A 12

INŠTITUT ZA EKONOMSKA RAZISKOVANJA — LJUBLJANA

KOMPLEKSNA ANALIZA VARIANCE ZA SOCIALNO-EKONOMSKE POJAVE

LJUBLJANA — GORUPOVA 7

marec 1972

TELEFON 23-641

Dr. Marijan BLEJEC

KOMPLEKSNA ANALIZA VARIANCE ZA SOCIALNO-EKONOMSKE POJAVE

Ljubljana, marec 1972

V S E B I N A

Stran

KOMPLEKSNA ANALIZA VARIANCE SOCIALNO-EKONOMSKIH POJAVOV

0. UVOD

0.0. Problematika proučevanja vpliva dejavnikov in odnosov pri analizi socialno-ekonomskih pojavov

Pri proučevanju socialno-ekonomskih pojavov je osrednjega pomena proučevanje razlik med območji (npr. republikami, rajoni, skupinami občin ali občinami samimi in pod.), ali področji (npr. panogami, družbenimi sektorji ipd.) in spremembami v času (npr. v letih, mesecih, vsebinsko pogojenih časovnih razdobjih ipd.). Enako pomembna je analiza razlik v dinamiki ali med področji in območji med različnimi vsebinsko pomembnimi pokazovalci, s katerimi je kompleksno osvetljen določen socialno-ekonomski pojav.

Kompleksna analiza odnosov, tj. razlik in sprememb s tabelarno analizo je otežkočena ne samo zaradi velikega števila podatkov, temveč predvsem zaradi tega, ker je odnose zaradi prepletenosti delovanja različnih dejavnikov in sestavin nemogoče neposredno proučiti.

Variabilnost podatkov je izraz dejavnikov, ki vplivajo na pojav in odnosov, ki vladajo med socialno-ekonomskimi pojavi. Zato je analiza variance eno izmed možnih orodij, katero moremo s primerno prilagoditvijo uporabiti kot eno izmed orodij za proučitev jakosti delovanja posameznih komponent vpliva dejavnikov ali za proučitev odnosov med pojavi.

Kompleksna analiza variance, za katero je v prvem poglavju razvita metodologija kompleksne analize variance za enofaktorsko, dvofaktorsko in trifaktorsko matriko podatkov, nakazuje možnost proučitve medsebojnih vplivov in odnosov med pojavi na način, ki v maksimalni možni meri (z individualnimi stopinjami prostosti) prikaže in pomaga pojasniti vzroke variabilnosti podatkov oziroma podaja, ali je delovanje posamezne interaktivne sestavine vpliva tolikšno, da se izkaže njeno delovanje za značilno ali ne.

Metodologija, ki je podana v prvem poglavju, je v drugem poglavju uporabljena za statistično regionalno-časovno analizo podatkov o pokazovalcih splošne razvitosti, ekonomske razvitosti in družbenega proizvoda na prebivalca. Analiza je zasnovana na izsledkih raziskave o razvitosti republik in pokrajin SFRJ, ki jo je izvedel Inštitut za ekon.raziskovanja v Ljubljani in publiciral v institutski publikaciji: MERILA STOPNJE RAZVITOSTI POSAMEZNIH REPUBLIK IN POKRAJIN SFRJ, IER, Ljubljana, december 1971. Kompleksna analiza variance je zato s svojim drugim delom nadaljevanje raziskave o razvitosti republik in pokrajin v SFRJ.

0.1. Simbolika za matrike

Nakazana metodologija kompleksne analize variance obsega proučitev ene statistične vrste y_T, ki je osnova za proučitev po enem znaku, oziroma faktorju, podatkov po kombinaciji dveh znakov T in R, ki so podani v matriki ${}_Ty_R$ in po kombinaciji treh znakov T, P in R, ki je podana v matriki treh dimenzij ${}_T\overset{y}{{}_P}{}_R$. Indeksi T, R in P označujejo proučevane znake oziroma faktorje, obenem pa ti simboli povedo število vrednosti znaka oziroma faktorja. Če npr. T pomeni čas v y_T simbolu, T pomeni indeks T = 1,2...... T, istočasno pa pomeni T, če ga uporabljamo samostojno, število členov v časovni vrsti. ${}_Ty_R$ nakazuje matriko podatkov y, ki vsebuje T vrstic po znaku T in R stolpcev po znaku R. Sistematično pomeni simbol levo od oznake za podatek v matriki (v našem primeru y) vrstice (v našem primeru T), simbol desno (v našem primeru R) pa stolpce v matriki. Tako zapišemo matriki ${}_Ty_R$ transponirano matriko kar z ${}_Ry_T$. V tej simboliki pišemo vrstični vektor z ${}_1y_T$, stolpični vektor oziroma transponiran vektor pa ${}_Ty_1$, ali enostavneje, če izpustimo enico, y_T oziroma ${}_Ty$. Po isti logiki je ${}_1a_1$ ali krajše a, skalar.

Skalarni produkt vektorja y_T z x_T je y.x'. V uvedeni simboliki je skalarni produkt $y_T \cdot {}_Tx$, kar zapišemo krajše y_Tx . Indeks T med y in x pomeni, po katerem znaku seštevamo produkte. V isti simboliki zapišemo produkt matrike ${}_Ry_T$ z ${}_TC_t$ enostavno kot ${}_Ry_T \cdot {}_TC_t = {}_Ry_TC_t = {}_Ry_t$, pri čemer vezni znak T pomeni, po katerem tvorimo skalarne produkte, R in t pa so oznake za vrstice in stolpce nove matrike ${}_Ry_t$.

Podobno nakazujemo množenje za matriko ${}_T\underset{P}{y}{}_R$, v kateri prvi simbol (T) naznačuje vrstice v matrikah slojev, (R) naznačuje stolpce v matrikah slojev, R pa sloje pravokotnih matrik ${}_Py_T$. Tako označimo z ${}_tC_T\underset{P}{y}{}_R = {}_t\underset{P}{y}{}_R$ produkte R matrik ${}_T\underset{P}{y}{}_R$ z matriko ${}_tC_T$.

Malo težje je zapisovati produkt trofaktorske matrike z matriko, po znaku sloja R. Če razširimo simboliko na ta znak, zapišemo produkt ${}_T\underset{P}{y}{}_R$ z ${}_pC_P$ takole: $\begin{matrix} {}_Ty_R \\ {}_pC^P \end{matrix} = {}_T\underset{p}{y}{}_R$

Simboli so postavljeni tako, da moremo, kot v prejšnjem primeru, pisati vezni znak samo enkrat.

Analogno pa je produkt matrike(${}_pC_P$ z matriko ${}_P\underset{R}{y}{}_T$ enak ${}_pC_P \cdot {}_P\underset{R}{y}{}_T = {}_p\underset{R}{y}{}_T$) $= {}_t\underset{P}{y}{}_R$. Matriko kvadratov členov v matriki y zaznamujemo dogovorno z y^2. Po tem velja torej identiteta $y_Ty^2 = I_Ty^2$

0.2. Kontrast

Pri kompleksni analizi variance naletimo na pojem kontrasta oziroma primerjave. Skalarni produkt vektorja podatkov y_T z vektorjem katerihkoli koeficientov ${}_TC$

$$u = y_TC$$

imenujemo kontrast vektorja y_T.

Iz koeficientov za t kontrastov sestavimo matriko koeficientov kontrastov ${}_TC_t$. Z njo dobimo vektor t kontrastov

$$y_t = y_T C_t ,$$

ki ga pišemo z y_t. Iz indeksa (mali t) spoznamo, da gre za kontraste, ne pa za osnovne podatke Y_T.

Po zgornji opredelitvi je kontrast tudi posamezna vrednost vektorja podatkov $y_T = y_t$. Vektorji koeficientov za tak kontrast so vektorji, v katerih so vsi elementi nič, razen enega, ki je 1. Npr. ${}_1C_T = (1,o,o,o,o,.....,o)$.

Drug enostaven, a zelo pomemben kontrast dobimo, če vzamemo $C_T = I_T = (1,1,...,1)$.

Ta kontrast posreduje vsoto podatkov ali agregat

$$y_o = y_T C_o = y_1 .1 + y_2 1 + ... \; y_T .1 = \sum y_T$$

vektor koeficientov $C_T = (1/T, 1/T.....1/T)$ pa poprečje.

0.3. Primerjava

Kontrast

$$y_t = y_T C_t$$

imenujemo primerjava, če velja

$$I_T C_t = o \qquad (I_T = /1,1......1/)$$

da je vsota koeficientov enaka nič.

Medtem ko je kontrast katerakoli linearna zveza podatkov y_T, je primerjava kontrast, za katerega je vsota členov vektorja koeficientov primerjave enaka nič.

Smiselnost primerjav nakažimo z zgledi. Vzemimo vektor podatkov $y_T = (y_1 \; y_2 \; y_3 \; y_4 \; y_5)$, od katerih imajo prvi trije lastnost, katere zadnja dva nimata. Vektor koeficientov ${}_1C_T =$
$= (1/3 \; 1/3 \; 1/3 \; -1/2 \; -1/2)$ posreduje primerjavo ${}_1C_T y =$
$= 1/3.y_1 + 1/3.y_2 + 1/3.y_3 - 1/2.y_4 - 1/2.y_5 =$

$$= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} - \frac{y_4 + y_5}{2}$$

Ta nakazuje razliko ali primerjavo dveh poprečij.

Vektor koeficientov primerjave

$c_T = (-3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3)$ posreduje linearnost v zaporedju sedmih urejenih podatkov in pod.

0.4. Ortonormirane primerjave

Primerjavi $y_1 = y_T C_1$ in $y_2 = y_T C_2$ imenujemo ortogonalni, če je

$$_1C_T C_2 = 0$$

Skalarni produkt koeficientov obeh primerjav je enak nič.

Primerjava

$$y_1 = y_T C_1$$

pa je normirana, če je

$$_1C_T C_1 = 1$$

Sistem primerjav $y_t = y_T C_t$ je ortonormiran, če je

$$_tC_T C_t = {}_tI_t$$

Kot je $_tI$ enotin vektor, je $_tI_t$ enotina matrika.

$\dot{T} = T$ ortonormiranih kontrastov predstavlja popoln sistem kontrastov.

Matrika koeficientov za popoln sistem ortonormiranih kontrastov je kvadratna matrika $_TC_{\dot{T}}$.

Kvadrat matrike koeficientov popolnega sistema ortonormiranih kontrastov je enotina matrika $_{\dot{T}}I_{\dot{T}}$.

$$_{\dot{T}}C_{\dot{T}}C_{\dot{T}} = {}_{\dot{T}}I_{\dot{T}}$$

Ker so individualni podatki y_T kontrasti, ki imajo za osnovo matriko koeficientov $_TC_{\dot{T}}$ enotino matriko $_TI_{\dot{T}}$, sklepamo, da je ta tistem popoln sistem ortonormiranih kontrastov, ker velja

$$_{\dot{T}}C_T C_{\dot{T}} = {}_{\dot{T}}I_T I_{\dot{T}} = {}_{\dot{T}}I_{\dot{T}}$$

Za popoln sistem ortonormiranih kontrastov velja Cochranov teorem

$$y_T y = y_{\dot{T}} y$$

Če vzamemo, da je $y_{\dot{T}} = y_T C_{\dot{T}}$ in ${}_T C_{\dot{T}} C_T = {}_T I_T$, velja

$$y_{\dot{T}} y = y_T C_{\dot{T}} C_T y = y_T I_T y = y_T y$$

Od popolnega sistema kontrastov oziroma primerjav so v večini primerov v dani raziskavi pomembni samo nekateri. Če vzamemo, da od $\dot{T}$ kontrastov raziskujemo individualno t kontrastov, predstavlja matrika ${}_T C_t$ matriko koeficientov, individualno raziskovanih kontrastov. S $\underline{t} = T-t$ zaznamujemo T-t kontrastov, ki jih ne raziskujemo individualno in jih imenujemo dopolnilne. Ustrezno matriko koeficientov za dopolnilne kontraste zaznamujemo z ${}_T C_{\underline{t}}$. Matrika koeficientov kontrastov za popoln sistem je ponazorjena z

$$\left[{}_T C_{\dot{T}}\right] = \left[{}_T C_t : {}_T C_{\underline{t}}\right]$$

Iz Cochranovega teorema sledi dalje

$$y_T y = y_{\dot{T}} y = y_t y + y_{\underline{t}} y$$

Dopolnilne kontraste običajno ne formiramo, ker niso zanimivi. Vseeno pa dobimo iz zgornje zveze kolik del od skupne vsote kvadratov $y_T y$, odpade na dopolnilne kontraste

$$y_{\underline{t}} y = y_T y - y_t y \quad ; \quad y_{\underline{t}}^2 I = y_T^2 I - y_t^2 I$$

.o4 Kot zgled nakažimo nekaj sistemov ortonormiranih kontrastov, katere bomo uporabili pri časovno-regionalni analizi stopnje razvitosti.

.o5 Eden izmed smiselnih popolnih sistemov ortogonalnih kontrastov za republike in pokrajine v SFRJ je naslednji:

Tab. O.1

Ortogonalni kontrasti za primerjave med republikami in pokrajinami $_{\dot{R}}C_R$

Kontrast primerjava $\dot{R}$	Republika - R								$_{\dot{R}}C^2_R I$
	BiH	Črna gora	Hrvat.	Makedon.	Sloven.	Srbij.	Kosovo	Vojvod.	
Ø S F R J	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Razviti-nerazviti	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	8
Slo.Hrv.:Srb.Voj.	o	o	1	o	1	-1	o	-1	4
BiH.ČrG.:Mak.Kos	3	-1	o	-1	o	o	-1	o	12
Slo.:Hrv.	o	o	-1	o	1	o	o	o	2
Srb.:Voj.	o	o	o	o	o	1	o	-1	2
Kos.:ČrG.Mak.	o	-1	o	-1	o	o	2	o	6
Mak.:ČrG	o	-1	o	1	o	o	o	o	2

Sistem osmih kontrastov je sestavljen iz enega kontrasta (ØSFRJ) in sedmih primerjav. Za posamezne primerjave je tudi nakazano, kaj predstavljajo. Ortonormiran sistem koeficientov kontrastov dobimo, če $_T y_{\dot{T}}$ delimo s $_{\dot{T}}C^2_T I$. Tako je matrika ortonormiranih koeficientov za popoln sistem kontrastov medrepubliških primerjav.

Tab.o.2

Ortonormirani kontrasti za primerjave med republikami in pokrajinami $_{\dot{R}}C_R$

Kontrast primerj.- $\bar{R}$	Republika - R							
	BiH	Črna gora	Hrvat.	Makedon.	Sloven.	Srbija	Kosovo	Vojvod.
Ø S F R J	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$
Razv.:nerazv.	$-\sqrt{2}/4$	$-\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$-\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$	$-\sqrt{2}/4$	$\sqrt{2}/4$
Slo.Hrv:Srb.Voj.	o	o	1/2	o	1/2	-1/2	o	-1/2
BiH:ČrG.Mak.Kos.	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/6$	o	$-\sqrt{3}/6$	o	o	$-\sqrt{3}/6$	o
Slo.:Hrv.	o	o	$-\sqrt{2}/2$	o	$\sqrt{2}/2$	o	o	o
Srb.:Voj.	o	o	o	o	o	$\sqrt{2}/2$	o	$-\sqrt{2}/2$
Kos.:ČrG.Mak.	o	$-\sqrt{6}/6$	o	$-\sqrt{6}/6$	o	o	$\sqrt{6}/3$	o
Mak.:ČrG.	o	$-\sqrt{2}/2$	o	$\sqrt{2}/2$	o	o	o	o

.o6 Za numerične znake, za katere so vrednosti v aritmetičnem zaporedju, je en sistem kontrastov oziroma primerjav izveden iz znanih ortogonalnih polinomov. Prvi kontrast (stopnje o) nakazuje poprečje-raven, drugi (stopnje 1) linearno komponento, tretji (stopnje 2) nakazuje kvadratično komponento, t-ti nakazuje parabolo stopnje t-1. Za ortogonalne polinome oziroma njihove kontraste so izdelani obrazci, tabele koeficientov pa do 5. oziroma 7. stopnje. Glej npr. R.A. Fisher: Statistical Tables Oliver and Boyd, London 1957. Za znak T = 18, za kolikor potrebujemo koeficiente za našo analizo o stopnjah razvitosti, je dana v tabeli o.3 matrika ortogonalnih polinomov za t = o,1,...,6, oziroma do polinoma šeste stopnje.

Tab.o.3

Ortogonalni polinomi za T = 18 in t = o,1,....,6

T	$_0C_T$	$_1C_T$	$_2C_T$	$_3C_T$	$_4C_T$	$_5C_T$	$_6C_T$
1	1	-17	68	-68	68	-884	442
2	1	-15	44	-2o	-12	676	-65o
3	1	-13	23	13	-47	871	-377
4	1	-11	5	33	-51	429	169
5	1	- 9	-1o	42	-36	-156	481
6	1	- 7	-22	42	-12	-588	439
7	1	- 5	-31	35	13	-733	145
8	1	- 3	-37	23	33	-583	-2o9
9	1	- 1	-4o	8	44	-22o	-44o
1o	1	1	-4o	- 8	44	22o	-44o
11	1	3	-37	-23	33	583	-2o9
12	1	5	-31	-35	13	733	145
13	1	7	-22	-42	-12	588	439
14	1	9	-1o	-42	-36	156	481
15	1	11	5	-33	-51	-429	169
16	1	13	23	-13	-47	-871	-377
17	1	15	44	2o	-12	-676	-65o
18	1	17	68	68	68	884	+442
$t^{C^2}T^I$	18	1.938	23.256	23.256	28.424	6953.544	2941.884

Iz sistema sedmih ortogonalnih kontrastov dobimo ortonormiran sistem, če koeficiente delimo z ustreznim $\sqrt{{}_tC^2{}_TI}$.

.o7 Do ortogonalnih kontrastov za numerični znak pridemo preko kumulativnih vrst iz y_T. Kumulative y_i^{k+1} stopnje k+l dobimo iz naslednje zveze

$$y_{i+1}^{k+1} = y_i^{k+1} + y_i^k$$

pri čemer je: $y_o^o = y_1$, za vse druge pa je $y_o^k = o \quad k > o$.

Dalje definirajmo $S_k = \sum_{i=1}^{T} y_i^k = y_{T+1}^{k+1}$ vsoto T členov v kumulativni vsoti

Za T = 5, za vrsto y_T = (3 7 7 9 lo) je npr. izračun kumulativ naslednji:

Tab.o4 Pomožna tabela za izračun kumulativ

i	y_i^o	y_i^1	y_i^2	y_i^3	y_i^4
1	3	o	o	o	o
2	7	3	o	o	o
3	7	lo	3	o	o
4	9	17	13	3	o
5	lo	26	3o	16	3
6	S_o=36	S_1=56	S_2=46	S_3=19	S_4=3

Jedro metode je matrika koeficientov ${}_iT_t$

$$ {}_iT_t = \frac{(1)^i \binom{t+i}{i} \cdot \binom{T-i-1}{t-1}}{\sqrt{\binom{2t}{t} \cdot \binom{T+t}{2t+1}}} \qquad \begin{array}{l} t = o, 1, \ldots, (t-1) \\ i = o, 1, \ldots, t \end{array}$$

Kontraste dobimo kot produkt

$$y_t = S_i T_t$$

Posebnost matrike ${}_iT_t$ je med drugim tudi v tem, da dobimo zanjo tudi vektor razlik za prilagojeni polinom v prvem členu

Δ_i^o kot produkt

$$\Delta_i^o = Y_t T_i$$

Vrsto y_T prilagojenih vrednosti $\hat{y}_T$ dobimo s kumuliranjem po obrazcu

$$\Delta_i^{k+1} = \Delta_i^k + \Delta_{i+1}^k$$

Nakazan postopek je možno vgraditi kot podprogram v program za celoten postopek. Prednost je v tem, da je rešitev splošna in ni navezana na tablice, računsko pa malo zahtevna. Podrobneje o nakazani metodi glej: M.Blejec, Prilagajanje polinomov z ortogonalnimi polinomi binomskih funkcij; ISOR pri RCEF, Ljubljana, 1969.

.o8 Harmonična analiza po numeričnem znaku. Periodičnosti, ki so izraz sezonskih, cikličnih vplivov ali katerikoli drugih faktorjev, moremo za stacionarno vsoto proučiti s sistemom trigonometričnih funkcij

$${}_TC_t = \frac{1}{\sqrt{T/2}} \sin \frac{360}{T/t}(T-.5) \quad {}_TC_t = \frac{1}{\sqrt{T/2}} \cos \frac{360}{T/t}(T-.5) \quad t = $$

$$t \; 2 \; o,1,..,T/2$$

pri čemer je T v imenovalcu dolžina celotnega razmika, T/t dolžina periode t.V (T-o,5) je T indeks za člen v celotni vrsti (T 2 o,1,2,...,T).

Sinusi in cosinusi pri različnih t in sinus z cosinusom pri istih t so ortogonalni, oziroma zgornji ortonomirani ${}_tC_T C_t = {}_tI_t$. Tudi ta sistem je možno kot podprogram vgraditi v celoten program in analizirati podatke po določenem numeričnem znaku s harmonično analizo.

.o9. Nakazane primerjave sestavimo vnaprej pred analize podatkov. Tako "vnaprejšnje - a priori" primerjave posredujejo modele analize variance, ki jih imenujemo modeli tipa I. V nadaljevanju nakazani modeli so obračunani in tolmačeni kot modeli I z ocenjevanjem in preskušanjem domnev za vnaprejšnje - a priori postavljene primerjave.

1. METODOLOGIJA KOMPLEKSNE ANALIZE VARIANCE

1.1. Analiza enofaktorske vrste podatkov y_T

1.11. Enofaktorski vrsti y_T naj ustreza regresijski model

$$y_T = B_t C_T + e_T \tag{1.1}$$

Pri tem pomeni:

y_T = empirična vrsta osnovnih podatkov

${}_tC_T$ = matrika koeficientov raziskovanih ortonormiranih kontrastov t (kontrast ${}_oC_T$ za raven vključen)

B_t = vektor regresijskih koeficientov, ki ustreza t kontrastom

e_T = slučajnostna komponenta z zakonitostjo $e_T = N(o; \sigma_e^2)$

Pri zgornjih predpostavkah je

$$y_T = : N(B_T = B_t C_T; \sigma_e^2) \tag{1.2}$$

Če model 1.1 pomnožimo s ${}_TC_t$, dobimo:

$$y_T C_t = B_t C_T C_t + e_T C_t \tag{1.3}$$

Postavimo: $y_T C_t = y_t$; $e_T C_t = e_t$

Ker velja ${}_tC_T C_t = {}_tI_t$, dobimo

$$y_t = B_t + e_t \tag{1.4}$$

Zaradi ortonormiranosti ${}_TC_t$ velja:

$$e_t = : N(o; \sigma_e^2) \tag{1.5}$$

1.4 in 1.5 združimo v

$$y_t = : N(B_t; \sigma_e^2) \tag{1.6}$$

y_t je torej nepristranska ocena za parameter B_t z varianco σ_e^2, ki je neodvisna od t. Ta zadnja lastnost izvira iz ortonormiranosti kontrastov.

Od skupne vsote kvadratov $y_T y = I_T y^2$ je $y_t y = I_t y^2$ pojasnjeno s kontrasti oziroma primerjavami.

Za razliko $I_T y^2 - I_t y^2 = \underline{t}_K$

računamo, da gre na račun slučajnostnih vplivov. Ker ima ta razlika T-t stopinj prostosti, je ocena za σ_e^2 dana z

$$s_e^2 = \frac{I_T y^2 - I_t y^2}{T - t} = \frac{\underline{t}_K}{\underline{t}} \qquad 1.8$$

z m_e = T-t stopinjami prostosti.

(Slika 1.11 na strani 25)

1.12 Značilnost razlik ocen y_t od hipotetičnih vrednosti regresijskih koeficientov B_t^o preskušamo tako, da $y_t - B_t^o$ primerjamo s kritičnimi vrednostmi

$$d_\alpha = t_\alpha \,(m = T\text{-}t) \,.\, s_e \qquad 1.9$$

za α = o,lo; o,o5; o,ol; o,ool. Značilnosti na α = o,lo zaznamujemo dogovorno z "?", ker nakazuje sum na značilnost, značilnost na stopnji α = o,o5 s "5", na stopnji α = o,ol z "l", na stopnji α = o,ool pa z "˙l" ali z "l̇".

Najpogosteje preskušamo značilnost regresijskih koeficientov od nič. Za ta primer velja ničelna domneva, da je B_t^o = o in v tem primeru preskušamo značilnost regresijskih koeficientov tako, da d_α primerjamo neposredno z y_t.

1.13 Ocena regresijskih vrednosti $\hat{y}_{\hat{T}}$

Pogosto analiziramo statistične vrste zato, da iz ocen za regresijske koeficiente ocenimo regresijske vrednosti $\hat{y}_{\hat{T}}$.

Če v regresiji

$$\hat{y}_T = B_t C_T$$

nadomestimo B_t z oceno y_t, dobimo oceno regresijskih vrednosti

$$\hat{y}_{\hat{T}} = y_t C_T \qquad 1.1o$$

Če upoštevamo 1.4, dobimo dalje

$$y_{\hat{T}} = B_t C_T + e_t C_T \qquad 1.11$$

$$\text{Ocena } \hat{y}_{\hat{T}} = : N(\hat{y}_T = B_t C_T;\ \sigma_e^2 \cdot {}_T C_t^2 I) \qquad 1.12$$

$\hat{y}_{\hat{T}}$ je torej nepristranska ocena za regresijsko vrednost y_T, varianca za to oceno pa je σ_e^2, pomnožena z vsoto kvadratov koeficientov raziskovanih primerjav pri določenem T.$({}_T C_t^2 I)$.

<u>Ocena za poljubno kombinacijo regresije</u>

V zgornjem primeru smo upoštevali vse primerjave oziroma komponente, ki nastopajo v raziskavi. Te regresijske vrednosti pa niso edine, ki so v konkretnih analizah zanimive. Zanimiva more biti tudi katerakoli druga kombinacija, v kateri upoštevamo samo izbrane primerjave. Ena izmed pogostih kombinacij je, da upoštevamo pri ocenjevanju regresije samo tiste regresijske komponente, ki so se izkazale za značilne. Če proučujemo časovno vrsto z metodo ortogonalnih polinomov v analizirani časovni vrsti, kombinacija komponent $\dot{t}$ = o,1,2 predstavlja trend druge stopnje, kombinacijo komponent $\ddot{t}$= 3,4,5,6 pa moremo vzeti kot ciklično komponento ipd.

Za kombinacijo samo nekaj komponent je regresijska vrednost

$$\hat{y}_T(\dot{t}) = B_{\dot{t}} C_T \qquad 1.13$$

$$\text{ocena pa } y_{\hat{T}}(\ddot{t}) = y_{\dot{t}} C_T \qquad 1.14$$

Ta ocena pa se porazdeljuje kot

$$y_T(\dot{t}) = : N(B_{\dot{t}} C_T\ ;\ \sigma_e^2 \cdot {}_T C_{\dot{t}}^2 I) \qquad 1.15$$

Varianca za ta primer je enaka σ_e^2, pomnožena z vsoto kvadratov koeficientov tistih komponent, ki so vključene v kombinacijo.

1.14 Če vzamemo za zgled časovno vrsto logaritmov (naravnih) za družbeni proizvod na prebivalca v SR Sloveniji v razdobju 1952-1969, dobimo naslednjo analizo:

Tab.1.1

Logaritmi za družbeni proizvod na prebivalca v SR Sloveniji

T	1952	1953	1954	1955	1956	1957
y_T	8.o5197	8.15794	8.26821	8.3638o	8.36543	8.46674
T	1958	1959	196o	1961	1962	1963
y_T	8.58485	8.62o47	8.74o97	8.8o747	8.84879	8.95234
T	1964	1965	1966	1967	1968	1969
y_T	9.o4144	9.o38oo	9.o5648	9.o6681	9.139o5	9.24358

Z matriko ${}_TC_t$ iz uvodnega odstavka za ortogonalne polinome do šeste stopnje (t = o,1,2,...,6) za T = 18 dobimo $y_t = y_T C_t$

t	o	1	2	3	4	5	6
y_t	36.96152	1.491o5	-o.18488	-o.o2373	o.o3161	.o976o	o.o2213
α_t	•1	•1	•1			1	

Analitičen profil časovne vrste za logaritme za družbeni produkt na enega prebivalca za SR Slovenijo moremo "narisati" s pisalnim strojem takole:

Prva varianta:

```
    . .
  + 1 1      1 o
    o-1-2-3-4-5-6
  -      1 o o
         .
```

Druga varianta:

```
   . .
 + 1 1      1 o
 ---------------
 -  1 o o
    .
```

Iz obeh primerov so jasno razvidne stopnje značilnosti posameznih komponent. Medtem, ko je v prvi varianti neposredno zapisana tudi stopnja komponente, ki je obenem abscisna os, podaja druga varianta profil krajše. Številka 1 pomeni stopnjo značilnosti na nivoju α = o,ol, $\dot{1}$ oziroma $\underset{\bullet}{1}$ pa na nivoju α =o,ool. Za nivo α = o.lo(sum) uporabimo znak?, za neznačilnost pa 0.

Ker je vsota kvadratov osnovnih podatkov $I_T y^2 = 1368.43o33$, vsota kvadratov komponent kot prispevek proučevanih komponent $I_t y^2 = 1368.4156o$, je glede na 1.8

$$s_e^2 = \frac{1368.43o33 - 1368.4156o}{18 - 7} = o.ooo6691$$

ocena standardnega odklona pa $s_e = \sqrt{o,ooo6691} = o.o2587$.m = = 18-7 = 11 stopinjam prostosti ustrezajo naslednje kritične vrednosti ta t_{α}

t(?) = 1.796 t(5) = 2.2o1 t(1) = 3.1o6 t('1) = 4.437
d(?) = o,o4646 d(5) = .oo5694 d(1) = o.o8o35 d('1) = o.11479

Iz ocen regresijskih koeficientov in analize o značilnosti spoznamo, da so komponente do druge stopnje visoko značilne (na nivoju α = o.o1). Ker pa je $y_{t=2}$ negativen in visoko značilen, sklepamo, da je stopnja rasti degresivno naraščajoča. V nadaljnjem se pojavi kot značilna le še komponenta t = 5, kar kaže na specifičnost cikla. Oceno trenda posreduje vrsta

$$\hat{y}_{\hat{T}} = y_o \cdot {}_oC_T + y_1 \cdot {}_1C_T + y_2 \cdot {}_2C_T$$

Za logaritme za družbeni proizvod na prebivalca v SR Sloveniji je izračunan trend druge stopnje in ciklična komponenta, ki jo sestavlja značilna komponenta 5. stopnje. Za trend so iz zveze $s_e{}^2(T_T) = s_e^2 \cdot ({}_oC_T^2 + {}_1C_T^2 + {}_2C_T^2)$ izračunane standardne pogreške za trend.

Rezultati so podani v tabeli in v grafikonu. Iz grafikona se nazorno vidi degresivno naraščanje trenda in sovpadanje stvarnih podatkov s krivuljo, ki je sestavljena iz trenda druge stopnje in značilne komponente cikla.

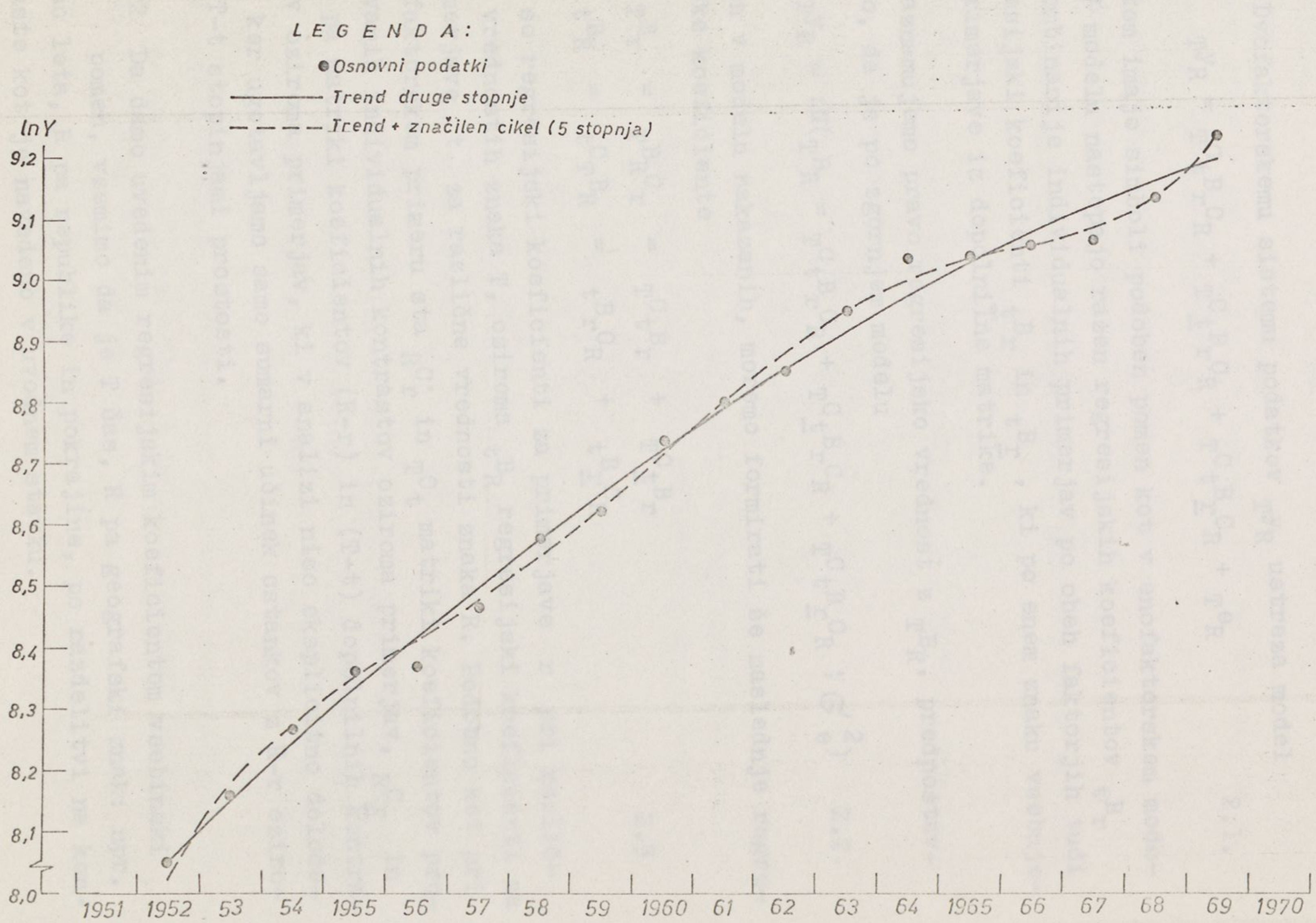
Tab. 1.2.

Trend in cikel za logaritme za družbeni proizvod v SRS v razdobju 1952 - 1969

Leto	y_T	T_T	$s_e(T_T)$	C_T	T_T+C_T
1952	8.o5197	8.o5384	.o1643	-.o3272	8.o2112
1953	8.15794	8.15o62	.o13o6	.o25o2	8.17564
1954	8.26821	8.24377	.o1o52	.o3224	8.276o1
1955	8.3638o	8.33329	.oo893	.o1588	8.34917
1956	8.36543	8.41918	.oo825	-.oo577	8.41341
1957	8.46674	8.5o144	.oo825	-.o2176	8.47968
1958	8.58485	8.58oo7	.oo857	-.o2713	8.55294
1959	8.62o47	8.655o7	.oo893	-.o2158	8.63349
196o	8.74o97	8.72644	.oo912	-.oo814	8.7183o
1961	8.8o747	8.79418	.oo912	.oo814	8.8o232
1962	8.84879	8.85829	.oo893	.oo158	8.87987
1963	8.95234	8.91877	.oo857	.o2713	8.9459o
1964	9.o4144	8.97562	.oo825	.o2176	8.99738
1965	9.o38oo	9.o2884	.oo825	.oo577	9.o3461
1966	9.o5648	9.o7843	.oo893	-.o1588	9.o6255
1967	9.o6681	9.12439	.o1o52	-.o3224	9.o9215
1968	9.139o5	9.16672	.o13o6	-.o25o2	9.1417o
1969	9.24358	9.2o542	.o1643	.o3272	9.23814

Slika 1

DRUŽBENI PROIZVOD NA PREBIVALCA V SR SLOVENIJI



1.2. Analiza dvofaktorske vrste podatkov ${}_T y_R$

1.21 Dvofaktorskemu sistemu podatkov ${}_T y_R$ ustreza model

$$ {}_T y_R = {}_T C_t B_r C_R + {}_T C_{\underline{t}} B_r C_R + {}_T C_t B_{\underline{r}} C_R + {}_T e_R \qquad 2.1. $$

Pri tem imajo simboli podoben pomen kot v enofaktorskem modelu. V modelu nastopajo razen regresijskih koeficientov ${}_t B_r$ za kombinacije individualnih primerjav po obeh faktorjih tudi regresijski koeficienti ${}_{\underline{t}} B_r$ in ${}_t B_{\underline{r}}$, ki po enem znaku vsebujejo primerjave iz dopolnilne matrike.

Če zaznamujemo pravo regresijsko vrednost z ${}_T B_R$, predpostavljamo, da je po zgornjem modelu

$$ {}_T y_R = :N({}_T B_R = {}_T C_t B_r C_R + {}_T C_{\underline{t}} B_r C_R + {}_T C_t B_{\underline{r}} C_R \;;\; \sigma_e^2) \qquad 2.2. $$

Razen v modelu nakazanih, moremo formirati še naslednje regresijske koeficiente

$$ \begin{aligned} {}_T B_r &= {}_T B_R C_r = {}_T C_t B_r + {}_T C_{\underline{t}} B_r \\ {}_t B_R &= {}_t C_T B_R = {}_t B_r C_R + {}_t B_{\underline{r}} C_R \end{aligned} \qquad 2.3 $$

${}_T B_r$ so regresijski koeficienti za primerjave r pri različnih vrednostih znaka T, oziroma ${}_t B_R$ regresijski koeficienti za primerjave t za različne vrednosti znaka R. Podobno kot pri enofaktorskem primeru sta ${}_R C_r$ in ${}_T C_t$ matriki koeficientov proučevanih individualnih kontrastov oziroma primerjav, ${}_R C_{\underline{r}}$ in ${}_T C_{\underline{t}}$ pa matriki koeficientov (R-r) in (T-t) dopolnilnih kontrastov oziroma primerjav, ki v analizi niso eksplicitno določeni, ker ugotavljamo samo sumarni učinek ostankov z R-r oziroma T-t stopinjami prostosti.

1.22 Da damo uvedenim regresijskim koeficientom vsebinski pomen, vzemimo da je T čas, R pa geografski znak: npr. T so leta, R pa republike in pokrajine, po razdelitvi na kontraste kot je navedeno v uvodnem stavku.

V tem primeru je ${}_{t=1}B_{r=1}$ izraz razlik v linearni komponenti (poprečni stopnji rasti) (t=1) med razvitimi in nerazvitimi republikami (r=1). Če je linearna smer razvoja v obeh skupinah republik enaka, je ${}_{t=1}B_{r=1} = o$, pozitiven v primeru, da je smer razvoja pri razvitih višja kot pri nerazvitih in negativna v obratnem primeru.

${}_{R}B_{t=2}$ nakazuje npr. krajevni vektor (po republikah in pokrajinah za kvadratno komponento.

$r = {}_{7}B_{T}$ nakazuje časovni vektor razlik med Črno goro in Makedonijo.

1.23. Če pomnožimo model 2.1 z ${}_{R}C_{r}$ in ${}_{t}C_{T}$, dobimo glede na 2.3

$$
\begin{aligned}
{}_{T}y_{R}C_{r} &= {}_{T}y_{r} = {}_{T}B_{r} + {}_{T}e_{e} \\
{}_{t}C_{T}y_{R} &= {}_{t}y_{R} = {}_{t}B_{R} + {}_{t}e_{R} && 2.4 \\
{}_{t}C_{T}y_{R}C_{r} &= {}_{t}y_{R} = {}_{t}B_{r} + {}_{t}e_{r}
\end{aligned}
$$

Zgornje in predpostavke o ortonormiranosti primerjav in normalnosti slučajnostne komponente združimo v zakonitosti

$$
\begin{aligned}
{}_{T}y_{R} &= : N(\, {}_{T}B_{R};\ \sigma^{2}_{e}) \\
{}_{T}y_{r} &= : N(\, {}_{T}B_{r};\ \sigma^{2}_{e}) && 2.5 \\
{}_{t}y_{r} &= : N(\, {}_{t}B_{r};\ \sigma^{2}_{e}) \\
{}_{t}y_{r} &= : N(\, {}_{t}B_{r};\ \sigma^{2}_{e})
\end{aligned}
$$

Pomembno je, da je zaradi ortonormiranih primerjav varianca za vse vrste regresijskih koeficientov enaka. Zato značilnost vseh koeficientov preskušamo z enotnimi izrazi $D_{a} = z_{a} \cdot \sigma_{e}$.

1.24 Analizo variance obračunamo z uporabo uvedenih matrik po naslednjem postopku. V analizi variance nastopajo kvadrati členov v matrikah

$$ {}_{T}y^{2}_{R}\ ,\ {}_{t}y^{2}_{R}\ ,\ {}_{T}y^{2}_{r}\ ,{}_{t}y^{2}_{r}\ . $$

V kompleksni analizi variance za dvofaktorsko analizo variance preskušamo naslednje izraze:

Preskusne matrike in vektorji	m	kritične meje d_α
${}_t y_R$, ${}_T y_r$, ${}_t y_r$	1	$t_\alpha\ (m_e)\ S_e$
$I_T y_R^2 - I_t y_R^2 = {}^t K_R$	T-t	$(T-t).F_\alpha\ (T-t;m_e).s_e^2$
${}_T y_R^2 I - {}_T y_r^2 I = {}_T K^{\underline{r}}$	R-4	$(R-r).F_\alpha\ (R-r;m_e).s_e^2$
$I_I y_r^2 - I_t y_r^2 = {}^t K_r$	T-t	$(T-t).F_\alpha\ (T-t;m_e).s_e^2$
${}_t y_R^2 I - {}_t y_r^2 I = {}_t K^{\underline{r}}$	R-r	$(R-r).F_\alpha\ (R-r;m_e).s_e^2$

2.6

Za proučevan sistem je vsota kvadratov odklonov Ke, ki odpade na slučajno komponento

$$Ke = {}^t K_R I - {}^t K_r I = I_T K^{\underline{r}} - I_t K^{\underline{r}} = {}^t K^{\underline{r}} \quad z\ m_e = (R-r).(T-t) \qquad 2.7$$

Ocena s_e^2 za varianco zaradi slučajnostnih vplivov je

$$s_e^2 = \frac{{}^t K^{\underline{r}}}{(t-t)(R-r)} \quad z\ m_e = (T-r)(R-r) \qquad 2.8$$

Kritične meje za preskus ocen za regresijske koeficiente ${}_t y_R$, ${}_T y_r$ in ${}_t y_r$ in kontrastov so dane v tretji koloni v 2.6.

Te verjetne odklone uporabljamo bodisi za preskušanje domnev o regresijskih koeficientih ali pa za izračun mej zaupanja za te koeficiente. V program analize je možno vgraditi kot podprogram izračun verjetnosti pri določenem

$${}_a t_b(m_e) = \frac{{}_a y_b}{s_e} \quad \text{iz formule}$$

$$\frac{\Gamma\left(\frac{m_e+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m_e}{2}\right)\sqrt{\pi\, m_e}} \int_{-\infty}^{{}_a t_b = {}_a y_b / s_e} \frac{dt}{\left(1+\frac{t^2}{m_e}\right)^{\frac{m_e+1}{2}}} = {}_a Pr_b \qquad 2.9$$

Tako dobimo matrike verjetnosti ${}_a Pr_b$, iz katerih dobimo za pozitivne t ${}_a\alpha_b = 2P = 2(1 - {}_a Pr_b)$, za negativne t pa ${}_a\alpha_b = 2P = 2\,{}_a Pr_b$. Izračun α pa niti ni potrebno, ker se zanesljivost neposredno vidi iz matrik ${}_a Pr_b$.

1.25 Urejeno so vpeljane matrike, nakazane v naslednji shemi:

$$
\begin{array}{c|cc|c}
 & {}_r C_R & & \\
\hline
{}_T C_t & {}_T y_R & {}_T y_r & {}_T K_{\underline{\underline{r}}} \\
 & {}_t y_R & {}_t y_r & {}_t K_{\underline{\underline{r}}} \\
\hline
 & {}_{\underline{\underline{t}}} K_R & {}_{\underline{\underline{t}}} K_r & {}_{\underline{\underline{t}}} K_{\underline{\underline{r}}} = Ke
\end{array}
$$

Shema 1.21 Shema matrik dvofaktorskega modela

(Slika 1.21 na strani 25)

Razdelitev skupne vsote kvadratov na sestavine pa moremo ponazoriti s pravokotnikom TxR, ki je razdeljen na ustrezne prispevke K. Iz geometrijskih likov je razvidna tudi dimenzija oziroma stopinje prostosti za posamezne prispevke (Glej sliko 1.21)

1.26 Če je t zelo blizu T ali enak T oziroma r zelo blizu ali enak R, je število stopinj prostosti m_e, ki odpade na oceno slučajnostnih vplivov majhno ali celo enako nič. V takih primerih razdelimo t raziskovanih kontrastov na $\bar{\bar{t}}$ glavnih in $\underline{\underline{t}}$ stranskih kontrastov ($t = \bar{\bar{t}} + \underline{\underline{t}}$). Enako razdelimo tudi r raziskovanih kontrastov na $\bar{\bar{r}}$ glavnih in $\underline{\underline{r}}$ stranskih kontrastov ($r = \bar{\bar{r}} + \underline{\underline{r}}$).

Model za ta primer je naslednji:

$$
{}_T y_R = {}_R C_{\bar{\bar{t}}}\; B_{\bar{\bar{r}}}\; C_R + {}_T C_{\underline{\underline{t}}}\; B_{\bar{\bar{r}}}\; C_R + {}_T C_{\bar{\bar{t}}} B_{\underline{\underline{r}}} C_r + {}_T C_{\underline{t}} B_{\bar{\bar{r}}} C_R + {}_T C_{\bar{\bar{t}}} B_{\underline{r}} C_R + {}_T e_R \qquad 2.1o
$$

Kot je razvidno iz modela in iz sheme, v tem primeru individualno proučimo prispevke ${}_{\bar{\bar{t}}}K_{\bar{\bar{r}}}$ ${}_{\bar{\bar{t}}}K_{\underline{\underline{r}}}$ ${}_{\underline{\underline{t}}}K_{\bar{\bar{r}}}$ oziroma ${}_{\bar{\bar{t}}}y_{\bar{\bar{r}}}$ ${}_{\bar{\bar{t}}}y_{\underline{\underline{r}}}$ ${}_{\underline{\underline{t}}}y_{\bar{\bar{r}}}$, sumarno pa ostanke interakcij ${}^{t}_{-}K_{\bar{\bar{r}}}$ s po (T-t) stopinjami prostosti ${}_{\bar{\bar{t}}}K^{r}_{-}$ s po (R-r) stopinjami prostosti. V korigirano vsoto kvadratov zaradi slučajnostnih vplivov vključimo

$$Ke;\ cor = {}^{t}_{-}K^{r}_{-} + {}^{t}_{-}K_{\underline{\underline{r}}}I + I_{\underline{\underline{t}}}K^{r}_{-} + I_{\underline{\underline{t}}}K_{\underline{\underline{r}}}I \qquad 2.11$$

Korigirana ocena variance pa je enaka

$$s^2_{e},\ cor = \frac{Ke;\ cor}{(T-\bar{\bar{t}})(R-\bar{\bar{r}})} \quad z\ m_{e,cor} = (T-\bar{\bar{t}})(R-\bar{\bar{r}}) \qquad 2.12$$

Če raziskujemo po T popoln sistem raziskav, je $\underline{t}$ = o, s^2_{e},cor pa degenerira v

$$s^2_{e},cor = \frac{I_{\underline{\underline{t}}}K^{r}_{-} + I_{t}K_{r}I}{\underline{\underline{t}}(R-\bar{\bar{r}})} \quad z\ m_e = \underline{\underline{t}}\ (R-\bar{\bar{r}}) \qquad 2.13$$

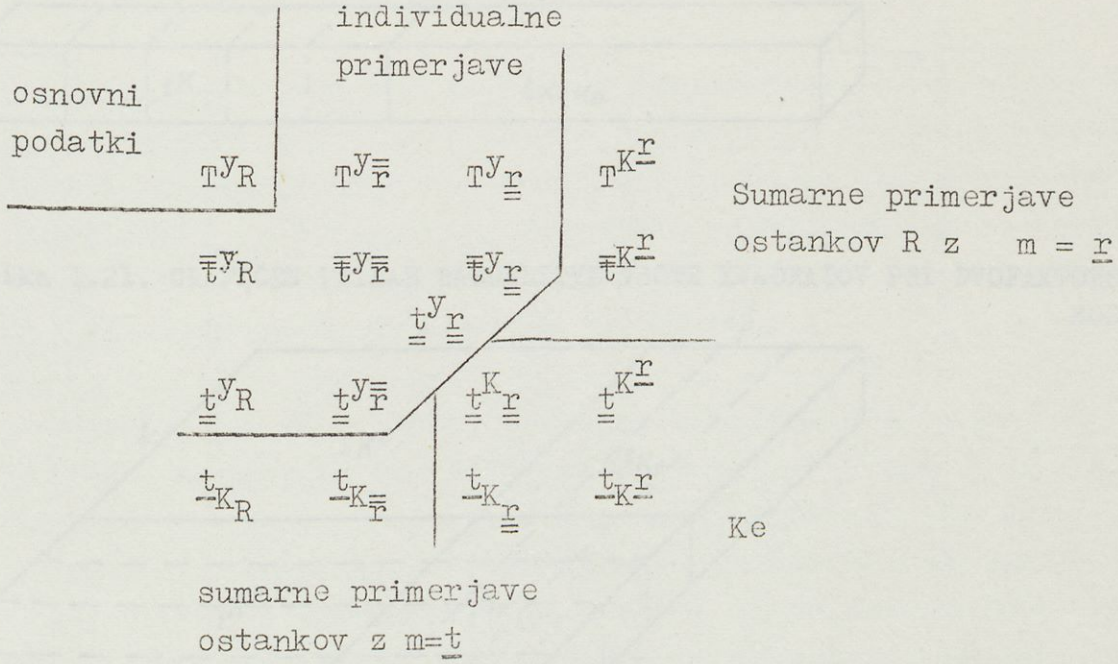
Če pa raziskujemo popoln sistem po R, je $\underline{r}$ = 0 in

$$s^2_e = \frac{{}^{t}_{-}K_{r}I + I_{\underline{\underline{t}}}K_{\underline{\underline{r}}}I}{(T-\bar{\bar{t}})\underline{\underline{r}}} \quad z\ m_e = (T-\bar{\bar{t}})\underline{\underline{r}} \qquad 2.14$$

Če pa sta raziskovana popolna sistema kontrastov po obeh znakih pa $s^2_{e.cor}$ degenerira v

$$s^2_{e},cor = \frac{I_{\underline{\underline{t}}}K_{\underline{\underline{r}}}I}{\underline{\underline{t}}.\underline{\underline{r}}} \quad z\ m_e = \underline{\underline{t}}\ .\ \underline{\underline{r}} \qquad 2.15$$

V shemi 1.22 je nakazana razcepitev osnovnih matrik in elementi za obračun analize variance za ta primer.



Shema 1.22 Shema matrik dvofaktorskega modela s korekturo za oceno variance

Razcepitev stopinj prostosti na posamezne dele pa je za ta primer nakazana še v grafičnem prikazu v sliki 1.22.

(Slika 1.22 na strani 25)

1.27. Ocena za poljubno kombinacijo regresije

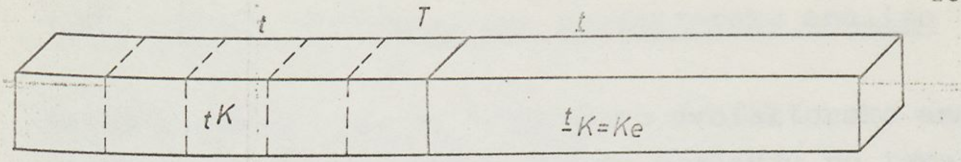
Enako kot smo pri enofaktorskem primeru ocenjevali regresijske vrednosti za poljubno kombinacijo kontrastov, postopamo tudi v dvofaktorskem modelu. Če vzamemo kombinacijo $\dot{t}$ kontrastov iz t in $\dot{r}$ kontrastov iz r raziskovanih kontrastov, dobimo naslednje ocene in njihove porazdelitve:

$${}_T\hat{y}_{\hat{R}} = {}_T y_{\dot{r}} C_R = : N\left({}_T B_{\dot{r}} C_R;\ \sigma^2_e \cdot I_{\dot{r}} C^2_R\right)$$

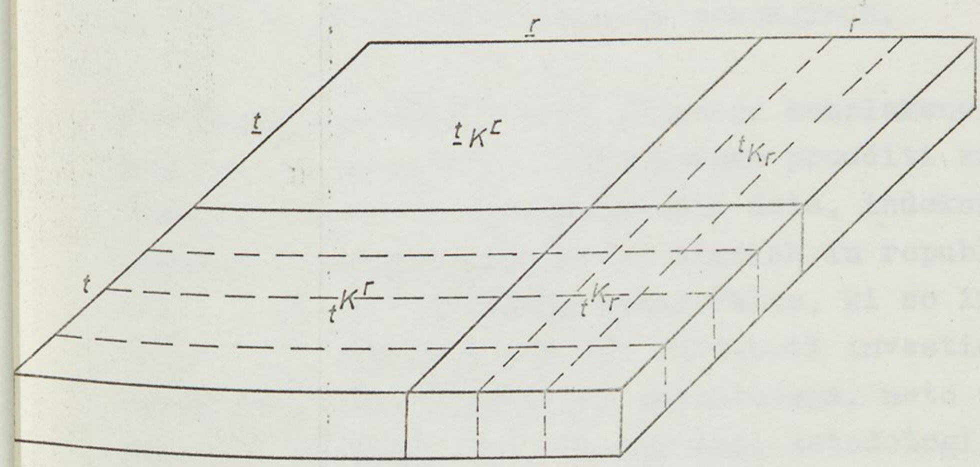
$${}_{\hat{T}}\hat{y}_R = {}_T C_{\dot{t}} y_R = : N\left({}_T C_{\dot{t}} B_R;\ \sigma^2_e \cdot {}_T C^2_{\dot{t}} I\right)$$

$${}_{\hat{T}}\hat{y}_{\hat{R}} = {}_T C_{\dot{t}} y_{\dot{r}} C_R = : N\left({}_T C_{\dot{t}} B_{\dot{r}} C_R;\ \sigma^2_e \cdot {}_T C^2_{\dot{t}} I_l I_{\dot{r}} C^2_R\right)$$

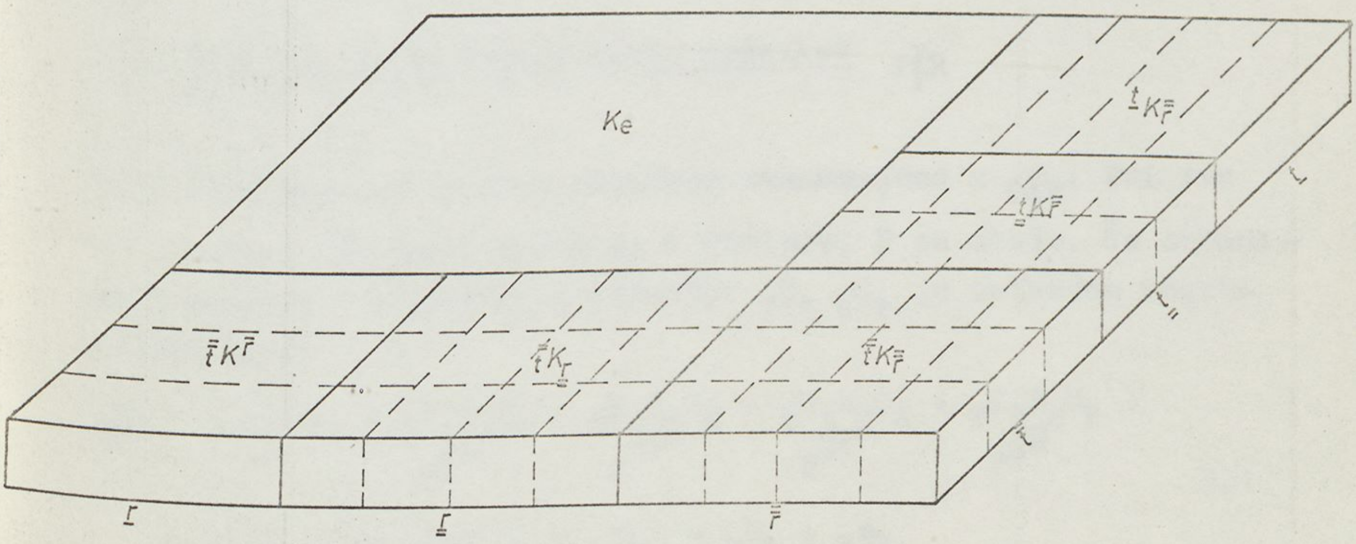
Slika 1.11. GRAFIČNI PRIKAZ RAZDELITVE VSOTE KVADRATOV PRI ENOFAKTORSKEM MODELU



Slika 1.21. GRAFIČEN PRIKAZ RAZDELITVE VSOTE KVADRATOV PRI DVOFAKTORSKEM MODELU



Slika 1.22. GRAFIČEN PRIKAZ RAZDELITVE VSOTE KVADRATOV PRI KORIGIRANEM DVOFAKTORSKEM MODELU



1.28. Zgledi za kompleksno dvofaktorsko analizo

Numeričnega zgleda za kompleksno dvofaktorsko analizo na tem mestu ne podajamo, ker v drugem poglavju po izvedeni metodologiji regionalno-časovno proučimo: a) pokazovalce splošne razvitosti, b) pokazovalce ekonomske razvitosti in c) pokazovalce družbenega proizvoda na prebivalca po letih v razdobju 1952-1969 po republikah in pokrajinah.

Problemsko nakažimo nekaj primerov kompleksne dvofaktorske analize. Po panogah in letih moremo proučiti vrste podatkov o osebnih dohodkih, produktivnosti dela, indeksih cen ipd. Po panogah in republikah ter po strokah in republikah moremo proučiti različne ekonomske pokazovalce, ki so intenzivnega značaja: npr. razmerje sedanje vrednosti investicij od nabavne vrednosti, neto produkt na zaposlenega, neto produkt na enoto osnovnih sredstev ipd. Po nakazani metodologiji moremo proučevati tudi raznovrstne pojave oziroma podatke. V tem primeru s kompleksno analizo variance logaritmov iz osnovnih podatkov analiziramo relativne odnose. Ti so primerljivi za vse primerjave, niso pa primerljivi za ravni.

1.3. Analiza trofaktorske vrste podatkov ${}_{T}\underset{P}{y}{}_{R}$

1.31 Trofaktorski sistem podatkov zaznamujemo z ${}_{T}\underset{P}{y}{}_{R}$. Pri tem pomeni indeks T vrstice, R stolpce, P pa sloje. Če ohranimo simboliko za matrike kontrastov ${}_{T}C_{t}$ ${}_{R}C_{r}$ je ustrezen regresijski model

$$
\begin{aligned}
{}_{T}\underset{P}{y}{}_{R} = {} & {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{t\,p\,r}\,{}^{r}C_{R} + {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{\underline{t}\,p\,r}\,{}^{r}C_{R} + {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{t\,\underline{p}\,\underline{r}}\,{}^{r}C_{R} + {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{\underline{t}\,\underline{p}\,\underline{r}}\,{}^{r}C_{R} + {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{t\,\underline{p}\,r}\,{}^{r}C_{R} + \\
& + {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{\underline{t}\,\underline{p}\,r}\,{}^{r}C_{R} + {}_{T}C_{t}\,{}_{P}C^{p}\,B_{t\,\underline{p}\,\underline{r}}\,{}^{r}C_{R} + {}_{T}\underset{P}{e}{}_{R} = {}_{T}\underset{P}{B}{}_{R} + {}_{T}\underset{P}{e}{}_{R}
\end{aligned}
\qquad 3.1
$$

V zgornjem modelu predpostavljamo, da je ${}_{T}\underset{P}{e}{}_{R} =: N(o, \sigma^2_e)$

Če zgornji model pomnožimo npr. z ${}_{R}C_{r}$, dobimo

$$ {}_{T}y_{P}{}_{R}C_{r} = \underset{P^{C}}{{}_{T}C}\,t^{B}_{p}{}_{r} + \underset{P^{C}}{{}_{T}C}\,t^{B}_{-p}{}_{r} + \underset{P^{C}}{{}_{T}C}\,t^{B}_{\underline{p}}{}_{r} + \underset{P^{C}}{{}_{T}C}\,t^{B}_{-\underline{p}}{}_{r} + {}_{T}e_{P}{}_{R}C_{r} = {}_{T}B_{P}{}_{R}C_{r} + {}_{T}e_{P}{}_{R}C_{r} \qquad 3.2 $$

V zgornji enačbi zaznamujemo ${}_{T}y_{P}{}_{R}C_{r} = {}_{T}y_{P}{}_{r}$, 3.3

vsoto štirih konstantnih delov v sredini pa z ${}_{T}B_{P}{}_{r}$, kar pomeni regresijske koeficiente kontrastov r pri individualnih vrednostih znakov T in P.

Slučajnostno komponento zaznamujemo z ${}_{T}e_{P}{}_{R}C_{r} = {}_{T}e_{P}{}_{r}$ 3.4

Enačba 3.2 dobi tako enostavnejšo obliko

$$ {}_{T}y_{P}{}_{r} = {}_{T}B_{P}{}_{r} + {}_{T}e_{P}{}_{r} \qquad 3.5 $$

Zaradi ortonormiranosti kontrastov velja

$$ {}_{T}y_{P}{}_{r} = :N({}_{T}B_{P}{}_{r};\ \sigma^{2}_{e}) \qquad 3.6 $$

(Slika 1.31 na strani 28)

Za vse možne kombinacije y, ki jih dobimo, če matriko osnovnih podatkov množimo z eno, dvema ali tremi matrikami ortonormiranih kontrastov, dobimo skupno z osnovnimi podatki osem sistemov trodimenzionalnih matrik in ocen za regresijske koeficiente. Vse ocene se zaradi ortonormiranosti kontrastov porazdeljujejo normalno s stalno varianco σ^{2}_{e} .

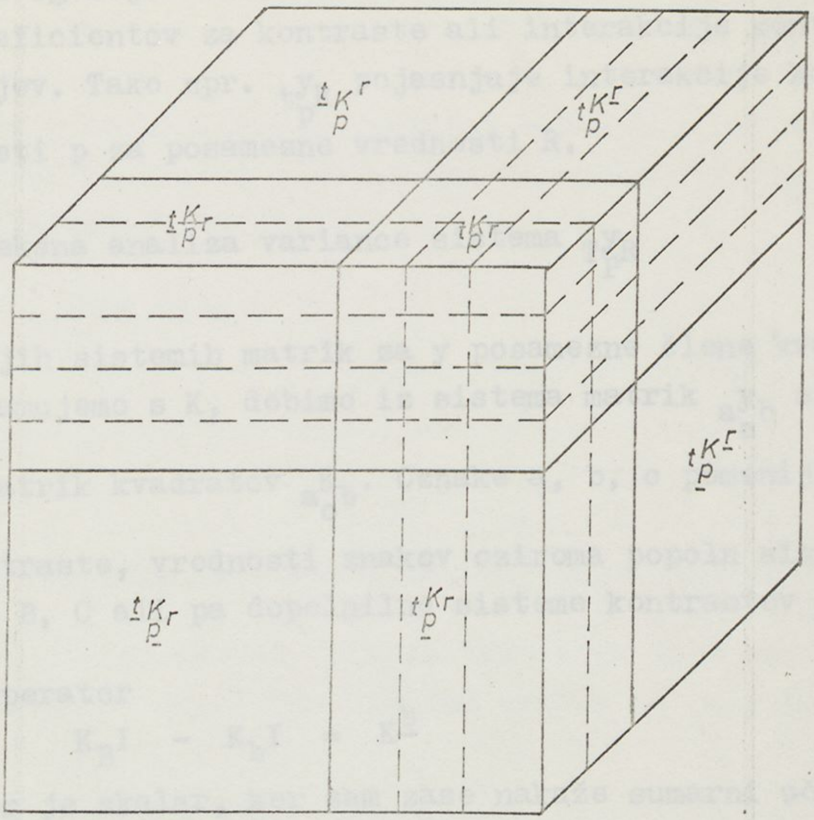
Sistem teh matrik je nakazan v naslednji shemi:

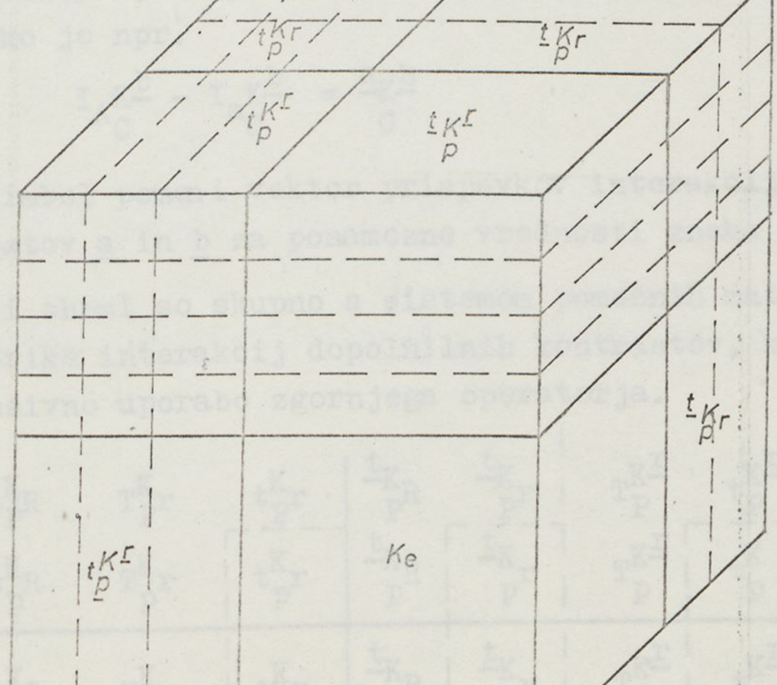
$$ y = \begin{bmatrix} {}_{T}y_{P}{}_{R} & {}_{T}y_{P}{}_{r} & {}_{t}y_{P}{}_{R} & {}_{t}y_{P}{}_{r} \\ & & & \\ {}_{T}y_{p}{}_{R} & {}_{T}y_{p}{}_{r} & {}_{t}y_{p}{}_{R} & {}_{t}y_{p}{}_{r} \end{bmatrix} = :N(B;\ \sigma^{2}_{e}) $$

Shema 1.31 Shema matrik za oceno regresijskih koeficientov

Slika 1.31

Grafični prikaz razdelitve vsote kvadratov pri trofaktorskem modelu





Vsaka izmed zgornjih matrik (razen prve) nakazuje ocene regresijskih koeficientov za kontraste ali interakcije kontrastov več faktorjev. Tako npr. ${}_{t}\underset{p}{y}{}_{R}$ pojasnjuje interakcije kontrastov t s kontrasti p za posamezne vrednosti R.

1.32 Kompleksna analiza variance sistema ${}_{T}\underset{P}{y}{}_{R}$

Če v zgornjih sistemih matrik za y posamezne člene kvadriramo, y^2 pa zaznamujemo s K, dobimo iz sistema matrik ${}_{a}\underset{c}{y}{}_{b}$ sistem pomožnih matrik kvadratov ${}_{a}\underset{c}{K}{}_{b}$. Oznake a, b, c pomenijo raziskovane kontraste, vrednosti znakov oziroma popoln sistem kontrastov A, B, C ali pa dopolnilne sisteme kontrastov $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$.

Vpeljimo operator

$$K_B I - K_b I = K^{\underline{b}} \qquad 3.7$$

Ta operator je skalar, ker sam zase nakaže sumarni učinek dopolnilnih kontrastov $\underline{b}$. Ta operator moremo uporabiti na pomožnih matrikah K, za posamezne znake ali sukcesivno za več znakov. Tako je npr.

$$I_{A}\underset{C}{K}{}^{\underline{b}} - I_{a}\underset{C}{K}{}^{\underline{b}} = {}^{\underline{a}}\underset{C}{K}{}^{\underline{b}} \qquad 3.8$$

Dobljeni simbol pomeni vektor prispevkov interakcij dopolnilnih kontrastov $\underline{a}$ in $\underline{b}$ za posamezne vrednosti znaka C.

V naslednji shemi so skupno s sistemom pomožnih matrik podane še vse matrike interakcij dopolnilnih kontrastov, ki jih dobimo s sukcesivno uporabo zgornjega operatorja.

$$\left[\begin{array}{cccc|cc|ccc}
{}_{T}\underset{P}{K}{}_{R} & {}_{t}\underset{P}{K}{}_{R} & {}_{T}\underset{P}{K}{}_{r} & {}_{t}\underset{P}{K}{}_{r} & {}_{\underline{t}}\underset{P}{K}{}_{R} & {}_{\underline{t}}\underset{P}{K}{}_{r} & {}_{T}\underset{P}{K}{}^{\underline{r}} & {}_{t}\underset{P}{K}{}^{\underline{r}} & {}_{\underline{t}}\underset{P}{K}{}^{\underline{r}} \\
{}_{T}\underset{p}{K}{}_{R} & {}_{t}\underset{p}{K}{}_{R} & {}_{T}\underset{p}{K}{}_{r} & {}_{t}\underset{p}{K}{}_{r} & {}_{\underline{t}}\underset{p}{K}{}_{R} & {}_{\underline{t}}\underset{p}{K}{}_{r} & {}_{T}\underset{p}{K}{}^{\underline{r}} & {}_{t}\underset{p}{K} & {}_{\underline{t}}\underset{p}{K}{}^{\underline{r}} \\
\hline
{}_{T}\underset{\underline{p}}{K}{}_{R} & {}_{t}\underset{\underline{p}}{K}{}_{R} & {}_{T}\underset{\underline{p}}{K}{}_{r} & {}_{t}\underset{\underline{p}}{K}{}_{r} & {}_{\underline{t}}\underset{\underline{p}}{K}{}_{R} & {}_{\underline{t}}\underset{\underline{p}}{K}{}_{r} & {}_{T}\underset{\underline{p}}{K}{}^{\underline{r}} & {}_{t}\underset{\underline{p}}{K}{}^{\underline{r}} & {}_{\underline{t}}\underset{\underline{p}}{K}{}^{\underline{r}}
\end{array}\right] = Ke$$

Shema 1.32 Shema matrik pri kompleksni trofaktorski analizi variance

Vsaka izmed matrik oziroma členov matrik pojasnjuje del skupne vsote kvadratov $K = I_{\substack{T\\P\\I}}K_{R}I$. Tako npr. matrika ${}_{T}K^{\underline{r}}_{\underline{p}}$ nakazuje interakcije $\underline{r}$ dopolnilnih kontrastov znaka R z individualnimi raziskovanimi kontrasti p za posamezne vrednosti T s po $m = \underline{r} = R-r$ stopinjami prostosti.

Sistem okvirjenih matrik

$$\begin{bmatrix} {}_{t}K^{r}_{p} & {}_{\underline{t}}K^{r}_{p} & {}_{t}K^{\underline{r}}_{p} & {}_{\underline{t}}K^{\underline{r}}_{p} \\ {}_{t}K^{r}_{\underline{p}} & {}_{\underline{t}}K^{r}_{\underline{p}} & {}_{t}K^{\underline{r}}_{\underline{p}} & {}_{\underline{t}}K^{\underline{r}}_{\underline{p}} \end{bmatrix}$$

Shema 1.33 Matrike interakcij za komplekse kontrastov

predstavlja sistem matrik oziroma vektorjev interakcij za komplekse kontrastov. V tem sistemu namreč ne nastopajo T,P in R.

1.33 Ocena variance σ_e^2

Ker je $Ke = {}_{\underline{t}}K^{\underline{r}}_{\underline{p}}$ z $me = \underline{t}.\underline{r}.\underline{p} = (T-t).(R.r).(P-p)$ stopinjami prostosti, je ocena variance σ_e^2

$$s_e^2 = \frac{{}_{\underline{t}}K^{\underline{r}}_{\underline{p}}}{\underline{t}.\underline{r}.\underline{p}} \quad z\ me = (T-t)(R-r)(P-p) \text{ stopinjami prostosti}$$

1.34 Preskušanje značilnosti ocen ${}_{a}y_{c}^{}{}_{b}$ za regresijske koeficiente

Značilnost vseh členov v matrikah ocen regresijskih koeficientov ${}_{a}y_{c}^{}{}_{b}$ iz sheme 1.31 preskušamo z enotnimi preskusnimi kritičnimi vrednostmi

$$d_{\alpha} = t_{\alpha}\ (m = m_e = \underline{t}.\underline{r}.\underline{p}).s_e \qquad \alpha = 0{,}10,\ 0{,}05,\ 0{,}01,\ 0{,}001$$

d_{α} posreduje tudi meje zaupanja za ocene ${}_{a}y_{c}^{}{}_{b} \pm d_{\alpha}$.

Preskusne kritične vrednosti za matrike K iz sheme 1.32 pa so glede na stopnjo prostosti za interakcije $m_1 = \underline{t}, \underline{r}, \underline{p}, \underline{t}.\underline{r}, \underline{t}.\underline{p}, \underline{r}.\underline{p}$.

$$d_\alpha = m_1 . s_e^2 . F_\alpha \; (m_1; m_2 = me) \qquad \alpha = 0.10, 0,05, 0,01, 0,001$$

1.35 Preskušanje učinkov sumarnih ostankov neraziskovanih primerjav

Prispevke posameznih komponent v matrikah v shemi 1.33 preskušamo z naslednjimi kritičnimi vrednostmi:

Preskusni izraz	Kritična meja
${}_{t}K^{r}_{p}$	$F_\alpha \; (1; me) \; s_e^2$
${}^{\underline{t}}K^{r}_{p}$	$\underline{t}.F_\alpha \; (\underline{t}; me) \; s_e^2$
${}_{t}K^{\underline{r}}_{p}$	$\underline{r}.F_\alpha \; (\underline{r}; me) \; s_e^2$
${}^{\underline{t}}K^{\underline{r}}_{p}$	$\underline{t}.\underline{r} \; F_\alpha \; (\underline{t}.\underline{r}; me) \; s_e^2$
${}_{t}K^{r}_{\underline{p}}$	$\underline{p}.F_\alpha \; (\underline{p}; me) \; s_e^2$
${}^{\underline{t}}K^{r}_{\underline{p}}$	$\underline{t}.\underline{p} \; F_\alpha \; (\underline{t}.\underline{p}; me) \; s_e^2$
${}_{t}K^{\underline{r}}_{\underline{p}}$	$\underline{p}.\underline{r} \; F_\alpha \; (\underline{p}.\underline{r}; me) \; s_e^2$

1.36 Ocene za poljubne kombinacije regresijskih zvez

Regresijske vrednosti za poljubno kombinacijo raziskovanih $\dot{p}$ $\dot{r}$ $\dot{t}$ kontrastov zlahka razširimo tudi na trofaktorsko analizo regresije. Tako je na splošno

$${}_{T}\hat{y}_{\hat{R}}^{\hat{p}} = {}_{T}C_{\dot{t}}\,{}_{P}C^{\dot{p}}\, y_{\dot{r}}\, C_{R} = :N\left({}_{T}C_{\dot{t}}\,{}_{P}C^{\dot{p}}\, B_{\dot{r}}\, C_{R};\; \sigma_e^2 \cdot {}_{T}C_{\dot{t}}\, I_{1}\, {}_{P}C^{\dot{p}}\, I\, I_{\dot{r}}\, C_{R}\right)$$

Če iščemo ocene za originalne vrednosti posameznih znakov, je matrika koeficientov kontrastov enotina matrika. Če npr. želimo oceno regresije kontrastov $\dot{p}$ in $\dot{r}$ po vrednostih T v zgornji zvezi, vzamemo ${}_T C_{\dot{t}} = {}_T I_{\dot{T}}$.

Po tem je ${}_{\dot{T}} I_T \, {}_{p}y_{\dot{r}} C_R = {}_{\dot{T}} y_{\dot{r}} C_R$ in $I_T I_T^2 = 1$

${}_P C^{p}$ ${}_P C^{\dot{p}}$

1.37 Zgled za trofaktorsko analizo variance

Numeričnega zgleda ne dajemo, pač pa problemski zgled. Za katerekoli podatke, ki so intenzivnega značaja, npr. pdoruktivnost dela, poprečni dohodki ipd., katere imamo podane po R republikah, L letih in P panogah, moremo analizirati s trojno kompleksno analizo variance. Analiza ocen regresijskih koeficientov ${}_t y_R$ (${}_p$) poda individualno analizo značilnosti posameznih komponent dinamike, ki jih dobimo z ortogonalnimi polinomi ali s harmonično analizo s trigonometričnimi funkcijami za posamezne republike in panoge. Ocene ${}_t y_R$ (${}_p$) po republikah posredujejo npr. velikost in značilnost razlik v dinamiki med panogami ipd. Za raznovrstne in absolutne podatke pred analizo transformiramo osnovne podatke v logaritme. V tem primeru so pokazovalci regresije smiselni za vse komponente razen za ravni.

2. KOMPLEKSNA ČASOVNO-REGIONALNA ANALIZA VARIANCE ZA POKAZOVALCE SPLOŠNE RAZVITOSTI, EKONOMSKE RAZVITOSTI IN DRUŽBENEGA PRODUKTA NA PREBIVALCA V SFRJ

2.1. Splošna metodologija

2.11. Osnovno gradivo

Osnova kompleksne časovno-regionalne analize variance so podatki o stopnjah splošne razvitosti, stopnjah ekonomske razvitosti in podatki o družbenem proizvodu na prebivalca v SFRJ po republikah in pokrajinah v letih v razdobju 1952-1969. Te podatke je IER publiciral v publikaciji: Merila stopnje razvitosti posameznih republik in pokrajin SFRJ, IER, Ljubljana, december 1971. Podatki o razvitosti so sintetični pokazovalci, dobljeni s faktorsko analizo glavnih komponent. Pokazovalci o razvitosti so prva komponenta iz kompleksa 35 oziroma po redukciji iz kompleksa 19 znakov, s katerimi je pogojena splošna in ekonomska razvitost.

2.12 Sistem kontrastov oziroma primerjav za čas in za republike

Specifičnost podatkov kaže, da je primerno proučiti relativne odnose med pokazovalci. Zato so bili osnovni podatki za potrebe kompleksne analize variance prevedeni v logaritme. Z ${}_{T}Y_{R}$ zaznamujemo matriko osnovnih podatkov za katerikoli proučevani pokazovalec, pri čemer T pomeni vrstice za čas in gre od T = 1, 2,...,18, R pa stolpce za republike oziroma pokrajini in gre od R = 1, 2,...,8. Matriko naravnih logaritmov osnovnih podatkov

$$ {}_{T}y_{R} = \ln {}_{T}Y_{R} \qquad 2.1 $$

zaznamujemo z malimi y.

Za časovno komponento s T = 18 let, vzemimo kot raziskovane kontraste oziroma primerjave prvih 7 ortogonalnih polinomov z matriko koeficientov ${}_T C_t = {}_T C_o\ {}_T C_1\ {}_T C_2\ {}_T C_3\ {}_T C_4\ {}_T C_5\ {}_T C_6$. Ker analiziramo logaritme, prvi trije kontrasti oziroma primerjave posredujejo eksponentni trend druge stopnje, naslednje štiri primerjave pa sestavine ciklov, ki so pojasnjene z ortogonalnimi polinomi od tretje do šeste stopnje. Vektor ${}_T C_o$ posreduje kontrast ravni, vektor ${}_T C_1$ primerjavo, ki je proporcionalna logaritmu iz poprečne stopnje rasti, ${}_T C_2$ pa hitrost v spreminjanju stopnje rasti.

Za raziskovane podatke posreduje primerjava ${}_T C_3$, ciklično sestavino z dolžino cikla 2T/3 = 12 let,
${}_T C_4$ ciklično sestavino z dolžino cikla 2T/4 = 9 let
${}_T C_5$ ciklično sestavino z dolžino cikla 2T/5 = 7 let
${}_T C_6$ sestavino cikla z dolžino 2T/6 = 6 let
${}_T C_{\underline{t}}$ pa predstavljajo individualno neraziskovane sestavine nadaljnjih $\underline{t}$ = T-t stopinj prostosti oziroma krajših ciklov.

Matrika koeficientov ${}_T C_t$ za primer časovne vrste z T = 18 členi je podana v odstavku o.6.

Za regionalno komponento, ki obstaja iz republik in pokrajin, je raziskovan popoln sistem kontrastov oziroma primerjav. Za potrebe analize razvitosti in družbenega proizvoda na prebivalca so se izkazali kot primerni naslednji kontrasti oziroma primerjave, ki posredujejo naslednje primerjave:

${}_R C_o$ = posreduje kontrast poprečne ravni za SFRJ
${}_R C_1$ = posreduje primerjavo med razvitimi (Slovenija, Hrvatska, Srbija, Vojvodina) republikami oziroma pokrajino in nerazvitimi (BiH), Črna gora, Makedonija, Kosovo) republikami oziroma pokrajino
${}_R C_2$ = posreduje primerjavo Slovenija+Hrvatska : Srbija+Vojvodina
${}_R C_3$ = posreduje primerjavo BiH : Črna gora+Makedonija+Kosovo
${}_R C_4$ = posreduje primerjavo Slovenija : Hrvatska
${}_R C_5$ = posreduje primerjavo Srbija : Vojvodina

${}_{R}C_{6}$ = posreduje primerjavo Črna gora+Makedonija : Kosovo
${}_{R}C_{7}$ = posreduje primerjavo Makedonija : Črna gora

Matrika koeficientov popolnega sistema kontrastov ${}_{R}C_{R}$ za nakazane primerjave je dana kot zgled o.5.

2.13 Oris kompleksne analize variance za proučevane pokazovalce

Ker je v našem primeru za republike R proučevan popoln sistem kontrastov, od katerih je prvih $\bar{\bar{r}} = 4$ glavnih, $\underline{\underline{r}} = 4$ stranskih, od t = 7 raziskovanih časovnih kontrastov pa so vsi za raziskavo enako pomembni, je za ta primer r = R, $\underline{r}$ = o, $\bar{\bar{t}}$ = 11. Pri teh pogojih je iz modela 2.lo izpeljan model za naš primer naslednji:

$$ {}_{T}y_{R} = {}_{T}C_{t}B_{r}C_{R} + {}_{T}C_{\underline{t}}B_{\bar{\bar{r}}}C_{R} + {}_{T}e_{R} $$

Razdelitev vsote kvadratov je prikazana za ta primer v sliki 2.1.

(Slika 2.1 je na strani 36)

2.14 Za vsakega od treh proučevanih kazalcev je glede na prednji model osnova za analizo naslednji sistem matrik:

$$ {}_{T}y_{R} \quad {}_{T}y_{r} $$
$$ {}_{t}y_{R} \quad {}_{t}y_{r} $$
$$ {}_{\underline{t}}K_{R} \quad {}_{\underline{t}}K_{\bar{\bar{r}}} \quad {}_{\underline{t}}K_{\underline{\underline{r}}} = Ke $$

Po obrazcu $s_e^2 = \dfrac{{}_{\underline{t}}K_{\underline{\underline{r}}}}{\underline{t}.\underline{\underline{r}}} = \dfrac{{}_{\underline{t}}K_{\underline{\underline{r}}}}{11.4}$

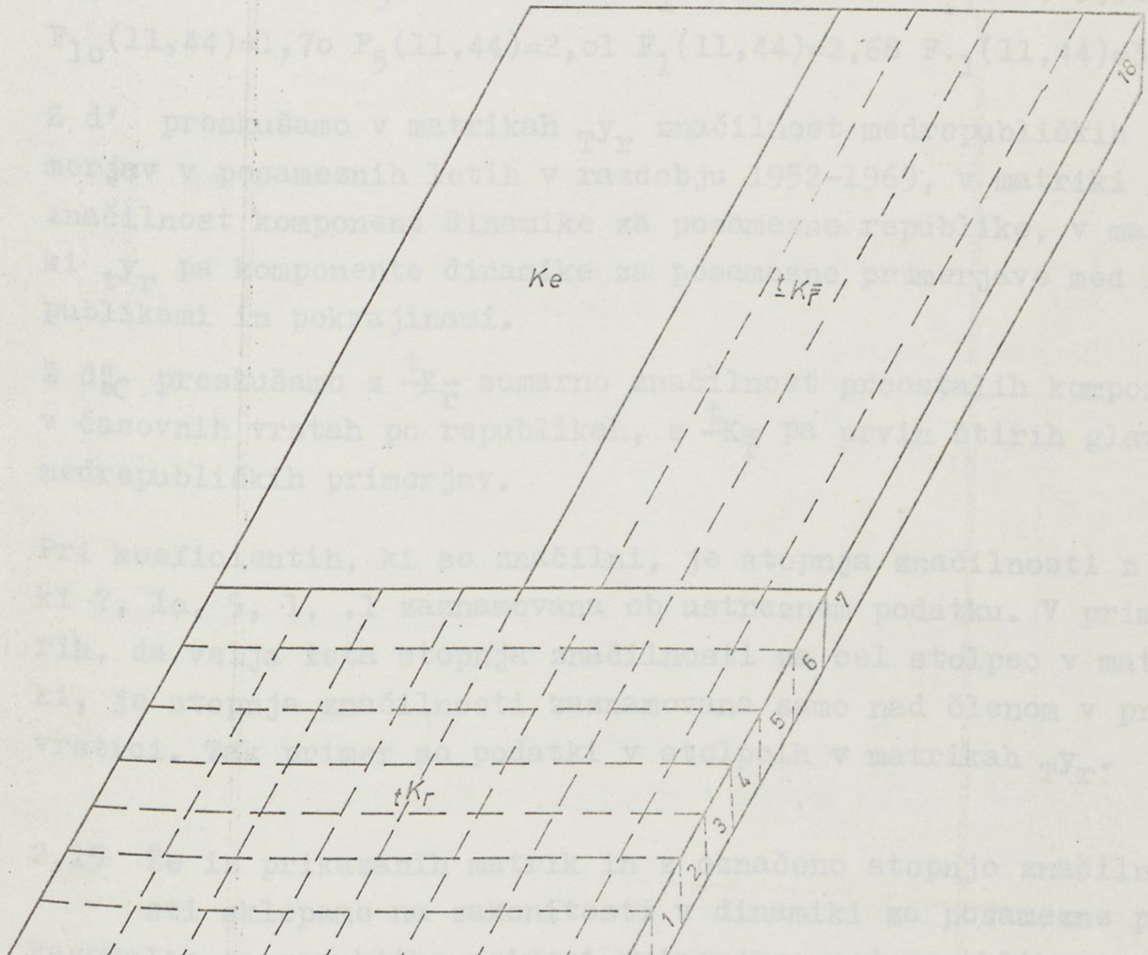
je izračunana ocena variance s_e^2, z njeno pomočjo pa kritične vrednosti za preskus regresijskih koeficientov iz zgornjih matrik

$$ d'_{\alpha} = t_{\alpha}\,(me=44).s_e $$

za preskušanje značilnosti sumarnega učinka časovnega ostanka za republike ${}_{\underline{t}}K_{R}$, za glavne kontraste med republikami ${}_{\underline{t}}K_{\bar{\bar{r}}}$ pa s kritičnimi vrednostmi

Slika 2.1

Razdelitev vsote kvadratov pri časovno-regionalni analizi o stopnjah razvitosti



$$d''_{\alpha} = \underline{t} \,.\, s_e^2 . F(m_1 = \underline{t}, m_2 = \underline{\underline{t.r}}) = 11.s_e^2.F_{\alpha} \quad (11,44)$$

Ustrezne vrednosti za t_{α} (11) in F_{α} (11,44) so za različne stopnje α naslednje:

$t_{10}(11)=1,6802$ $t_5(11)=2,1050$ $t_1(11)=2,6923$ $t_{.1}(11)=3,5264$

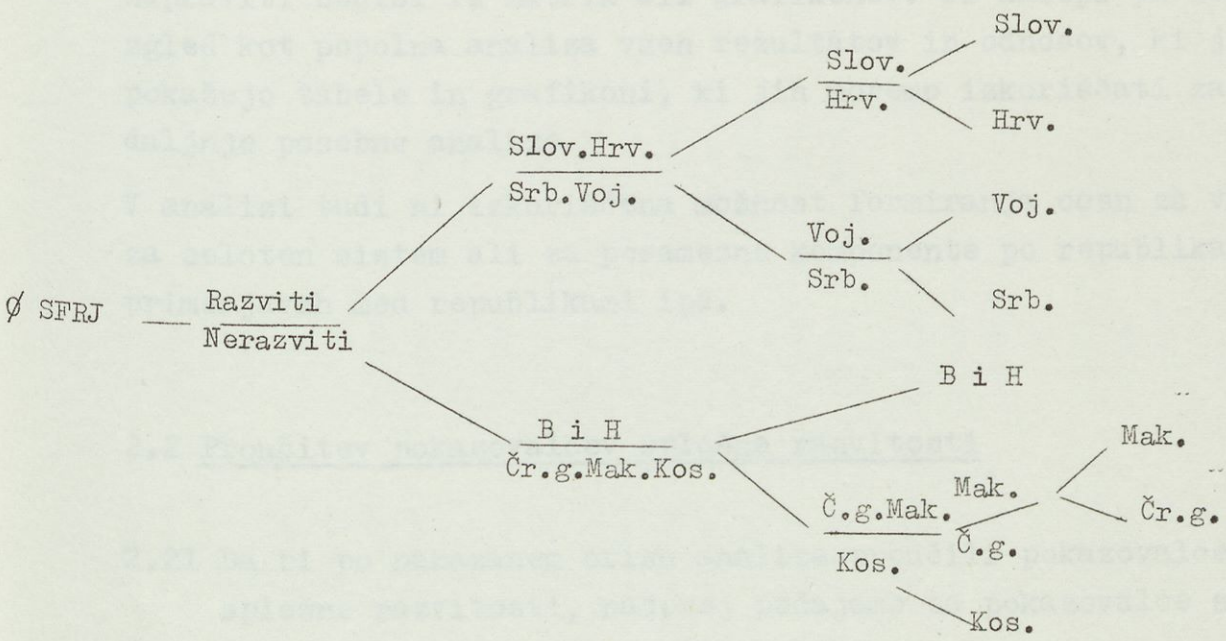
$F_{10}(11,44)=1,70$ $F_5(11,44)=2,01$ $F_1(11,44)=2,68$ $F_{.1}(11,44)=3,69$

Z d' preskušamo v matrikah ${}_{T}y_{r}$ značilnost medrepubliških primerjav v posameznih letih v razdobju 1952-1969, v matriki ${}_{t}y_{R}$ značilnost komponent dinamike za posamezne republike, v matriki ${}_{t}y_{r}$ pa komponente dinamike za posamezne primerjave med republikami in pokrajinami.

Z d''_{α} preskušamo z ${}^{t}K_{\bar{r}}$ sumarno značilnost preostalih komponent v časovnih vrstah po republikah, s ${}^{t}K_{\bar{\bar{r}}}$ pa prvih štirih glavnih medrepubliških primerjav.

Pri koeficientih, ki so značilni, je stopnja značilnosti z znaki ?, 10, 5, 1, .1 zaznamovana ob ustreznem podatku. V primerih, da velja ista stopnja značilnosti za cel stolpec v matriki, je stopnja značilnosti zaznamovana samo nad členom v prvi vrstici. Tak primer so podatki v stolpcih v matrikah ${}_{T}y_{r}$.

2.15 Že iz prikazanih matrik in z označeno stopnjo značilnosti sklepamo na zakonitosti v dinamiki za posamezne pokazovalce za republike oziroma primerjave med republikami, vendar so pri vsakem pokazovalcu v matrikah nakazane zakonitosti povzete v dveh grafikonih in tekstualno. V prvem grafikonu so po vrstnem redu za poprečje pokazovalca po republikah (komponenta dinamike o) nanizani profili dinamike za t = 7 raziskovanih sestavin časovnih vrst vključno s profili za popoln sistem proučenih kontrastov oziroma primerjav. Shematičen prikaz grafikona profilov je naslednji:



Shema 2.1 Shematičen prikaz regionalnih primerjav, ki je osnova za grafikone profilov dinamike

Iz teh grafikonov je možno analitično spremljati vse značilnosti v dinamiki razlik v celotnem spektru primerjav od poprečja za SFRJ do republik.

Medtem ko so v profilih nanizane vse komponente v sintetičnem grafikonu, vključno s sumarnim učinkom ostankov, je v ranggrafikonu za vsak pokazovalec posebej za vsako komponento dinamike prikazan vrstni red republik po velikosti pokazovalca $_t y_R$. Republike so grupirane v razrede glede na stopnjo značilnosti, upoštevaje tudi predznak za $_t y_R$. Republike so rangirane tudi znotraj posameznega razreda značilnosti in so označene z rangi od 1 do 8.

V zadnjem delu so za vsako izmed osmih republik in za vsakega izmed osmih kontrastov združeni profili dinamike za vse tri proučevane pokazovalce, tako da je možna za vsako republiko neposredna primerjava dinamike za vse tri pokazovalce hkrati (SR, ER, DP).

V tekstualnem delu so nakazani osnovni sklepi, ki jih moremo napraviti bodisi iz matrik ali grafikonov. Ti sklepi pa so bolj zgled kot popolna analiza vseh rezultatov in odnosov, ki jih pokažejo tabele in grafikoni, ki jih moremo izkoriščati za nadaljnje posebne analize.

V analizi tudi ni izkoriščena možnost formiranja ocen za vrste za celoten sistem ali za posamezne komponente po republikah, primerjavah med republikami ipd.

2.2 Proučitev pokazovalcev splošne razvitosti

2.21 Da bi po nakazanem orisu analize proučili pokazovalce splošne razvitosti, najprej podajamo za pokazovalce splošne razvitosti sistem nakazanih matrik.

Sistem matrik za pokazovalce o splošni razvitosti (str.4o,41)

Iz $\underline{t}_K\underline{r}$ = o,oo541 in me = $\underline{t}.\underline{r}$ = 44, dobimo, da je s_e^2 = o,oo541/44 = = o,oool22954 in s_e = o,o11o9.

Iz teh rezultatov dobimo kritične meje za preskus matrik y d' in K d"

α	1o	5	1	.1
d'	.o1863	.o2333	.o2984	.o39o9
d"	.oo23o	.oo272	.oo362	.oo499

oznaka stopnje značilnosti	o	?	5	1	.1

Iz grafikona o profilih dinamike po republikah in primerjavah med republikami za splošno razvitost v sliki 2.2 sklepamo o značilnosti vseh proučevanih sestavin dinamike. Značilnost prvih petih kontrastov je na stopnji o,1, sestavina pete stopnje se je izkazala za značilno na stopnji 5, šeste pa na stopnji 1. Visoka značilnost prvega kontrasta - ravni, analitično ni presenetljiva niti zanimiva. Prav tako je bilo pričakovati, da je tudi druga sestavina, ki je odraz poprečne stopnje rasti

Pokazovalci splošne razvitosti po republikah in pokrajinah v razdobju 1952 – 1969

T^{Y}_{R}	BiH	Čr. Gora	Hrvatska	Makedonija	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
1952	1.39716	1.64923	1.97032	1.52653	2.25852	1.82546	1.29833	1.89674
1953	1.49081	1.70491	2.03981	1.59306	2.32423	1.91001	1.38150	2.00952
1954	1.52237	1.73921	2.06206	1.64806	2.36776	1.91105	1.40599	2.00610
1955	1.58348	1.76936	2.11215	1.68985	2.41204	1.98116	1.42820	2.04969
1956	1.58338	1.80505	2.12436	1.73248	2.46630	1.96888	1.44823	2.04807
1957	1.67763	1.87086	2.22798	1.79360	2.51130	2.11007	1.53987	2.16904
1958	1.73758	1.92748	2.27883	1.87140	2.57048	2.11039	1.55265	2.19749
1959	1.79252	1.97757	2.32056	1.88306	2.61415	2.19420	1.61424	2.27637
1960	1.82556	2.01132	2.35449	1.91977	2.65558	2.21378	1.61857	2.30425
1961	1.86873	2.09409	2.40348	1.97205	2.71255	2.26350	1.65358	2.31982
1962	1.91890	2.13767	2.45365	2.00630	2.75107	2.31688	1.68250	2.40744
1963	1.99904	2.20400	2.52435	2.08471	2.82314	2.38566	1.74438	2.48312
1964	2.08560	2.27973	2.58941	2.21052	2.87181	2.45667	1.83942	2.55718
1965	2.12807	2.33438	2.62691	2.23142	2.90552	2.49934	1.87850	2.60381
1966	2.20170	2.37671	2.68557	2.29196	2.95650	2.54885	1.93629	2.64037
1967	2.24430	2.42257	2.72103	2.32442	2.99144	2.57364	1.98657	2.67851
1968	2.27461	2.46612	2.77285	2.36058	3.03134	2.61870	1.97833	2.70910
1969	2.35324	2.53112	2.84933	2.40456	3.09463	2.71129	2.02871	2.78814

Pokazovalci dinamike za splošno razvitost po republikah in pokrajinah

t^{y}_{R}	BiH	Čr. Gora	Hrvatska	Makedonija	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
0	7.93957 ˙1	8.79203 ˙1	10.16253 ˙1	8.37789 ˙1	11.38876 ˙1	9.56942 ˙1	7.07482 ˙1	9.93363 ˙1
1	1.21945 ˙1	1.17090 ˙1	1.12537 ˙1	1.15287 ˙1	1.07046 ˙1	1.12537 ˙1	0.94662 ˙1	1.14581 ˙1
2	0.03560 1	0.04574 ˙1	0.02711 5	0.01706	-0.01851	0.01987 ?	0.04090 ˙1	0.02314 5
3	-0.00991	-0.04695 ˙1	-0.00911	-0.01829	-0.00730	-0.01722	-0.01262	-0.04201 ˙1
4	-0.03205 1	-0.00900	0.00582	-0.05718 ˙1	-0.00323	0.00594	-0.05614 ˙1	-0.01620
5	0.00796	0.01762	0.00739	-0.01036	0.01606	0.02052 ?	-0.01902 ?	0.03038 1
6	0.00449	0.00817	0.00873	0.03252 1	0.01028	0.01723	0.00538	0.00447
$\frac{t}{}K_R$ $\underline{t}$	0.00488 1	0.00134	0.00346 5	0.00497 1	0.00060	0.00777 ˙1	0.00636 ˙1	0.00919 ˙1

Pokazovalci za medrepubliške primerjave za splošno razvitost v razdobju 1952 - 1969

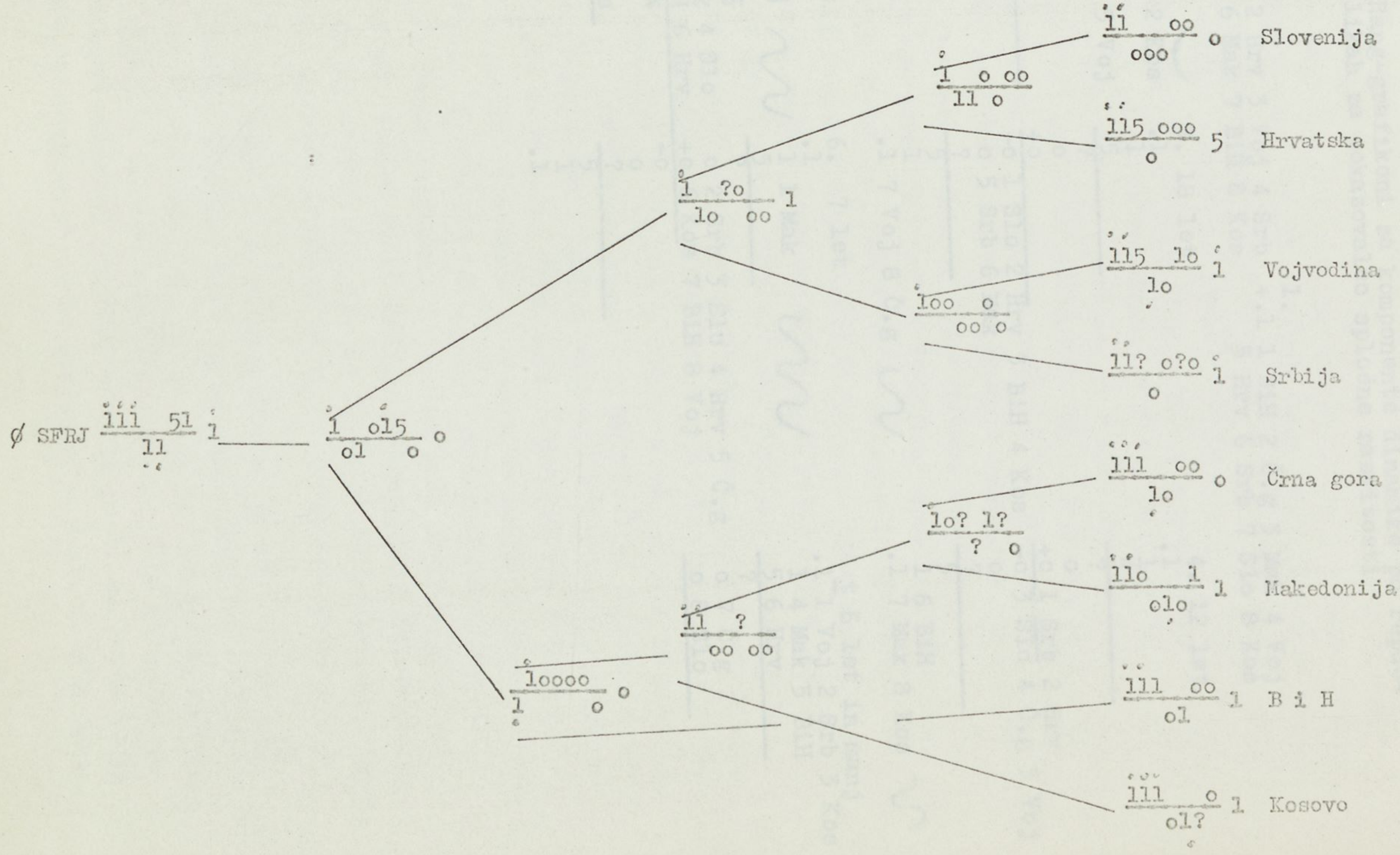
T^{y}_{r}	Ø SFRJ	Razviti / Nerazviti	Slov.Hrvat. / Srbija Vojv.	BiH / Cr.g. Mak. Kos.	Slovenija / Hrvatska	Srbija / Vojvodina	Čr.g. Maked. / Kosovo	Makedonija / Crna Gora
1952	4.58693 ˙1	0.73532 ˙1	0.25331 ˙1	-0.08158 ˙1	0.20379 ˙1	-0.05040 ˙1	0.23641 ˙1	-0.08676 ˙1
1953	5.11022	0.74716	0.22225	-0.05976 ˙1	0.20111	-0.07036	0.21839	-0.07908
1954	5.18402	0.71818	0.25633	-0.06528 ˙1	0.21616	-0.06721	0.23485	-0.06445
1955	5.31247	0.73685	0.24666	-0.03953 ˙1	0.21205	-0.04845	0.24609	-0.05621
1956	5.36580	0.72071	0.28685	-0.06802 ˙1	0.24178	-0.05599	0.26171	-0.05131
1957	5.62163	0.75534	0.23008	-0.04948 ˙1	0.20034	-0.04169	0.23971	-0.05462
1958	5.74394	0.73117	0.27071	-0.04006 ˙1	0.20622	-0.06158	0.28315	-0.03965
1959	5.89469	0.75585	0.23206	-0.02808 5	0.20760	-0.05809	0.25807	-0.06683
1960	5.97623	0.76115	0.24601	-0.02106 ?	0.21290	-0.06396	0.28330	-0.06473
1961	6.11217	0.74631	0.26635	-0.03277 1	0.21854	-0.03982	0.30984	-0.08629
1962	6.24885	0.77204	0.24020	-0.02013 ?	0.21030	-0.06403	0.31801	-0.09259
1963	6.45179	0.77221	0.23935	-0.01038	0.21127	-0.06891	0.32657	-0.08434
1964	6.67875	0.72824	0.22368	-0.02103 ?	0.19968	-0.07106	0.33125	-0.04893
1965	6.79104	0.72945	0.21464	-0.01734	0.19700	-0.07387	0.33019	-0.07280
1966	6.94308	0.71581	0.22642	0.00003	0.19155	-0.06471	0.32500	-0.05992
1967	7.05074	0.70242	0.23015	-0.00016	0.19120	-0.07415	0.31592	-0.06939
1968	7.14590	0.72561	0.23819	0.00542	0.18277	-0.06392	0.35519	-0.07462
1969	7.34014	0.75157	0.22226	0.02752 5	0.17345	-0.05433	0.35554	-0.08949
t^{y}_{r}	Pokazovalci dinamike za splošno razvitost za medrepubliške primerjave							
0	25.59389 ˙1	3.13612 ˙1	1.02426 ˙1	-0.12298 ˙1	0.86686 ˙1	-0.25753 ˙1	1.23302 ˙1	-0.29283 ˙1
1	3.16673 ˙1	-0.00807	-0.03767 1	0.11199 ˙1	-0.03882 1	-0.01445	0.17576 ˙1	-0.01274
2	0.06750 ˙1	-0.03100 1	-0.01721	0.00089	-0.03226 1	-0.00231	-0.00775	-0.02026 ?
3	-0.05776 ˙1	0.00428	0.02141 ?	0.01389	0.00127	0.01752	-0.01633	0.02026 ?
4	-0.05800 ˙1	0.05258 ˙1	0.00642	0.00812	-0.00640	0.01565	0.02045 ?	-0.03406 1
5	0.02512 5	0.02752 5	-0.01347	0.01029	0.00577	-0.00697	0.01548	-0.01951 ?
6	0.03228 1	-0.00347	-0.00134	-0.00940	0.00109	0.00901	0.01221	0.01721
$\frac{t}{}K_{f} = \frac{t}{}$	0.02629 ˙1	0.00202	0.00390	0.00095	0.00120	0.00094	0.00205	0.00122

$K_e = \frac{t}{}K\ f = \cdot 00541 \qquad m_e = t \cdot r = 11.4 = 44$

$s_e^2 = \cdot 00541/44 = 0\cdot 000122954 \qquad s_e = 0\cdot 01109$

Slika 2.2

Profili dinamike po republikah in primerjavah med republikami
za pokazovalec splošne razvitosti



Slika 2.3

Rang-grafikoni za komponente dinamike po republikah za pokazovalec splošne razvitosti

```
o.                                  1.
+.1 1 Slo 2 Hrv 3 Voj 4 Srb       +.1 1 BiH 2 Č.g 3 Mak 4 Voj
    5 Č.g 6 Mak 7 BiH 8 Kos           5 Hrv 6 Srb 7 Slo 8 Kos

2.                  3. 18 let                        4. 12 let
.1  1 Č.g 2 Kos     .1                               .1
1   3 BiH           1                                1
5   4 Hrv 5 Voj     5                                5
-----------------   ------------                     ------------------
?   6 Srb           ?                                ?
o   7 Mak           o                                o
+o                  +o                               +o 1 Srb 2 Hrv
-------------       ----------------                 ------------
-o  8 Slo           -o 1 Slo 2 Hrv 3 BiH 4 Kos       -o 3 Slo 4 Č.g 5 Voj
o                   o 5 Srb 6 Mak                    o
?                   ?                                ?
-------             --------------                   ------------------
5                   5                                5
1                   1                                1 6 BiH
.1                  .1 7 Voj 8 Č.g                   .1 7 Mak 8 Kos

5.  9 let           6.  7 let                        + 6 let in manj
.1                  .1                               .1 1 Voj 2 Srb 3 Kos
1   1 Voj           1 1 Mak                          1 4 Mak 5 BiH
5                   5                                5 6 Hrv
-----------------   ------------                     ---------------------
?   2 Srb           ?                                ?
o   3 Č.g 4 Slo     o 2 Srb 3 Slo 4 Hrv 5 Č.g        o 7 Č.g
+o  5 BiH 6 Hrv     +o 6 Kos 7 BiH 8 Voj             o 8 Slo
-----------------   ---------------------------      ------------
-o  7 Mak           -o
o                   o
?   8 Kos           ?
---------------     ------------------
5                   5
1                   1
.1                  .1
```

pozitivna in visoko značilna. S tem, da je tretja sestavina (kvadratična komponenta) značilna in pozitivna, je potrjena zakonitost, da stopnja rasti splošne razvitosti progresivno narašča. Negativna značilna kubična komponenta nakazuje obenem z značilnimi komponentami višjega reda profil cikla. Naslednji profil nakazuje dinamiko razlik med razvitimi in nerazvitimi. Visoko značilna pozitivna prva komponenta-raven kaže na to, da je raven splošne razvitosti za razvite višja kot za nerazvite, kar je potrdilo za pričakovan odnos. Od drugih komponent se je izkazala kot značilna komponenta pete stopnje, kar kaže na to, da so tudi v ciklu med razvitimi in nerazvitimi značilne razlike in sicer v komponenti z dolžino 9 let. Če sledimo nadaljnjim primerjavam, opazimo, da je v dinamiki primerjave "Slo.Hrv" z "Voj.Srb" značilna različna raven, da pa druge komponente niso značilne in ne kažejo na značilnosti razlik v kvadratični komponenti trenda niti v ciklu. Profil razlik med Slovenijo in Hrvatsko kaže, da je Slovenija v ravni splošne razvitosti značilno višje, da pa je poprečna stopnja rasti za Slovenijo manjša in da ta razlika časovno progresivno narašča. Med Vojvodino in Srbijo se je izkazala značilna le razlika v ravni. Raven za BiH je značilno manjša od poprečja za Črno goro, Makedonijo, Kosovo, medtem ko je stopnja rasti za BiH značilno višja kot je poprečje za primerjane republike. Črna gora in Makedonija v poprečju značilno pozitivno odstopata od Kosova v ravni in poprečni stopnji rasti. Končno je raven Črne gore značilno višja od Makedonije. Parabola druge, tretje in pete stopnje kaže sum na značilnost, medtem ko so razlike v komponenti četrtega reda značilne na stopnji $\alpha = 1\%$. Iz profilov za posamezne republike moremo slediti dinamiko za vsako republiko posebej.

Rang-grafikon republik po velikosti ocen parametrov za posamezne sestavine dinamike kaže za splošno razvitost naslednje značilnosti. Pričakovati je, da je stopnja (raven) visoko pozitivno značilna za vse republike. Slovenija je na prvem mestu. V visoko značilni poprečni stopnji rasti pa je na prvem mestu BiH, Slovenija pa je na predzadnjem mestu pred Kosovim.

Kvadratična komponenta je pozitivna in značilna za pet republik oziroma pokrajin, neznačilna pa je za Makedonijo in Slovenijo, medtem ko za Srbijo kaže sum na pozitivno značilnost. Edino za Slovenijo se izkaže degresivno naraščanje, vendar je ta komponenta neznačilna. Za vse nakazuje tretja komponenta značilen 18 letni cikel z minimumom v prvem in maksimumom v drugem delu 18 letnega razdobja. Vendar je značilen in to na stopnji α =.1% le za Vojvodino in Črno goro. Najmanj izrazita je ta komponenta za Slovenijo.

Četrta komponenta je značilna za BiH, Makedonijo in Kosovo, za druge pa je neznačilna. Komponenta 5.stopnje se izkaže za značilno le za Vojvodino, 6. pa za Makedonijo. Zanimivo je, da je ostanek, ki obsega komponente za kratkoročne cikle, šest let in manj, razen za Črno goro in Slovenijo, značilen za vse druge dele Jugoslavije.

Uvid v regionalne povezanosti oziroma odvisnosti med komponentami dobimo iz matrike Spearmanovih koeficientov korelacije, ki so izračunani iz rangov grafikona, iz rangov za republike.

Korelacijska matrika Spearmanovih koeficientov korelacije ranga med sestavinami dinamike:

Sestavina	0	1	2	3	4	5	6
0	1.	-.24	-.54	.31	.76	.5o	.21
1		1.	.29	-.43	-.14	.19	-.21
2			1	-.33	-.o5	-.14	-.6o
3				1.	-.21	-.38	.oo
4					1.	.53	-.14
5						1.	-.21
6							1.

Značilen na stopnji 5 % se izkaže le korelacijski koeficient med ravnijo in ciklično komponento z dolžino 12 let. Vsi drugi korelacijski koeficienti pa za splošno razvitost ne kažejo značilne zakonitosti povezanosti med sestavinami dinamike.

2.3 Proučitev pokazovalcev ekonomske razvitosti

Če po isti sistematiki proučimo pokazovalce za ekonomsko razvitost, najprej podajamo sistem analitičnih matrik za pokazovalce ekonomske razvitosti.

Sistem matrik za pokazovalce o ekonomski razvitosti (na str. 47, 48)

Ker je s_e^2 = o,ooo6368 in s_e = .o25235 so kritične meje d' za y in d" za K naslednje:

α	1o	5	1	.1
d'	.o424o	.o5312	.o6794	. .o8899
d"	.o1191	.o14o8	.o1877	.o2585

oznaka stopnje značilnosti	0	?	5	1	.1

Če proučimo profile dinamike po stopnji značilnosti komponent dinamike tudi za pokazovalce ekonomske razvitosti, spoznamo, da kaže profil visoko značilne vse komponente vključno z ostankom, ki vsebuje kratkoročne cikle. Splošna dinamika kaže degresivno stopnjo rasti. Tendence v dinamiki za poprečje se kažejo v značilni ali neznačilni obliki za vse republike. To spoznamo iz primerjave profilov po republikah. Tako je kvadratična komponenta vsaj neznačilno negativna z edino izjemo Kosova, za katerega je progresivnost stopnje rasti na stopnji značilnosti 1 %. Primerjave med republikami kažejo izrazito razliko v dinamiki med razvitimi in nerazvitimi. Kažejo se značilne razlike v vseh prvih petih komponentah dinamike. Razumljivo je za razvite raven visoko značilno višja. Na α = 5 % značilne se kaže višja poprečna stopnja rasti za razvite. Prav tako je degresivnost stopnje rasti za razvite visoko značilna. Značilne razlike se kažejo tudi v obeh naslednjih komponentah (komponenta 3. in 4. stopnje). Skupina Slo.Hrv se v primerjavi s skupino Voj.Srb razlikuje po tem, da je raven in poprečna stopnja rasti za razvitejši republiki višja, opazne pa so

Pokazovalci ekonomske razvitosti po republikah in pokrajinah v razdobju 1952 - 1969

T^{y}_{R}	BiH	Črna Gora	Hrvatska	Makedonija	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
1952	0.09358	-0.12397	0.44718	0.04334	0.81730	0.26895	0.00059	0.36039
1953	0.22968	-0.07915	0.54945	0.12221	0.91832	0.32331	0.04085	0.45273
1954	0.26167	0.02254	0.62208	0.20048	1.08166	0.33246	0.02780	0.44769
1955	0.37011	0.09640	0.68617	0.21527	1.14259	0.41111	0.04707	0.50265
1956	0.37884	0.10714	0.74445	0.29110	1.11244	0.47592	0.09957	0.56928
1957	0.46724	0.24498	0.87742	0.36776	1.20767	0.63578	0.16999	0.79809
1958	0.52384	0.23396	0.91533	0.46467	1.23935	0.71749	0.14123	0.86705
1959	0.62063	0.37500	1.00386	0.53684	1.33977	0.80007	0.28171	1.03011
1960	0.67772	0.46153	1.06945	0.58761	1.40528	0.83837	0.28585	1.05298
1961	0.71231	0.66010	1.12024	0.64190	1.46531	0.85929	0.34458	1.05284
1962	0.74635	0.73764	1.18936	0.68878	1.51694	0.93479	0.41545	1.16857
1963	0.83260	0.86491	1.28307	0.76653	1.62660	1.04087	0.54916	1.32247
1964	0.90930	1.00085	1.35853	0.91256	1.70074	1.14501	0.73443	1.36709
1965	0.97214	1.04105	1.43660	0.96626	1.73299	1.19113	0.75292	1.41900
1966	1.02657	1.10572	1.49609	1.06156	1.76222	1.28467	0.77431	1.48335
1967	1.03147	1.09530	1.50988	1.06146	1.77427	1.29661	0.83090	1.49445
1968	1.04175	1.16524	1.56594	1.08765	1.81932	1.32170	0.74820	1.49579
1969	1.12291	1.26584	1.65378	1.15860	1.89869	1.41347	0.79656	1.58042

Pokazovalci dinamike za ekonomsko razvitost po republikah in pokrajinah

t^{y}_{R}	BiH	Črna Gora	Hrvatska	Makedonija	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
0	2.83285 '1	2.42187 '1	4.60372 '1	2.63389 '1	6.02492 '1	3.60414 '1	1.65964 '1	4.35696 '1
1	1.30155 '1	1.94169 '1	1.55143 '1	1.49587 '1	1.34663 '1	1.55872 '1	1.24736 '1	1.70922 '1
2	-0.10906 '1	-0.01201	-0.07782 1	-0.02007	-0.10787 '1	-0.06374 5	0.07832 1	-0.19086 '1
3	-0.01897	-0.20223 '1	-0.01738	-0.06364 5	-0.01821	-0.06280 5	-0.23041 '1	-0.14227 '1
4	-0.03436	-0.03062	-0.01245	-0.04326 ?	-0.05954 5	0.02987	-0.11467 '1	0.07060 1
5	0.02599	0.12429 '1	0.01382	-0.01223	0.10044 '1	-0.05555 5	0.01429	-0.02490
6	0.00774	0.06585 5	0.02553	0.01930	0.02106	0.04420 ?	0.08082 1	0.02436
$\pm K_R$	0.00799	0.00979	0.00438	0.01034	0.00797	0.01344 ?	0.01855 5	0.03269 '1

Pokazovalci za medrepubliške primerjave za ekonomsko razvitost v razdobju 1952 - 1969

T^{y}_{r}	Ø SFRJ	Razviti / Nerazviti	Slov.Hrvat. / Srbija Vojvod.	BiH / Cr.g. Mak. Kos.	Slovenija / Hrvatska	Srbija / Vojvodina	Čr.g. Maked. / Kosovo	Makedonija / Crna Gora
1952	0.67436 ˙1	0.66478 ˙1	0.31756 ˙1	0.10414 ˙1	0.26171 ˙1	-0.06465 5	-0.03340	0.11831 ˙1
1953	0.90418	0.68243	0.34586	0.17458 ˙1	0.26083	-0.09151 ˙1	-0.01577	0.14238 ˙1
1954	1.05939	0.69699	0.46179	0.15420 ˙1	0.32497	-0.08147 1	0.06834 1	0.12582 ˙1
1955	1.22732	0.71194	0.45750	0.21696 ˙1	0.32274	-0.06472 5	0.05880 1	0.08405 1
1956	1.33600	0.71610	0.40585	0.18438 ˙1	0.26020	-0.06601 5	0.08128 1	0.13007 ˙1
1957	1.68608	0.80220	0.32561	0.17869 ˙1	0.23352	-0.11477 ˙1	0.11135 ˙1	0.08681 1
1958	1.80417	0.83987	0.28506	0.21120 ˙1	0.22912	-0.10575	0.16989	0.16313 ˙1
1959	2.11708	0.83425	0.25672	0.19292 ˙1	0.23752	-0.16266	0.14224	0.11443 ˙1
1960	2.25526	0.83204	0.29169	0.20154 ˙1	0.23746	-0.15175	0.19491	0.08915 ˙1
1961	2.42417	0.75617	0.33670	0.14154 ˙1	0.24400	-0.13686	0.25019	-0.01286
1962	2.61557	0.78539	0.30147	0.11464 ˙1	0.23163	-0.16530	0.24309	-0.03454
1963	2.92963	0.79896	0.27316	0.09156 ˙1	0.24291	-0.19912	0.21764	-0.06956 1
1964	3.23449	0.71921	0.26358	0.02311	0.24197	-0.17117	0.18148	-0.06242 5
1965	3.36304	0.72385	0.27973	0.04508 ?	0.20958	-0.16113	0.20472	-0.05288 5
1966	3.53359	0.72757	0.24514	0.03987	0.18818	-0.14048	0.25256	-0.03122
1967	3.56890	0.72693	0.24654	0.03081	0.16695	-0.13989	0.20206	-0.02393
1968	3.62343	0.76470	0.28538	0.03584	0.17704	-0.12310	0.30583	-0.05486 5
1969	3.85030	0.77867	0.27929	0.04264 ?	0.17318	-0.11805 ˙1	0.33939 ˙1	-0.07582 1

Pokazovalci dinamike za ekonomsko razvitost za medrepubliške primerjave

t^{y}_{r}								
0	9.94829 ˙1	3.19664 ˙1	1.33377 ˙1	0.51475 ˙1	1.00494 ˙1	-0.53232 ˙1	0.70891 ˙1	0.14992 ˙1
1	4.29655 ˙1	0.06347 5	-0.18494 ˙1	-0.22524 ˙1	-0.14481 ˙1	-0.10642 ˙1	0.38491 ˙1	-0.31524 ˙1
2	-0.17789 ˙1	-0.13345 ˙1	0.03445	-0.10780 ˙1	-0.02125	0.08988 ˙1	-0.07705 1	-0.00569
3	-0.26727 ˙1	0.09708 ˙1	0.08474 1	0.12683 ˙1	-0.00058	0.05619 5	0.07958 1	0.09799 ˙1
4	-0.06875 1	0.08838 1	-0.08624 1	0.02467	-0.03329	-0.02880	0.06346 5	-0.00893
5	0.06582 5	-0.04191	0.09736 ˙1	-0.01396	0.06124 5	-0.02167	0.03407	-0.09653 ˙1
6	0.10224 ˙1	-0.02059	-0.01083	-0.04121	-0.00337	0.01402	-0.03122	-0.03291
	0.05059 ˙1	0.00769	0.01441 5	0.00445	0.00403	0.00352	0.00996	0.01051

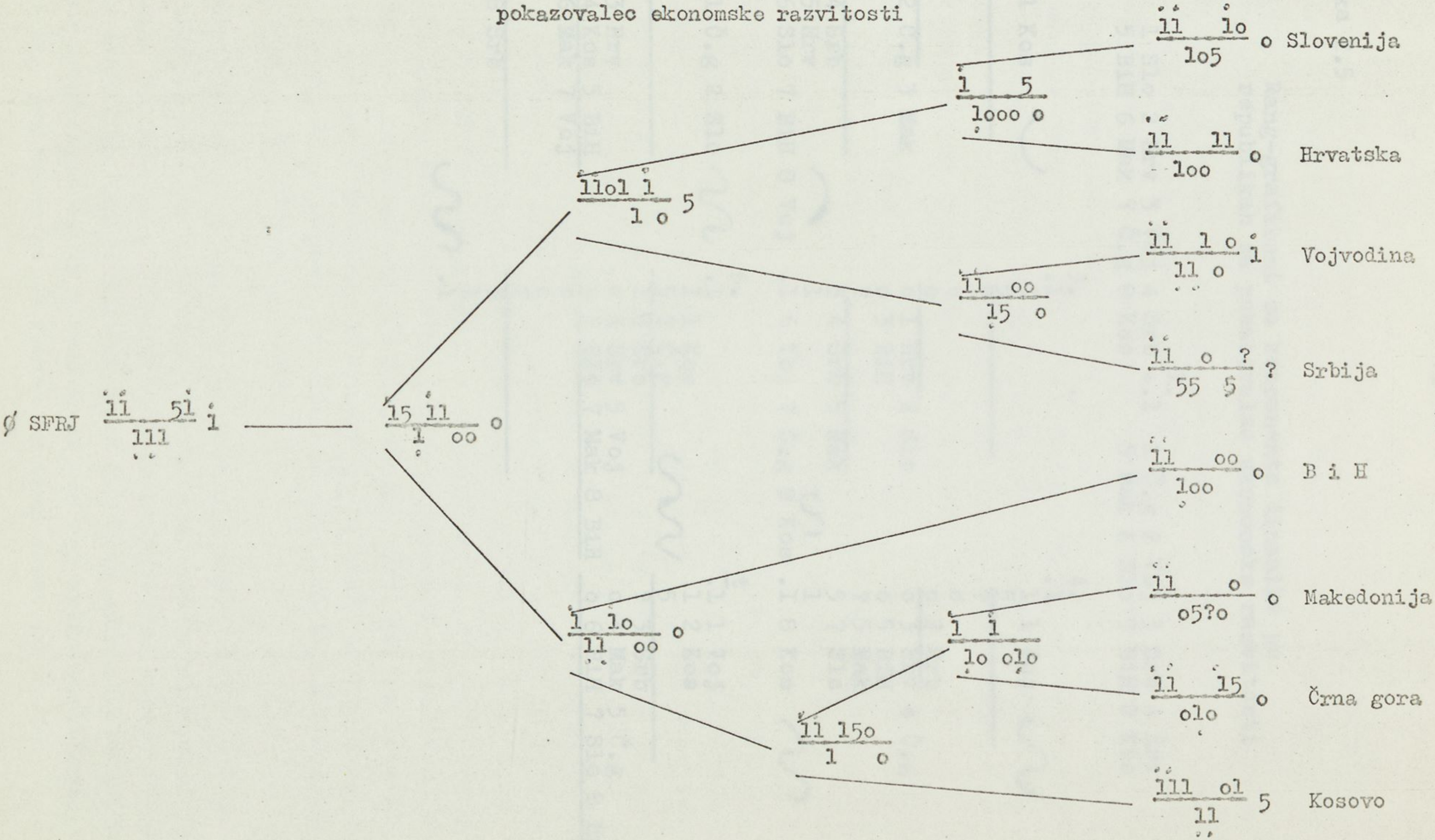
K_e = ˙028020

s^2_{e} = ˙0006368

s_{e} = ˙025235

Slika 2.4

Profili dinamike po republikah in primerjavah med republikami za pokazovalec ekonomske razvitosti



Slika 2.5

Rang-grafikoni za komponente dinamike po republikah za pokazovalec ekonomske razvitosti

o.
+.1 1 Slo 2 Hrv 3 Voj 4 Srb
5 BiH 6 Mak 7 Č.g 8 Kos

1.
+.1 1 Č.g 2 Voj 3 Srb 4 Hrv
5 Mak 6 Slo 7 BiH 8 Kos

2.
.1
1 1 Kos
5
?
o
o
o 2 Č.g 3 Mak
o
?
5 4 Srb
1 5 Hrv
.1 6 Slo 7 BiH 8 Voj

3.
.1
1
5
?
o
o
o 1 Hrv 2 Slo
o 3 BiH
?
5 4 Srb 5 Mak
1
.1 6 Voj 7 Č.g 8 Kos

4.
.1
1 1 Voj
5
?
o
o 2 Srb
o 3 Hrv 4 Č.g
o 5 BiH
? 5 Mak
5 7 Slo
1
.1 8 Kos

5.
.1 1 Č.g 2 Slo
1
5
?
o 3 Hrv
o 4 Kos 5 BiH
o 6 Mak 7 Voj
o
?
5 8 Srb
.1
.1

6.
.1
1 1 Kos
5 2 Č.g
1 3 Srb
o 4 Hrv 5 Voj
o 6 Slo 7 Mak 8 BiH
o
o
?
5
1
.1

t
.1 1 Voj
1 2 Kos
5
? 3 Srb
o 4 Mak 5 Č.g
o 6 BiH 7 Slo 8 Hrv

razlike tudi v drugih komponentah, iz česar sledi, da je dinamika obeh skupin zelo različna. Enako se BiH od primerjane skupine Mak.Črg.Kos na stopnji α = .1% značilno razlikuje v prvih štirih komponentah. BiH se razlikuje od primerjane skupine z višjo ravnijo, vendar z manjšo poprečno stopnjo rasti. Degresija stopnje rasti je za BiH večja. Slovenija se razlikuje od Hrvatske z značilno višjo ravnijo ekonomske razvitosti in visoko značilno manjšo poprečno stopnjo rasti. Vojvodina se odlikuje v primerjavi s Srbijo z visoko značilno višjo ravnijo in višjo poprečno stopnjo rasti, vendar je degresivnost v stopnji rasti visoko značilno višja kot za Srbijo. Značilna razlika obstaja tudi v devetletnem ciklu.

Makedonija in Črna gora imata v poprečju v primerjavi s Kosovim visoko značilno višjo raven in poprečno stopnjo rasti, vendar je komponenta 2. stopnje za Kosovo značilno višja.

Če pregledamo rang-grafikon za komponente dinamike, opazimo enako kot pri splošni razvitosti, da je raven in poprečna stopnja rasti za vse republike visoko značilna in pozitivna. Medtem ko je Slovenija glede na raven na prvem mestu, pa je glede na poprečno stopnjo razvitosti na šestem mestu pred BiH in Kosovim. Na istem mestu je Slovenija tudi glede na komponento druge stopnje in kaže večjo degresivnost le še BiH in Vojvodina. V drugi komponenti izstopa Kosovo, ki ima edino od vseh republik značilno progresijo v stopnji rasti. Od osmih regionalnih skupin kaže negativno tretjo komponento (cikel v dolžini 18 let) pet republik. Osemnajstletni cikel pa ima iste tendence tudi za republike, za katere je ta cikel neznačilen. Zanimivo je, da je najmanj značilen ta cikel za najbolj razviti republiki - Slovenijo in Hrvatsko.

Komponenta četrte stopnje se je pokazala značilna za tri republike, ima pa za Vojvodino obratno smer kot za Slovenijo in Kosovo. Podobno je s komponento pete stopnje, za katero ima od treh značilnih Srbija obratno smer kot Črna gora in Slovenija. Šesta komponenta se je izkazala za vse republike pozitivna, značilno pozitivno pa je Kosovo in Črna gora. Od drugih komponent cikla se je pokazala visoko značilna Vojvodina, na stopnji α = 1 % pa Kosovo.

Kako so posamezne sestavine povezane med seboj, kaže korelacijska tabela Spearmanovih koeficientov korelacije, ki je dobljena iz podatkov iz rang-grafikonov.

Korelacijska matrika Spearmanovih koeficientov korelacije med sestavinami dinamike:

Sestavina	0	1	2	3	4	5	6
0	.1	.14	-.74	.81	.36	-.o2	-.4o
1		1.	-.o9	.o2	.79	-.o6	.24
2			1.	-.55	.42	.29	.67
3				1.	.14	.o7	-.51
4					1.	-.1o	.o2
5						1.	.21
6							1.

Značilni na 5 % se izkažejo štirje korelacijski koeficienti, eden pa je na meji in kaže sum na značilnost. Raven je negativno povezana s parabolo druge stopnje. Čim višja je raven, tem manjša je progresivnost stopnje rasti oziroma tem večja je degresivnost rasti. Raven je značilno pozitivno povezana s komponento tretje stopnje. V osemnajstletnem ciklu je zadržanost v prvem in zadnjem delu in porast v srednjem delu tem manjša, čim višja je raven.

Nadalje je značilna odvisnost zveze med poprečno stopnjo rasti in dvanajstletnim ciklom, sum na značilnost povezanosti med komponentama 2. in 6. stopnje.

2.4 Proučitev pokazalcev družbenega produkta na prebivalca

Kot zadnji pokazovalec analizirajmo še družbeni proizvod na prebivalca, s katerim pogosto merimo razvitost. Sistem matrik je zanj dan na straneh 54, 55.

Ocena variance je s_e^2 = 0,001539, standardni odklon pa s_e = = .03923. Kritične meje d' za preskus y in d" za preskus K so naslednje:

α	10	5	1	.1
d'	.06591	.08257	.10561	.13833
d"	.02878	.03402	.04536	.06246

oznaka stopnje značilnosti	0	?	5	1	.1

Če proučimo časovne vrste primerjav med republikami, so razen za primerjavo BiH/Črg.Mak.Kos, Srb/Voj in Mak/Črg v vseh drugih časovnih vrstah primerjave značilne na stopnji .1 %. Od navedenih treh časovnih vrst pa so razlike skoraj za vsa leta visoko značilne za prvi dve, medtem ko so za primerjavo Mak/Črg razlike v splošnem neznačilne oziroma se kaže sum na značilnost le sredi časovne vrste, razlike pa so se pokazale kot značilne na stopnji 5 % v letih 1958 in 1964. Dinamiko za posamezne republike in primerjave pa proučimo iz slike profilov dinamike. Profil za poprečje kaže, da je od osmih pokazovalcev značilnih pet, in to na stopnji 0.1%. Razvite republike kažejo visoko značilno višjo raven in poprečno stopnjo rasti in visoko značilno degresijo.

Zanimive so primerjave med razvitimi republikami. Vse namreč kažejo v proučevanih komponentah značilne razlike v ravni in v nobeni drugi komponenti, kar kaže na podobno dinamiko med njimi.

Večje razlike kaže BiH v primerjavi z drugimi nerazvitimi republikami in pokrajinami in sicer je na višji ravni, ima pa visoko značilno manjšo stopnjo rasti. Kosovo se od Makedonije

Pokazovalci družbenega proizvoda na prebivalca po republikah in pokrajinah v razdobju 1952 - 1969

$T^{Y}{}_{R}$	BiH	Črna Gora	Hrvatska	Makedonija	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
1952	7.38632	7.17778	7.66809	7.10742	8.05197	7.46794	6.76619	7.54855
1953	7.56475	7.35179	7.85399	7.35946	8.15794	7.69938	6.99942	7.96970
1954	7.49831	7.33953	7.90433	7.34018	8.26821	7.60688	6.90975	7.88155
1955	7.60389	7.48155	8.02649	7.47193	8.36380	7.73368	6.93147	8.00436
1956	7.47079	7.43955	7.98718	7.48155	8.36543	7.65207	6.92461	7.93522
1957	7.66152	7.59739	8.16650	7.59990	8.46674	7.94661	7.13489	8.25322
1958	7.66340	7.51425	8.19946	7.65302	8.58485	7.89618	6.97073	8.17385
1959	7.83676	7.57455	8.27435	7.68340	8.62047	8.16422	7.20785	8.44677
1960	7.88382	7.64587	8.36194	7.75362	8.74097	8.14960	7.19368	8.44891
1961	7.89618	7.84737	8.40133	7.75190	8.80747	8.17779	7.20117	8.34901
1962	7.88080	7.81318	8.43163	7.78572	8.84879	8.22737	7.19067	8.45340
1963	7.95684	7.95767	8.53267	7.92588	8.95234	8.32482	7.27586	8.57319
1964	8.05452	8.07483	8.62407	8.19946	9.04144	8.42836	7.46794	8.67094
1965	8.05959	8.09559	8.64011	8.08886	9.03800	8.45680	7.48324	8.65137
1966	8.10741	8.14960	8.69567	8.14699	9.05648	8.51378	7.54960	8.74081
1967	8.05006	8.13563	8.70682	8.15133	9.06681	8.52951	7.57763	8.72095
1968	8.08487	8.14960	8.76623	8.17046	9.13905	8.52337	7.45124	8.71045
1969	8.23562	8.34093	8.84950	8.27614	9.24358	8.66905	7.59839	8.84592

Pokazovalci dinamike za družbeni proizvod na prebivalca po republikah in pokrajinah

$t^{Y}{}_{R}$	BiH	Črna Gora	Hrvatska	Makedonija	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
0	33.21693 ·1	32.92441 ·1	35.37672 ·1	32.98589 ·1	36.96152 ·1	34.45200 ·1	30.60226 ·1	35.44449 ·1
1	1.01604 ·1	1.40420 ·1	1.42705 ·1	1.39328 ·1	1.49105 ·1	1.50671 ·1	1.02781 ·1	1.44165 ·1
2	-0.07725 ?	0.01689	-0.14977 ·1	-0.09846 5	-0.18438 ·1	-0.13300 1	0.01777	-0.26390 ·1
3	-0.06188	-0.04955	0.02524	0.00191	-0.02373	-0.06750 ?	-0.07376 ?	0.04504
4	0.06731 ?	-0.07092 ?	-0.02047	-0.11756 1	0.03161	0.05571	-0.09634 5	-0.03168
5	0.10968 1	0.15181 ·1	0.05969	0.07408 ?	0.09760 5	0.05025	0.03094	0.08760 5
6	-0.03639	0.08954 5	-0.00643	0.07761 ?	0.02213	-0.04122	0.00310	-0.06529
$\pm Y_R$	0.04419 5	0.02945 5	0.01394	0.05310 1	0.00736	0.06909 ·1	0.08658 ·1	0.11464 ·1

Pokazovalci za medrepubliške primerjave za družbeni proizvod na prebivalca v razdobju 1952 - 1969

T^y_r	∅ •1	R/N •1	Sl.Hrv. / Srb.Vojv. •1	BiH / Čg.Mak.Kos..	Sl./Hrv. •1	Srb./Voj.	Č.g.Mak. / Kosovo •1	Mak./Č.g.
1952	20.92198	0.81205	0.35178	0.32146 •1	0.27144	-0.05700	0.30733	-0.04974
1953	21.55136	0.85050	0.17142	0.28393 •1	0.21492	-0.19114 •1	0.29084	0.00542
1954	21.47794	0.90976	0.34205	0.26138 •1	0.25730	-0.19422 •1	0.35118	0.00045
1955	21.78497	0.93320	0.32612	0.26752 •1	0.23851	-0.19140 •1	0.44521	-0.00680
1956	21.65742	0.92751	0.35266	0.16357 •1	0.26746	-0.20022 •1	0.43759	0.02969
1957	22.21262	1.00386	0.21669	0.18832 •1	0.21230	-0.21680 •1	0.37665	0.00177
1958	22.15215	1.07937	0.35713	0.24601 •1	0.27251	-0.19634 •1	0.50043	0.09812 5
1959	22.55968	1.13251	0.14191	0.30151 •1	0.24473	-0.19978 •1	0.34384	0.07696 ?
1960	22.69050	1.14000	0.25220	0.30550 •1	0.26801	-0.21164 •1	0.41319	0.07618 ?
1961	22.78023	1.07444	0.34099	0.25637 •1	0.25718	-0.12106 •1	0.48864	-0.06750 ?
1962	22.85072	1.16348	0.29982	0.24619 •1	0.29497	-0.15982 •1	0.49706	-0.01942
1963	23.16817	1.14429	0.29350	0.23120 •1	0.29675	-0.17562 •1	0.54379	-0.02262
1964	23.53290	1.04954	0.28310	0.12176 •1	0.29512	-0.17153 •1	0.54620	0.08847 5
1965	23.51611	1.08152	0.28497	0.14753 •1	0.28135	-0.13758 1	0.49723	-0.00475
1966	23.67407	1.07944	0.24877	0.13742 •1	0.25513	-0.16053 •1	0.48882	-0.00184
1967	23.66643	1.09935	0.26158	0.08244 ?	0.25455	-0.13536 1	0.46201	0.01109
1968	23.58641	1.16069	0.33573	0.13951 •1	0.26362	-0.13228 1	0.57672	0.01475
1969	24.06265	1.11626	0.28920	0.14185 •1	0.27644	-0.12506 1	0.57982	-0.04581

Pokazovalci dinamike za družbeni proizvod na prebivalca za medrepubliške primerjave

t^y_r								
0	96.15388 •1	4.42126 •1	1.22087 •1	0.90593 •1	1.12061 •1	-0.70179 ?	1.92112 •1	0.04347
1	3.78578 •1	0.36243 •1	-0.01513	-0.22435 •1	0.04525	0.04600	0.30285 •1	-0.00772
2	-0.30851 •1	-0.20877 •1	0.03112	-0.04850	-0.02483	0.09256 5	-0.04781	-0.08157 ?
3	-0.07221 ?	0.05739	0.01198	-0.01854	-0.03463	-0.07958 ?	0.04078	0.03639
4	-0.06446	0.08934 5	-0.00644	0.14052 •1	0.03683	0.06179	0.00171	-0.03298
5	0.23394 •1	-0.02523	0.00972	0.02084	0.02680	-0.02641	0.06695 ?	-0.05496
6	0.01521	-0.07944 ?	0.06110	-0.08066 ?	0.02020	0.01701	0.06570	-0.00642
t_{K_r}	0.26117 •1	0.01164	0.06579 •1	0.01206	0.00417	0.00679	0.03033	0.02642

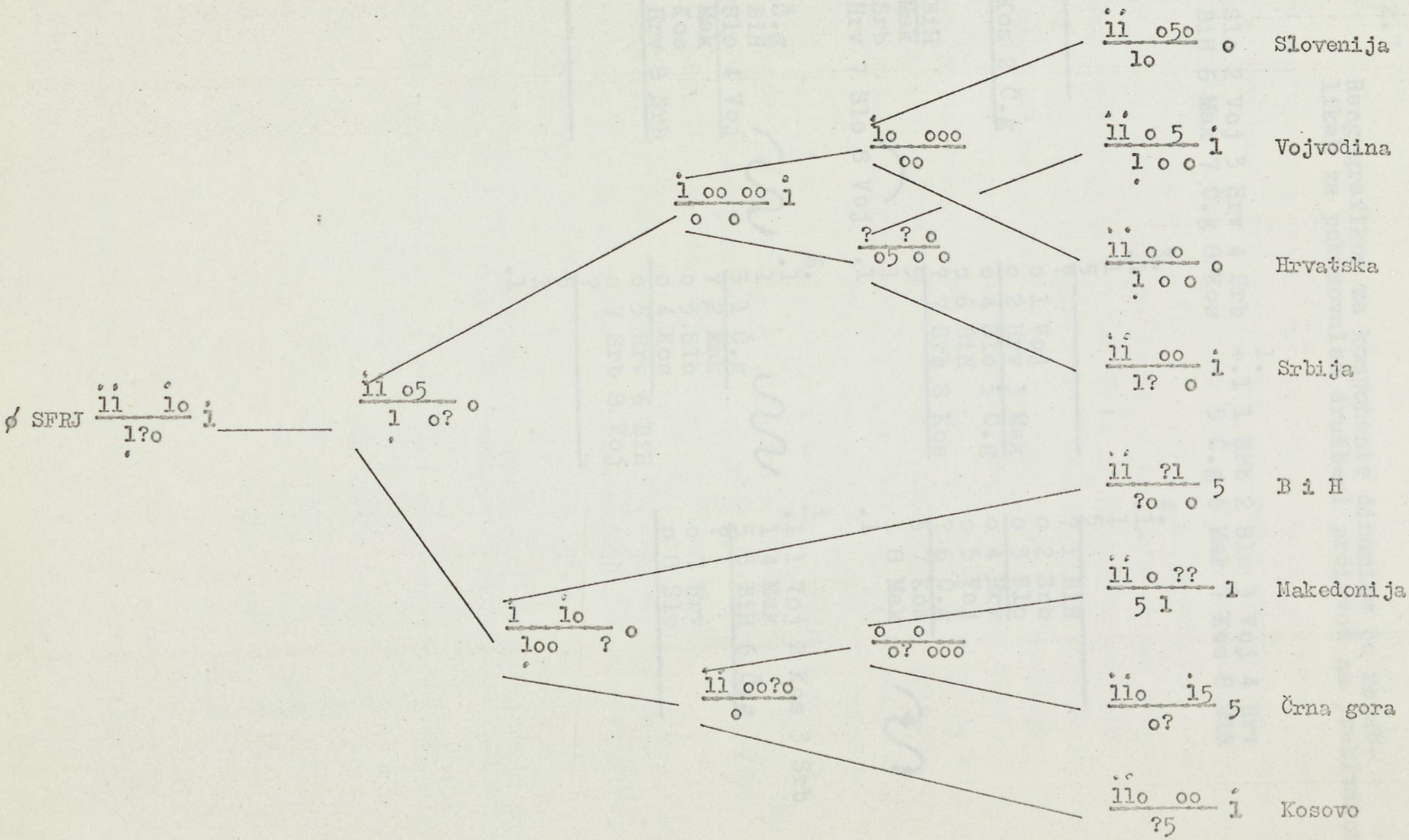
$K = 0.06771$

$s_e^2 = K_e/m_e = 0.001539$

$s_e = 0{,}039228$

Slika 2.6

Profili dinamike po republikah in primerjavah med republikami za pokazovalec družbeni produkt na prebivalca



Slika 2.7

Rang-grafikon za komponente dinamike po republikah za pokazovalec družbeni proizvod na prebivalca

```
o.
+.1 1 Slo 2 Voj 3 Hrv 4 Srb
    5 BiH 6 Mak 7 Č.g 8 Kos

1.
+.1 1 Srb 2 Slo 3 Voj 4 Hrv
    5 Č.g 6 Mak 7 Kos 8 BiH

2.
.1
1
5
?
o
o 1 Kos 2 Č.g
o
o
? 3 BiH
5 4 Mak
1 5 Srb
.1 6 Hrv 7 Slo 8 Voj

3.
.1
1
5
?
o 1 Voj
o 2 Hrv 3 Mak
o 4 Slo 5 Č.g
o 6 BiH
? 7 Srb 8 Kos
5
1
.1

4.
.1
1
5
? 1 BiH
o 2 Srb
o 3 Slo
o 4 Hrv
o 5 Voj
? 6 Č.g
5 7 Kos
1 8 Mak
.1

5.
.1 1 Č.g
1 2 BiH
5 4 Slo 4 Voj
? 5 Mak
o 6 Kos
o 7 Hrv 8 Srb
o
o
1
5
1
.1

6.
.1
1
5 1 Č.g
? 2 Mak
o 3 Slo
o 4 Kos
o 5 Hrv 6 BiH
o 7 Srb 8 Voj
?
5
1
.1

t
.1 1 Voj 2 Kos 3 Srb
1 4 Mak
5 5 BiH 6 Č.g
?
o 7 Hrv
o 8 Slo
```

in Črne gore razlikuje v ravni in poprečni stopnji rasti, med Makedonijo in Črno goro pa se niso pokazale značilne razlike.

Če proučimo še rang-grafikone za sestavine dinamike po republikah za družbeni proizvod na prebivalca, spoznamo, da je tudi ta pokazovalec visoko pozitivno značilen za raven in za poprečno stopnjo rasti. Slovenija je v ravni na prvem, po poprečni stopnji rasti pa na drugem mestu. Komponenta druge stopnje je značilno negativna za pet republik in pokrajin, kar kaže na splošno nazadovanje stopnje rasti družbenega proizvoda na prebivalca. Komponenta tretje stopnje ni značilna za nobeno republiko. Sestavina dinamike četrte stopnje je za šest republik neznačilna in raznosmerna, značilna pa je za Kosovo in Makedonijo. Sestavina pete stopnje je značilna za Črno goro, BiH, Slovenijo in Vojvodino, šeste pa za Črno goro. Karakteristično je, da so krajši cikli, ki so sumarno vključeni v ostanek z enajstimi stopinjami prostosti, značilni za šest republik. Visoko značilni so ti cikli za Vojvodino, Kosovo in Srbijo, na stopnji 1 % za Makedonijo, na stopnji 5 % pa za BiH in Črno goro. Neznačilni pa so za Hrvatsko in Slovenijo.

Če podamo še matriko Spearmanovih koeficientov korelacije ranga med sestavinami iz rangov v rang-grafikonih za republike, dobimo naslednjo sliko:

Korelacijska matrika Spearmanovih koeficientov korelacije ranga med sestavinami dinamike za družbeni proizvod na prebivalca

Sestavina	0	1	2	3	4	5	6
0	1.	.69	-.95	.60	.50	-.07	-.31
1		1.	-.71	.26	.29	-.36	-.29
2			1	-.80	-.23	.60	.48
3				1.	-.17	.10	.52
4					1.	.02	-.55
5						1.	-.52
6							1.

Značilni so se pokazali štirje korelacijski koeficienti.

Karakteristično je, da imajo republike z višjo ravnijo tudi višjo poprečno stopnjo rasti na stopnji 5 %, na stopnji 1 % pa je z višjo ravnijo povezana degresija stopnje rasti. Kot izraz teh zvez je značilen korelacijski koeficient med poprečno stopnjo rasti in degresijo stopnje rasti. Značilna se je pokazala tudi zveza med sestavino druge in tretje stopnje, drugi koeficienti korelacije ranga pa so neznačilni, čeprav so višji kot pa za pokazovalce ekonomske razvitosti.

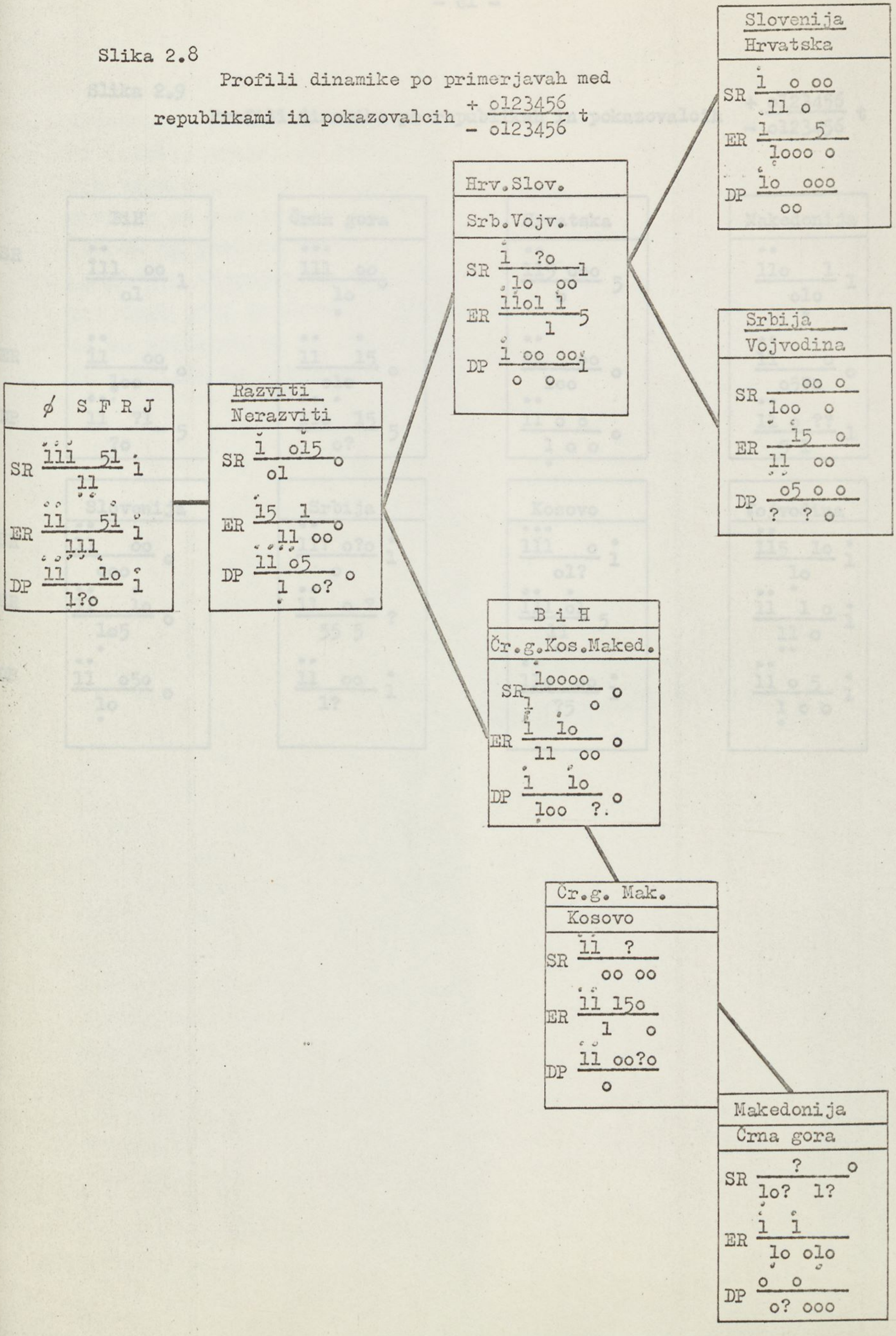
PRIMERJALNI PREGLED MED PROFILI DINAMIKE ZA PROUČEVANE POKAZOVALCE

V slikah 2.8 in 2.9 so profili dinamike za vsako primerjavo in republiko podani za vse tri proučevane pokazovalce skupaj. Tako je možna neposredna primerjava dinamike med pokazovalci. Slika 2.8 kaže za Ø SFRJ, da sta profila dinamike za ekonomsko razvitost in družbeni produkt na prebivalca precej podobna in da se posamezne komponente razlikujejo med seboj le v stopnji značilnosti ne pa v smeri. Pokazovalec splošne razvitosti pa se od ER in DO razlikuje predvsem v komponenti druge stopnje. Ta nakazuje, da stopnja rasti za splošno razvitost narašča, medtem ko za pokazovalec ekonomske razvitosti in družbeni proizvod na prebivalca pada. Profili za razlike med razvitimi in nerazvitimi se skladajo v značilnih pozitivnih razlikah v ravni in negativnih komponentah za kvadratično komponento. To nakazuje hitrejše zmanjševanje stopnje rasti za razvite kot nerazvite. To govori v prid teze, da moremo družbeni produkt na prebivalca smatrati za pokazovalec dinamike ekonomske razvitosti, ni pa uporaben kot pokazovalec dinamike splošne razvitosti.

Tudi za druge primerjave se kažejo med vsemi tremi pokazovalci določene skupne črte. Tako opazimo, da so za vse tri zakonitosti v razlikah ravni podobne, razen za primerjavo med Makedonijo in Črno goro, za kateri so razlike v stopnji rasti za splošno razvitost značilno negativne, za ekonomsko pa značilno pozitivne. Podobno težnjo ima tudi linearna komponenta, ki kaže poprečno stopnjo rasti, vendar je značilno istosmerna tendenca le za razlike med Črna gora, Makedonija/Kosovo, za druge pa prevladuje tendenca raznosmernih razlik. Slika profilov dinamike po republikah v sl. 2.9 kaže med pokazovalci razlike od druge komponente dalje. Kažejo se večje sorodnosti med pokazovalci ekonomske razvitosti in družbenega proizvoda na prebivalca, medtem ko se profili za splošno razvitost v glavnem razlikujejo od pokazovalcev ekonomske razvitosti in

Slika 2.8

Profili dinamike po primerjavah med republikami in pokazovalcih $\frac{+\ o123456}{-\ o123456}t$



Slika 2.9

Profili dinamike po republikah in pokazovalcih $\frac{+\ o123456}{-\ o123456}\ t$

	BiH	Črna gora	Hrvatska	Makedonija
SR	$\frac{111\ \ oo}{o1}$ 1	$\frac{111\ \ oo}{1o}$ o	$\frac{115\ ooo}{o}$ 5	$\frac{11o\ \ 1}{o1o}$ 1
ER	$\frac{11\ \ oo}{1oo}$ o	$\frac{11\ \ 15}{o1o}$ o	$\frac{11\ \ oo}{1oo}$ o	$\frac{11\ \ o}{o5?o}$ o
DP	$\frac{11\ \ ?1}{?o}$ 5	$\frac{11o\ \ 15}{o?}$ 5	$\frac{11\ o\ o}{1\ o\ o}$ o	$\frac{11\ o\ ??}{5\ 1}$ 1

	Slovenija	Srbija	Kosovo	Vojvodina
SR	$\frac{11\ \ oo}{ooo}$ o	$\frac{11?\ o?o}{o}$ 1	$\frac{111\ \ o}{o1?}$ 1	$\frac{115\ \ 1o}{1o}$ 1
ER	$\frac{11\ \ 1o}{1o5}$ o	$\frac{11\ \ o\ ?}{55\ 5}$?	$\frac{111\ o1}{11}$ 5	$\frac{11\ \ 1\ o}{11\ o}$ 1
DP	$\frac{11\ \ o5o}{1o}$ o	$\frac{11\ \ oo}{1?}$ 1	$\frac{11o\ \ oo}{?5}$ 1	$\frac{11\ o\ 5}{1\ o\ o}$ 1

družbenega proizvoda na prebivalca. Tipično je, da so ostanki (cikli, krajši od šest let) v splošnem pri vseh pokazovalcih visoko značilni za Srbijo, Kosovo in Vojvodino. Pri vseh treh je za pokazovalce splošne razvitosti in družbenega proizvoda na prebivalca ta del značilen na ravni .1%. Značilnost na nižjih stopnjah se kaže še za BiH in Makedonijo, medtem ko pri Črni gori in Hrvatski opazimo, da je ta del značilen le za en pokazovalec na stopnji 5 %, za Slovenijo pa se ne izkaže značilen za noben pokazovalec.

3. SKLEP IN POVZETEK

Nakazana metodologija kompleksne analize variance z vnaprej načrtovanimi primerjavami se je izkazala tako teoretično kot aplikativno za uspešen instrumentarij za analiziranje socialno-ekonomskih pojavov po več dejavnikih hkrati. Izvedena metodologija in praktična uporaba na podatkih regionalno-časovnih pokazovalcev o razvitosti je pokazala, da je možno kompleksno in nadrobno analizirati statistične podatke po individualnih interakcijah med faktorji. Teoretični aspekti, nakazani v metodološkem delu so pri kompleksni analizi variance o razvitosti republik prišli v polni meri do izraza. Ne samo, da so dobljeni rezultati potrdili domnevne odnose statistične razlike in spremembe v dinamiki v razvitosti med republikami, temveč je analiza dala niz rezultatov in izsledkov, katere s tabelarno analizo zaradi kompleksnosti ne pridejo do izraza. Proučitev ravni in poprečne stopnje rasti, ki sta se v analizi dinamike manifestirali kot komponenta ničelne stopnje in kot linearna komponenta, je potrdila rezultate, dobljene z drugimi metodami. Odnosi v komponenti druge stopnje, ki daje informacije o progresivnosti ali degresivnosti stopnje rasti, so dali različne, a tipične rezultate za posamezne republike in primerjave med njimi. Prav tako je analiza sestavin dinamike od kubične komponente do komponente polinomov šeste stopnje odkrila razlike in zakonitosti v ciklih z dolžinami nad sedem let. Sumaren učinek komponent višjih redov oziroma učinek kratkoročnejših ciklov podaja karakteristične informacije v razlikah v ciklični komponenti. Tako ustrezne matrike pokazovalcev, kot izdelani grafikoni sistematično in sintetično kažejo odnose v dinamiki za posamezne republike in pokrajine in za primerjave med republikami in tako podajajo osnovo za vsebinsko primerjalno analizo o razvitosti republik. Osnovna težnja kompleksne analize variance je med drugim tudi v tem, da izvrednoti dobljene koeficiente glede na stopnjo statistične značilnosti. Tak pristop prispeva k objektivizaciji rezultatov, ker z analizo po enotnem načinu preskušanja odkrijemo, katere sestavine moremo smatrati za rezultat resničnega vpliva ustreznih dejavnikov in katerim pripisujemo le slučajnostni značaj.