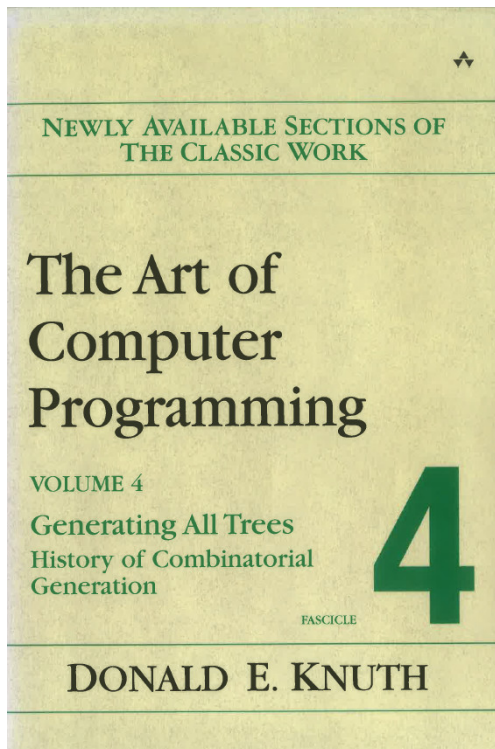


Donald E. Knuth: The Art Of Computer Programming, Volume 4, Generating All Trees, History of Combinatorial Generation, Fascicle 4, Courier Corporation plant in Stoughton, Massachusetts, januar 2006, 120 strani.

Knjižica, v kateri so opisani različni algoritmi za generiranje dreves, predstavljena pa je tudi zgodovina generiranja različnih kombinatoričnih struktur, je le eden od mnogih zvezkov, s katerimi Donald E. Knuth, znan daleč po svetu po svojem pionirskem delu na področju algoritmov in programerskih tehnik, po svoji iznajdbi TeXa in METAFONTa, ter kot ploden in vpliven pisec, zaslužni profesor Umetnosti računalniškega programiranja na Univerzi Stanford, sukcesivno dopolnjuje, razširja in zaožrožuje svoje veličastno delo Umetnost računalniškega programiranja, ki ga je začel pisati leta 1962. Knuthovo pisanje je deležno soglasnega občudovanja strokovnjakov ne le zaradi svoje tehtnosti, ampak tudi zaradi slogovnih odlik: lepote in elegance njegovih analiz, jasnosti in natančnosti njegovih razlag ter lucidnosti njegovih komentarjev.

Kot pravi avtor sam, si je, potem ko je v prejšnjih zvezkih obravnaval generiranje drugih kombinatoričnih struktur (npr. permutacij, kombinacij in particij), najboljše, generiranje dreves, prihranil za konec. Teorija dreves, ene ključnih diskretnih struktur, povezuje koncepte različnih vidikov računalniškega programiranja, probleme generiranja vseh dreves določenega razreda (npr. na n vozliščih) pa so v primerjavi s problemi generiranja drugih kombinatoričnih struktur, ki so jih v različnih oblikah obravnavali že v številnih starodavnih kulturah (Indija, Kitajska, Japonska, stara Grčija, itd.), matematiki in računalniški strokovnjaki začeli intenzivno obravnavati šele po letu 1950. Pred tem so se z enumeriranjem vseh dreves določenega razreda ukvarjali le zelo redki, npr. Arthur Cayley je leta 1875 v svojem veli-



kem delu o drevesih podal diagrame vseh binarnih dreves s tremi notranjimi vozlišči in štirimi listi. Algoritme za generiranje vseh vpetih dreves danega grafa so razvili številni avtorji po letu 1950, prvotna motivacija zanje pa je bilo raziskovanje električnih omrežij.

Knjižica je pisana na kožo tako računalniškim strokovnjakom kot tudi tistim, ki jih navdušuje zgodovina matematičnih znanosti. Brez dolgovezenja in okolišenja začne z razlago temeljne zveze med »pravilno vgnezenimi oklepaji« in drevesi, po kateri je vsak par ustrezajočih si oklepajev (ki mu ustreza neko vozlišče prirejenega drevesa) kodiran z zaporednima številčkama levega oklepaja » (« in desnega oklepaja »)«. Tabela s 14 različnimi pravilno vgnezenimi štirimi pari oklepajev in ustreznimi drevesi ter izomorfnimi strukturami prikaže tudi različne načine njihovega kodiranja. Zanimiva izomorfna struktura so hkratna rokovanja $2n$ ljudi za okroglo mizo, pri katerih noben od n parov, ki si seže v roke, ne zmoti rokovanja nobenega drugega para.

Po vrsti spoznamo algoritem za leksikografsko urejanje vgnezenih oklepajev, algoritem za generiranje binarnih dreves, pa tudi algoritme po vzoru Grayeve kode, ki generirajo vsa možna drevesa tako, da od vsakega generiranega drevesa preidemo k naslednjemu le z majhno perturbacijo. Pregledu nekaterih ključnih dejstev o Catalanovih številih, ki ustrezajo številom objektov, dobljenih v teh algoritmih, sledi zanimiv odlomek o slučajno generiranih drevesih ter analiza tako imenovanega »vzorca božičnega drevesa«, v katerem so razporejena vsa dvojiska zaporedja dolžine n natanko enkrat tako, da se zaporedja z istim številom enk pojavijo v istem stolpcu, in da se v vsaki vrstici zaporedni dvojiski zaporedji razlikujeta le na enem mestu. Število vrstic takega božičnega drevesa reda n (ki ga je mogoče brez težav določiti) natančno ustreza velikosti največje antiverige podmnožic množice $\{1, 2, \dots, n\}$, znane iz izreka Emanuela Spernerja (1928).

Teoretičnemu in zgodovinskemu delu sledijo številne naloge. Prvi del teh nalog bralcu pomaga razumeti in osvojiti strokovni, algoritemski del knjige; drugi del teh nalog pa je namenjen temu, da se vživimo v način razmišljanja matematikov (in drugih učenjakov, npr. gramatikov, ki so iskali vse možne ritmične različice sanskrtskih ali starogrških verzov, ali glasbenih teoretikov, ki so iskali vse možne sezname melodičnih linij iz danih različnih tonov), ki so prvi razmišljali o posameznih problemih, in da razumemo, da so bili različni koncepti in postopki v zvezi z generiranjem kombinatoričnih struktur, ki se morda danes zdijo enostavni, v svojih začetkih velik izziv celo za največje ume tistega časa.

V zgodovinskem delu knjižice, za katerega Knuth pravi, da se je ob njegovem raziskovanju naučil veliko zanimivega o človeku in njegovi kulturi, nam predstavi zelo zanimive in davne primere generiranja in enumeriranja različnih kombinatoričnih objektov, npr. 64 heksagramov (ki ustrezajo binarnim zaporedjem dolžine 6) iz slavne knjige I Ching (Knjiga sprememb), ene od petih klasičnih del konfucijanske modrosti, pa 52 diagramov (imenovanih po 52 poglavjih znanega literarnega dela japonske pisateljice Murasaki Šikubu: Zgodba o Genjiju iz 11. stoletja), ki ustrezajo različnim razdelitvam množice $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ v njene podmnožice (in katerih stilizirane variante je mogoče najti v standardnih katalogih kimono vzorcev v 20. stoletju), pa 56 različnih zaporedij treh metov kock, ki jih je, ker je bilo sicer priljubljeno kockanje duhovnikom prepovedano, škof Wibold iz Cambraja iz severne Francije povezal s posameznimi vrlinami (npr. 111 = ljubezen, 112 = vera, 113 = upanje, itd.) ter tako izumil nekakšno igro zbiranja vrlin (Ludus clericalis), ki pa so jo smeli igrati in se jim tako ni bilo treba odreči metanju kock. Zanimiv je tudi problem, ki ga je neuspešno reševal celo Leibniz, in sicer, koliko je permutacij besed nekega latinskega verza, ki ustrezajo tudi določenim ritmičnim omejitvam, ki so veljale za latinske verze. Problem je uspešno rešil šele James Bernoulli v svojem inavguracijskem govoru leta 1692. Knuth v zvezi s tem navaja tudi zanimiv Bernoullijev citat: »Celo najmodrejši in najbolj bistri ljudje včasih trpijo za nečim, kar Logiki imenujejo nezadostna enumeracija primerov.«

Knjižica, ki mi je prišla v roke po naključju (tako se dostikrat, po nedoumljivi igri naključja, zgodi s knjigami, ki so nam najbolj všeč!), mi je po eni strani zelo približala računalniško programiranje, me je pa tudi izredno prijetno presenetila v svoji zgodovinski, humanistični dimenziji, saj prepričljivo kaže, da tudi vrhunska matematična oziroma računalniška strokovnost ni nezdržljiva z zgodovinsko analizo. Še en lep dokaz, da naši morebitni predsodki o tistem, česar ne poznamo dovolj, niso vredni, da jih obdržimo in cenimo kot nekaj vrednega. Če bi namreč vztrajal pri svojem predsodku, da takšna knjiga že ne more biti zanimiva, bi bil prikrajšan za prebiranje navdihujočih misli, kot so npr.: »Za globlje razumevanje je koristno študirati rekurzivno strukturo v osnovi algoritma P«, ali: »Povprečna oblika naključno generiranega binarnega drevesa je približno enaka spodnji polovici elipse.« Takšnih stavkov je v knjigi še veliko. Veselim se že branja tudi drugih Knuthovih del, omenjeno knjižico pa priporočam vsem bralcem, ki imajo radi računalništvo in zgodovino matematike!

Jurij Kovič