

Statistično planiranje in vrednotenje metalurških raziskav

ANALIZA VARIANCE S PROGRAMI NA RAČUNALNIKU ZUSE Z-23

Z razvojem metod matematične statistike, predvsem pa z razširjanjem uporabe elektronskih računalnikov se uveljavljajo specialne metode vrednotenja in obdelave rezultatov v kontroli kvalitete. Poseben pomen in ekonomsko-tehnično učinkovitost nudijo take metode pri planiranju raziskav.

Članek opisuje statistično metodo analize variance. Za več variant te metode so izdelani programi na elektronskem računalniku ZUSE Z-23.

Namen članka je prikazati metodo analize variance v taki obliki, da bo pristopna najširšemu krogu tehnično-strokovnih kadrov v proizvodnji, kontroli in raziskavah. S tem naj bi članek prispeval svoj delež vsklajevanju raziskovalno-razvojnega dela z najmodernejšimi metodami in splošni razširitvi uporabe matematično statističnih metod ter elektronskih računalnikov v reševanju tehničnih problemov.

S tem namenom je članek napisan v obliki preprostega navodila za planiranje nalog, pripravo podatkov in tolmačenje rezultatov. Izračun analize variance z uporabo računalnika je tako vsakomur dostopen. Za poglobitev znanja in študij teoretskih osnov je podana literatura.

UVOD

Analiza variance je matematična tehnika, ki ima veliko moč in praktičen pomen pri vrednotenju eksperimentalnih podatkov.

Pri najrazličnejših področjih raziskav je treba večkrat primerjati vzorce, serije, postopke, metode, rezultate in podobno med seboj.

Vzemimo, da proizvajamo en izdelek po dveh različnih tehnoloških procesih. Zanima nas, kako tehnologija vpliva na določeno karakteristiko izdelkov. V ta namen zberemo podatke za karakteristiko izdelkov enega tehnološkega procesa in podatke za isto karakteristiko izdelkov drugega tehnološkega procesa. Statistična metoda z analizo variance nam pove, ali se karakteristika izdelkov pri enem tehnološkem procesu razlikuje od karakteristike pri drugem tehnološkem procesu. Analiza variance nam določi tudi pomembnost razlike.

Primerjava dveh serij in ugotavljanje pomembnosti razlik med parametri posameznih serij je še razmeroma preprosta. Večkrat pa je treba pri

raziskavah primerjati večje sisteme podatkov. Ugotavljanju statistično pomembnih razlik v celotnem sistemu sledi selekcija serij na osnovi medsebojnih primerjav po principu »vsaka z vsako«. To obsežno delo opravlja analiza variance kot posebna metoda matematične statistike, s katero je mogoče kvantitativno ugotoviti variacije v sistemu po njihovih izvorih ali posledicah in jih tudi iz celotnega sistema izdvajati.

Taki problemi nastopajo pri analizah vseh vrst procesov — tehnoloških postopkov, kontrolnih postopkov in znanstveno tehničnih preizkusov.

Če množico podatkov lahko klasificiramo po enem ali po več kriterijih, potem lahko variacije med podatki razdelimo na komponente in te pripišemo posameznim kriterijem klasifikacije. S preizkušanjem pomembnosti teh komponent lahko ugotovimo, kateri od upoštevanih kriterijev so povezani s pomembnim deležem celotne spremenljivosti.

Na primer serija kemijskih analiz različnih vzorcev istega materiala lahko vsebuje razlike, ki so v zvezi z vzorčenjem, lahko pa tudi razlike, ki izvirajo iz same analize. Z analizo variance lahko spremembe zaradi vzorčenja in spremembe zaradi analiziranja ločimo in ocenimo njihovo jakost.

Za izvedbo analize je potrebno podatke povezati v primeren model in jih obdelati z ustreznimi matematičnimi tehnikami.

Prednosti analize variance so zelo odvisne od dveh odločilnih faktorjev:

- od sistema ureditve podatkov in od logičnosti primerjav,
- od upoštevanja značilnih lastnosti modela.

Uspešnost analize variance najbolj zagotovimo, če že pri planiranju poskusov izberemo ustrezen model in s tem izkoristimo vse prednosti statistično planiranih raziskav.

Že primerjava dveh serij nam da precej računskega dela, računanje obsežnejšega sistema po metodi analize variance pa je praktično izvedljivo le z uporabo elektronskih računalnikov. Računanje obsežnejše analize variance za več vplivnih faktorjev in za več kombiniranih vplivov je brez uporabe elektronskega računalnika skoraj nesmiselna izguba časa. Brez računalnika je to delo zaradi velikega števila računskih operacij skoraj neizvedljivo ali pa izredno zamudno in izpostavljeno številnim napakam.

Seveda lahko trdimo, da je računanje brez računalnika nesmiselna izguba časa samo, če nam je računalnik dostopen in če imamo za ta računalnik izdelan ustrezen program.

V raziskovalnem oddelku železarne Ravne že več let uporabljamo analizo variance pri vrednotenju rezultatov raziskovalnih nalog. Dosegli smo zelo vzpodbudne uspehe, predvsem, kadar smo po ustreznih modelih za analizo variance raziskavo tudi planirali in izvedli. Če eksperimentiranje ni prirejeno vnaprej določenemu delu za izračun, največkrat ne moremo izkoristiti vseh rezultatov preizkušanja. Tako ostane vedno del dragega eksperimentiranja neizkoriščen. S planiranjem raziskave lahko torej zmanjšamo stroške oziroma obseg eksperimentiranja, ali pa povečamo zanesljivost zaključkov.

Široko uporabnost analize variance v metalurških raziskavah kaže že kratek pregled problemov, ki smo jih s to metodo reševali v železarni Ravne:

- Vpliv peči — jeklarskega agregata na čistost jekla OCR-4 pri določeni tehnologiji;
- Vpliv različnih variant jeklarske tehnologije na čistost jekla OCR-4 pri izdelavi v isti peči;
 - primerjava popolne oksidacije in pretalivitve,
 - primerjava različnih načinov dezoksidacije pri postopku popolne oksidacije;
- Vpliv ciklusov toplotne obdelave, geometrije rezila in pogojev rezanja na obstojnost strgarskih nožev iz brzoreznega jekla;
- Vrednotenje metalografskih pregledov in mehanskih poizkusov za različne vrste jekel;
- Vpliv vsebnosti celotnega in kislinotopnega aluminija na velikost zrna pri cementacijskih jeklih;
- Primerjava vsebnosti kislinotopnega aluminija v jeklih EC 80 in EC 100;
- Primerjava dveh vezanih statističnih množic za ugotavljanje pomembnosti razlik čistosti jekla (stopnje vključkov) pri glavi in nogi ingota, ali za ugotavljanje pomembnosti razlike v ogljiku pri litju jekla v dve ponovci.

Precej analiz variance smo izračunali brez računalnika, nato smo se posluževali standardnega programa na računalniku Elliot 803. V letu 1967 smo razvili za svoje potrebe program analize variance na računalniku ZUSE Z-23. Program torej imamo, zato v tem članku ne bomo opisovali poteka izračuna in teoretskih osnov, ampak le praktično uporabo analize variance. Za vse, ki želijo poglobiti svoje znanje in spoznati osnove ter potek izračuna, je na razpolago zelo obsežna literatura.

Avtor analize variance je Fisher, ki je na mednarodnem posvetovanju matematikov v Torontu že leta 1924 prikazal to metodo. Z njo je rešil mnoge probleme, katerih se do takrat raziskovalci niso znali lotiti na primeren in učinkovit način. Prav to je bila ideja in osnova izredno hitrega razvoja statistično planiranih raziskav. Fisher in za njim še mnogi drugi statistiki — matematiki so razvili številne specializirane metode in modele za planiranje eksperimentov.

Pravi razmah je tem metodam omogočila šele široka uporaba elektronskih računalnikov.

Področje uporabnosti analize variance je zelo široko, zato so praktične potrebe narekovale pripravo več različnih programov za izračun analize variance z računalnikom.

ANALIZA VARIANCE ZA 1 VPLIVNI FAKTOR

Oznaka programa »1 D FIXEN MODEL«

Oglejmo si praktičen primer, pri katerem imamo 3 metalurške peči! V vsaki proizvodimo isto vrsto jekla. Zanima nas, če peč s svojimi karakteristikami vpliva na stopnjo nemetalnih vključkov v jeklu. Tu je peč vplivni faktor, za katerega izvršimo analizo variance. Zberemo podatke o stopnjah nemetalnih vključkov za nekaj šarž iz 1. peči, za nekaj šarž iz 2. peči in za nekaj šarž iz 3. peči. Število podatkov je lahko različno za posamezne peči, vendar prevelika razlika ni zaželeno. Analiza variance nam bo pokazala, če se 3 skupine podatkov med seboj razlikujejo in kako pomembna je razlika med njimi.

Popolnoma isto bi storili, če imamo še več peči. V tem primeru je bila peč vplivni faktor, lahko pa imamo najrazličnejše vplivne faktorje.

V isti peči lahko isto vrsto jekla izdelamo na različne načine:

- 1. način: popolna oksidacija, dodatek FeSi in majhen dodatek Al
- 2. način: popolna oksidacija, dodatek FeSi in velik dodatek Al
- 3. način: popolna oksidacija, dodatek CaSi
- 4. način: pretalitev

Tu je vplivni faktor način izdelave, oziroma jeklarski tehnološki postopek. Za različne karakteristike izdelkov si lahko izberemo za opazovanje še najrazličnejše vplivne faktorje. V tem poglavju bomo obravnavali le analizo variance za 1 vplivni faktor.

Zbiranje podatkov in priprava za izračun na računalniku

Pri zbiranju podatkov za analizo variance po programu »1 D FIXEN MODEL« je važno, da so posamezni podatki med seboj neodvisni. Torej na velikost katerega koli od zbranih podatkov vpliva le slučaj in opazovani vplivni faktor, ne pa tudi drugi podatki. Kakor bomo videli v praktičnem primeru si v jeklarstvu to lahko zagotovimo s tem, da pri določenih vrstah jekla vsak podatek vzamemo iz druge šarže. Podatki določeni iz iste šarže med seboj namreč niso neodvisni in nam za model analize variance, ki ga v tem poglavju obravnavamo, ne morejo koristiti.

Pripravo zbranih podatkov za računalnik si oglejmo na praktičnem primeru:

1. primer

V Železarni Ravne smo zbrali podatke za vsebnost Al v jeklu ECN 200. Pri tem smo zasledovali velikost zrna ASTM in hoteli ugotoviti, kako vsebnost Al vpliva na velikost zrna. Za vplivni faktor,

Tabela 1 — Podatki vsebnosti Al_{cel} pri posameznih velikostih zrna za 45 šarž jekla ECN 200

Vplivni faktor	Velikost zrna ASTM	PODATKI						
	Vsebnost			Al _{cel} % v jeklu ECN 200				
	1	ni podatkov						
	2	ni podatkov						
	3	0,009	0,009	0,052				
	4	0,012	0,015	0,016	0,009	0,023		
	5	0,018	0,033	0,033	0,020	0,046	0,045	0,024
		0,019	0,002	0,006	0,018	0,016	0,014	0,021
		0,016	0,023	0,014	0,025	0,027	0,015	0,012
		0,024	0,015	0,007	0,019			
6	0,079	0,033	0,034	0,045	0,020	0,028	0,028	
	0,026	0,011						
7	0,024	0,039	0,042					
8	ni podatkov							

Vplivni faktor

ki je nosilec skupin smo si torej izbrali velikost zrna. Kaj je vplivni faktor in kaj je opazovana karakteristika, je pri analizi variance nepomembno. Vplivni faktor ima le pomen kriterija za razdelitev skupin, nima pa pomena pravega vpliva. Od te izbire je odvisen sistem zbiranja podatkov. (tabela 1)

Za računalnik podatke natipkamo na teleprinterški trak na sledeč način:

U8181U ; ECN200 AL-CEL ; 0 E2408E

4' 3' 5' 25' 12'

,009 ,009 ,052

,012 ,015 ,009 ,016 ,023

,018 ,033 ,033 ,02 ,046 ,024 ,019 ,002 ,006

,018 ,016 ,014 ,021 ,016 ,023 ,014 ,027 ,015 ,012

,024 ,015 ,007 ,019

,0179 ,033 ,034 ,045 ,02 ,028 ,026 ,028 ,011

,024 ,039 ,042

3' 10 2,23 5 2,84 1 4,3

Oblika pisanja je zelo važna in mora biti izvršena točno po navodilih! Zapis U8181U je vedno isti in se nanaša na program »1D FIXEN MODEL«. Med črkama U in številom 8181 ne sme biti nobenega presledka. V novo vrsto ali po dveh presledkih napišemo podpičje. Za podpičjem sledi besedilo, ki se od primera do primera spreminja in nam služi le zato, da kasneje rezultate lahko spoznamo in razložimo. Besedilo lahko vsebuje največ 50 teleprinterških znakov, priporočljivo pa je, da je čim krajše. Za tem besedilom zopet sledi podpičje, za podpičjem pa presledok ali nova vrsta in nato neko število, npr. 0. Za številom zopet presledok in nato zapis E2408E, ki je prav tako brez presledkov med črkama E in številom 2408. V novo vrsto napišemo najprej število stanj vplivnega faktorja. Ker smo iz določenih razlogov vzeli velikost zrna 6 in 7 ASTM skupaj, je število stanj v našem primeru 4' (apostrof pomeni za ra-

čunalnik celo število). Zaradi poznejšega tolmačenja rezultatov označimo ta stanja s celimi števili.

1' stanje z velikostjo zrna 3

2' stanje z velikostjo zrna 4

3' stanje z velikostjo zrna 5

4' stanje z velikostjo zrna od vključno 6 dalje

Za številom stanj vplivnega faktorja pridejo po vrsti število podatkov za stanje 1', število podatkov za stanje 2' itd. Iz tabele 1 res lahko preverimo, da so števila podatkov za 4 stanja

3' 5' 25' 12'

Potem na teleprinterju v novo vrsto napišemo podatke za stanje 1', nato podatke za stanje 2' itd. Na koncu podatkov moramo s posebnimi števili določiti še, s kakšno statistično pomembnostjo bomo ugotavljali razliko med skupinami podatkov za posamezna stanja vplivnega faktorja. Število 3' pomeni, da smo se odločili za tri različne kriterije pomembnosti. Števila 10, 5 in 1 pomenijo, da so to verjetnosti 90 %, 95 % in 99 %. Razliko do 100 % navadno označimo z grškim α . Torej je pri nas $\alpha = 10, 5$ in 1. Za vsakim α je zapisana vrednost parametra F, ki jo dobimo iz tabele 7. Za vsak α imamo posebno tabelo. V isti tabeli pa se vrednosti F razlikujejo še glede na števili v_1 in v_2 , ki ju imenujemo prostostni stopnji. Tako vrednost F določimo s tremi indeksi.

$F\alpha; v_1, v_2$

Število v_1 je pri analizi variance z 1 vplivnim faktorjem za eno manjše od števila stanj vplivnega faktorja. Torej v našem primeru

$v_1 = 4 - 1 = 3$.

Število v_2 pa izračunamo:

$v_2 = (\text{število vseh podatkov}) - (\text{število stanj})$

Torej v našem primeru:

$v_2 = 45 - 4 = 41$

Poiščimo vrednost za $F_{5; 3, 41}$.

V tabeli 8 za $\alpha = 5$ najdemo:

- za $v_1 = 3$ in $v_2 = 40$ vrednost 2,84
- za $v_1 = 3$ in $v_2 = 60$ vrednost 2,76.

Razlika vrednosti je 0,08. Razlika med obema v_2 pa 20. Zato za razliko 1 pri v_2 ne moremo pričakovati niti 0,01 razlike v vrednostih F. Torej

$$F_{5; 3, 41} = 2,84$$

V drugih primerih bi seveda vzeli res vmesno interpolirano vrednost. (Za točno interpolacijo glej navodila v prilogi.)

Tolmačenje rezultatov

Pripravljen trak s podatki prečita računalnik in s programom »1D FIXEN MODEL« izračuna rezultate, ki jih napiše v sledeči obliki:

```
1D FIXEN MODEL
ECN200 AL-CEL
3' 0.0233 0.0248
5' 0.0150 0.0052
25' 0.0205 0.0105
12' 0.0290 0.0101
.88976064610—03 3 .29658688110—3 2.37
.51391158210—02 41 .12534428810—03
.60288764610—2 44
ALFA = 10.0
1' 3' 0.003
4' 1' 0.006
3' 2' 0.005
4' 2' 0.024
4' 3' 0.009
ALFA = 5.0
```

Najprej je napisan naslov programa, po katerem je računalnik računal. Nato je napisano besedilo, ki smo ga v podatkih postavili med podpičje. Po vrsti slede za vsa 4 stanja vplivnega faktorja: število podatkov, srednja vrednost in standardna deviacija. Npr.: za stanje 1', to je zrno manjše ali enako 3, smo imeli 3 podatke s srednjo vrednostjo 0,0233 in standardno deviacijo 0,0248. Za temi 4 vrsticami je nekaj presledka, nato pa standardna računška shema za analizo variance. Za nas so morda zanimive vrednosti v 2. koloni. To sta $v_1 = 3$ in $v_2 = 41$. Čisto na desni napiše računalnik vrednost F, ki jo je izračunal. Pri nas je $F = 2,37$. Čim večji je F, tem pomembnejša je razlika med srednjimi vrednostmi. Nato računalnik napiše: ALFA = 10.0

kar pomeni, da bo ugotovil, če je verjetnost 90 %, da je razlika srednjih vrednosti posledica različnih stanj vplivnega faktorja. V našem primeru računalnik res odkrije take razlike srednjih vrednosti. Katere so te razlike in kako so velike nam pove v treh kolonah. V 1. koloni je vedno število stanja, ko ima opazovana karakteristika (pri nas vsebnost Al) večjo srednjo vrednost od srednje vrednosti v stanju, katero označuje število v 2. koloni. V koloni 3, pa je razlika med tema dvema srednjima vrednostima. V našem primeru piše najprej

1' 3' 0,003

To pomeni, da je srednja vrednost pri stanju 1' večja od srednje vrednosti pri stanju 3', razlika med njima pa je 0,003. Torej je 90 % verjetnost, da je razlika srednjih vrednosti v stanju 1' (zrno do vključno 3) in stanju 3' (zrno 5) posledica različnih stanj vplivnega faktorja (vsebnosti Al).

V celoti je računalnik napisal 5 razlik, ki so posledice različnih stanj vplivnega faktorja. Vidimo, da je potrebno največ Al v stanju 4, to je za velikost zrna 6 ali več. Za zrno 5 je potrebno več Al kot za zrno 4 in manj Al kot za zrno 6 ali 7. Za vse trditve pa je verjetnost 90 %, da so pravilne. Naslednji izpis računalnika je ALFA = 5.0. Ker za njim ne sledi ničesar več ni 95 % verjetnosti, da je razlika srednjih vrednosti posledica različnih stanj vplivnega faktorja. Pri izpisu lahko nastopi tudi primer

ALFA = 10.0 (ali 5.0)

ALFA = 5.0 (ali 1.0)

da med dvema zaporednima izpisoma ALFA ni drugega kot prazen prostor. To pomeni, da ni 90 % (ali 95 %) verjetnosti, da je razlika med dvema srednjima vrednostima posledica različnih stanj vplivnega faktorja. Pač pa je 90 % (ali 95 %) verjetnost, da se od 0 pomembno razlikuje vsaj en izraz oblike

$$C_1 \bar{X}_1 + C_2 \cdot \bar{X}_2 + C_3 \cdot \bar{X}_3 + C_4 \cdot \bar{X}_4 \quad (1)$$

kjer je

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0 \quad (2)$$

Izraz (1) imenujemo pri pogoju (2) kontrast srednjih vrednosti. Razlika je le poseben primer kontrasta za $C_1 = 1$, $C_2 = -1$, $C_3 = 0$ in $C_4 = 0$. Kontrastov je že med 4 srednjimi vrednostmi toliko, kolikor je točk v 3 dimenzionalnem prostoru, zato v praksi ne moremo odkriti vseh, omejimo se le na razlike.

2. primer

Kot primer obdelan na računalniku vzemimo še vsebnost Al v jeklu EC 80 in jeklu EC 100. Zanima nas, če je vsebnost Al v teh dveh jeklih pomembno različna. Za jeklo EC 80 smo zbrali podatke za 91 šarž. Za jeklo EC 100 pa podatke za 52 šarž. Podatke pripravimo na teleprinteremsku traku v obliki, ki smo jo že opisali:

U8181U

; AL-TOP EC 80: 100; 0 E2408E

2' 91' 52'

sledi 91 podatkov za Al v EC 80

sledi 52 podatkov za Al v EC 100

3' 10 2,74

5 3,91

1 6,84

Ker smo napisali najprej 91 podatkov za vsebnost Al v EC 80 računalnik označi jeklo EC 80 kot stanje 1' vplivnega faktorja, jeklo EC 100 pa kot stanje 2' vplivnega faktorja.

Izpis rezultatov je sledeč:

1 D FIXEN MODEL

AL-TOP EC 80:100

91' 0.0145 0.0091

52' 0.0307 0.0164

.127167638₁₀-02 1 .127167638₁₀-02 8.46

.212027398₁₀-01 141 .150374040₁₀-03

.224744161₁₀-01 142

ALFA = 10.0

2' 1' 0.006

ALFA = 5.0

2' 1' 0.006

ALFA = 1.0

2' 1' 0.006

Ker je tudi pod ALFA = 1.0 napisano 2' 1' 0.006 je 99 % verjetnost, da je v jeklu EC 100 (stanje 2') več Al-top kot v jeklu EC 80 (stanje 1').

ANALIZA VARIANCE ZA 2 VPLIVNA FAKTORJA

Oznaka programa »2 D FIXEN MODEL«

To je metoda, ki istočasno določi vpliv dveh faktorjev na določeno lastnost proizvoda. Tako nam ni treba dvakrat zbirati podatkov. Zato pa moramo zbirati podatke na čisto poseben način. Brez predhodnega točnega plana ne moremo zbrati potrebnega števila podatkov, ali pa bodo nekateri podatki odveč.

Plan zbiranja podatkov

Najprej izberemo stanje za 1. vplivni faktor. Recimo, da jih je r. Označimo jih z A₁, A₂ . . . A_r. Nato izberemo stanje 2. vplivnega faktorja. Teh naj bo t. Označimo jih z B₁, B₂ . . . B_t. Za vsako kombinacijo obeh vplivnih faktorjev moramo zbrati enako število podatkov. Recimo, da smo se odločili za n podatkov, ki jih imenujemo ponovitve, ker pripadajo isti kombinaciji vplivnih faktorjev.

Zbrati moramo torej rtn podatkov. Pripravimo si tabelo v katero bomo vpisovali podatke. Imamo 2 možnosti za obliko tabele. Prva možnost je v tabeli 2.

Tabela 2 — Plan zbiranja podatkov za majhno število stanj in veliko število ponovitev.

	A ₁				A ₂				A _r			
	B ₁	B ₂	...	B _t	B ₁	B ₂	...	B _t	B ₁	B ₂	...	B _t
1												
2												
...												
n												

To tabelo uporabimo, če imamo majhno število stanj 2. vplivnega faktorja in veliko število ponovitev. V nasprotnem primeru pa rajši uporabimo tabelo 3.

Tabela 3 — Plan zbiranja podatkov za veliko število stanj in majhno število ponovitev

	A ₁		A ₂		A _r	
	1	2	1	2	1	2
B ₁						
B ₂						
...						
n						
B ₁						
B ₂						
...						
n						
B ₁						
B ₂						
...						
n						

V članku ing. Pratnekarja: »Raziskave obstojnosti brzoreznih jekel« sta prikazani tabeli za jekli Elomax in BRC-3, po katerih so bili zbrani podatki. Pri nožih iz jekla BRC-3 sta bili opazovani 2 karakteristiki in sicer obrabna obstojnost T in širina obrabe VB. Vplivni faktorji so bili termična obdelava, cepilni kot γ , naklonski kot λ in hitrost rezanja v. Če si izberemo za 1. vplivni faktor termično obdelavo, za 2. vplivni faktor pa cepilni kot γ , dobimo obliko tabele 2. Prvi vplivni faktor ima 5 stanj (podatkov za ciklus 1290° C + 560° C in $\lambda = +4^\circ$ tu ne vzamemo zraven), drugi vplivni faktor pa ima 3 stanja. Število ponovitev je 21 (3 × 7), ker nas trenutno ne zanimajo hitrosti rezanja. Lahko pa si izberemo za 2. vplivni faktor namesto kota γ hitrost rezanja, za 1. vplivni faktor pa kombinacije ciklusa toplotne obdelave s koti λ in γ . Tako bi dobili 18 stanj za 1. vplivni faktor in 3 stanja za 2. vplivni faktor, ter 7 ponovitev. Če sliko 17 v članku ing. Pratnekarja gledamo na ta način, vidimo primer zbranih podatkov po tabeli 3. So še druge možnosti za izbor 2 vplivnih faktorjev izmed štirih. Tabela na sliki 17 je bila vnaprej planirana, zato se da z njo izvršiti veliko primerjav.

Pri zbiranju podatkov moramo upoštevati še naslednje. Za preizkušanje velikega števila nožev smo morali uporabiti več obdelovancev. Ti obdelovanci so bili sicer iz iste vrste jekla in celo iz iste šarže, vendar se lahko med seboj razlikujejo po trdoti. Če bi tako preizkušali nože po vrsti najprej vse enako termično obdelane na istem obdelovancu, potem pa vse drugače termično obdelane na drugem obdelovancu, bi bile lahko razlike v obrabi posledica spremembe trdot obdelovanca, ne pa posledica toplotne obdelave. Tako bi si ves poizkus pokvarili in lahko dobili zgrešene zaključke. Temu se izognemo s slučajno določenim vrstnim redom preizkušanja nožev. Vse nože za preizkus označimo z zaporednimi števili med 100 in 1000. Potem vzamemo slučajni vrstni red števil

po tabeli 4. Tabela uporabimo tako, da določimo poljubno mesto v tabeli: npr. 80. vrsta, 19. kolona in dobimo številko 9. Od te številke gremo v tabeli poljubno desno, levo, navzgor ali navzdol in odčitamo še 2 številki, tako da dobimo 3-mestno število. Če gremo v desno, dobimo številki 7 in 9. Skupaj torej število 979. Nož s to zaporedno številko preizkušamo najprej. Če noža s številko 979 ni, vzamemo naslednje 3 številke v desno, t. j. 256 in preizkušamo nož s številko 256 pri pogojih po shemi. Tako nadaljujemo, da dobimo vrstni red nožev za preizkušanje:

979, 256, 808, 340, 608, ...

Če noža s kakšno številko ni, potem to število enostavno v zaporedju izpustimo. Nove člene v zaporedju lahko dobimo v kateri koli smeri od zadnje številke zadnjega člena zaporedja. Tako za 608 lahko sledi katero koli od števil 899 (desno), 385 (navzgor) ali 044 (navzdol). Seveda zadnje število odpade, ker smo označili nože s števili med 100 in 1000. Sploh je v tabeli slučajnostnih števil izbira precej prosta, le da ne preskakujemo števil brez potrebe.

Podobno lahko uporabimo tudi druge tabele slučajnostnih števil. S tem, da smo nože za preizkušanje razvrstili po tabeli slučajnostnih števil,

smo izključili vpliv obdelovanca, ali še bolj splošno rečeno časovni vpliv in vpliv zaporedja preizkušanja. Po določenem času se obdelovanec toliko ostruži, da ga je treba zamenjati z drugim, ki ima lahko toliko različne lastnosti, da bi te privedle do sistematske napake preizkušanja. V splošnem pri vseh poizkusih vpliva čas, ker se z njim menjajo razni pogoji, ki jih ne upoštevamo. Zato je vedno priporočljivo vrstni red meritev določiti s tabelo slučajnih števil.

Priprava podatkov za računalnik in tolmačenje rezultatov

Ko smo podatke zbrali v tabelo 2 ali tabelo 3, nam preostane le še, da jih napišemo na teleprinterški trak. Oblika je podobna kot pri analizi variance za 1 vplivni faktor. Napišemo po vrsti:

U8181U

; oznaka podatkov

1' ime 1. vplivnega faktorja

2' ime 2. vplivnega faktorja; 0 E2408E

r' t' n'

podatki iz tabele 2 ali 3 napisani po stolpcih.

Najprej prvi stolpec, potem drugi itd.

3' 10 $F_{10}; r-1, rt(n-1)$ $F_{10}; t-1, rt(n-1)$ $F_{10}; (r-1)(t-1), rt(n-1)$
 5 $F_5; r-1, rt(n-1)$ $F_5; t-1, rt(n-1)$ $F_5; (r-1)(t-1), rt(n-1)$
 1 $F_1; r-1, rt(n-1)$ $F_1; t-1, rt(n-1)$ $F_1; (r-1)(t-1), rt(n-1)$

Pri tem je r število stanj 1. vplivnega faktorja, t število stanj 2. vplivnega faktorja, n pa je število ponovitev. Števila $F_\alpha, \gamma_1, \gamma_2$ dobimo v tabelah 7—9.

Tabela 4 — Slučajnostna števila¹

Kolone Vrste	0—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49	50—54	55—59	60—64	65—69	70—74	75—79	80—84	85—89	90—94	95—99
0	54463	22662	65905	70639	79365	67382	29085	69831	47058	08186	59391	58030	52098	82718	87024	82848	04190	96574	90464	29065
1	15389	85205	18850	39226	42249	90669	96325	23248	60933	26927	99567	76364	77204	04615	27062	96621	43918	01896	83991	51141
2	85941	40756	82414	02015	13858	78030	16269	65978	01385	15345	10363	97518	51400	25670	98342	61891	27101	37855	06235	33316
3	61149	69440	11286	88218	58925	03638	52862	62733	33451	77455	86859	19558	64432	16706	99612	59798	32803	67708	15297	28612
4	05219	81619	10651	67079	92511	59888	84502	72095	83463	75577	11258	24591	36863	55368	31721	94335	34936	02566	80972	08188
5	41417	98326	87719	92294	46614	50948	64886	20002	97365	30976	95068	88628	35911	14530	33020	80428	39936	31855	34334	64865
6	28357	94070	20652	35774	16249	75019	21145	05217	47286	76305	54463	47237	73800	91017	36239	71824	83671	39892	60518	37092
7	17783	00015	10806	83091	91530	36466	39981	62481	49177	75779	16874	62677	57412	13215	31369	62233	80827	73917	82802	84420
8	40950	84820	29881	85966	62800	70326	84740	62660	77379	90279	92494	63157	76593	91316	03505	72389	96363	52887	01087	66091
9	82995	64157	66164	41180	10089	41757	78258	96488	88629	37231	15669	56689	35682	40844	53256	81872	35213	09840	34471	74441
10	96754	17676	55659	44105	47361	34833	86679	23930	53249	27083	99116	75486	84989	23476	52967	67104	39495	39100	17217	74073
11	34367	88040	53364	71726	45690	66334	60332	22554	90600	71113	15696	10703	65178	90637	63110	17622	53988	71087	84148	11670
12	06318	37403	49927	57715	50423	67372	63116	48888	21505	80182	97720	15369	51269	69620	03388	13699	33423	67453	43269	56720
13	62111	52820	07243	79931	89292	84767	85693	73947	22278	11551	11666	13841	71681	98000	35979	39719	81899	07449	47985	46967
14	47534	09243	67879	00544	23410	12740	02540	54440	32949	13491	71628	73130	78783	75691	41632	09847	61547	18707	85489	69944
15	96614	75993	84460	62846	59844	14922	48730	73443	48167	34770	40501	51089	99943	91843	41995	88931	73631	69361	05375	15417
16	24856	03648	44898	09351	98795	18644	39765	71058	90368	44104	22518	55576	98215	82068	10798	86211	36584	67466	69373	40054
17	96887	12479	80621	66223	86085	78285	02432	53342	42846	94771	75112	30485	62173	02132	14878	92879	22281	16783	86352	00077
18	90801	21472	42615	77408	37390	76766	52615	32141	30268	18106	80327	02671	98191	84342	90813	49268	95441	15496	20168	09271
19	55165	77312	83666	36028	28420	70219	81369	41943	47366	41067	60251	45548	02146	05597	48228	81366	34598	72856	66762	17002
20	75884	12952	84318	95108	72305	64620	91318	98972	45375	85436	57430	82270	10421	05540	43648	75888	66049	21511	47676	33444
21	16777	37116	58550	42958	21460	43910	01175	87894	81378	10620	73528	39559	34434	88596	54086	71693	43132	14414	79949	85193
22	46230	43877	80207	88877	89380	32992	91380	03164	98656	59337	25991	65959	70769	64721	86413	33475	42740	06175	82758	66248
23	42902	66892	46134	01432	94710	23474	20423	60137	60609	13119	78388	16638	09134	59880	63806	48472	39318	35434	24057	74739
24	81007	00333	39693	28039	10154	95425	39220	19774	31782	49037	12477	09965	96657	57994	59439	76330	24596	77515	09577	91871
25	68089	01122	51111	72373	06902	74373	96199	97017	41273	21546	83266	32883	42451	15579	38155	29793	40914	65990	16255	17777
26	20411	67081	89950	16944	93054	87687	96693	87236	77054	33848	76970	80876	10237	39515	79152	74798	39357	09054	73579	92359
27	58212	13160	06468	15718	82627	76999	05999	58680	96739	63700	37074	65198	44785	68624	98336	84481	97610	78735	46703	98265
28	70577	42866	24969	61210	76046	67699	42054	12696	93758	03283	83712	06514	30101	78295	54656	85417	43189	60048	72781	72606
29	94522	74358	71659	62038	79643	79169	44741	05437	39038	13163	20287	56862	69727	94443	64936	08366	27227	05158	50326	59566
30	42626	86819	85651	88678	17401	03252	99547	32404	17918	62880	74261	32592	86538	27041	65172	85532	07571	80609	39285	65340
31	16051	33763	75194	16752	54450	19031	58580	47629	54132	60631	40813	49863	08478	96001	18888	14810	70545	89755	59064	07210
32	08244	27647	33851	44705	94211	46716	11738	55784	95347	72655	05617	75818	47750	67814	29575	10526	166192	44464	27058	40467
33	59497	04392	09419	89964	51211	04894	72882	17805	21896	83864	26793	74951	95466	74307	13330	42664	85515	20632	05497	33625
34	97155	16428	40293	09985	58434	01412	69124	82171	59058	82859	65988	72850	48737	54719	52056	01596	03845	35067	03134	70322

Kolone Vrste	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
35	98409	66162	95763	47420	20792	61527	20441	39435	11859	41567	27366	42271	44300	73399	21105	03280	73457	43093	05192	48657
36	45476	84882	65109	96597	25930	66790	66706	61203	53634	22557	56760	10909	98147	34736	33863	95256	12731	66598	50771	83665
37	89300	69700	50741	30329	11658	23166	05400	66669	48708	03887	72880	43338	93643	58904	59543	23943	11231	83268	65938	81581
38	50051	95137	91631	66315	91428	12275	24616	68091	71710	33258	77888	38100	03062	58103	47961	83841	25878	23746	55903	44115
39	31753	85176	31310	89642	98364	02306	24617	09609	83942	22716	28440	07819	21580	51459	47971	29882	13990	29226	23608	15873
40	79152	53829	77250	20190	56535	18760	69942	77448	33278	48805	63525	94441	77033	12147	51054	49955	58312	76923	96071	05813
41	44560	38750	83635	56540	64900	42912	13953	79149	18710	68618	47606	93410	16359	89033	89696	47231	64498	31776	05383	39902
42	68328	83378	63369	71381	39564	05615	42451	64559	97501	85747	52669	45030	96279	14709	52372	87832	02735	50803	72744	88208
43	46939	38689	58625	08342	30459	85863	20781	09284	26333	91777	16738	60159	07425	62369	07515	82721	37875	71153	21315	00132
44	83544	86141	15707	96556	23068	13782	08467	89469	93842	55349	59348	11695	45751	15865	74739	05572	32688	20271	65128	14551
45	91621	00881	04900	54224	46177	55309	17852	27491	89415	23466	12900	71775	29845	60774	94924	21810	38636	33717	67596	82521
46	91896	67126	04151	03795	59077	11848	12630	98375	52068	60142	75086	23537	49939	33595	13484	97588	28617	17979	70749	35234
47	55761	62515	21108	80830	02263	29303	37204	96926	30506	09808	99495	51434	29181	09993	38190	42553	68922	52125	91077	40197
48	85156	87689	95493	88842	00664	55017	17771	69448	87530	26075	31671	45386	36583	93459	48599	52022	41330	60651	91321	
49	07521	56898	12236	60277	39102	62315	12239	07105	11844	01117	13636	93596	23377	51133	95126	61496	42474	45141	46660	42338
50	64249	63664	39652	40646	97306	31741	07294	84149	46797	82487	32647	31282	03345	89593	69214	70381	78285	20054	91018	16742
51	26538	44249	04050	48174	65570	44072	40192	51153	11397	58212	16916	00041	80236	55023	14253	76582	12092	86533	92426	37655
52	05845	00512	78630	55328	18116	69296	91705	86224	29503	57071	66176	34047	21005	27137	03191	48970	64825	22394	39622	79085
53	74897	68373	67359	51014	33510	83048	17056	72506	82949	54600	46299	13335	12180	16861	38043	59292	62675	63631	37020	78195
54	20872	54570	35017	88132	25730	22626	86723	91691	13191	77212	22847	47839	45385	23289	47526	54098	45683	55849	51575	64689
55	31432	96156	89177	75541	81355	24480	77243	76690	42507	84362	41851	54160	92320	69936	34803	92479	33399	71160	64777	83378
56	66890	61505	01240	00660	05873	13568	76082	79172	57913	93448	28444	59497	91586	95917	68553	28639	06455	34174	11130	91994
57	48194	57790	79970	31306	86904	48119	52503	24130	72824	21627	47520	62378	98855	83174	13088	16561	68559	26679	06238	51254
58	11303	87118	81471	52936	08555	28420	49416	44448	04269	27029	34978	63271	13142	82681	05271	08822	06490	44984	49307	62717
59	54374	57325	16947	45356	78371	10563	97191	53798	12693	27928	37404	80416	69035	92980	49486	74378	75610	74976	70056	15478
60	64852	34421	61046	90849	13966	39810	42699	21753	76192	10508	32400	65482	52099	53676	74648	94148	65095	69597	52772	71551
61	16309	20384	09491	91588	97720	89846	30376	76970	23063	35894	89262	86332	51718	70663	11623	29834	79620	73002	84886	03591
62	42587	37065	24526	72602	57589	98131	37292	05967	26002	51945	86866	09127	98021	03871	27789	58444	44832	36505	40672	30180
63	40177	98590	97161	41682	84533	67588	62036	49967	01990	72308	90814	14833	08759	74645	05046	94056	99094	65091	32663	73040
64	82309	76128	93965	26743	24141	04838	40254	26065	07938	76236	19192	82756	20553	58446	55376	58914	75096	26119	83898	43816
65	79788	68243	95732	04257	27084	14743	17520	95401	55811	76099	77585	52593	56612	95766	10019	29531	73064	20953	53523	58136
66	40538	79000	89559	25026	42274	23489	34502	75508	06059	86682	23757	16364	05096	03192	62386	45389	85332	18877	55710	96459
67	64016	73598	18609	73150	62463	33102	45205	87440	96767	67042	45989	96257	23850	26216	23309	21526	07425	50254	19455	29315
68	49767	12691	17903	93871	99721	79109	09425	26904	07419	76013	92970	94243	07316	41467	64837	52406	23225	51553	31220	14032
69	76974	55108	29795	08404	82684	00497	51126	79935	57450	55671	74346	59596	40088	98176	17896	86900	20249	77753	19099	48885
70	23854	08480	85983	96025	50117	64610	99425	62291	86943	21541	87646	41309	27636	45153	29988	94770	07255	70908	05340	99751
71	68973	70551	25098	78033	98573	79848	31778	29555	61446	23037	50099	71038	45146	06146	55211	99429	43169	66259	97786	59180
72	36444	93600	65350	14971	25325	00427	52073	64280	18847	24768	10127	46900	46984	75348	04115	33624	68774	60013	35515	62556
73	03003	87800	07391	11594	21196	00781	32550	57158	58887	73041	67995	81977	18984	64091	02785	27762	42529	97144	80407	64524
74	17540	26188	36647	78386	04558	61463	57842	90382	77019	24210	26304	80217	84934	82657	69291	35397	98714	35104	08187	48109
75	38916	55809	47982	41968	69760	79422	80154	91486	19180	15100	81994	41070	56642	64091	31229	02595	13513	45148	78722	30144
76	64288	19843	69122	42502	48508	28820	59933	72998	99942	10515	59537	34662	79631	89403	65212	09975	06118	86197	58208	16162
77	86809	51564	38040	39418	49915	19000	58050	16899	79952	57849	51228	10937	62396	81460	47331	91403	95007	06047	16846	64809
78	99800	99566	14742	05028	30033	94889	53381	23656	75787	59223	31089	37995	29577	07828	42272	54016	21950	86192	99046	84864
79	92345	31890	95712	08279	91794	94066	49337	88674	35355	12267	38207	97938	93459	75174	79460	55436	57206	87644	21296	43395
80	90363	65162	32245	82279	79256	80834	06088	99462	56705	06118	88666	31142	09474	89712	63153	62333	42212	06140	42694	43671
81	64437	32242	48431	04835	39070	59702	31508	60935	22390	52246	53665	56134	67582	92557	89520	33452	05134	70628	27612	33738
82	91714	53662	28373	34333	55791	74758	51144	18827	10704	76803	89807	74530	38004	90102	11693	90257	05500	79920	62700	43325
83	20902	17646	31391	31459	33315	03444	55743	74701	58851	27427	18682	81038	85662	90915	91631	22223	91588	80774	07716	12548
84	12217	86007	70371	52281	14510	76094	96579	54853	78339	20839	63571	32579	63942	25371	09234	54592	98475	76884	37635	33608
85	45177	02863	42307	53571	22532	74921	17735	42201	80540	54721	68927	56492	67799	95398	77642	54913	91853	08424	81450	76229
86	28325	90814	08804	52746	47913	54577	47525	77705	95330	21866	56401	63186	39389	88798	31356	89235	97036	32341	33292	73757
87	29019	28776	56116	54791	64604	08815	46049	71186	34650	14994	24333	95603	02359	72942	46287	95382	08452	62862	97869	71775
88	84979	81533	56219	67062	26146	82567	33122	14124	46240	92973	17025	84202	95199	62272	06366	16175	97577	99304	41587	03686
89	50371	26347	48513	63915	11158	25563	91915	18431	92978	11591	02804	80253	52133	20224	68034	50865	57688	22343	55111	03807
90	53422	06825	69711	67950	64716	18003	49581	45378	99878	61130	08298	03879	20995	19850	73090	13191	18963	82244	78479	99121
91	67453	35651	89316	41620	32048	70225	47597	33137	31433	51445	59883	01785	82403	90662	03785	03468	12970	64896	39336	30030
92	07294	85353	74819	23445	68237	072														

U8181U

; BRC-3 T $\lambda = 0$

1' TOPL. OBD.

2' CEP. KOT ; 0 E2408E

5' 3' 21'

400 627 482

. . . . 672 1215 1384

3' 10 1,96 2,32 1,7

5 2,4 3,02 1,97

1 3,38 4,68 2,52

Podatki od 400 do 1384 so napisani po vrsti, najprej 1. stolpec (glej sliko 17 omenjenega članka) z 21 podatki pretvorjenimi v sekunde, nato 2. stolpec z 21 podatki, . . . 12. stolpec z 21 podatki, nato so izpuščeni 3 stolpci ($\lambda = +4^\circ$), sledi 16. stolpec z 21 podatki, 17. stolpec z 21 podatki in 18. stolpec z 21 podatki.

Računalnik s programom »2D FIXEN MODEL« prečita podatke in na teleprinterju natipka naslednje rezultate:

2 D FIKSEN MODEL

BRC-3 T $\lambda = 0$

1' TOPL. OBD.

2' CEP. KOT

.140263320₁₀+08 4 .350658300₁₀+07 5.78

.718289330₁₀+08 2 .359144665₁₀+08 59.24

.849229600₁₀+07 8 .106153700₁₀+07 1.75

.181864852₁₀+09 300 .606216173₁₀+06 1.00

.276212413₁₀+09 314

ALFA = 10.0

1'

4' 1' 639.492

4' 2' 460.921

4' 3' 430.508

2'

2' 1' 291.543

3' 1' 1126.781

3' 2' 835.238

INTERAKCIJE

ALFA = 5.0

1'

4' 1' 639.492

4' 2' 460.921

4' 3' 430.508

2'

2' 1' 291.543

3' 1' 1126.781

3' 2' 835.238

ALFA = 1.0

1'

4' 1' 639.492

2'

3' 1' 1126.781

3' 2' 835.238

Najprej računalnik napiše standardno shemo analize variance za 2 vplivna faktorja. V prvi koloni so vsote kvadratov, v drugi so prostostne stopnje, v tretji srednji kvadrati in v četrti izračunane vrednosti za F. Prvi F se nanaša na stanje 1. vplivnega faktorja (pri nas je to toplotna obdelava), drugi F se nanaša na stanja 2. vplivnega faktorja (cepilni kot γ), tretji F se nanaša na kombinacije stanj obeh vplivnih faktorjev (ali kratko na interakcije), četrti F pa je vedno enak 1. Izračunane vrednosti F nam merijo, kako pomembna so za spremembe opazovane karakteristike izdelka stanja obeh vplivnih faktorjev, vsakega posebej in obeh skupaj. V našem primeru vidimo, da so najpomembnejša stanja 2. vplivnega faktorja, ko je $F = 59.24$. Dosti manj pomembna so stanja 1. vplivnega faktorja, čeprav, kot bomo videli, tudi njih ne smemo zanemarjati. Razlika med kombinacijami obeh vplivnih faktorjev je najmanj pomembna.

Nadaljnji izpis računalnika je čisto podoben izpisu v primeru analize variance za 1. vplivni faktor. Razlika je le v tem, da za izpisom ALFA najprej sledi samo število 1', ki pomeni, da sledijo razlike srednjih vrednosti za stanja 1. vplivnega faktorja. V našem primeru pomeni (glej izpis iz računalnika) 4' 1' 639.492, da je razlika med srednjo vrednostjo obstojnosti za 4. ciklus toplotne obdelave in 1. ciklus toplotne obdelave 639.492 sekund ali 10 min. 39 sek.

Pred razlikami srednjih vrednosti obstojnosti za različne γ kote pa stoji sama številka 2', ker smo izbrali kot γ za 2. vplivni faktor. Na koncu izpisa pod ALFA = 10.0 je še zapis INTERAKCIJE, ki pomeni 90 % verjetnost, da je razlika med srednjimi vrednostmi obstojnosti pri različnih kombinacijah toplotne obdelave in kota γ (to je med srednjimi vrednostmi stolpcov) posledica kombiniranega vpliva obeh faktorjev. Za višji verjetnostni nivo ALFA = 5.0 odpade izpis INTERAKCIJE, za še višji verjetnostni nivo ALFA = 1.0 pa tudi nekatere razlike med srednjimi vrednostmi tako za stanje 1. vplivnega faktorja, kot tudi za stanja 2. vplivnega faktorja. Z 99 % verjetnostjo trdimo le še, da je obstojnost večja pri 4. ciklusu toplotne obdelave kot pri 1. ciklusu toplotne obdelave in da je pri kotu $\gamma = 15^\circ$ obstojnost večja kot pri kotih $\gamma = 10^\circ$ in $\gamma = 6^\circ$. V primerih izračuna analize variance lahko za izpisom ALFA takoj sledi 2', kar pomeni, da ni pomembnih razlik med stanji 1. vplivnega faktorja. Lahko pa imamo le 1', kar pomeni, da so le razlike v stanjih 1. vplivnega faktorja. Nastopijo lahko tudi drugi primeri izpisa, ki so opisani že v poglavju analize variance za en vplivni faktor.

Manjkajoči podatki

Včasih zaradi nesreče, napak ali neuspelega poizkusa v shemi za analizo variance z dvema

vplivnima faktorjema manjkajo podatki v eni ali več celicah. V takih primerih ni mogoče normalno uporabiti opisane računske metode. Na osnovi teoretskih osnov metode so ta problem rešili s posebnim postopkom za oceno manjkajočih vrednosti.

Če manjka samo en podatek lahko oceno te vrednosti izračunamo s pomočjo formule:

$$X = \frac{aT + bB - S}{(a-1)(b-1)}$$

kjer pomeni:

- a — število stanj prvega vplivnega faktorja
- b — število stanj drugega vplivnega faktorja
- T — vsota vrednosti za prvi vplivni faktor, pri katerem manjka podatek
- B — vsota vrednosti za drugi vplivni faktor, pri katerem manjka podatek
- S — vsota vseh vrednosti

To vrednost vnesemo v tabelo in normalno izvršimo analizo variance, pri čemer pa moramo izvršiti dve modifikaciji:

- prostostni stopnji za napako in vsoto moramo zmanjšati za eno,
- vsoto kvadratov za prvi vplivni faktor moramo zmanjšati za sledeči popravek:

$$\frac{[B - (a-1)X]^2}{a(a-1)}$$

PRIMERJAVA DVEH VEZANIH STATISTIČNIH MNOŽIC

Oznaka programa »VS«

Imamo dve statistični množici podatkov, ki smo jih dobili pri dveh različnih stanjih vplivnega faktorja. Vsi podatki niso med seboj neodvisni, temveč tvorijo podatki iz ene množice s podatki iz druge množice pare. Par tvorita vedno dva podatka, ki smo jih dobili pri nekem skupnem stanju množice neopazovanih vplivnih faktorjev in pri različnih stanjih opazovanega vplivnega faktorja.

Za primer vzemimo določevanje stopnje nemetalnih vključkov v jeklu. Za vsako šaržo izberemo 1 ingot in določimo stopnjo nemetalnih vključkov posebej v glavi in posebej v nogi ingota. Podatka za isti ingot tvorita par. Neopazovani vplivni faktorji so šarže, ingot, sestava itd. Opazovani vplivni faktor pa je mesto v ingotu. Ta ima 2 stanja: glava in noga. Prvo množico tvorijo vsi podatki za glave ingotov, drugo množico pa tvorijo vsi podatki za noge ingotov. V tem primeru nas zanima, če je stopnja nemetalnih vključkov pri glavi drugačna kot pri nogi.

V splošnem označimo podatke iz ene množice z $X_{1,1} \ X_{1,2} \dots \dots \ X_{1,m}$

ustrezne podatke iz druge množice pa z

$X_{2,1} \ X_{2,2} \dots \dots \ X_{2,m}$

Razlike med podatkom iz istega para označimo z

$X_1, \ X_2 \dots \dots \ X_n$

npr.: $X_n = X_{1,n} - X_{2,n}$

Priprava podatkov za računalnik in tolmačenje rezultatov

Podatke natipkamo na teleprinterski trak v naslednjem vrstnem redu:

U1040U

n' $X_{1,1} \ X_{1,2} \dots \ X_{1,m} \ X_{2,1} \ X_{2,2} \dots \ X_{2,m}$

Z0+1E

Med črkama U in številom 1040 ne sme biti presledka. Za izrazom U1040U natipkamo najprej število parov, nato vse podatke iz ene množice in nato vse podatke iz druge množice. Paziti moramo, da podatkom ne zamenjamo vrstnega reda, ker so vezani v parih. Izraz Z0+1E (Z nič plus 1E) stoji vedno na koncu traku, da se računalnik ustavi, ko prečita podatke. Tudi tu ne sme biti presledkov znotraj izraza.

Program VS za računalnik nam da naslednje rezultate:

X_1 .

X_2 .

$n-1 \ t_{n-1}$

ki pomenijo

$X_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1,i} \dots$ srednja vrednost prve množice

$X_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2,i} \dots$ srednja vrednost druge množice

$t_{n-1} \dots \dots$ izračunana vrednost statističnega parametra t

$n-1 \dots \dots$ število prostostnih stopenj za t

V tabeli 5 za t poiščemo tabelarično vrednost za $n-1$ prostostnih stopenj pri verjetostnem nivoju 95 % ($\alpha = 5$). Če je izračunani t večji od tabelaričnega, je 95 % verjetnost, da je razlika srednjih vrednosti posledica različnih stanj opazovanega vplivnega faktorja. Podobno lahko ugotovimo tudi za druge verjetnostne nivoje. Vrednosti parametra t podaja tabela 5.

Tabela 5 — Vrednosti parametra »t«

Prostostne stopnje ν	$\alpha = 10\%$ $P = 90\%$	$\alpha = 5\%$ $P = 95\%$	$P = 1\%$ $P = 99\%$
1	6,31	12,71	63,66
2	2,92	4,30	9,92
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,36	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,06
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,14	3,00
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,10	2,88
19	1,73	2,09	2,86
20	1,72	2,09	2,84
21	1,72	2,08	2,83
22	1,72	2,07	2,82
23	1,71	2,07	2,81
24	1,71	2,06	2,80
25	1,71	2,06	2,79
26	1,71	2,06	2,78
27	1,70	2,05	2,77
28	1,70	2,05	2,76
29	1,70	2,05	2,76
30	1,70	2,04	2,75
60	1,67	2,00	2,66
100	1,66	1,98	2,63
∞	1,64	1,96	2,38

4. Primer

V jeklarni vlivamo jeklo določene vrste v dve ponovci. Zanima nas, če je vsebnost ogljika v jeklu odvisna od ponovce. Za 12 šarž zberemo podatke v parih.

Tabela 6

Šarža	% C	
	1. ponovca	2. ponovca
1	0,41	0,40
2	0,39	0,37
3	0,44	0,41
4	0,45	0,44
5	0,40	0,41
6	0,47	0,45
7	0,48	0,42
8	0,44	0,44
9	0,44	0,40
10	0,46	0,49
11	0,46	0,42
12	0,44	0,41

U1040U 12' 0,41 0,39 0,44 0,45 0,40 0,47 0,48 0,44
0,44 0,46 0,46 0,44 0,40 0,37 0,41 0,44 0,41 0,45
0,42 0,44 0,40 0,49 0,42 0,41 Z0+1E

Računalnik po programu VS (vezane serije) izračuna naslednje rezultate:

0,44000₁₀—00 (pomeni 0,44)

0,42173₁₀—00 (pomeni 0,42173)

11' 2,61

Torej je $t_{11} = 2,61$. Pogledamo v tabele za t in vidimo, da izračunana vrednost leži med tabelaričnima za verjetnostni nivo $P = 95\%$ in verjetnostni nivo $P = 99\%$ pri 11 prostostnih stopnjah. Tako je verjetnost 95%, da je razlika v vsebnosti ogljika posledica različnih ponovc, ne moremo pa tega trditi z 99% verjetnostjo. Take razlike večkrat imenujemo polpomembne ali negotove. Z večjim številom podatkov bi ugotovili, ali je razlika pomembna ali nepomembna.

PRILOGA:

Izračun vmesnih vrednosti parametra F

V tabelah 7, 8 in 9 so podane vrednosti parametra F za verjetnosti 90, 95 in 99%. Uporaba teh tabel je bila že opisana v praktičnih primerih za nekatere ν_1 in ν_2 neposredno. Zato si pogledjmo, kako si pomagamo, če katerega od ν -jev ni v tabeli, ali če manjkata oba. Za primer vzemimo, da v tabeli ni vrednosti za ν_1 , ki leži med $\nu_1' < \nu_1 < \nu_1''$.

Označimo:

$$\Delta F = F\alpha; \nu_1', \nu_2 - F\alpha; \nu_1'', \nu_2 \quad [3]$$

Potem je v primeru $\nu_1 > 120$ (torej $\nu_1'' = \infty$)

$$F\alpha; \nu_1, \nu_2 = F\alpha; \nu_1', \nu_2 - \frac{\Delta F \cdot (\nu_1 - \nu_1')}{\nu_1} \quad [4]$$

V primeru $\nu_1 < 120$ pa je

$$F\alpha; \nu_1, \nu_2 = F\alpha; \nu_1', \nu_2 - \frac{\Delta F \cdot \nu_1''}{\nu_1'' - \nu_1'} \cdot \frac{\nu_1 - \nu_1'}{\nu_1} \quad [5]$$

Prav podobno bi izračunali vrednost F, če v tabeli ni vrednosti za ν_2 . V obrazcih le zamenjamo vlogi ν_1 in ν_2 .

Primer: $F_{5; 3,48} = ?$

V tabeli za $\alpha = 5$ poiščemo vrednosti:

$F_{5; 3,40}$ in $F_{5; 3,60}$

Dobimo 2,8387 in 2,7581.

Torej je $\Delta F = 2,8387 - 2,7581 = 0,0806$

$$F_{5; 3,48} = 2,8387 - \frac{0,0806 \cdot 60}{60 - 40} \cdot \frac{48 - 40}{48} =$$

$$= 2,8387 - 0,04 = 2,7987$$

V primeru, ko v tabeli ni nobenega od ν -jev, je račun daljši.

Naj bo $v_1' < v_1 < v_1''$ in $v_2' < v_2 < v_2''$
 kjer so v_1', v_1'', v_2' in v_2'' vrednosti iz tabele.

Najprej izračunamo dve vrednosti $F\alpha; v_1, v_2'$ in $F\alpha; v_1, v_2''$ potem pa iz teh dveh vrednosti še $F\alpha; v_1, v_2$

Primer: $F_{10; 36, 360} = ?$

$v_1' = 30 \quad v_1'' = 40$

$v_2' = 120 \quad v_2'' = \infty$

Po obrazcu [5] izračunamo $F_{10; 36, 120} = F_{10; 30, 120}$

$$= \frac{\Delta F \cdot 40}{40 - 30} \cdot \frac{36 - 30}{36}$$

$$\Delta F = F_{10; 30, 120} - F_{10; 40, 120} = 1,4094 - 1,3676 = 0,0418$$

$$F_{10; 36, 360} = 1,4094 - 0,0418 \cdot \frac{2}{3} = \underline{\underline{1,3815}} \text{ in}$$

$$F_{10; 36, \infty} = F_{10; 30, \infty} - \frac{\Delta F \cdot 40}{40 - 30} \cdot \frac{36 - 30}{36}$$

$$\Delta F = F_{10; 30, \infty} - F_{10; 40, \infty} = 1,3419 - 1,2951 = 0,0468$$

$$F_{10; 36, \infty} = 1,3419 - 0,0468 \cdot \frac{2}{3} = \underline{\underline{1,3107}}$$

Po obrazcu, ki je podoben obrazcu [4], le da v_1 in v_2 zamenjata vlogi, izračunamo iz podčrtanih vrednosti še vrednost:

$$F_{10; 36, 360} = F_{10; 36, 120} - \frac{\Delta F \cdot (360 - 120)}{360}$$

$$\Delta F = F_{10; 36, 120} - F_{10; 36, \infty} = 1,3815 - 1,3107 = 0,0708$$

$$F_{10; 36, 360} = 1,3815 - \frac{0,0708 \cdot 2}{3} = \underline{\underline{1,3343}}$$

Tabela 7 — Kritične vrednosti parametra F za $\alpha = 10\%$

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	39.864	49.500	53.593	55.833	57.241	58.204	58.906	59.439	59.858	60.195	60.705	61.220	61.740	62.002	62.265	62.529	62.794	63.061	63.328
2	8.5263	9.0000	9.1618	9.2434	9.2926	9.3255	9.3491	9.3668	9.3805	9.3916	9.4081	9.4247	9.4413	9.4496	9.4579	9.4663	9.4746	9.4829	9.4913
3	5.5383	5.4624	5.3908	5.3427	5.3092	5.2847	5.2662	5.2517	5.2400	5.2304	5.2156	5.2003	5.1845	5.1764	5.1681	5.1597	5.1512	5.1425	5.1337
4	4.5448	4.3246	4.1908	4.1073	4.0506	4.0098	3.9790	3.9549	3.9357	3.9199	3.8955	3.8689	3.8443	3.8310	3.8174	3.8036	3.7896	3.7753	3.7607
5	4.0604	3.7797	3.6195	3.5202	3.4530	3.4045	3.3679	3.3393	3.3163	3.2974	3.2682	3.2380	3.2067	3.1905	3.1741	3.1573	3.1402	3.1228	3.1050
6	3.7760	3.4633	3.2888	3.1808	3.1075	3.0546	3.0145	2.9830	2.9577	2.9369	2.9047	2.8712	2.8363	2.8183	2.8000	2.7812	2.7620	2.7423	2.7222
7	3.5894	3.2574	3.0741	2.9605	2.8833	2.8274	2.7849	2.7516	2.7247	2.7025	2.6681	2.6322	2.5947	2.5753	2.5555	2.5351	2.5142	2.4928	2.4708
8	3.4579	3.1131	2.9238	2.8064	2.7265	2.6683	2.6241	2.5893	2.5612	2.5380	2.5020	2.4642	2.4246	2.4041	2.3830	2.3614	2.3391	2.3162	2.2926
9	3.3603	3.0065	2.8129	2.6927	2.6106	2.5509	2.5053	2.4694	2.4403	2.4163	2.3789	2.3396	2.2983	2.2768	2.2547	2.2320	2.2085	2.1843	2.1592
10	3.2850	2.9245	2.7277	2.6053	2.5216	2.4606	2.4140	2.3772	2.3473	2.3226	2.2841	2.2435	2.2007	2.1784	2.1554	2.1317	2.1072	2.0818	2.0554
11	3.2252	2.8595	2.6602	2.5362	2.4512	2.3891	2.3416	2.3040	2.2735	2.2482	2.2087	2.1671	2.1230	2.1000	2.0762	2.0516	2.0261	1.9997	1.9721
12	3.1765	2.8068	2.6055	2.4801	2.3940	2.3310	2.2828	2.2446	2.2135	2.1878	2.1474	2.1049	2.0597	2.0360	2.0115	1.9861	1.9597	1.9323	1.9036
13	3.1362	2.7632	2.5603	2.4337	2.3467	2.2830	2.2341	2.1953	2.1638	2.1376	2.0966	2.0532	2.0070	1.9827	1.9576	1.9315	1.9043	1.8759	1.8462
14	3.1022	2.7265	2.5222	2.3947	2.3069	2.2426	2.1931	2.1539	2.1220	2.0954	2.0537	2.0095	1.9625	1.9377	1.9119	1.8852	1.8572	1.8280	1.7973
15	3.0732	2.6952	2.4898	2.3614	2.2730	2.2081	2.1582	2.1185	2.0862	2.0593	2.0171	1.9722	1.9243	1.8990	1.8728	1.8454	1.8168	1.7867	1.7551
16	3.0481	2.6682	2.4618	2.3327	2.2438	2.1783	2.1280	2.0880	2.0553	2.0281	1.9854	1.9399	1.8913	1.8656	1.8388	1.8108	1.7816	1.7507	1.7182
17	3.0262	2.6446	2.4374	2.3077	2.2183	2.1524	2.1017	2.0613	2.0284	2.0009	1.9577	1.9117	1.8624	1.8362	1.8090	1.7805	1.7506	1.7191	1.6856
18	3.0070	2.6239	2.4160	2.2858	2.1958	2.1296	2.0785	2.0379	2.0047	1.9770	1.9333	1.8868	1.8368	1.8103	1.7827	1.7537	1.7232	1.6910	1.6567
19	2.9899	2.6056	2.3970	2.2663	2.1760	2.1094	2.0580	2.0171	1.9836	1.9557	1.9117	1.8647	1.8142	1.7873	1.7592	1.7298	1.6988	1.6659	1.6308
20	2.9747	2.5893	2.3801	2.2489	2.1582	2.0913	2.0397	1.9985	1.9649	1.9367	1.8924	1.8449	1.7938	1.7667	1.7382	1.7083	1.6768	1.6433	1.6074
21	2.9609	2.5746	2.3649	2.2333	2.1423	2.0751	2.0232	1.9819	1.9480	1.9197	1.8750	1.8272	1.7756	1.7481	1.7193	1.6890	1.6569	1.6228	1.5862
22	2.9486	2.5613	2.3512	2.2193	2.1279	2.0605	2.0084	1.9668	1.9327	1.9043	1.8593	1.8111	1.7590	1.7312	1.7021	1.6714	1.6389	1.6042	1.5668
23	2.9374	2.5493	2.3387	2.2065	2.1149	2.0472	1.9949	1.9531	1.9189	1.8903	1.8450	1.7964	1.7439	1.7159	1.6864	1.6554	1.6224	1.5871	1.5490
24	2.9271	2.5383	2.3274	2.1949	2.1030	2.0351	1.9826	1.9407	1.9063	1.8775	1.8319	1.7831	1.7302	1.7019	1.6721	1.6407	1.6073	1.5715	1.5327
25	2.9177	2.5283	2.3170	2.1843	2.0922	2.0241	1.9714	1.9292	1.8947	1.8658	1.8200	1.7708	1.7175	1.6890	1.6589	1.6272	1.5934	1.5570	1.5176
26	2.9091	2.5191	2.3075	2.1745	2.0822	2.0139	1.9610	1.9188	1.8841	1.8550	1.8090	1.7596	1.7059	1.6771	1.6468	1.6147	1.5805	1.5437	1.5036
27	2.9012	2.5106	2.2987	2.1655	2.0730	2.0045	1.9515	1.9091	1.8743	1.8451	1.7989	1.7492	1.6951	1.6662	1.6356	1.6032	1.5686	1.5313	1.4906
28	2.8939	2.5028	2.2906	2.1571	2.0645	1.9959	1.9427	1.9001	1.8652	1.8359	1.7895	1.7395	1.6852	1.6560	1.6252	1.5925	1.5575	1.5198	1.4784
29	2.8871	2.4955	2.2831	2.1494	2.0566	1.9878	1.9345	1.8918	1.8568	1.8274	1.7808	1.7306	1.6759	1.6465	1.6155	1.5825	1.5472	1.5090	1.4670
30	2.8807	2.4887	2.2761	2.1422	2.0492	1.9803	1.9269	1.8841	1.8490	1.8195	1.7727	1.7223	1.6673	1.6377	1.6065	1.5732	1.5376	1.4989	1.4564
40	2.8354	2.4404	2.2261	2.0909	1.9968	1.9269	1.8725	1.8289	1.7929	1.7627	1.7146	1.6624	1.6052	1.5741	1.5411	1.5056	1.4672	1.4248	1.3769
60	2.7914	2.3932	2.1774	2.0410	1.9457	1.8747	1.8194	1.7748	1.7380	1.7070	1.6574	1.6034	1.5435	1.5107	1.4755	1.4373	1.3952	1.3476	1.2915
120	2.7478	2.3473	2.1300	1.9923	1.8959	1.8238	1.7675	1.7220	1.6943	1.6524	1.6012	1.5450	1.4821	1.4472	1.4094	1.3676	1.3203	1.2646	1.1926
∞	2.7055	2.3026	2.0838	1.9449	1.8473	1.7741	1.7167	1.6702	1.6315	1.5987	1.5458	1.4871	1.4206	1.3832	1.3419	1.2951	1.2400	1.1686	1.0000

Tabela 8 — Kritične vrednosti parametra F za $\alpha = 5\%$

$\frac{v_1}{v_2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	248.01	249.05	250.09	251.14	252.20	253.25	254.32
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385	19.396	19.413	19.429	19.446	19.454	19.462	19.471	19.479	19.487	19.496
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8868	8.8452	8.8123	8.7855	8.7446	8.7029	8.6602	8.6385	8.6166	8.5944	8.5720	8.5494	8.5265
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3883	6.2560	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	5.9644	5.9117	5.8578	5.8025	5.7744	5.7459	5.7170	5.6878	5.6581	5.6281
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351	4.6777	4.6188	4.5581	4.5272	4.4957	4.4638	4.4314	4.3984	4.3650
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2066	4.1468	4.0990	4.0600	3.9999	3.9381	3.8742	3.8415	3.8082	3.7743	3.7398	3.7047	3.6688
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	3.6365	3.5747	3.5108	3.4445	3.4105	3.3758	3.3404	3.3043	3.2674	3.2298
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8378	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472	3.2840	3.2184	3.1503	3.1152	3.0794	3.0428	3.0053	2.9669	2.9276
9	5.1174	4.2565	3.8626	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373	3.0729	3.0061	2.9365	2.9005	2.8637	2.8259	2.7872	2.7475	2.7067
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782	2.9130	2.8450	2.7740	2.7372	2.6996	2.6609	2.6211	2.5801	2.5379
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962	2.8536	2.7876	2.7186	2.6464	2.6090	2.5705	2.5309	2.4901	2.4480	2.4045
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964	2.7534	2.6866	2.6169	2.5436	2.5055	2.4663	2.4259	2.3842	2.3410	2.2962
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144	2.6710	2.6037	2.5331	2.4589	2.4202	2.3803	2.3392	2.2966	2.2524	2.2064
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458	2.6021	2.5342	2.4630	2.3879	2.3487	2.3082	2.2664	2.2230	2.1778	2.1307
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876	2.5437	2.4753	2.4035	2.3275	2.2878	2.2468	2.2043	2.1601	2.1141	2.0658
16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377	2.4935	2.4247	2.3522	2.2756	2.2354	2.1938	2.1507	2.1058	2.0589	2.0096
17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943	2.4499	2.3807	2.3077	2.2304	2.1898	2.1477	2.1040	2.0584	2.0107	1.9604
18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563	2.4117	2.3421	2.2686	2.1906	2.1497	2.1071	2.0629	2.0166	1.9681	1.9168
19	4.3808	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227	2.3779	2.3080	2.2341	2.1555	2.1141	2.0712	2.0264	1.9796	1.9302	1.8780
20	4.3513	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928	2.3479	2.2776	2.2033	2.1242	2.0825	2.0391	1.9938	1.9464	1.8963	1.8432
21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4876	2.4205	2.3661	2.3210	2.2504	2.1757	2.0960	2.0540	2.0102	1.9645	1.9165	1.8657	1.8117
22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419	2.2967	2.2258	2.1508	2.0707	2.0283	1.9842	1.9380	1.8895	1.8380	1.7831
23	4.2793	3.4221	3.0280	2.7955	2.6400	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201	2.2747	2.2036	2.1282	2.0476	2.0050	1.9605	1.9139	1.8649	1.8128	1.7570
24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002	2.2547	2.1834	2.1077	2.0267	1.9838	1.9390	1.8920	1.8424	1.7897	1.7331
25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.6030	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821	2.2365	2.1649	2.0889	2.0075	1.9643	1.9192	1.8718	1.8217	1.7684	1.7110
26	4.2252	3.3690	2.9751	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655	2.2197	2.1479	2.0716	1.9898	1.9464	1.9010	1.8533	1.8027	1.7488	1.6906
27	4.2100	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501	2.2043	2.1323	2.0558	1.9736	1.9299	1.8842	1.8361	1.7851	1.7307	1.6717
28	4.1960	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.2360	2.1900	2.1179	2.0411	1.9586	1.9147	1.8687	1.8203	1.7689	1.7138	1.6541
29	4.1830	3.3277	2.9340	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2782	2.2229	2.1768	2.1045	2.0275	1.9446	1.9005	1.8543	1.8055	1.7537	1.6981	1.6377
30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107	2.1646	2.0921	2.0148	1.9317	1.8874	1.8409	1.7918	1.7396	1.6835	1.6223
40	4.0848	3.2317	2.8387	2.6060	2.4495	2.3359	2.2490	2.1802	2.1240	2.0772	2.0035	1.9245	1.8389	1.7929	1.7444	1.6928	1.6373	1.5766	1.5089
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2540	2.1665	2.0970	2.0401	1.9926	1.9174	1.8364	1.7480	1.7001	1.6491	1.5943	1.5343	1.4673	1.3893
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4472	2.2900	2.1750	2.0867	2.0164	1.9588	1.9105	1.8337	1.7505	1.6587	1.6084	1.5543	1.4952	1.4290	1.3519	1.2539
∞	3.8415	2.9957	2.6049	2.3719	2.2141	2.0986	2.0096	1.9384	1.8799	1.8307	1.7522	1.6664	1.5705	1.5173	1.4591	1.3940	1.3180	1.2214	1.0000

Tabela 9 — Kritične vrednosti parametra F za $\alpha = 1\%$

$\frac{v_1}{v_2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052.2	4999.5	5403.3	5624.6	5763.7	5859.0	5928.3	5981.6	6022.5	6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6234.6	6260.7	6286.8	6313.0	6339.4	6366.0
2	98.503	99.000	99.166	99.249	99.299	99.332	99.356	99.374	99.388	99.399	99.416	99.432	99.449	99.458	99.466	99.474	99.483	99.491	99.501
3	34.116	30.817	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345	27.229	27.052	26.872	26.690	26.598	26.505	26.411	26.316	26.221	26.125
4	21.198	18.000	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659	14.546	14.374	14.198	14.020	13.929	13.838	13.745	13.652	13.558	13.463
5	16.258	13.274	12.060	11.392	10.967	10.672	10.456	10.289	10.158	10.051	9.8883	9.7222	9.5527	9.4665	9.3793	9.2912	9.2020	9.1118	9.0204
6	13.745	10.925	9.7795	9.1483	8.7459	8.4661	8.2600	8.1016	7.9761	7.8741	7.7183	7.5590	7.3958	7.3127	7.2285	7.1432	7.0568	6.9690	6.8801
7	12.246	9.5466	8.4513	7.8467	7.4604	7.1914	6.9928	6.8401	6.7188	6.6201	6.4691	6.3143	6.1554	6.0743	5.9921	5.9084	5.8236	5.7372	5.6495
8	11.259	8.6491	7.5910	7.0060	6.6318	6.3707	6.1776	6.0289	5.9106	5.8143	5.6668	5.5151	5.3591	5.2793	5.1981	5.1156	5.0316	4.9460	4.8588
9	10.561	8.0215	6.9919	6.4221	6.0569	5.8018	5.6129	5.4671	5.3511	5.2565	5.1114	4.9621	4.8080	4.7290	4.6486	4.5667	4.4831	4.3978	4.3105
10	10.044	7.5594	6.5523	5.9943	5.6363	5.3858	5.2001	5.0567	4.9424	4.8492	4.7059	4.5582	4.4054	4.3269	4.2469	4.1653	4.0819	3.9965	3.9090
11	9.6460	7.2057	6.2167	5.6683	5.3160	5.0692	4.8861	4.7445	4.6315	4.5393	4.3974	4.2509	4.0990	4.0209	3.9411	3.8596	3.7761	3.6904	3.6025
12	9.3302	6.9266	5.9526	5.4119	5.0643	4.8206	4.6395	4.4994	4.3875	4.2961	4.1553	4.0096	3.8584	3.7805	3.7008	3.6192	3.5355	3.4494	3.3608
13	9.0738	6.7010	5.7394	5.2053	4.8616	4.6204	4.4410	4.3021	4.1911	4.1003	3.9603	3.8154	3.6646	3.5868	3.5070	3.4253	3.3413	3.2549	3.1654
14	8.8616	6.5149	5.5639	5.0354	4.6950	4.4558	4.2779	4.1399	4.0297	3.9394	3.8001	3.6557	3.5052	3.4274	3.3476	3.2656	3.1813	3.0947	3.0040
15	8.6831	6.3589	5.4170	4.8932	4.5556	4.3183	4.1415	4.0045	3.8948	3.8049	3.6662	3.5222	3.3719	3.2940	3.2141	3.1319	3.0471	2.9595	2.8684
16	8.5310	6.2262	5.2922	4.7726	4.4374	4.2016	4.0259	3.8896	3.7804	3.6909	3.5527	3.4089	3.2588	3.1808	3.1007	3.0182	2.9330	2.8447	2.7528
17	8.3997	6.1121	5.1850	4.6690	4.3359	4.1015	3.9267	3.7910	3.6822	3.5931	3.4552	3.3117	3.1615	3.0835	3.0032	2.9205	2.8348	2.7459	2.6530
18	8.2854	6.0129	5.0919	4.5790	4.2479	4.0146	3.8406	3.7054	3.5971	3.5082	3.3706	3.2273	3.0771	2.9990	2.9185	2.8354	2.7493	2.6597	2.5660
19	8.1850	5.9259	5.0103	4.5003	4.1708	3.9386	3.7653	3.6305	3.5225	3.4338	3.2965	3.1533	3.0031	2.9249	2.8442	2.7608	2.6742	2.5839	2.4893
20	8.0960	5.8489	4.9382	4.4307	4.1027	3.8714	3.6987	3.5644	3.4567	3.3682	3.2311	3.0880	2.9377	2.8594	2.7785	2.6947	2.6077	2.5168	2.4212
21	8.0166	5.7804	4.8740	4.3688	4.0421	3.8117	3.6396	3.5056	3.3981	3.3098	3.1729	3.0299	2.8796	2.8011	2.7200	2.6359	2.5484	2.4568	2.3603
22	7.9454	5.7190	4.8166	4.3134	3.9880	3.7583	3.5867	3.4530	3.3458	3.2576	3.1209	2.9780	2.8274	2.7488	2.6675	2.5831	2.4951	2.4029	2.3055
23	7.8811	5.6637	4.7649	4.2635	3.9392	3.7102	3.5390	3.4057	3.2986	3.2106	3.0740	2.9311	2.7805	2.7017	2.6202	2.5355	2.4471	2.3542	2.2559
24	7.8229	5.6136	4.7181	4.2184	3.8951	3.6667	3.4959	3.3629	3.2560	3.1681	3.0316	2.8887	2.7380	2.6591	2.5773	2.4923	2.4035	2.3099	2.2107
25	7.7698	5.5680	4.6755	4.1774	3.8550	3.6272	3.4568	3.3239	3.2172	3.1294	2.9931	2.8502	2.6993	2.6203	2.5383	2.4530	2.3637	2.2695	2.1694
26	7.7213	5.5263	4.6366	4.1400	3.8183	3.5911	3.4210	3.2884	3.1818	3.0941	2.9579	2.8150	2.6640	2.5848	2.5026	2.4170	2.3273	2.2325	2.1315
27	7.6767	5.4881	4.6009	4.1056	3.7848	3.5580	3.3882	3.2558	3.1494	3.0618	2.9256	2.7827	2.6316	2.5522	2.4699	2.3840	2.2938	2.1984	2.0965
28	7.6356	5.4529	4.5681	4.0740	3.7539	3.5276	3.3581	3.2259	3.1195	3.0320	2.8959	2.7530	2.6017	2.5223	2.4397	2.3535	2.2629	2.1670	2.0642
29	7.5976	5.4205	4.5378	4.0449	3.7254	3.4995	3.3302	3.1982	3.0920	3.0045	2.8685	2.7256	2.5742	2.4946	2.4118	2.3253	2.2344	2.1378	2.0342
30	7.5625	5.3904	4.5097	4.0179	3.6990	3.4735	3.3045	3.1726	3.0665	2.9791	2.8431	2.7002	2.5487	2.4689	2.3860	2.2992	2.2079	2.1107	2.0062
40	7.3141	5.1785	4.3126	3.8283	3.5138	3.2910	3.1238	2.9930	2.8876	2.8005	2.6648	2.5216	2.3689	2.2880	2.2034	2.1142	2.0194	1.9172	1.8047
60	7.0771	4.9774	4.1259	3.6491	3.3389	3.1187	2.9530	2.8233	2.7185	2.6318	2.4961	2.3523	2.1978	2.1154	2.0285	1.9360	1.8363	1.7263	1.6006
120	6.8510	4.7865	3.9493	3.4796	3.1735	2.9559	2.7918	2.6629	2.5586	2.4721	2.3363	2.1915	2.0346	1.9500	1.8600	1.7628	1.6557	1.5330	1.3805
∞	6.6349	4.6052	3.7816	3.3192	3.0173	2.8020	2.6393	2.5113	2.4073	2.3209	2.1848	2.0385	1.8783	1.7908	1.6964	1.5923	1.4730	1.3246	1.0000

Literatura

1. G. W. Snedecor. Statistical methods, 5. izd., Iowa State University Press, Ames, 1965, Iowa, USA
2. C. A. Bennet, N. L. Franklin. Statistical analysis, John Wiley, London 1963
3. N. L. Johnson, F. C. Leone. Statistics and experimental design, Vol. II, John Wiley, London 1964
4. O. L. Davies. Statistical methods in research and production, Oliver and Boyd, London 1961
5. E. B. Wilson. An introduction to scientific research, McGraw-Hill, New York 1952
6. A. E. Waugh. Statistical Tables and problems, III. izd., McGraw-Hill, New York 1952
7. W. Volk. Applied statistics for engineers, McGraw-Hill, New York 1958
8. W. J. Youden. Statistical methods for chemistry, John Wiley, London 1951
9. R. L. Anderson, T. A. Bancroft. Statistical theory in research, McGraw-Hill, New York 1952
10. R. A. Fisher. Statistical methods for research workers, Oliver and Boyd, Edinburgh 1925—1950
11. J. Rodič. Metode matematične statistike, skripta seminarja I, II in priročnik I, II, Metalburo Zagreb 1964

ZUSAMMENFASSUNG

Mit der Entwicklung von Methoden der mathematischen Statistik, vor allem aber mit der Verbreitung der Verwendung von elektronischen Rechnern bekommen spezielle Methoden der Wertung und Verarbeitung der Resultate der Qualitätskontrolle besondere Geltung. Eine besondere Bedeutung und wirtschaftlich-technische Wirksamkeit bieten solche Methoden bei der Planung der Untersuchungen.

Der Artikel beschreibt die statistische Methode der Varianzanalyse. Für mehrere Varianten dieser Methode sind Programme auf dem elektronischen Rechner ZUSE Z-23 ausgearbeitet worden.

Der Zweck des Artikels ist, die Variantenmethode in solcher Form zu zeigen, dass sie dem breitesten Kreise des technischfachmännischen Personals in der Erzeugung, in

der Kontrolle und in den Forschungen zugänglich sein wird. Damit sollte der Artikel seinen Anteil in der Übereinstimmung der Untersuchung- und Entwicklungsarbeit mit den modernsten Methoden und der allgemeinen Verbreitung der Verwendung von mathematisch-statistischen Methoden und der elektronischen Rechner bei der Lösung der technischen Probleme beigetragen haben.

In diesem Sinne ist der Artikel in der Form der einfachen Anleitung zur Aufgabenplanung, die Vorbereitung der Unterlagen und der Erklärung der Resultate geschrieben worden.

Die Berechnung der Varianzanalyse mit Verwendung des elektronischen Rechners ist so jedem zugänglich. Zur Vertiefung der Kenntnisse und Studium der theoretischen Grundlagen wurde die Literatur angeführt.

SUMMARY

Advanced methods of mathematical statistics and availability of computers offer a possibility for a special treatment of results in quality control. These methods are very effective when planning the research work.

The article describes the statistical method for analysis of variances. For several modifications of this method a program for computer ZUSE Z-23 has been prepared.

The purpose of this article is to present the method in such a form that could be used by people in production, control and research. Therefore, the article promotes the application of mathematical statistics and computers for the solution of technical problems.

Instructions for planning, data collection and evaluation of results are presented in a simple manner. For the advanced study a list of references is given.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С развитием методов математической статистики, особенно с расширением употребления электронных счётчиков возникли специальные методы оценки и обработки результатов качественного контроля. Особое значение и экономическо-технический эффект представляют эти методы при планировании исследований.

В статье описан статистический метод анализа дисперсии. Для несколько вариантов этого метода выработаны программы при помощи счётчика.

Цель статьи представить метод анализа дисперсии в форме доступной широкому кругу техников-специалистов в производстве, контроле и исследовании и согласовать работы исследования и развития с методами математической статистики применением электронных счётчиков при решении технических проблем.

Поэтому статья написана в форме простой инструкции для планирования задач, приготовления данных и объяснения результатов. Вычисление анализа дисперсии с употреблением счётчика таким образом каждому доступно. Для расширения знания и изучения теоретических основ приведена необходимая литература.