človekovega udejstvovanja, kot so varno komuniciranje, varovanje podatkov in dekodiranje človeškega genoma, dokazuje, da je njen vpliv na same osnove moderne družbe tako bistven, da si ga v preteklosti nismo mogli niti zamisliti.

Tematika projekta predstavlja eno od trenutno najbolj aktualnih področij v teoriji razdaljno-regularnih grafov. Rezultati projekta bodo nedvomno veliko prispevali k trudu raziskovalcev, da bi razumeli (klasificirali) dvodelne Q-polinomske razdaljno-regularne grafe in pa Cayleyeve razdaljno-regularne grafe kot tudi posplošitve le-teh.

ANG

Apart from Art, Mathematics is the only universal language of human communication present in all civilizations. Abstract mathematical theories are used in Natural Sciences, Engineering, Computer Science and also in Social, Economic and Biomedical Sciences. It has an essential role in many important areas of research, such as Safe Communications, Data Protection, or Decoding of Humane Genome, thus proving that its influence to the very foundations of modern society has reached previously unthinkable levels.

The project was at the cutting edge of today's research in the theory of distance-regular graphs. Results of the project will be of great importance in the effort of researchers to understand (classify) Q-polynomial bipartite distance-regular graphs and Cayley distance-regular graphs, as well as generalizations of these.

9.2. Pomen za razvoj Slovenije¹⁰

SLO

Časi hitrih družbenih sprememb zahtevajo, da se matematika še bolj dejavno vključi v tehnološki razvoj Slovenije. Pomen projekta in njegovih rezultatov za razvoj Slovenije vidimo v naslednjih točkah.

(1) Projektna skupina je v letu 2014 aktivno sodelovala pri pripravi projekta v okviru programa Obzorje 2020 Teaming za širitev znanstvene, predvsem pa inovacijske odličnosti in širšo udeležbo partnerjev iz držav, katerih kazalec inovacijske odličnosti je pod 70 % povprečja EU27. Prijava je bila uspešna. S pridobljenimi nepovratnimi sredstvi bomo prispevali k zmanjševanju razlik v inovacijski odličnosti med državami članicami ter okrepili konkurenčnost Slovenije v Evropi.

(2) Prepoznavnost projektna skupine med raziskovalci v svetu (predvsem preko organizacije številnih mednarodnih konferenc in doktorskih šol) pomeni tudi večjo prepoznavnost slovenske znanosti na svetovnem zemljevidu.

(3) Povečanje raziskovalne uspešnosti Univerze na Primorskem v celoti. Zaradi svojega geografskega položaja je Univerza na Primorskem izjemnega pomena za Republiko Slovenijo.

V Evropi lahko obstanemo kot razpoznavna entiteta le z ohranitvijo nacionalnega jezika in z visoko izobraženim ljudstvom, ki bo Evropi zmoglo ponuditi kaj izvirno svojega. Zato je

zmožnost uporabe različnih komunikacijskih kanalov nujna in matematika, kot univerzalni jezik, je tu ključnega pomena.

ANG

These stormy times of social changes call for an even tighter incorporation of Mathematics into scientific research and education thus enabling a faster technological development in Slovenia. Our group already has many experiences in this field. Project is important for Slovenia because of the following reasons.

(1) The project group is included into a grant awarded by the European Commission under the Horizon 2020 Teaming grant instrument. The purpose of the funds is to increase innovation excellence in Europe in general, especially in member states underperforming in innovation.

(2) Members of the project team are widely recognized within the researchers, mainly because of their excellent results and international conferences that they are organizing. This, of course, implies also better recognition of slovenian science in general.

(3) The results of the project increase the research performance of University of Primorska in general. Because of its geographic position, University of Primorska is of great importance for Slovenia.

Our existence as a fully developed nation in Europe depends as much on preserving our language and culture as it depends on having a highly educated population. It is thus necessary to be able to use different communication channels – and mathematics, as a universal language, is a key factor here.

10. Samo za aplikativne projekte in podoktorske projekte iz gospodarstva!

Označite, katerega od navedenih ciljev ste si zastavili pri projektu, katere konkretne rezultate ste dosegli in v kakšni meri so doseženi rezultati uporabljeni

Cilj		
F.01	Pridobitev novih praktičnih znanj, informacij in veščin	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.02	Pridobitev novih znanstvenih spoznanj	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.03	Večja usposobljenost raziskovalno-razvojnega osebja	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.04	Dvig tehnološke ravni	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.05	Sposobnost za začetek novega tehnološkega razvoja	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	

F.06	Razvoj novega izdelka	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.07	Izboljšanje obstoječega izdelka	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.08	Razvoj in izdelava prototipa	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.09	Razvoj novega tehnološkega procesa oz. tehnologije	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.10	Izboljšanje obstoječega tehnološkega procesa oz. tehnologije	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.11	Razvoj nove storitve	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.12	Izboljšanje obstoječe storitve	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.13	Razvoj novih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.14	Izboljšanje obstoječih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.15	Razvoj novega informacijskega sistema/podatkovnih baz	

	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.16	Izboljšanje obstoječega informacijskega sistema/podatkovnih baz	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.17	Prenos obstoječih tehnologij, znanj, metod in postopkov v prakso	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.18	Posredovanje novih znanj neposrednim uporabnikom (seminarji, forumi, konference)	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.19	Znanje, ki vodi k ustanovitvi novega podjetja ("spin off")	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.20	Ustanovitev novega podjetja ("spin off")	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.21	Razvoj novih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.22	Izboljšanje obstoječih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.23	Razvoj novih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.24	Izboljšanje obstoječih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE

	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.25	Razvoj novih organizacijskih in upravljavskih rešitev	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.26	Izboljšanje obstoječih organizacijskih in upravljavskih rešitev	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.27	Prispevek k ohranjanju/varovanje naravne in kulturne dediščine	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.28	Priprava/organizacija razstave	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.29	Prispevek k razvoju nacionalne kulturne identitete	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.30	Strokovna ocena stanja	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.31	Razvoj standardov	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.32	Mednarodni patent	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.33	Patent v Sloveniji	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	

	Uporaba rezultatov	
F.34	Svetovalna dejavnost	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	
F.35	Drugo	
	Zastavljen cilj	☐ DA ☐ NE
	Rezultat	
	Uporaba rezultatov	

Komentar

11.Samo za aplikativne projekte in podoktorske projekte iz gospodarstva!
Označite potencialne vplive oziroma učinke vaših rezultatov na navedena področja

	Vpliv	Ni vpliva	Majhen vpliv	Srednji vpliv	Velik vpliv	
G.01	Razvoj visokošolskega izobraževanja					
G.01.01.	Razvoj dodiplomskega izobraževanja	☐	☐	☐	☐	
G.01.02.	Razvoj podiplomskega izobraževanja	☐	☐	☐	☐	
G.01.03.	Drugo:	☐	☐	☐	☐	
G.02	Gospodarski razvoj					
G.02.01	Razširitev ponudbe novih izdelkov/storitev na trgu	☐	☐	☐	☐	
G.02.02.	Širitev obstoječih trgov	☐	☐	☐	☐	
G.02.03.	Znižanje stroškov proizvodnje	☐	☐	☐	☐	
G.02.04.	Zmanjšanje porabe materialov in energije	☐	☐	☐	☐	
G.02.05.	Razširitev področja dejavnosti	☐	☐	☐	☐	
G.02.06.	Večja konkurenčna sposobnost	☐	☐	☐	☐	
G.02.07.	Večji delež izvoza	☐	☐	☐	☐	
G.02.08.	Povečanje dobička	☐	☐	☐	☐	
G.02.09.	Nova delovna mesta	☐	☐	☐	☐	
G.02.10.	Dvig izobrazbene strukture zaposlenih	☐	☐	☐	☐	
G.02.11.	Nov investicijski zagon	☐	☐	☐	☐	
G.02.12.	Drugo:	☐	☐	☐	☐	
G.03	Tehnološki razvoj					
G.03.01.	Tehnološka razširitev/posodobitev dejavnosti	☐	☐	☐	☐	
G.03.02.	Tehnološko prestrukturiranje dejavnosti	☐	☐	☐	☐	
G.03.03.	Uvajanje novih tehnologij	☐	☐	☐	☐	

G.03.04.	Drugo:		☐	☐	☐	☐	
G.04	Družbeni razvoj						
G.04.01.	Dvig kvalitete življenja		☐	☐	☐	☐	
G.04.02.	Izboljšanje vodenja in upravljanja		☐	☐	☐	☐	
G.04.03.	Izboljšanje delovanja administracije in javne uprave		☐	☐	☐	☐	
G.04.04.	Razvoj socialnih dejavnosti		☐	☐	☐	☐	
G.04.05.	Razvoj civilne družbe		☐	☐	☐	☐	
G.04.06.	Drugo:		☐	☐	☐	☐	
G.05.	Ohranjanje in razvoj nacionalne naravne in kulturne dediščine in identitete		☐	☐	☐	☐	
G.06.	Varovanje okolja in trajnostni razvoj		☐	☐	☐	☐	
G.07	Razvoj družbene infrastrukture						
G.07.01.	Informacijsko-komunikacijska infrastruktura		☐	☐	☐	☐	
G.07.02.	Prometna infrastruktura		☐	☐	☐	☐	
G.07.03.	Energetska infrastruktura		☐	☐	☐	☐	
G.07.04.	Drugo:		☐	☐	☐	☐	
G.08.	Varovanje zdravja in razvoj zdravstvenega varstva		☐	☐	☐	☐	
G.09.	Drugo:		☐	☐	☐	☐	

Komentar

--

12. Pomen raziskovanja za sofinancerje¹¹

	Sofinancer			
1.	Naziv			
	Naslov			
	Vrednost sofinanciranja za celotno obdobje trajanja projekta je znašala:		EUR	
	Odstotek od utemeljenih stroškov projekta:		%	
	Najpomembnejši rezultati raziskovanja za sofinancerja		Šifra	
		1.		
		2.		
		3.		
		4.		
		5.		
Komentar				
Ocena				

13. Izjemni dosežek v letu 2014¹²

13.1. Izjemni znanstveni dosežek

--

13.2. Izjemni družbeno-ekonomski dosežek

Portal SCIMAGO je revijo Ars Mathematica Contemporanea, ki jo Univerza na Primorskem izdaja v sodelovanju z Društvom matematikov, fizikov in astronomov Slovenije in Inštitutom za matematiko, fiziko in mehaniko Ljubljana, uvrstil na prvo mesto med znanstvenimi revijami v Sloveniji v letu 2013. Trije člani projektne skupine, A. Malnič, Š. Miklavič in P. Potočnik so člani uredniškega odbora revije.

Lestvica je objavljena na http://www.scimagojr.com/journalrank.php?area=0&category=0&country=SI&year=2013&order=sjr&min=0&min_type=cd.

C. IZJAVE

Podpisani izjavljam/o, da:

- so vsi podatki, ki jih navajamo v poročilu, resnični in točni
- se strinjamo z obdelavo podatkov v skladu z zakonodajo o varstvu osebnih podatkov za potrebe ocenjevanja ter obdelavo teh podatkov za evidence ARRS
- so vsi podatki v obrazcu v elektronski obliki identični podatkom v obrazcu v pisni obliki
- so z vsebino zaključnega poročila seznanjeni in se strinjajo vsi soizvajalci projekta

Podpisi:

*zastopnik oz. pooblaščen oseba
raziskovalne organizacije:*

in

vodja raziskovalnega projekta:

Univerza na Primorskem, Inštitut
Andrej Marušič

Štefko Miklavič

ŽIG

Kraj in datum:

Koper	13.3.2015
-------	-----------

Oznaka poročila: ARRS-RPROJ-ZP-2015/181

¹ Napišite povzetek raziskovalnega projekta (največ 3.000 znakov v slovenskem in angleškem jeziku) [Nazaj](#)

² Napišite kratko vsebinsko poročilo, kjer boste predstavili raziskovalno hipotezo in opis raziskovanja. Navedite ključne ugotovitve, znanstvena spoznanja, rezultate in učinke raziskovalnega projekta in njihovo uporabo ter sodelovanje s tujimi partnerji. Največ 12.000 znakov vključno s presledki (približno dve strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

³ Realizacija raziskovalne hipoteze. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikost pisave 11) [Nazaj](#)

⁴ V primeru bistvenih odstopanj in sprememb od predvidenega programa raziskovalnega projekta, kot je bil zapisan v predlogu raziskovalnega projekta oziroma v primeru sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave projektne skupine v zadnjem letu izvajanja projekta, napišite obrazložitev. V primeru, da sprememb ni bilo, to navedite. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

⁵ Navedite znanstvene dosežke, ki so nastali v okviru tega projekta. Raziskovalni dosežek iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatke, ali je dosežek uvrščen v A" ali A'. [Nazaj](#)

⁶ Navedite družbeno-ekonomske dosežke, ki so nastali v okviru tega projekta. Družbeno-ekonomski rezultat iz obdobja

izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A" ali A'.

Družbeno-ekonomski dosežek je po svoji strukturi drugačen kot znanstveni dosežek. Povzetek znanstvenega dosežka je praviloma povzetek bibliografske enote (članka, knjige), v kateri je dosežek objavljen.

Povzetek družbeno-ekonomskega dosežka praviloma ni povzetek bibliografske enote, ki ta dosežek dokumentira, ker je dosežek sklop več rezultatov raziskovanja, ki je lahko dokumentiran v različnih bibliografskih enotah. COBISS ID zato ni enoznačen, izjemoma pa ga lahko tudi ni (npr. prehod mlajših sodelavcev v gospodarstvo na pomembnih raziskovalnih nalogah, ali ustanovitev podjetja kot rezultat projekta ... - v obeh primerih ni COBISS ID). [Nazaj](#)

⁷ Navedite rezultate raziskovalnega projekta iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) v primeru, da katerega od rezultatov ni mogoče navesti v točkah 6 in 7 (npr. ni voden v sistemu COBISS). Največ 2.000 znakov, vključno s presledki. [Nazaj](#)

⁸ Pomen raziskovalnih rezultatov za razvoj znanosti in za razvoj Slovenije bo objavljen na spletni strani: <http://sicris.izum.si/> za posamezen projekt, ki je predmet poročanja [Nazaj](#)

⁹ Največ 4.000 znakov, vključno s presledki [Nazaj](#)

¹⁰ Največ 4.000 znakov, vključno s presledki [Nazaj](#)

¹¹ Rubrike izpolnite / prepišite skladno z obrazcem "izjava sofinancerja" <http://www.arrs.gov.si/sl/progproj/rproj/gradivo/>, ki ga mora izpolniti sofinancer. Podpisan obrazec "Izjava sofinancerja" pridobi in hrani nosilna raziskovalna organizacija – izvajalka projekta. [Nazaj](#)

¹² Navedite en izjemni znanstveni dosežek in/ali en izjemni družbeno-ekonomski dosežek raziskovalnega projekta v letu 2014 (največ 1000 znakov, vključno s presledki). Za dosežek pripravite diapozitiv, ki vsebuje sliko ali drugo slikovno gradivo v zvezi z izjemnim dosežkom (velikost pisave najmanj 16, približno pol strani) in opis izjemnega dosežka (velikost pisave 12, približno pol strani). Diapozitiv/-a priložite kot priponko/-i k temu poročilu. Vzorec diapozitiva je objavljen na spletni strani ARRS <http://www.arrs.gov.si/sl/gradivo/>, predstavitev dosežkov za pretekla leta pa so objavljena na spletni strani <http://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/>. [Nazaj](#)

Obrazec: ARRS-RPROJ-ZP/2015 v1.00a

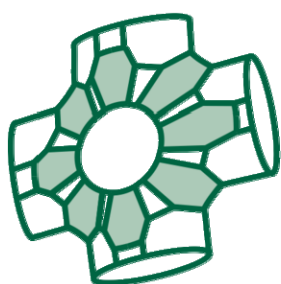
80-DE-6B-1E-5F-1B-68-ED-4B-0D-FF-61-0D-33-F2-E7-43-1C-DF-8F

Priloga 1

NARAVOSLOVJE

Področje: 1.01. Matematika

Dosežek 1: Izdajanje mednarodne SCI matematične revije Ars Mathematica Contemporanea, Vir: Portal SCIMAGO



ARS MATHEMATICA
CONTEMPORANEA

Portal SCIMAGO je revijo Ars Mathematica Contemporanea, ki jo Univerza na Primorskem izdaja v sodelovanju z Društvom matematikov, fizikov in astronomov Slovenije in Inštitutom za matematiko, fiziko in mehaniko Ljubljana, uvrstil na prvo mesto med znanstvenimi revijami v Sloveniji v letu 2013. Trije člani projektne skupine, A. Malnič, Š. Miklavič in P. Potočnik, so člani uredniškega odbora revije. Lestvica je objavljena na

http://www.scimagojr.com/journalrank.php?area=0&category=0&country=SI&year=2013&order=sjr&min=0&min_type=cd.

Trije člani projektne skupine, A. Malnič, Š. Miklavič in P. Potočnik so člani uredniškega odbora mednarodne matematične revije 'Ars Mathematica Contemporanea', ki jo indeksirajo naslednje baze: Math. Reviews (indexed cover-to-cover), Zentralblatt MATH, COBISS, SCOPUS, Science Citation Index-Expanded (SCIE), Web of Science, ISI Alerting Service, in Current Contents/Physical, Chemical & Earth Sciences (CC/PC & ES). S to revijo, ki je svojo prvo številko izdala v letu 2008 in ima široko razvejan mednarodni uredniški odbor, slovenska matematika odpira novo poglavje v svojem razvoju in krepi svoje mesto v svetovnem matematičnem prostoru.

Priloga 2

DVODELNI RAZDALJNO-REGULARNI GRAFI

Predlog projekta

Predmet našega raziskovanja so *grafi*. Graf se sestoji iz končne množice *vozlišč*, ter iz množice neusmerjenih *lokov* oziroma *povezav*. Pri tem vsaka povezava povezuje par različnih vozlišč.

Naj bo Γ graf z množico vozlišč X . Naj bo $\partial(x, y)$ razdalja med $x, y \in X$, ter naj bo D premer Γ . Za $x \in X$ in $i \in \mathbb{Z}$ naj bo $\Gamma_i(x) = \{y \in X \mid \partial(x, y) = i\}$. Γ je *razdaljno-regularen*, če za $h, i, j \in \mathbb{Z}$ ($0 \leq h, i, j \leq D$), in za $x, y \in X$ z $\partial(x, y) = h$ velja, da je število $p_{ij}^h := |\Gamma_i(x) \cap \Gamma_j(y)|$ neodvisno od izbire vozlišč x, y . V tem primeru konstantam p_{ij}^h ($0 \leq h, i, j \leq D$) pravimo *presečna števila* grafa Γ . Od sedaj naprej naj bo Γ razdaljno-regularen graf s premerom $D \geq 3$.

Naj bo $Mat_X(\mathbb{C})$ $\mathbb{C}$ -algebra matrik z elementi v $\mathbb{C}$, z vrsticami in stolpci indeksiranimi z X . Naj bo $A \in Mat_X(\mathbb{C})$ matrika sosednosti grafa Γ . *Bose-Mesnerjeva* algebra M grafa Γ je podalgebra v $Mat_X(\mathbb{C})$, ki je generirana z A . Znano je, da ima algebra M bazo, ki jo sestavlja $D + 1$ medsebojno pravokotnih *primitivnih idempotentov* E_i ($0 \leq i \leq D$). Algebra M je zaprta tudi za *Schurovo množenje* matrik, ki ga označimo s $\circ$. Torej za $0 \leq i, j \leq D$ obstajajo takšni skalarji $q_{ij}^h \in \mathbb{C}$ ($0 \leq h \leq D$), da velja $E_i \circ E_j = \sum_{h=0}^D q_{ij}^h E_h$. Graf Γ je *Q-polinomski* (glede na dan vrstni red $E_0, E_1, \dots, E_D$ primitivnih idempotentov), če za $0 \leq h, i, j \leq D$ velja naslednje: $q_{ij}^h = 0$ (oz. $q_{ij}^h \neq 0$) vedno, ko je eden izmed h, i, j večji (oz. enak) kot vsota preostalih dveh.

Glavni cilj našega raziskovanja je razumeti in klasificirati dvodelne Q -polinomske razdaljno-regularne grafe. Za doseg tega cilja uporabljamo naslednjo algebro. Izberimo si $x \in X$. Za $0 \leq i \leq D$ naj bo $E_i^* = E_i^*(x)$ diagonalna matrika v $Mat_X(\mathbb{C})$ z (y, y) -koordinato enako 1 če je $\partial(x, y) = i$, in 0 sicer ($y \in X$). *Terwilligerjeva algebra* grafa Γ glede na vozlišče x je podalgebra v $Mat_X(\mathbb{C})$, ki je generirana z $A, E_0^*, E_1^*, \dots, E_D^*$. *Terwilligerjevo* algebro označimo s $T = T(x)$.

Algebro $T(x)$ največkrat študiramo preko njenih modulov. Naj bo $\mathbb{C}^X$ vektorski prostor nad $\mathbb{C}$, ki ga sestavljajo stolpčni vektorji z elementi v $\mathbb{C}$, in ki imajo vrstice indeksirane z X . Za $z \in X$ naj bo $\hat{z} \in \mathbb{C}^X$ vektor, ki ima z -to koordinato enako 1, ostale koordinate pa enake 0. T -modul je vektorski podprostor W v $\mathbb{C}^X$, za katerega velja $BW \subseteq W$ za vsak $B \in T$. Naj bosta W in W' T -modula. *Izomorfizem* iz W v W' je izomorfizem vektorskih prostorov $\sigma : W \rightarrow W'$, za katerega velja $(\sigma B - B\sigma)W = 0$ za vsak $B \in T$. T -modul W je *nerazcepen*, če je neničelen in ne vsebuje nobenih T -modulov razen ničelnega T -modula in samega sebe. Naj bo W nerazcepen T -modul. *Krajišče* r modula W je $r = \min\{i \mid 0 \leq i \leq D, E_i^* W \neq 0\}$. T -modul W je *tanek*, če je $\dim E_i^*(W) \leq 1$ za $0 \leq i \leq D$. Od sedaj naprej privzemimo naslednjo notacijo.

Notacija 1 Naj bo $\Gamma = (X, R)$ dvodelen razdaljno-regularen graf s premerom $D \geq 3$ in z matriko sosednosti A . Naj bo M Bose-Mesnerjeva algebra grafa Γ . Izberimo si $x \in X$ in naj bo $T = T(x)$ Terwilligerjeva algebra grafa Γ glede na x . Za $y \in \Gamma_2(x)$ in cela števila $0 \leq i, j \leq D$ definirajmo vektorje $w_{ij} = w_{ij}(y)$ na naslednji način: $w_{ij} = \sum_{z \in \Gamma_i(x) \cap \Gamma_j(y)} \hat{z}$. Naj bo $q \geq 2$ naravno število.

V tem projektu bo naš glavni cilj rešiti naslednji problem.

Problem 1 Klasificiraj tiste grafe Γ , ki imajo do izomorfizma natančno največ dva nerazcepna T -modula s krajiščem 2, od katerih sta oba tanka.

Naštejmo nekaj problemov, ki so tesno povezani s problemom 1, in jih bomo poskusili rešiti:

Problem 2 Pokaži, da sta trditvi (i), (ii) ekvivalentni. (i) Graf Γ ima do izomorfizma natančno največ dva nerazcepna T -modula s krajiščem 2, od katerih sta oba tanka. (ii) Za $2 \leq i \leq D - 2$ obstajajo kompleksna števila α_i, β_i z naslednjo lastnostjo: za $y, z \in X$ z $\partial(x, y) = 2$, $\partial(x, z) = i$, $\partial(y, z) = i$, je $|\Gamma_{i-1}(x) \cap \Gamma_{i-1}(y) \cap \Gamma(z)| = \alpha_i + \beta_i |\Gamma(x) \cap \Gamma(y) \cap \Gamma_{i-1}(z)|$.

Problem 3 Pokaži, da sta trditvi (i), (ii) ekvivalentni. (i) Za $2 \leq i \leq D - 1$ obstajajo kompleksna števila α_i, β_i z naslednjo lastnostjo: za $y, z \in X$ z $\partial(x, y) = 2$, $\partial(x, z) = i$, $\partial(y, z) = i$, je $|\Gamma_{i-1}(x) \cap \Gamma_{i-1}(y) \cap \Gamma(z)| = \alpha_i + \beta_i |\Gamma(x) \cap \Gamma(y) \cap \Gamma_{i-1}(z)|$. (ii) Graf Γ je Q -polinomski.

Problem 4 Števila α_i, β_i iz problemov 2 in 3 izrazi s presečnimi števili grafa Γ .

Problem 5 Privzemimo, da ima Γ presečna števila $p_{1,i-1}^i = (q^i - 1)/(q - 1)$ ($1 \leq i \leq D$). Poišči atraktivno ortogonalno bazo za $MW = \{mw \mid m \in M, w \in \text{span}\{w_{ij} \mid 0 \leq i, j \leq D\}\}$.

Problem 6 Naj bo Γ is Q -polinomski. Za vozlišča $z, w \in X$ definirajmo $z \leq w$ natanko takrat ko je $\partial(x, z) + \partial(z, w) = \partial(x, w)$. Pokaži, da je delno urejena množica $(X, \leq)$ uniformna.

Problem 7 Naj bo Γ Q -polinomski. Pokaži, da Γ ne obstaja če je $D \geq 4$ in $c_2 = 1$.

Priloga 3

BIPARTITE DISTANCE-REGULAR GRAPHS

Project proposal

Our research concerns a combinatorial object known as a *graph*. A graph is a finite set of *vertices*, together with a set of undirected *arcs* or *edges*, each of which connects a pair of distinct vertices.

Let Γ denote a graph with vertex set X , shortest-path distance function ∂ , and diameter D . For $x \in X$ and an integer i let $\Gamma_i(x) := \{y \in X \mid \partial(x, y) = i\}$. We say Γ is *distance-regular* whenever for all integers h, i, j ($0 \leq h, i, j \leq D$), and all $x, y \in X$ with $\partial(x, y) = h$, the number $p_{ij}^h := |\Gamma_i(x) \cap \Gamma_j(y)|$ is independent of x, y . The constants p_{ij}^h ($0 \leq h, i, j \leq D$) are known as the *intersection numbers* of Γ . From now on we assume Γ is distance-regular with diameter $D \geq 3$.

Let $\text{Mat}_X(\mathbb{C})$ denote the $\mathbb{C}$ -algebra of matrices with entries in $\mathbb{C}$ and with rows and columns indexed by X . Let $A \in \text{Mat}_X(\mathbb{C})$ denote the adjacency matrix of Γ . Let M denote the subalgebra of $\text{Mat}_X(\mathbb{C})$ generated by A . It is known that M has a basis consisting of $D + 1$ mutually orthogonal *primitive idempotents* E_i ($0 \leq i \leq D$). The algebra M is closed under entry-wise multiplication $\circ$. Thus for $0 \leq i, j \leq D$ there exist $q_{ij}^h \in \mathbb{C}$ ($0 \leq h \leq D$) such that $E_i \circ E_j = \sum_{h=0}^D q_{ij}^h E_h$. The scalars q_{ij}^h are real numbers. The graph Γ is said to be *Q-polynomial* (with respect to the given ordering $E_0, E_1, \dots, E_D$) whenever for $0 \leq h, i, j \leq D$ the following holds: q_{ij}^h is zero (resp. nonzero) whenever one of h, i, j is greater than (resp. equal to) the sum of the other two.

The general goal of our research is to understand and classify the bipartite *Q-polynomial* distance-regular graphs. To reach this goal we will use a certain algebra defined as follows. Fix $x \in X$. For $0 \leq i \leq D$ let $E_i^* = E_i^*(x)$ denote the diagonal matrix in $\text{Mat}_X(\mathbb{C})$ with (y, y) -entry equal to 1 if $\partial(x, y) = i$, and 0 otherwise ($y \in X$). Let $T = T(x)$ denote the subalgebra of $\text{Mat}_X(\mathbb{C})$ generated by matrices $A, E_0^*, E_1^*, \dots, E_D^*$. We refer to T as the *Terwilliger algebra of Γ with respect to x* .

In many instances the algebra T can best be studied via its modules. In order to define them we let $\mathbb{C}^X$ denote the vector space over $\mathbb{C}$ consisting of column vectors with entries in $\mathbb{C}$ and rows indexed by X . For $z \in X$, let $\hat{z}$ denote the vector in $\mathbb{C}^X$ with a 1 in the z -coordinate, and 0 in all other coordinates. By a *T-module* we mean a subspace W of $\mathbb{C}^X$ such that $BW \subseteq W$ for all $B \in T$. Let W and W' denote T -modules. By a *isomorphism* from W to W' , we mean a vector space isomorphism $\sigma : W \rightarrow W'$ such that $(\sigma B - B\sigma)W = 0$ for all $B \in T$. A T -module W is *irreducible* whenever it is nonzero and contains no T -modules other than zero and W . Let W denote an irreducible T -module. We define the *endpoint* r of W by $r = \min\{i \mid 0 \leq i \leq D, E_i^*W \neq 0\}$. A T -module W is *thin* whenever $\dim E_i^*(W) \leq 1$ for $0 \leq i \leq D$. From now on we adopt the following notation.

Notation 1 Let $\Gamma = (X, R)$ denote a bipartite distance-regular graph with diameter $D \geq 3$ and with adjacency matrix A . Let M denote the Bose-Mesner algebra of Γ . Fix $x \in X$ and let $T = T(x)$ denote the Terwilliger algebra of Γ with respect to x . For $y \in \Gamma_2(x)$ and integers $0 \leq i, j \leq D$ define vectors $w_{ij} = w_{ij}(y)$ by $w_{ij} = \sum \hat{z}$, where the sum is over all $z \in \Gamma_i(x) \cap \Gamma_j(y)$. Let $q \geq 2$ be an integer.

In this project our central goal is to solve the following problem.

Problem 1 With reference to Notation 1, classify those Γ for which up to isomorphism there exist at most two irreducible T -modules with endpoint 2, and they are both thin.

Below are some problems which are related to Problem 1, and which we will try to solve for the project.

Problem 2 With reference to Notation 1, show that the following (i), (ii) are equivalent.

- (i) Up to isomorphism Γ has at most two irreducible T -modules with endpoint 2, and they are both thin;
- (ii) For $2 \leq i \leq D - 2$ there exist complex scalars α_i, β_i with the following property: for all $y, z \in X$ such that $\partial(x, y) = 2$, $\partial(x, z) = i$, $\partial(y, z) = i$ we have $|\Gamma_{i-1}(x) \cap \Gamma_{i-1}(y) \cap \Gamma(z)| = \alpha_i + \beta_i |\Gamma(x) \cap \Gamma(y) \cap \Gamma_{i-1}(z)|$.

Problem 3 With reference to Notation 1, show that the following (i), (ii) are equivalent.

- (i) For $2 \leq i \leq D - 1$ there exist complex scalars α_i, β_i with the following property: for all $y, z \in X$ such that $\partial(x, y) = 2$, $\partial(x, z) = i$, $\partial(y, z) = i$ we have $|\Gamma_{i-1}(x) \cap \Gamma_{i-1}(y) \cap \Gamma(z)| = \alpha_i + \beta_i |\Gamma(x) \cap \Gamma(y) \cap \Gamma_{i-1}(z)|$;
- (ii) Γ is *Q-polynomial*.

Problem 4 With reference to Problems 2, 3, determine α_i, β_i in terms of the intersection numbers of Γ .

Problem 5 With reference to Notation 1, assume that Γ has intersection numbers $p_{1i-1}^1 = (q^i - 1)/(q - 1)$ ($1 \leq i \leq D$). Find an attractive basis for $MW = \{mw \mid m \in M, w \in \text{span}\{w_{ij} \mid 0 \leq i, j \leq D\}\}$.

Problem 6 With reference to Notation 1, assume that Γ is *Q-polynomial*. For all vertices $z, w \in X$ define $z \leq w$ if and only if $\partial(x, z) + \partial(z, w) = \partial(x, w)$. Show that partially ordered set $(X, \leq)$ is uniform.

Problem 7 With reference to Notation 1, assume that Γ is *Q-polynomial*. Show that Γ does not exist if $D \geq 4$ and $c_2 = 1$.