

O DVEH FIZIKAH

UTELEŠENA FORMALNOST MATEMATIČNIH ZNANOSTI

Izak HUDNIK ZAJEC

Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta, Aškerčeva 2, 1000 Ljubljana,
Slovenija

hudnik.izak@gmail.com

Povzetek

V prispevku kritično ovrednotim osnovne predpostavke fenomenološke interpretacije znanstvene revolucije v delih Edmunda Husserla in Martina Heideggra. Ob razkritju nasprotij med intelektualnimi vodili antične teorije števil in mešanih znanosti, na eni strani, ter novoveške algebre in mehanike, na drugi strani, izpostavim vlogo novonastalega simbolnega mišljenja, ki jo omenjena fenomenologa zanemarjata kot posledico, in ne kot vzrok, znanstvene revolucije. Z mislijo Jacoba Kleina nato

oblikujem alternativno razumevanje znanstvenega mišljenja, ki v ospredje postavi t. i. *simbolno delujočo abstrakcijo* matematično-fizikalnih pojmov. Ti se ob zaprtju v lastne strukturne odnose oddaljijo od neposrednih materialnih interpretacij in s tem omogočijo kompleksnejše mišljenje izvora znanstvenih idealizacij. Slednje izpeljem v tesni navezavi na pojem simbolnega vedënja pri Mauriceu Merleau-Pontyju in obenem izoblikujem nastavek za teorijo utelešene znanstvene zaznave.

Ključne besede: fenomenologija znanosti, Jacob Klein, Maurice Merleau-Ponty, idealizacija, simbolizacija.

On Two Kinds of Physics. The Embodied Formality of Mathematical Sciences

Abstract

The article challenges the core ideas that underlie the interpretation of the scientific revolution as presented by Edmund Husserl and Martin Heidegger. By examining the ancient Greek number theory and mixed sciences alongside modern algebra and mechanics, the paper highlights the significance of symbolization, which was overlooked by the two mentioned modern philosophers. Drawing upon the ideas of Jacob Klein, the paper presents a fresh approach to the comprehension of scientific idealizations, closely linked with Maurice Merleau-Ponty's concept of symbolic behavior.

Keywords: phenomenology of science, Jacob Klein, Maurice Merleau-Ponty, idealization, symbolization.

»ZAKON 1

Vsako telo vztraja v svojem stanju mirovanja ali enakomerne premočrtnega gibanja, dokler nanj ne deluje sila, ki bi ga primorala to stanje spremeniti.
(Newton 2020, 53; prevod delno spremenjen.)

Uvod

Leta 1971 je ameriški astronaut David Scott na luni primerjal padec kladiva s padcem peresa. Zaključil je, da je imel Galileo Galilej prav: oba sta na tleh pristala istočasno (Allen 1972, 2–11).¹ Zdi se, da je to zgolj še ena izmed stopničk, po katerih stopa neustrašna tradicija matematične fizike, odkar si je nekaj stoletij nazaj mukotrpno utrla pot na svobodo. Vendar s tako hvalnico eksperimentu sodobna znanost pogosto pozablja, da njenih temeljnih pojmov *v principu* ne moremo izkusiti. Kljub temu da je Galilejev slavniti poskus z različno obteženima krogla po štiristo letih končno dosegel zadovoljivo izvedbo, pojem *vztrajnosti (gibanja)*² denimo take razrešitve ne bo dočakal nikoli – sistemi, v katerih bi predmet zaradi odsotnosti vplivov drugih sil vztrajal »*v svojem stanju mirovanja ali enakomerne premočrtnega gibanja*« (Newton 2020, 53), obstajajo le v naši domišljiji.

223

Kako lahko potemtakem govorimo o *fenomenologiji znanosti*? Zdi se, da smo med proučevanjem izkušnje matematičnega fizika izpostavljeni svojevrstni dinamiki, ki v sebi zajema *neizkustveni moment formalnih pojmov*, katerih pomen – čeprav sodi v središče sodobne fizike – izkusimo šele *posredno*, in sicer prek eksperimentalne izpolnitve hipotez, ki smo jih sprva izpeljali zgolj formalno. Isaac Newton svoje formalno izhodišče recimo zakoliči s slavnimi tremi zakoni gibanja (ibid.), med katere sodi tudi zgoraj navedeni prvi zakon, s katerim Newton natančno opredeli vztrajnostno gibanje. Skozi celotno zgodovino klasične mehanike lahko opazujemo, kako od svoje geneze

1 Posnetek dogodka je dostopen na: https://www.youtube.com/watch?v=ZVfhztmK9zI&ab_channel=NASAVideo.

2 Definicijo vztrajnostnega gibanja bralec lahko najde v uvodnem citatu.

v Galilejevih pionirskih podvigih in vse tja do Einsteinove posebne teorije relativnosti oblikuje fizikalno misel. Predvsem pa lahko z njim izrišemo eno izmed razlik, ki so sholastično znanost ločile od moderne, bolj matematične fizike.

Kot je danes dobro znano, je fenomenologija svojo kritiko pogosto usmerila prav zoper *neizkustveno dinamiko* matematično-fizikalnega *formalnega pojma*. To nas napeljuje na misel, da je fenomenologija znanosti nenazadnje oksimoron: ob bok filozofski šoli, ki si je naprtila težko nalogo deformalizacije (filozofskega) mišljenja, postavlja znanost, edinstveni primerek formalizirane misli. To bi seveda držalo, kolikor bi obtičali v teoretskem okviru Husserlovega ali Heideggrovega pristopa k proučevanju znanosti. Mi se bomo, nasprotno, oprli na Merleau-Pontyjevega pojem simbolnega vedenja in ga povezali z raziskavami o simbolizaciji števila, ki jih je spisal Jacob Klein. S tem bomo znanstveno revolucijo poskušali prikazati kot strukturno preobrazbo odnosa med eksperimentom in teorijo. Formalnih pojmov ne bomo razumeli kot eksplicitno izraženih filozofskih pojmov, *temveč kot razširitve fenomenalnega telesa oziroma telesne sheme*; izhajajoč iz Merleau-Pontyjevega utelešenega pogleda na zaznavo bomo izoblikovali teorijo *formalno* utelešene izkušnje.

224

Fenomenologija in idealizirana znanost

Antagonizem med nazorno izkušnjo in formalnim pojmom stopi v ospredje predvsem med branjem antičnih znanstvenih del, saj so nam ta zaradi našega sodobnega formaliziranega pogleda na svet tako rekoč nedosegljiva. Kar sodobno izkušnjo narave razlikuje od antične, je eksperimentalno nasičen matematični pojem oziroma metoda, ki nam v svoji tehnološki uspešnosti zastira naravno izkušnjo in otežuje razumevanje antičnih, nematematičnih znanosti. Vprašanje je seveda, ali je matematična »preobleka« v zgodovino vstopila postopoma ali v eni sami mišljenjski revoluciji; jasno pa je, da je zdaj tu in gospoduje nad sodobnimi znanstvenimi raziskavami. Zato je premostiti razliko med sodobnim in antičnim kriterijem resnice zahtevna naloga. Zgodovina znanosti zahteva tako pristno razumevanje sodobnih znanstvenih pojmov kot tudi obširen vpogled v njihovo zgodovinsko genezo. Nenazadnje se prav razkrivanje *matematizirane narave* odvija že slabo stoletje in bi ga lahko

celo razumeli kot prvi resni korak nasproti zgodovini znanosti kot samostojni stroki (prim. Cohen 2016).

Eden prvih mislecev, ki so v znanstveni revoluciji 16. in 17. stoletja videli poglobitveni izvor problemov sodobne filozofije, je bil fenomenolog Edmund Husserl. Prepričan je bil, da so – fenomenološko gledano – matematični pojmi smiselni le, kolikor lahko v izkustvenem življenju najdemo njihov nazorni pomen »evidentnosti uspelega udejanjanja« (Husserl 1998, 10). To pomeni, da znamo za dani pojem najti vsakdanjo nematematično izkušnjo, iz katere pojem izvira (za pojem števila bi bilo to recimo štetje vsakdanjih predmetov).³

Taka nazornost evidence se seveda s formalizacijo misli pogosto izgubi: matematični pojmi se namreč prestrukturirajo že s tem, ko mislec svoja dognanja deli z drugimi (ibid., 12), nato pa jih z zapisom posreduje še tistim, s katerimi neposredni stik ni mogoč (recimo kasnejšim generacijam) (ibid., 14). V zapisu sprva povsem minljivi, nazorno razumljeni pojmi pridobijo status »nenehne-biti« (ibid., 14). To jim omogoča, da obstajajo, »čeprav jih ni nihče udejanjal v evidentnosti« (ibid.).

Vendar ta preobrazba s seboj prinese vrsto fenomenoloških preglavic. Zapisano namreč najpogosteje razumemo *pasivno*, tj. zgolj z asociativnim sledenjem zaporedju sklepanj, veljavnosti katerih ne preizprašamo ali preizkusimo aktivno (ibid., 14); torej *brez udejanjenega uvida* privzemamo konsistentnost in pravilnost zapisanega.⁴ V izvornem kontekstu nekega pojma lahko njegovo izvirno evidenco brez problema reaktiviramo (tj. udejanjimo), saj je ta del vsakdanjega mišljenjskega okolja (ibid., 20). Tekom zgodovine se

225

3 Claire Ortiz Hill (2010) izpostavlja, da je Husserlov odnos do treh »tradicionalnih« filozofij matematike – formalizma, intuicionizma in logicizma – zapleten in nejasen, in previdno zaključí, da je Husserlova pozicija presenetljivo najbližje Hilbertovemu formalizmu. Zanimivo je, da se Husserl z opredelitvijo čiste teorije števil kot analize (vsakdanjega) vprašanja »koliko? [wie viel?]*« izmakne nekaterim težkim problemom omenjenih treh filozofij matematike (ibid., 68).*

4 Pomislimo na aksiome Peanove aritmetike, s katerimi štetje – in z njim odgovor na vprašanje »koliko« – zvedemo na sledenje zaporedni aplikaciji funkcije naslednika. Čeprav tako razumevanje števil morda vključuje vse formalne karakteristike štetja, aktivno udejanjenje smisla v vsakdanjih izkušnjah ni samoumevno, temveč zahteva reaktivacijo. Peano namreč naravna števila definira z začetnim številom 0 in funkcijo naslednika $suc(x)$. $1+2=3$ lahko nato definiramo $suc(x)+suc(suc(x))=suc(suc(suc(x)))$, če $x=0$. Malokdo bi števili 1 in 2 v okviru vsakdanjosti seštel na takšen način.

želja po evidentnosti počasi sprevrže v brezupno sanjarijo, saj je evidentno preizkušanje neke eksponentno razvijajoče se discipline nemogoče (ibid., 16). Kljub temu znanstveni napredek ni nujno izgubljen: izpeljavo pravilnosti in konsistentnosti pasivno sprejetih pojmov Husserl prepusti logiki, ki služi kot vodilo pri oblikovanju zaključene pojmovne celote. S tem utemelji zaupanje v pravilnost in konsistentnost velikih znanstvenih sistemov, ki so sicer izgubili neposredni stik z udejanjeno evidenco vsakega izmed členov v dolgi zgodovinski verigi znanstvenih dognanj (ibid.). Če kljub pomanjkanju nazornega pomena nekaterih členov vseeno nastane konsistentna pojmovna struktura, to nakazuje na skupno apodiktično strukturo sicer faktično različnih mišljenjskih okolij – skupno *formalno ontologijo* (ibid., 28). Proces, v katerem se pojem s pomočjo pisave na ta način idealizira, Husserl poimenuje *sedimentacija*. Z njo pojmi po eni strani zadobijo svojo idealno bit in s tem kot zgodovinska tradicija navežejo stik z drugačnimi faktičnimi okolji, po drugi strani pa se izpostavijo nevarnostim pasivnega razumevanja, ki svojo prepričljivost črpa iz »neznanske, čeprav nerazumljene praktične koristnosti« (ibid., 19). Ob slednji se na spoznanje evidentnosti preprosto pozabi (ibid.).

Z izpostavitvijo tega dvojnega značaja sedimentacije Husserl po eni strani strne zgodovino matematike, po drugi strani pa analizira tudi novoveško matematizacijo narave. Meni, da novoveški znanstveniki s pomočjo merilne tehnike naravo samo spremenijo v nekaj povsem pasivno privzetega. Ali natančneje: merilna tehnika, ki je izvirno vezana na meritve stvari vsakdanjega življenjskega sveta, z napredkom postopoma izboljšuje t. i. *mejne oblike* (*Limesgestalten*) oziroma empirične približke matematičnim pojmom (Husserl 2005, 41 isl.; Garrison 1986, 330). V tovrstnem tehničnem približevanju se znanstvenik – v Husserlovih besedilih to mesto povečini zaseda Galileo Galilej – spozabi, saj se mu zazdi, da je narava v resnici le živega smisla izpraznjena razsežnost, ki jo kot fizik nadomesti s sedimentiranimi pojmi matematičnih teorij (Husserl 2005, 71 isl.). Ob tem na izvorni, vsakdanji odnos s svetom, ki mu je raziskovanje sploh omogočil, preprosto pozabi.

Husserl Galileja označi kot dvojnega genija: po eni strani nam je razkril metodo, s katero prepoznamo »kavzalni zakon [in] ‚apriorno‘ formo ‚pravega‘ (idealiziranega in matematiziranega) sveta« (ibid., 73), po drugi strani pa je zakril vse tiste načine oblikovanja odnosa z naravo, ki svojo prepričljivost

prejmejo iz pomenskega, nazornega odnosa z vsakdanjim življenjskim svetom (ibid.). Husserl možnost formalizacije, s katero moderna znanost spremeni izkušnjo narave, najde v eksperimentalni tehniki, ki z napredkom tehničnih priprav omogoča vse prepričljivejše redukcije empiričnih pojavov na izoblikovane pojme evklidske geometrije. Slednja služi kot »sorazmerno razvita geometrija« (Husserl 2012, 29), s katero Galilej formalizira in na ta način zakriva izkustveno bogate naravne pojave. Rečemo lahko, da *Husserl matematizacijo narave razume kot preoblačenje predmetov v matematično preobleko, stvano z naprednimi tehničnimi postopki*: znanstvenik vsakdanji predmet *preoblikuje* v matematični pojem in ga s tem idealizira. Po končani preobrazbi se čista razsežnost preprosto privzame za metafizični temelj sveta; vse ostalo so le obstranske, nebistvene akcidence.

Drugi fenomenolog, ki se je ukvarjal s tem vprašanjem, je bil Martin Heidegger, ki nasprotno meni, da matematični značaj sodobne znanosti ne zakrije izkustvene dinamike vsakdanjih predmetov, temveč »razkrije področje vprašanj in eksperimentov, zakonov in novih regij biti« (Heidegger 2011, 203). To se do neke mere sicer sklada s Husserlovo oznako Galileja kot dvojnega genija, a se od opisanega odnosa med eksperimentalno tehniko in matematično teorijo tudi bistveno oddalji. Husserl namreč vodilno vlogo nameni *tehničnemu napredku*, ki v naravi izoblikuje mejne oblike, in matematično interpretacijo narave razume kot *posledico* napredka tehničnih naprav. Heidegger odnos obrne: oblikovanje eksperimentalno preverljivih hipotez (tj. približkov znanstvenih pojmov) je popolnoma nezamisljivo brez vpetosti v nov način interpretacije sveta – hermenevtične vpetosti v *matematični zasnitek* (*mathematischer Entwurf*).⁵

227

⁵ Pojem *Entwurf*, ki ga uporabljata tako Heidegger kot Merleau-Ponty, bomo prevajali z »zasnitek«, saj gre za ustaljeni prevod, uporabljen že v slovenski različici *Biti in časa* (Heidegger 2005, 559). »Gibalni načrt« (Merleau-Ponty 2006, 127), ki se v slovenskem prevodu *Fenomenologije zaznave* uporablja kot prevod za *Bewegungsentwurf*, se nam zdi neprimeren, saj namiguje na jasno izoblikovani načrt. Kot morebitno alternativo bi lahko morda uporabili še »očrt«, saj ta – podobno kot »zasnitek« (tudi »zasnutje«)

S temi tremi značilnostmi moderne znanosti – faktičnost, eksperimentalnost, merljivost – zgrešimo njen temeljni značaj. Njena bistvena značilnost sestoji iz tega, kar usmerja in določa temeljno gibanje znanosti same. Ta značilnost zajema način rokovanja s stvarmi in metafizični zasnitek predmetnosti predmetov. (Ibid., 188.)

Heidegger bistveno karakteristiko moderne znanosti vidi v vnaprej vzpostavljeni aksiomatski shemi, po kateri se zgleduje raziskovalec. Zasnitek interpretativnega ustroja znanstvenega pristopa vnaprej predpiše relevantne lastnosti, ki jih bo znanstvenik z eksperimenti nato poskušal fiksirati. Temu Heidegger pravi *matematični značaj* moderne znanosti:

Matematično označuje temeljno naravnost pristopa k stvarem, zaradi katere stvari razumemo, kot da bi bile že vnaprej dane, kot morajo in bi morale biti dane. Matematično je torej temeljna predpostavka vednosti o stvareh. (Ibid.)

228

Šele na podlagi vnaprej določenih matematičnih predpostavk, ki določajo *pravilno* predmetnost preiskovanih pojavov, lahko izoblikujemo eksperiment, ki te pojave karseda dobro uprizori: *tehnični napredek potrebuje matematizacijo kriterija znanstveno sprejemljivih izkušenj*. Razmerje med vzrokom in učinkom je torej obratno kot pri Husserlu: »Na temelju matematičnega *experientia* nastane moderni eksperiment. Moderna znanost je eksperimentalna zaradi matematičnega zasnutka.« (Ibid., 202.) To je seveda obratno kot pri Husserlu, kjer je moderna znanost matematična zaradi eksperimentalne praktičnosti mejnih oblik.

Rečemo lahko, da Heidegger matematizacijo narave razume kot izvirni hermenevtični odnos z vsakdanjim svetom, ki temelji na zasnutku dinamike

– izpostavlja nepopolno izoblikovan pomen tega, kar načrtujemo. Povedano drugače, pri zasnutku (oziroma načrtu) gre za moment rojevanja in udejanjanja pomena (v implicitnem smislu), ne za izpopolnjeni in jasno artikulirani pomen (v eksplicitnem smislu). S prevodom »zasnitek« bomo potegnili tudi vzporednice z Oresmovim diagramom, saj je Galilej z njim – kot z *zasnutkom* integralnega računa – udejanjal *rojevajoči* se pomen integralnega računa. Pojem zasnutka je tako pri Heideggru kot pri Merleau-Pontyju tesno povezan s pojmom »projekcije«. Ta označuje preobrazbo okolnega izkustvenega sveta, ki se ravna po dinamikah novega zasnutka.

aksiomatskih izhodišč, šele ta izhodišča pa v predmetu razkrijejo lastnosti, za katere znanstvenik poskuša oblikovati čim natančnejše eksperimente: matematični fizik najprej v vsakdanjem predmetu *razkrije* lastnosti, ki si jih predmet deli z matematičnim pojmom, in jih šele nato poskuša z eksperimentom karseda dobro prikazati.

Najstrnemo: če Husserl torej pravi, da je treba naravne predmete zgolj tehnično *obleči*, Heidegger odvrne, da jih je sprva potrebno hermenevitično *razkriti*,⁶ oba pa od znanstvenih pojmov *pred* kakršnokoli aplikacijo zahtevata *idealizacijo* – fizik naj bi zmeraj posegal po izoblikovani geometriji ali aksiomatskem zasnutku, s katerim naj bi pred oblačenjem ali razkrivanjem vzpostavil koherentno mrežo aplikativnih pojmov. Te skupne predpostavke se bomo v nadaljevanju lotili mi. Husserl Galileju očita, da se še ne giblje v simbolni znanosti in se torej še ni ločil od nazorne predstavitve matematičnih dognanj (Husserl 2005, 24). Tudi Heidegger opozarja, da so novi matematični postopki protoanalize nastali kot posledica in ne vzporedno z novim načinom interpretacije sveta (Heidegger 2008, 203). Oba fenomenologa torej vodi razumevanje, ki v osrčje matematične fizike postavlja aplikacijo enostavno podedovane antične matematike. V naslednjem razdelku bomo izpostavili, da geneze matematične fizike ne moremo preprosto zreducirati na občasne evklidske izpeljave Galileja ali serijo sklepanj, ki jih je objavil Newton. Razlika med evklidsko geometrijo in matematično analizo nam bo razprla problematiko odnosa med antično in moderno matematiko, ki se bo izkazala za ključni moment naših razmislekov.

229

6 Garrison (1986) lepo opiše, kako je Galilej prispel do zaključkov o vztrajnostnem gibanju: z valjenjem krogle po vse bolj gladkih površinah je počasi izoblikoval to, čemur bi Husserl rekel limitna oblika vztrajnostnega gibanja. S heideggrovskega stališča lahko Garrisonu oporekamo, češ da s takšnim instrumentalnim pristopom zanemarja obrat miselnega ustroja raziskovalcev. Tako bi Husserlova empirično izoblikovana limitna oblika svojo eksperimentalno aplikacijo prehitela kot ena izmed privzetih osnovnih predpostavk. V tem drugem smislu vztrajnost, čeprav je ne moremo izkusiti, služi kot aksiom (Heidegger ima v mislih kar Newtonov prvi zakon gibanja), iz katerega fizik izpelje znanstvene razlage empiričnih pojavov. Heidegger bi prostorsko dekompozicijo hitrosti izstrelka izvedel s pomočjo predpostavljene vztrajnosti gibanja, medtem ko mora Husserl posamično komponento zmeraj eksperimentalno izolirati.

O dveh fizikah

V samem rojstvu sodobne znanosti opazimo nekakšno dvojnost v uporabi matematike pri raziskovanju fizikalnih pojavov. Po eni strani so si novoveški znanstveniki z evklidsko geometrijo prizadevali za širšo razumljivost *izdelanih* teorij, po drugi strani pa so si raziskovalno pot utirali z *aksiomatsko neutemeljenimi* postopki nastajajoče matematične analize (Kaplan 2018, 458).⁷ Predvsem s postopno izpostavitvijo vloge, ki jo je v znanstveni revoluciji odigrala analiza, bomo v privzeti idealizaciji znanstvenih pojmov opazili resen interpretativni problem. Videli bomo, da Husserl in Heidegger spregledata razvojni pomen *neidealiziranih* postopkov matematične analize, saj svojo teorijo matematične znanosti osnujeta predvsem okoli aplikativnih dinamik evklidske geometrije.

Lep primer omenjene dvojnosti lahko zasledimo prav v delu Isaaca Newtona, ki nasprotje med *analizo* in *evklidsko geometrijo* v svojem najslavnejšem delu razreši v prid slednji – predvsem zavoljo laične razumljivosti fizikalnih teorij.

230 S Kaplanovimi besedami:

Newton se je [z uporabo evklidske geometrije] izognil nerazumljivosti zahtevnih znanstvenih dognanj. S prikritjem analize je znanstveni tekst oblikoval v na prvi pogled demonstrativno sklepanje. Le matematično izobraženi bralci – tisti, ki so Newtonove dokaze dobro razumeli – so v tekstu lahko prepoznali pomanjkljivosti. (Kaplan 2018, 458.)

Kot je razvidno iz citata, Newtonovo delo *Principia* prežemajo ideje – fluksije, limita, integralni račun –, ki bi jih danes pripisali analizi in v

⁷ Matematična analiza je veda, ki proučuje (realne) funkcije. Ukvarja se predvsem z odvajanjem ter integriranjem in zato predvsem za odvod zahteva *zveznost*. Zveznost je bila formalno utemeljena šele na podlagi Cauchyjeve t. i. ε - δ definicije limite: če obstaja sprememba vrednosti x , za katero velja, da je manjša od *poljubno majhnega* števila ε , obstaja tudi sprememba vrednosti $f(x)$, za katero velja, da je manjša od *poljubno majhnega* števila δ . Oziroma: $|a-x|<\varepsilon \Rightarrow |f(a)-f(x)|<\delta$. Iz takšne definicije očitno sledi formalna utemeljitev spremembe vrednosti v trenutku, tj. odvod oziroma Newtonova fluksija spremenljivke.

strogem smislu niso zvedljive na misel, zajeto v Evklidovih *Elementih*.⁸ Kljub temu jih je Newton v želji po oblikovanju fantazme o popolni eksaktnosti vseeno skril v niz demonstrativnih evklidskih sklepanj. Pri iskanju notranjih silnic matematične fizike se zato ne smemo opirati na filozofsko podobo, ki jo je ta kazala navzven, temveč se moramo vprašati po njenih notranjih dinamikah; z drugimi besedami: znanstveniku moramo pustiti, da se nam daje v svojem naravnem, *znanstvenem* okolju – to pa je okolje, ki je bilo (in še vedno je) skoraj povsem prežeto s postopki matematične analize.

Na podlagi dvoumnosti fizikalnega pojma, ki preskakuje med evklidsko geometrijo in analizo, lahko fenomenološkemu razumevanju matematizacije narave postavimo naslednje vprašanje: ali znanstveno revolucijo res lahko razumemo s pomočjo izpopolnjenega in idealiziranega aksiomatskega sistema, kakršen je evklidska geometrija? Tako Husserl kot Heidegger svoja opažanja utemeljujeta s sklicevanjem na *formalno vlogo matematike*, ki – bodisi kot sedimentirani matematični pojem bodisi kot princip izpeljevanja aksiomatske skice – v znanstvene raziskave uvede *neempirično*, tj. *idealno* pojmovno strukturo. Da jo znanstvenik lahko prepričljivo aplicira, mora biti zadovoljivo razvita. A kot vemo, je trdna aksiomska podlaga analitičnih postopkov novoveškim matematikom umanjala (Stillwell 2019, 60). Newtonovo metodo fluksij je npr. Berkeley zmerjal kot »prikazen (pre)minulih lastnosti [*ghosts of departed qualities*]« funkcij (Berkeley 2007, 81), saj je infinitezimalne spremembe s pojmom limite in zveznosti formalno ekspliciral šele Augustin-Louis Cauchy dve stoletji kasneje. (Kasneje bomo v Galilejevem delu našli podoben način preseganja antične matematike s protointegralnim računom Oresmovega diagrama, ki je morda nekoliko bližje Leibnizevemu infinitezimalnemu računu.) Evklidska geometrija je bila v novem veku torej edini zadovoljivo razvit matematični sistem, s katerim so znanstveniki sicer lahko aksiomatsko izpeljevali svoja dognanja, a so s tem hkrati zakrivali nastajajoče postopke matematične analize.

231

⁸ Za več o uporabi in skrivanju analize glej Guicciardini 2009, 259–308.

Antični *arithmos*

V čem je torej glavna razlika med antično in moderno matematiko, med evklidsko geometrijo in analizo? Odgovor bomo našli v delu Jacoba Kleina: *simbolizacija števila*. Izkazalo se bo, da simbolizacije ne moremo razumeti kot samoumevnega prehoda na višjo stopnjo abstrakcije, temveč le *kot preobrazbo najosnovnejših vodil matematičnega sklepanja*. Tako razumljena simbolizacija bo omogočila drugačno interpretacijo geneze matematične fizike, ki bo segala onkraj anahronističnih predstav o evklidski geometriji.

Teorija množic, ki je služila kot izhodišče celotni filozofiji matematike od konca 19. stoletja naprej, antičnim matematikom ni bila na voljo, zato so rešitve filozofskih vprašanj o naravi števil iskali drugje. Posvetili se bomo predvsem eksplikaciji vodila, skritega temelja, iz katerega so ti matematiki izpeljevali svoje premisleke o matematiki. Temu vodilu, ki od matematičnih razmislekov pričakuje nazornost, bomo rekli *srečljivost*, glede na kontekst pa ga bomo občasno preimenovali v paradigmo *števnosti* (teorija števil).⁹ Na kaj merimo s tem? Antična števila so zmeraj števila z jasno opredeljeno enoto in določenim številom enot, torej so prilastki množev predmetov oziroma enot – število tega in onega, »a number of ...«, kot pravi Klein (1968, 48). Povedano drugače, matematične in znanstvene predmete je zmeraj mogoče nazorno in/ali empirično *srečati* oziroma *prešteti*: vsako število je množstvo jabolk, hrušk ali v skrajnem primeru čistih miselnih enot.

Klein temu primerno nemalokrat opozori, da je grški pojem števila *arithmos* tesno povezan s preštevanjem štetih reči (ibid., 46). Platon v *Državi* omenja, npr., »števila, ki so jim lastna vidna in otipljiva telesa« (525d), kar Klein posploši v misel, da antični Grki ob štetju konjev, psov ali ovac zapopadejo »konjska-, pasja- ali ovčja-števila« (Klein 1968, 47). Pri presojanju enakosti števil se antični matematik ne poslužuje bijektivnosti obravnavanih množic,¹⁰ temveč sledi spoznanju soudeleženosti množev v skupnem *eidosu* števila.

⁹ S tema pojmom bomo izpostavljali enostavno zahtevo, da antični Grki formalne matematike in znanosti niso poznali – za vsak pojem ali simbol je bil zmeraj vnaprej previden tudi interpretativni model.

¹⁰ Preslikava iz množice A v množico B je bijektivna, če vsakemu elementu iz B ustreza natančno en element iz A.

Skupni *eidos* jih opredeli kot množstva, ki so si enaka v številu: »Prav zato, ker je *arithmos* mnogoter in ne eden, je njegova določitev v določenem primeru mogoča le z *eidosom*, ki bo zajel primerno mnogoterost.« (Ibid., 56.) Čredi konjev in ovac, ki štejeta po deset osebkov, sta si zato – čeprav sta si sami na sebi različni – enaki v številu. Prav tako sta si enakokraki in enakostranični trikotnik enaka v tem, da sta oba trikotnika. Klein vse skupaj povzame takole:

Tukaj je število deset analogno pojmu trikotnika: tako kot ne obstaja trikotnik, ki ni niti enakostraničen niti raznostraničen, tako tudi ne obstaja število deset, ki ne bi označevalo deset teh ali onih jasno določenih stvari. Trikotnik je zmeraj določen trikotnik, bodisi enakokrak, enakostraničen ali raznostraničen. Število deset je zmeraj določeno število določenih stvari, bodisi jabolk bodisi psov, živine ali – v skrajnem primeru – čistih enot, dostopnih samo mislim; kljub razliki med skrajnim primerom čistih enot in vsemi ostalimi, se značaj *arithmosa* kot »določenega števila ... [*a number of* ...]« ohrani povsod. [...] To nadalje pomeni, da je število zmeraj nerazdružljivo zvezano s tistim, česar število je. (Ibid. 48; moj poudarek.)

233

Pojem, ki število nerazdružljivo poveže s preštetim množtvom, je *enota* (ibid.); štetje predpostavlja opredelitev enote, s katero štejemo. Tudi Aristotel, denimo, ki se je najbolj približal sodobnemu pojmovanju števila, paradigme števnosti kot osrednjega vodila antične teorije števil ne opusti – zanj so števila abstrakcije *preštetih* množtev: »Število je namreč z enim [oziroma enoto] odmerjeno množstvo.« (*Metafizika*, I 6, 1057a3.)¹¹ Torej tudi antični matematiki, ki motrijo čista števila in za svoje enote ne

¹¹ Enota izbrane predmete obravnava kot diskretne elemente, ki se v aktu štetja – navkljub materialni različnosti – glede na enoto štetja ne razlikujejo: jabolka štejemo kot jabolka, hruške kot hruške, oboje skupaj pa kot sadje. Tako lahko trdimo, da je ducat jabolk po številu sicer enak ducatu hrušk, čeprav sta si ducata kot taka različna, saj v prvem štejemo z jabolkom, v drugem s hruško. Enote štetja so si navzven, tj. v različno preštetih številih, sicer lahko različne, medtem ko moramo znotraj akta štetja enakost enot štetega števila predpostaviti. V primeru enote, ki bi med štetjem sadja poljubno preskakovala med jabolkom in hruško, bi pravilno prešteveto košaro težko oklicali za kaj več kot srečno naključje.

jemljejo materialnih predmetov, potrebujejo jasno opredeljeno enoto, s katero števila štejejo. Prav v kontekstu te potrebe moramo razumeti znameniti spor med Platonom in Aristotelom o metafizičnem statusu čistih enot štetja. Kot je dobro znano, je Platon zagovarjal popolno neodvisnost čistih enot štetja od materialnega sveta, medtem ko je Aristotelov princip abstrakcije zmeraj ohranjal stik s predmeti, od katerih je abstrahirao zgolj dozdevno neodvisne enote. Zastopala sta torej različni mnenji, a sta se oba gibala v enakem mišljenjskem horizontu (tj. v dojemanju narave števila kot množstva enot).

234 Iz te slavne debate o ontološkem pomenu miselne enote nematerialnih števil sledi subtilna razlika med antičnim in sodobnim razumevanjem števila. Husserl, ki je bil recimo po temeljni izobrazbi matematik, se v svojih spisih sicer sooča z vprašanjem enote, a zanjo zmeraj *predpostavi*, da je v pravem, tj. čistem matematičnem smislu izpraznjena vsakršne vsebine. Po svojem bistvu zato ni zavezana *določenemu* množstvu prešteti idealnih enot ter z njim jasno opredeljeni enoti štetja (Husserl svoji formalizirani enoti namreč pravi *Etwas überhaupt*; Husserl 1939, 18) (Hopkins 2011, 357). Nasprotno je, kot smo omenili v prejšnjem razdelku, iz spora med Platonom in Aristotelom še kako očitno, da antičnim matematikom predpostavka o pomenski izpraznjenosti enote štetja ni dostopna. Medtem ko mora Husserl zgolj eksplicirati fenomenološko genezo čiste formalne enote, katere nedoločen, algebrski način biti je že *vnaprej* formalno privzet, je v antični filozofiji iskanje določenega pomena čistih matematičnih enot v resnici glavni vir matematične problematike.¹² Antični matematik v svojih teoretičnih podvigih proučuje števila in njihove relacije, vendar se števila sama ne odrečejo jasno razvidnim – tudi čisto miselnim – enotam, prek katerih jih motri. V antiki vprašanje o metafizičnem statusu *enote* štetja ostane še kako relevantno.

Antični *arithmos* potemtakem ni bil ekvivalenten izpraznjeni množici enot, ki bi zahtevala zgolj in samo *potencialnost* bijektivne preslikave na množstvo predmetov. Rečeno drugače, antični matematiki števila niso znali

12 Več o tem, kako so filozofska prepričanja usmerjala matematično prakso predvsem praočeta algebre Diofanta, Klein razdela v desetem poglavju knjige *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra* (Klein 1968, 126–149). Natančnejša predstavitev za nas na tem mestu ni potrebna.

ločiti od preštetih enot, s katerimi so ga nazorno zapopadli (Hopkins 2011, 528). Vprašanje, ki razkriva predstavljeno razliko, je leta 1621 bralcem postavil prvi urednik spisov Diofanta, praočeta algebre. Takole zapiše: »Mar obstaja kdo, ki si, ko sliši ‚število 6‘, ne bi obenem predstavljal šestih enot? Zakaj je potem potrebno reči ‚šest enot‘, ko bi vendar zadostovalo reči ‚šest‘?« (Ibid.) Enota štetja torej po uvedbi algebrskih simbolov (*p*) *ostane neizrečena*, saj je dojeta v svoji nedoločenosti in formalizirani razobličeni, tj. *algebrski simbolizaciji*: algebrske operacije s simboli nadomestijo dejansko izvedene računske operacije. Ali drugače: *število, zapisano s simbolom, nadomesti jasno opredeljeno enoto štetja* (ibid., 534 isl.). Lahko bi rekli, da števil ne štejemo več, saj z algebro vprašanje o metafiziki enote štetja zdrkne v pozabo. Matematika v svojo misel uvede novo strukturno dinamiko, silnice katere bomo v preostanku sestavka počasi razkrivali in izpeljevali njihov vpliv na zgodovino matematizacije narave. Pred tem naj še opozorimo, da se vodilo srečljivosti odraža tudi v antičnih *mešanih znanostih*.

Matematični *qua* naravnih pojavov

235

Znanstvenik pojav matematizira tako, da zanj *vnapij* predpiše shemo postulatov (tj. definicij in aksiomov), iz katere izpelje vse nadaljnje sklepe. Arhimed iz Sirakuz denimo v svojih delih *Oravnotežju ravnin ali o težiščih ravnin in Plavajoča telesa* stori prav to: znanstveni pojav (vzvod oziroma hidrostatično) vnapij opredeli z naborom aksiomov, iz katerih nato z geometrično dedukcijo izpelje relevantne pojave (Archimedes 2002, 189–220 in 253–300).¹³ Ta način se sklada tako s Husserlovim pristopom, ki matematizacijo razume kot »oblačenje« predmetov v (evklidsko) geometrijo (Husserl 2012, 24 isl.), kot tudi s Heideggrovimi pojmovanji, ki zasnitek matematičnih predmetov utemeljijo z izpeljevanjem vzpostavljenih aksiomatskih trditev (Heidegger 2011, 202). Razlike med Arhimedom in moderno znanostjo zato ne bomo našli v postopku samem, marveč v *načinu njegove uporabe*.

¹³ Bralec lahko strnjen pregled Arhimedove protomatematične fizike najde v *A History of Mechanics* francoskega zgodovinarja Renéja Dugasa (1988, 24–31).

Arhimed je bil glavni predstavnik antičnih mešanih znanosti.¹⁴ Mešane znanosti so na zamejenih eksperimentalnih področjih povezovale abstraktne matematične pojme in empirične predmete. Področja so zamejena zato, ker predmeti antičnih mešanih znanosti zahtevajo matematične pojme, ki naravi predmeta sledijo. Aristotel o »dokazovanju harmonskih <atributov> s pomočjo aritmetike« pravi naslednje:

[...] dokazano dejstvo je predmet ene znanosti [harmonike] [...]; vzrok za dejstvo pa je predmet višje znanosti [aritmetike], za katero veljajo značilnosti same po sebi. Tudi iz te razprave je jasno, da je vsak <atribut> mogoče v polnem smislu dokazati samo na osnovi njegovih lastnih počel. V zadnjem primeru pa imata počeli nekaj skupnega. (*Druga analitika*, I, 76a10–15.)

236 Zadnji stavek izraža zahtevo po nazorni in neposredni srečljivosti¹⁵ aritmetičnih počel v harmoničnem dejstvu, saj je sicer prečenje znanstvenih disciplin – »npr. da bi dokazali geometrijsko <dejstvo> s pomočjo aritmetike« – strogo prepovedano (*ibid.*, I, 74a39–75b20). Peter Distelzweig bistvo prepleta antične matematike s fiziko izpostavi s t. i. *dvojnimi qua operatorjem*: »Glasba [harmonika] obravnava svoje polje raziskovanja (1) *qua* glas in (2) *qua* število; optika obravnava svoje polje raziskovanja (1) *qua* vid in (2) *qua* črto.« Z drugimi besedami, mešane znanosti »matematične pojme [objects] obravnavajo (1) kot [*qua*] naravne predmete, naravne predmete pa obravnavajo (2) kot [*qua*] matematične pojme« (Distelzweig 2013, 93).

V antičnem prepletu matematičnega pojma s fizikalnim predmetom se razjasni posebnost sodobnega matematiziranja pojavov: matematizacija (kot jo razume fenomenologija) naravne predmete *preskakuje* in jim ne sledi

14 Aristotel jih v *Fiziki* označi kot »bolj naravne [oziroma fizikalne] izmed matematičnih znanosti« (Aristotel, *Fizika* 2, 194b), in sicer bi jim lahko rekli podrejene znanosti, saj jih v *Drugi analitiki* podredi višjim (matematičnim) znanostim, s katerimi si delijo nekatere lastnosti. Sam izraz »mešane znanosti« (*scientia media*) sicer izhaja iz srednjega veka.

15 S sodobnim besednjakom bi lahko temu rekli *zahteva po jasno opredeljenem modelu aritmetike*.

(Heidegger 2011, 202).¹⁶ Po mnenju fenomenologije sodobna matematizacija brezobzirno grabi po sebi neprimernih situacijah in jih s pomočjo eksperimentov tlači v zelo ozek formalni okvir. Pri tem naivno pozablja, da je dejanskost raziskovanih pojavov pogosto bogatejša od nabranih matematičnih dejstev. Arhimed se brez težav izmakne tem očitkom oblačenja narave, saj si takega posega v razumevanje narave predmetov enostavno ne dovoli: med raziskovanjem fizikalnih sistemov sledi njihovim *srečljivim* matematičnim oblikam. Skratka, matematizacije obsojena novoveška znanost se ravna po »enojnem *qua* operatorju«: vse obravnava kot matematični pojem.

Idealizirana podoba enojnega *qua* operatorja pri proučevanju narave izkazuje dvojnost fenomenološkega pojma matematizacije: po eni strani enojni *qua* operator znanstvenika vodi s pomočjo izpopolnjenih in idealiziranih pojmov, ki v svoji transhistoričnosti izgubijo neposredni nazorni pomen; po drugi strani pa matematična interpretacija pojavov ni izkustveno samoumevna. Kot smo že omenili, Husserl drugi zahtevi poskuša zadostiti s sklicevanjem na tehnični napredek, ki v svoji natančnosti omogoči dosledno aplikacijo matematičnih pojmov (Husserl 2012, 45 isl.). Heidegger sicer opazi, da je treba upoštevati hermenevitično izrisan prostor aksiomatskega sistema, ki Husserlovo razmerje med življenjskim svetom in njegovo matematizacijo tako rekoč obrne. A skupna predpostavka glede tega, da je znanstvena revolucija *prvenstveno* metafizična reinterpretacija sveta, ostaja ista. Simbolizacijo matematike fenomenologija razume kot zgolj obstransko posledico potrebe po novi metafizični interpretaciji sveta. Tukaj se pojavi problem: antična fizika v svetu srečuje pojave, ki so si z matematičnimi pojmi nazorno enaki, prav zaradi tega pa ji umanjka eksperimentalna težnja enojnega *qua* operatorja po brezobzirni matematizaciji. Fenomenologija sicer eksperimentalno težnjo in brezobzirno matematizacijo novoveške znanosti obsodi, a hkrati spregleda, da antična matematika brez temeljne preobrazbe tej ni sposobna slediti – vztrajno se namreč drži tega, čemur pravimo vodilo srečljivosti. Iz tega je razvidno, da fenomenologija simbolizacijo matematične misli, ki zgodovinsko gledano

¹⁶ Peter Machamer (1978) je prepričan, da je Galilej dedič arhimedovske tradicije mešanih znanosti. Kljub temu se vzdrži razlage, kako je Galilej uspel preseči zamejenost dvojnega *qua* operatorja (117). Glede tega je seveda zelo zgovorna fenomenologija.

matematiki omogoči preseganje okvira mešanih znanosti, tematizira na napačen način.

Opisano dilemo bomo rešili z uvedbo simbolizacije fizikalnih pojmov, ki bodo svoj pomen tvorili izključno na podlagi funkcionalnih odnosov z ostalimi pojmi v matematični strukturi in s tem izgubili materialno podlago. Kot bomo videli v nadaljevanju, je najlepši primer opisane preobrazbe sprememba v razumevanju gravitacije, saj moderni pristop v primerjavi z antičnim ne razlikuje med nebesnimi in zemeljskimi telesi. Pojem gibajočega se predmeta se povsem izprazni in obstane kot funkcijski odnos spremenljivk, s katerimi ga znanstvenik opisuje. Razlika med potjo topovske krogle in orbito planeta na ta način postane formalna, tj. neodvisna od materialne podstat raziskovanega predmeta.

Platon, Galilej in urejenost vesolja

Poglejmo si primer, v katerem razliko med antično materialno srečljivostjo in novoveško formalno simbolnostjo srečamo na ravni splošne kozmologije. Že na prvih straneh *Dialoga o dveh glavnih sistemih sveta* Galilej predstavi naslednjo interpretacijo Platonove teorije o nastanku vesolja:

Narava [si] nekaj časa in na neki razdalji pomaga s premim gibanjem, zato da gibljivemu telesu, ki je bilo prvotno postavljeno v mirovanje, podeli neko določeno hitrost. Upošteva je to razlago, si predstavljamo, da je bog ustvaril npr. telo Jupiter in sklenil, da mu podeli neko hitrost, ki jo mora odtlej nenehoma enakomerno vzdrževati; s Platonom lahko porečemo, da ga je najprej pognal v premo in pospešujoče gibanje, ko pa je Jupiter dosegel zadano stopnjo hitrosti, je njegovo premo gibanje spremenil v krožno, ki mu nato po naravi pripada enakomerna hitrost. (Galilei 2009, 27.)

V Platonovem *Timaju*, ki je temu navedku najbližje (predvsem 38b–39b), pravkar navedene teorije ne bomo našli. Nenazadnje je dobro znano, da se je novoveška znanost navdihovala z besedili antičnih piscev, a jih je pogosto interpretirala v luči anahronističnih predpostavk, ki so se porodile iz sporov s sholastično znanostjo (Klein 1992, 120). V *Timaju* pa vseeno najdemo teorijo

o nastanku vesolja, ki za razmejitev urejene narave od izvirnega kaosa poseže po matematični teoriji razmerij:

Tako je bog postavil vodo in zrak na sredo med ogenj in zemljo ter je med njimi izdelal kolikor mogoče skladno sorazmerje: zrak je v razmerju do vode to, kar je ogenj v razmerju do zraka, in voda je v razmerju do zemlje to, kar je zrak v razmerju do vode. [...] Iz teh ter takšnih (prvin), štirih po številu, je bilo porojeno telo sveta, ki se je uskladilo prek sorazmerja. (Platon, *Timaj*, 32b–c.)

Gibanje posameznega predmeta, ki sestoji iz teh štirih proporcev, je seveda določeno z ozirom na njegovo naravno mesto mirovanja. Predmet miruje, če je v ravnotežju (tj. določenem sorazmerju) s svojo okolico, v nasprotnem primeru se giblje proti mestu mirovanja: »mirovanje je vselej povezano z izravnanoostjo, gibanje pa z neizravnanoostjo« (ibid., 58a). Zopet opazimo, da je antična misel za kakršnokoli matematično razlago narave zahtevala nazorno srečljivost počel, ki jih je z matematiko eksplicirala.

239

Pri Galilejevi opredelitvi gibanja je seveda nekoliko drugače. Videli smo, da nastanka vesolja (oziroma Sončevega sistema) ne opredeli z izpostavitvijo materialnih lastnosti, ki jih je bog vtisnil temeljnem gradnikom. Veliko bolj ga zanima oblika gibanja in kako jo je bog ustvaril. Kot zapiše Klein: »Telesa sama na sebi niso izpostavljena primerjavi, razumemo jih namreč prek njihovega *modusa biti*, natančneje prek njihovega gibanja.« (Klein 1985, 31.) Na takšen način jih simboliziramo, tj. spremenimo v abstraktna točkasta telesa. Vendar simbolizacija gibanja po Kleinu zahteva uvedbo *nove dimenzije* proporcionalnih razmerij – *čas* (ibid., 34). Toda Klein v uvedbi dimenzije časa spregleda zametke novih matematičnih orodij, zato bomo manjkajočo povezavo izpeljali mi.

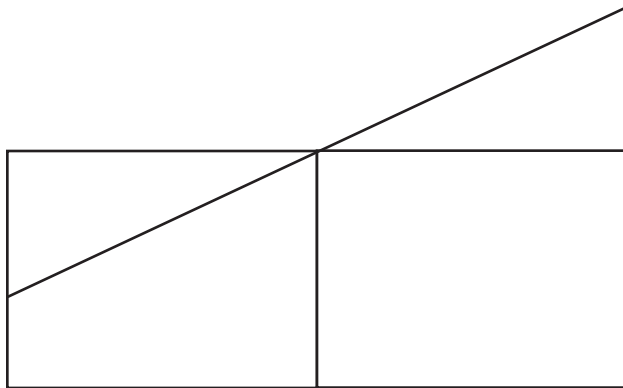
Oresmov diagram, mehanika in vztrajnost

Zgodovini disciplin matematične analize in klasične mehanike sta si presenetljivo blizu. Zgodovino prve se pogosto povezuje z reševanjem geometrijskih problemov, vendar so poleg vprašanj o volumnu, ploščini in tangents pomembno vlogo v njenem razvoju odigrali tudi mehanski

problemi (Stillwell 2010, 244). Na temelju njune medsebojne spetosti bomo v nadaljevanju raziskali tesno razmerje med osnovnimi idejami matematične analize in formaliziranim pogledom na gibanje. Pokazali bomo, da so matematična sklepanja pogosto ostala utemeljena zgolj in samo praktično ter so šele čez čas vzbudila željo po natančni aksiomatski utemeljitvi.

Temeljna ideja, ki že v Galilejevem delu povezuje obravnavani disciplini, je kvazi-inverzni odnos, ki ga med seboj oblikujeta strmina grafa in ploščina, ki jo ta izriše: »Razdalja je enaka površini pod grafom hitrosti (v odvisnosti od časa). Hitrost je strmina grafa poti (v odvisnosti od časa).« (Galilei 2009, 247.) Zametke te ideje najdemo v delu srednjeveškega misleca iz 14. stoletja, Nikolaja Oresma (Oresme 1968, 409). Oresmov diagram (slika 1) omogoča primerjavo enakomerno pospešenega gibanja in enakomernega (nepospešenega) gibanja: ploščina trapeza, ki simbolizira enakomerno pospešeno gibanje, je enaka ploščini pravokotnika, ki simbolizira enakomerno (nepospešeno) gibanje.

240



Slika 1:
Oresmov diagram.

Izpostavili smo že izrazito nesoizmerljivost antičnega in sodobnega razumevanja števil, pri čemer je prvo nerazdružljivo zavezano določeni enoti štetja, drugo pa se z uvedbo algebrskih simbolizacij slednje otrese. Poleg razlike v razumevanju naravnih števil algebrske simbolizacije pred nas postavijo tudi nazorno nesmiselna števila, ki obstajajo le kot simboli in je njihova nazorna interpretacija – vsaj v konvencionalnem smislu

opredelitve količine – nemogoča. Število se – recimo – izmika količinski interpretaciji, saj bi ta zahtevala negativni kvadrat števila.¹⁷ Descartes kot prvi mislec, ki poskuša utemeljiti imaginarne korene polinomov, opredeli njihov metafizični status glede na celotni simbolni sistem algebre: imaginarni koreni obstajajo le kot zamišljene [*conceived*] entitete, predvsem kolikor izpolnjujejo zahteve osnovnega izreka algebre (Descartes 1954, 175).¹⁸ To je mogoče zato, ker je simbol sam nosilec pomena števila in tvori smisel le v odnosu do drugih simbolov: »Material [tj. način biti enot štetja] je zdaj konstituiran s – ,števili', katerih obstoj ni več problematičen, saj jih kot produkte simbolno delujoče abstrakcije zapopademo neposredno v zapisu.« (Klein 1992, 224.)

Ali lahko podobno dinamiko zasledimo tudi v Oresmovem diagramu? To bi pomenilo, da bi novoveški pojem gibanja razumeli samo, če bi izhajali iz strukturnih dinamik zarisanega Oresmovega diagrama. Interpretacija gibanja nekega poljubnega predmeta bi bila samo posamezni primer še abstraktnejše splošnosti gibanja. Kot smo opozorili že v primeru Newtonove metode fluksij, je bilo novoveško razumevanje metod integriranja in odvajanja vse prej kot jasno in razločno. Enako velja tudi za Galilejevo razumevanje Oresmovega diagrama; slednjega namreč celo eksplicitno loči od tega, čemur vseskozi pravimo srečljive matematične interpretacije. Pri utemeljitvi se namreč sklicuje na nedeljive trenutke, v katerih gibajoče se telo poseduje količine hitrosti, ki se tekom gibanja seštevajo v ploščino diagrama (Galilei 1954, 215; Galilei 2009, 218f). To v kontekstu evklidske geometrije, kjer je črta, ki pri Galileju simbolizira specifično hitrost, po drugem aksiomu Evklidovih *Elementov* brez širine, seveda nima prav nobenega smisla. Kako naj bi se črte brez širine seštele v končno širino ter posledično v ploščino lika?

241

17 Krasen pregled postopne simbolizacije algebre lahko bralec najde v Stedall (2011); glede recepcije algebre v Angliji pa je še posebej zanimiva Pycior (1997).

18 Osnovni izrek algebre pravi, da je število korenov polinoma zmeraj enako njegovi stopnji.

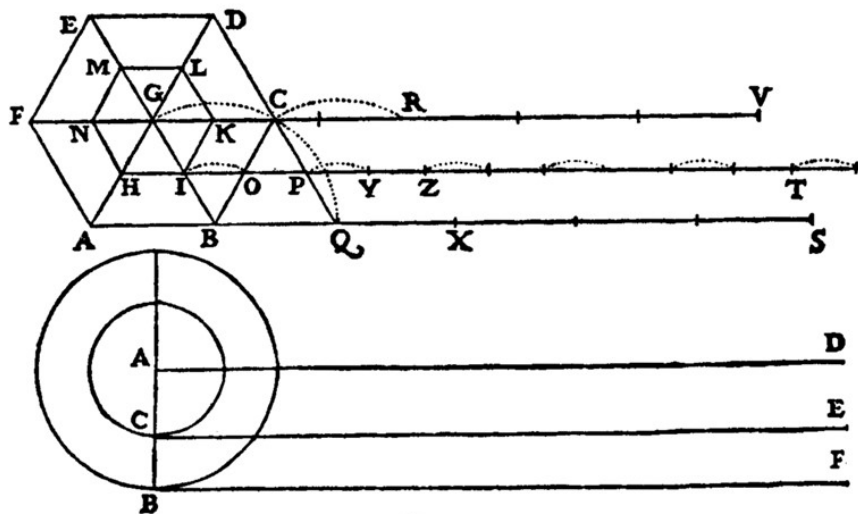


Fig. 5

Slika 2:

Rota Aristotelis (Galilei 1954, 21).

Zgoraj: pravilna večkotnika, sestavljena iz končnega števila deljivih količin;
spodaj: kroga, ki sestojita iz neskončnega števila nedeljivih količin.

242

Galilej se nesmislov, do katerih nas pripelje razmišljanje o neskončnosti, v vsej polnosti zaveda. Iz t. i. problema *Rota Aristotelis* (glej sliko 2), ki se sprašuje, kako lahko večji in manjši krog ob vrtenju izrišeta isto dolžino, izpelje nasprotje med *deljivimi* in *nedeljivimi* količinami (Galilei 1954, 49–52). Prve izhajajo iz konteksta že vzpostavljene matematike, v kateri lahko poljubno dolžino delimo v nedogled; druge predstavljajo še nejasno izoblikovan pojem, ki odpira nove dimenzije mišljenja neskončnosti. Galilej je prepričan, da je neskončnost s pomočjo te druge vrste pojmov povsem enostavno doseči; zahteva edino, da neskončno majhne točke, na katere razdelimo daljico, *niso srečljive*:

Napočil je čas, da odgovorimo na Simplicijevo vprašanje in mu pokažemo, da ne le, da črte ni nemogoče spremeniti v neskončno število točk, temveč da to ni nič zahtevnejše kot razdeliti jo v končno število delov. To bomo storili pod pogojem, glede katerega sem prepričan, Simplicio, da mi ne boš oporekal, namreč *da od mene ne boš zahteval, da*

eno točko razločim od druge in da ti vsako posebej pokažem tu na papirju; kajti prepričan sem, da [...] boš lahko označil razdelitve daljice s tem, da jo zložiš v kvadrat ali šesterokotnik: te delitve boš zagotovo imel za jasne in dejansko opravljene. (Ibid., 47.)

Pod tem pogojem nesrečljivosti Galilej črto najprej »zloži« v kvadrat, nato v petero-, šesterokotnik itd., dokler z »neskončnokotnikom« – krogom – ne pokaže limite procesa kot celote: »Ko sem ravno črto zložil v večkotnik z neskončno stranicami, tj. v krog, sem v dejanskosti udejanjil prej omenjeno neskončnost delov.« (Ibid.) Vendar so nedeljivi deli, tj. točke, ki jih s tem udejanjimo, dostopni le skozi strukturo celotnega postopka in ne sami na sebi; skratka: niso srečljivi. S prikazanim postopkom torej oblikujemo pojem, ki preseže antičnogrško matematiko, a je ta novi način biti matematičnih pojmov hkrati le nakazan in nepreciziran. Z drugimi besedami, pri Galileju je pojem nedeljive količine še nezadostno idealiziran.¹⁹

¹⁹ Bascelli glede Galilejevih infinitezimalnih nedeljivih količin pravi: »Medtem ko je bila [Galilejeva] rešitev zadovoljiva za naravno filozofijo, ni bila za matematiko, saj je bil nivo idealizacije nezadosten za oblikovanje prave aritmetike [nedeljivih količin].« (2014, 135.)

Galilejeva rešitev problema *Rota Aristotelis* je za nas tukaj nepomembna, zanima nas predvsem, kako je Galilej ta novi tip matematičnih pojmov razširil na svojo različico Oresmovega diagrama. Kljub matematični nejasnosti imajo nedeljive količine, ki v Galilejevi različici Oresmovega diagrama (slika 3) simbolizirajo posamične hitrosti gibajočega se predmeta, izrazito fizikalen pomen. Vendar pri tem ne gre za srečljivi pomen antičnih znanosti, temveč za prenesen formalni pomen, ki svoj smisel prejme skozi *diagramsko delujočo simbolno abstrakcijo* Oresmovega diagrama. O tem priča znamenita zmota, ki je Galileju sprva preprečevala oblikovanje pravičnega zakona prostega pada, saj je diagram razumel preveč

arhimedovsko in je vertikalno dimenzijo tolmačil prostorsko. To pomeni, da je bil zanj pospešek najprej odvisen od prepotovane poti, kar je diagram (pre)tesno prepletlo z raziskovanim eksperimentalnim sistemom: parametre pospeška je Galilej srečeval v utoru,

po katerem je spuščal kroglice in raziskoval njihov pospešek (Palmerino 2010, 420). To zmotno prepričanje preseže, ko v diagramu jasno loči prepotovano pot (daljica CD) in čas gibanja (daljica AB) (ibid., 437).

Empirični primeri nedeljivih količin – recimo materialni atomi – so razumljivi le skozi matematično skico in ne sami na sebi. Zato jih, četudi bi jih iskali, po Galilejevem mnenju ne bi našli, tj. *srečali*: deljenje trdnih snovi na manjše delce zmeraj privede do deljivih količin, ki jih lahko zberemo na kup; po drugi strani tekočin ne moremo deliti na enak način, saj se deli v kupu zlijejo v eno. Temu je tako, ker so tekočine razpršene [dissolve] »v svoje temeljne, neskončno majhne in nedeljive gradnike« (Galilei 1954, 41). Z drugimi besedami, nedeljive količine *v principu* niso enostavno dostopne

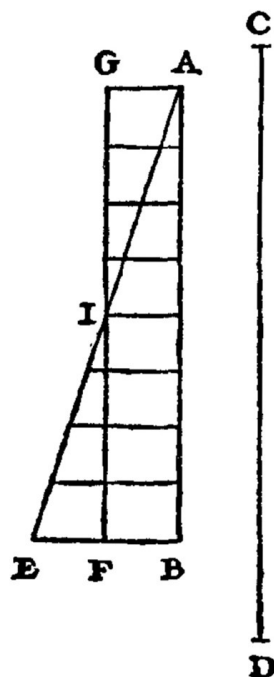


Fig. 47

Slika 3:
Galilejeva navpična različica
Oresmovega diagrama
(Galilei 1954, 173).

empiričnim raziskovalnim metodam, njihov eksperimentalni dokaz pa zato zahteva praktično iznajdljivost (Galilei 2009, 199). Prav na takšen način moramo razumeti tudi strukturno vlogo, ki jo v formalnem diagramu protointegrala igra hitrost: enakomerno gibanje je *zlitje* vseh količin hitrosti v celotno ploščino diagrama. Hitrosti so uravnotežene, če je gibanje enakomerno, za neenakomerna gibanja pa lahko proučimo, kako se razlikujejo od idealiziranega enakomernega gibanja. Prav to stori Galilej, ko v *Dialogih* izenači prepotovano pot enakomerno pospešenega gibanja in enakomernega gibanja, ki se enako dolgo giblje s povprečno hitrostjo prvega gibanja (Galilei 1954, 173).

Čeprav je eden izmed operatorjev *qua* zgrešil natančnega empiričnega referenta (nedeljiv trenutek *qua* nedeljiva količina hitrosti), smo z drugim naš formalni diagram vseeno uspeli aplicirati (enakost oziroma neenakost količin hitrosti *qua* enakomerno oziroma neenakomerno gibanje). Prav z uvedbo t. i. enojnega *qua* operatorja smo matematiko izmaknili samoumevnemu prepletanju mešanih znanosti. Lahko bi rekli, da so posamične količine hitrosti ekvivalentne številu v algebri, saj prav tako obstajajo izven antičnih matematično-fizikalnih interpretacij pojmov in prejmejo smisel šele z vključitvijo v celotno strukturo simbolnega sistema: *nedeljive količine hitrosti obstajajo le v celoti diagrama, v katerega se zlijejo*.

245

Simbolno vedènje

V uvodu smo omenili, da bomo s pomočjo filozofije Mauricea Merleau-Pontyja oblikovali posebno obliko fenomenologije znanosti. Zato se bomo v zadnjih dveh odsekih obrnili k njegovi fenomenologiji telesa, s Heideggrovim pojmom *matematičnega zasnutka* povezali pojem *motoričnega zasnutka* ter ponudili izomorfno vzporednico med utelešeno simbolizacijo vedènja in matematično simbolizacijo pojmov. Pri slednji se bo Husserlovo razumevanje tehničnega napredka izkazalo za nujni, a ne zadostni pogoj simbolizacije.

Kot smo lahko prebrali v uvodni predstavitvi Heideggrove interpretacije matematične znanosti, ima zanj pojem matematičnega zasnutka, ki na naravo projicira aksiomatsko shemo, ključni pomen: matematični zasnutek znanstveniku izriše horizont možnega znanstvenega napredka, tj. nadaljnje

matematizacije narave. Tudi Merleau-Ponty govori o projekciji, le da je ta utelešena projekcija »motoričnega zasnutka« [*Bewegungsentwurf*] (Merleau-Ponty 2006, 127). Podobno kot pri Heideggru tudi pri Merleau-Pontyju projiciranje zasnutka subjektu razkrije svet še nepopolno konstituiranih predmetov. Gibom omogoči, da so »sredobežni« in se dogajajo »v možnem ali ne-bitu«, saj »subjekt gibanja pred seboj razporedi neodvisen prostor, v katerem vse, kar v resnici ne obstaja, lahko prevzame podobo bivanja« (Merleau-Ponty 2006, 128). A za razliko od Heideggra Merleau-Ponty »funkcijo projekcije« (ibid.) pojmovno loči od motoričnega zasnutka in si tako omogoči raziskovanje nastanka tako projekcije same kot tudi motoričnega zasnutka.

Merleau-Ponty s funkcijo projekcije povzame kvalitativno razliko med *konkretnimi* in *abstraktnimi* gibi. Razliko med enimi in drugimi bomo povzeli z naslednjim navedkom, v katerem Merleau-Ponty ponazori temeljno težavo znamenitega bolnika Schneiderja: »[I]sti subjekt, ki na ukaz ni sposoben [a] s prstom pokazati na del svojega telesa, se v trenutku [b] dotakne mesta, kamor ga je pičil komar« (Merleau-Ponty 2006, 120).²⁰ V čem je razlika? Podlaga *konkretnemu* gibu (b) je »dani svet« (ibid., 113), zato je gib zgolj sredstvo za preganjanje komarjev. V *abstraktnem* gibu (a) pa se telo iz »gonila gibanja« preoblikuje v »cilj [gibanja]«, v katerem je isti gib le »vrsta gest na sebi« (ibid., 127). Abstraktni gib torej izvedemo *neodvisno* od realizacije namena v danem svetu, z opravljenim konkretnim gibom pa v danem svetu *srečamo* njegov cilj – komarja. Razumevanje gibov samih na sebi (tj. abstraktno vedenje) seveda ni mogoče brez že omenjenega motoričnega zasnutka, ki tvori *konstruirano podlago* abstraktnih gibov in Schneiderju preprosto umanjka (ibid., 127).

Motorični zasnutek je na prvi pogled ekvivalenten Heideggrovemu matematičnemu zasnutku, le da mu Merleau-Ponty pripiše bolj *utelešen*, »gibalni pomen« (ibid., 126). Heideggrovski znanstvenik je pravzaprav bližje pacientu, o katerem govori Merleau-Ponty in za katerega imajo abstraktni gibi

20 Merleau-Ponty je svoje razumevanje telesa v veliki meri utemeljil s sklicevanjem na študije, ki sta jih v dvajsetih letih 20. stoletja opravila Adhemar Geld in Kurt Goldstein. Raziskovala sta predvsem oblike vedenja pri pacientu Johannu Schneiderju, ki je med prvo svetovno vojno utrpel poškodbo okcipitalnega režnja. Goldstein je dognanja kasneje sintetiziral v holistični pogled na (psihološka) obolenja in biološke organizme nasploh.

intelektualni pomen (ibid.), kar pomeni, da »misli o gibanju ne more nikoli razviti v dejansko gibanje«, saj »premišljuje o idealni formuli gibanja, [...] medtem ko je pri normalnem človeku vsako gibanje hkrati gibanje in zavest o gibanju« (ibid., 127). Skratka, zdrav človek telo obvlada *strukturno*, tj. *neodvisno od praktičnih pomenov*; a hkrati svoje motorične skice (navadno) ne zna teoretično eksplicirati. Normalni človek se torej giblje na ravni *predteoretskega* variiranja²¹ motoričnega zasnutka, s katerim na predmete projicira abstraktne gibe, ki mu omogočajo raziskovanje novih perspektiv in načinov delovanja. V motorični projekciji in motorični skici torej najdemo utelešena ekvivalenta *predteoretske različice* Heideggrovega matematičnega zasnutka. Ker smo matematični in motorični zasnutek zblížali, bomo zdaj na določen način lažje izpostavili pogoje, pod katerimi se matematični zasnutek sploh lahko oblikuje.

Na srečo Merleau-Ponty o konstituciji telesa kot nove avtonomne strukture motoričnega razmisleka piše že v svojem prvem delu *Struktura vedenja* (1963). Opredeli jo s pomočjo razlike med *odstranljivim* in *simbolnim* vedenjem, za katero se zdi, da služi kot ekvivalent razliki med konkretnimi in abstraktnimi gibi. S tema oblikama vedenja Merleau-Ponty razloči med strukturami vedenja ostalih primatov in strukturami vedenja človeka. V enem izmed primerov opiše opico, postavljeno pred škatlo, v kateri se nahaja banana. Banano opica lahko doseže le tako, da jo s palico porine *stran od sebe* in s tem skozi odprtino na zadnji stranici škatle. Če ji uspe, banana brez težav zvleče okoli škatle in do sebe (ibid., 117). Kljub temu da je opica, če ji je to dovoljeno, škatlo sposobna s celotnim telesom zaobiti, tj. se sprehoditi do zadnje strani škatle in banana neposredno prijeti, giba z roko in palico, ki bi dosegel isti rezultat, a brez spreminjanja telesne lege, ni sposobna izvesti (ibid.). Hoje okoli škatle, ki je za opico nedvomno in *neposredno* smiselna, tako ni sposobna nadomestiti – tj. *simbolizirati* – z gibom roke, ki smisel tvori šele *posredno*. Vedenjski vzorec giba roke opici ni dosegljiv, saj porivanje banane skozi odprtino (torej *stran od nje same*) neposredno zanika potrebo po hrani. Nasprotno pa človeška simbolizacija gibanja omogoča nadomestitev enega giba (*neposredno* smiselna hoja okoli škatle) z drugim (*posredno* smiselna uporaba orodja). Pri tem sicer ohranimo pomen in izid prvega, a uporabimo pravila telesnega vedenja

247

21 Pravzaprav *utelešenega mišljenja*.

drugega; prav tako kot algebra ponudi simbolno manipulacijo spremenljivk, ki zgolj posredno označujejo nabor specifičnih numeričnih vrednosti.

Iz sposobnosti simbolizacije vedenja lahko izpeljemo *refleksivni obrat* (nekakšna *epoche* praktičnega namena), ki omogoča problematizacijo pravilnosti oziroma nepravilnosti lastnih gibalnih vzorcev:

Žival se ne more postaviti na mesto premične reči in same sebe videti kot cilj [tj. same sebe kot kinestetični fenomen oz. gib]. Ne more imeti različnih perspektiv, prav tako kot ne more razumeti, da je stvar, videna z različnih perspektiv, ista stvar. (Ibid., 118.)

Po drugi strani človek ciljno stvar pogosto ohrani nespremenjeno in variira vedenjske vzorce, po katerih dostopa do nje. Obrat omogoča odprtost strukturne dinamike človeških gibov, saj je ta deloma neodvisna od cilja, ki ga želi doseči: v prid (zanimivejši) *posredni* izpolnitvi vzgiba želje je zmožna izvesti njeno *neposredno* zanikanje. Refleksivni obrat – »utelešena *epoche*« – je torej posledica zavrtja neposredne izpolnitve želje, ki jo s simbolnim vedenjem postavimo v oklepaj. S tem v ospredje stopijo raznoliki vedenjski vzorci doseganja izbranega cilja in medsebojni odnosi, v katere vstopajo. Fenomenalno telo na podlagi razlik med vedenjskimi vzorci oblikuje strukturno dinamiko, s katero posamični gibi delujejo v medsebojni relaciji motorične skice in lahko zato občasno zanemarijo zunajtelesno referenco. Prav te vedenjske vzorce Merleau-Ponty poimenuje abstraktno vedenje: *zasnutek in z njim funkcija projekcije sledi iz simbolizacije predmetov z gibi*.

Iz tega sledi, da je neposredna izpolnitev pogojev *materialne enakosti* dveh predmetov zanemarljiva v prid *funkcionalne enakosti* glede na strukturo vedenja uporabe. Takega enačenja pri opici denimo ne bomo našli, saj jo sicer lahko naučimo neko nalogo reševati s palico, a je kasneje z vejo posušenega grma ne bo izvedla (ibid., 114). Gib, s katerim doseže cilj, je zaprt v napotilni sklop določenih materialnih predmetov. Podobno je pri konkretnem vedenju, saj je v tem primeru vedenje prav tako zavezano k opravljanju določenih danih opravil. Nasprotno je zdravo človeško vedenje simbolizirano, abstrahirano in zato »osvobojeno«: človek se je sposoben prilagoditi različnim predmetom, ki imajo skupno strukturo (so funkcionalno ekvivalentni), zaradi česar lahko s

podobnimi gibi pride do istega cilja. Pred nami je izrisan horizont potencialnih gibalnih vzorcev, s katerimi lahko pristopamo do raznolikih predmetov. Tako palica kot tudi posušena veja lahko služita kot podaljška roke, pomembno je le, da obvladamo *motorični zasnutek podaljška roke*.

Na tem mestu lahko sklenemo kritiko Heideggrove fenomenologije znanosti in mu poočitamo, da z matematičnim zasnutkom opiše le obliko in še ne pojasni geneze matematizirane znanosti. Slednja namreč zahteva *simbolizacijo členov (matematičnega) zasnutka* – kreacijo pojmov, ki so smiselni le v kontekstu celote simbolnega sistema. Prav tako mu lahko očitamo, da so tovrstni pojmi pogosto predteoretske narave, saj njihova idealizacija še ni izpopolnjena. Seveda se lahko ozremo tudi na Husserla, ki zasutek zanemari v prid tehničnega napredka. Vidimo lahko, da je simbolni refleksivni obrat izvedljiv le, kolikor je predmet, ki ga med simboliziranjem ohranjamo konstantnega, *sam po sebi stabilen*. Prav v tej zahtevi srečamo vzporednico s Husserlovim razumevanjem tehnike, saj je simbolizacija mogoča šele na podlagi dobro izoblikovanih tehnik eksperimentiranja, ki jih lahko ob simboliziranju pojmov *ohranimo nespremenjene in stabilne*. Očitek o pretirani idealizaciji znanstvenih pojmov ostaja enak kot pri Heideggro.

249

Za zaključek: simbolno védenje

Ker smo jasno pokazali, da sta (a) eksperimentalna tehnika in (b) matematični zasutek vzporedna z (a) nujnimi predpogoji in (b) zasnutkom abstraktnih gibov, lahko tudi obrat novoveške znanosti razumemo kot uvedbo *nove simbolne osvoboditve* matematičnih pojmov. Videli smo, da se je moderna teorija števil otresla zahteve po jasno opredeljeni enoti štetja, moderna mehanika pa zahteve po materialni določitvi predmeta raziskovanja. Obe spremembi sta mogoči le na podlagi simbolnega zasnutka, s katerim lahko izvedemo refleksivni obrat v matematične pojme in posledično preizprašamo njihove najbolj nazorne interpretacije. (Obrat nam prav tako omogoči tvorbo *zgolj* simbolnih pojmov, ki nazorne interpretacije ne premorejo.) Simboliziramo takrat, ko z variiranjem simbolnega zasnutka k pojavu pristopamo na različne načine. S tem predvsem lažje opazimo strukturo funkcionalnosti, ki raznolike materialne predmete zbere pod isti *simbolizirani* pojem.

Husserlu in Heideggru smo očitali, da simbolni značaj novoveške znanosti spregledata. Posledično jima razlaga prehoda iz antične znanosti v sodobno, simbolno znanost ni uspela. Njuno togo razumevanje znanosti lahko dopolnimo z gibkostjo *predteoretskega matematičnega zasnutka*,²² ki v simbolni naravi moderne znanosti razkrije *praktično znanstveno inteligenco* in s tem prenese nenatančno posplošitev mešanih znanosti:

250

Res bi bilo nekaj novega, če računi in sorazmerja, dobljeni z abstraktnimi števili, potem ne bi ustrezali dejanskim zlatnikom, srebrnikom in trgovskemu blagu. Pa veste, gospod Simplacij, kaj se dogaja? Tako kot mora računar, če hoče, da se mu računi o sladkorju, svili in volni izidejo, upoštevati odbitke zaradi zabojev, ovitkov in druge ovojnine, tako mora tudi filozof geometer, kadar hoče v konkretnosti preverjati abstraktno dokazane učinke, odstraniti snovne motnje, in če bo to znal storiti, vam zagotavljam, da se ne bodo zadeve izkazale nič manj natančne od aritmetičnih izračunov. *Napake torej ne ležijo ne v abstraktnosti ne v konkretnosti, ne v geometriji ne v fiziki, marveč v računarju, ki ne zna pravilno računati.* (Galilei 2009, 199; moj poudarek.)

Matematični fizik zato od pojavov nikoli ne pričakuje, da se bodo *popolnoma* prilegali matematičnim pojmom. A s tem ni prav nič narobe. Nasprotno: to mu omogoča, da toliko lažje razume aplikativne dinamike matematično-fizikalnih teorij. Vztrajnostno gibanje je torej simbolizirano gibanje, ki služi kot referenčni okvir za razmišljanje o kakršnemkoli gibanju nasploh. Prav tako kot opica ne more pomisliti, da lahko palico zamenja s posušeno vejo za enak učinek, si tudi Arhimed ni mogel zamisliti, da so planeti v svojem gibanju pravzaprav izstrelki.

Bibliografija | Bibliography

Allen, John. 1972. »Summary of Scientific Results.« *V Apollo 15 Preliminary Science Report*, ur. J. P. Allen in drugi, 2-1-2-11. Washington: National Aeronautics and Space Administration.

22 Nekaj podobnega razvija tudi Vörös (2021), le da z nekoliko drugačne perspektive.

Archimedes. 2002. *The Works of Archimedes*. Ur. T. L. Heath. Mineola: Dover Publications.

Aristotel. 1999. *Metafizika*. Ljubljana: Založba ZRC.

---. 2004. *Fizika: Knjige 1, 2, 3, 4*. Ljubljana: Slovenska matica.

---. 2012. *Druga analitika*. Ljubljana: ZRC SAZU.

Bascelli, Tiziana. 2014. »Galileo's ,quanti': understanding infinitesimal magnitudes.« *Archive for History of Exact Sciences* 68 (2): 121–136.

Berkeley, George. 2007. »The Analyst.« V *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundation of Mathematics: Volume 1*, ur. W. Ewald, 60–90. Oxford: Oxford University Press.

Cohen, H. Floris. 2016. »The ,Mathematisation of Nature': The Making of a Concept, and How It Has Fared in Later Years.« V *Historiography of Mathematics in the 19th and 20th Centuries*, ur. V. R. Remmert, M. R. Schneider in H. K. Sørensen, 143–160. Cham: Springer International Publishing.

Descartes, René. 1954. *The Geometry of René Descartes*. Prev. D. E. Smith in M. L. Latham. New York: Dover Publications.

Distelzweig, Peter. 2013. »The Intersection of the Mathematical and Natural Sciences: The Subordinate Sciences in Aristotle.« *Apeiron* 46 (2): 85–105. 251

Dugas, René. 1988. *A History of Mechanics*. New York: Dover Publications.

Feldhay, Rivka. 2006. »The use and abuse of mathematical entities: Galileo and the Jesuits revisited.« V *Cambridge Companion to Galileo*, ur. P. Machammer, 53–79. Cambridge: Cambridge University Press.

Galilei, Galileo. 1954. *Dialogues Concerning Two New Sciences*. New York: Dover Publications.

---. 2009. *Dialog o dveh glavnih sistemih sveta*. Ljubljana: ZRC SAZU.

Garrison, James W. 1986. »Husserl, Galileo, and the Processes of Idealization.« *Synthese* 66 (2): 329–338.

Guicciardini, Niccolò. 2009. *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*. Cambridge: The MIT Press.

Heidegger, Martin. 2011. »Modern Science, Metaphysics, and Mathematics.« V *Basic Writings: From Being and Time to The Task of Thinking*, ur. D. F. Krell, 183–212. Oxon: Routledge.

Hopkins, Burt. 2011. *The Origin of the Logic of Symbolic Mathematics: Edmund Husserl and Jacob Klein*. Bloomington: Indiana University Press.

Husserl, Edmund. 1939. *Erfahrung und Urteil: Untersuchungen zur Genealogie der Logik*. Praga: Academia Verlagsbuchhandlung.

---. 1998. »Vprašanje po izvoru geometrije kot intencionalno-zgodovinski problem.« *Problemi* 36 (1-2): 7–29.

---. 2005. *Kriza evropskih znanosti in transcendentalna fenomenologija. Uvod v fenomenološko filozofijo*. Ljubljana: Slovenska matica.

Kaplan, Abram. 2018. »Analysis and demonstration: Wallis and Newton on mathematical presentation.« *Notes and Records of The Royal Society* 72: 447–468. <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsnr.2018.0025>.

Klein, Jacob. 1940. »Phenomenology and the History of Science.« V *Philosophical Essays in Memory of Edmund Husserl*, ur. M. Farber, 143–163. Cambridge: Cambridge University Press.

---. 1968. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. Cambridge: The MIT Press.

Lennox, James, G. 2008. »As if we were investigating snubness.« *Oxford Studies in Ancient Philosophy* 35: 149–186.

252 Merleau-Ponty, Maurice. 1963. *The Structure of Behavior*. Boston: Beacon Press.

---. 2006. *Fenomenologija zaznave*. Ljubljana: Študentska založba.

Newton, Isaac. 2020. »Matematični principi filozofije narave.« *Filozofski vestnik* 41 (3): 7–80.

Oresme, Nicole. 1968. »Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum secundum doctorem et magistrum Nych. Orem.« V *Nicholas Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions*, ur. M. Clagett, 158–435. Madison: University of Wisconsin Press.

Palmerino, Carla R. 2010. »The Geometrization of Motion: Galileo's Triangle of Speed and its Various Transformations.« *Early Science and Medicine* 15: 410–447.

Platon. 2009. »Timaj.« V Platon, *Zbrana dela IV*, prev. G. Kocijančič, 1253–1311. Celje: Celjska Mohorjeva družba.

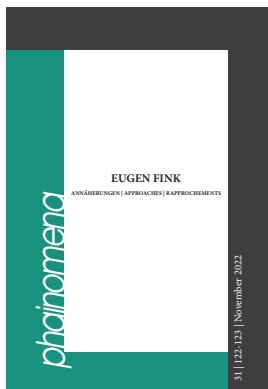
Pycior, Helena M. 1997. *Symbols, Impossible Numbers, and Geometric Entanglements*. Cambridge: Cambridge University Press.

Stedall, Jacqueline. 2010. *From Cardano's Great Art to Lagrange's Reflections: Filling a Gap in the History of Algebra*. Zürich: European Mathematical Society Publishing House.

Stillwell, John. 2010. *Mathematics and Its History*. New York: Springer Science.

---. 2019. *A Concise History of Mathematics for Philosophers*. Cambridge: Cambridge University Press.

Vörös, Sebastjan. 2021. »Neobjektivna znanost? Fenomenološka kritika objektivne misli.« V *Misli svetlobe in senc: Razprave o filozofskem delu Marka Uršiča*, ur. M. Malec in O. Markič, 99–122. Ljubljana: Znanstvena založba Filozofske fakultete Univerze v Ljubljani.



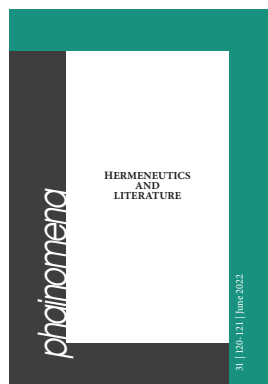
Phainomena 31 | 122-123 | November 2022

Cathrin Nielsen – Hans Rainer Sepp – Dean Komel (*Hrsg. | Eds. | Dirs.*)

Eugen Fink

Annäherungen | Approaches | Rapprochements

Cathrin Nielsen | Hans Rainer Sepp | Alexander Schnell
| Giovanni Jan Giubilato | Lutz Niemann | Karel Novotný
| Artur R. Boelderl | Jakub Čapek | Marcia Sá Cavalcante
Schuback | Dominique F. Epple | Anna Luiza Coli | Annika
Schlitte | István Fazakas

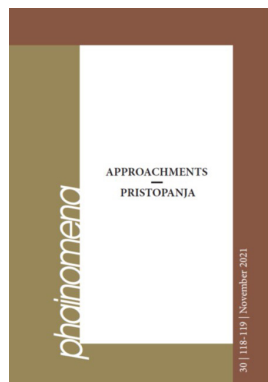


Phainomena | 31 | 120-121 | June 2022

Andrzej Wierciński & Andrej Božič (*Eds.*)

“Hermeneutics and Literature”

Andrzej Wierciński | John T. Hamilton | Holger Zaborowski
| Alfred Denker | Jafe Arnold | Mateja Kurir Borovčič |
Kanchana Mahadevan | Alenka Koželj | William Franke |
Monika Brzóstowicz-Klajn | Julio Jensen | Małgorzata Hołda
| Ramsey Eric Ramsey | Beata Przymuszała | Michele Olzi |
Simeon Theojaya | Sazan Kryeziu | Nysret Krasniqi | Patryk
Szaj | Monika Jaworska-Witkowska | Constantinos V. Proimos
| Kamila Drapała | Andrej Božič | Aleš Košar | Babette Babich



Phainomena | 30 | 118-119 | November 2021

“Approachments | Pristopanja»

Sebastjan Vörös | Aleš Oblak | Hanna Randall | David J.
Schwartzmann | Lech Witkowski | Martin Uranič | Matija Jan
| Wei Zhang | Dragan Jakovljević | Martín Prestía | Alfredo
Rocha de la Torre | Dean Komel | Christophe Perrin | Mario
Kopić

