PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **16** (1988/1989)
Številka 2
Strani 75–79

Vilko Domajnko:

O ČEM V TELEVIZIJSKEM DNEVNIKU NI MOČ SLIŠATI?

Ključne besede: matematika, kocka.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/16/928-Domajnko.pdf

O ČEM V TELEVIZIJSKEM DNEVNIKU NI MOČ SLIŠATI?

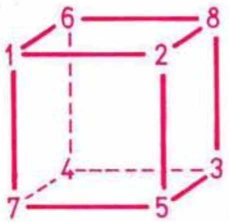
Ondan je spet zasedala *Sekcija za alternativno filozofsko matematiko* v bližnjem živalskem vrtu. Trenutno je prav opičji rod med njihovimi najvnetejšimi člani in razpravljalci so po pravilu večinoma prav iz njihovih vrst.

Tokrat so reševali problem o uravnoteženju kocke. O njem nam je zaenkrat znano le tole:

Prva definicija: Uteži za kocko imenujem naravna števila od 1 do 8.

Druga definicija: Kocka je obtežena, če v vsako njeno oglišče postavimo po eno utež.

Tretja definicija: Obtežena kocka je uravnotežena, če so vsote vseh uteži po ploskvah med seboj enake.



Naloga: Razmišljaj o problemu uravnotežene kocke! Kocko, ki ni uravnotežena, pa lahko opaziš na prvi sliki.

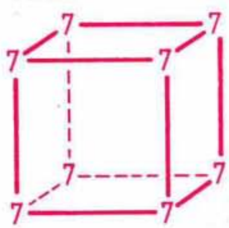
K razpravi se je prijavilo osem opic, vsaka s po enim prispevkom (če vam je mileje — izrekom) k zadani temi. Na naših straneh objavljamo tokrat le kratek povzetek njihovih bistvenih pogruntavščin.

Torej — z besedo na papir:

Prvi izrek in njegov dokaz

Uravnoteženje kocke s samimi enakimi utežmi je zmeraj nezanimivo.

Karkoli že postavim na oglišča, zmeraj je kocka povsem uravnotežena, če postavim tja same enake uteži. In to je tisto, kar je nezanimovo — ta *zmeraj.* Razen tega pa — ker je dokaz enako nezanimiv kakor izrek sam, mu seveda v celoti pritrjuje, in je od tod naprej vsaka beseda še bolj odveč. Zatorej poglej raje drugo sliko!



Drugi izrek in njegov dokaz

Izjava o uravnoteženju kocke z dvema različnima utežema ni negacija prejšnjega izreka.

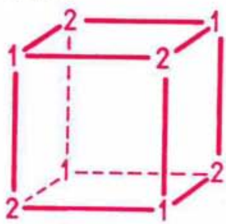
Tista negacija se pove tako:

Uravnoteženje kocke s samimi enakimi utežmi ni zmeraj nezanimivo

ali

Uravnoteženje kocke s samimi enakimi utežmi je vsaj v enem primeru zanimivo.

Kdaj – to je zdaj še težko reči, toda dokaz se je dovolj izkazal že s povedanim in smemo iti dalje (če spotoma pogledamo še v tretjo sliko).



Tretji izrek in njegov dokaz

Problem uravnoteženja kocke s tremi različnimi utežmi ni *eno–staven* problem.

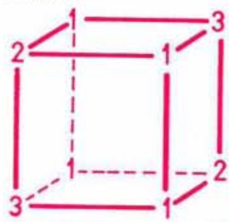
To pomeni, da mora biti vsaj *dvo–postaven*. In da je izrek izgubil zlog *po*. Torej:

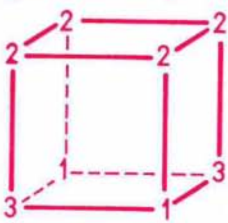
dokazali bomo *dvo–postavnost* problema in pa neodvisnost trditve od izgubljenih zlogov! V tem primeru nam gre za zlog *po*.

Prva *postavnost:* najdeš jo na četrti sliki.

Druga *postavnost:* najdeš jo takoj za prejšnjo.

Tretja *postavnost:* zakon je postava in postava je lahko vitka ali pa suha, kar pomeni, da zmeda ostane, pa četudi tisti sakramenski zlog *po* čisto nalašč izgubimo iz besede.

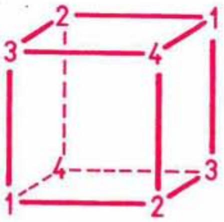


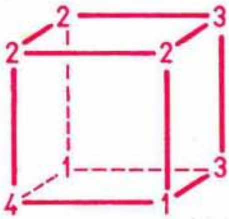


Četrti izrek in njegov dokaz

Kar misliš, da je štiri, je deset in takodalje.

I, seveda, saj je natanko to trdil tudi že stari in od sile Grk *Pitagora.* Kar poglej v Lukijanove *Filozofe na dražbi! Pitagora* je zgruntal lepoto pravila 1 + 2 + 3 + 4 = = 10. In to se v mojem primeru kar presneto dobro ujema! Namreč, štiri različne uteži mi dajo na uravnoteženi kocki ploskovno vsoto 10, kar je lepo videti na





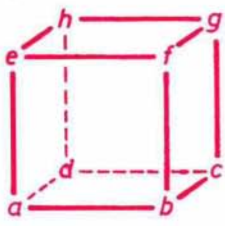
šesti sliki. In to ni nič drugega, kakor nadaljevanje pravila, ki teče tiho že od prvega izreka naprej: ploskovne vsote uravnoteženih kock se v vsakem izreku povečajo za 1! Če sem dovolj bister, začnem na začetku s 6, nadaljujem pa s 7 in z 8 na ploskvah iz naslednjih dveh izrekov. In zdaj imam 10. In kdor trdi, da tukaj vmes nekaj manjka (enako 9), tiči v rahli zmoti. Poglej naslednjo sliko! Velja si zapomniti: ne meči v nič dokaza prej, preden ga ne prebereš do konca.

Peti izrek in njegov dokaz

Ta izrek o uravnoteženju kocke s petimi različnimi utežmi je prvi izmed doslej naštetih, zaradi katerega njegov dokaz skorajda trči ob težavo.

Dokaz sam na tem mestu postavi zahtevo po podrobnejšem v–pogledu v metodo. Takole gre:

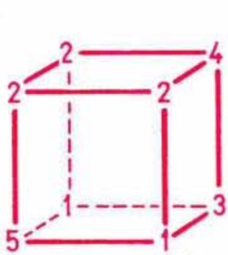
Kocka z začetne slike je uravnotežena s svojimi utežmi a, b, c, d, e, f, g in h, če velja



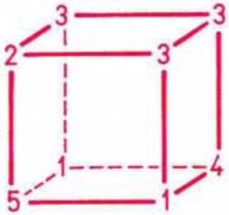
$a+b+c+d=k$
$a+b+e+f=k$
$a+d+e+h=k$ ali $3(a+b+c+d+e+f+g+h) = 6k$
$b+c+f+g=k$
$c+d+g+h=k$ ali $k = (a+b+c+d+e+f+g+h)/2$
$e+f+g+h=k$

V našem primeru to pomeni
$k = (1+2+3+4+5+x+y+z)/2$, kjer je
$1 \leqslant x, y, z \leqslant 5$.

Toda predlog $x = 1$, $y = 2$ in $z = 4$ ostane neuresničen, kajti



$5+4+1+1=11$ vsot
$5+3+2+1=11$ ni mogoče
$4+4+2+1=11$ uravnoteženo
$4+3+2+2=11$ obesiti na kocko.

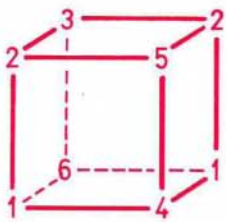


Na srečo me zadnji hip reši preblisk $x = 1, y = 3$ in $z = 3$. Tako dobim spet $k = 11$ in pa deveto sliko. Moje zaporedje lepo naraščajočih vsot je s tem rešeno, dokaz pokazan, čudna podoba z osme slike pa zamolčana.

Šesti izrek in njegov dokaz

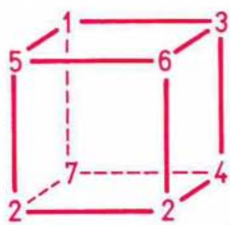
Če poznam enega, poznam vse (ali)
važno je pogruntati pravilo (ali)
za petico pride prvič šest.

Že iz prejšnjega pod–uka vemo, da je ploskovna vsota uravnotežene kocke v tem primeru
$k = (a + b + c + d + e + f + x + y)/2$, kjer je $1 \leqslant x, y \leqslant 6$
ali
$k = (21 + x + y)/2$.



Vsota $x + y$ mora biti torej liho število. Recimo 3. Tedaj dobimo te načine:

$6 + 4 + 1 + 1 = 12$
$6 + 3 + 2 + 1 = 12$ in jih obesimo na kocko tako,
$5 + 4 + 2 + 1 = 12$ kakor pokaže deseta slika.
$5 + 3 + 2 + 2 = 12$



Še pred piko za dokaz pa tole:
Vsota $x + y$ bi lahko bila tudi $2 + 3$ ali pa $3 + 4$ ali pa $4 + 5$ ali pa $5 + 6$. Toda naslednji dokaz bo na skrit način pokazal, da zadnji dve vsoti na že kar nesramen način presegata vse meje pristojnosti. In s tem (in pa s čudno zadevo iz prejšnjega dokaza) je dvom v univerzalno lepoto opičjih problemov posejan. Pika.

Sedmi izrek in njegov dokaz

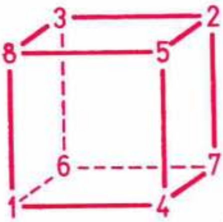
Problem uravnoteženja kocke s sedmimi različnimi utežmi je že na prejšnjih primerih *načelno* do dobra obdelan.

Poglejmo enajsto sliko!

Osmi izrek in njegov dokaz

Izjava o uravnoteženju kocke z osmimi med seboj različnimi utežmi ni negacija drugega izreka.

Negacija drugega izreka je:
Izjava o uravnoteženju kocke z dvema različnima utežema *je* negacija prejšnjega izreka.



Toda – ta negacija je zelo sumljive vrste, kajti zaenkrat še ni znano, kaj naj pomeni to – prejšnji izrek. Je to prvi ali pa sedmi izrek? In dokler se ta stvar ne razčisti, to negacijo enostavno prepovem! Kakopak!

Potem pa moja izjava ne more biti nekaj, česar ni. Ne more biti negacija, s čimer je izrek že dokazan, pač pa je lahko potemtakem kvečjemu negacija te negacije. *Začuda!* Kdor ne verjame, pa naj pogleda še naslednjo sliko.

Tako. S tem smo bralcem Preseka omogočili vpogled v delo te zanimive Sekcije. Če se vam zdi poročilo kdaj pa kdaj tudi nekoliko nerazumljivo, je to najbrž samo zato, ker ste ga *le prebrali.* Svetujem vam, da vzamete v roke svinčnik in papir in se omenjenih problemov tudi sami lotite. Saj sedaj ne bo več težko, hkrati pa bo postal razumljiv še marsikateri skriti namig iz skopega besedila.

Na koncu je, kakor je pač ponavadi to v navadi, predsednica Sekcije povzela:

" Lepo. Zdi se mi, da nam prikazane rešitve lahko prinesejo mirnega sna. Vendar pa vem, da vaši nemirni duhovi nikdar ne spe. Njim in izključno njim, dragi bralci, zastavljam novo nalogo. Vzemite v roko dodekaeder, kakor je narisan na zadnji sliki, in ga poskušajte uravnotežiti z utežmi. Vendar pa vam že sedaj namignem, da močno sumim, da bi kdo uspel rešiti nalogo s samimi med seboj različnimi utežmi. Precej lažje je to stvar uravnotežiti, če je nekaj uteži med seboj enakih. Vendar pa – čim manj, tem bolje!"

Torej – ne prezrite! In pošljite nam rešitve. Kar na Presekov naslov. Nagrade ne bodo ušle.

Vilko Domanjko