



## ZAKLJUČNO POROČILO O REZULTATIH RAZISKOVALNEGA PROGRAMA

(za obdobje 1. 1. 2009 - 31. 12. 2014)

### A. PODATKI O RAZISKOVALNEM PROGRAMU

#### 1. Osnovni podatki o raziskovalnem programu

<b>Šifra programa</b>	P1-0222	
<b>Naslov programa</b>	Algebra v teoriji operatorjev in finančna matematika Algebra in operator theory and financial mathematics	
<b>Vodja programa</b>	9573 Matjaž Omladič	
<b>Obseg raziskovalnih ur (vključno s povečanjem financiranja v letu 2014)</b>	22440	
<b>Cenovni razred</b>	A	
<b>Trajanje programa</b>	01.2009 - 12.2014	
<b>Izvajalci raziskovalnega programa (javne raziskovalne organizacije - JRO in/ali RO s koncesijo)</b>	101 Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko	
<b>Raziskovalno področje po šifrantu ARRS</b>	1	NARAVOSLOVJE
	1.01	Matematika
<b>Družbeno-ekonomski cilj</b>	13.01	Naravoslovne vede - RiR financiran iz drugih virov (ne iz SUF)
<b>Raziskovalno področje po šifrantu FOS</b>	1	Naravoslovne vede
	1.01	Matematika

### B. REZULTATI IN DOSEŽKI RAZISKOVALNEGA PROGRAMA

#### 2. Povzetek raziskovalnega programa<sup>1</sup>

SLO

Raziskovalni program obsega raziskave na področju algebре in teorije operatorjev, poleg tega pa bomo preučevali tudi uporabe teh dveh znanstvenih disciplin v finančni matematiki. Glavna

podpodročja naših raziskav segajo v teorijo grup, realno algebraično geometrijo, teorijo ohranjevalcev in operatorjev na Banachovih prostorih, teorijo polkolobarjev in univerzalno algebro, na področju finančne matematike pa se bomo ukvarjali predvsem s stohastično analizo.

V teoriji grup bomo razvijali homološke metode za študij problema Emmy Noether in iskali uporabe v algebraični geometriji in K-teoriji. V realni algebraični geometriji bomo iskali rešitve klasičnih problemov iskanja ekstremnih vrednosti hermitskih elementov dane algebri na semialgebraičnih množicah. Raziskali bomo uporabe dobljenih rešitev v teoriji kontrole sistemov in optimizaciji. Študirali bomo lastnosti operatorjev in polgrup operatorjev, poleg tega pa bomo raziskovali preslikave, ki ohranjajo predpisane lastnosti. Razvijali bomo strukturno teorijo polkolobarjev in preučevali posplošitve Stoneove dualnosti v univerzalni algebri. Iskali bomo uporabe naših rezultatov v finančni matematiki, poleg tega pa bomo na tem področju raziskovalni slučajne procese, porojene s stohastičnimi parcialnimi diferencialnimi enačbami.

ANG

The research program will focus on research in algebra and operator theory, and will explore their applications in financial mathematics. The main fields of research include group theory, real algebraic geometry, preserver theory and the theory of operators on Banach spaces, semiring theory and universal algebra. In financial mathematics we will conduct research on stochastic analysis.

Within group theory we will be developing new homological methods for solving Noether's problem, and their applications in algebraic geometry and K-theory will be explored. The research in real algebraic geometry will focus on finding extreme values of hermitian elements of given algebras on semialgebraic sets. Applications in control theory and optimization will be explored. We will be studying properties of operators on Banach spaces and semigroups of such operators. In addition to that, we will be describing maps preserving various prescribed algebraic properties. A part of our work will consist of developing structural theory of semirings, and exploring various generalizations of Stone duality within universal algebra. An important goal will be to find applications of our results in financial mathematics, where, in particular, we will study random processes induced by stochastic partial differential equations.

### **3.Poročilo o realizaciji predloženega programa dela na raziskovalnem programu, (vključno s predloženim dopolnjenim programom dela v primeru povečanja financiranja raziskovalnega programa v letu 2014)<sup>2</sup>**

SLO

Glavna raziskovalna področja znotraj programske skupine so realna algebraična geometrija, teorija operatorjev, teorija grup in uporabe, študij algebraičnih struktur, kot so mreže, kolobarji ipd. in finančna matematika.

Del programske skupine (Cimprič, Klep, Cafuta) se je ukvarjal z nekomutativnimi posplošitvami izrekov o pozitivnosti in o problemih momentov na semialgebraičnih množicah, in sicer tako s teoretičnega kot z računskega vidika. Naša skupina spada med najboljše tri v svetu na tem področju, ki se imenuje Nekomutativna realna algebraična geometrija.

Naši najpomembnejši dosežki so: (1) Dokazali smo Krivine-Stenglove in Schmuedgen-Putinarjeve izreke o pozitivnosti za matrične polinome. (2) Dokazali smo enostranski realni izrek o ničlah in sicer tako za proste \*-algebre kot tudi za matrične polinome. (3) Dokazali smo konveksni izrek o pozitivnosti za proste algebre.

Naši najbolj uporabni dosežki so: (1) Razvoj programskih orodij za nekomutativno optimizacijo prostih polinomov ter kvantnih in Weylovi polinomov. (2) Razvili smo nelinearno dualnostno teorijo za semidefinitno programiranje, ki deluje tudi kadar niso izpolnjene običajne tehnične predpostavke.

Primož Moravec je nadaljeval s študijem Schurovih multiplikatorjev grup. Našel je uporabo te

konstrukcije pri študiju problema Emmy Noether iz algebraične geometrije. Odkril je homološki opis nerazvejenih Brauerjevih grup in s pomočjo tega rešil trideset let star problem, ki ga je zastavil Bogomolov. Razvil je računalniška orodja za izračun multiplikatorjev Bogomolova, kar je omogočilo nov zagon teorije. Njegovi dosežki na tem področju so bili s strani ARRS izbrani med izjemne dosežke za leto 2012.

Kot del raziskovalnega programa je Primož Potočnik raziskoval povezavo med amalgami grup in lokalno ločno tranzitivnimi grafi. Med drugim je poiskal vse amalgame indeksov (4,2) in (4,3). Dobljene rezultate je uporabil za konstrukcijo polnega seznama majhnih 2-ločno tranzitivnih grafov valence 4 ter lokalno ločno tranzitivnih grafov valence (4,3) s trivialnim povezavnim jedrom.

Poševne Booleove algebre predstavljajo nekomutativno različico algebraičnih struktur, ki jih srečamo v Stoneovi dualnosti, in kot takšne pomenijo naravno izhodišče za raziskovanje pojma nekomutativnega prostora. Po rezultatu, ki sta ga dokazala Bauer in Cvetko Vah, so poševne Booleove algebre dualne snopom na prostorih, ki nastopajo v originalni Stoneovi dualnosti za Booleove algebre. Dobljeni rezultat pojasni, kako se nekomutativnost odraža na geometrijski strani: običajni prostori so obogateni v snope oz. étale preslikave. Kot geometrijski objekti predstavljajo elementi poševnih Booleovih algeber delne preslikave, opremljene z operacijama "povozi" (override) in "zožitev". Algebre delnih funkcij so centralne na mnogih področjih teoretičnega računalništva, vključno s teorijo domen, kjer igrata operacijski "povozi" in "zožitev" pomembno vlogo. Dobljena dualnost torej identificira poševne Booleove algebre kakor algebraični analog struktur, ki so temeljnega pomena v računalništvu.

Na področju teorije kolobarjev je del raziskovalne skupine (Dolžan, Oblak) dosegel rezultate, kot so karakterizacija obrnljivih matrik nad antinegativnimi polkolobarji, kar je bilo poprej znano le v primeru, ko je bil polkolobar brez deliteljev nič. Poleg tega nam je uspelo izračunati diametre grafov komutativnosti za velik razred polkolobarjev (polkolobarji z delitelji nič, tropski polkolobar, Boolov polkolobar).

Z mednarodno ekipo sodelavcev smo razvijali metode operatorskih polgrup za študij transportne in difuzijske enačbe v omrežjih. Najpomembnejši dosežek je razvoj dveh novih pristopov za obravnavo neavtonomnih (tj. časovno odvisnih) problemov.

Del raziskovalne skupine je študiral refleksivnost in hiperrefleksivnost prostorov operatorjev. Študirali smo tudi grafe komutativnosti za algebro omejenih linearnih operatorjev na kompleksnem Hilbertovem prostoru in kvazimultiplikatorje na Banachovih modulih. V Banachovih prostorih smo študirali tudi trikotljivost polgrup operatorjev, v katerih ima vsak komutator rang kvečemu 1.

Pomemben del raziskovanja v naši skupini je predstavljal študij ohranjevalcev. Tako smo klasificirali bijektivne ohranjevalce kvazikomutativnosti v obeh smereh na algebi vseh kvadratnih matrik dane velikosti nad kompleksnimi števili. V tej smeri smo obravnavali tudi medsebojne komutativnostne relacije operatorjev na končno dimenzionalnem Hilbertovem prostoru.

Izračun matematičnega upanja neke testne funkcije slučajnega procesa, porojenega s stohastično (parcialno) diferencialno enačbo (S(P)DE), v določenem fiksni časovni trenutku je v finančni matematiki ključno za vrednotenje izvedenih finančnih instrumentov pri do tveganja nevtralni meri. Kuburne sheme in njihova podzvrst razcepne sheme predstavljajo razred numeričnih metod višjega reda za izračun omenjenega matematičnega upanja. S pomočjo tehnik iz proste Lieeve algebре in iz operatorskih polgrup smo razširili ekstrapolacijo simetriziranega Lie-Trotterjevega razcepa in Fujiwarovega razcepa do poljubnega numeričnega reda, če so le vektorska polja v S(P)DE in testna funkcija primerno gladki z omejenimi odvodi. Z uvedbo uteženih funkcijskih prostorov smo koncept kuburnih shem smo razširili na npr. eksponentno in polinomsко rastočе testne funkcije in vektorska polja in jih s tem naredili uporabne v primerih iz dejanske prakse.

**4.Ocena stopnje realizacije programa dela na raziskovalnem programu in zastavljenih raziskovalnih ciljev<sup>3</sup>***SLO*

Glede na zgoraj navedeno lahko upravičeno trdimo, da smo zastavljene cilje povsem dosegli in v marsičem celo presegli. Kot je razvidno iz celotne bibliografije članov programske skupine, smo, poleg rezultatov, ki sodijo na ožje raziskovalno področje, dosegli tudi veliko rezultatov s širšega področja teoretične in uporabne matematike (kjer je potrebno predvsem izpostaviti dosežke na področju matematične biologije in finančne matematike), ki so jih člani skupine poleg z objavami predstavljal mednarodni matematični javnosti tudi s predavanji na konferencah in vabljenimi predavanji na tujih univerzah. S tem smo skrbeli za pretok matematičnega znanja med Slovenijo in svetom.

**5.Utemeljitev morebitnih sprememb programa raziskovalnega programa oziroma sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave programske skupine v letu 2014<sup>4</sup>***SLO*

Ni bilo sprememb.

**6.Najpomembnejši znanstveni rezultati programske skupine<sup>5</sup>**

Znanstveni dosežek				
1.	COBISS ID		16636249	Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i>	Nekomutativni realni izrek o ničlah ustreza nekomutativnemu realnemu idealu: algoritmi	
		<i>ANG</i>	A noncommutative real nullstellensatz corresponds to a noncommutative real ideal: algorithms	
	Opis	<i>SLO</i>	Članek posploši klasični realni izrek o ničlah Duboisa in Rislerja na leve ideale v prostih algebrah z involucijo $\mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ , kjer je $x = (x_1, \dots, x_n)$ . Najprej uvedemo pojma (nekomutativne) množice ničel levega idealja in realnega levega idealja. Nato dokažemo, da vsak element iz $\mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ je množica ničel vsebulje presek množic ničel elementov iz končne podmnožice $S$ v $\mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ izračuna najmanjši realni levi ideal, ki vsebuje množico $S$ . Dokažemo tudi, da se algoritem ustavi v končnem številu korakov. Definicije in nekateri rezultati se posplošijo tudi na druge $\ast$ -algebre. Kot primer obravnavamo realne leve ideale v $M_n(\mathbb{R}[x_1])$ .	
		<i>ANG</i>	This article extends the classical Real Nullstellensatz of Dubois and Risler to left ideals in free $\ast$ -algebras $\mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ with $x = (x_1, \dots, x_n)$ . First, we introduce notions of the (noncommutative) zero set of a left ideal and of a real left ideal. We prove that every element from $\mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ whose zero set contains the intersection of zero sets of elements from a finite subset $S$ of $\mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ belongs to the smallest real left ideal containing $S$ . Next, we give an implementable algorithm, which for every finite $S \subset \mathbb{R} \langle x, x^{\ast} \rangle$ , computes the smallest real left ideal containing $S$ , and prove that the algorithm succeeds in a finite number of steps. Our definitions and some of our results also work for other $\ast$ -algebras. As an example, we treat real left ideals in $M_n(\mathbb{R}[x_1])$ .	
	Objavljen v	Clarendon Press; Proceedings of the London Mathematical Society; 2013; Vol. 106, iss. 5; str. 1060-1086; Impact Factor: 1.121; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; A': 1; WoS: PQ; Avtorji /		

		Authors: Cimprič Jaka, Helton J. William, McCullough Scott, Nelson Christopher
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
2.	COBISS ID	16521305   Vir: COBISS.SI
	Naslov	<p>SLO Nerazvezane Brauerjeve grupe končnih in neskončnih grup</p> <p>ANG Unramified Brauer groups of finite and infinite groups</p>
	Opis	<p>SLO Multiplikator Bogomolova je grupno teoretična invarianta, ki je izomorfna nerazvejeni Brauerjevi grupei danega kvocientnega prostora. V članku izpeljemo homološko različico te invariante, dokažemo Hopfovo formulo in opišemo njeno vlogo v teoriji centralnih razširitev. Podamo nov opis multiplikatorja Bogomolova za grupe, ki so nilpotentne razreda 2. Poleg tega definiramo multiplikator Bogomolova v kontekstu K-teorije in pokažemo, da je problem trivialnosti te invariante ekvivalenten znanemu odprtemu problemu iz K-teorije, ki ga je zastavil Bass. Na koncu opišemo algoritem za računanje multiplikatorja Bogomolova.</p> <p>ANG The Bogomolov multiplier is a group theoretical invariant isomorphic to the unramified Brauer group of a given quotient space. We derive a homological version of the Bogomolov multiplier, prove a Hopf-type formula, find a five term exact sequence corresponding to this invariant, and describe the role of the Bogomolov multiplier in the theory of central extensions. A new description of the Bogomolov multiplier of a nilpotent group of class two is obtained. We define the Bogomolov multiplier within K-theory and show that proving its triviality is equivalent to solving a long-standing problem posed by Bass. An algorithm for computing the Bogomolov multiplier is developed.</p>
	Objavljeno v	Johns Hopkins University Press; American journal of mathematics; 2012; Vol. 134, no. 6; str. 1679-1704; Impact Factor: 1.350; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.673; A': 1; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Moravec Primož
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
3.	COBISS ID	16592985   Vir: COBISS.SI
	Naslov	<p>SLO Matrična relaksacija linearne matrične neenakosti</p> <p>ANG The matricial relaxation of a linear matrix inequality</p>
	Opis	<p>SLO Članek predstavi matrične relaksacije linearne matrične neenakosti <math>L(x) &gt; 0</math>, pri katerih namesto skalarjev <math>x_j</math> za spremenljivke vstavljamo simetrične matrike <math>X_j</math>. Osrednje spoznanje prispevka je, da je relaksirana LMI dominacija enakovredna klasičnemu problemu iz operatorskih algeber. Namreč problemu, ali je linearna preslikava med vektorskima podprostoroma matričnih algeber "popolnoma pozitivna".</p> <p>ANG Given linear matrix inequalities (LMIs) <math>L_1</math> and <math>L_2</math> it is natural to ask: <math>(Q_1)</math> when does one dominate the other, that is, does <math>L_1(X) \succ 0</math> imply <math>L_2(X) \succ 0</math>? <math>(Q_2)</math> when are they mutually dominant, that is, when do they have the same solution set? The matrix cube problem of Ben-Tal and Nemirovski (SIAM J Optim 12:811-833, 2002) is an example of LMI domination. Hence such problems can be NP-hard. This paper describes a natural relaxation of an LMI, based on substituting matrices for the variables <math>x_j</math>. With this relaxation, the domination questions <math>(Q_1)</math> and <math>(Q_2)</math> have elegant answers, indeed reduce to constructible semidefinite programs. As an example, to test the strength of this relaxation we specialize it to the matrix cube problem and obtain essentially the relaxation given in Ben-Tal and Nemirovski (SIAM J Optim 12:811-833, 2002). Thus our relaxation could be viewed as generalizing it. Assume there is an <math>X</math> such that <math>L_1(X)</math> and <math>L_2(X)</math> are both positive definite,</p>

		<p>and suppose the positivity domain of <math>L_1</math> is bounded. For our "matrix variable" relaxation a positive answer to <math>(Q_1)</math> is equivalent to the existence of matrices <math>V_j</math> such that <math>L_2(x) = V_1^* L_1(x) V_1 + \dots + V_\mu^* L_1(x) V_\mu</math>. As for <math>(Q_2)</math> we show that <math>L_1</math> and <math>L_2</math> are mutually dominant if and only if, up to certain redundancies described in the paper, <math>L_1</math> and <math>L_2</math> are unitarily equivalent. Algebraic certificates for positivity, such as <math>(A_1)</math> for linear polynomials, are typically called Positivstellensätze. The paper goes on to derive a Putinar-type Positivstellensatz for polynomials with a cleaner and more powerful conclusion under the stronger hypothesis of positivity on an underlying bounded domain of the form <math>\{X   L(X) \succ 0\}</math>. An observation at the core of the paper is that the relaxed LMI domination problem is equivalent to a classical problem. Namely, the problem of determining if a linear map <math>\tau</math> from a subspace of matrices to a matrix algebra is "completely positive". Complete positivity is one of the main techniques of modern operator theory and the theory of operator algebras. On one hand it provides tools for studying LMIs and on the other hand, since completely positive maps are not so far from representations and generally are more tractable than their merely positive counterparts, the theory of completely positive maps provides perspective on the difficulties in solving LMI domination problems.</p>
	Objavljen v	North-Holland; Springer; Mathematical programming; 2013; Vol. 138, iss. 1-2; str. 401-445; Impact Factor: 1.984; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.933; A': 1; WoS: EW, PE, PN; Avtorji / Authors: Helton J. William, Klep Igor, McCullough Scott
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
4.	COBISS ID	15997529 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<p>SLO Arhimedski operatorsko teoretični izreki o pozitivnosti</p> <p>ANG Archimedean operator-theoretic Positivstellensätze</p>
	Opis	<p>SLO Dokažemo splošen arhimedski izrek o pozitivnosti za hermitske operatorske polinome. Odtod izpeljemo posplošitve Dritschel-Rovnyakove operatorske verzije Fejer-Rieszovega izreka za trigonometrične polinome v več spremenljivkah, Ambrozie-Vasilescovega in Scherer-Holovega izreka o pozitivnosti ter sorodnih izrekov. Glavni korak v dokazu je posplošitev abstraktnega arhimedskega izreka o pozitivnosti za algebре z involucijo.</p> <p>ANG We prove a general archimedean positivstellensatz for hermitian operator-valued polynomials and show that it implies the multivariate Fejer-Riesz theorem of Dritschel-Rovnyak and positivstellensätze of Ambrozie-Vasilescu and Scherer-Hol. We also obtain several generalizations of these and related results. The proof of the main result depends on an extension of the abstract archimedean positivstellensatz for <math>\ast</math>-algebras that is interesting in its own right.</p>
	Objavljen v	Academic Press; Journal of functional analysis; 2011; Vol. 260, iss. 10; str. 3132-3145; Impact Factor: 1.082; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.678; A': 1; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Cimprič Jaka
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
5.	COBISS ID	15167321 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<p>SLO Invariantni podprostori operatorskih polgrup s komutatorji ranga kvečjemu ena</p> <p>ANG Invariant subspaces for operator semigroups with commutators of rank at most one</p>
		Naj bo $X$ kompleksen Banachov prostor razsežnosti vsaj 2 in naj bo

Opis	<i>SLO</i>	\$\mathcal{S}\$ multiplikativna polgrupa operatorjev na \$X\$ z lastnostjo, da je za vsak par \$\{S,T\} \subset \mathcal{S}\$ rang komutatorja \$ST-TS\$ največ 1. Če polgrupa \$\mathcal{S}\$ ni komutativna, potem dokažemo, da ima netrivialen invarianten podprostor. Kot posledico dobimo trikotljivost polgrupe \$\mathcal{S}\$, kadar jo sestavljam polinomske kompaktni operatorji. Ta rezultat je skupna posplošitev izreka iz [H.Radjavi, P. Rosenthal, From local to global triangularization, J. Funct. Anal. 147 (1997) 443-456] in izreka iz [G. Cigler, R. Drnovšek, D. Kokol-Bukovšek, T. Laffey, M. Omladič, H. Radjavi, P. Rosenthal, Invariant subspaces for semigroups of algebraic operators, J. Funct. Anal. 160 (1998) 452-465].
	<i>ANG</i>	Let \$X\$ be a complex Banach space of dimension at least 2, and let \$\mathcal{S}\$ be a multiplicative semigroup of operators on \$X\$ such that the rank of \$ST-TS\$ is at most 1 for all \$\{S,T\} \subset \mathcal{S}\$. We prove that \$\mathcal{S}\$ has a non-trivial invariant subspace provided it is not commutative. As a consequence we show that \$\mathcal{S}\$ is triangularizable if it consists of polynomially compact operators. This generalizes results from [H. Radjavi, P. Rosenthal, From local to global triangularization, J. Funct. Anal. 147 (1997) 443-456] and [G. Cigler, R. Drnovšek, D. Kokol-Bukovšek, T. Laffey, M. Omladič, H. Radjavi, P. Rosenthal, Invariant subspaces for semigroups of algebraic operators, J. Funct. Anal. 160 (1998) 452-465].
Objavljeno v		Academic Press; Journal of functional analysis; 2009; Vol. 256, iss. 12; str. 4187-4196; Impact Factor: 1.247; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.761; A': 1; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Drnovšek Roman
Tipologija	1.01	Izvirni znanstveni članek

## 7.Najpomembnejši družbeno-ekonomski rezultati programske skupine<sup>6</sup>

	Družbeno-ekonomski dosežek		
1.	COBISS ID	239049984	Vir: vpis v poročilo
	Naslov	<i>SLO</i>	Ars Mathematica Contemporanea. Omladič, Matjaž (član uredniškega odbora 2008-)
		<i>ANG</i>	Ars Mathematica Contemporanea. Omladič, Matjaž (editorial board 2008-)
	Opis	<i>SLO</i>	urednik
		<i>ANG</i>	editor
	Šifra	C.04	Uredništvo mednarodne revije
	Objavljeno v	[Tiskana izd.] Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov, 2008-. ISSN 1855-3966. <a href="http://amc.imfm.si/index.php/amc">http://amc.imfm.si/index.php/amc</a> .	
	Tipologija	3.25	Druga izvedena dela
2.	COBISS ID	14272089	Vir: vpis v poročilo
	Naslov	<i>SLO</i>	Matjaž Omladič, urednik revije Operators and Matrices (2006-)
		<i>ANG</i>	Matjaž Omladič, editor of the journal Operators and Matrices (2006-)
	Opis	<i>SLO</i>	urednik
		<i>ANG</i>	editor
	Šifra	C.04	Uredništvo mednarodne revije
	Objavljeno v	Zagreb: Element, 2007-. ISSN 1846-3886	
	Tipologija	3.25	Druga izvedena dela
3.	COBISS ID	5872128	Vir: vpis v poročilo

	Naslov	<i>SLO</i>	Linear and multilinear algebra. Kuzma, Bojan (član uredniškega odbora 2013-).
		<i>ANG</i>	Linear and multilinear algebra. Kuzma, Bojan (editorial board 2013-).
	Opis	<i>SLO</i>	urednik
		<i>ANG</i>	editor
	Šifra	C.04	Uredništvo mednarodne revije
	Objavljeno v	New York; London: Gordon and Breach, 1973-. ISSN 0308-1087. <a href="http://www.tandfonline.com/loi/glma20">http://www.tandfonline.com/loi/glma20</a> .	
	Tipologija	3.25	Druga izvedena dela
	4.	COBISS ID	16914777   Vir: vpis v poročilo
	Naslov	<i>SLO</i>	Special matrices. Kuzma, Bojan (član uredniškega odbora 2013-).
		<i>ANG</i>	Special matrices. Kuzma, Bojan (editorial board 2013-).
	Opis	<i>SLO</i>	urednik
		<i>ANG</i>	editor
	Šifra	C.04	Uredništvo mednarodne revije
	Objavljeno v	Warsaw: De Gruyter Open, 2013-. <a href="http://www.degruyter.com/view/j/spma">http://www.degruyter.com/view/j/spma</a>	
	Tipologija	3.25	Druga izvedena dela
5.	COBISS ID	26269952	Vir: vpis v poročilo
	Naslov	<i>SLO</i>	Tomaž Košir, urednik revije Rendiconti dell'Istituto di Matematica dell'Universita di Trieste (2008-)
		<i>ANG</i>	Tomaž Košir, editor of the journal Rendiconti dell'Istituto di Matematica dell'Universita di Trieste (2008-)
	Opis	<i>SLO</i>	urednik
		<i>ANG</i>	editor
	Šifra	C.04	Uredništvo mednarodne revije
	Objavljeno v	cobiss	
	Tipologija	3.25	Druga izvedena dela

## 8.Druji pomembni rezultati programske skupine<sup>z</sup>

1. Tomaž Košir, organizator konference The Fifth General Conference on Advanced Mathematical Methods in Finance (AMaMeF 2010), Bled, Slovenija, 2010.
2. Matjaž Omladič, organizator konference The Fifth General Conference on Advanced Mathematical Methods in Finance (AMaMeF 2010), Bled, Slovenija, 2010.
3. Roman Drnovšek je v uredniškem odboru Eastern European Journal of Mathematics:  
<http://www.academicservicesintlcorp.org/EastEuropeanJMath.html>
4. Jaka Cimprič je v uredniškem odboru Journal of Algebraic Statistics:  
<http://jalgstat.com/editorial-board>
5. Organizacija mednarodne konference LAW 11, Kranjska Gora 2011:  
<http://conferences.imfm.si/conferenceDisplay.py?confId=24>

6. Organizacija poletne šole iz finančne matematike, Ljubljana 2011:

<http://conferences2.imfm.si/internalPage.py?pageId=0&confId=2>

7. Image. Kuzma, Bojan (področni urednik 2011-). Pensacola, FL: International Linear Algebra Society, 1988-. ISSN 1533-8991. [COBISS.SI-ID 15113817]

8. Encyclopedia of graphs. Potočnik, Primož (član uredniškega odbora 2012-). Ljubljana: Abelium, raziskave in razvoj, 2012-. ISSN 2335-2825. <http://atlas.gregas.eu>. [COBISS.SI-ID 264926976]

9. POTOČNIK, Primož. How many symmetries can a symmetric graph have?. V: 37th Australian Conference on Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing : the University of Western Australia, December 9-13, 2013. Perth: University of Western Australia, cop. 2013, str. 10. [COBISS.SI-ID 16822873]

## 9.Pomen raziskovalnih rezultatov programske skupine<sup>8</sup>

### 9.1.Pomen za razvoj znanosti<sup>9</sup>

SLO

Rezultati, ki jih dosega programska skupina, so pomembni za razvoj matematične znanosti. Ker se ukvarjamo s problemi, ki so bili zastavljeni v okviru širše matematične skupnosti, pričakujemo, da bodo vzbudili pozornost tudi drugje. Rezultati so še posebej velikega pomena za razvoj algebre in njene uporabe v operatorski teoriji. Tako bodo novi rezultati še nekoliko bolj razkrili strukturo nekaterih družin operatorjev. Pomembni bodo v študiju problema invariantnih podprostorov, komutirajočih matrik, simetrij v grafih, realni algebraični geometriji, abstraktni teoriji grup in polgrup in drugje. Veliko naših rezultatov je v znanstveni srenji že vzbudilo zanimanje, pričakujemo, da bo tako tudi v prihodnje. Uspešno smo nadaljevali in poglobili znanstveno sodelovanje v mednarodnem prostoru. Rezultate smo in bomo objavljali v kvalitetnih znanstvenih revijah, predstavljalni na mednarodnih konferencah in vabljenih predavanjih po tujih univerzah.

ANG

The results of the research group are important for the development of the mathematical sciences. Since we study problems that were raised in the international mathematical community, we expect they will attract a considerable amount of attention. The results are important for the development of algebra and its application to the operator theory. New results will shed light on the structure of certain families of operators. They are also important in the study of invariant subspace problem, study of commuting matrices, symmetries of graphs, real algebraic geometry, abstract theory of groups and semigroups and elsewhere. Many of our results have already attracted a considerable amount of attention. We expect that the same will be the case also for our future results. We successfully continued with scientific collaboration with many mathematicians around the world. We have published our results in the refereed scientific journals, presented them at the international scientific meetings and at invited lectures at foreign universities.

### 9.2.Pomen za razvoj Slovenije<sup>10</sup>

SLO

Člani raziskovalne skupine smo dejavní tudi kot učitelji na univerzi. Tako lahko najnovejše znanstvene rezultate, bodisi lastne bodisi tuje, uspešno prenašamo našim študentom in s tem prispevamo k družbenemu in ekonomskemu razvoju Slovenije. Naši rezultati tvorijo pomemben del slovenske matematične znanosti, ki je fundamentalna za druga področja znanosti. Naši naporji, da bi tudi finančna matematika zaživel v Sloveniji z ustrezno znanstveno podlago, pa bodo imeli dolgoročno pomemben vpliv na delovanje finančnih inštitucij.

ANG

The members of the research group are also university lecturers. This enables us to acquaint our students with the most recent scientific development, either achieved within our group itself or by other researchers, and thus contribute to the socio-economical development of Slovenia. Our achievements constitute an important part of the Slovene mathematical science, which is fundamental for other sciences. Our efforts in developing the scientific foundations of financial mathematics will have considerable impact on financial institutions.

## **10.Zaključena mentorstva članov programske skupine pri vzgoji kadrov v obdobju 1.1.2009-31.12.2014<sup>11</sup>**

### **10.1. Diplome<sup>12</sup>**

vrsta usposabljanja	število diplom
bolonjski program - I. stopnja	92
bolonjski program - II. stopnja	15
univerzitetni (stari) program	54

### **10.2. Magisterij znanosti in doktorat znanosti<sup>13</sup>**

Šifra raziskovalca	Ime in priimek	Mag.	Dr.	MR	
32024	Tina Rudolf	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
33580	Boris Cergol	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
30826	Janez Šter	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
31111	Žiga Povalej	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
32023	Nik Stopar	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
30825	Aleš Toman	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
28255	Kristijan Cafuta	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
29584	Marko Kandić	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
35590	Joao Paulo Pita Da Costa	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
23213	Blaž Mojškerc	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
28586	Gabriel Verret	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
28585	Klemen Šivic	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
25610	Marko Orel	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
0	Vesna Zakošek	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
0	Valentina Herbaj	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
28914	Urška Rihtaršič	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	

Legenda:

**Mag.** - Znanstveni magisterij

**Dr.** - Doktorat znanosti

**MR** - mladi raziskovalec

## **11.Pretok mladih raziskovalcev – zaposlitev po zaključenem usposabljanju<sup>14</sup>**

Šifra raziskovalca	Ime in priimek	Mag.	Dr.	Zaposlitev	
32024	Tina Rudolf	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	C - Gospodarstvo	<input type="button" value="▼"/>
30826	Janez Šter	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	A - raziskovalni zavodi	<input type="button" value="▼"/>

32023	Nik Stopar	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	A - raziskovalni zavodi
30825	Aleš Toman	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod
29584	Marko Kandić	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod
28586	Gabriel Verret	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod
28585	Klemen Šivic	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod

Legenda zaposlitev:

- A** - visokošolski in javni raziskovalni zavodi
- B** - gospodarstvo
- C** - javna uprava
- D** - družbene dejavnosti
- E** - tujina
- F** - drugo

**12. Vključenost raziskovalcev iz podjetij in gostovanje raziskovalcev, podoktorandov ter študentov iz tujine, daljše od enega meseca, v obdobju 1.1.2009-31.12.2014**

Šifra raziskovalca	Ime in priimek	Sodelovanje v programske skupini	Število mesecev
		<input type="text"/>	

Legenda sodelovanja v programske skupini:

- A** - raziskovalec/strokovnjak iz podjetja
- B** - uveljavljeni raziskovalec iz tujine
- C** - študent – doktorand iz tujine
- D** - podoktorand iz tujine

**13. Vključevanje v raziskovalne programe Evropske unije in v druge mednarodne raziskovalne in razvojne programe ter drugo mednarodno sodelovanje v obdobju 1.1.2009-31.12.2014<sup>15</sup>**

*SLO*

Tega sofinanciranja za našo skupino ni bilo.

**14. Vključenost v projekte za uporabnike, ki so v obdobju trajanja raziskovalnega programa (1.1.2009-31.12.2014) potekali izven financiranja ARRS<sup>16</sup>**

*SLO*

2010:

KD Življenje - 16.302 eur (Matjaž Omladič)  
 Abelium d.o.o. - 3.500 eur (Primož Potočnik)  
 NAUK projekt -33.209 eur (Iztok Kavkler)

**15. Ocena tehnološke zrelosti rezultatov raziskovalnega programa in možnosti za njihovo implementacijo v praksi (točka ni namenjena raziskovalnim programom s področjem humanističnih ved)<sup>17</sup>**

*SLO*

Trenutno takšnih možnosti nimamo.

**16. Ocenite, ali bi doseženi rezultati v okviru programa lahko vodili do ustanovitve spin-off podjetja, kolikšen finančni vložek bi zahteval ta korak ter kakšno infrastrukturo in opremo bi potrebovali**

možnost ustanovitve spin-off podjetja	<input type="radio"/> DA	<input checked="" type="radio"/> NE
---------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------

potrebni finančni vložek	EUR
ocena potrebne infrastrukture in opreme <sup>18</sup>	

## 17. Izjemni dosežek v letu 2014<sup>19</sup>

### 17.1. Izjemni znanstveni dosežek

V eni najuglednejših matematičnih revij American Journal of Mathematics je v letu 2012 izšel članek Unramified Brauer groups of finite and infinite groups avtorja Primoža Moravca. V članku je avtor razvil izviren pristop k študiju znamenitega problema Emmy Noether iz leta 1918 s področja algebraične in aritmetične geometrije. S pomočjo tega je Moravec rešil trideset let star odprt problem, ki ga je zastavil svetovno znan matematik F. Bogomolov. Rezultat je doživel velik odmev v mednarodni matematični javnosti.

S strani ARRS je bilo to delo uvrščeno med izjemne znanstvene dosežke v letu 2012:

[https://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/2012/inc/Znan\\_dosezki\\_2012.pdf](https://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/2012/inc/Znan_dosezki_2012.pdf)

### 17.2. Izjemni družbeno-ekonomski dosežek

V letu 2013 je Bojan Kuzma postal urednik ugledne revije Linear and Multilinear algebra:

<http://www.tandfonline.com/loi/glma20>

## C. IZJAVE

Podpisani izjavljjam/o, da:

- so vsi podatki, ki jih navajamo v poročilu, resnični in točni;
- se strinjamo z obdelavo podatkov v skladu z zakonodajo o varstvu osebnih podatkov za potrebe ocenjevanja in obdelavo teh podatkov za evidence ARRS;
- so vsi podatki v obrazcu v elektronski obliku identični podatkom v obrazcu v papirnati obliku;
- so z vsebino poročila seznanjeni in se strinjajo vsi izvajalci raziskovalnega programa.

### Podpisi:

zastopnik oz. pooblaščena oseba  
matične RO (JRO in/ali RO s  
koncesijo):

Inštitut za matematiko, fiziko in  
mehaniko

vodja raziskovalnega programa:  
in

Matjaž Omladič

**ŽIG**

Kraj in datum: Ljubljana 13.3.2015

**Oznaka poročila: ARRS-RPROG-ZP-2015/115**

<sup>1</sup> Napišite povzetek raziskovalnega programa v slovenskem jeziku (največ 3.000 znakov vključno s presledki – približno pol strani, velikost pisave 11) in angleškem jeziku (največ 3.000 znakov vključno s presledki – približno pol strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>2</sup> Napišite kratko vsebinsko poročilo, v katerem predstavite raziskovalno hipotezo in opis raziskovanja. Navedite ključne ugotovitve, znanstvena spoznanja, rezultate in učinke raziskovalnega programa in njihovo uporabo ter sodelovanje s

tujimi partnerji. V primeru odobrenega povečanja obsega financiranja raziskovalnega programa v letu 2014 mora poročilo o realizaciji programa dela zajemati predložen program dela ob prijavi in predložen dopoljen program dela v letu 2014. Največ 12.000 znakov vključno s presledki (približno dve strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>3</sup> Realizacija raziskovalne hipoteze. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>4</sup> V primeru bistvenih odstopanj in sprememb od predvidenega programa dela raziskovalnega programa, kot je bil zapisan v predlogu raziskovalnega programa oziroma v primeru sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave programske skupine v zadnjem letu izvajanja raziskovalnega programa, napišite obrazložitev. V primeru, da sprememb ni bilo, navedite: "Ni bilo sprememb.". Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>5</sup> Navedite znanstvene dosežke (največ pet), ki so nastali v okviru izvajanja raziskovalnega programa. Raziskovalni dosežek iz obdobja izvajanja programa vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A" ali A'. [Nazaj](#)

<sup>6</sup> Navedite družbeno-ekonomske dosežke (največ pet), ki so nastali v okviru izvajanja raziskovalnega programa. Družbeno-ekonomski dosežek iz obdobja izvajanja programa vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A" ali A'.

Družbeno-ekonomski dosežek je po svoji strukturi drugačen kot znanstveni dosežek. Povzetek znanstvenega dosežka je praviloma povzetek bibliografske enote (članka, knjige), v kateri je dosežek objavljen.

Povzetek družbeno-ekonomskega dosežka praviloma ni povzetek bibliografske enote, ki ta dosežek dokumentira, ker je dosežek sklop več rezultatov raziskovanja, ki je lahko dokumentiran v različnih bibliografskih enotah. COBISS ID zato ni enoznačen, izjemoma pa ga lahko tudi ni (npr. prehod mlajših sodelavcev v gospodarstvo na pomembnih raziskovalnih nalogah, ali ustanovitev podjetja kot rezultat programa ... - v obeh primerih ni COBISS ID). [Nazaj](#)

<sup>7</sup> Navedite rezultate raziskovalnega programa iz obdobja izvajanja programa v primeru, da katerega od rezultatov ni mogoče navesti v točkah 6 in 7 (npr. ker se ga v sistemu COBISS ne vodi). Največ 2.000 znakov vključno s presledki (približno 1/3 strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>8</sup> Pomen raziskovalnih rezultatov za razvoj znanosti in za razvoj Slovenije bo objavljen na spletni strani: <http://www.sicris.si/> za posamezen program, ki je predmet poročanja. [Nazaj](#)

<sup>9</sup> Največ 4.000 znakov vključno s presledki (približno 2/3 strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>10</sup> Največ 4.000 znakov vključno s presledki (približno 2/3 strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>11</sup> Upoštevajo se le tiste diplome, magisteriji znanosti in doktorati znanosti (zaključene/i v obdobju 1.1.2009–31.12.2014), pri katerih so kot mentorji sodelovali člani programske skupine. [Nazaj](#)

<sup>12</sup> Vpišite število opravljenih diplom v času izvajanja raziskovalnega programa glede na vrsto usposabljanja. [Nazaj](#)

<sup>13</sup> Vpišite šifro raziskovalca in/ali ime in priimek osebe, ki je v času izvajanja raziskovalnega programa pridobila naziv magister znanosti in/ali doktor znanosti ter označite doseženo izobrazbo. V primeru, da se je oseba usposabljala po programu Mladi raziskovalci, označite "MR". [Nazaj](#)

<sup>14</sup> Za mlade raziskovalce, ki ste jih navedli v tabeli 11.2. točke (usposabljanje so uspešno zaključili v obdobju od 1.1.2009 do 31.12.2014), izberite oz. označite, kje so se zaposlili po zaključenem usposabljanju. [Nazaj](#)

<sup>15</sup> Navedite naslove projektov in ime člana programske skupine, ki je bil vodja/koordinator navedenega projekta. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>16</sup> Navedite naslove projektov, ki ne sodijo v okvir financiranja ARRS (npr: industrijski projekti, projekti za druge naročnike, državno upravo, občine idr.) in ime člana programske skupine, ki je bil vodja/koordinator navedenega projekta. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>17</sup> Opišite možnosti za uporabo rezultatov v praksi. Opišite izdelke oziroma tehnologijo in potencialne trge oziroma tržne niše, v katere sodijo. Ocenite dodano vrednost izdelkov, katerih osnova je znanje, razvito v okviru programa oziroma dodano vrednost na zaposlenega, če jo je mogoče oceniti (npr. v primerih, ko je rezultat izboljšava obstoječih tehnologij oziroma izdelkov). Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>18</sup> Največ 1.000 znakov vključno s presledki (približno 1/6 strani, velikost pisave 11) [Nazaj](#)

<sup>19</sup> Navedite en izjemni znanstveni dosežek in/ali en izjemni družbeno-ekonomski dosežek raziskovalnega programa v letu 2014 (največ 1000 znakov, vključno s presledki, velikost pisave 11). Za dosežek pripravite diapositiv, ki vsebuje sliko ali drugo slikovno gradivo v zvezi z izjemnim dosežkom (velikost pisave najmanj 16, približno pol strani) in opis izjemnega dosežka (velikost pisave 12, približno pol strani). Diapositiv/-a priložite kot pripomoko/-i k temu poročilu. Vzorec diapositiva je objavljen na spletni strani ARRS <http://www.arrs.gov.si/sl/gradivo/>, predstavitev dosežkov za pretekla leta pa so objavljena na spletni strani <http://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/>. [Nazaj](#)

# Zaključno poročilo raziskovalnega programa - 2015

43-24-8F-CB-9D-32-AD-8A-E2-5A-C0-86-EA-5E-EE-3B-EA-1A-43-6B