

## Metode matematične statistike

*Praktične izkušnje železarne Ravne pri uporabi metod matematične statistike v kontroli kvalitete in pri raziskovalnem delu*

### UVOD

Končni cilj vsakega industrijskega razvojnega raziskovanja je splošno izboljšanje kvalitete in povečanje ekonomičnosti proizvodnje. Uspeh pri delu s takimi cilji zahteva precejšnjo mero strokovnosti, še bolj pa sistematičnost teamskega dela ter dosledno dokumentiranje poteka raziskav. V prvi fazi se je treba največkrat, kljub navidezno izčrpnim informacijam, šele lotiti sistematičnega ugotavljanja problemov in njihove podrobnejše identifikacije. Ko probleme dovolj spoznamo, jih moramo sortirati po važnosti in po tehnološkem vrstnem redu. Zelo natančno moramo ločiti vzroke od posledic in upoštevati ali pa načrtno iskati medsebojne odvisnosti. Šele po vsem tem pride na vrsto reševanje ali izboljševanje kvalitete.

Izboljšanje kvalitete je zelo širok pojem. Če ga ne razjasnimo, lahko napravimo usodno napako in raziskavo že pri načrtovanju obsodimo na neuspeh. Natančno moramo razjasniti, ali gre za neenakomernost kvalitete ali za nezadovoljiv povprečni nivo kvalitete ali za obe težavi istočasno. Neenakomerno ali slabo kvalitetno »izboljšati v naškoku« z uvedbo radikalnih sprememb v tehnološkem postopku je skoraj nemogoče in kdor svoje razvojno raziskovanje tako pogumno planira, si nabira bridke izkušnje.

Če je kvaliteta proizvodov neenakomerna, tudi dobra povprečna kvaliteta nima nikakršnega pomena. Če pa v tehnološkem procesu dosežemo enakomernost, se nekoliko nižjemu povprečnemu nivoju lahko prilagodimo, nihanja lahko garantiramo in z njimi računamo. Celotni uspeh je v tem primeru večja zanesljivost in mnogo večji delovni učinek. Pri izboljševanju kvalitete se moramo vsaj v začetku največkrat zadovoljiti s povprečnim kvalitetnim nivojem, dokler ne dosežemo na tem nivoju zadovoljive enakomernosti. Skoraj vedno nam že problem enakomernosti povzroča precej težav. Izkušnje kažejo, da se smernice ukrepov za dviganje kvalitetnega nivoja pokažejo že med reševanjem problema enakomernosti. Če ne spoznavamo karakteristik procesa, ne moremo izboljšati enakomernosti. To pomeni, da takrat, ko dosežemo enakomernost, tudi že temeljito poznamo najvažnejše lastnosti tehnološkega postopka in menjanje kvalitetnega nivoja ni več poseben problem.

Pri vseh teh problemih nam nudi uporaba metod matematične statistike osnovo za objektivno analizo stanja in za izbiro najučinkovitejših ukrepov. Oglejmo si prav na kratko nekaj primerov praktične uporabe različnih metod matematične statistike, kot so:

- analiza razporeditve,
- kontrolne karte,
- analize trendov, regresij, korelacij in asociacij,
- analiza variance,
- planiranje raziskav po statističnih metodah,
- statistične metode vzorčenja.

### ANALIZA RAZPOREDITEV ALI DISTRIBUCIJ

To je elementarna metoda matematične statistike, ki predstavlja osnovo večine drugih metod. Z njo ugotavljamo v pretekli dobi doseženo povprečje, razsipanje, ugotavljamo prirodne tolerance in presojamo realne možnosti analiziranega procesa v danih pogojih. Prav ta metoda nam omogoča, da si probleme objektivno ogledamo, analiziramo z razumevanjem ter jih dokaj natančno identificiramo. Poleg aritmetične srednje vrednosti, ki nam karakterizira nivo obravnavanega procesa, ugotavljamo širino razsipa posameznih vrednosti, kar nam omogoča postavitev nekih izkustvenih mej — prirodnih toleranc, ki jih lahko vsaj začasno uporabljamo v kontroli enakomernosti procesa. S pomočjo teh analiz lahko presojamo in ločimo normalno od nenormalnega. Nenormalna odstopanja moramo posebej analizirati in ugotavljati vzroke. Tako analizo razporeditev, ki nam daje osnovne informacije, povežemo z drugimi metodami matematične statistike, ki so posebej namenjene ugotavljanju vplivnih faktorjev. Pri potrebah kontrole kvalitete na tak način ugotavljamo realne možnosti v dani situaciji ne glede na obstoječi predpis. Šele nato lahko proces glede na ugotovljene možnosti primerjamo z želenimi ali predpisanimi normami. Če to storimo, se nam odpro samo tri nadaljnje monžosti:

— Ce so dejansko ugotovljene možnosti za izpolnjevanje predpisanih mej, moramo pri njih brezpogojno vztrajati. Analiza razporeditve tudi v primeru, da predpisanih mej proces ni izpolnjeval, jasno pokaže, kakšne so njegove možnosti, če preprečimo nenormalna odstopanja.

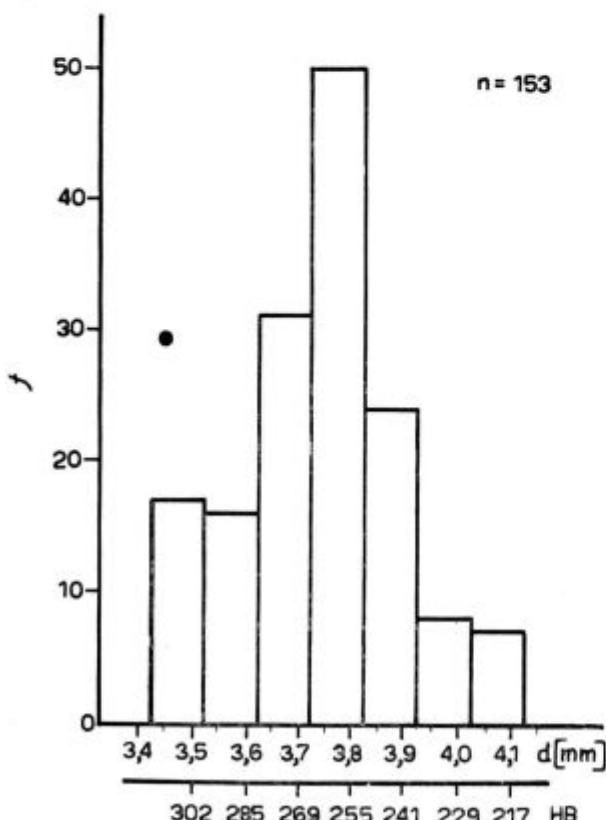
— Če izpolnjevanje predpisa v danih pogojih objektivno ni mogoče, moramo spremeniti predpis vsaj začasno, da nam bo lahko služil kot ocenjevalni kriterij.

— Če sprememba predpisa ni mogoča, ali je celo sploh neizvedljiva, moramo spremeniti postopek, ali pa ga ob določeni meji izmečka zaradi neekonomičnosti opustiti.

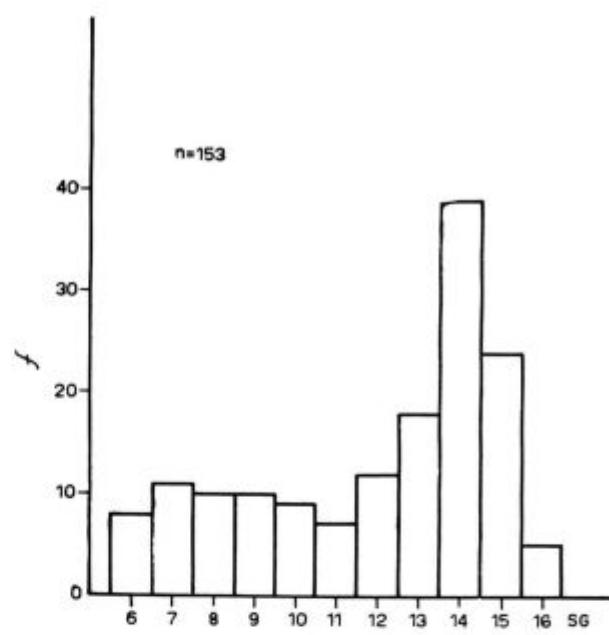
Z dosedanjimi statističnimi analizami smo ugotovili, da se da v mnogih primerih doseči pri urejenem delu tudi pri obstoječih pogojih mnogo boljše rezultate in večjo enakomernost. Nasprotno so rezultati pri nekaterih procesih pokazali, da so predpisi v danih objektivnih pogojih zahtevali nemogoče. Seveda v borbi za doseganje nemogočega uhaja še tisto, kar je mogoče doseči.

#### Poglejmo nekaj praktičnih primerov

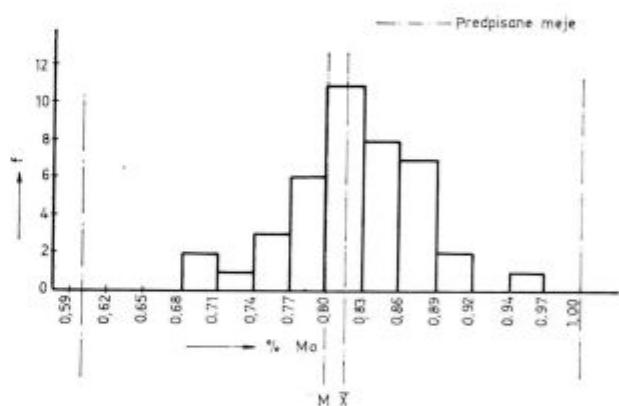
Na slikah 1 do 4 so prikazane razporeditve v obliki histogramov. To je najpreprostejša in najbolj poznana oblika prikazovanja. Daje nam dober vtis o razporeditvi vrednosti in takoj lahko ugotovimo, da se razporeditev na sliki 1 dokaj približuje normalni razporeditvi, medtem ko je razporeditev na sliki 2 nenormalna — mešana. Na slikah 3 in 4 so včrtane še predpisane meje, tako da lahko razporeditev primerjamo s predpisi in ugotavljamo, kakšne so možnosti za njihovo izpolnjevanje.



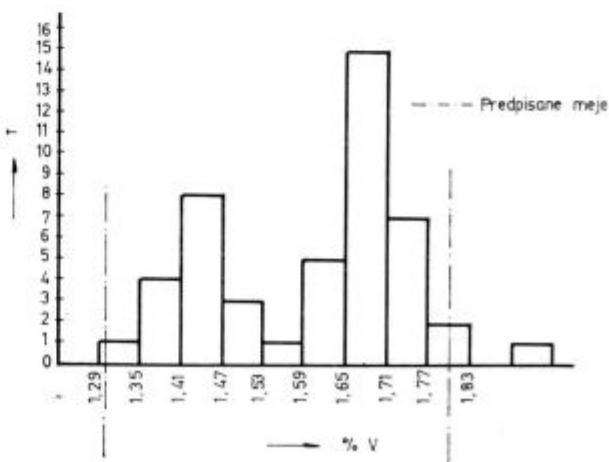
Slika 1  
Distribucija trdot v žarjenem stanju



Slika 2  
Distribucija indeksov velikosti avstenitnega zrna po Snyder-Graffu v kaljenem stanju



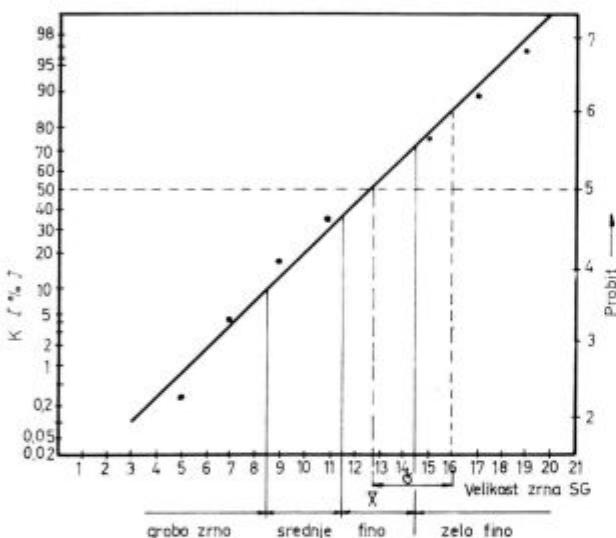
Slika 3  
Vsebnost molibdena v jeklu BRW-2



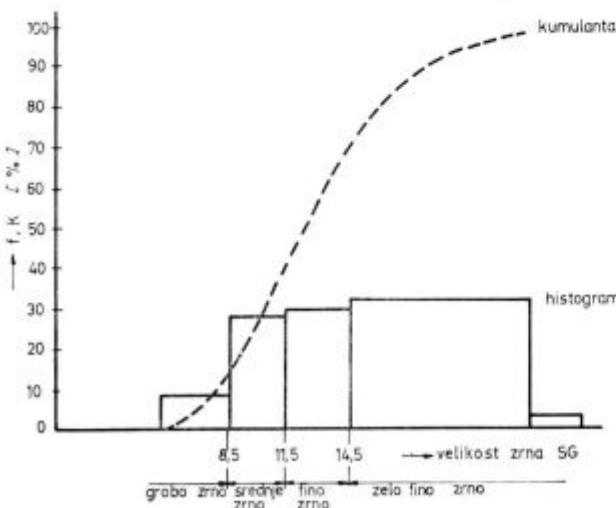
Slika 4  
Vsebnost vanadija v jeklu BRC

Zelo praktičen je prikaz analize razporeditev s premico v verjetnostni mreži. V tej obliki se na abscisi nanašajo vrednosti obravnavane karakteristike, na ordinati pa kumulativne frekvence. Razdelitev ordinat je tako, da kumulativne frekvence pri normalni Gaussovi razporeditvi leže na premici. Tako lahko po odstopanju točk od premice ugotovljamo normalnost razporeditve, obenem pa dobimo o razporeditvi vse podatke, ki nas v zvezi s procesom zanimajo. Z zadovoljivo natančnostjo lahko odčitamo aritmetično srednjo vrednost  $\bar{x}$  in mero trosenja ali standardno deviacijo (slika 5). Tudi za vsako drugo abscisno vrednost lahko

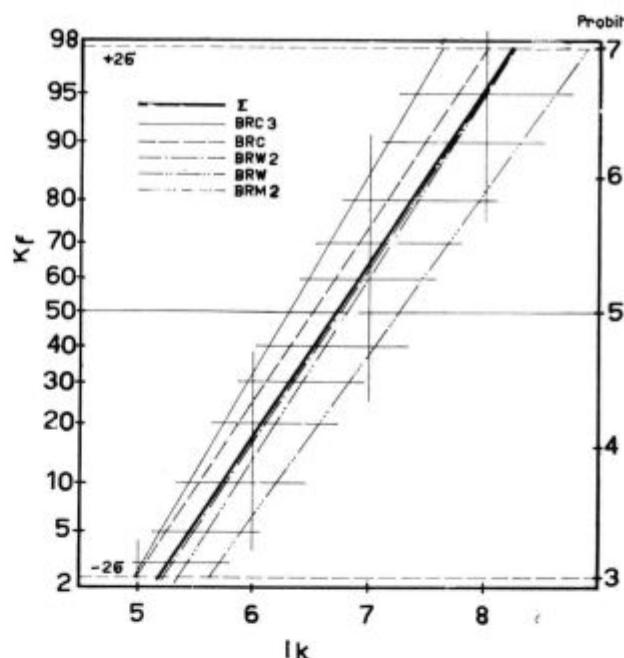
$\bar{x} = 12,8 \text{ SG}$	$G = 3,2 \text{ SG}$	
Klasifikacija:		
grobo zrno	9,5 %	
srednje zrno	K = 35 - 9,5	= 25,5 %
fino zrno	K = 70 - 35	= 35,0 %
zelo fino zrno	K = 100 - 70	= 30,0 %
	skupaj	= 100,0 %



Slika 5  
Velikost avstenitnega zrna v brzoreznem jeklu



Slika 6  
Velikost avstenitnega zrna v brzoreznem jeklu



lk index velikosti karbidov

Slika 7

Primerjave distribucij indeksov velikosti karbidov lk za različne vrste najvažnejših brzoreznih jekel s komulantami v verjetnostni mreži

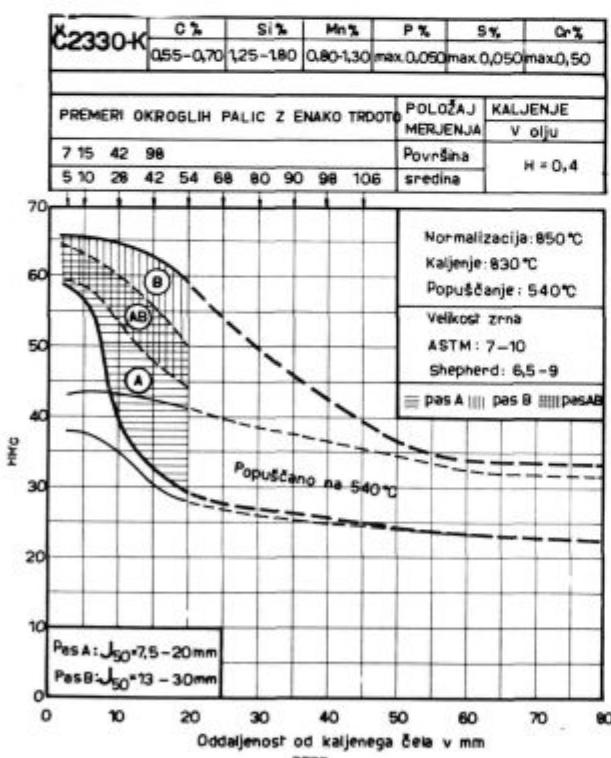
odčitamo pripadajočo frekvenco, ki jo pri ugotovljeni razporeditvi z določeno statistično gotovostjo pričakujemo. Tako si na primer lahko sestavimo tudi za razrede neenakih širin klasifikacijo in ugotovljamo procentualne deleže vrednosti posameznih razredov. Tudi to podaja slika 5.

Za isti primer kaže slika 6 histogramski prikaz in pa kumulativno krivuljo razporeditve pri linearni skali na ordinati. Vidimo, da iz teh dveh načinov ne dobimo prej omenjenih informacij.

Tabela 1 in slika 7 prikazujejo primer precej obsežne statistične analize razporeditev. Rezultati v taki obliki celo pri zelo skromnem poznanju metod matematične statistike, dajejo ogromno informacij in ne potrebujejo nobenega dodatnega komentarja. V tabeli 1 je za vsako posamezno skupino, za več skupin ene klasifikacije in za vse podatke skupno podana srednja vrednost  $\bar{x}$ , število prob  $n$  in standardna deviacija  $s'$ . Tako urejeni in podani rezultati analize razporeditev omogočajo v naslednjih fazah še analizo drugih vrst, na primer analizo variance za ugotavljanje statistične pomembnosti medsebojnih razlik aritmetičnih sredin ali standardnih deviacij. Zelo izčrpno podobno teh razporeditev nam prikazuje slika 7, iz katere lahko takoj vidimo, da se širina trosenja pri posameznih vrstah jekel ne razlikuje pomembno (to kažejo nagibi premic), pač pa se razlikujejo posamezne skupine po srednjih vrednostih (to kažejo premaknitve v smeri abscisne osi). Z analizo variance, ki jo bomo obravnavali kasneje, samo preverimo pomembnost teh razlik.

Tabela 1

Jeklo Dimenzije	18-0-1 BRW	12-1-2 BRW2	18-1-2-5 BRC	18-1-2-10 BRC 3	6-5-2 BRM 2	Vse vrste
$d \geq 20\text{mm}$	$\bar{x} = 6,87$ $n=135 \quad s' = 0,59$	$\bar{x} = 7,00$ $n=79 \quad s' = 0,66$	$\bar{x} = 6,45$ $n=434 \quad s' = 0,82$	$\bar{x} = 6,40$ $n=81 \quad s' = 0,66$	$\bar{x} = 7,65$ $n=91 \quad s' = 0,56$	$\bar{x} = 6,70$ $n=820 \quad s' = 0,72$
$d = 21 - 50\text{mm}$	$\bar{x} = 6,87$ $n=148 \quad s' = 0,76$	$\bar{x} = 6,80$ $n=103 \quad s' = 0,80$	$\bar{x} = 6,60$ $n=402 \quad s' = 0,71$	$\bar{x} = 6,30$ $n=56 \quad s' = 0,56$	$\bar{x} = 7,25$ $n=329 \quad s' = 0,79$	$\bar{x} = 6,85$ $n=1038 \quad s' = 0,74$
$d > 50\text{mm}$	$\bar{x} = 6,60$ $n=82 \quad s' = 0,85$	$\bar{x} = 6,70$ $n=40 \quad s' = 0,52$	$\bar{x} = 5,95$ $n=107 \quad s' = 0,79$	$\bar{x} = 5,75$ $n=9 \quad s' = 0,62$	$\bar{x} = 6,95$ $n=188 \quad s' = 0,81$	$\bar{x} = 6,58$ $n=426 \quad s' = 0,78$
$\times$	$\bar{x} = 6,70$ $n=62 \quad s' = 0,50$	$\bar{x} = 6,67$ $n=151 \quad s' = 0,82$	$\bar{x} = 6,60$ $n=242 \quad s' = 0,73$	$\bar{x} = 5,95$ $n=32 \quad s' = 0,80$	$\bar{x} = 7,20$ $n=25 \quad s' = 0,57$	$\bar{x} = 6,62$ $n=512 \quad s' = 0,75$
Vse dimenzi-je	$\bar{x} = 6,80$ $n=434 \quad s' = 0,72$	$\bar{x} = 6,75$ $n=373 \quad s' = 0,77$	$\bar{x} = 6,50$ $n=1185 \quad s' = 0,76$	$\bar{x} = 6,30$ $n=178 \quad s' = 0,66$	$\bar{x} = 7,25$ $n=553 \quad s' = 0,825$	$\bar{x} = 6,72$ $n=2723 \quad s' = 0,76$



Slika 8

Pas garantirane kaljivosti jekla Č 2330-K (KHS-olje) na osnovi 270 preizkušenih šarž. Celoten pas je razdeljen pod vplivom kombinacij C — Mn — Cr v dva dela A in B

Zelo zanimiv primer praktične vrednosti in uporabnosti teh elementarnih metod matematične

statistike je izdelava pasov garantirane kaljivosti jekel. Pri različnih ohlajevalnih pogojih merimo dosežene trdote jekel. Z analizo razporeditev določimo na osnovi 95 % statistične gotovosti mejo razsipa in srednjo vrednost teh trdot. Tako dobljene točke povežemo in dobimo zgornjo in spodnjo mejo pasu kaljivosti na osnovi enotnega kriterija statistične gotovosti (slika 8). Pri takri analizi razporeditev trdot se često odkrije marsikaj, kar bi sicer ostalo neznano. Prav na primeru slike 8 smo pri posameznih ohlajevalnih pogojih ugotovili mešane distribucije, kakršne kaže slika 9. Z razstavljanjem teh mešanih distribucij na dve komponenti smo lahko začetno območje pasu razdelili v območji A in B, ki se v sredini prekrivata AB. S tem je dana možnost klasifikacije šarž po kaljivosti v tri grupe, kar daje velike prednosti v tehnologiji toplotne obdelave.

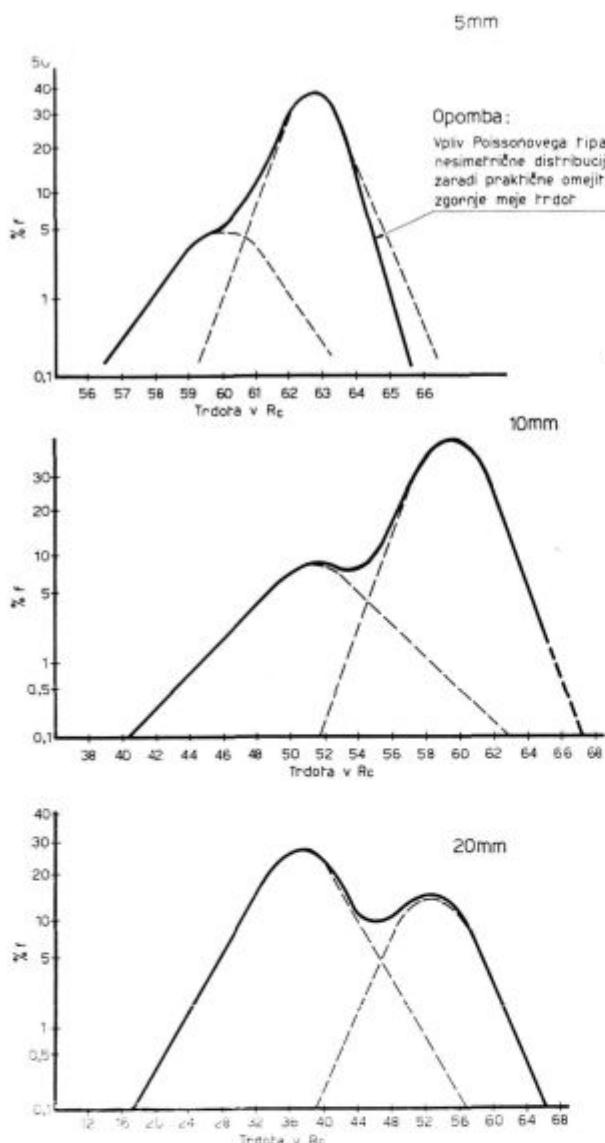
Tudi pri razstavljanju mešanih distribucij je elegantnejši in lažji način z uporabo kumulativnih frekvenc v verjetnosti mreži (slika 10).

Analiza razporeditve na osnovi razpoložljivih podatkov iz tekoče proizvodnje ali kontrole nam zelo dobro služi za ugotavljanje prirodnih toleranc procesa ali za oceno realnih možnosti izpolnjevanja norm ali kakršnikoli tehnoloških predpisov v redni normalni proizvodnji.

## STATISTIČNE KONTROLNE KARTE

### Kontrolne karte $\bar{x}$ -R in $\bar{x}$ - $\sigma$

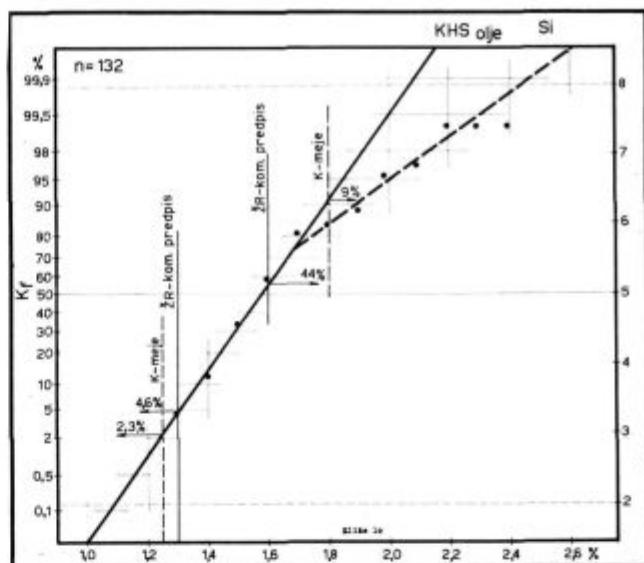
Analiza razporeditve nam daje zelo pregledne podatke o povprečju in točnosti kvalitete opazovanega procesa. Ne daje pa nam dovolj podatkov



Distribucija trdot pri oddaljenosti 5,10 in 20 mm od kaljenega čela

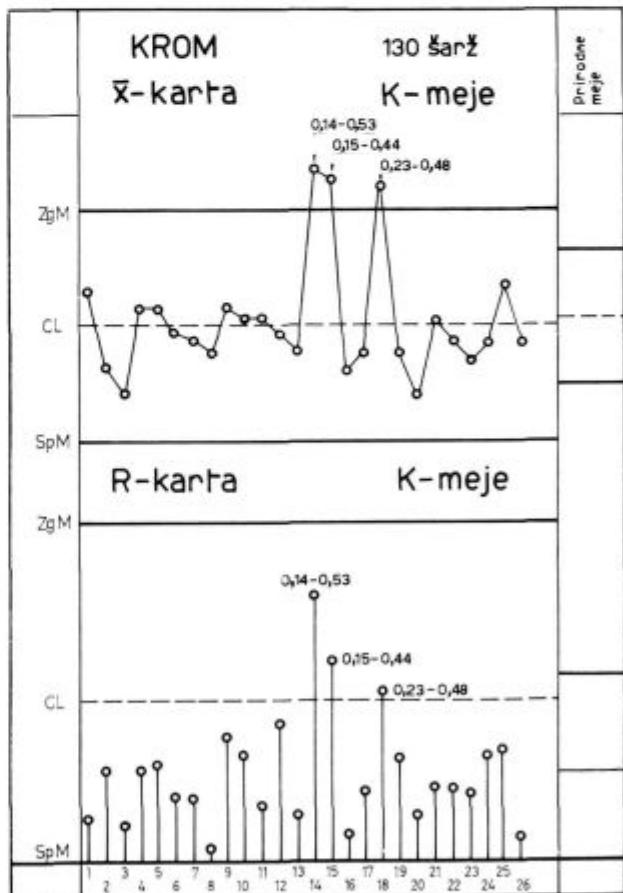
o enakomernosti kvalitete v toku časa, saj nam ne kaže niti sprememb posameznih vrednosti oziroma povprečij kvalitete vzorcev niti sprememb točnosti posameznih kvalitetnih karakteristik v določenem časovnem obdobju.

Za tekoče spremljanje proizvodnje in kvalitete produktov nam odlično služijo statistične kontrolne karte različnih vrst, ki nas v primerni obliki pravočasno opozarjajo na nenormalne spremembe in dajejo možnost pravočasnega ukrepanja za izboljšanje stanja oziroma za ohranitev enakomernosti v proizvodnji. S kontrolnimi mejami, ki jih izračunamo na osnovi določene statistične verjetnosti, ločimo normalna, slučajna ali dovoljena nihanja od nenormalnih, neslučajnih ali nedovoljenih nihanj. Tako ugotovljene prirodne meje nam služijo za oceno procesa samega oziroma njegove enakomernosti v danih pogojih. Lahko pa nihanje kvalitete primerjamo s kakršnimi koli predpisanimi mejami, ki jih določajo norme, prevzemni



Slika 10  
Distribucija silicija v verjetnostni mreži

pogoji ali kaki drugi kriteriji. Za katero koli časovno obdobje si lahko izračunamo centralno linijo kontrolne karte, ki predstavlja povprečje opazovane karakteristike v tem časovnem obdobju in s tem povprečni kvalitetni nivo. Za isto časovno



Slika 11  
KHS olje — kontrolna karta  $\bar{x}$  — R

obdobje si izračunamo tudi kontrolne meje, ki predstavljajo torej prirodne tolerance v danih pogojih. Te prirodne tolerance lahko primerjamo s predpisanimi tolerancami in s tem ocenjujemo, koliko kvalitetni nivo in točnost procesa ustreza zahtevam. V taki grafični obliki nam kontrolne karte dajejo zelo nazorno sliko gibanja kvalitete v toku časa in nas opozarjajo na pravočasne ukrepe, ko se že pojavijo nenormalna nihanja, ali pa ko se pojavi šele tendenca takih nenormalnih nihanj izven kontrolnih mej. Vodenje statističnih kontrolnih kart in izračunavanje kontrolnih mej je s pomočjo primernih tabel tako poenostavljen, da je popolnoma prilagojeno nivoju izobrazbe obratnega kontrolorja. Kontrolnih kart je več vrst: največ se uporabljajo kontrolne karte  $\bar{x}$ -R. Te se uporabljajo za kakršne koli merljive vrednosti, kot so dimenzije, teže, kemijske sestave ali druge fizikalne merjene karakteristike.

V določenih časovnih obdobjih jemljemo vzorce in za vsak tak vzorec določamo srednjo vrednost merjene karakteristike in širino razsipanja. Prva vrednost, ki jo označimo z  $\bar{x}$ , nam predstavlja povprečni kvalitetni nivo vzorca, druga vrednost,

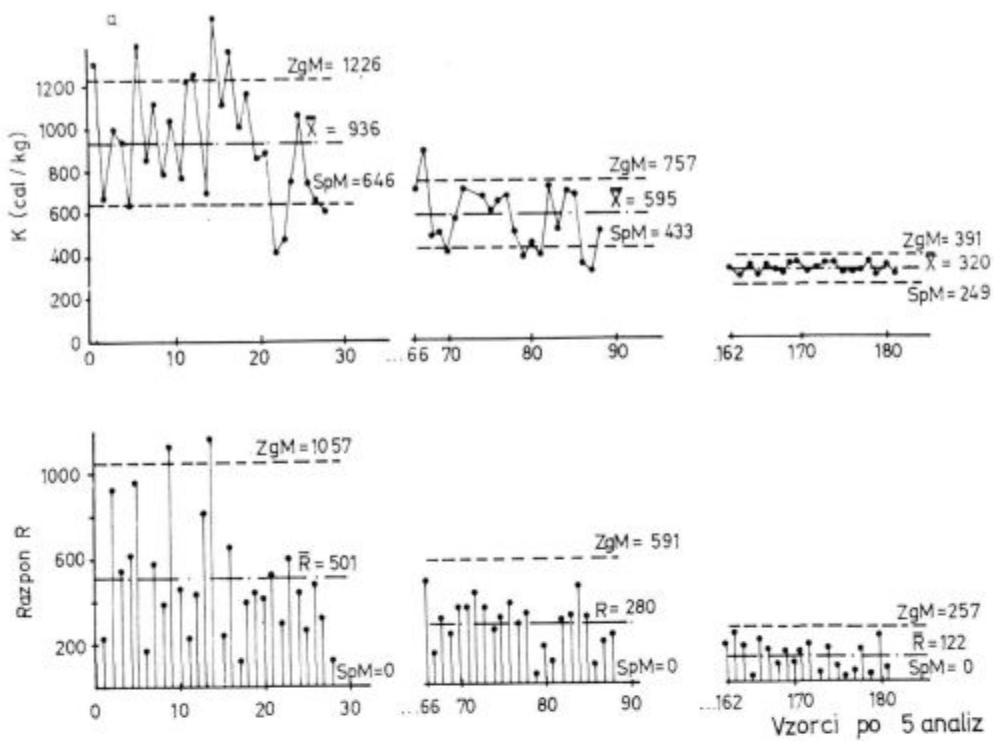
ki pa predstavlja razliko med največjo in najmanjšo merjeno vrednostjo v vzorcu, pa predstavlja razpon ali širino razsipanja merjenih vrednosti v vzorcu, kar označujemo z R. Slika 11 kaže primer kontrolne karte  $\bar{x}$ -R za vsebnost kroma v jeklu, izraženo v procentih za 130 šarž, pri katerih po 5 zaporedno izdelanih šarž predstavlja vzorec. V kontrolno karto so vrisane kontrolne meje, ki ustreza zahtevam kvalitetnih predpisov. Ob desnem robu so označene prirodne meje, izračunane iz karakteristik kontroliranega procesa. Iz kontrolne karte vidimo, da »procesa ni v statistični kontroli«, ker posamezne točke odstopajo od prirodnih mej, obenem pa tudi opažamo posebno pri 14., 15. in 18. vzorcu groba odstopanja od razmeroma širokih predpisanih mej. To pomeni, da nihanje kvalitete, ki jih registrira kontrolna karta, niso samo posledica slučajnih vplivov oziroma dovoljenih vplivnih faktorjev, ampak posamezna odstopanja vzorcev od normalnega nivoja povzročajo nedovoljeni — neslučajni vplivi. Statistična kontrola karta nas le opozori na take nenormalnosti, delo strokovnjaka pa je podrobna identifikacija vzrovkov, ki jih moramo odpraviti in preprečiti.

Tabela 2

Vzorec št.	$\bar{x}$	R	Vzorec št.	$\bar{x}$	R	Vzorec št.	$\bar{x}$	R
1	1271	230	66	699	490	162	319	180
2	662	940	67	897	120	163	288	230
3	1003	550	68	501	320	164	341	170
4	945	620	69	515	230	165	298	10
5	621	980	70	411	270	166	355	200
6	1396	170	71	561	370	167	322	170
7	838	590	72	704	430	168	311	90
8	1118	380	73	1223	360	169	349	130
9	795	1150	74	677	260	170	344	90
10	1045	460	75	607	310	171	315	130
11	774	210	76	659	380	172	327	190
12	1209	440	77	674	280	173	330	40
13	1234	840	78	508	320	174	337	160
14	698	1170	79	391	30	175	310	80
15	1517	230	80	439	180	176	310	30
16	1105	660	81	395	90	177	307	40
17	1366	110	82	733	310	178	336	160
18	1016	400	83	516	330	179	200	30
19	1170	440	84	700	470	180	325	230
20	853	430	85	692	310	181	301	70
21	861	520	86	350	70			
22	420	290	87	331	190			
23	484	610	88	513	230			
24	745	440						
25	1055	260						
26	749	490						
27	644	320						
28	610	110						
$\Sigma$	26204	14040		13696	6450		6395	2430
$\frac{\Sigma}{N}$	$\bar{X} = 936$	$R = 501$		$\bar{X} = 595$	$R = 280$		$\bar{X} = 320$	$R = 122$

PODATKI ZA KONTROLNO KARTO

X — R



Slika 12  
Kontrolne karte  $\bar{x}$ , R za kalorično vrednost pepela pri plinskih generatorjih

Učinkovitost statistične kontrolne karte  $\bar{x}$ -R ob pravilni uporabi in pravočasnih učinkovitih ukrepov za izboljšanje kvalitete kaže primer kontrole kalorične vrednosti pepela pri plinskih generatorjih. Pri kontroli hoda plinskih generatorjev se dnevno jemlje vzorec pepela in določa njegova kalorična vrednost. Izvleček iz kontrolnih kart za tri časovna obdobja prikazuje tabelo 2 in slika 12. Za prvih 28 vzorcev kažejo kontrolne meje, da je proces popolnoma izven kontrole v kartah  $\bar{x}$  in R ter na zelo slabem nivoju, saj znaša srednja kalorična vrednost pepela 936 kalorij na kilogram. Tako stanje povzroča prav gotovo zelo neenakomeren hod generatorja in neenakomerno kvalitetno plina z vsemi posledicami. Z natančno evidenco in analizo nenormalno dobrih in nenormalno slabih vzorcev, ki ležijo izven kontrolnih mej, pride strokovnjak prav lahko do podatkov, ki mu omogočajo učinkovite ukrepe. Dobre ali slabe posledice teh ukrepov in njihovo učinkovitost lahko prav nazorno kontroliramo s kontrolno karto v naslednjih obdobjih. Tako kaže drugi izrez kontrolne karte od 66. do 90. vzorca že pomemben napredok tako v nivoju kvalitete kakor tudi glede enakomernosti. Uvedba sistematične kontrole in vodenje kontrolne karte v prvem obdobju navadno že na osnovi psiholoških vplivov povzroči precejšnje izboljšanje. Nadaljevanje začete akcije je v tretjem obdobju od 162. do 181. vzorca že privedlo celoten proces v meje statistične kontrole in na popolnoma zadovoljiv ter enakomeren kvalitetni nivo. Bistveni pomen pri tem imata sistematično delo in potrežljivost.

Ce je število meritev v vzorcu večje, kar je primer predvsem pri veliko serijski in ostreje kontrolirani proizvodnji, moramo namesto razponov računati s standardnimi deviacijami sigma. Sicer je postopek popolnoma enak.

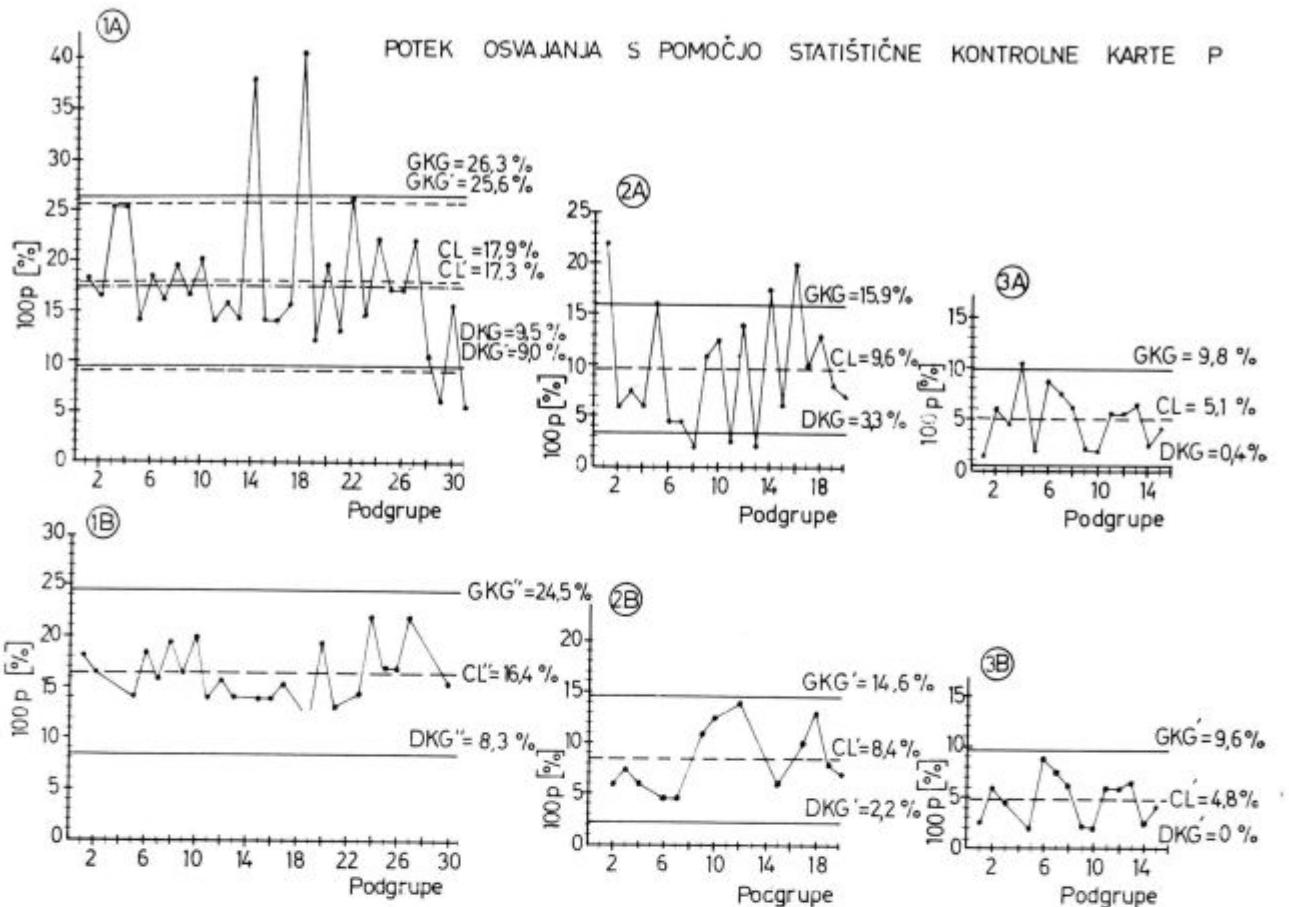
V splošnem pa velja pravilo, da je kontrola učinkovitejša, če pogosteje jemljemo vzorce manjšega obsega, kakor pa v večjih časovnih obdobjih posamezne večje vzorce.

#### Modificirane kontrolne karte $x\bar{R}_p$

Pri procesih, ki so zelo počasni, bi z večjimi vzorci le počasi prišli do kontrolne karte in kontrola ne bi bila več učinkovita. Zato v takem primeru namesto  $\bar{x}$ -karte vnašamo posamezne vrednosti, namesto R-karte pa vnašamo kot razpone razlike dveh sosednjih vrednosti.

#### Kontrolne karte p

Ta vrsta kontrolne karte služi predvsem v kontroli atributivnega značaja. Najbolj značilno področje uporabe te karte je zasledovanje deleža neustreznih proizvodov v neki seriji, ki je lahko enakega ali pa različnega obsega. Primer na sliki 13<sup>4</sup> kaže uporabo kontrolne karte p pri uvajanju nekega novega proizvoda v serijski proizvodnji. Po natančno izdelanem tehnološkem postopku, ki vključuje tudi vse kontrolne točke in točno evidenco kvalitetnih kazavcev, steče enomesecačna proizvodnja pod nespremenjenimi pogoji, četudi je izmeček v posameznih serijah izredno visok. Bitvenega pomena pri takem načinu uvajanja nove proizvodnje je prav to, da brezpogojno vztrajamo določen čas pri nespremenjenih pogojih dela. Če



Slika 13

bi ob prvem pojavu izredno visokega izmečka spremenili tehnologijo, bi se s tem popolnoma razorožili in onemogočili kakršno koli tehnično osnovano ukrepanje. V prvem obdobju dobimo kontrolno kartu, ki jo kaže slika 13 — 1 a. Vzemimo, da smo iz podatkov tehnološke evidence pojasnili vzroke izredno visokih izmečkov v 14. in 18. seriji ter vzroke nenormalno majhnemu deležu defektnih kosov v 29. in 31. vzorcu. Kakor hitro so ta abnormalna odstopanja pojasnjena, jih ne moremo več smatrati za slučajna, zato tudi kontrolne meje, ki smo jih, upoštevajoč te vzorce, izračunali, ne veljajo več. Te serije je treba iz celote izločiti in izračunati nove kontrolne meje. Te nam izvršijo nadaljnjo selekcijo. S takim postopnim izločanjem pridemo do kontrolne karte 1 b, pri kateri posameznih nihanj ni več mogoče razložiti in jih smatramo kot posledice slučajnih vplivnih faktorjev v tehnološkem postopku. S primerjavo tehnološke evidence dobrih in slabih serij pridemo do važnih podatkov o tistih faktorjih, ki na kvaliteto najmočneje vplivajo. Te v drugi fazi tehnološkega postopka upoštevamo in s spremembami tehnologije izboljšamo kvalitetni nivo — zmanjšamo izmeček. Tu postopamo na enak način

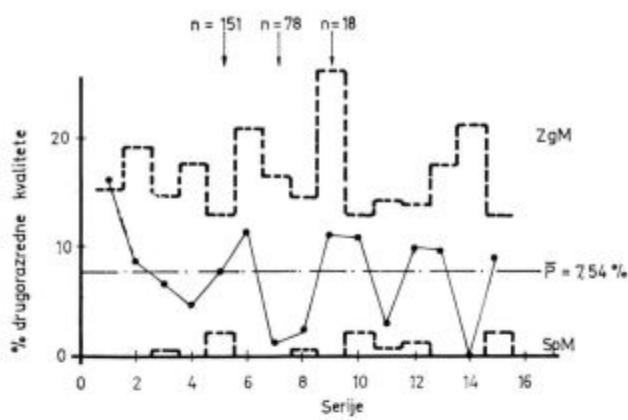
in to po fazah ponavljamo, dokler ne pridemo do neke meje, ko je kvalitetni nivo zadovoljiv in nadaljnje izboljševanje ne bi bilo več ekonomično.

#### Kontrolne karte p s spremenljivimi mejami

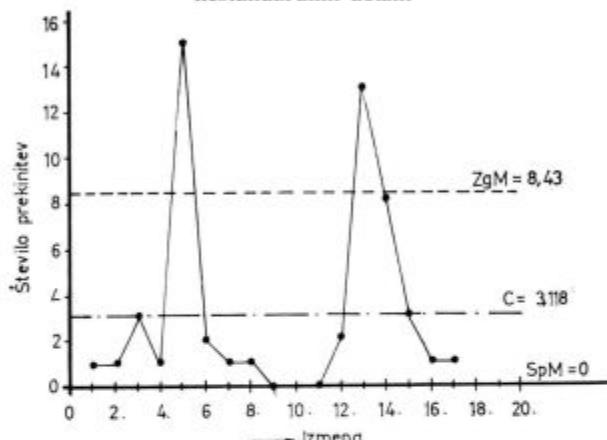
Ce so serije, ki jih kontroliramo, po obsegu zelo različne, moramo za vsako serijo ali za skupine serij podobnega obsega določati kontrolne meje posamič (slika 14). Popolnoma jasno je namreč, da deležev 5., 7. in 9. serije ne moremo ocenjevati z enakimi statističnimi kontrolnimi mejami, saj so njihovi obseg 151, 78 oziroma 18 palic zelo različni. Različne kontrolne meje, ki so usklajene z obsegom serije, omogočajo nespremenjen kriterij kontrole z enako statistično gotovostjo.

#### Kontrolne karte c

Ta vrsta statistične kontrolne karte se uporablja predvsem za analize pojavljanja defektov, prekinitev, zastojev, neupravičenih izostankov itd. Kot defektne enote smatramo kakršno koli enoto, ki zaradi česar koli ne ustreza določenim zahtevam. Seveda ima taka defektna enota lahko tudi več defektov, kar moramo za podrobnejše analize pose-



Slika 14  
Kontrolna karta P za deleže drugorazrednih valjanih palic nestandardnih dolžin



Slika 15  
Kontrolna karta C za število prekinitev pri vlečenju žice

bej evidentirati. Ta vrsta kontrolne karte temelji na zakonitosti Poissonove distribucije. Izračun centralne linije oziroma povprečne pričakovane vrednosti in kontrolnih mej je izredno preprost. Oglejmo si primer na sliki 15.

Pri vlečenju jeklene žice kaže evidenca, da se je v zaporednih izmenah žice strgala tolikokrat, kolikor kažejo sledeče zaporedne številke: 1, 1, 3, 1, 15, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 2, 13, 8, 3, 1, 1. To število prekinitev na izmeno je vrisano v kontrolni karti c. Srednja vrednost znaša  $\bar{c} = 3,118$  na izmeno. Kontrolne meje izračunamo po preprosti formuli  $c \pm 3\sqrt{c}$ . Tako dobimo zgornjo kontrolno mejo 8,43 prekinitev za izmeno in spodnjo kontrolno mejo enako nič, ker je izračunana vrednost negativna. V 5. in 13. izmeni so se pojavile izredne težave izven kontrolnih mej, kar dokazuje, da je to posledica močnih anomalij. Nihanja znotraj kontrolnih mej so v danih pogojih normalna in nas ne smejo posebno vznemirjati. Seveda postopoma želimo meje zožiti na enak način s pomočjo tehnološke evidence, kakor smo omenili v prejšnjih primerih.

### ANALIZA TRENDNA

Z analizo trenda spremljamo spremembe nekoga pojava v odvisnosti od časa in tako predstavlja v bistvu trend nekako dinamično srednjo

vrednost. V tem se grafično prikazovanje trendov razlikuje od kontrolnih kart. V odvisnosti od časa kaže nagnjenost k naraščanju ali padanju, pri čemer sledi linearni ali pa nelinearni zakonitosti. Posamezne vrednosti odstopajo bolj ali manj od linije trenda, ki ponazarja povprečno tendenco pojava. Analiza trenda predstavlja prazaprav izračun interpolacijske premice ali krivulje za dano skupino točk v časovnem obdobju.

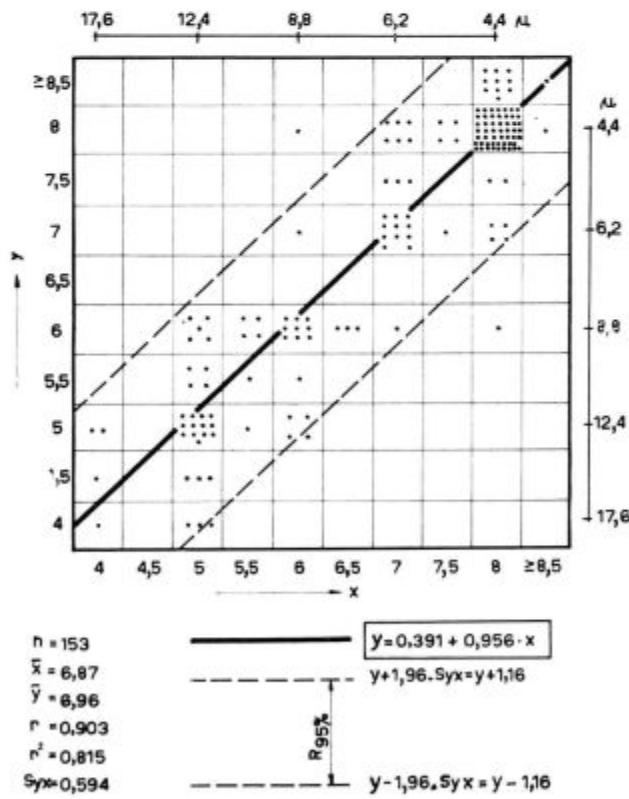
### ANALIZA REGRESIJE IN KORELACIJE

Te matematično statistične metode predstavljajo že višjo stopnjo statističnih analiz, saj z njimi ugotavljamo vzroke sprememb nivojev, širine trosenja in kvalitetnih nihanj, ki smo jih ugotavljali z analizo razporeditev in s kontrolnimi kartami. Ugotavljanje vplivov na posamezne lastnosti in kvalitetne karakteristike nam omogoča izboljšanje enakomernosti in točnosti tehnoških postopkov, kvalitetnih karakteristik ter pravilno usmerjene ukrepe za izboljšanje kvalitetnega nivoja. Če dve spremenljivki, katerih medsebojni vpliv analiziramo, lahko smatramo za par neodvisne in odvisne spremenljivke in jima pripisemo vlogo vzroka in posledice, imamo opravka s tipično analizo regresije. Na slikah 16 in 17 sta grafično

**X** — index velikosti karbidov v žarjenem stanju

**Y** — index velikosti karbidov v kaljenem stanju

**U** — Odgovarjajoči premer karbidov

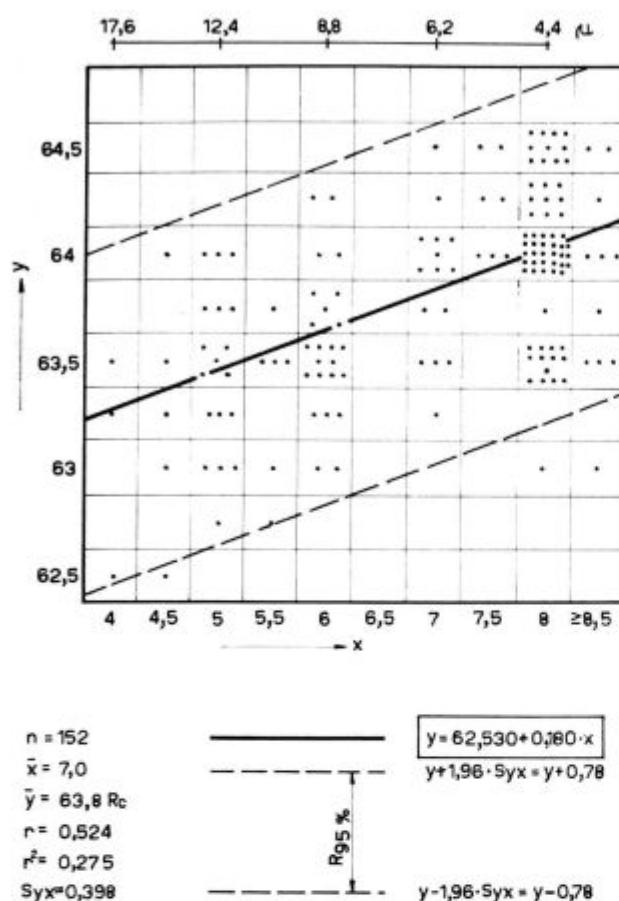


Slika 16  
Regresija velikosti karbidov v žarjenem in kaljenem stanju

X — index velikosti karbidov v kaljenem stanju

y — trdota  $R_c$  v kaljenem stanju

$\mu$  — odgovarjajoči premer karbidov



Slika 17

Regresija velikosti karbidov in trdote v kaljenem stanju

prikazana dva primera statistično pomembne regresijske odvisnosti, pri čemer je x obakrat neodvisna, y pa odvisna spremenljivka, torej x vzrok, y pa posledica. Koeficient korelacije ali regresije r je merilo za statistično pomembnost medsebojne odvisnosti. Koeficient determinacije  $r^2 = 0,815$  na sliki 16 pomeni, da 81,5 % ugotovljenih variacij spremenljivke y pripisujemo vplivu spremenljivke x. Le preostalih 18,5 % variacij spremenljivke y je ostalo nepojasnjenih in jih pripisujemo drugim vplivnim faktorjem. Že iz grafičnega prikaza na sliki 17 vidimo, da je medsebojni vpliv v tem primeru precej šibkejši, kar potrjuje tudi primerjava koeficientov r oziroma  $r^2$ . Ker gre v tem primeru za analizo linearne regresije, je podana enačba vrisane regresijske premice, obenem pa je nakazano območje, v katerem s 95 % statistično gotovostjo pričakujemo posamezne točke s koordinatama x, y. Izračun linearne regresije je z uporabo nekaterih statističnih poenostavitev dokaj preprost, vendar se že na tem področju priporoča uporaba elektronskih računalnikov. Za tovrstne analize li-

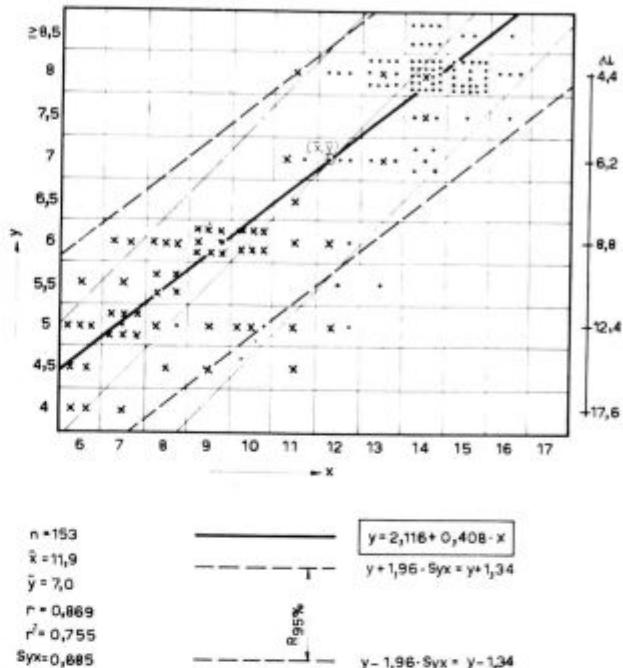
X — velikost zrna SG po Snyder-Graff-u

y — index velikosti karbidov v kaljenem stanju

— enakomerno zrno

x — neenakomerno zrno

$\mu$  — odgovarjajoči premer karbidov

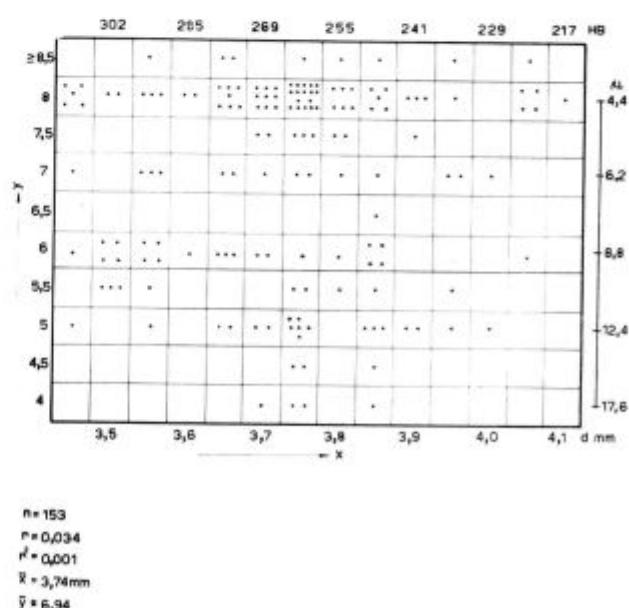


Slika 18  
Korelacija velikosti zrna in velikosti karbidov v kaljenem stanju

X — premer Brinell-ovega vtiska v žarjenem stanju

y — index velikosti karbidov v kaljenem stanju

$\mu$  — odgovarjajoči premer karbidov



Slika 19  
Korelacija trdote v žarjenem stanju in velikosti karbidov v kaljenem stanju

$$R_{C_{\text{rat}}}^{3\text{mm}} = 30,7 + 5 \cdot C \% + 21 \cdot Mn \% + 17,5 \cdot Cr %$$

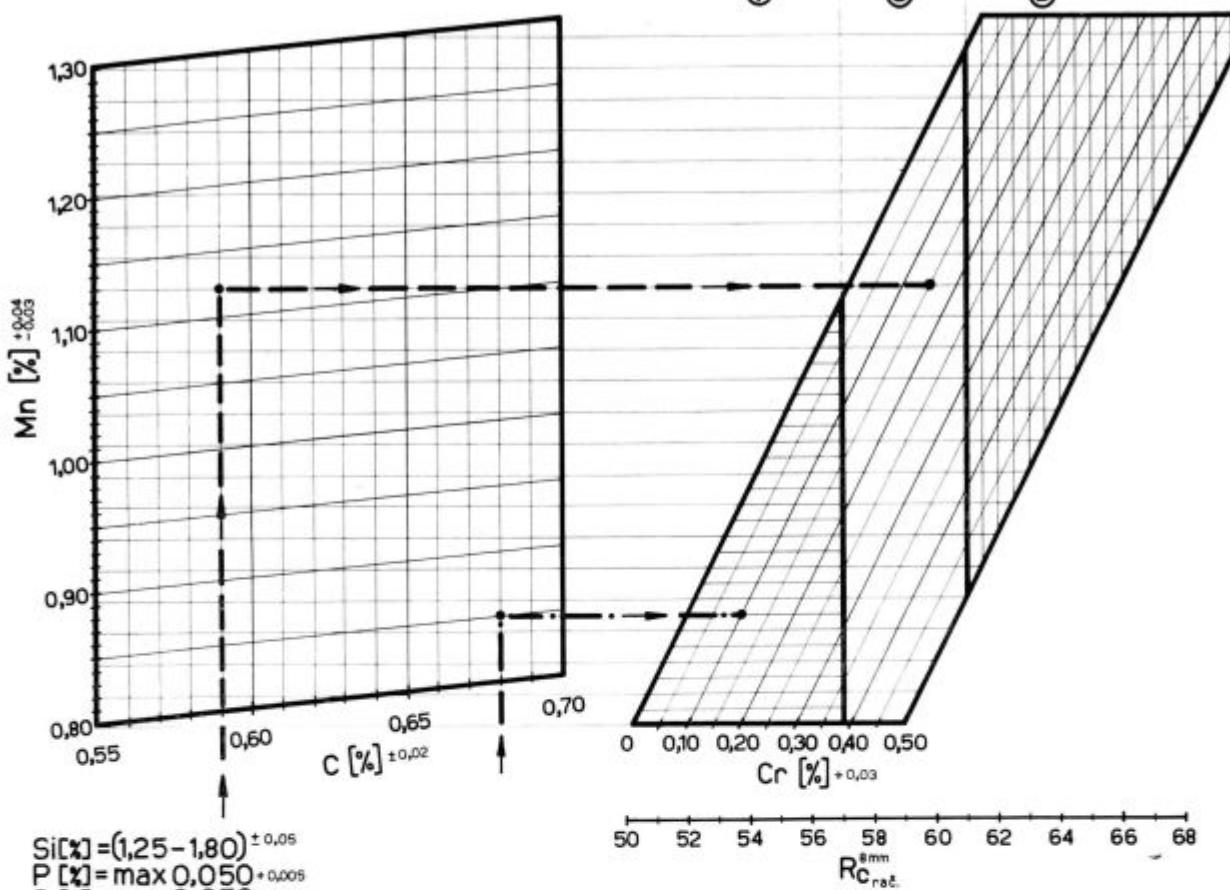
### D I S P O Z I C I J A:

$d = 4 - 6 \text{ mm}$     $d = 7 - 10 \text{ mm}$     $d = 11 - 14 \text{ mm}$

(T)

(S)

(D)



nearnih regresij ima železarna Ravne pri Računskem centru v Ljubljani izdelan program za računalnik ZUSE 23, s katerim je bilo izračunanih že veliko število takih regresij.

O analizi korelacije govorimo, kadar spremenljivk x in y ne moremo deliti po vlogi vzroka in posledice. Obe sta lahko neodvisni spremenljivki. V tem primeru se v bistvu pri izračunu vlogi zamenjata in vzamemo najprej eno, nato pa v ponovnem izračunu še drugo kot neodvisno spremenljivko. Kolikor je močnejša medsebojna odvisnost, toliko manj se posamič ugotovljeni regresijski premici razlikujeta. Slika 18 prikazuje razmeroma zelo ozko medsebojno povezanost spremenljivk, ki jo karakterizira visok koeficient korelacije  $r = 0,869$ . Koreacijska odvisnost je statistično zelo pomembna.

Nasprotno iz slike 19 vidimo na prvi pogled, da med spremenljivkama x in y ni pomembne zvezze, kar potrjuje tudi koeficient korelacije  $r=0,034$ .

Nomogram je izdelan na osnovi Jominy preizkusov za 103 šarže

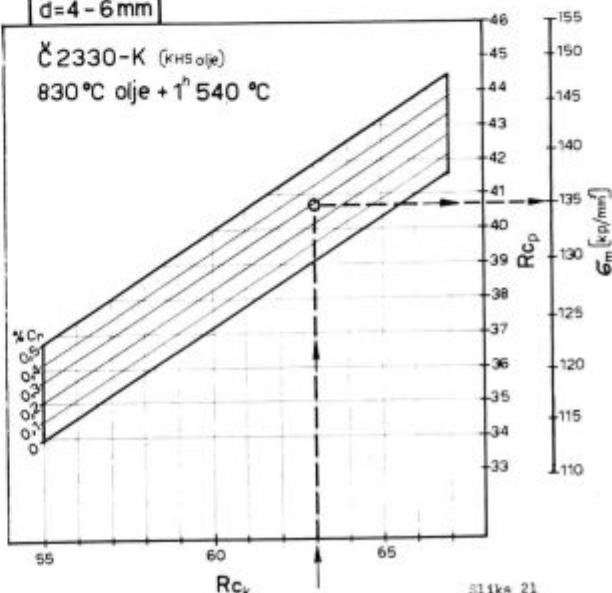
$$\Delta R_{C_p}^{3\text{mm}} = R_{C_k}^{3\text{mm}} - R_{C_p}^{3\text{mm}} = 1,31 + 0,359 \cdot R_{C_k}^{3\text{mm}} - 5,57 \cdot Cr$$

$$R_{C_p}^{3\text{mm}} = 0,641 \cdot R_{C_k}^{3\text{mm}} + 5,57 \cdot Cr \% - 1,31$$

$R_{C_k}$  = trdnota v kaljenem stanju  
 $R_{C_p}$  = trdnota v poboljšanem stanju

$d = 4 - 6 \text{ mm}$

C2330-K (KHS olje)  
830°C olje + 1 h 540 °C



Nomogram je izdelan na osnovi Jominy preizkusov za 103 šarže:

$$\Delta R_c^{\text{rec}} = R_{C_e}^{\text{rec}} - R_{C_p}^{\text{rec}} = 0,376 \cdot R_{C_e} + 23,70 \cdot C + 5,69 \cdot Mn - 22,663 \dots [\pm 2 R_c]$$

$$R_{C_p}^{\text{rec}} = 0,624 \cdot R_{C_e}^{\text{rec}} - [23,70 \cdot C + 5,69 \cdot Mn] + 22,663$$

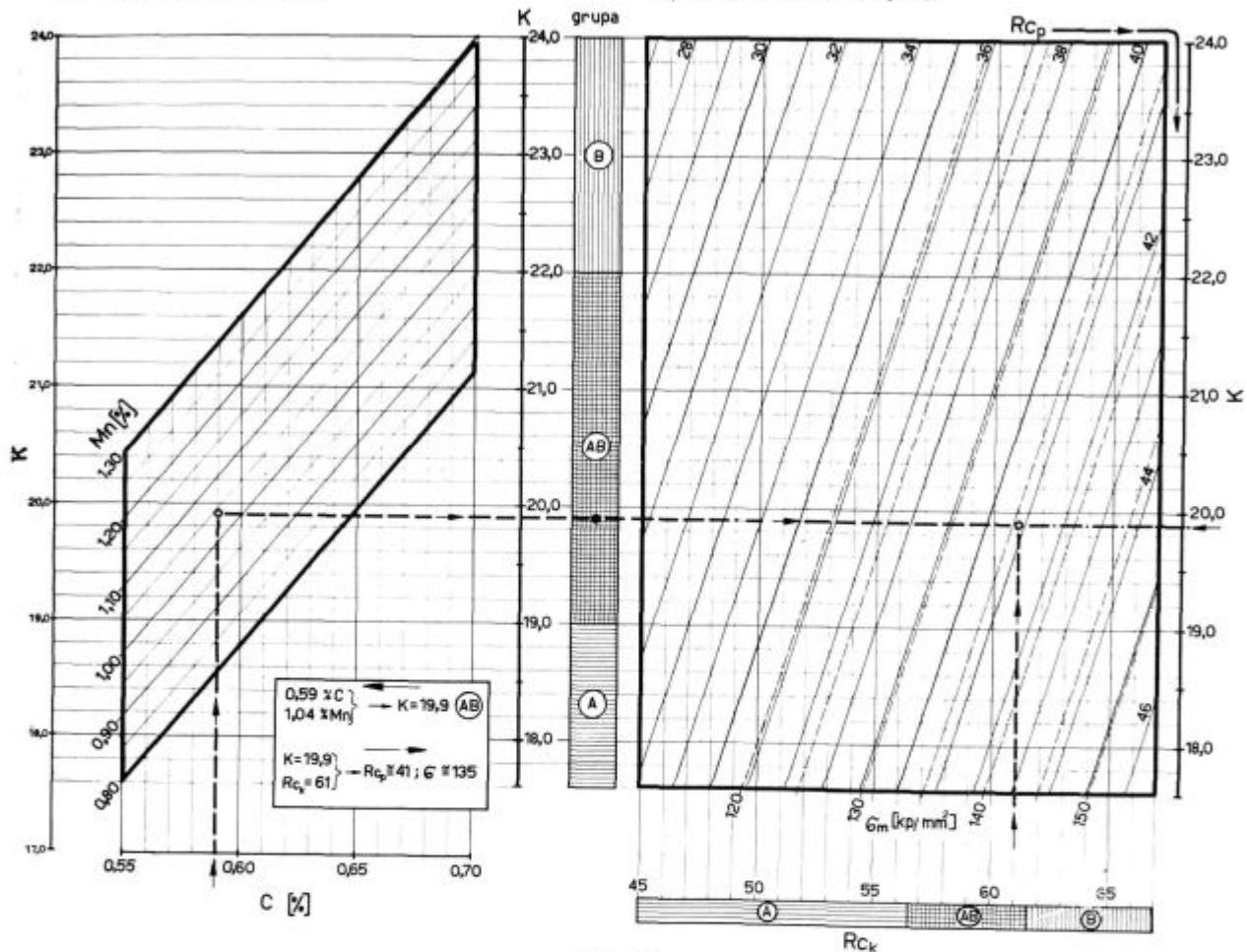
$$K = 23,70 \cdot C [\%] + 5,69 \cdot Mn [\%]$$

Č2330-K (KHS olje)  
830°C olje + 1<sup>h</sup> 540°C

$d = 11-14 \text{ mm}$

Ravnina v kaljenem stanju  
Ravnina v posočljivem stanju

$$R_{C_p} = 0,624 \cdot R_{C_e} - K + 22,663$$



Slika 22

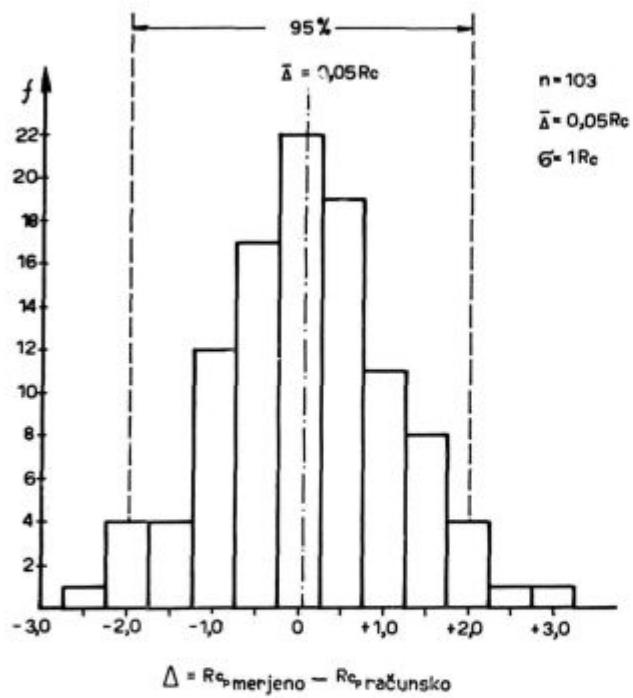
Nomogram za splošno določanje kalilne grupe (levo). Nomogram za predvidevanje trdnosti debelih vzmeti v posočljivem stanju (desno)

Več linearnih regresij lahko s primernimi metodami povežemo v enačbo množične linearne regresije. Taka enačba definira medsebojne odvisnosti in zajame istočasno več vplivov na določeno odvisno spremenljivko. Za praktično uporabo rezultatov je tako pri posamičnih kakor pri množičnih regresijah mnogo bolj uporaben grafični prikaz, ker enačbe ne moremo neposredno uporabljati. Za prikazovanje rezultatov množičnih regresij uporabljamo primerno konstruirane nomograme. Oglejmo si nekaj praktičnih primerov iz železarne Ravne.

S pomočjo nomograma na sliki 20 posamezne šarže jekla v proizvodnji vzmeti na osnovi kemijske sestave (C, Mn, Cr %) že vnaprej namenimo za izdelavo tankih, srednjih ali debelih vzmeti, pri čemer upoštevamo rezultate sistematičnih preiz-

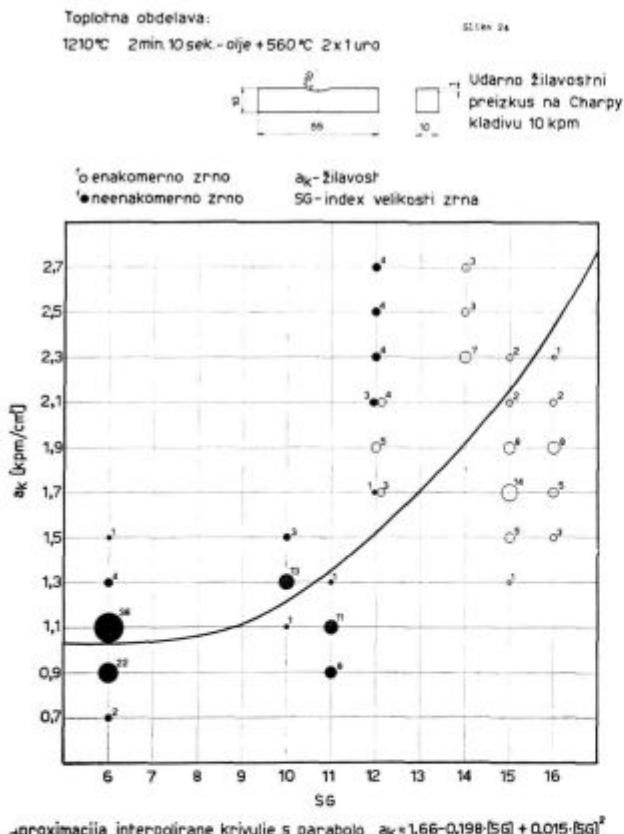
kusov kaljivosti. Nomogram predstavlja obenem kontrolni predpis, ki je podan z območjem posameznih kemijskih elementov. Če je vsebnost nekega elementa izven območja, prikazanega na nomogramu, potem šarža ne ustreza predpisom kemijske sestave.

Slike 21 in 22 prikazujeta dva primera nomogramov, s katerima lahko na osnovi statistično pomembnih vplivov naprej predvidevamo trdoto ali trdnost vzmeti pri določenih pogojih toplotne obdelave. Natančnost ali napako takega predvidevanja prav lahko ugotovimo s pomočjo analize razporeditve, kakor kaže slika 23 s histogramom frekvenc ali pa z ustreznim prikazom v verjetnostni mreži. Za vsak primer posebej določimo razliko med merjeno in izračunano, na osnovi nomograma določeno vrednostjo. Analiza razporeditve teh raz-



Slika 23

Natančnost računskega določanja ali uporabe nomograma za določanje trdote v poboljšanem stanju



Slika 24

Žilavost v odvisnosti od velikosti avstenitnega zrna in njegove enakomernosti

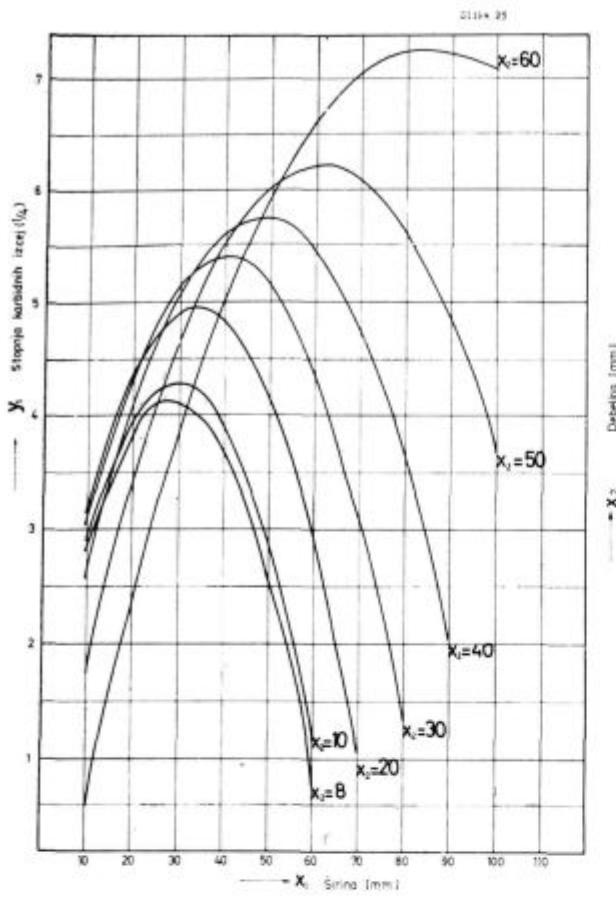
lik kaže, da s 95-odstotno statistično gotovostjo lahko zaupamo nomogramskemu predvidevanju trdot v mejah natančnosti  $\pm 2 R_C$ .

Precej bolj zapletene za izračun so analize ne-linearnih in predvsem množičnih regresij, pri čemer so izračuni brez uporabe elektronskih računalnikov praktično neizvedljivi. Raziskovalni oddelek železarne Ravne je v zadnjih letih izvršil veliko število takih nelinearnih množičnih regresij, z velikim številom neodvisnih spremenljivk in regresijskih odvisnosti druge, tretje in celo četrte stopnje. Te analize smo izvrševali v sodelovanju z Računskim centrom Metalurškega inštituta v Zenici, ki ima za računalnik elliot 803 izdelan odličen program za analizo tako imenovane selektivne množične regresije. Na osnovi rezultatov tega izračuna tvorimo enačbo regresije, nato pa v sodelovanju z Računskim centrom v Ljubljani na računalniku ZUSE 23 izvršimo potrebno tabeliranje za izdelavo nomogramov. Oglejmo si nekaj primerov takih nelinearnih regresij. Slika 24 kaže tak primer regresijske odvisnosti žilavosti od velikosti zrna v brzoreznem jeklu. Ploščine posameznih krogov so sorazmerne s frekvencami. Razmeroma veliko razsipanje je razumljivo, saj je žilavost odvisna v veliki meri tudi od trdote jekla in od velikosti karbidov. Primere množičnih nelinearnih regresij kažejo nomogrami na slikah 25, 26 in 27.

#### ASOCIACIJSKA ZVEZA DVEH SPREMENLJIVK

Večkrat nas pri raznih tehnoloških analizah zanima le pomembnost medsebojnih vplivov, pri čemer posamezne karakteristike ali lastnosti razdelimo v dobre in defektne, visoke ali nizke, prvo-razredne ali drugorazredne lastnosti in podobno. V takih primerih gre za ugotavljanje tako imenovane asociacijske zveze, ki jo preizkušamo in vrednotimo s pomočjo Pearsonovega kriterija  $\chi^2$ . S pomočjo primerjave izračunane vrednosti tega kriterija in tabelaričnih vrednosti ugotavljamo statistično pomembnost medsebojne zveze. Poglejmo praktičen primer.

Na sliki 18 je prikazana medsebojna odvisnost velikosti zrna z indeksom SG kot spremenljivke x in indeksa velikosti karbidov kot spremenljivke y. V diagramu so spikami in križci označene razlike med enakomernim in neenakomernim zrnom v metalografski preiskavi. Že na prvi pogled vidimo v tem primeru zelo jasno, da se pike zbirajo pri višjih vrednostih x in višjih vrednostih y, križci pa pri nižjih vrednostih x in y. Sigurnost ali statistično pomembnost te ugotovitve moramo preveriti (posebno v primerih, ki so manj izraziti) s pomočjo asociacijske analize. Prav v tem primeru je bila izračunana vrednost Pearsonovega kriterija  $\chi^2 = 95$ . Tabelarična vrednost za 99 % statistično sigurnost pa znaša  $\chi^2 = 6,63$ .



Slika 25

Odvisnost stopnje neenakomernosti karbidnih izcej od dimenzij  $\text{H}$ ,  $\text{D}$  profilov za jeklo BRC

Ker je izračunana vrednost mnogo večja od tabelarične, nam dovoljuje to zaključek, da je medsebojna zveza med velikostjo karbidov, veli-

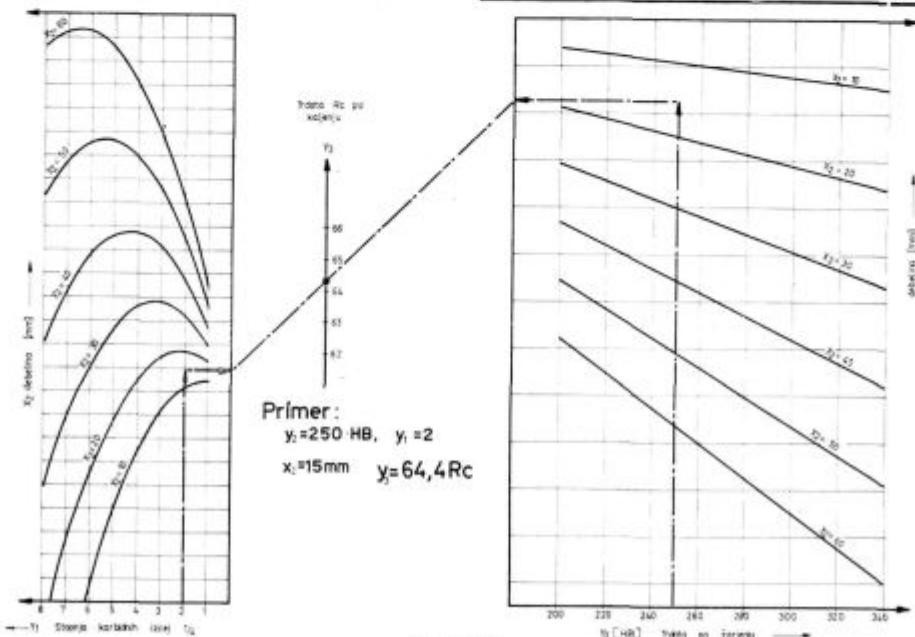
kostjo zrna in enakomernostjo avstenitnega zrna v jeklu zelo pomembna. Brez posebnih pojasnil smo v tem primeru prišli do zelo važnega zaključka, da grobi karbidi povzročajo grobo in zelo neenakomerno avstenitno zrno v jeklu.

Podobne analize se poslužimo poleg ugotavljanja regresijske odvisnosti tudi v primeru, prikazanem na sliki 24.

Poglejmo si primer uporabe asociacijske analize v jeklarskem problemu. Vzemimo, da so nam rezultati tekoče kontrole ingotov vzbudili sum, da se kvaliteta ingotov, litih na prvo livno ploščo, razlikuje od ingotov, litih na drugo livno ploščo. Na neki način definiramo, katere ingote smatramo za defektne in katere za dobre, nato pa rezultate s hitro statistično metodo asociacijske analize preverimo in ugotovimo pravilnost naših sumničenj. V tabeli 3 je prikazana analiza 440 ingotov, ki so v obliki frekvenc razdeljeni na štiri kategorije. V oklepaju so navedene frekvence ki bi jih pričakovali, če med spremenljivkami ne bi bilo prav nobene zveze.

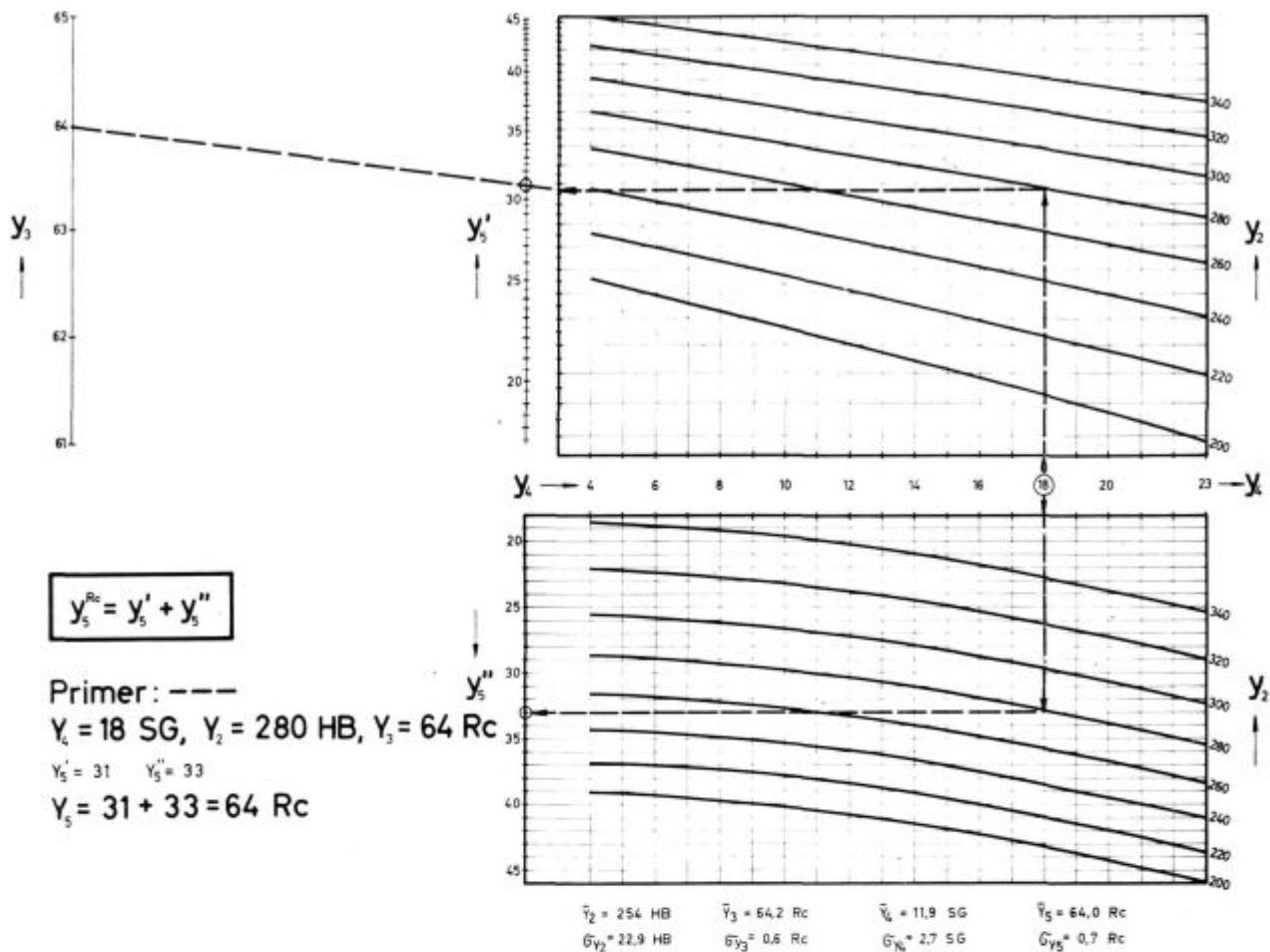
Tabela 3 — asociacijska zveza dveh spremenljivk

		Litje ingotov		Vsota
		1. plošča	2. plošča	
Kvaliteta ingotov	defektne	5 (14)	23 (14)	28
	dobri	215 (206)	197 (206)	412
Vsota		220	220	440



Slika 26

Odvisnost trdote po kaljenju (Rc) od: debeline  $\text{H}$  ali  $\text{D}$  profila; stopnje neenakomernosti karbidnih izcej trdote (HB) po žarjenju; velikosti avstenitnega zrna (SG) za jeklo BRC. —



Odvisnost trdote po popuščanju v Rc od: trdote po žarenju HB; trdote pa kaljenju Rc in — velikost avstenitnega zrna SG za jeklo BRW

Po postopku Pearsonovega kriterija<sup>2</sup> je izračunana vrednost  $\chi^2 = 12,365$  večja od tabelarične vrednosti  $\chi^2_{tab} = 6,63$ , kar nam dopušča trditev z 99 % statistično gotovosti, da je v obravnavanem sistemu razdelitve frekvenc pomembna asociacijska odvisnost.

Statistično pomembna je tendenca, da so ingotili na 1. plošči, kvalitetno boljši. To velja za obravnavan primer in za izbrane ocenjevalne kriterije.

### KORELACIJA RANGOV

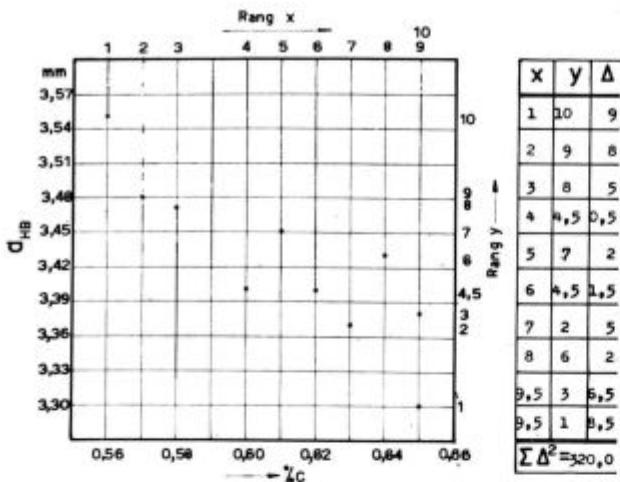
Večkrat se pri tehničkih poizkusih, pri katerih bi želeli čimprej in že pri majhnem številu podatkov vsaj približno orientacijo, poslužujemo tkm. hitrih statističnih metod z uporabo posebej pritejenih tabel. Te metode so res hitre, zelo preproste, seveda pa manj natančne od normalnih in lahko služijo le za osnovno orientacijo. Ena takih hitrih metod je korelacija rangov.

Bistvo metode je v tem, da ne računamo s pravimi vrednostmi, ampak z vrstnimi redi velikosti

— z rangi. Uporaba rangov je posebno priporočljiva v primerih, ko so vrednosti spremenljivk diskontinuirne, ali pa nam zaradi kakšnega kolikor vzroka ne opravičujejo uporabe metod, ki temelje na zakonitostih normalne razporeditve.

Pri tej metodi pare vrednosti (točke v diagramu sl. 28 in 29) razvrstimo najprej po velikosti x, nato pa po velikosti y in jim dodelimo pripadajoče zaporedne številke — range. V tabeli nato vpišemo ustrezne pare rangov. Točka, ki je dobila po x rang 1, je dobila po y rang 10. Točka, ki je dobila x rang 4, je dobila po y rang 4,5, ker smo ugotovili dve enaki vrednosti za y, ki si torej delita mesto 4—5 in jima zato dodelimo srednjo vrednost range 4,5. Za vsak par določimo absolutno razliko rangov ( $x - y$ ) in seštejemo kvadrate vseh teh razlik. Tako dobljeno vsoto primerjamo z ustrezнимi tabelaričnimi vrednostmi<sup>2</sup> z upoštevanjem števila podatkov, kar nam omogoča zaključek o značaju in pomembnosti medsebojne odvisnosti na izbranem nivoju statistične gotovosti.

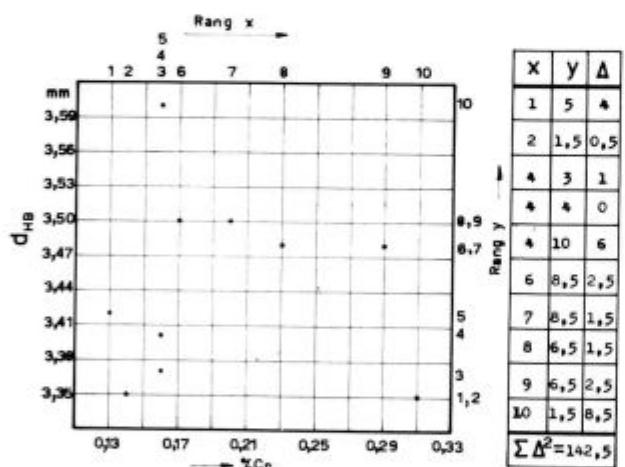
Korelacija na sl. 28 je statistično pomembna, na sl. 29 pa statistično nepomembna, vendar le v danem primeru in območju preizkušanja.



Slika 28

Korelacija rangov št. 6 STATISTIČNO POMEMBNA po kriteriju navodila št. 26 G

Vpliv ogljika na trdoto po ohladitvi s  $1000^{\circ}\text{C}$  na zraku



Slika 29

Korelacija rangov št. 22 STATISTIČNO NEPOMEMBNA po kriteriju navodila št. 26 G

Vpliv kroma na trdoto po ohladitvi s  $1000^{\circ}\text{C}$  na zraku

## ANALIZA VARIANCE

Pri metalurških raziskavah vsakodnevno srečujemo probleme ugotavljanja in ocenjevanja vplivnih faktorjev na določene lastnosti in značilnosti, iskanja medsebojnih odvisnosti, primerjav tehnoloških postopkov in mnogo drugih primerov, pri katerih do sedaj opisane metode niso uporabne zaradi nekontinuirnega značaja spremenljivk. Mnoge od teh problemov zelo uspešno rešujemo z analizo variance.

Že v tabeli 1 in na sliki 7 so bili prikazani rezultati precej obsežne statistične analize, ki kažejo, da se srednje vrednosti obravnavane karakteristike (v tem primeru gre za indeks velikosti karbidov v brzoreznem jeklu) razlikujejo po vrstah jekel in po dimenzijskih skupinah. Ali so te razlike velike, majhne, pomembne ali nepomembne? Ali jih moramo upoštevati ali jih lahko zanemarimo? Katere so pomembne in katere nepomembne? Pred takimi vprašanji ostanemo brez statističnih metod nemočni. Odgovora ni, ali pa je pod vplivom entuziazma s slabimi posledicami. Brez objektivnega kriterija lahko »ugotovimo« take razlike, kakršne smo po naši tehnični presoji vnaprej pripisovali in smo jih želeli le potrditi. Taka napaka in neobjektivna ocena imata lahko hude in daljnosežne posledice. Analiza variance nam nudi v takih primerih popolnoma zanesljive in objektivne kriterije za odločitev na izbranem nivoju statistične gotovosti in ob upoštevanju števila podatkov. Mimogrede naj omenimo, da smo s pomočjo analize variance v omenjenem primeru prišli med drugim do zaključka, da razlike srednjih vrednosti za velikost karbidov pri vrstah volframovih jekel niso pomembne in se pojavljajo le slučajno. Molibdenova jekla pa imajo finejše karbide in razlika srednjih vrednosti je pomembna. To je s stališča spoznavanja karakteristik posameznih vrst jekel zelo važen zaključek, omogoča pa nam tudi poenostavitev nadaljnjih raziskav, ker lahko z grupiranjem tistih jekel, ki kažejo nepomembne medsebojne razlike, precej zožimo obseg eksperimentiranja.

V preprostejših primerih je analizo variance računsko razmeroma lahko izvršiti, pri bolj zapletenih analizah pa je tudi na tem področju nujno potrebna uporaba elektronskega računalnika. Tudi na tem področju raziskovalni oddelek železarne Ravne v sodelovanju z računskima centromi Metalurškega inštituta v Zenici in univerze v Ljubljani razvija metodo analize variance na tak način, da bi bila uporabna v rutinskih oblikih z jasnimi napotki za pripravo podatkov in tolmačenje rezultatov.

Oglejmo si kratek izvleček praktičnega primera analize variance.

Pri raziskavah lastnosti brzoreznih jekel smo ugotavljali vpliv velikosti karbidov in vpliv kalilne temperature na žilavost jekla.

Tabela 4 podaja izvleček že delno obdelanih eksperimentalnih podatkov. Iz tabele je razvidno, da so rezultati preizkusov zbrani v 6 skupin na osnovi klasifikacije velikosti karbidov in kalilne temperature. Za vsako skupino je podana aritmetična srednja vrednost  $\bar{x}_i$ , pripadajoče število prob  $n_i$  in varianca  $s_i^2$ .

Tabela 4 — žilavost brzoreznih jekel v odvisnosti od velikosti karbidov in kalilne temperature

Kalilna temperatura \ Velikost karbidov	Fini karbidi	Srednji karbidi	Grobi karbidi
Nižja kalilna temperatura	$x_1 = 1,12 \text{ kpm/cm}^2$ $n_1 = 24$ $s_1^2 = 0,0143$	$x_3 = 2,06 \text{ kpm/cm}^2$ $n_3 = 31$ $s_3^2 = 0,4458$	$x_5 = 2,44 \text{ kpm/cm}^2$ $n_5 = 23$ $s_5^2 = 0,2086$
Višja kalilna temperatura	$x_2 = 1,06 \text{ kpm/cm}^2$ $n_2 = 87$ $s_2^2 = 0,7224$	$x_4 = 1,85 \text{ kpm/cm}^2$ $n_4 = 33$ $s_4^2 = 0,3263$	$x_6 = 1,95 \text{ kpm/cm}^2$ $n_6 = 76$ $s_6^2 = 1,2254$

Po rezultatih analize variance so:

- statistično pomembne razlike  
 $\bar{x}_1 - \bar{x}_5$     $\bar{x}_2 - \bar{x}_6$     $\bar{x}_3 - \bar{x}_6$   
 $\bar{x}_1 - \bar{x}_3$     $\bar{x}_2 - \bar{x}_4$
- statistično nesigurne razlike  
 $\bar{x}_3 - \bar{x}_5$
- statistično nepomembne razlike  
 $\bar{x}_4 - \bar{x}_6$     $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$     $\bar{x}_3 - \bar{x}_4$

Te primerjave nas privedejo do zaključkov, da grobi karbidi pri obeh načinih toplotne obdelave pomembno poslabšajo žilavost. Razlike žilavosti, ki pripadajo srednjim in finim karbidom, so nesigurne ali pa nepomembne.

Vpliv kalilne temperature na žilavost (v območju preizkušanja!) pride pomembno do izraza le pri finih karbidih, medtem ko pri grobih karbidih in delno pri srednjih karbidih vpliv velikosti karbidov prevlada nad vplivom kalilne temperature, saj med nižjo in višjo kalilno temperaturo niso bile ugotovljene pomembne razlike žilavosti.

Pri analizi variance je na razpolago več različnih metod, pri katerih rezultate, razvrščene v sistemu enojne ali dvojne klasifikacije, primerjamo po srednjih vrednostih ali pa po standardnih deviacijah.

Poenostavljeni variante analize variance predstavljajo najrazličnejše primerjave dveh serij vezanih ali nevezanih podatkov, kakršne se srečuje vsakodnevno pri raziskovalnem delu.

## ZAKLJUČEK

Pregled praktične uporabnosti elementarnih metod matematične statistike kaže, da so vse te številne metode namenjene predvsem objektivnemu vrednotenju rezultatov kontrole ali raziskav. Objektivnost je ena od najbolj potrebnih lastnosti raziskovalca in kontrolorja, zato bo tudi vsak dober raziskovalec v svoji želji po objektivnosti in zanesljivosti hitro uvidel pomen statističnih metod in se jih posluževal pri rednem delu. Najnevarnejši so preuranjeni in nesigurni zaključki! Zato se mora praktično vsaka moderna raziskava

zaključiti s primerno statistično oceno rezultatov, ki so lahko pomembni, nepomembni ali pa nesigurni. Če pridemo do zaključka, da so rezultati nesigurni, je treba raziskavo po istem sistemu nadaljevati, dokler ne pridemo do jasne alternativne odločitve pri izbranem ali zahtevanem nivoju statistične gotovosti.

Posebno in razmeroma zelo obsežno je področje metodike planiranja raziskav in industrijskega eksperimentiranja z uporabo statističnih analiz. Te metode zahtevajo planiranje raziskav v taki obliki, da je vnaprej predviden način takega vrednotenja rezultatov, ki zagotavlja največji učinek raziskave. Te moderne metode se v svojem bistvu razlikujejo od klasičnih metod raziskovalnega dela. V primerjavi s starimi metodami raziskovalnega dela omogočajo moderne metode z uporabo statističnega vrednotenja za isti obseg informacij in zanesljivost zaključkov precejšnje zmanjšanje obsega in stroškov raziskav. Če si lahko privoščimo isti obseg in enake stroške, pa s pomočjo statistično planiranih raziskav dobimo neprimerno več informacij in posebno večjo zanesljivost. Vse te metode v primerni obliki povezujejo in kombinirajo opisane elementarne metode ali pa so na njih vsaj osnovane. Na izbiro imamo te metode v eksaktni obliki ali pa tudi v obliki hitrih metod za ugotavljanje orientacijskih informacij.

Elementarne metode matematične statistike so tudi osnova sistema statističnega vzorčenja v kontroli kvalitete in obenem kot uvodne analize pogoj za uvajanje statističnega vzorčenja.

Iz vsega opisanega je jasno, da uporaba matematičnih metod ni in ne sme biti omejena v okvire statističnega biroja v podjetju. Metode, njihove možnosti in uporabnost na posameznih področjih morajo poznati bolj ali manj vsi strokovnjaki v proizvodnji, kontroli in raziskavah. Osnovne metode so na takem nivoju, da jih popolnoma samostojno lahko uporablja vsak kvalificiran kontrolor, zahtevnejše metode pa so take, da brezpogojno zahtevajo dobro organizirano teamsko delo.

## Literatura

1. Jože Rodić, Matematična statistika — Metode Izdaja Metalbiro Zagreb.
2. Jože Rodić, Matematična statistika — Upute Izdaja Metalbiro Zagreb.
3. Jože Rodić, Zbirka primerov matematično statističnih analiz (neobjavljeno)
4. Jože Rodić, Statistična kontrolna karta p — pomoč pri osvajanju in dviganju kvalitete Koroški fužinar št. 1/1966

## ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Artikel behandelt die Verwendung und die Wirksamkeit von Methoden mathematischer Statistik in der Qualitätskontrolle. Ein besonderer Nachdruck ist der Verwendbarkeit dieser Methoden bei industrieller Entwicklungs- und Laboratoriumsforschungswerk gewidmet. Es ist eine kurze Übersicht der Methoden angeführt, wobei die Erklärungen der einzelnen Analysen an praktische Beispiele aus dem Stahlwerk Ravne gebunden sind.

Im ersten Teil sind auf diese Art die statistischen Grundmethoden mit allen Parametern und Schätzungs-kriterien gegeben. Die Elementärmethoden dienen der objektiven Schätzung für die vergangene Zeit oder aber

für die laufende Qualitätsbegleitung des durchschnittlichen Niveaus und des Gleichmässigkeitsgrades. Neben der Analyse der Aufteilung sind die verschiedenen Sorten der statistischen Kontrollkarten aufgezeigt.

Im zweiten Teil sind die Methoden der statistischen Analysen zur Feststellung der gegenseitigen Abhängigkeit und den Einwirkungen verschiedener Faktoren auf bestimmte Charakteristiken behandelt. Es sind dies die Analysen der Regression und Korrelation, verschiedene Abhängigkeitsteste, Analyse der Variance und die Vergleiche der Serien.

## SUMMARY

Article is dealing with role and efficiency of statistics in quality control. Usage of these methods in industrial and laboratory research is emphasized.

Short review of methods is given where explanation of particular analysis is connected with practical examples from Ravne Steel Mill.

The basic statistical methods are given in part I with all parameters and scoring criterions. These elementary

methods are used for objective scoring of past period or current quality control: average level or degree of uniformity. Besides analytical distribution there are many different kinds of statistical control cards shown.

Methods of statistical analysis for interdependability and influence of different factors upon certain characteristics are dealt with in part II. These are analysis of: regression, correlation, different dependability tests, variance analysis and series analysis.