
matematika
v šoli
≥ 3|4
letnik XVIII. ∞ št 3|4

Vsebina

Contents

Pismo naDARjenemu matematiku

Uvodnik

Jerneja Bone
odgovorna urednica

Pozdravljen mladi matematik, mlada matematičarka!

Morda tega pisma ne boš niti prebral/-a, ker je objavljen v reviji, namenjeni učiteljem, ki poučujejo matematiko. Bi si pa želela, da se tudi učitelji kdaj na tak način obrnejo nate.

Vesela sem, da te matematika zanima, da se z veseljem ukvarjaš z njo, da ti zapolnjuje tvoje proste trenutke in da znaš odkrivati čar te vede. Predvsem pa se ukvarjaj z matematiko zato, ker te to veseli.

Pisatelj, igralec in filmski režiser Curt Goetz je zapisal: »*Skoraj nikogar ni, ki bi bil povsem brez nadarjenosti. Izobrazba jo odkrije, pridnost jo nadgradi, značaj jo ohrani.*« Thomas Alva Edison, ki je bil med drugim tudi matematik, je povedal: *"Genialnost je ena desetina nadarjenosti in devet desetin trdega dela."* Zato se kot mlad človek potrudi svojo nadarjenost nadgraditi z delom. Vem, da to terja od vsakega mladega človeka napor in nekaj časa. Toda za uspeh se je vredno potruditi. Vse, kar boš vložil v svoje znanje v teh letih, se ti bo obrestovalo pozneje. Zato pogumno stopi na to pot.

Si kdaj pomislil/a, da je v središču besede naDARjen beseda DAR. DAR je nekaj, kar ti je podarjeno, dano, poklonjeno, kar dobil od nekoga. In če preberemo besedo DAR nazaj, preberemo RAD – torej RAD imam nekaj, všeč mi je, me zanima. Če si naDARjen za matematiko in jo imaš še RAD, lahko dosegaš do-

MATEMATIKA V ŠOLI, letnik 18, številka 3-4, oktober 2012 | ISSN 1318-010X | **Izdal in založil:** Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Poljanska 28 | **Predstavnik:** mag. Gregor Mohorčič | **Uredniški odbor:** | Jerneja Bone, ZRSŠ, OE Nova Gorica; jerneja.bone@zrss.si; | dr. Darjo Felda, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper, darjo.felda@pef.upr.si; | dr. Marjan Jerman, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, marjan.jerman@fmf.uni-lj.si; | Darja Antolin, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta Maribor, darja.antolin@uni-mb.si; | dr. Zlatan Magajna, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta Ljubljana, Zlatan.Magajna@pef.uni-lj.si; | mag. Mojca Suban Ambrož, ZRSŠ, OE Novo Mesto, mojca.suban@zrss.si; | Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem, simona.vres@guest.arnes.si; | Sabina Kumer, Šolski center Krško - Sevnica, kumer.sabina@gmail.com; | dr. Lucija Željko, OŠ Sostro, Lucija.Zeljko@guest.arnes.si; | dr. Šefket Arslanagić, Univerza v Sarajevu, Prirodno - matematički fakultet, Bosna in Hercegovina, | dr. Vladimir Kadum, Visoka učiteljska škola u Puli, Hrvaška, | Herremans Adriaan, Universiteit Antwerpen | **Jezikovni pregled:** Tatjana Ličen | **Izvlečki v angleščini:** mag. Gregor Adlešič | **Oblikovanje:** Anže Škerjanec | **Urednica založbe:** Simona Vozelj | **Naslov uredništva:** Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica (za revijo Matematika v šoli), Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica | **Prelom in tisk**: Littera picta d.o.o. | **Naklada:** 700 izvodov | **Letna naročnina** (4 številke oziroma 2 dvojni): 20,86 EUR za šole in ustanove, 14,19 EUR za posameznike in 13,35 EUR za dijake, študente in upokojence. | Cena posamezne dvojne številke v prosti prodaji je 13,35 EUR. | **Naročila:** ZRSŠ – Založba, Poljanska cesta 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199, e-pošta: zalozba@zrss.si | Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 568. | Revija Matematika v šoli je indeksirana in vključena v mednarodne baze podatkov: | MathEduc - Mathematics Education Database, ZDM - The International Journal on Mathematics Education, Co-operative Online Bibliographic System and Serveces (COBISS) | Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana. |

bre rezultate. Kaj ni to med seboj povezano: poklanjam DAR nekomu, ki ga imam RAD.

Gotovo te zanima, ali sem poznala kakšnega nadarjenega sošolca ali sošolko, učenca ali učenko, dijaka ali dijakinjo?

Ko sem obiskovala sama osnovno šolo, se ne spomnim, da bi se z nadarjenimi učenci sistematično ukvarjali, da bi govorili sošolci med seboj o nadarjenih sošolcih, tako kot govorijo danes otroci in učenci. Danes učenci točno vedo (že od 4. razreda dalje), koga so odkrili za nadarjenega in koga ne. V mojih osnovnošolskih letih smo rekli le, ta je pameten, ta je bister, ta se malo uči in dosega lepe rezultate. Ja poznala sem enega svojega sošolca, za katerega bi lahko rekla, da je bil nadarjen. Moram reči, da sem pri njem opazila to, da se je zanimal za veliko nešolskih stvari, da je bil splošno razgledan, da se je znašel v vsaki situaciji in je imel smisel za humor. Bil je uspešen pri več predmetih, med drugim tudi pri matematiki; dobil je več priznanj iz znanj pri različnih predmetih. Po končani osnovni šoli se je vpisal na štiriletno srednjo elektrotehniško šolo in se nato z dodatnimi izpiti na gimnaziji in po sprejemnih izpitih na faksu (ja, takrat so še bili sprejemni izpiti na fakultetah), vpisal na Filozofsko fakulteto, kjer je pozneje tudi doktoriral. Zdaj je tam tudi v službi in predava. Zanj bi lahko rekla, da je bil nadarjen. Še zdaj se čudim, da je tehniško smer zamenjal za popolnoma družboslovno.

V svojem srednješolskem šolanju se spomnim sošolke, ki je zelo dobro igrala na orgle, tudi po srednji šoli je odšla v tujino študirat in se izpopolnjevat v tem instrumentu. Spomnim se druge sošolke, ki je imela zelo dober spomin. Vem, da je veliko sošolk iz oddelka doktoriralo na različnih področjih. O nadarjenosti v srednješolskih letih nismo posebej govorili. Rekli smo samo, tej bolj gre ta predmet, tej pa ta. In to je bilo vse. Veliko smo si med seboj pomagale. Vedno smo med sabo našle koga, ki je bil na nekem področju še boljši od nas. Morda nas je to vodilo k temu, da smo si tudi same prizadevale za čim boljše znanje.

Na fakulteti med nami študenti ni bilo govora o nadarjenosti. O nadarjenosti smo slišali kaj le pri splošnih predmetih.

Ko sem začela poučevati, sem skušala odkriti nadarjene učence in dijake za matematiko. V spominu imam dva učenca, ki sta že pri samem pouku matematike pokazala zanimanje za matematiko, hitro sta razumela, kar smo se učili, sama sta s pomočjo učbenika spoznavala novo snov, brez težav sta reševala zahtevnejše naloge. Svoje znanje sta izkazala tudi na tekmovanjih iz znanja matematike. Eden izmed njiju je že diplomiral na Fakulteti za matematiko in fiziko, drugi pa je še študent te fakultete. Če sem s svojim poučevanjem in navdušenjem nad matematiko prispevala droben kamenček v njunem mozaiku odločitve za študij matematike, je to zame največja nagrada, ki sem jo kot učiteljica dobila.

Želim si, da bi učitelji v tej številki revije Matematika v šoli, kjer se nekateri prispevki že dotikajo nadarjenih, in v naslednjih številkah dobili nekaj idej, namigov, nalog, ki jih lahko preizkusijo z mladimi nadobudnimi matematiki pri krožkih, dodatnem pouku, dejavnostih, namenjenim nadarjenim … Če oni ne bodo opazili te revije, jim jo pokaži ti in jim razloži, če bi se tudi ti rad učil kaj takega, poglobil svoje znanje matematike. Saj niso samo tekmovanje in tekmovalne naloge namenjene nadarjenim. Verjamem, da tvoji učitelji ne razmišljajo tako in da ti pripravijo veliko zanimivih dejavnosti in te seznanjajo z matematiko.

Še naprej uživaj v matematiki, spoznavaj njene zakonitosti, morda te bo matematika nekoč prevzela in boš tudi ti postal matematik/matematičarka. Naj sklenem svoje razmišljanje z mislijo Abba Ebana, izraelskega diplomata in politika: *»Ničesar ne moreš doseči, če ne prehodiš poti, ki so jih drugi že prehodili. In ne moreš biti uspešen, če te stvari ne prevzamejo. Ne moreš uspeti, če nisi s srcem pri stvari.«*

Prijazen pozdrav od odgovorne urednice
revije Matematika v šoli

Uresničevanje Koncepta odkrivanja nadarjenih učencev oz. dijakov in vzgojno-izobraževalno delo z njimi

Exercising the concept of discovering gifted pupils or students and performing educational work with them

Tanja Bezić
Zavod RS za šolstvo

Σ Povzetek

V prispevku avtorica najprej okvirno predstavi oba koncepta odkrivanja in dela z nadarjenimi, in sicer Koncept za OŠ in Koncept za SŠ. Oba sta bila potrjena na Strokovnem svetu RS za splošno izobraževanje; koncept za OŠ leta 1999, koncept za srednjo pa leta 2007. Predstavitvi sledijo spoznanja iz zadnje analize Zavoda RS za šolstvo o uresničevanju Koncepta v OŠ (2009/2010) in predstavitev temeljnih rezultatov projekta spremljanja uvajanja Koncepta v 11 srednjih šolah (2007–2011). Avtorica utemeljuje spoznanja o postopnem, vendar uspešnem uresničevanju temeljnih načel ter pedagoških in didaktičnih priporočil za delo OŠ in srednjih šol v Sloveniji, čeprav ostaja še veliko možnosti za dvig kakovosti pedagoškega dela, za povečanje sodelovanja med šolami in okoljem ter za še bolj sistematično in poglobljeno sodelovanje strokovnjakov in politike v slovenskem in mednarodnem prostoru. Predvsem poudari, da so nekatere po svetu že preizkušene oblike prilagajanja vzgojno-izobraževalnega dela nadarjenim učencem in dijakom pri nas še zmeraj »tabutema«. To se nanaša predvsem na različne oblike in načine hitrejšega napredovanja, kot so npr.

zgoščevanje učnega načrta za posamezni predmet, prilagajanje predmetnika za določeni razred, preskok razreda ali predmeta; možnost, da učenci ali dijaki obiskujejo pouk oz. predavanja na višji stopnji šolanja in če se pozneje vpišejo v ustrezni program, lahko uveljavljajo že pridobljene kreditne točke. To je tudi uradno mogoče v vseh v vseh drugih državah EU.

Ključne besede: nadarjeni, koncept, analiza stanja v Sloveniji

Σ Abstract

In the article, the authoress first sketches the two concepts of discovery and work with the gifted. These are the Concept for Primary school and the Concept for Secondary School. Both were approved by the Council of Experts of the Republic of Slovenia for General Education. The Concept for Primary School was approved in 1999 and the Concept for Secondary School in 2007. After the presentation, the findings of the last analysis of the National Education Institute of RS about exercising of the concept in Primary School (2009/2010) and presentation of basic results of project of monitoring of implementation of concept in 11 primary schools (2007–2011) are presented. The authoress offers argumentation for the findings about the gradual but successful exercising of basic principles, as well as pedagogical and didactical recommendations for work in primary and secondary schools in Slovenia. Nevertheless, there still remain a lot of possibilities for the improvement of the quality of pedagogical work, for increasing cooperation between schools and a milieu and for a more systematic and profound cooperation between experts and politicians in Slovenian and international space. Above all she stresses that there exist in the world some already tested forms of adjusting educational work to gifted pupils and students, which is still a »taboo« in Slovenia. Above all, this refers to different forms and ways of faster advancement, such as for instance the condensation of the curriculum for a specific subject, the adjustment of the syllabus for a specific class, faster advancement through classes or subjects and the possibility of pupils to attend lessons or lectures on higher degree of education which, if they later enter the appropriate program, enables them to profit from the credit points gained. This is also officially possible in all other EU countries.

***Key words:** gifted, concept, analysis of current state in Slovenia*

α Uvod

Pogled na nadarjenost in nadarjene se je skozi zgodovino nenehno razvijal in spreminjal, in če je šlo v Evropi dolgo časa predvsem za skrb za družbene elite, je danes priznano spoznanje, da gre v nadarjenih videti ne le izjemen osebni, ampak tudi pomemben družbeni in nacionalni kapital. Že leta 1994 je Evropska komisija za izobraževanje izdala posebna »Priporočila« za vsestransko podporo nadarjenim v vzgoji in izobraževanju. V njej so opozorili na pomembnost zgodnjega oz. pravočasnega odkrivanja nadarjenosti in zgodnjih pedagoških spodbud.[1] Predvidevamo, da so bila ta priporočila upoštevana tudi Beli knjigi o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji (Bela knjiga 1995, str. 135) in pozneje v Zakonu o organizaciji in financiranju vzgoje in izobraževanja ter področni šolski zakonodaji (Ur. l. RS 12/96).

Skrb za nadarjene se je v šolski zakonodaji iz leta 1996 izrazila tudi v posameznih členih, ki so zajemali obveznost prilagajanja VIZ-dela.. Kot najpomembnejše izpostavljam 2. člene vseh sistemskih zakonov (ZOFVI, ZOŠ, ZGim, ZPSI), kjer je med cilji vzgoje in izobraževanja v Sloveniji zapisan tudi cilj, povezan z razvijanjem nadarjenosti. Ne glede na poznejša dopolnila in popravke zakonov, se je tovrstni poudarek ohranil do danes. Tudi Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v Sloveniji 2011 je odkrivanju in delu z nadarjenimi namenila posebno poglavje (Juriševič, 2011).

[Slika1] Na OŠ Sveta Trojica potekajo delavnice za nadarjene matematike

β Nadarjeni in slovenska šolska zakonodaja

V zakonu o OŠ (ZOŠ, 1996) so bili od leta 1996 do leta 2011 nadarjeni učenci opredeljeni kot učenci s posebnimi potrebami.[2] Na podlagi zakonodaje so pridobili pravico do posebne individualne ali skupinske učne pomoči (12. člen ZOŠ; 81. člen ZOŠ). Pravico do vključitve k dodatnemu pouku in hitrejšega napredovanja pa so imeli že prej. Oddelčni učiteljski zbori osnovnih in srednjih šol so postali odgovorni za individualizacijo in diferenciacijo pouka tudi za nadarjene učence (63. čl. ZOFVI, Ur. l. RS 12/96), svetovalne službe pa za sodelovanje pri načrtovanju, spremljanju in evalvaciji individualiziranih programov (ZOFVI, 67. člen). Leta 1998 je Nacionalni kurikularni svet oz. njegova Področna kurikularna komisija za OŠ naročila izdelavo posebnega koncepta za področje odkrivanja in dela z nadarjenimi v devetletni OŠ. Koncept je pripravila delovna

1 *Recommendation 1248.*

2 *Na podlagi Bele knjige o VIZ, 2011 sprejeta novela Zakona o OŠ prinaša nekatere spremembe v statusu nadarjenih. Nadarjene učence opredeli ločeno od učencev z učnimi težavami in učencev s posebnimi potrebami (ZOsn-H, 2011., 11. člen).*

skupina, ki jo je vodil prof. dr. Drago Žagar. Koncept odkrivanja in VIZ-dela z nadarjenimi učenci v 9-letni OŠ je bil potrjen na Strokovnem svetu RS za splošno izobraževanje februarja 1999 (Koncept, 1999). Leta 2007 pa je Strokovni svet RS potrdil še Koncept za VIZ- delo z nadarjenimi v srednji šoli (Koncept, 2007), ki je smiselna nadgradnja osnovnošolskega. Za stalno sprotno spremljanje uvajanja obeh konceptov, načrtovanje analiz, razvojnih projektov, seminarjev, za razvijanje metodologije in instrumentarija za odkrivanje nadarjenih ter za pripravo priporočil za vzgojno-izobraževalno delo z nadarjenimi od leta 2002 dalje skrbi Ekspertna skupina za VIZ-delo z nadarjenimi. Imenuje jo direktor ZRSŠ. Ta skrbi tudi za mednarodno sodelovanje in je v sodelovanju z Ministrstvom RS za šolstvo in šport leta 2007 organizirala 3. konferenco držav regionale (doslej jih je bilo že šest). Konferenca je bila namenjena izobraževanju učiteljev za delo z nadarjenimi in financiranju programov za nadarjene (več o tem glej Brdo, 2007)[3]. Vsa leta pa šole z izdajanjem priročnikov, izvajanjem seminarjev, tematskih konferenc in svetovalnih storitev za šole strokovno podpira ZRSŠ[4]. Že več let je vzpostavljena tudi posebna spletna stran (Bezić, 2011a).

γ Bistvene značilnosti slovenskega koncepta odkrivanja in dela z nadarjenimi

Kdo so nadarjeni učenci oz. dijaki in kako jih odkrivamo?

Najprej bomo okvirno predstavili oba Koncepta. Izvirna dokumenta pa sta dostopna tudi na spletni strani ZRSŠ.[5]

Kot potrjuje tudi nedavno sprejeta Budimpeška deklaracija (Budimpešta, april 2011) na konferenci Evropske unije, namenjeni skrbi za nadarjene v Evropi, za zdaj še ni in tudi ni kmalu pričakovati enotne opredelitve do tega, kdo so nadarjeni učenci, in zato tudi ni enotne metodologije njihovega odkrivanja. Države (ponekod le posamezni strokovnjaki) razvijajo različne koncepte in modele odkrivanja nadarjenih in priporočajo njim primerne organizacijske oblike, strategije, modele in metode vzgojno-izobraževalnega dela. Kjer na državni ravni nimajo enotnega koncepta, se način odkrivanja in dela z nadarjenimi razlikuje celo od »šole do šole«[6].

V Konceptu odkrivanja in VIZ-dela z nadarjenimi učenci v devetletni OŠ (Koncept, 1999) in tudi v Konceptu VIZ z nadarjenimi dijaki (Koncept, 2007) so nadarjeni učenci opredeljeni kot tisti otroci in mladostniki, ki so bodisi na predšolski stopnji bodisi v osnovni ali srednji šoli pokazali visoke dosežke ali sposobnosti na intelektualnem področju, na področju ustvarjalnosti, na akademskem področju, voditeljskem področju ali na umetniških področjih in ki potrebujejo,

---

3 Poročilo o 3. konferenci držav regionale, Brdo 2007.

4 Seminarji ZRSŠ:

- *Nadarjeni, šola, šolsko svetovalno delo (tridnevni seminar od leta 1996–2009)*
- *Identifikacija in vzgojno-izobraževalno delo z nadarjenimi (tridnevni seminar od leta 1998 do 2009)*
- *Temeljni seminar za odkrivanje in delo z nadarjenimi v OŠ (tridnevni seminar od leta 2009 dalje)*
- *Didaktični vidiki za delo z nadarjenimi v osnovnih šolah (dvodnevni seminar od 2007 dalje)*
- *Odkrivanje in delo z nadarjenimi v srednjih šolah (dvodnevni seminar od leta 2008 dalje)*

5 Koncept odkrivanja in VIZ-dela z nadarjenimi učenci v devetletni OŠ, 1999. Koncept VIZ-dela z nadarjenimi dijaki v srednjih šolah, 2007.

6 International Horizons of Talent Support, I. , Best Practices Within and out of the European Union (ed. by János Gordon Győri). Genius konyvek, 18.

[Slika 2] *Na OŠ Sveta Trojica potekajo delavnice za nadarjene matematike*

poleg rednega šolskega programa, še posebej prilagojene programe dela in dejavnosti" (prim. Davis, G. A., in Rimm, 1989, str. 18).[7] Ugotavljamo, da več kot polovica držav ZDA in tudi mnoge druge države to opredelitev še zmeraj uporabljajo, nekatere z manjšimi spremembami in dopolnili[8]. V obeh naših konceptih je poudarjeno, da imajo nadarjeni učenci oz. dijaki nekatere osebnostne lastnosti, ki jih ne najdemo pri drugih učencih ali pa so pri nadarjenih izrazitejše, vendar niso homogena skupina. Med posamezniki znotraj nje obstajajo velike razlike.

Koncepta predvidevata tri stopnje odkrivanja nadarjenih, in sicer: 1. evidentiranje (presejanje) 2. identifikacija (ugotavljanje vrste in stopnje nadarjenosti) ter 3. seznanitev in pridobitev mnenja staršev. Za identifikacijo (za testiranje s testi splošnih intelektualnih sposobnosti in ustvarjalnosti ter za ocenjevanje z ocenjevalnimi lestvicami nadarjenosti)[9] mora šola dobiti pisno soglasje staršev. Srednješolski koncept (Koncept, 2007) pa omogoča identifikacijo nadarjenosti tudi na podlagi vrhunskega dosežka na državni ali mednarodni ravni ter na podlagi ustrezne dokumentacije iz OŠ.

Prilagajanje VIZ-dela potrebam, željam in interesom nadarjenih učencev oz. dijakov

Šola mora vsem nadarjenim učencem oz. dijakom ponuditi možnost posebnega individualiziranega programa vzgojno-izobraževalnega dela (INDEP). Smisel koncepta namreč ni v odkrivanju nadarjenih, temveč na ustrezen način spodbujati in podpirati njihov celostni in čim bolj optimalni razvoj. Odločitev za INDEP je za učenca oz. dijaka in starše prostovoljna.

V obeh konceptih sta posebni poglavji namenjeni temeljnim načelom in specifičnim načinom vzgojno-izobraževalnega dela z nadarjenimi.

Koncepta navajata naslednja načela:[10]

- upoštevanje posebnih sposobnosti in močnih interesov,
- upoštevanje individualnih osebnostnih značilnosti,
- spodbujanje samostojnosti in odgovornosti – zase in druge,
- skrb za celostni osebnostni razvoj (kognitivni, emocionalni, socialni, moralni, telesni),
- širitev in poglabljanje temeljnega znanja,
- hitrejše napredovanje v procesu učenja,
- razvijanje ustvarjalnosti,

7 *Marland, S. P., Jr. (1972). Education of the Gifted and Talented: Report to the Congress of the United States by the U.S. Commissioner of Education and background papers submitted to the U.S. Office of Education, 2 vols. Washington, DC: U.S. Government Printing Office. (Government Documents Y4.L 11/2: G36)*

8 *Gifted and Talented, http://www.ecs.org/clearinghouse/52/28/5228.htm, 2004 (Dostop 10. 1. 2012).*

9 *http://www.zrss.si/default.asp?link=predmet&tip=7&pID=37&rID=1412 (Dostop 10. 1. 2012)*

- spodbujanje višjih oblik mišljenja in učenja,
- uporaba sodelovalnih oblik učenja,
- raznovrstnost ponudbe in omogočanje svobodne izbire,
- uveljavljanje mentorskih odnosov med učenci, dijaki in učitelji oziroma drugimi izvajalci programa,
- skrb za to, da so nadarjeni v svojem razrednem in šolskem okolju ustrezno sprejeti,
- ustvarjanje možnosti za občasno druženje nadarjenih med seboj, glede na njihove posebne potrebe in interese.«

Uresničevanje vsakega od zgoraj navedenih načel pa v bistvu prispeva k bolj optimalnemu celostnemu razvoju vseh učencev, ne le nadarjenih (primerjaj S. Reis 2008).

Posebej so v obeh konceptih predstavljene tudi priporočene organizacijske oblike dela in didaktične strategije za prilagajanje vzgojno-izobraževalnega dela nadarjenim. Predstavljene so po posameznih triadah OŠ. V prvi triadi se priporoča predvsem le notranja individualizacija in diferenciacija, pozneje pa tudi različne oblike fleksibilne in delne zunanje diferenciacije, specifične dejavnosti za osebni in socialni razvoj, specifične oblike in metode karierne orientacije itd. V srednjih šolah pa se razen specifičnih organizacijskih in pedagoških strategij (npr. akceleracija, samostojni projekti, učenje na daljavo itd.) še posebej poudarja tudi velik pomen dejavnosti zunaj pouka (gre za obogatitvene programe, npr. sobotne šole, tabore itd.) in dejavnosti zunaj šole (npr. glasbene šole, vrhunski trening itd).

10 Koncept, http://www.zrss.si/pdf/210911135740_ssd_nadarjeni20konceptoš.pdf, str.9. (Dostop 10.1.2012)

[Slika 3] Na OŠ Sveta Trojica potekajo delavnice za nadarjene matematike

Seveda je utopično pričakovati, da bo zaradi kompleksnosti in izjemnega obsega svojega dela učitelj zmogel individualizirati poučevanje vsak dan in za vse učence. Drži pa, da so bili nadarjeni učenci doslej precej zapostavljeni in je prav in potrebno, da pouk individualiziramo tudi zanje. Učitelji velikokrat odkrito povedo, da so se doslej bistveno bolj posvečali učencem s težavami. Resnici na ljubo nekateri tudi še zmeraj verjamejo, da nadarjeni posebne pedagoške podpore in pomoči sploh ne potrebujejo. Ne glede na to, pa večina pričakuje še naprej sistematično strokovno podporo (Bezić, 2011c).

δ Temeljne ugotovitve analize uresničevanja Koncepta odkrivanja in dela z nadarjenimi v OŠ ob koncu šol. leta 2009/2010[11]

Splošne ugotovitve

Ker so OŠ devetletko uvajale postopno, se je tudi Koncept tako uvajal. Zadnjih 40 % OŠ je začelo uvajati devetletko šele v šol. letu 2003/2004. Šele v šol. letu 2012/2013 bomo imeli na šolah čiste »devetletkarje« in tako lahko dali končno oceno o tem, kako dobro se je Koncept vključil v delo vseh OŠ v Sloveniji. Ne glede na to pa si upamo trditi, da so tudi rezultati analize, opravljene ob koncu šol. leta 2009/2010 že zelo zanesljivi in nam dajo dokaj jasno sliko realnega stanja.

Omenjena analiza nam je dala odgovore na številna pomembna vprašanja, kot. npr. koliko in na kakšne načine so na osnovnih šolah doslej poskrbeli za prilagajanje vzgojno-izobraževalnega dela značilnostim, potrebam, željam in interesom nadarjenih učencev, koliko šole uresničujejo temeljna načela za delo z nadarjenimi, koliko upoštevajo tudi organizacijska in metodično didaktična priporočila, zapisana v Konceptu, kako in na kak način oblikujejo, spremljajo in evalvirajo individualizirane programe za delo s posameznimi učenci (INDEP-e) in delo šole kot celote ter kaj strokovni delavci še zmeraj, kljub dosedanjim oblikam informiranja in usposabljanja potrebujejo za svoj nadaljnji strokovni razvoj.

Ko smo ugotavljali, kako se v praksi že uresničujejo temeljna načela za delo z nadarjenimi, smo med drugim ugotovili (Bezić, Deutsch, idr., 2011c, str. 67–68 in 92–93), da koordinatorji za delo z nadarjenimi uresničevanje načel ocenjujejo zelo visoko. Najvišjo povprečno oceno je dobilo načelo – širitev in poglabljanje temeljnega znanja, najnižjo oceno, čeprav še zmeraj višjo od 3 (od 5) pa je dobilo načelo – hitrejše napredovanje v procesu učenja (prav tam, str. 67). Razloge za takšno oceno je mogoče iskati tako v razumevanju samega načela kot tudi v pomanjkanju konkretnega znanja o tem, kako ga učitelji sploh lahko uresničujejo (npr. zgoščevanje kurikula, tečajne oblike učenja, samostojni projekti, priprava na izpite itd.).

Ugotovili smo tudi, da koordinatorji izjemno visoko ocenjujejo pomen priporočenih oblik in dejavnosti za celostni razvoj učenca. Ocene so praviloma višje od 4 (od največ 5). Še posebej so te prilagoditve pomembne v tretji triadi OŠ. Žal pa nekatere od njih šole učencem le izjemoma ponudijo. Tako le približno 13 % šol ponudi učencem možnost hitrejšega napredovanja (preskok razreda, zgoščevanja kurikula itd), še manjši delež šol pa vzporedne programe (program, ki v določenem obsegu ur poteka hkrati z rednim poukom). Le nekoliko več kot polovica šol ponudi učencem prilagojene dejavnosti za osebni in socialni razvoj in ali prilagojene načine karierne orientacije. Šole sicer ponujajo in izvajajo številne umetniške in športne dejavnosti za učence, a jih ne razumejo kot integralni del programa za celostni osebni in socialni razvoj. Predvidevamo, da jih zato tudi ne načrtujejo tudi v skladu s potrebami učencev, ampak najverjetneje upoštevajo njihove spontane želje in interese.

V skladu z ugotovitvami lahko brez dvoma sklepamo, da je ponudba šol dokaj raznolika in v večini primerov tudi v skladu s priporočili v Konceptu. Zagotovo pa bi bilo mogoče še pogosteje ponuditi možnost hitrejšega napredovanja, dodatni pouk za več različnih predmetov, več ur dodatnega pouka, predvsem pa bolj diferencirati in individualizirati delo pri rednem pouku. Več bi moralo biti tudi možnosti za projektno učno delo, samostojno učenje zunaj razreda, za učenje v učnih kotičkih, knjižnicah, eksperimentalno in raziskovalno delo, terensko delo ter za različne oblike druženja nadarjenih, kot so npr. sobotne šole, tabori itd.

Zelo pozitivno je tudi, da pri izvajanju programov na 37,8 % šol sodelujejo tudi zunanji strokovnjaki in že v 12,2 % tudi starši.

11 Bezić, T., Deutsch, T., idr., 2011c.

[Slika 4] Delavnico za nadarjene matematike na OŠ Sladki vrh sta vodili učiteljici Danica Ferk in Vlasta Grušovnik.

Večje povezovanje šol z okoljem je bila ena izmed usmeritev koncepta, zato je dober znak, da kar na tretjini šol vsaj kakšen program v celoti izpelje tudi kakšna zunanja ustanova.

Kot rečeno je še zmeraj premajhen poudarek na notranji individualizaciji in diferenciaciji pouka. To se najbolj jasno vidi iz podatkov o vsebini INDEP (prav tam, str. 48–52). Ker so INDEP eno izmed glavnih orodij za načrtno in sistematično prilagajanje VIZ-dela nadarjenim učencem, ni zanemarljivo, so bile nekatere priporočene dejavnosti vključene v INDEP le izjemoma. Le za tretjino nadarjenih učencev je bila notranja individualizacija posebej in vnaprej načrtovana. To nas je presenetilo. Mogoče pa je, da učitelji med to štejejo le individualno delo. Kar za 78,8 % identificiranih nadarjenih učencev 4. razreda so v INDEP načrtovali individualne zadolžitve pri rednem pouku in pri več kot polovici posebne domače zadolžitve; skorajda za polovico učencev so načrtovali tudi sodelovalno učenje in razne skupinske učne oblike. Vse našteto sicer spada v sklop individualizacije in diferenciacije pouka, vendar žal to še zdaleč niso vse možnosti.

Med devetošolci je imelo načrtovane individualne zadolžitve pri rednem pouku 71,8 % učencev. Poleg tega jih je bila skoraj polovica vključenih v najvišjo nivojsko skupino vsaj pri enem predmetu. Prav tolikšni delež devetošolcev pa je imel v svojih INDEP načrtovane specifične seminarske naloge, prilagojene domače zadolžitve, sodelovalno učenje in druge skupinske oblike dela.

Glede na ugotovitve lahko rečemo, da je treba tudi v prihodnje posvetiti razvijanju kompetenc učiteljev za notranjo individualizacijo in diferenciacijo veliko pozornosti. Tega se zavedamo tudi na ZRSŠ, zato je to že dalj časa tudi pomembna vsebina dela študijskih skupin.[12] Vprašanje pa je, zakaj še ni boljših rezultatov. Del razlogov je mogoče pripisati tudi temu, da učitelji ob obilici drugih nalog (nekatere med njimi so žal le malo povezane s kakovostjo pedagoškega dela) preprosto ne zmorejo še tega strokovnega napora. Morda pa je razlog tudi v tem, da individualizacijo in diferenciacijo še ne razumejo kot nujen pogoj za spodbujanje optimalnega razvoja vsakega, ne le identificiranih nadarjenih učencev.

Vsebina in trajanje INDEP in dosežki na nacionalnih preizkusih znanja in tekmovanjih

V nadaljevanju predstavljamo zanimive ugotovitve o tem, kako je povezana vsebina in trajanje INDEP z dosežki učencev na nacionalnih preizkusih znanja iz slovenščine in matematike (NPZ) ter z dosežki na tekmovanjih na nacionalni ali mednarodni ravni (zlata priznanja ali prva tri mesta na tekmovanjih ali pri raziskovalnem delu).

12 Program dela ZRSŠ za leto 2009/2010; 2010/2011. Arhiv ZRSŠ.

Naj najprej poudarimo, da so identificirani nadarjeni dosegli na NPZ pri MAT in SLO in na državnih ter mednarodnih tekmovanjih nadpovprečne rezultate. Pri MAT so v poprečju dosegli 20 % več točk, pri SLO pa povprečno za 17 % več. Ugotovili smo, da gre za sicer šibko, a vendarle pozitivno povezanost med trajanjem INDEP in rezultati na NPZ pri SLO in MAT ter enako tudi med trajanjem INDEP in dosežki na državnih in mednarodnih tekmovanjih (prav tam, str. 53–56). Pomembno bi seveda bilo ugotoviti tudi, koliko identificirani nadarjeni dosegajo tudi najvišje taksonomske stopnje znanja na NPZ in v mednarodnih raziskavah, npr. v okviru PISE. Žal tega v tej raziskavi nismo ugotavljali.

Pri interpretaciji povezanosti trajanja INDEP in dosežki moramo upoštevati, da je večina identificiranih nadarjenih devetošolcev (83,9 %) imela INDEP le zadnji dve leti.[13] Vseh mogočih šest let ga je žal imelo le 5,7 % devetošolcev, čeprav bi ga glede na značilnosti vzorca šol, zajetih v raziskavo, morala imeti vsaj četrtina. Ker pa je imelo med raziskavo v 4. razredih INDEP že tri četrtine identificiranih nadarjenih (prav tam, str. 47) in ker približno 70 % koordinatorjev misli, da INDEP pomembno ali celo zelo pomembno vpliva na celostni razvoj nadarjenega učenca (prav tam., str. 56), lahko predvidevamo, da bo v prihodnosti interpretacija povezanosti med trajanjem INDEP in dosežki bolje utemeljena.

Poleg tega smo ugotovili, da gre tudi za povezanost med dosežki na NPZ in nekaterimi dejavnostmi, ki jih je imel učenec vključene v INDEP. Nekatere so pomembne za uspešnost pri obeh primerjanih predmetih (SLO in MAT), druge pa le pri posameznem (prav tam, str. 54–55).

[Slika 5] Delo z nadarjenimi matematiki na OŠ Sladki vrh

Za oba predmeta velja, da gre za statistično pomembno povezanost med rezultatom na NPZ in individualnimi zadolžitvami pri rednem pouku, individualiziranim poukom pri enem ali več predmetih, kooperativnim učenjem, posebnimi domačimi zadolžitvami, dodatnim poukom, vključenostjo v najvišjo nivojsko učno skupino, seminarskimi nalogami, raziskovalnimi nalogami, ekskurzijami in pripravami na tekmovanja.

Različno pa se pokaže povezanost vključenosti učencev v raziskovalne tabore. Našli smo le povezanost z NPZ iz MAT, pri NPZ iz SLO pa ne. Za rezultate pri NPZ za SLO pa se je pokazala pomembna pozitivna povezanost z vključenostjo učenca v glasbeno šolo, v program za razvijanje socialnih spretnosti,

13 *To dejstvo je vsaj delno povezano s postopnim uvajanjem devetletke, delno pa s samosvojo odločitvijo nekaterih OŠ, da z izvajanjem Koncepta počakajo do zadnjega trenutka. Ta je po presoji nekaterih šol nastopil šele tedaj, ko je MŠŠ finančno skromno, a vendarle posebej podprlo uresničevanje Koncepta., kar pa se je zgodilo šele v jeseni leta 2007. Prav tako je k izvajanju Koncepta pozitivno prispeval sicer ne preveč dobro sprejet novi zakon o štipendiranju, ki je identifikacijo v skladu s Konceptom odkrivanja in dela z nadarjenimi v OŠ postavil kot enega od pogojev za kandidiranje za Zoisovo štipendijo (ZŠtip, 2007).*

v kreativne delavnice, v posebne dejavnosti v okviru dni dejavnosti, v vzporedni program in v projektno delo. Teh povezanosti pri matematiki nismo odkrili.

Le v enem primeru smo odkrili negativno povezanost, in sicer med vključenostjo učenca v športne sekcije in klube ter rezultatom na NPZ pri slovenščini (prav tam, str. 55).

Za druge dejavnosti, vključene v INDEP učencev, statistično pomembne stopnje povezanosti z rezultati na NPZ za matematiko in slovenščino nismo ugotovili. Vzroki lahko ležijo tako v kratkem trajanju INDEP (večinoma so trajali le dve leti), lahko pa je razlog tudi v tem, da so bile nekatere navedene dejavnosti izpeljane zgolj kot občasna ali celo enkratna dejavnost (npr. sobotne šole). Razumljivo je, da se učinki neke dejavnosti lahko pokažejo praviloma šele po daljšem času.

Presenetilo pa nas je, da nismo našli pomembne povezanosti med vključenostjo učenca v ustrezne izbirne predmete in rezultati na NPZ; enako velja za povezanost med ustreznimi interesnimi dejavnostmi in rezultati na NPZ. Mogoče je, da bi našli povezave z rezultati na NPZ iz drugih predmetov, pa žal tega nismo analizirali, pa tudi, da se »ustrezni izbirni predmeti in interesne dejavnosti« izvajajo na premalo zahtevnem nivoju in tudi zato ne vplivajo pomembno na rezultate NPZ. Raziskava v tej smeri bi bila izjemno koristna za šolsko prakso in tudi za šolski sistem.

Čeprav torej določene oblike in dejavnosti, vključene v INDEP učencev, vplivajo pozitivno na dosežke na NPZ iz slovenščine in matematike, in da gre za sicer za šibko, a pozitivno povezanost med trajanjem INDEP in dosežki na NPZ, je treba vplive INDEP proučevati dalje. Učinki INDEP bodo zagotovo jasnejši v naslednjih letih, ko bo večina učencev že imela INDEP od 4. razreda dalje.

Še posebej pa želimo poudariti, da bi bilo nujno treba raziskati, kako vpliv INDEP ocenjujejo starši in še predvsem učenci. Tega nam zaradi objektivnih razlogov v tej analizi ni uspelo narediti.

ε Temeljne ugotovitve projekta Spremljanje uvajanja koncepta VIZ-dela z nadarjenimi v srednjih šolah (2007/2008 do 2010/2011)

V projektu formativnega spremljanja uvajanja Koncepta VIZ dela z nadarjenimi dijaki je od leta 2007/2008 do 2010/2011 sodelovalo deset srednjih šol, od tega pet gimnazij in pet srednjih strokovnih šol. Poleg omenjenih desetih šol jih je dejansko sodelovalo še dvanajst, ki pa jih,zaradi metodoloških omejitev ter tudi zaradi omejenih kadrovskih in finančnih zmožnosti nismo mogli vključiti v projektno skupino. Nekatere od njih so kljub temu redno sodelovale na vseh organiziranih izobraževanjih ter delovnih srečanjih. Imenovali smo jih »šole sopotnice«. V zadnjih letih so tako sodelovale predvsem Gimnazija Šiška, Gimnazija Vič in Srednja gradbena in geodetska šola Ljubljana. Ugotovitve zajemajo tudi njihova spoznanja.

Na podlagi zaključnih poročil srednjih šol (september 2011) izpostavljamo naslednje ugotovitve :[14]

- Na šolah je opaziti vedno močnejše zavedanje o nujnosti načrtnega spodbujanja celostnega razvoja nadarjenih dijakov. Povečuje se zavedanje, da je delo z izjemno nadarjenimi ena izmed prioritetnih

[Slika 6] *Gimnazija Brežice in Gimnazija Trbovlje sodelujeta pri delu z nadarjenimi matematiki*

nalog vsake šole ter hkrati tudi spodbuda za razvoj in promocijo dela šole.

- V šolah sta se povečali zavedanje in sprejemanje opredelitve nadarjenosti v Konceptu VIZ-dela z nadarjenimi dijaki oz. to, da je nadarjenost mogoče prepoznavati in spodbujati na več različnih področjih, tudi na specifičnih akademskih ter poklicnih in strokovnih področjih.
- Šole ponujajo vedno več in vedno bolj raznolike obogatitvene dejavnosti. Pri načrtovanju in izvajanju teh dejavnosti vedno bolj dosledno upoštevajo interese in želje dijakov.
- Šole vedno pogosteje sistematično spremljajo vključenost, delo in dosežke dijakov v interesnih dejavnostih šole (krožkih, klubih itd), rezultate sodelovanj na državnih in mednarodnih tekmovanjih na akademskih, poklicnih, umetniških in športnih področjih. Na nekaterih šolah se je očitno povečalo število dijakov, ki se vključujejo v različna tekmovanja in delež dijakov z izjemnimi dosežki na državnem in celo mednarodnem nivoju.
- Ugotavljamo, da niti dijaki niti učitelji si doslej niso najbolj prizadevali za pripravo posebej zapisanih INDEP (individualizirani VIZ-program dela). So namreč proti vsaki neutemeljeni dokumentaciji. Da bi čim bolj racionalizirali pripravo INDEP, smo šolam ponudili daljšo in krajšo varianto pripomočka za načrtovanje INDEP. Ne glede na to pa velja, da so bili dijaki in šole, ki jim je uspelo oblikovati, izvajati in tudi evalvirati INDEP-e, z njihovimi učinki in uspešnostjo zadovoljni. Izpostavimo lahko tri šole, ki so doslej oblikovale večje število INDEP za dijake.

  Ker so izdelava, izvajanje in spremljanje INDEP-ov nove delovne naloge za strokovne delavce šol, pričakujemo, da se bo v prihodnosti zaradi uveljavitve 14. člena novega Pravilnika o normativih in standardih za srednje šole (Pravilnik, 2010) število INDEP-ov povečalo.
- Evalvacija dela z nadarjenimi poteka vedno pogosteje s pomočjo posebej izdelanih pripomočkov – anketnih vprašalnikov, strukturiranih intervjujev; na nekaterih šolah spremljajo to delo na rednih pedagoških konferencah (npr. na vsaki pedagoški konferenci je na dnevnem redu tudi problematika dela z nadarjenimi). Kot koristen pripomoček za samoevalvacijo dela šole na tem področju so se izkazali posebej izdelani Kazalci kakovosti za Viz delo z nadarjenimi.[15]

Ne glede na prizadevanje vseh članov projektnih skupin pa so tudi po štirih letih še ostale nekatere večje ovire in težave:

- Popolne podpore Konceptu na šolah še ni. Predvsem obstaja bojazen pred sti-

14 Bezić, 2011b.

gmatizacijo nadarjenih v tistih šolah, kjer je le malo identificiranih, po drugi strani pa bojazen, da bodo na šolah z večino identificiranih že v OŠ nekateri nadarjeni spregledani.
- S težavo se uveljavlja spoznanje, da so nadarjeni tudi nekateri učno neuspešni dijaki.
- Učitelj močno zavračajo vsako novo dokumentacijo, pa čeprav gre za strokovne dokumente.
- Ocenjevalnih lestvic še ni mogoče uporabljati za identifikacijo, saj učitelji potrebujejo več časa za pripravo na to odgovorno nalogo.
- MIZKŠ bi moralo dati jasnejšo strokovno in finančno podporo Konceptu.
- Med člani projektnih timov obstaja bojazen, da bi se odgovornost za izvajanje Koncepta v celoti prenesla na svetovalne delavce ali koordinatorje. Brez podpore vodstev šol Koncepta ni mogoče izvajati.

Na podlagi dosedanjih spoznanj lahko sklenemo, da je izjemno pomembno, da tudi v srednji šoli ne zanemarimo pomena celostnega razvoja dijaka in še posebej njegovega vrednotnega razvoja (Musek 2010). Tudi v srednjih šolah je treba slediti temeljnim načelom za delo z nadarjenimi in v pouk in druge dejavnosti vključevati specifične oblike, dejavnosti in didaktične strategije, ki jih priporoča Koncept (Koncept 2007), ter vzpostaviti veliko močnejše sodelovanje srednjih šol z razvojno usmerjenimi delovnimi organizacijami, fakultetami in posameznimi zunanjimi strokovnjaki (Collangelo 2004). Svetovalni delavci skupaj z učitelji in dijaki ter zunanjimi strokovnjaki lahko še izboljšajo programe karierne orientacije ter organizirajo in izvajajo še več dejavnosti za osebni in socialni razvoj; srednje šole, ki šele začenjajo z izvajanjem koncepta, se lahko povežejo s šolami, ki imajo že večletne izkušnje. Dokler ne bo dokončno odločeno, da se ocenjevalne lestvice uporabljajo tudi za identifikacijo nadarjenih (zato so namreč bile standardizirane!), jih je zelo smiselno uporabiti vsaj za evidentiranje in evidentirane dijake usmerjati v razvijanje njihovega najmočnejšega področja. Ta razvoj pa seveda lahko podprejo tudi učitelji pri rednem pouku.

[Slika 7] Nadarjeni matematiki Gimnazije Brežice na taboru

Vsekakor velja, da tudi v srednjih šolah ne moremo pričakovati hitrih sprememb. Pričakujemo pa, da jih bodo pospešili tudi normativi (Normativi, MŠŠ, 2010), ki že upoštevajo tudi nove naloge, povezane z uresničevanjem Koncepta. Teh na ravni osnovne šole še danes ni.

15 *Kazalci kakovosti za VIZ delo z nadarjenimi, http://www.zrss.si/pdf/221211133958_kazalci_kakovosti_nad_srednje_november_011_24%C5%A1t%C4%8Drke.pdf (dostop 6. 6. 2012).*

ζ Sklep

Zavedamo se, da je na večini šol v zadnjih letih na področju dela z nadarjenimi narejen velik napredek, in to tako v kakovosti kot tudi v obsegu prilagojenih dejavnosti. Učitelji so ob veliki obremenjenost z novostmi, ki jih je bilo v zadnjih letih treba vpeljati v slovenske šole, naredili zares veliko. To dokazuje tudi umestitev Slovenije v zbornik najboljših praks za delo z nadarjenimi v Evropi in po svetu (Cseh, A., 2011). Za nenehno izboljševanje VIZ-dela z nadarjenimi pa je poleg obstoječih načinov strokovne podpore učiteljem in šolam v okviru nadaljnjega izobraževanja treba zagotoviti, da bo področje odkrivanja in vzgojno-izobraževalnega dela z nadarjenimi postalo tudi del dodiplomskih in podiplomskih študijskih programov bodočih učiteljev in stalna vsebina programov njihovega nadaljnjega izobraževanja. Nadaljevati in posodobiti je treba seminarje, tematske konference, svetovalne storitve, še naprej izdajati pripomočke in priročnike, mrežiti šole za izmenjavo dobrih praks ter izvajati skupne inovacijske in razvojne projekte. Pobude za tovrstna sodelovanja se pričakujejo tudi od šol in učiteljev samih.

η Viri in literatura:

1. Bezić, T. (2011a). Dejavnosti Zavoda RS za šolstvo v procesih razvijanja in uvajanja Koncepta odkrivanja in dela z nadarjenimi v osnovnih in srednjih šolah Sloveniji od leta 1996 do 2011. ESS projekt. Ljubljana: PEF ULJ.
2. Bezić, T. (2011b). Temeljne ugotovitve projekta spremljanja uvajanja Koncepta VIZ dela z nadarjenimi v srednjih šolah. http://www.zrss.si/default.asp?rub=4032 (dostop 6. 6. 2012).
3. Bezić, T., Deutsch, T. idr. (2011c). Analiza uresničevanja Koncepta odkrivanja in dela z nadarjenimi v devetletni OŠ ob koncu šol. leta 2009/2010. Končno poročilo. ZRSŠ. http://www.zrss.si/pdf/241111145902splet.pdf. (dostop 2. 6. 2012)
4. Collangelo, N. (2004). The Nation Decieved. http://www.accelerationinstitute.org/Nation_Deceived/ND_v2.pdf (dostop 6. 6. 2012).
5. Cseh, A. (2011). Programmes of Talent identification and Talent management in Slovenia. V: International Horizons oh Talent Support, I. , Best Practices Within

and out of the European Union (ed. by János Gordon Győri). Genius konyvek, 18. , p. 166–182.
6. Juriševič, M.. (2011). Nadarjeni učenci v osnovni in srednji šoli. Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji 2011. dostop: http://www.bela-knjiga2011.si/ (6. 6. 2012)
7. Musek, J.(2010). Psihologija življenja. Ljubljana: Inštitut za psihologijo osebnosti .
8. Reis, M. S.. (2008). Research That Supports the Need for and Benefits of Gifted Education. NAGC. The University of Connecticut.
9. Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji (1995). Ministrstvo za šolstvo in šport.
10. Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji (2011). Ministrstvo za šolstvo in šport.
11. Budimpeška deklaracija. 2011. http://geniuszportal.hu/content/budapest-declaration-talent-support (6. 6. 2012)
12. International Horizons oh Talent Support, I. , Best Practices Within and out of the European Union. 2011. (ed. by János Gordon Győri). Genius konyvek, 18.
13. Koncept odkrivanja in dela z nadarjenimi učenci v devetletni OŠ. Strokovni svet RS za splošno izobraževanje (1999). http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/program_drugo/Odkrivanje_in_delo_z_nadarjenimi_ucenci.pdf (dostop 10. 1.2012).
14. Koncept vzgojno izobraževalnega dela z nadarjenimi dijaki v srednjem izobraževanju, Strokovni svet RS za splošno izobraževanje, 2007. http://www.zrss.si/default.asp?rub=3159 (dostop 10. 1. 2012)
15. Normativi za srednje šole … Ur. l. RS, 62/2010 http://www.uradni-list.si/1/content?id=99390 (dostop 6. 6. 2012)
16. Ocenjevalne lestvice za odkrivanje nadarjenih, Kazalci kakovosti in druga gradiva v zvezi z odkrivanjem in delom z nadarjenimi. Spletna stran ZRSŠ. Področje – šolsko svetovalno delo. http://www.zrss.si/default.asp?rub=3159 (dostop 10. 1.2012)
17. Recommendation 1248, Council of Europe. http://

assembly.coe.int/Main.asp?link=/Documents/AdoptedText/ta94/EREC1248.htm (6. 6. 2012)
18. Zakon organizaciji in financiranju vzgoje in izobraževanja, Ur. l. RS 12/96; 16/2007 (UPB 5). Dostop: http://zakonodaja.gov.si/rpsi/r05/predpis_ZAKO445.html (10. 1. 2012).
19. Zakon o osnovni šoli, Ur. l. RS 12/96; 81/2006 (UPB3); 102/207; 87/2011 http://zakonodaja.gov.si/rpsi/r08/predpis_ZAKO448.html (10. 1. 2012).
20. Zakon o gimnazijah. Ur. l. RS 12/96; 1/2007 (UPB 1) dostop http://zakonodaja.gov.si/rpsi/r00/predpis_ZAKO450.html
21. Zakon o poklicnem in strokovnem izobraževanj. Ur. l. RS 12/1996; Zakon o poklicnem in strokovnem izobraževanj. 79/2006. dostop: http://zakonodaja.gov.si/rpsi/r05/predpis_ZAKO4325.html (1. 10. 2012)
22. Zakon o štipendiranju (ZŠtip), Ur. l.RS 59/2007 (63/2007 popr.). Spremembe 40/2009 in 62/2010. Dostop: http://zakonodaja.gov.si/rpsi/r04/predpis_ZAKO4664.html (10. 1. 2012).

Sporočilo uredništva

Zahvaljujemo se Verici Vračko in Simoni Dreu iz OŠ in vrtca Sveta Trojica, Lidiji Jug iz OŠ Sladki Vrh in Gordani Rostohar iz Gimnazije Brežice, ki so nam odstopile fotografije.

Učenje enake verjetnosti v prvem razredu osnovne šole

Learning about equal probability in the first class of primary school

Maja Škrbec
Osnovna šola Notranjski odred Cerknica

Σ Povzetek

V raziskavi, ki smo jo opravili, smo ugotovili, da imajo učenci prvega triletja velike težave pri napovedovanju enake verjetnosti. V članku je predstavljen učni pristop za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu ter rezultati, ki pričajo o ustreznosti oblikovanega učnega pristopa.

Ključne besede: obdelava podatkov, kombinatorika, verjetnost, statistika.

Σ Abstract

In the research that we carried out, we find out that prediction of equal probability causes great problems for pupils in the first triennium. The article presents a teaching approach which enables teaching of equal probability in the first class and the results which confirm the adequacy of the teaching approach designed.

Key words: *probability, teaching of equal probability, first class*

α Uvod

Verjetnost je matematična disciplina, ki se ukvarja z izračunavanjem verjetnosti različnih dogodkov. Vsebine iz verjetnosti se v učnem načrtu za matematiko kljub nedavni prenovi pojavijo šele v devetem razredu, kar pomeni, da se učni načrt glede začetka obravnave vsebin iz verjetnosti ni spremenil (Učni načrt: Matematika, 2005; Učni načrt: Matematika, 2011). Ne glede na to, pa so te vsebine neformalno vpeljane že v prvo triletje, kar se kaže z njihovim vpisom v nekatere učbeniške komplete. Ob pregledu enaindvajsetih potrjenih učbeniških kompletov za prvo triletje je bilo ugotovljeno, da so v učbenikih in delovnih zvezkih, ki so namenjeni poučevanju matematike, vsebine iz verjetnosti vključene le v štiri učbeniške komplete (Škrbec, 2008). To pomeni, da so v učbeniških gradivih le izjemoma, in še to v manjšem obsegu, tako da se lahko zgodil, da se nekateri otroci z njimi srečajo šele v drugem triletju ali še pozneje.

O poučevanju verjetnosti v osnovni šoli Cotič zapiše: »Poučevanje in učenje verjetnosti v osnovni šoli ni eksplicitno in formalno, ampak je zgolj sistematično pridobivanje izkušenj, na podlagi katerih bomo pozneje (v srednji šoli) učinkoviteje obravnavali verjetnost, ki je z vidika poučevanja in učenja zelo zahtevna, saj imajo kljub formalno neoporečnemu pouku srednješolci in študentje o verjetnosti pogosto neprave predstave. V osnovnošolskem programu pri pouku matematike ne govorimo o formalni definiciji verjetnosti in toliko manj o računanju verjetnosti, ampak učence na podlagi intuicije in ludizma pripravljamo na kasnejšo matematično analizo slučajnih dogodkov« (Cotič, 1999, str. 70). Učenci naj bi si na začetku šolanja torej pridobili le konkretne izkušnje, na podlagi katerih bi v poznejšem izobraževanju lažje pridobivali formalno znanje.
Zanimivo pa je, da sta v kurikulumu za vrtce cilja, ki se nanašata na verjetnost, in sicer govorita o tem, da se otrok seznani z verjetnostjo dogodkov ter uporabi izraze za opisovanje verjetnosti dogodka (Kurikulum za vrtce, 1999).

β Poučevanje vsebin iz verjetnosti

Učenje matematičnih pojmov lahko poteka predvsem na dva načina, in sicer na behaviorističen ali na kognitivističen način (Hodnik Čadež, 2004). Primernejši za obravnavo matematičnih pojmov je kognitivističen način učenja, saj je pregled razumevanja večji, bolj upošteva predznanje, zrelost oz. pripravljenost za učenje (Hodnik Čadež, 2004). Učenje, ki temelji na izhodiščih konstruktivizma, poteka takole:

- **ugotavljanje obstoječih pojmov** – na različne načine se ugotavljajo otroške zamisli o nekem pojavu;
- **rekonstrukcija obstoječe ideje** – predznanje je izhodišče za načrtovanje učne ure, ki naj temelji na **kognitivnem konfliktu** (učenec naj bi ugotovil, da je njegovo znanje ali pojmovanje nepravilno);
- **ubeseditev nove opredelitve** – spremembe tudi dokumentirajo in primerjajo z začetno (Marentič Požarnik, 2000).

Konstruktivisti so v ospredje učenja postavili izkušnje. Bruner (1966, v Plut Pregelj, 2000) pravi, da otrok prevaja izkušnje na tri načine, in sicer konkretno, grafično in simbolno. O omenjenih reprezentacijah Hodnik Čadež (2003) zapiše:

- **konkretne reprezentacije** zajemajo vse reči, ki jih učenec uporablja kot pripomočke za učenje. Najpogosteje se te reprezentacije uporabijo v uvodni fazi učenja določenega matematičnega pojma;
- **grafične reprezentacije** predstavljajo nekakšen most med konkretnimi reprezentacijami in matematičnimi simboli

ter vodijo od konkretnega proti abstraktnemu. Najbolj so zastopane na razredni stopnji pri ponazarjanju matematičnih idej;
– med **matematične simbole** uvrščamo npr. števke od 0 do 9, znake za operacije ter relacije. V procesu učenja je najpomembneje vzpostaviti povezave med simboli in referencami, ki morajo biti učencem blizu oz. jim morajo nekaj pomeniti.

Na podlagi teh treh načinov prevajanja izkušenj naj bi potekal kognitivni razvoj in na takšen način naj bi potekalo tudi učenje tako pri otrocih kot tudi pri odraslih – zagotovljena naj bi bila možnost za razvijanje in negovanje vseh načinov predstavljanja (konkretnega, grafičnega in simbolnega) (Bruner, 1966, v Plut Pregelj, 2000). Hodnik Čadež (2003) poudari, da je pri razumevanju matematičnih pojmov bistveno prehajanje med posameznimi reprezentacijami.

Za učenje verjetnosti pa ni dovolj poznati le načina razvijanja matematičnih pojmov, temveč je treba med drugim poznati ravni oz. korake učenja verjetnosti ter pri posameznem koraku upoštevati konstruktivističen način razvijanja pojmov. Nivoji oz. koraki učenja verjetnosti, na podlagi katerih naj bi učenci pozneje spoznali klasično in statistično definicijo verjetnosti, so:

– **sprejeti negotov dogodek** (sprejeti dejstvo, da se neka stvar lahko zgodi ali pa tudi ne – slučajni dogodek),
– **znati predvideti** (napovedovati verjetnost dogodkov v negotovih naključjih, preveriti svoje napovedi in ugotoviti, da ni nujno, da se napoved uresniči),
– **primerjati verjetnost** (na podlagi izkušenj ugotoviti, da so nekateri dogodki bolj, drugi pa manj verjetni),
– **statistično pojmovati verjetnost** (temelji na velikem številu poskusov, na podlagi katerih se izračuna statistično verjetnost poskusa, in sicer tako, da število dogodkov deli s številom vseh poskusov),
– **predstaviti preproste kombinatorične situacije z diagrami** (s preglednico in kombinatoričnim drevesom predstaviti kombinatorične situacije),
– **izpeljati elementarne ocenitve verjetnosti** (s pomočjo diagramov napovedati izid oz. izpeljati ocenitev verjetnosti) ter
– **uporabljati klasično definicijo verjetnosti** (končni cilj vseh zgoraj opisanih nivojev) (Valenti, 1987, v Cotič, 1999).

Učence morajo najprej sprejeti negotov dogodek, nato znati predvideti in primerjati dogodke pa tudi statistično pojmovati verjetnost, kar do pred kratkim potrjeni učni načrt za matematiko ni upošteval. V njem je bil namreč zapisan cilj, da učenci devetega razreda pridobivajo izkušnje o numerično izraženi vrednosti (Učni načrt: Matematika, 2005). Preskočenih je bilo torej kar nekaj učnih korakov poučevanja verjetnosti. V novem učnem načrtu, ki velja od leta 2011, se cilji ravno tako pojavijo šele v devetem razredu, vendar pa med drugim piše, da izvajajo poskuse in opazujejo izbrane dogodke pa tudi napovedujejo verjetnost dogodka (Učni načrt: Matematika, 2011). Z vidika obravnave vsebin iz verjetnosti v devetem razredu osnovne šole je posodobljen učni načrt prinesel pozitivne spremembe.

γ Učenje verjetnosti

Z učenjem verjetnosti se je ukvarjal Fischbein s sodelavci (Fischbein in Gazit, 1984;

Fichbein, Pampu in Manzat, 1970). Raziskavo, ki se je nanašala na učenje verjetnosti, je opravil tudi Lecoutre (1981, v Fischbein in Gazit, 1984) in ugotovil, da so študenti, ki obiskujejo univerzo in so bili deležni učenja o vsebinah iz verjetnosti, dosegli slabše rezultate kot tisti študenti, ki učenja o vsebinah iz verjetnosti niso bili deležni. Poleg tega je ugotovil, da so bili najuspešnejši tisti študenti, ki so imeli največ izkušenj z igrami na srečo (Lecoutre, 1981, v Fischbein in Gazit, 1984).

Fischbein, Pampu in Manzat (1970) so objavili raziskavo, v okviru katere so ugotavljali vpliv različnega načina učenja pri otrocih, starih pet, devet in dvanajst let. Med drugim so ugotovili, da na reševanje nalog iz verjetnosti vpliva tudi poučevanje, saj je bila pri težjih nalogah razlika med vsemi skupinami, ki so bile deležne različnega načina poučevanja, opazna, in sicer v korist poučevanja omenjenih vsebin (Fichbein, Pampu in Manzat, 1970). S tem je dokazal, da je mlajše otroke mogoče učiti pojmov iz verjetnosti.

Kako otroci na razredni stopnji na intuitivni ravni sprejemajo in usvajajo najosnovnejše koncepte verjetnosti, sta raziskovala Ficshbein in Gazit (1984). Ugotovila sta, da se da brez večjih težav poučevati vsebine iz verjetnosti, kar pozitivno vpliva na otrokove predsodke in napačne predstave o zaporedju dogodkov in negotove situacije, hkrati pa ima to poučevanje negativen učinek na ugotavljanje enake verjetnosti (Fischbein in Gazit, 1984). Tako je kontrolna skupina, ki ni bila deležna učnih ur iz verjetnosti, pri nalogi, kjer je bila verjetnost enaka, odgovarjala pravilneje kot skupina, ki je bila tega deležna (Fischbein in Gazit, 1984). Učenje verjetnosti je imelo pri tej nalogi negativen učinek. Vendar je bilo v kontrolni skupini več tistih otrok, ki so dali pravilno razlago, zakaj je verjetnost enaka (Fischbein in Gazit, 1984). Žal Fischbein in Gazit (1984) o tem, kako je potekalo učenje, v svojem delu ne zapišeta ničesar. Vendar pa menita, da bi se dalo premagati težavo negativnega učinka učenja z oblikovanjem nalog, kjer bi se učenci seznanili z računanjem razmerij in verjetnostnih ocen (Fischbein in Gazit, 1984).

Ob prebiranju literature in raziskave, ki smo je opravili in je v nadaljevanju kratko predstavljena, smo se začeli spraševati ali je mogoče otroke prvega razreda naučiti tako težko vsebino, kot je pravilno napovedati enako verjetnost. Zanimalo nas je tudi, ali bo tudi naša metoda imela negativen učinek, se pravi bodo rezultati skupine, ki je bila deležna poučevanja enake verjetnosti, slabši od rezultatov skupine, ki ni sodelovala pri poučevanju.

δ Učenje enake verjetnosti

Opravili smo raziskavo, v kateri je sodelovalo 623 otrok, starih od štiri do pet let, pa do tistih, ki obiskujejo tretji razred. Ugotovili smo, da so učenci prvih treh razredov na grafični ravni sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, medtem ko je tega sposobna le polovica od 4 do 5 let starih otrok.

V preizkusu znanja je bila med drugim naloga, ki se je glasila:

V prvi škatli je 5 kroglic, od teh 4 bele in 1 črna. V drugi škatli je 10 kroglic, od teh 8 belih in 2 črni. Sabina bo dobila darilo, če potegne belo kroglico. Iz katere škatle naj Sabina vzame kroglico? Izbirali so lahko med tremi odgovori, in sicer:

a) Iz prve škatle.
b) Vseeno je, iz katere.
c) Iz druge škatle.

Poleg odgovorov sta bili narisani škatli z ustreznimi kroglicami. Odgovor so morali tudi obrazložiti.

Zgornjo nalogo je pravilno rešilo le 16,6 % vseh otrok, ki so bili vključeni v raziskavo. Pravilna rešitev je namreč: Vseeno je, iz katere škatle vleče. Največ učencev (21,4 %), ki so pravilno odgovorili, prihaja iz drugega razreda, kar pomeni, da najstarejši otroci niso bili najuspešnejši. Najmanj pa je pravilno odgovorilo tistih otrok, ki so stari od štiri do pet let (13,6 %). Statistično pomembne razlike med razredi glede ocene pri matematiki nismo mogli izračunati, saj so učenci v prvem triletju ocenjeni z opisno oceno. Odgovor omenjene naloge je bilo treba utemeljiti. Svojo izbiro jih je pravilo utemeljilo le 1,8 %. Največ jih prihaja iz drugega razreda (3,1 %), najmanj (0,6 %) pa iz tretjega.

Na podlagi teh rezultatov in Fischbeinovih raziskav smo si postavili vprašanje, ali je mogoče učence prvega razreda naučiti pravilno napovedovati dogodke, ko je verjetnost enaka. Zaradi tega smo razvil učni pristop za poučevanje enake verjetnosti. Ugotavljanje učinkovitosti oblikovanega učnega pristopa za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu je potekalo na podlagi rezultatov preizkusa znanja, ki so ga prvošolci rešili ob koncu zadnje, četrte šolske ure učenja enake verjetnosti (glej prilogo 1). Vzorec so sestavljali štirje oddelki prvih razredov, in sicer je bilo to 68 otrok (31 dečkov in 37 deklic).

Pri pouku matematike smo izvedli štiri učne ure, ki so trajale 40 minut. Cilj prve učne ure je bil, da učenci napovedo verjetnost raznih dogodkov, kjer verjetnost ni enaka. Namen druge učne ure je bil ugotoviti, kdaj je verjetnost enaka. Pri tretji učni uri so se učenci učili pravično deliti. Zadnja ura pa je bila namenjena spoznavanju tehnike reševanja nalog, kjer je verjetnost enaka, ter preverjanju osvojenega znanja.

Za ugotavljanje, ali so bili cilji posamezne ure doseženi, so učenci rešili tri različne učne liste. Prvega od njih so reševali ob koncu prve učne ure (glej Učni list po prvi učni uri). Drugega je bilo treba rešiti tretjo učno uro (glej Učni list po tretji učni uri), medtem ko so zadnji učni list (glej Preizkus znanja oz. učni list po četrti učni uri) reševali le tisti, ki so bili pri vseh štirih urah učenja vsebin iz verjetnosti. Na podlagi tega se je ugotavljalo, ali je bil učni pristop učinkovit.

Prva učna ura

Kot glavni cilj prve učne ure smo izbrali cilj, da učenci napovedo verjetnost različnih dogodkov, kjer verjetnost ni enaka. Med drugim pa je bil namen, da žrebajo in zapisujejo izide slučajnih dogodkov.

Za uvodno motivacijo je učiteljica povedala naslednjo zgodbo:

Nekoč je v neki vasici živel deček po imenu Samo. V majhni, revni hišici je živel skupaj s svojo mamico. Nedaleč pa je živel hudoben čarovnik, ki je rad nagajal ljudem. In ko se nekega večera Samova mami ni vrnila domov, jo je začel deček iskati. Iskal jo je in iskal, vendar je ni mogel najti. Takrat ga je obiskal hudobni čarovnik in mu povedal, da je zaklenjena v njegovem stolpu za modrimi vrati, ki jih odklene čarobna modra kocka. Deček je hitro stekel tja, vendar so bila vrata zaklenjena. Poleg vrat sta bili dve zaprti škatli. Spet se je prikazal čarovnik in mu rekel, da so v *prvi škatli **tri** čarobne **modre** kocke, ki odklenejo vrata, in **ena bela** kocka, v drugi pa **ena** čarobna **modra** kocka, ki odklene vrata, in **tri bele** kocke. Čarovnik pove še to, da deček lahko iz škatel vleče le miže. Iz katere škatle naj deček vzame kocko? Iz prve, druge, ali je vseeno, iz katere? Zakaj?*

Zgodba je otroke zelo motivirala, saj so želeli pomagati dečku, da bi rešil svojo mamico. Na vprašanje, v katero vrečko naj sežejo, da bi izvlekli pravo kocko, je velika večina pravilno odgovorila.

Pri žrebanju kock, zapisovanju in branju rezultatov otroci niso imeli težav, saj vsebine iz obdelave podatkov najdemo že v učnem načrtu za prvi razred, v okviru katerih morajo prikazati in brati razne podatke s preglednico in stolpci (Učni načrt: Matematika, 2005; Učni načrt: Matematika, 2011). Rezultati prvega izvlečenja so bili pričakovani, saj so vsi pari izvlekli več modrih kock. Tudi pri drugem žrebanju je bil rezultat pričakovan, tako da je bilo iz rezultatov dobro razvidno, da naj deček vleče iz prve škatle, če želi izvleči modro kocko. Učence je bilo treba pogosto opozarjati na poštenost vlečenja kock in jih opazovati, saj so na vsak način želeli izvleči modro kocko in na ta način pomagati dečku rešiti mamico. Učenci so rezultate znali prebrati in jih primerjati s prvim izvlečenjem. Sami so na podlagi žrebanja prišli do potrditve svoje napovedi, da naj deček vleče iz prve škatle, da bi izvlekel modro kocko. Učiteljica je na tabli obkrožila pravilno rešitev (sliko prve škatle) in na ta način nakazala način reševanja učnega lista ob koncu ure.

Reševanje drugih primerov je poteklo brez težav. Napovedali in z izvlečenjem kock so potrdili, iz katere vrečke je verjetneje, da bo deček izvlekel modro kocko. V prvi vrečki so bile štiri bele in dve modri, v drugi pa dve beli in štiri modre. Učenci niso imeli težav z razumevanjem navodil, izvlečenjem, z zapisovanjem ali pa branjem rezultatov.

Ob koncu učne ure so morali učenci rešiti učni list (glej Učni list po prvi učni uri), s katerim smo preverili pridobljeno znanje. Učenci niso imeli težav z razumevanjem navodila za reševanje, ki se je glasilo:

Če mislite, da je treba seči v prvo škatlo, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite prvo škatlo. Če mislite, da je treba seči v drugo škatli, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite drugo škatlo. Če mislite, da je vseeno, v katero škatlo sežete, da bi izvlekli črno kocko, potem obkrožite obe škatli.

Rezultati reševanja prvega učnega lista (glej Učni list po prvi učni uri) kažejo na to, da so učenci usvojili cilj prve učne ure, saj je 87 % otrok pravilno rešilo vse naloge iz prvega učnega lista. Največ težav jim je povzročala tretja naloge, saj so bile v obeh škatlah enake kocke, kar pomeni, da je bila verjetnost enaka. Kljub temu jih je pravilno odgovorilo 67,6 %. Da je bil drugi cilj ure dosežen, je bilo razvidno že med učno uro, saj učenci niso imeli težav pri žrebanju, zapisovanju in branju rezultatov.

Učenci so bili ves čas motivirani in delavni. Snov se jim je zdela zanimiva, mogoče zato, ker se razlikuje od drugih vsebin, ki jih obravnavajo pri pouku matematike.

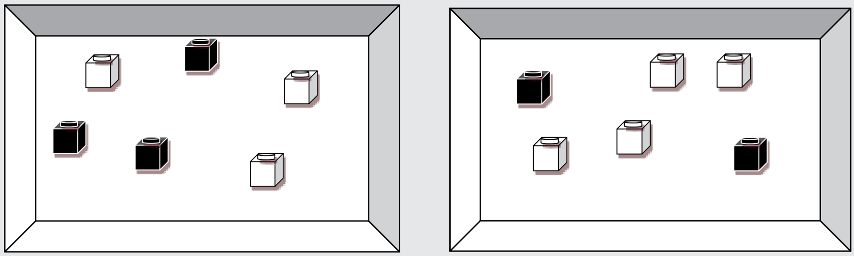
Druga učna ura

Druga učna ura je bila osredotočena na enako verjetnost. Glavni cilj ure je bil, da na podlagi konkretnih izkušenj ugotovijo, kdaj je verjetnost dogodkov enaka.

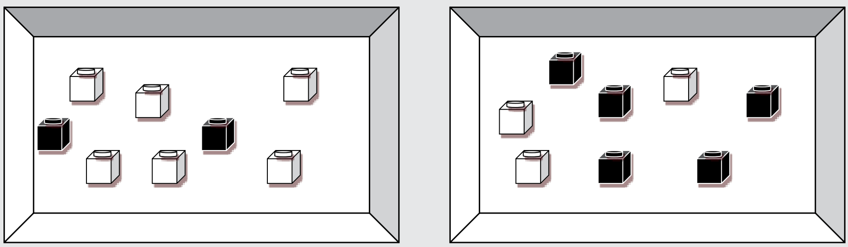
Učni list po prvi učni uri

OBKROŽI ŠKATLO, IZ KATERE NAJ DEČEK VLEČE, DA BI IZVLEKEL ČRNO KOCKO.

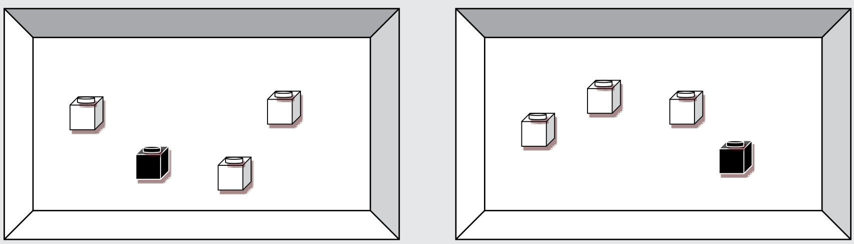
1. NALOGA



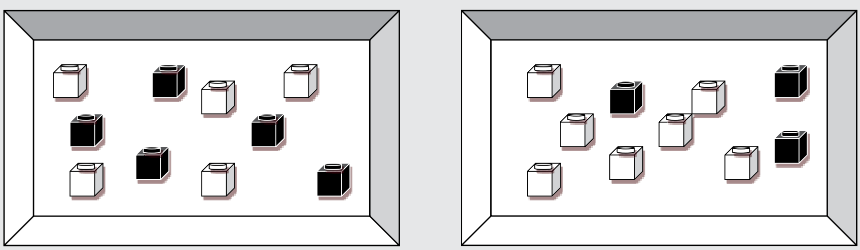
2. NALOGA



3. NALOGA



4. NALOGA



[Slika 1]

V uvodu so učenci obnovili zgodbo prejšnje učne ure in učiteljica je zgodbo nadaljevala:

Deček se je pravilno odločil za drugo škatlo in izvlekel pravo kocko, odklenil vrata, vendar v sobi ni bilo njegove mamice. Spet se je pojavil čarovnik in mu obljubil, da mu ne bo več nagajal, če še zadnjič izbere pravo vrečko in potegne iz nje modro kocko, ki so čarobne in odklenejo zaklenjena vrata. Povedal mu je, da so v prvi vrečki ***ena modra*** *in* ***tri bele*** *kocke, v drugi* ***ena modra*** *in* ***tri bele kocke*** *in v tretji ravno tako* ***ena modra in tri bele*** *kocke. Opozoril ga je, da mora med žrebanjem mižati. Iz katere vrečke naj deček vzame kocko? Iz prve, druge, tretje vrečke, ali je vseeno, iz katere? Zakaj?*

Tudi v tej zgodbi konec postavlja problem, v katero vrečko naj seže deček, da bi izvlekel modro kocko in s tem rešil mamico. Večina učencev je bila mnenja, da je vseeno, v katero seže, saj so v vseh treh vrečkah enake kocke (ena modra in tri bele). To so dokazali z izvlečenjem kock. Pravilno rešitev učiteljica pokaže tako, da na tabli obkroži slike vseh treh vrečk. Tudi v tem primeru je učiteljica morala opozarjati na poštenost izvlečenja.

Sledilo je zastavljanje novega problema, ki so ga skoraj vsi učenci narobe napovedali. Učiteljica je eno izmed treh vrečk z enako vsebino stresla v eno darilno vrečko, preostali dve vrečki pa v drugo darilno vrečko. Po zastavljenem vprašanju, v katero naj deček seže, da bi izvlekel modro kocko, je večina vprašanih po pričakovanju odgovorila, naj seže v drugo, ker je v njej več modrih kock. Po delitvi oddelka v dve skupini, razdelitvi eni skupini darilno vrečko s prvo vsebino, drugi skupini pa drugo, izvlečenju, zapisovanju rezultatov in poročanju so ugotovili, da je verjetnost enaka. Tudi tokrat je učiteljica na tabli obkrožila obe sliki. Učiteljica pove pravilo:

Če imamo tri vrečke, v katerih so enake kocke, in eno vrečko stresemo v eno škatlo, preostali dve vrečki pa v drugo, je vseeno, iz katere škatle vlečemo.

Učence opozori, da si ga morajo zapomniti. Učenci pri ponovitvi pravila niso imeli težav. Po enakem postopku so rešili še en primer (v prvi ena modra in štiri bele, v drugi pa dve modri in osem belih) in prišli do enakega rezultata. Ob koncu ure je učiteljica še enkrat preverila pomnjenje pravila in ugotovila, da so si ga učenci zapomnili.

Učenci so z zanimanjem sledili dogajanju. S konkretnimi izkušnjami so ugotovili, kdaj je verjetnost enaka, in si zapomnili dano pravilo.

Tretja učna ura

Učni načrt za matematiko v prvem razredu še ne vsebuje deljenja ali obravnave delov celote in s tem polovice (Učni načrt: Matematika, 2005; Učni načrt: Matematika, 2011), zato je bila ena šolska ura namenjena učenju pravičnega deljenja na polovico.

Ura se je začela z matematičnim problemom, kako pravično razdeliti na dva dela, in sicer dva modra in štiri rdeče žetone. Deljenje predmetov na konkretni ravni ni povzročalo težav. Nekaj več so jih imeli, ko so morali z obkrožanjem na listu pravično razdeliti naslikane predmete. Takrat so si vzeli nekaj več časa za premislek. Tudi pri deljenju predmetov naloge, kjer je bilo treba pravično razdeliti štiri rdeče in tri modre žetone, so poklicani učenci nekaj časa razmišljali, kaj naj naredijo, ko en predmet ostane. Skupaj so ugotovili, da se v tem primeru predmetov ne da pravično razdeliti, ne da bi enega pri tem razrezali. Sliko teh predmetov je učiteljica prečrtala in tako prikazala način reševanja učnega lista, načrtovanega za reševanje ob koncu učne ure (glej Učni list po tretji učni uri). Pri nadaljevanju pravičnega deljenja ni bilo težav. Skupaj so pravično razdelili žetone pri sedmih različnih nalogah.

Pri ponavljanju so vsi učenci želeli ponoviti pravilo, ki so si ga morali pri prejšnji uri zapomniti, in pri tem niso imeli težav. Učiteljica je na prvi list položila en moder in tri rdeče žetone, na drugi list pa dva modra in šest rdečih žetonov. Postavila je vprašanje, iz katere škatle naj vleče deček, če bi želel imeti moder žeton. Kljub poznavanju pravila je večina učencev menila, naj vleče iz druge, kjer je več modrih žetonov. Učiteljica je nato žetone iz prvega lista stresla v eno vrečko, eden izmed učencev pa je pravično razdelil žetone iz drugega lista v dve vrečki. Ko so si učenci ogledali tri vrečke in jih je učiteljica spomnila na pravilo, so ugotovili, da je vseeno, od kod bi potegnili žeton. Brez težav so na enak način rešili še en primer. Težava je ponovno nastala, ko so bile v prvi škatli ena modra in tri rdeče, v drugi pa ena modra in šest rdečih žetonov. Brez razmišljanja je nekaj učencev trdilo, naj sežejo v drugo škatlo. Šele ob izvlečenju (brez zapisovanja) so ugotovili, da je večja verjetnost, če bi vlekli iz prve škatle.

Za konec so morali rešiti učni list (glej sliko 2) in z obkrožanjem pravično razdeliti bele in črne kroglice na dva dela. Učenci pri tem niso imeli večjih težav. Zanimivo je, da so imeli največ težav s pravično delitvijo štirih črnih kroglic. Vzrok je bil verjetno v tem, da takšne naloge niso rešili skupaj. Pravilnost vseh nalog je med 88 % in 95 %, kar kaže na dosego zastavljenega cilja.

Po 40 minutah so torej skoraj vsi učenci pravilno rešili učni list in dokazali, da znajo pravično deliti. Učenci so bili pri delu motivirani, vendar je bila motiviranost v primerjavi s prejšnjima urama nekoliko nižja, saj so pri prejšnjih dveh urah, kjer so bile v ospredju vsebine iz verjetnosti, zelo uživali.

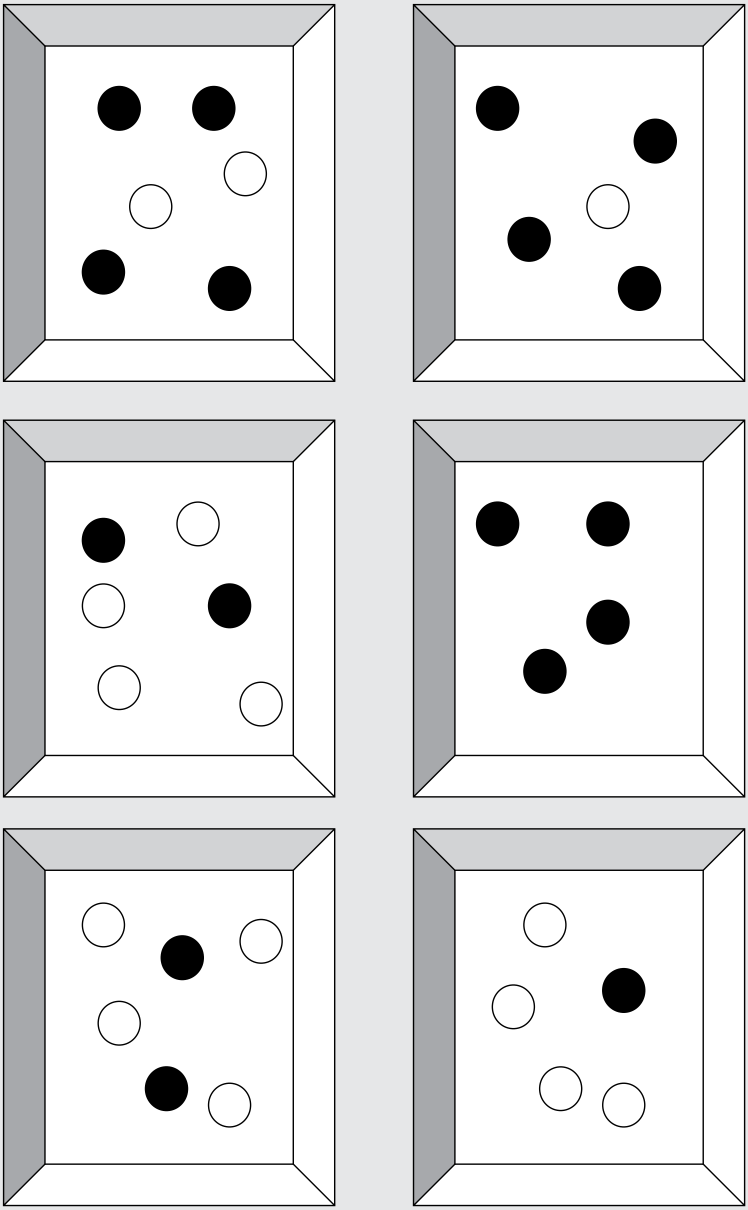
Četrta učna ura

Namen četrte učne ure je bil usvojiti začetni cilj, ki se glasi, da učenci pravilno napovedo dogodek, ko je verjetnost enaka. Ta ura je bila osredotočena na spoznavanje tehnike reševanja nalog, kjer je verjetnost enaka, in na preverjanje usvojenega znanja.

Za začetek je učiteljica pokazala vrečki in pritrdila na tablo sliki, kjer sta v prvi vrečki dve rdeči in tri bele kocke, v drugi vrečki pa štiri rdeče in šest belih kock. Približno polovica učencev je pravilno napovedala, da je vseeno, iz katere vrečke naj vlečemo, da bi izvlekli rdečo kocko. Učenci so pošteno vlekli, hkrati pa navijali in se razveselili vsake rdeče izvlečene kocke. Vsak je moral iz vsake vrečke izvleči dve kocki, da je bila razvidna ustrezna rešitev. Na tabli je učiteljica obkrožila sliki obeh vrečk in ponovno nakazala način reševanja učnega lista. Med drugim so učenci znali razložiti, zakaj je vseeno, iz katere vrečke se vleče (kocke lahko pravično razdelimo v tri vrečke z enako vsebino). To so naredili tudi na konkretni (delitev kock na tri enake dele) in slikovni ravni (z obkrožanjem kock na slikah).

Učni list po tretji učni uri

PREČRTAJ ŠKATLI, KJER SE ŽOG NE DA PRAVIČNO RAZDELITI.



[Slika 2]

Na enak način so rešili še dva primera, kjer je bila verjetnost enaka. Pri tem učiteljica poda navodilo, ki ga bodo morali upoštevati pri reševanju učnega lista. Navodilo se glasi:

Najprej obkroži vse kroglice iz škatle, kjer jih je manj, potem pa s pravičnim obkrožanjem razdeli kroglice iz škatle, kjer jih je več. Če ugotoviš, da so povsod obkrožene enake kroglice, je verjetnost enaka in takrat obkrožiš sliki obeh škatel.

Tako kot predhodne naloge so začeli reševati tudi naslednja dva primera, vendar so pri pravičnem deljenju ugotovili, da se kroglic (kjer jih je več) ne da pravično razdeliti ali pa kroglice, ki so obkrožene, niso številčno in barvno enake neobkroženim kroglicam, zato je učiteljica pravilo dopolnila:

Ko se kroglic ne da pravično razdeliti ali pa kroglice, ki so obkrožene, niso enake, dobro poglej obe škatli in premisli, v katero škatlo bi segel.

Učenci, ki so hodili k tabli, so razumeli navodila in jih upoštevali. Nekaj jih je imelo težave, ko je bilo treba z obkrožanjem pravično razdeliti večje število kroglic. Nekateri niso vedeli, kaj naj naredijo, ko so ugotovili, da se kroglic ne da pravično razdeliti. Skupaj so rešili devet različnih primerov. Po rešeni zadnji nalogi so se učenci posedli za svoje mize, učiteljica jim je ponovno podala navodilo in sledilo je reševanje preizkusa znanja. Brez večjih težav so učenci po navodilu obkrožali kroglice, potem pa niso obkrožili škatel, zato je morala nekatere učence na to opozoriti učiteljica.

Rezultati

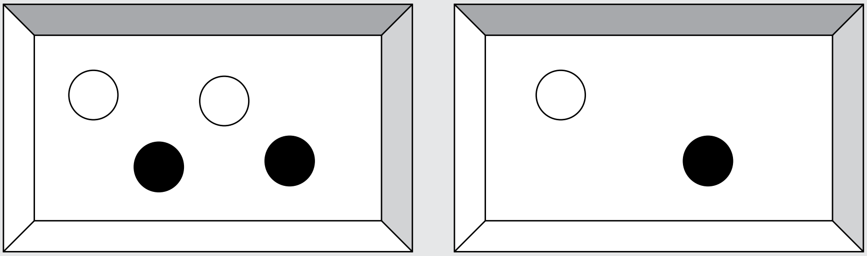
Učenci so po štirih urah matematike reševali preizkus znanja (glej sliko 3). Navodilo za reševanje vseh štirih nalog je enako, kot je bilo navodilo za reševanje primerov, ki so jih reševali med učno uro. Rezultati reševanja tega učnega lista so prikazani v grafu 1.

Iz grafa 1 je razvidno, da je velika večina otrok (86,8 %) prvo nalogo pravilno rešila, saj so obkrožili obe škatli (pred sistematičnim učenjem enake verjetnosti jih je nalogo pravilno rešilo 14,9 %). Enak odstotek (86,8 %) otrok je pravilno rešilo tudi drugo nalogo, kjer je bila pravilna rešitev druga škatla, v kateri so bile dve črni kroglici in štiri bele, v prvi škatli pa se bile le štiri bele kroglice. Prva škatla tretje naloge je vsebovala eno črno in dve beli kroglici, medtem ko je druga škatla vsebovala eno črno in šest belih kroglic. Pravilna rešitev je prva škatla, za katero se je odločilo 76,5 % sodelujočih otrok, kar je med drugim razvidno iz grafa 1. Pravilna rešitev zadnje naloge je bila, da je vseeno, iz katere škatle vleče, saj je bila v prvi škatli ena črna in dve beli kroglici, medtem ko sta bili v drugi škatli dve črni in štiri bele kroglice. Ponovno je največ učencev (64,7 %) pravilno rešilo to nalogo (pred sistematičnim učenjem 14,9 %). Iz grafa 1 se da med drugim razbrati, da je skoraj 75,8 % otrok pravilno rešilo prvo in četrto nalogo, kjer je bila verjetnost enaka, celoten preizkus znanja pa je pravilno rešilo skoraj 80 % sodelujočih učencev.

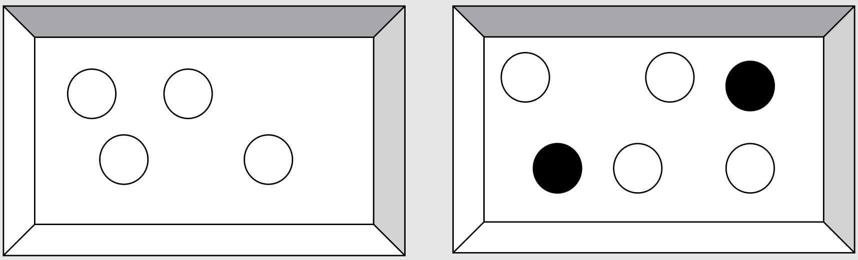
Preizkus znanja oz. učni list po četrti učni uri

PREČRTAJ ŠKATLI, KJER SE ŽOG NE DA PRAVIČNO RAZDELITI.

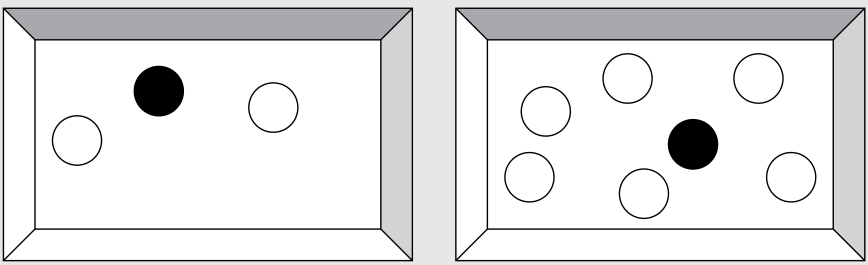
1. NALOGA



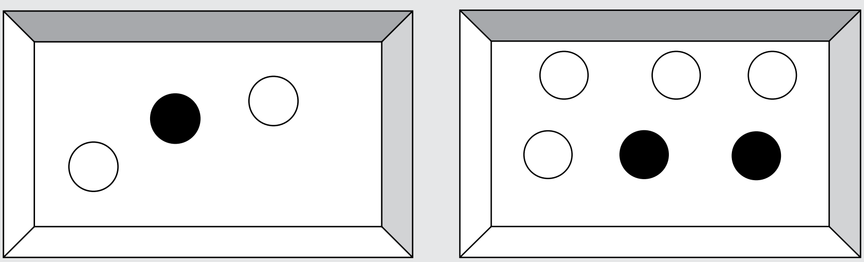
2. NALOGA



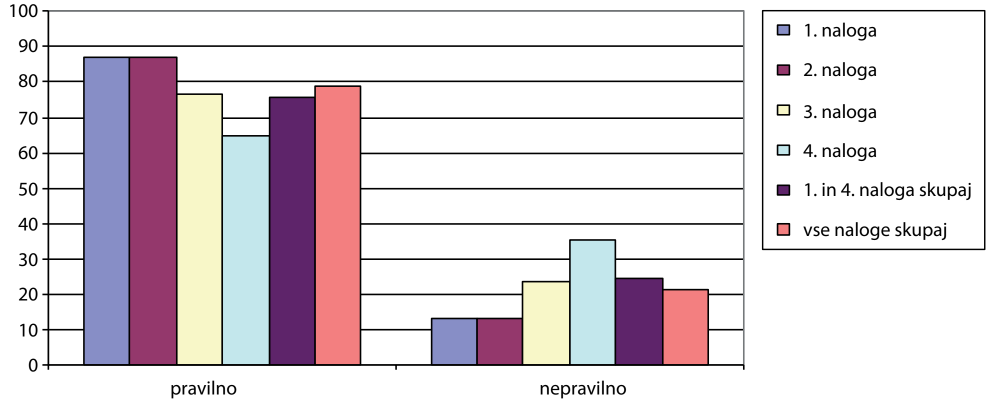
3. NALOGA



4. NALOGA



[Slika 3]



[Graf 1] Uspešnost reševanja preizkusa znanja

Rezultati četrte naloge so v primerjavi s prvo, kjer je bila verjetnost izvlečenja črne kroglice ravno tako enaka, nekoliko slabši, saj je prvo nalogo pravilno rešilo 86,8 % otrok. Razlog za to bi lahko bilo večje število elementov in njihova postavitev na sliki. Pri prvi nalogi so bile kroglice postavljene tako, da je bilo že iz slike hitro razvidno, kako se pravično razdeli kroglice. V drugi škatli četrte naloge pa so bile kroglice bolj 'razmetane', zato so imeli učenci težave s pravično razdelitvijo kroglic.

Če primerjamo rezultat 1. naloge in nalogo s predhodnim testiranjem, kjer je bila verjetnost ravno tako enaka, je razlika očitna in statistično pomembna ($\chi 2 = 75{,}358$, $p < 0{,}01$), saj je pri prvem merjenju le 14,9 % otrok pravilno rešilo nalogo, kjer je bila verjetnost enaka. Tudi ob primerjavi 4. naloge in predhodnega testiranja je razlika statistično pomembna ($\chi 2 = 42{,}802$, $p < 0{,}01$). V obeh primerih gre za statistično pomembno razliko v korist preizkusa znanja, opravljenega po poučevanju, kar pomeni, da so bili učenci po štirih učnih urah sistematičnega učenja enake verjetnosti uspešnejši kot pri predhodnem testiranju (pred sistematičnim učenjem enake verjetnosti). Ugotovili smo tudi, da med spoloma ni statistično pomembnih razlik.

ε Zaključek

Iz predstavljenih rezultatov lahko sklepamo, da je bila oblikovana metoda uspešna in ni imela negativnega učinka, tako kot ga je imela Fischbeinova. Bila je posebej oblikovana za to starostno skupino, upoštevala je predznanje in sposobnosti učencev, jih motivirala za delo, temeljila je na konkretnem delu in bila je tudi časovno prilagojena. Dokazali smo torej, da je mogoče tudi mlajše otroke naučiti določenih vsebin iz verjetnosti. Tudi mlajšim otrokom je smiselno ponuditi ustrezne izkušnje s področja verjetnosti, izbrati primerno motivacijo in dejavnosti prilagoditi njihovim sposobnostim. Tako si pridobijo znanje in ustrezne izkušnje, ki imajo številne

ζ Viri in literatura

1. Cotič, M. (1999). Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
2. Fischbein, E. in Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? Educational studies in mathematics, 1 (1), 1–24.
3. Fischbein. E., Pampu, I. in Manzat, I. (1970). Comparison of ratios and the chance concept in children. Child development, 41 (2), 377–389.
4. Hodnik Čadež, T. (2003). Pomen modela reprezentacijskih preslikav za učenje računskih algoritmov. Pedagoška obzorja, 18 (1), 3–21.
5. Hodnik Čadež, T. (2004). Vloga konstruktivizma pri oblikovanju matematičnih pojmov na razredni stopnji. V Marentič Požarnik, B. (ur.), Konstruktivizem v šoli in izobraževanju učiteljev (str. 321–336). Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete.
6. Kurikulum za vrtce. (1999). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
7. Marentič Požarnik, B. (2000). Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
8. Plut Pregelj, L. (2000). Analitično-logično in pripovedno mišljenje: nujni sestavini izobraževalno vzgojne dejavnosti (Pomen znanstvenega dela Jeroma S. Brunerja za teorijo in prakso učenja in poučevanja). Sodobna pedagogika, 51 (2), 138–156.
9. Škrbec, M. (2008). Vsebine iz verjetnosti v prvem triletju osnovne šole. Magistrsko delo, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.

10. Učni načrt. Program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. (2005). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
11. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. (2011). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

Matematika v duhu novega spremljanja napredka učenca

Mathematics in the spirit of new monitoring of pupils progress

Irena Rola - Bek
Osnovna šola Sv. Ana

Σ Povzetek

V prispevku je prikazana pot od načrtovanja do izvajanja formativnega spremljanja. Opisani so koraki, po katerih smo skozi projekt prehajali, vključeni so izdelki in zapiski učencev, pa tudi primer učne ure formativnega spremljanja pri matematiki. Nadalje so zapisana spoznanja, pozitivne strani in pomanjkljivosti ali težave, na katere smo naleteli. Glavni cilj našega dela je bil na podlagi portfolia – zbirke dosežkov izdelati predstavitveno zbirko dosežkov, ki naj bo učencu vodilo in kazalnik lastnega napredka.

Ključne besede: portfolio, samoevalvacija, ocenjevanje, napredek učenca

Σ Abstract

My paper is a report of my approach to formative assessment. It describes the steps we have taken during the execution of the project, it includes the pupils' portfolios and an example of a lesson of mathematic. I am also describing and analyzing our observations, the 'pros' and the 'cons' or better yet, the positive effects and sides of formative assessment and the troubles we have encountered. The main goal of our work and research was based on the portfolio, which is supposed to serve as a guide and an indicator of the pupils' progress.

Key words: *portfolio, evaluation, pupil's progress*

α Uvod – gremo na pot formativnega spremljanja

Odgovornost za lastno znanje ali neznanje zelo radi preložimo na nekoga tretjega. Vzroke ali izgovore za slabe ocene in neznanje pogosto iščemo povsod drugje, samo na sebe ne pokažemo. Takšni so bili pred nami, takšni smo bili mi, pa tudi naši učenci niso nič drugačni.

Doseči odgovornost pri učencih za lastne uspehe ali neuspehe je zelo težko. Pogojeno je vsekakor tudi s starostjo otroka. Iti v smer samoocenjevanja in samovrednotenja lastnih izdelkov bi se pred dvajsetimi leti mogoče zdelo utopično, pred desetimi leti smo na široko in z vseh pogledov spoznavali samoevalvacijo v okviru projekta »PORTFOLIO« tako učitelja kot učenca, danes pa se podajamo v še neraziskana področja formativnega spremljanja lastnega dela in dosežkov učenca.

Vsi se zavedamo, da je ocenjevanje znanja lahko zelo stresno za učenca, zelo zahtevno pa tudi za učitelja. Dr. Natalija Komljanc ugotavlja: »*Učenci, starši in učitelji želijo boljši sistem ocenjevanja znanja v procesu pouka. Strokovni delavci si zato poskušajo pridobiti spretnosti za individualno ocenjevanje znanja.*« [Komljanc, 2008]

Vedno se znajdemo pred dilemo: »Sem ocenila pravilno, sem upoštevala vse vidike učenčevega znanja, sem 'iskala' znanje?« Včasih se mi namreč zazdi, kot da smo iskalci žlahtnih kovin: nenehno kopljemo in iščemo, le redko pa kaj najdemo. Dr. Komljančeva prav tako povzema, da »učitelji želijo, da bi znali čim učinkoviteje povratno informirati posameznega učenca v procesu njegovega učenja«. [Komljanc, 2008]

Vključiti v ocenjevanje učenca je vsekakor napredek za celoten učni proces. »Ali je otrok sposoben oceniti sebe in svoje izdelke? Ali si zna zadati cilje in poiskati poti, po katerih jih bo dosegel?« Odgovor na ti vprašanji je lahko preprost: zato smo tukaj mi učitelji, da ga usmerjamo, vodimo, mu svetujemo, se z njim dogovarjamo …

Prepričana sem, da je učitelj tisti, ki postavi neke meje in okvirje, so me pa učenci prijetno presenetili, saj so tudi mlajši znali poiskati cilje, ki bi jih želeli doseči, prav tako pa so bili dobri v iskanju poti za dosego zastavljenih ciljev.

Spremljanje napredka v petih korakih

Dela sem se lotila v šestih razredih pri matematiki, in sicer z učenci, ki jih je pred mano spremljala kolegica v četrtem in petem razredu. Projektu sem se namreč priključila prav zato, da bi nadaljevala njeno delo. Učenci so torej že imeli nekaj izkušenj, prav tako pa so bili na sodelovanje pripravljeni starši. Oboje sem povabila k sodelovanju in jih obenem seznanila s tem, kako se bomo skupnega dela lotili pri matematiki (s temi učenci smo se namreč srečevali samo pri tem predmetu).

V začetku so bili nekoliko zadržani, potem pa so me v celoti prijetno presenetili.

Naj na kratko opišem naše delo po korakih.

1. korak – načrtovanje

Prvi korak pri našem delu je bil torej medsebojno spoznavanje. V tej skupini petih učencev sta bila učenec s posebnimi potrebami in učenka z izredno visokimi učnimi sposobnostmi. Drugi trije so bili povprečni učenci.

Z učenci (izbranimi petimi za spremljavo) smo se najprej dobili in »predebatirali«, kaj nas sploh čaka. Analizirali smo dotedanje njihove izkušnje, prosila pa sem jih, da mi zaupajo tudi vse težave, na katere so pri tem delu že naleteli. Ob pogovoru smo odkrili, kako so to počeli do takrat in kako so že vajeni formativnega spremljanja, kaj njim pomeni ocenjevanje, kakšne ovire in težave jih spremljajo, s kakšnimi strahovi se srečujejo in pa seveda tudi, kaj jim je bilo pri delu všeč.. Tudi jaz sem jih seznanila z metodami, oblikami, načini dela, ki jih najpogosteje uporabljam pri urah, predvsem pa z načini preverjanja in ocenjevanja znanja. Želela sem tudi, da izvedo, na kak način bomo zbirali in vrednotili dosežke in napredek. Pričakovali smo namreč predvsem napredek in rast posameznika, vsaj jaz sem imela tak cilj. Pozneje sem spoznala, da so si za to prizadevali tudi učenci.

Ponudila sem jim možnost ustvarjanja portfolia učenca, s čimer so se strinjali in celo dali nekaj predlogov.

2. korak – zapisovanje dosežkov

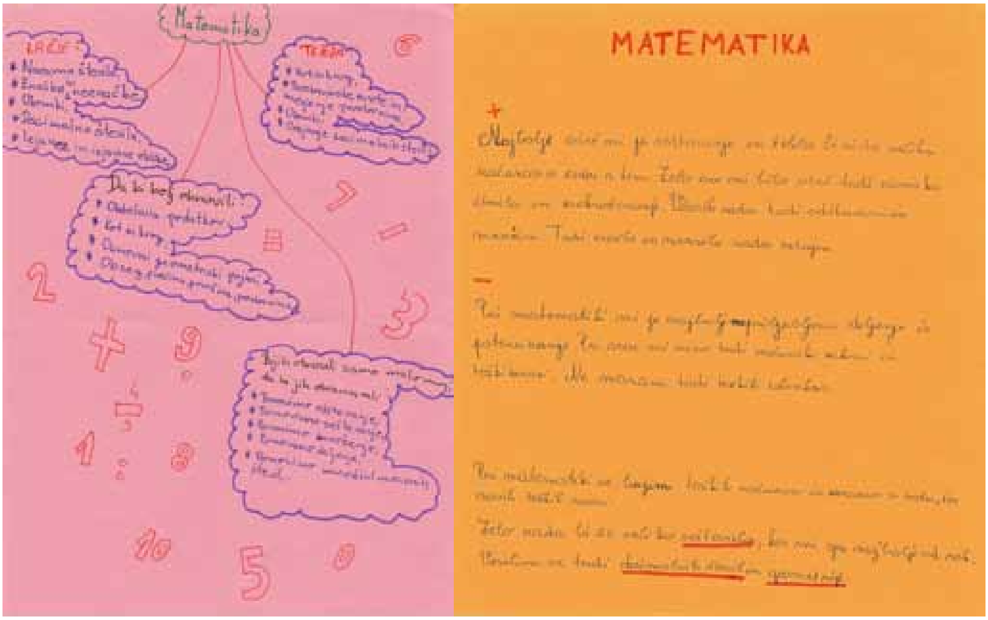
Dogovorili smo se za zapisovanje dosežkov v tabele. Oblikovali smo jih na računalniku, vsakemu učencu izdelali svojo in so identične že predlaganim v okviru projekta. Tabele smo tudi natisnili in jih dali v mape za portfolio. Vanje smo vpisovali ročno, učenci in jaz, potem pa to prenesli v računalnik.

3. korak – močna in šibka področja

In že smo bili pred prvo zahtevnejšo nalogo. Skupaj smo pregledali in predelali letni načrt za matematiko v 6. razredu. Pomagali smo si tudi z učbenikom, saj je učencem to bližje, če vidijo konkretno snov in primere. Sledila je prva »domača naloga« za učence: pripraviti so morali zapise o močnih in šibkih predznanjih, kaj bi se želeli naučiti in načine, kako se najraje učijo. Iskala sem torej ne le vsebine, ampak tudi proces. Učenci so namreč različni po dojemanju in sprejemanju. Tako poznamo tipično vidne ali slušne tipe otrok, pa tudi take, ki lahko kombinirajo oba načina. Prepričana sem namreč, da

Močna predznanja (Kaj znaš?) Priloga(+)	**Šibka predznanja (Česa še ne znaš dobro?)** Priloga(-)
Vsebina učenja. (Kaj bi se učil?) Priloga - Miselni vzorec	**Proces učenja (Kako bi se rad učil?)** Priloga - Miselni vzorec Slabši učni rezultati - Zakaj?
Delovna zbirka dosežkov. (S čim bi pokazal, kaj res znaš?) - Rezultati ustnega spraševanja	Predstavitvena zbirka dosežkov. (Oceni svoje dosedanje delo!) - razmišljanje učenke - ustno spraševanje, kopije PZ
Druga opažanja, zanimivosti, dogodki,...: - učenka je v začetku šol. leta pokazala izredni interes za delo in sodelovanje - oktober: pri ustnem ocenjevanju odlični rezultati, opravili analizo - januar: učenki je delavnost popustila, analizirali sva vzroke za pojav nižjih ocen	

[Slika 1] Obrazec za spremljanje učenca



[Slika 2] Primera zapisov močnih in šibkih področij ter pričakovanj učencev

prilagoditev procesa učenja bistveno vpliva na dosežke in napredek.

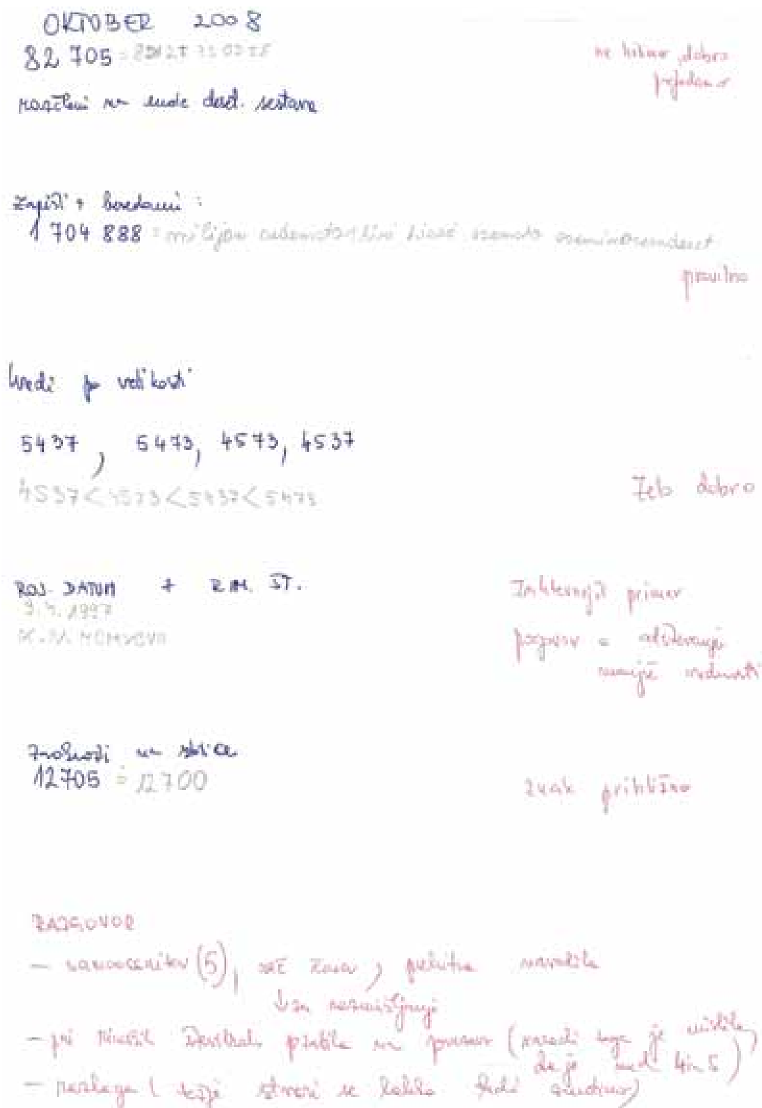
Izredno so me presenetili z izdelki, ki so jih prinesli. Zapisi močnih in šibkih predznanj (mi smo jih označili kot + in –) so bili dobri, domiselni in dodelani. Nekateri so pripisali še svoja pričakovanja.

Poleg petih vključenih učencev sta zapise oddali še dve učenki, ki sta se želeli priključiti, ker jima je bilo to načrtovanje všeč. Z delom in dejavnostmi sem seznanila celoten razred in povedala, kaj bomo delali v okviru tega projekta. Učenci so namreč morali vedeti, kaj se pri urah matematike dogaja in zakaj so nekoliko drugačne. Z našim delom je bila seznanjena tudi razredničarka, s katero sva ves čas tesno sodelovali.

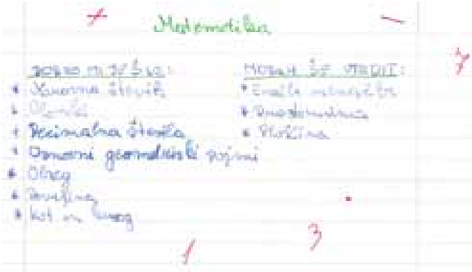
4. korak – zbiranje dosežkov

Spremljanje dela učencev ni nekaj novega v šolskih sistemih. Mnogi tuji poznajo različne oblike. Dr. Komljančeva omenja način spremljanja v Franciji, kjer kot novost uvajajo *»osebno knjigo za vsakega učenca s ciljem sledenja razvoja znanja in doseganje kompetenc«.[Komljanc,2009]* Tudi mi smo sledili tej ideji. V mapi dosežkov – portfoliu so se tako zbirali izdelki učencev, domače naloge, ki so jih uspešno opravili, zapiski ustnih ocenjevanj s komentarji, lepo izdelani učni in delovni listi, pa tudi kak »spodrsljaj« smo dodali, kot opomin na to, da se je treba za izboljšanje potruditi.

Navdušeni so bili predvsem nad ocenjevanjem in pogovorom po ocenjevanju, kjer smo podebatirali, kaj je šlo »v redu«, kje so še pomanjkljivosti in kaj je treba še nadgraditi. Tukaj moram še povedati, da smo do konca šolskega leta razširili sodelovanje, saj so nekateri učenci v razredu sami izrazili željo po vključitvi. Tako sem razgovore ob ustnem ocenjevanju razširila na celoten razred, nekateri pa so si »gradili« celo portfolio. Moj način ustnega ocenjevanja je namreč tak, da učenec prisede k moji mizi in na list papirja odgovarja, piše in riše. Tako smo proti koncu šolskega leta že pri vseh učencih opravili pogovor o oceni za posredovano znanje. Vsekakor sem se trudila, da bi pri učencu poiskala znanje, učenci pa so imeli občutek, da soodločajo o dobljeni oceni in da imajo nanjo večji vpliv. To pripomore tudi k večji objektivnosti in zadovoljstvu. Učenec namreč bolj kritično ovrednoti svoje znanje in tudi razume, zakaj je dobil tako oceno.


OKTOBER 2008
82 705
1 704 888
pravilno
5437, 5473, 4573, 4537
4537<4573<5437<5473
Zelo dobro
ROJ. DATUM + EM. ŠT.
Zanimiv primer
12705 ≐ 12700
znak približno
ZAGOVOR

[Slika 3] *Primer zapisov pri ustnem ocenjevanju s komentarji učiteljice*



[Slika 4] Ugotovitve ob izdelavi predstavitvene zbirke dosežkov

5. korak – predstavitvena zbirka dosežkov

Tako je nastajala zbirka dosežkov, ki smo ji ob koncu šolskega leta dodali še sklepni komentar – kaj smo pridobili, kje bo še treba nadgraditi …

Pregledali smo celotno zbirko delovnih dosežkov in učenci so samo izbrali tiste, ki so jih uvrstili v predstavitveno zbirko dosežkov. Za konec so nekateri zapisali, kaj so pridobili in kaj morajo še nadgraditi. Z delom smo bili zadovoljni vsi vključeni.

Primer iz prakse

Primer učne ure matematike – utrjevanje učne snovi!

Učence najlažje spremljamo pri urah utrjevanja in ponavljanja, seveda si ne smemo zadati pretežkega dela in od začetka spremljati res tiste,ki so vključeni v spremljavo, pozneje pa to razširiti na druge v razredu. Tudi nas ne sme biti strah med uro kaj zapisati, vnesti opombe, da po koncu ure lažje evalviramo in ovrednotimo napredek učencev.

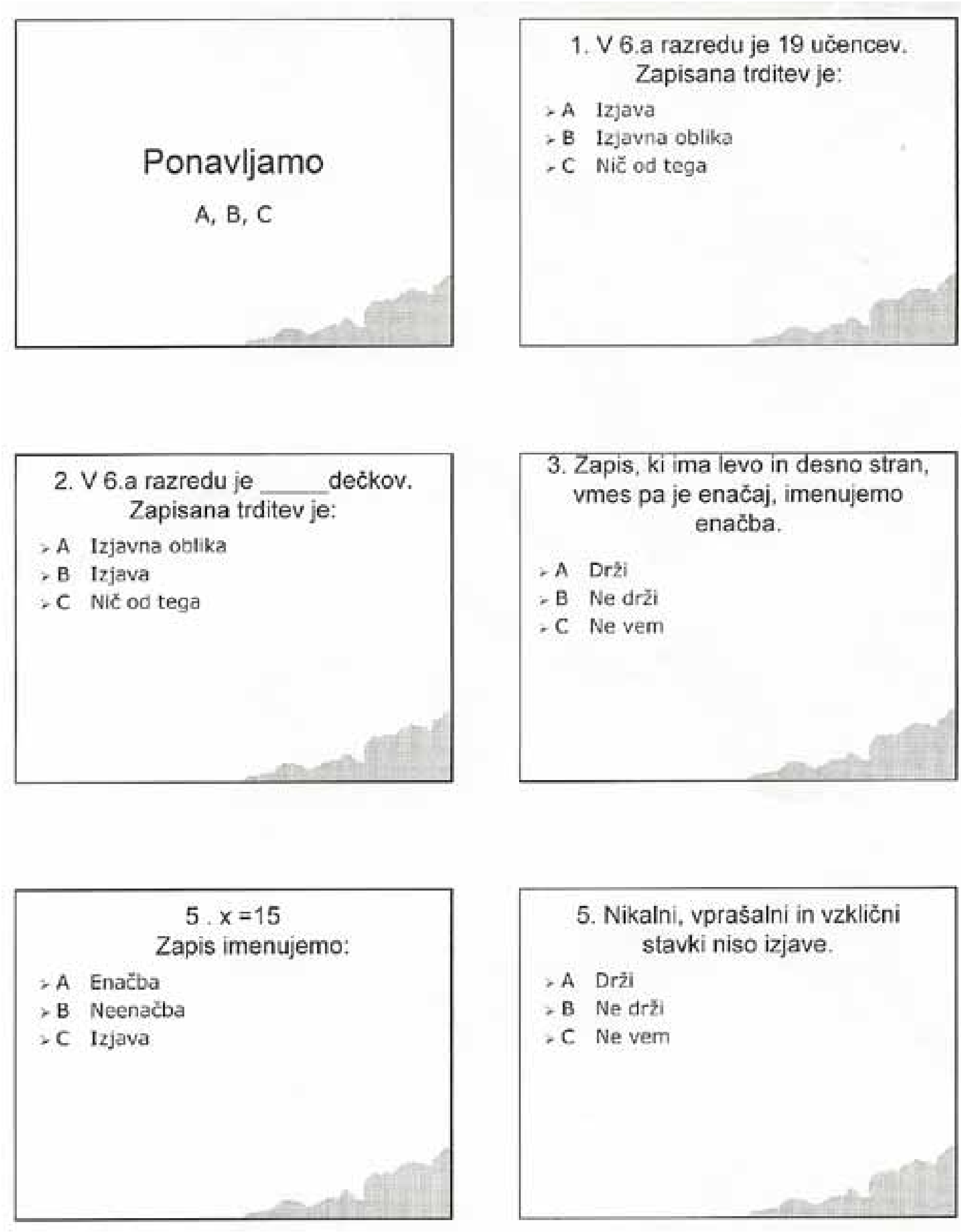
Ker sem opisala in priložila že primer ustnega ocenjevanja pri uri matematike, bi zdaj še na kratko opisala izvedbo učne ure, ki je bila prilagojena formativnemu spremljanju sodelovanja in napredka učencev pri utrjevanju učne snovi. Gre za učno uro utrjevanja enačb po predelanem poglavju. Besedilu prilagam učno pripravo, zato o zgradbi ure ne bi veliko govorila.

UČNA PRIPRAVA ZA POUK MATEMATIKE V 6. RAZREDU

Zap. št. ure: 34	**Datum: 11. 11. 2008**
Tema: Aritmetika in algebra	
Sklop: Enačbe in neenačbe	
Naslov poglavja v učbeniku: Enačbe in neenačbe	
Vsebina: Enačbe – reševanje. Utrjevanje	
Cilji: • poiskati množico rešitev enačbe v odvisnosti od osnovne množice, • enačbo rešiti s premislekom in s tabelo, • zapisati enačbo po besedilu naloge in jo rešiti, • na podlagi zapisanega besedila poiskati pripadajoči zapis enačbe, • uriti se v reševanju enačb, • razvijati medsebojno komunikacijo in sodelovanje.	
Učne oblike: – frontalna – individualna, delo v dvojicah	**Učne metode:** razgovor, razlaga diskusija delo z besedilom , sodelovalno učenje, raziskovanje
Učni pripomočki: DL, ZN 1, kartončki z nalogami, kartončki za kviz (A,B,C), LCD-projektor, računalnik	

I. UVOD	OPOMBE
1.1 Pregled in analiza domačega dela. **1.2** Ponovitev o izjavah in izjavnih oblikah, o osnovni množici in množici rešitev, o enačbah in rešitvah enačbe. **1.3** Enačba – reševanje enačb: diagnosticiranje (izvedba kviza – vprašanja z danimi tremi odgovori, učenci dvigajo kartončke). - Ponovitev osnovnih pojmov: izjava, izjavna oblika, enačba, rešitev enačbe ... - Iščemo rešitev enačbe, dana je U. - Reševanje enačb s premislekom.	**Učne metode:** razgovor listki: A, B, C spremljava razgovor, delo z besedilom
III. UPORABA, UTRJEVANJE **3.1** Učenci so razporejeni v dvojice ali trojke na podlagi predznanja. **1. naloga:** kartončki z nalogami – iščejo pare: prvi učenec izbere besedilo in poišče pravilen zapis enačbe, drugi učenec ga spremlja in preveri rešitev. (besedilo enačbe in zapis). Za pomoč pokličejo učiteljico. **2. naloga:** reševanje enačb – zopet dobijo naloge in zapise rešitev na kartončkih in iščejo pare. **3. naloga:** zahtevnejše naloge iz reševanja enačb, tako kot prej, rešujejo s premislekom. **4. naloga:** če ostane čas – naloge v DZ ali kratka preveritev znanja.	delo z besedilom homogene dvojice – pomoč učencem s težavami, spremljanje dela pomoč delitev nalog, svetovanje razdelim naloge
IV. POVZETEK **4.1** Pregled in analiza dela, pojasnitev morebitnih težav in nejasnosti, ponovitev pridobljenih znanj.	razgovor
V. DOMAČA NALOGA **5.1** UČ str. 54/nal. 8, 9 **5.2** DZ str. 47, 48/nal. 9 – 11	navodila
VI. ANALIZA **6.1** Razgovor z vodjo projekta, ravnateljem, sodelavkami in drugimi člani projekta. Razgovor z učenci o počutju in dosežkih – pridobljenem znanju in veščinah.	razgovor diskusija

Na začetku ure smo s pomočjo stenske projekcije odgovarjali na zastavljena vprašanja. Učenci so z dviganjem kartončkov (A,B, C) posredovali pravilni odgovor. Vključeni in dejavni so bili vsi učenci, jaz pa sem dobila povratno informacijo o njihovem predznanju.



[Slika 5] Primeri za stensko projekcijo (kviz)

V nadaljevanju ure so v homogenih dvojicah reševali naloge na kartončkih. Izmenjavali so vlogo učenca in učitelja, moje pomoči skoraj niso potrebovali. Zato sem ta čas izkoristila za spremljavo in zapiske o delu spremljanih učencev.

Na koncu so učenci rešili dve kratki nalogi. Rešitve sem pregledala in o njih poročala v naslednji učni uri. Na zadnji strani preverjanja so zapisali nekaj besed o svojem počutju pri uri.

PREVERJANJE

1.naloga: reši enačbo s premislekom!

a) $3 \cdot x = 18$ $x =$ ______

b) $18 - x = 4$ $x =$ ______

2.naloga: Dana je univerzalna množica, zapiši množico rešitev dane enačbe!

$U = \mathbb{N}$ $2 \cdot x + 5 = 7$ $R =$ ___________

$8 : x = 3$ $R =$ ___________

Iz povratne informacije na hrbtni strani preverjanja sem razbrala kar nekaj zanimivosti o njihovem počutju pri uri. Predvsem jim je bilo všeč, da so lahko izbirali težavnost nalog, da so bili v homogenih dvojicah in da so se lahko »igrali« učitelja. Delo je namreč potekalo ob pomoči nalog na listkih – kartončkih tako, da je eden v paru nalogo reševal, drugi pa ga je spremljal in preverjal. Potem sta vlogi zamenjala. Potek dela in sodelovanje učencev sem lažje spremljala, ker so učenci imeli pripravljen velik nabor nalog in ni bilo treba dajati sprotnih navodil. Ob obhodih smo se samo pogovorili o morebitnih težavah ali zadovoljstvu, ker so že veliko rešili. Seveda pa sem bila še posebej pozorna na spremljane učence. Tudi jaz sem ob koncu ure čutila zadovoljstvo, saj so učenci pokazali znanje pri reševanju enačb, predvsem pa mi je uspelo zabeležiti veliko informacij ob spremljanju učencev. Tudi pogovor po izvedeni uri s članicami tima in zunanjimi obiskovalci mi je lastna občutja samo potrdil.

β Sklep

Generacije se menjavajo, novosti in spremembe v šolstvu se kopičijo, mi pa ostajamo na svojem delovnem mestu. Če želimo slediti trendom in se prilagajati spremembam, moramo biti z njimi seznanjeni, zato je sodelovanje v različnih projektih nujno. Prav v tej smeri razmišlja v svojem prispevku **S formativnim spremljanjem do večje kakovosti učenja in poučevanja** tudi mag. Sonja Zajc:« *Želimo si, da bi mladi razvijali svoje znanje, razumevanje, veščine, vedenje in vrednote in tako postali navdušeni in samostojni učenci, ki se bodo sposobni učiti vse življenje in se spoprijemati z zahtevami sodobnega časa.« [Zajc, 2009]*

Ko se zdaj ob koncu projekta sprašujem, kaj mi je sodelovanje prineslo, sem z ugotovitvami zadovoljna. Spoznala sem nekaj novih ljudi, z njimi navezala stike, izmenjala izkušnje, predvsem pa drugače gledam na ocenjevanje učenčevega dela in napredka. Ocenjevanje je že samo po sebi zahtevno, če pa si ga lahko olajšamo in izboljšamo, je to velik napredek, nam in otrokom je to dal ta projekt. Svoje pridobitve in znanja bom poskušala prenesti tudi na kolege, ki v projektu niso sodelovali, predvsem pa bom delo nadgrajevala pri sebi in pri učencih. Samo upam lahko, da mi bo uspelo in da bo ocenjevanje postalo čim manj stresno in prijazno do otrok, pa tudi do nas samih. Predvsem pa si želim, da pridobljeno znanje prinese zadovoljstvo v medsebojne odnose in komunikacijo učenec – učitelj. Sama sebi in vsem sodelujočim želim ob koncu reči: »Pogumno naprej!«

ζ Literatura

1. Komljanc, N., Zajc, M. (2009). Didaktika ocenjevanja znanja: vodenje procesa ocenjevanja za spodbujanje razvoja učenja; zbornik 2. mednarodnega posveta v Celju. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana.
2. Komljanc, N. (2008). Didaktika ocenjevanja znanja: razvoj didaktike na področju ocenjevanja znanja; zbornik prispevkov. Zavod RS za šolstvo.Ljubljana.

Moja izkušnja poučevanja slepe učenke

Teaching a blind schoolgirl - My experience

Jasna Malnar
Osnovna šola J. Hudalesa
Jurovski Dol

Σ Povzetek

V članku je opisano, kako sem se kot učiteljica matematike srečala s poučevanjem slepe učenke v tretji triadi redne osnovne šole. Slepih učencev v redni osnovni šoli je vsak dan več. Ker nisem zasledila literature, kjer bi bila opisana specifika predmeta, sem imela v začetku veliko težav. Želela bi, da bi bil moj članek v pomoč tistim, ki bodo v redni šoli poučevali slepe in slabovidne otroke.

Ključne besede: slepi in slabovidni učenci, matematika

Σ Abstract

The article describes how I was confronted with the task of teaching a blind schoolgirl as a teacher of mathematics in the third triennium of primary school. Blind pupils are growing in numbers in regular primary school. In the beginning I had a lot of trouble because I couldn't find literature which would describe the specifics of my subject. I wish that my article could offer some help to all those who will be confronted with the task to teach blind and weak-sighted children in regular school.

Key words: *blind and weak-sighted pupils, mathematics*

α Uvod

Integracija otrok s posebnimi potrebami je sestavni del vzgoje. Zakonodaja iz leta 2000 omogoča otrokom in mladostnikom s posebnimi potrebami vključevanje v običajne oblike izobraževanja. S tem se zmanjšujejo ovire in omogoča slepim in slabovidnim otrokom enakovredno sodelovanje v izobraževalnem procesu.

Slepi oz. slabovidni otrok tako dosega cilje programa redne osnovne šole. Potrebuje le drugačne metode, pripomočke, prijeme in poti za dosego istega učnega standarda.

Zelo pomembno pri vključitvi takega otroka pa je dobro sodelovanje vseh: učenca, učitelja, staršev in zavoda za slepo in slabovidno mladino. (Brvar, 2010)

β Pripomočki za poučevanje

Računalnik za slepe

Učenka se je na OŠ Jožeta Hudalesa Jurovski Dol vpisala v šolskem letu 2002/2003. Šolanje je uspešno končala junija 2010.

[Slika 1] Prenosni računalnik, na katerega je priključena brajeva vrstica

S pomočjo specialnih pedagogov je v petem razredu že znala uporabljati računalnik z brajevo vrstico.

To je računalnik, na katerega so dodane zunanje enote in programska oprema tako, da ga lahko uporablja slepa oseba. (Brvar, 2010) Učenka je uporabljala naslednje enote in opremo:

Brajeva vrstica – dodatna oprema, ki slepemu posreduje informacije, ki jih mi vidimo na zaslonu. Slepi z njeno pomočjo bere besedilo z zaslona v brajici. (Brvar, 2010) Slabost tega je edino, da brajeva vrstica ne omogoča izpisa nadpisano (npr. x^2) in podpisano (npr. a_1). To pomeni, da so zapisi enovrstični.

Brajev tiskalnik – tiska besedilo v brajici in tipne prikaze.

Bralnik zaslona – bere, kar je trenutno na zaslonu in informacijo spremeni v govor (program JAWS).

Učenka je bila z računalnikom zelo spretna in je lahko sledila pouku. Vso aritmetiko in algebro je delala z računalnikom.

Zvočno računalo

Zvočno računalo je učenka dobila v sedmem razredu. To je računalo, ki učenca usmerja z zvokom tako, da mu bere števila, ki jih vpisuje v računalo. Učencu tudi ponovi število, če pritisne posebno tipko. Tudi rezultat učencu bere in ga lahko po potrebi večkrat ponovi. (Brvar, 2010)

Ker je bila učenka z zvočnim računalom zelo spretna, je s tem zelo skrajšala čas reševanja posameznih nalog.

[Slika 2] Zvočno računalo

Pripomočki za poučevanje geometrije

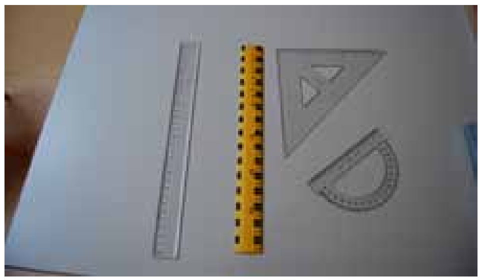
Več truda kot v računanje je bilo treba vložiti v geometrijo. Tu si z računalnikom nismo mogli veliko pomagati, saj slepi slik na računalniku ne morejo brati. Pri geometriji sem se odločala za kombinacijo računalnika in drugih pripomočkov, ki so mi bili na voljo. To pa so:

- Tabla za risanje na pozitivno folijo – s tipom lahko učenec to folijo bere in nanjo tudi riše.
- Šestilo – s kovinsko konico, ki omogoča risanje na pozitivno folijo.
- Ravnila – z izboklinami, da lahko slep učenec bere.
- Drugi pripomočki, ki jih je učenka uporabljala:

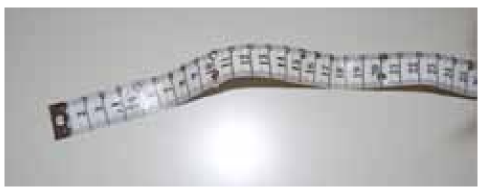
Druge učne pripomočke za boljšo predstavo sem izdelovala sama sproti. Like sem ji risala na blokpapir z lepilom mekol, ki ga je lahko tipala. Geometrijska telesa sem uporabljala.

[Slika 3] Tabla za pozitivno risanje in ravnilo, s katerim učenka riše in meri

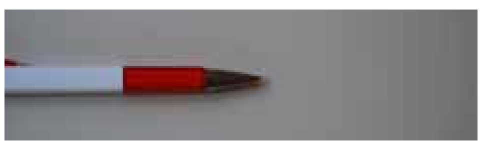
[Slika 4] Šestilo za risanje na pozitivno folijo



[Slika 5] Ravnila, namenjena slepemu učencu



[Slika 6] Merilni trak



[Slika 7] Pisalo s kovinsko konico

γ Matematični zapis za slepe

Vse, kar se nam zdi enostavno, je treba slepemu razložiti. Mi ločimo matematični zapis od zapisa besedila. Otroku, ki ne vidi, je treba to nekako razložiti. Zato so vsi matematični zapisi zapisani v »Latexu«. To je program za zapisovanje matematičnih formul.

Vsak matematični zapis se vrine med dva dolarska znaka.

Primer 1:
$ 3 + 5 = $
Učenka ve, da mora izračunati izraz 3 + 5 in pred dolarski znak zapisati rezultat.

Primer 2:
Zapis za videče učence: Izračunaj neznani člen sorazmerja .
a) $ x : 4 = 5 : 10 $ b) $ 2 : 3 = 0,5 : x $
Zapis za slepega učenca:
Izračunaj neznani člen sorazmerja:
a) $ (2a + 5)^{2} = $
b) $ (a - 5)(a + 5)^{2} = $
Učenka si je znala med vrstice vriniti prazno vrstico in računati v stolpcu.

Primer 3:
Zapis za videče učence: Izračunaj.
a) $(3 - a)^2 =$
b) $(2a + 5)^2 =$
c) $(a - 5)(a + 5) =$

Zapis za slepega učenca:
Izračunaj.
a) $ (3 - a)^{2} = $
b) $ (2a + 5)^{2} = $
c) $ (a - 5)(a + 5)^{2} = $

Primer 4:
Videči učenci dobijo enačbo zapisano:
a) $4 - (2x + 6) = 3(x - 4)$
b) $\frac{(x+7)}{4} - \frac{(x-4)}{3} = 4$
Slepim se prilagodi zapis:
a) $ 4 –(2x + 6) = 3(x - 4) $
b) $ \frac{x +7}{4} -\frac{x - 4}{3} =4 $

Pri enačbah se pojavi problem tudi, ko mora učenec napraviti preizkus. Potrebuje namreč veliko časa, da najde začetni zapis enačbe, v katerega mora vstaviti rešitev. Z učenko sva težavo rešili tako, da sem ji pri enačbah pomagala in ji brala enačbe, ko me je prosila za pomoč.

δ Poučevanje

Matematiko sem jo začela učiti v petem razredu osemletke. Takrat sem od učiteljice nižje stopnje dobila navodila, kako delo z učenko poteka. Vendar pa si po pripovedovanju niti slučajno nisem znala predstavljati, kako bo delo v razredu potekalo. Ker sem ji bila tudi razrednik, je bilo zame toliko težje.

Prve priprave, prilagoditve in uporabiti vse, kar so mi povedali na seminarjih. Nemogoče!

Šele praksa ti prinese pravo znanje.

Priprava na pouk

Razlago je treba v celoti zelo natančno načrtovati in jo tako tudi izvajati. V pripravi si mora učitelj natančno zapisati, kaj ima slep učenec zapisano in kako boš to razložil. Za učenko je bilo treba pripraviti zapis na računalniku. Naloge, ki smo jih delali pri uri, sem učenki zapisovala v dokumentu (prepisala iz učbenika). Geometrijske naloge je treba pripraviti na pozitivno folijo.

Izvajanje pouka

Da lahko slep učenec sledi razlagi, se mora učitelj točno držati priprave. Takoj, ko želiš primer razložiti na drugačen način, se slep učenec izgubi v dokumentu. Sama sem ji pripravljala tako, da je definicije, ki smo se jih učili pri uri, učenka zapisovala sama.

Prilagoditi je treba način poučevanja tako, da tudi slepa učenka lahko sledi pouku. To pomeni, da je potrebno veliko več pripovedovanja (zdaj bom na tablo napisala …, slika prikazuje …).

Pri pouku je imela učenka na računalniku vklopljenega govorca, ki ji je pomagal, da se je lažje znašla v dokumentu. Na začetku, dokler se ne navadiš, je to za učitelja zelo moteče. Tudi zvočno računalo moti pouk. Zato sem učenki pripravila dokument tako, da je lahko večino brala z brajevo vrstico in ji dajala lažje primere računanja, ki jih je lahko rešila na pamet. Tako je bilo tega zvočnega predvajanja pri uri manj.

Dodatna strokovna pomoč

Težje primere z zvočnim računalom in govorcem pa sva z učenko delali individualno pri urah dodatne strokovne pomoči. To pomoč je imela enkrat tedensko.

Ker je bila učenka zelo vedoželjna, so bile te ure tudi zame zelo zanimive in poučne. Ko sem se znašla v stiski, kako neko stvar razložiti, mi je velikokrat iz zadrege pomagala kar učenka.

ε Za konec

Vse to se sliši zelo zahtevno, vendar pa sem se vsega zelo hitro navadila. Treba je bilo veliko moje volje in iznajdljivosti, saj je bilo včasih težko najti način, kako ji neko stvar predstaviti. Seveda pa je pri tem zelo pomembna tudi volja učenke.

Tako lahko danes s ponosom povem, da je usvojila vse minimalne standarde znanja, veliko temeljnih pa tudi nekaj zahtevnejših in tako uspešno končala deveti razred.

ζ Viri in literatura

1. Brvar, R. Dotik znanja: Slepi in slabovidni učenci v inkluzivni šoli. Prva izdaja. Ljubljana: Modrijan, 2010. ISBN 978-961-241-435-1

Vizualne prezentacije pri pouku matematike

Visual presentations at mathematics lessons

Suzana Tomšič Mavrič
Osnovna šola
Janka Podežnika,
Maribor
Samo Repolusk
Fakulteta za naravoslovje
in matematiko,
Univerza v Mariboru
Bojan Hvala
Fakulteta za naravoslovje
in matematiko,
Univerza v Mariboru

Σ Povzetek

V članku predstavimo osem delovnih listov, namenjenih obravnavi izbranih matematičnih vsebin s pomočjo vizualnih prezentacij, torej pretežno s slikami oziroma z zaporedji slik. Možne pozitivne učinke tovrstnega pristopa komentiramo glede na tri članke, ki jih predstavimo v uvodu.

Ključne besede: Vizualne prezentacije, utemeljevanje in dokazovanje, pouk matematike, delovni listi

Σ Abstract

In the article we present eight worksheets designed for introducing certain mathematical concepts with the help of visual representations, which are carried out primarily with images or sequences of images. The possible positive effects of such an approach are commented with the help of three relevant articles presented in the introduction.

Keywords: *Visual representations, reasoning and proof, teaching mathematics, worksheets*

α Uvod s predstavitvijo izhodišč

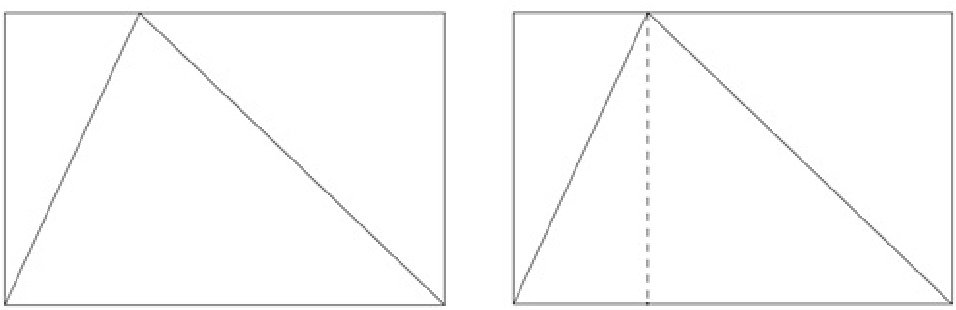
V članku želimo predstaviti nekaj primerov uporabe vizualnih prezentacij pri pouku matematike. Tovrsten vizualni pristop k matematiki, torej pristop brez mnogo besed (včasih celo povsem brez njih) in brez veliko računanja, se nam zdi primeren za občasno uporabo pri pouku matematike, še posebej pa pri delu z nadarjenimi učenci. Pristop se nam zdi dragocen, med drugim zato, ker razbija določene stereotipne predstave o matematiki, ker predstavljene dejavnosti vključujejo širši spekter in pomenijo celovitejše doživetje, ter zato, ker do že znanih rezultatov pripelje po alternativnih poteh, kar utrjuje vtis o enovitosti resnic v matematiki.

V nadaljevanju bi želeli pravkar zapisane prednosti vizualnih prezentacij postaviti v širši kontekst. Pri tem se bomo oprli na poudarke treh v matematični javnosti sorazmerno odmevnih člankov.

P. Lockhart in matematikova tožba

V svojem znamenitem članku P. Lockhard (2002) izjemno pronicljivo ocenjuje in kritizira prevladujoče stanje na področju poučevanja matematike. Avtor je leta 1990 doktoriral iz matematike in po nekaj letih univerzitetne kariere odšel poučevat na osnovno šolo. Ne glede na to, da njegov članek uradno ni bil nikoli objavljen, je po svojem nastanku krožil med matematiki ter sprožal razmišljanja in burne debate. Pozneje so ga objavili na spletni strani združenja *Mathematical Association of America (MAA)*. To je vplivno mednarodno združenje matematikov, raziskovalcev in učiteljev z različnih šolskih nivojev. Na spletni strani *MAA Online* ima svoj kotiček slavni matematik Keith Devlin, čigar knjige poznamo tudi v slovenskih prevodih. Lockhardov članek je bil objavljen prav v tem kotičku in Keith Devlin ga je v svojem uvodniku imenoval »*dinamitni članek*«.

Članek se začne s primerjavo matematike z glasbo in slikarstvom. Če bi stanje na področju poučevanja matematike preslikali na področje glasbe, bi bila slika po mnenju avtorja naslednja. Učenci pri uri glasbe ne bi prepevali, tudi glasbenih odlomkov ne bi poslušali, ampak bi se učili pisanja not, durovih in molovih lestvic, transformacij iz zapisa v violinskem ključu v zapis v basovskem, transkripcij iz enega dura v drugega in podobno. Za pravo glasbo je namreč tako na osnovnošolski kot tudi na srednješolski ravni še prezgodaj, nanjo se je treba teoretično pripraviti. V nadaljevanju avtor s predstavljeno prakso ostro polemizira in namesto množice rutinskih formalizmov predlaga matematiko tukaj in zdaj. Njegovo ključno poanto nam lahko simbolizirata naslednji dve sliki.



[Slika 1] Ploščina trikotnika.

Sama dejstva pogosto niso tako zelo pomembna, kot je pot do njih (še posebej, če ta pot dejstvo ne le dokaže, ampak tudi pojasni, približa in omogoči, da ga resnično doživimo). To, da je ploščina trikotnika enaka polovici produkta osnovnice in višine, kot samo dejstvo ni tako ključno, kot je ključno ustaviti se pri levi sliki in potegniti črtkano navpičnico na desni. S to potezo matematika zazveni kot glasba. Skratka, manj formalizma in več pravih matematičnih idej, ki so dosegljive, podobno kot pri glasbi, že na osnovnih šolskih ravneh.

»Najbolj žalosten del vseh šolskih reform so poskusi, da bi »naredili matematiko zanimivo«. Matematika ***je že zanimiva****, in to bolj, kot smo to zmožni prenesti.« (Lockhard, 2002, str. 8)*

P. K. Murphy in poučevanje kot prepričevanje

V reviji *Theory into practice* je leta 2001 izšla serija člankov, ki je obravnavala pogled na poučevanje, ki ni le sprejemanje novih informacij, ampak predvsem težnja k premiku v učenčevih osebnih stališčih.

»Jasno je, da beseda prepričevanje vzbuja več asociacij in da vse niso pozitivne. Tako prepričevanje lahko razumemo kot sistematično vplivanje na mnenje nekoga, celo kot speljevanje ali manipulacijo. Prepričevanje v našem kontekstu bomo razumeli kot izvabljanje sprememb v razumevanju ali stališčih glede določenih idej ali predpostavk. Tako opredeljeno ima prepričevanje veliko skupnega z duhom sodobnega izobraževanja, po katerem želijo učitelji prepričati svoje učence v pomen vedenja ali razumevanja ter vplivati na razvoj oz. spremembo njihovih stališč glede različnih konceptov.« (Murphy, 2001, str. 224)

V tem duhu npr. poučevanje literature ni več pretežno nizanje novih avtorjev in njihovih del. Bolj ključno si je vzeti čas za premik v učenčevem osebnem pogledu na literaturo. Če učitelju uspe preboj na ravni učenčevega globalnega stališča o pomenu branja, je dosežen veliko daljnosežnejši cilj.

Podobno bi se veljalo posvetiti učenčevi globalni predstavi o tem, kaj matematika pravzaprav je, in se spoprijeti z nekaterimi s tem povezanimi zakoreninjenimi predsodki.

L. M. Berman o poučevanju in poeziji

L. M. Berman primerja poezijo in poučevanje ter najde in analizira mnoge vzporednice.

»Kot poezija tudi poučevanje temelji na enotnosti misli in občutkov. Kot poezija tudi poučevanje temelji na sestavljanju, izdelovanju, ustvarjanju. Kot poezija tudi določene vrste poučevanja temeljijo na celovitem doživetju.«

»Pesnik običajno ne živi na robu življenja, ampak poskuša izbrskati, kaj leži v naših najglobljih razpokah, kar nam daje smisel, kaj sproži žalost, kar nam daje zagon in kaj določa smer.« (Berman, 1999, str. 18)

V nadaljevanju avtorica razmišlja o elementih, ki ustvarjajo dobro literaturo, in jih primerja z elementi, ki zagotavljajo dober pouk. Pri tem najde in natančno analizira nekaj skupnih elementov.

»Vabim vas, da skupaj pretehtamo nekaj lastnosti, pomembnih za dobrega pesnika in poezijo, in za katere verjamem, da označujejo tudi dobrega učitelja in poučevanje. Med temi lastnostmi so: (a) da je pričevalec, ki z nami deli resnico, (b) da je naklonjen skrivnosti, (c) da povezuje pogovore srca in pameti, (d) da daje glas neizrečenemu, (e) da uživa v presenečenju.« (Berman, 1999, str. 18)

Kot dobra literatura torej tudi dober pouk ne sme ostati na obrobju učenčevega življenja, ključno je, da ga premaknemo bliže k centru. Kot dobra literatura mora tudi dober pouk pomeniti celovito doživetje, s prepletom emocij, razuma, skrivnosti in presenečenja.

V drugem delu članka bomo predstavili nekaj delovnih listov, preko katerih bomo z uporabo vizualnih prezentacij izpeljali, dokazali ali ilustrirali nekaj matematičnih dejstev. Postopke, ki jih bomo izvajali med reševanjem delovnih listov, bomo komentirali glede na predstavljena uvodna stališča. Bolj kot pomen izpeljanih dejstev in celovitost njihovih dokazov nas bo zanimalo, ali z uporabo tovrstnih metod lahko predstavimo matematiko, ki zazveni; ali na ta način lahko posežemo v svet učenčevih predstav o matematiki in ali je tako mogoče s perifernega področja učenčeve percepcije vstopiti na področje bliže centru.

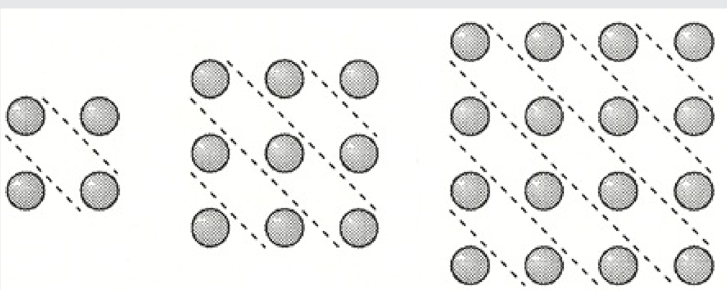
β Delovni listi s primeri vizualnih prezentacij

V tem razdelku bomo predstavili osem delovnih listov, primernih za delo z učenci na različnih stopnjah izobraževanja. Nekateri od delovnih listov so primerni za samostojno delo učencev, drugi so spet primernejši za skupinsko vodeno raziskovanje. Vsakemu delovnemu listu sledita skica rešitve in komentar.

Vzorci in vsote

Delovni list 1 a)

i. Opazuj število pik v kvadratnem vzorcu, ki je enako vsoti števila pik po diagonalah. Katero zakonitost lahko na tej podlagi izpeljemo? Zapiši zveze za narisane primere in ugotovitev posploši.
ii. Izračunaj vsoto: 1 + 2 + 3 + … + 59 + 60 + 59 + … + 3 + 2 + 1.



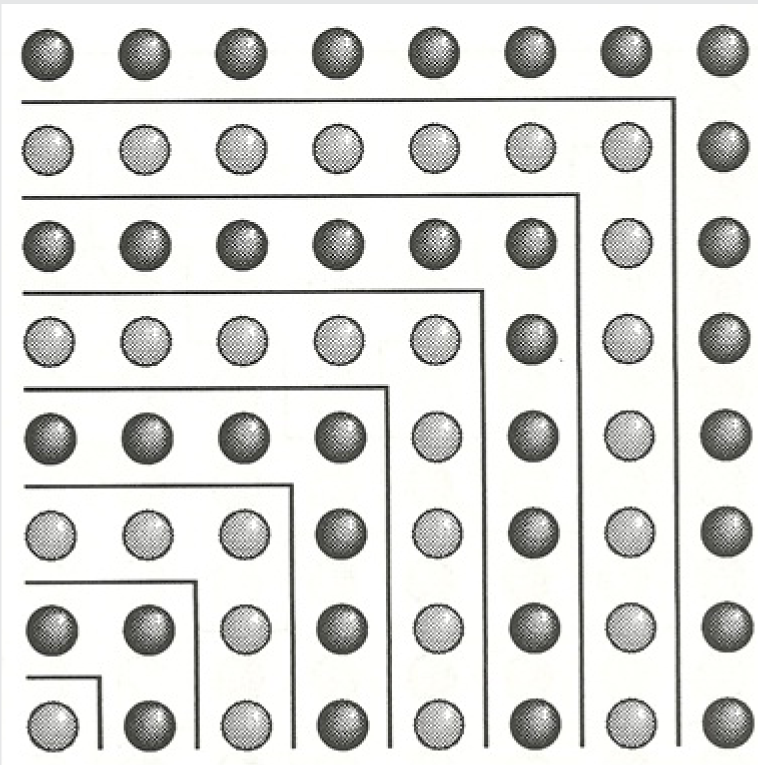
[Slika 2] Kvadratni vzorec in diagonale.

Rešitev: Iz dane prezentacije je razvidno, da za poljubno naravno število n velja $1+2+\ldots+(n-1)+n+(n-1)+\ldots+2+1=n^2$

Če namreč v vzorcu z $\boldsymbol{n^2}$ pikami seštevamo število pik po diagonalah, dobimo ravno vsoto na levi. Od tod sledi, da je vsota iz točke ii. enaka $\mathbf{60^2 = 3600}$.

Delovni list 1 b)

Opazuj število pik v celotnem vzorcu in število pik na zarisanih območjih v obliki črke L. Do kakšnih sklepov lahko pridemo na tej podlagi? Nalogo reši na konkretnem primeru in ugotovitev nato posploši.



[Slika 3] Kvadratni vzorec in L-ji.

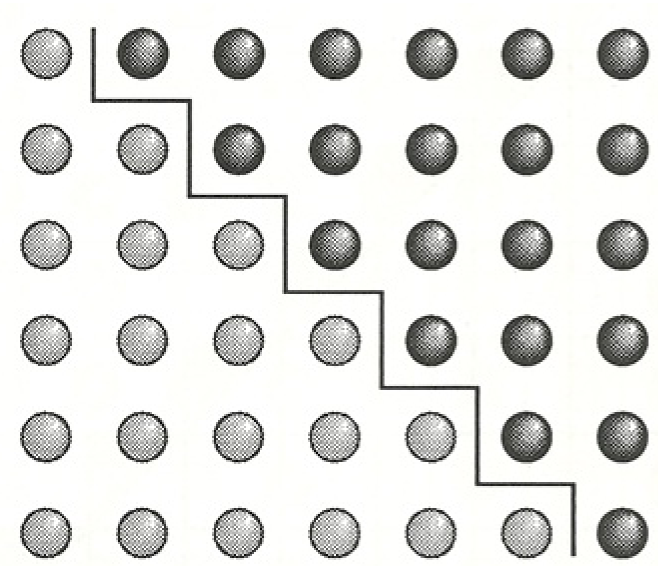
Rešitev: V narisanem primeru opazimo, da velja $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 8^2 = 64$. V splošnem imamo kvadratni vzorec z n^2 pikami. Vse te pike sestavljajo n vzorcev v obliki črke L s po $1, 3, \ldots, 2n\text{-}1$ pikami. Zato je

$1+3+5+...+(2n-1)=n^2$

Izpeljali smo torej obrazec za vsoto prvih n lihih naravnih števil.

Komentar: Reševanje tovrstne naloge predstavlja kompleksno doživetje. Začnemo z opazovanjem vzorca, preidemo na matematični zapis, prepoznavanje zakonitosti in tvorbo hipoteze, sledi premislek, da vizualna prezentacija pravzaprav pomeni že kar dokaz zakonitosti pri konkretnem n. Končno sledi posplošitev na splošni n.

Če učenci že poznajo vsoto prvih n naravnih števil in z njo povezano Gaussovo zgodbo, je vprašanje o vsoti prvih n lihih števil še posebej smiselno. V tem primeru je smiselno, če oba rezultata tudi povežemo: vsoto lihih števil znova izračunamo tako, da od vsote prvih $2n$ naravnih števil odštejemo vsoto sodih števil. Ujemanje rezultatov oz. neodvisnost rezultata od pristopa utrjuje zavest o enovitosti resnic v matematiki, kar v pogovoru lahko še posebej izpostavimo. Če učenci vsote prvih n naravnih števil še ne poznajo, pa prvi delovni list omogoča, da to izpeljemo takole. Če vzorcu dodamo še eno najdaljšo diagonalo, dobimo zvezo $+2+\cdots+(n-1)+n+n+(n-1)+\cdots+2+1= n^2+n$, kar je dvakratna iskana vsota. Lahko pa na to temo pripravimo tudi novo vizualno prezentacijo, narejeno povsem v duhu Gaussove ideje:

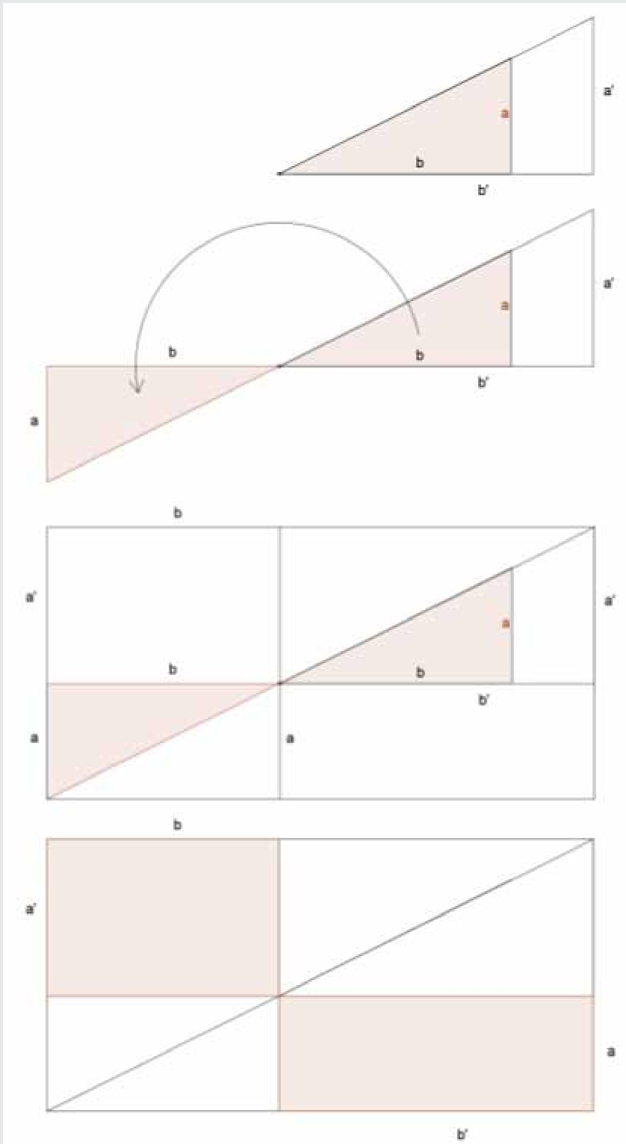


[Slika 4] Vsota prvih n naravnih števil.

Ob obravnavi vzorcev in z njimi povezanih števil velja opozoriti na zanimiv članek *Vzorci in zaporedja (Željko, 2003)* iz te revije, ki se v celoti ukvarja prav s to tematiko.

Delovni list 2

Na podlagi spodnjega zaporedja slik ugotovi odnos med katetami *a, b, a′, b′* dveh podobnih pravokotnih trikotnikov.



[Slika 5] Podobna pravokotna trikotnika.

Rešitev: Na zaključni sliki 5 imamo pravokotnik, razdeljen z diagonalo, in dva para skladnih trikotnikov. Ker diagonala razdeli pravokotnik na dva ploščinsko enaka dela in ker vsak od njiju vsebuje po en trikotnik iz vsakega od parov skladnih trikotnikov, se morata ujemati tudi ploščini preostankov, torej pobarvanih pravokotnikov. Velja torej:

$$a'b = ab'$$

Istoležni kateti sta zato v enakem razmerju:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

Komentar: Enakost razmerij je mogoče lepše doživeti v obliki enakosti produktov, sploh v osnovnošolskem ali poklicnem izobraževalnem programu. Tudi zgodovinsko bi tovrstna trditev, zapisana npr. v starem veku, utegnila biti predstavljena v obliki enakosti ploščin dveh pravokotnikov.

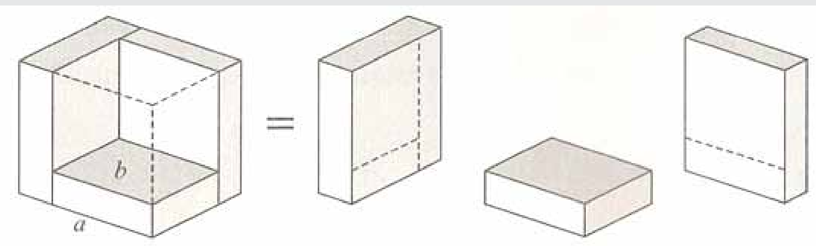
Morda ta niz vizualnih prezentacij ni toliko primeren za samostojno delo učencev kot za skupno razmišljanje razreda pod skrbnim vodstvom učitelja. Ta način prinaša tudi priložnost za razjasnitev in komentar nastopajočih podrobnosti, kot so: katero transformacijo ravnine smo izvedli v drugem koraku, kateri lik smo dobili po tretjem koraku, kaj sploh pomeni, da sta trikotnika podobna, kje v našem postopku smo to sploh upoštevali, kaj bi se zgodilo, če trikotnika ne bi bila pravokotna, ali kaj, če ne bi bila podobna itd.

Če bi dijaki poznali obrazec, po katerem je ploščina paralelograma enaka produktu stranic in sinusa vmesnega kota, bi lahko obravnavali tudi posplošeno verzijo te situacije, kjer osnovni trikotnik ne bi bil več nujno pravokoten. Konfiguracijo bi v tem primeru v tretjem koraku dopolnili do paralelograma.

Razlika kubov

Delovni list 3

Telo na sliki na levi dobimo tako, da iz kocke s stranico *a* izrežemo kocko s stranico *b*. Dobljeno telo razrežemo na tri dele, kot kaže slika. Zapiši volumen telesa na dva načina in od tod izpelji znano zvezo.



[Slika 6] *Razlika kubov*

Rešitev. Telo ima prostornino $a^3 - b^3$. Razrezali smo ga na tri kvadre s prostorninami $a^2(a - b)$, $b^2(a - b)$ in $ab(a - b)$. Od tod dobimo

$$a^3 - b^3 = a^2(a - b) + b^2(a - b) + ab(a - b)$$

Izpostavimo (a - b) in dobimo znano formulo za razliko kubov:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

Komentar: Prvi del naloge, torej določanje volumnov treh sestavnih delov, je primeren za samostojno delo dijakov. Učni list je primeren za srednjo šolo, ko so dijaki že bolj vešči z obravnavo situacij, ko podatki niso konkretni, torej niso številski. Tudi algebraični zaključni korak tu ne bi smel več biti problematičen. Če bi se nalogo reševalo potem, ko je dobljeni obrazec že poznan in utrjen, se rezultat poveže s tem znanjem. Če dijaki tega rezultata še ne poznajo, pa bi veljalo opraviti preizkus izpeljanega obrazca z množenjem produkta na desni.

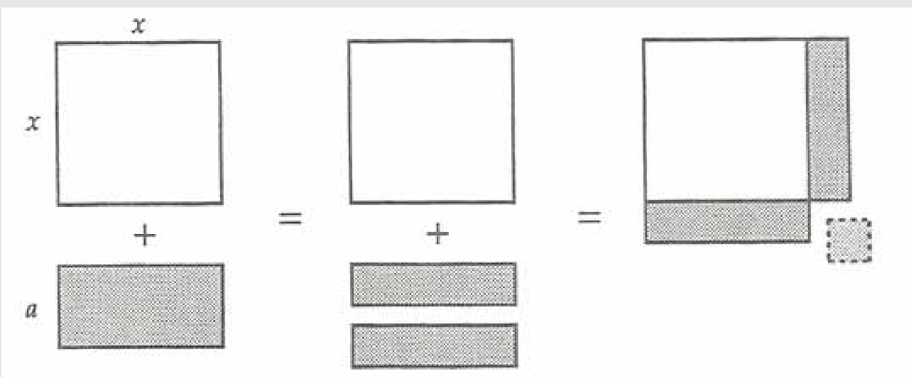
Dopolnjevanje do popolnega kvadrata

Delovni list 4

Pri obravnavi kvadratne funkcije smo spoznali postopek za dopolnjevanje izraza oblike $x^2 + ax$ do popolnega kvadrata: $x^2 + ax = (x + \frac{a}{2})^2$.

Zapisano enakost predstavi z vizualno prezentacijo. Nariši kvadrat s stranico x in pravokotnik s stranicama x in a ter ju preoblikuj tako, da bo enakost vizualno čim bolj nazorno predstavljena.

Rešitev:



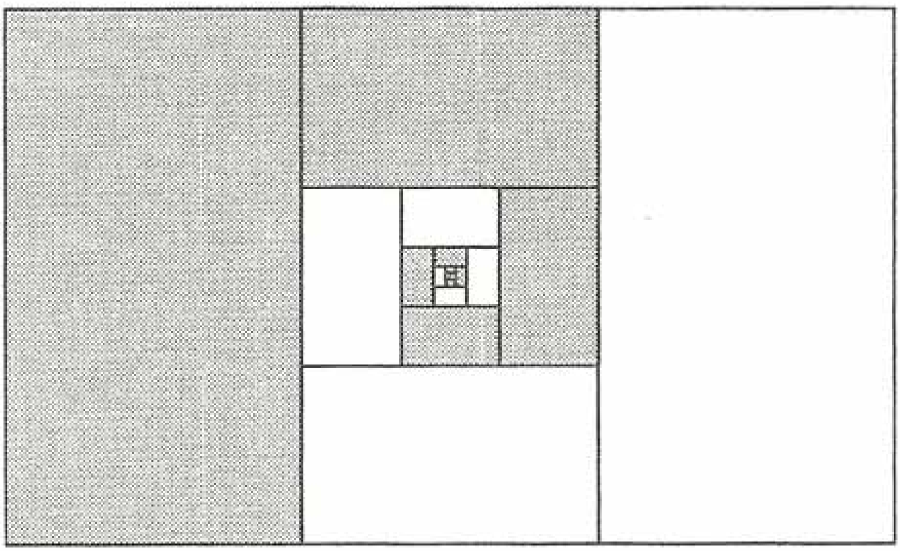
[Slika 7] Dopolnjevanje do popolnega kvadrata

Komentar: Primer smo tokrat namenoma obrnili: začeli smo z dijakom znano algebraično manipulacijo in od njih zahtevali ilustracijo z vizualno prezentacijo. Zelo verjetno je, da bo razmišljanje dijakov šlo v smeri od prve slike na tretjo in potem nazaj na drugo.

Delovni list 5

Pravokotnik z navpičnima daljicama razdelimo na tri enake dele, od katerih levo tretjino pobarvamo temno, desno pa pustimo svetlo. V drugem koraku postopek ponovimo v srednji tretjini, ki jo tokrat razdelimo na tri enake dele z vodoravnima daljicama. Zgornji del pobarvamo temno, spodnji del ostane svetel. V naslednjem koraku pa postopek nadaljujemo z navpičnima daljicama v preostali tretjini itd.

a) V vsakem koraku posebej premisli, kolikšen del celotnega pravokotnika je bil v tem koraku pobarvan temno.
b) Poglej sliko kot celoto: kolikšen del pravokotnika je na koncu pobarvan temno?
c) Katero zvezo smo na ta način izpeljali?



[Slika 8] Zaporedno barvanje tretjin pravokotnika.

Rešitev: Zaporedoma temno pobarvamo naslednje dele ploščine pravokotnika:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \frac{1}{3^4}, \dots$$

Iz slike 8 vidimo, da v *n* korakih obravnavamo celoten pravokotnik, razen drobnega pravokotnika v sredini, in da v neskončno korakih obravnavamo celoten pravokotnik, razen ene točke - presečišča diagonal. Pri tem izraz »obravnavamo« pomeni, da za ustrezne točke določimo, ali bodo pobarvane temno ali bodo ostale svetle. Na koncu je temno pobarvan del pravokotnika ploščinsko enak svetlemu delu pravokotnika. Zato je ploščina temno pobarvanega dela pravokotnika enaka ½ celotne ploščine pravokotnika. Od tod sledi, da je

$$\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^3+\ldots=\frac{1}{2}$$

Komentar: Naloga kombinira lokalni pogled na situacijo z globalnim pogledom. Pri vsakem koraku ostane v obdelavi tretjina pravokotnika iz prejšnjega koraka in tretjino tega pobarvamo temno. Na ta način zaporedoma dojamemo, kaj se zgodi pri vsakem posameznem koraku. Potem pa sliko pogledamo celovito. Beli in temni vzorec sta simetrična in zato zajemata enak del začetnega pravokotnika.

Zveze s sinusi in kosinusi

Delovni list 6

Delovni list 6: Narišemo (rdeči) pravokotni trikotnik s hipotenuzo 1 in kotom β. Temu spodaj dodamo (rumeni) pravokotni trikotnik s kotom α kot na sliki 9. Sliko dopolnimo do pravokotnika.

S kotoma α in β izrazi kateti rdečega trikotnika.
S kotoma α in β izrazi kateti rumenega trikotnika.
S kotoma α in β izrazi kot ε.
S kotoma α in β izrazi kateti oranžnega trikotnika.
S kotoma α in β izrazi dolžino dveh črtkanih daljic.
Dolžino dveh črtkanih daljic izrazi še z vsoto kotov $\alpha+\beta$.
Primerjaj rezultata v in vi. Kaj dobimo?

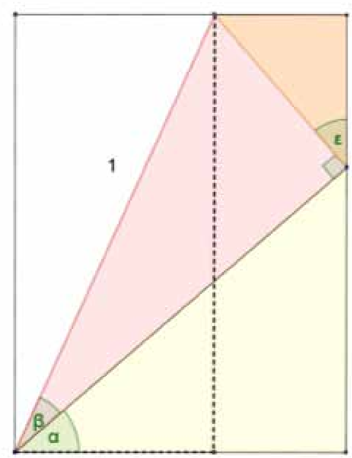
Rešitev: Kateti rdečega trikotnika merita $\sin\beta$ in $\cos\beta$, kateti rumenega pa $\sin\alpha\cos\beta$ in $\cos\alpha\cos\beta$. Kot $\varepsilon=\alpha$. Oranžni trikotnik ima zato kateti $\sin\alpha\sin\beta$ in $\cos\alpha\sin\beta$. Dolžina navpične črtkane daljice zato znaša $\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$, dolžina vodoravne črtkane daljice pa $\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$. V pravokotnem trikotniku s črtkanima katetama meri eden izmed kotov $\alpha+\beta$. Dolžina kotu nasprotne katete znaša $\sin(\alpha+\beta)$, dolžina kotu $\alpha+\beta$ priležne katete pa $\cos(\alpha+\beta)$.

Na tej podlagi dobimo:

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

To sta adicijska izreka za sinus in kosinus.



[Slika 9] Zveze s sinusi in kosinusi.

Komentar: Naloga je primerna v situaciji, ko dijaki izpeljana obrazca že predhodno poznajo. Predstavlja dobro vajo za utrjevanje sinusa in kosinusa v pravokotnem trikotniku. Če dijakom nalogo uspe dovolj suvereno opraviti, bi bilo morda ustrezno, da bi se z njimi pogovorili o morebitnih omejitvah na ta način izpeljanih adicijskih izrekov (denimo o velikosti kota $\alpha+\beta$.)

Neenakosti

Delovni list 7

Opazuj spodnjo sliko.

1. Zapiši zvezo, da je ploščina celotnega kvadrata enaka vsoti ploščin petih sestavnih delov.
2. Z neenakostjo izrazi odnos med ploščino celotnega kvadrata in štirih pravokotnikov.
3. Iz dobljene neenakosti izpelji oceno aritmetične sredine števil a in b.

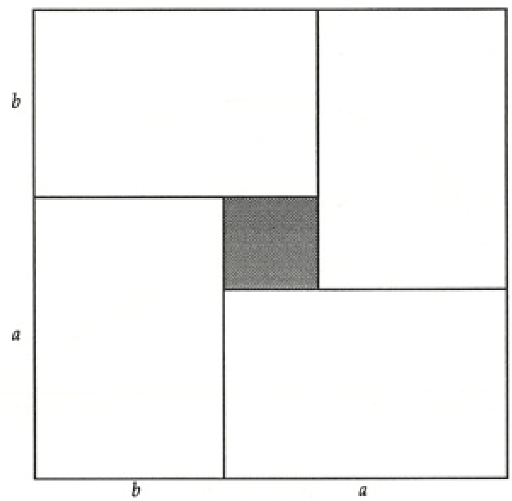
Rešitev:

1. $(a + b)^2 = 4ab + (a - b)^2$
2. $(a + b)^2 \geq 4ab$
3. $\sqrt{(a+b)^2} \geq \sqrt{4ab}$

$$(a+b) \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

Komentar: Naloga se začne z opazovanjem slike in prepoznavanjem nastopajočih količin. Nato izpeljemo zahtevani enakost in neenakost. Na podlagi neenakosti ocenimo vsoto in nato še aritmetično sredino dveh števil. Na drugi strani neenakosti nastopi geometrijska sredina dveh števil, kar posebej poudarimo in komentiramo.



[Slika 10] Kvadrat, razdeljen na štiri enake pravokotnike in en kvadrat.

Splošna geometrijska vrsta

Delovni list 8

Narišimo kvadrat $ABCD$ s stranico, dolgo 1, in na stranici BD izberimo točko U tako, da je $|BU| = r$. Presečišče premic DU in AB označimo z V.

1. Pokaži, da sta trikotnika AVD in CDU podobna.

Z raztegom s središčem v točki A in koeficientom r preslikamo štirikotnik $ABUD$ in dobimo štirikotnik $AB'U'D'$.

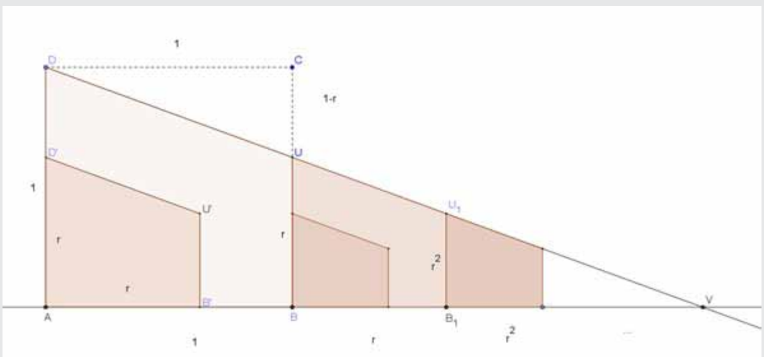
2. Pokaži, da leva in spodnja stranica štirikotnika $AB'U'D'$ merita r, zgornja stranica pa je vzporedna premici DU. Koliko meri desna stranica?

Če ta štirikotnik premaknemo za vektor AB, dobimo štirikotnik BB_1U_1U.

3. Pokaži, da točki U_1 in U ležita na daljici DV.

Postopek ponavljamo: Uporabimo razteg s središčem B in koeficientom r, z njim preslikamo štirikotnik BB_1U_1U, ga premaknemo za vektor BB_1 in dobimo štirikotnik $B_1B_2U_2U_1$ z levo in spodnjo stranico dolgo r^2. Postopek nadaljujemo …

- Premisli, čemu je enaka vsota $1 + r + r^2 + r^3 + \cdots$
- Upoštevaj i. in izpelji, da je $|AV| = \dfrac{1}{(1-r)}$
- Kateri znani obrazec smo na ta način dokazali?



[Slika 11] *Vsota geometrijske vrste s pozitivnim količnikom*

Rešitev: Opisani postopek nam ponazarja obrazec za vsoto geometrijske vrste.

Komentar: Naloga je dolga in sorazmerno zahtevna. Zahteva razumevanje in poznavanje lastnosti raztegov (dolžine stranic, vzporednost premic) ter obvladanje sklopa o podobnih trikotnikih. Posebna težava, pa tudi čar, je obravnava postopka, ki ima neskončno korakov. Neskončno mnogo daljic smo zložili eno poleg druge in kot unijo dobili eno samo daljico. Povsem podobno je lahko vsota neskončno mnogo časovnih intervalov enaka enemu same-mu časovnemu intervalu. Primer je na tej točki mogoče povezati z zgodbo o Ahilu in želvi, s tem da naša neskončna vrsta na sliki tudi vizualno zaživi. V tem primeru je vključene veliko matematike. Problem neskončnih postopkov, ki je povzročal velike težave starim Grkom, pa že zaradi zgodovinskih okoliščin ni le tehnični detajl z obrobja človeškega zanimanja, ampak pomembna zmaga razuma pri dojemanju neskončnega.

γ Za konec

Tudi za izkušenega učitelja je koristno, če se tu in tam seznani s kakim novim vidikom poučevanja, saj ga to lahko spodbudi h kritičnemu premisleku in vrednotenju obstoječih poučevalnih praks ali preprosto k osvežitvi svojih pristopov. Pri pouku matematike pa je še posebej pomembno, da ne zdrsnemo zgolj v rutinsko izvajanje postopkov, ampak da spodbujamo razvoj matematičnega mišljenja vsakega posameznika in da z izbiro alternativnih metod poskusimo ključne poante matematike približati tako povprečnim dijakom kot tudi tistim manj in tistim bolj nadarjenim. Vizualne prezentacije, o katerih smo govorili v tem članku, nam pri tem lahko pomagajo. Ob njih bodo učenci morda globlje dojeli ključne matematične ideje tako na intuitivni kot na formalni ravni. Morda nam bo tako učencem uspelo tudi nevsiljivo sporočiti, da je matematika mnogo več kot samo računanje.

δ Literatura

1. Alsina, C., Nelsen, R. B. (2006). *Math Made Visual. Creating Images for Understanding Mathematics*. Washington: The Mathematical Association of America.
2. Berman, L. M. (1999). Teacher as Poet. *Theory into Practice, Vol. 38, No. 1, Redefining Teacher Quality*, 18–23.
3. Giaquinto, M. (2007). *Visual Thinking in Mathematics. An epistemological study.* New York: Oxford University Press.
4. Lockhart, P. (2002). *A mathematician's lament.* Povzeto s spletne strani Mathematical Association of America Online (1. 3. 2011): http://www.maa.org/devlin/LockhartsLament.pdf
5. Murphy, P. K. (2001). *Teaching as persuasion: A new metaphor for a new decade. Theory into practice, Vol. 40, No. 4*, 224–227.

6. Nelsen, R. B. (1993). *Proofs Without Words. Exercises in Visual Thinking.* Washington: The Mathematical Association of America.
7. Nelsen, R. B. (2000). *Proofs Without Words II. More Exercises in Visual Thinking*. Washington: The Mathematical Association of America.
8. Posamentier, A. S. [et al.] (1998). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions: A Resource for the Mathematics Teacher.* Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
9. Tomšič Mavrič, S. (2011). *Primeri podpore matematičnih dokazov z uporabo vizualnih prezentacij: diplomsko delo.* Maribor: FNM UM, spletna stran: http://dkum.uni-mb.si/Dokument.php?id=21506
10. Željko, M. (2003). *Vzorci in zaporedja. Matematika v šoli, letnik 10, št. 3, 4*, 194–207.

Posodobitev pouka s timskim poučevanjem

Updating classes with team - teaching

Helena Kapus
Ekonomska gimnazija in srednja šola Radovljica

Σ Povzetek

V prispevku je predstavljeno interaktivno timsko poučevanje, ki ga izvajava s kolegico v programu ekonomske gimnazije. Za uspešno izvedbo takšne ure je treba podrobno načrtovati delo in usklajevati učitelje, po izvedeni uri pa z evalvacijo ocenimo, ali je bilo delo uspešno in ali so dijaki osvojili cilje. Posebej je opisan primer dobre prakse, in sicer obravnava stožca. Vsebino sva obarvali tudi avtentično in za primer stožca uporabili kozarec.

Ključne besede: interaktivno timsko poučevanje, poučevalni par, geometrija

Σ Abstract

The article presents interactive team teaching, which I performed together with my colleague within the program of the economic gymnasium. The successful realization of such a lesson demands detailed planning and coordination between teachers. After the lesson we run an evaluation, through which we assess whether the work was performed successfully and whether pupils have managed to acquire their goals. We also describe an example of good practice: learning about the cone. We also manage to color our content authentically - in the case of the cone, we used glass.

Ključne besede: *interactive team teaching, pair teaching, geometry*

α Uvod

Poučujem na Ekonomski gimnaziji in srednji šoli v Radovljici, kjer dijake izobražujemo v treh programih: ekonomska gimnazija, ekonomski tehnik in medijski tehnik. Vsako leto na začetku julija izpeljemo tridnevno delovno srečanje celotnega kolektiva, na katerem naredimo evalvacijo tekočega šolskega leta in začrtamo smernice za naslednje šolsko leto. Avgusta na delovnem srečanju naredimo dokončni načrt novega šolskega leta. To obsega načrtovanje vsakega posameznega učitelja in izdelavo njegovega osebnega izobraževalnega načrta, nato se uskladimo znotraj aktivov in na ravni šole.

Interaktivno timsko poučevanje pri matematiki

S kolegico sva v preteklih šolskih letih izvedli vzorčne ure timskega poučevanja na dnevih odprtih vrat naše šole, ki potekajo v novembru tekočega šolskega leta, in na projektnih dnevih.

Timsko sva izvedli že več ur. Zadovoljni sva bili z izvedbo "modeliranja" v drugem letniku ekonomske gimnazije. Medsebojna pomoč učiteljev je zelo dobrodošla, posebej, če eden od učiteljev nima veliko izkušenj pri uvajanju novosti in mu drugi pri tem pomaga. V 4. letniku pa sva v letošnjem šolskem letu izvedli blokuro iz medpredmetnega povezovanja med angleščino in matematiko na podlagi knjige M. Haddona »Skrivnostni primer ali kdo je umoril psa«. Odziv dijakov je bil nad pričakovanjem zelo dober, nad izvedeno uro so bili navdušeni tudi dijaki, ki jim matematika ni pri srcu. V svojih evalvacijah so med drugim zapisali, da šele zdaj bolj razumejo knjigo in glavnega junaka.

Zaradi zelo dobrih izkušenj pri izvajanju timskega poučevanja v programu ekonomske gimnazije sva se v šolskem letu 2010/2011 odločili, da ta način dela sistematično in načrtovano preneseva tudi v program medijski tehnik v 2. letniku pri obravnavi poglavij »funkcije« in »geometrija v ravnini«. Timsko sva izvedli tudi preverjanje znanja pred ocenjevanjem. V oddelkih strokovne šole je tak način dela še učinkovitejši, saj so dijaki po sposobnostih in veščinah zelo, zelo različni in je diferenciacija med njim lažja.

Za priprave ure s timskim poučevanjem porabiva veliko časa, vendar imava že »kilometrino« in kar nekaj pripravljenega gradiva. Tako je delo iz leta v leto lažje. Po zelo dobrem odzivu dijakov, kar je bilo razbrati iz izpolnjenih anket, sva mnenja, da je bil cilj dosežen in da je opaziti pozitiven premik v mišljenju in dojemanju matematike pri dijakih, ki so sicer učno manj uspešni.

Delo v šolskem letu 2010/11

S kolegico sva naredili osebni izobraževalni načrt junija 2010, vanj vključili timsko poučevanje po letnikih in temah. Nato sva pri izdelavi finega kurikula upoštevali najino sodelovanje in se uskladili z delovanjem znotraj aktiva. Vodstvo šole sva prosili za prilagoditev urnika in določili poglavja in letnik, v katerem bova najbolj načrtno timsko sodelovali. V uvodni uri sva dijake seznanili z drugačnim načinom dela. Povedali sva jima, da bova obe naenkrat v razredu enkrat tedensko po potrebi, da je temu prilagojen urnik in da imava obe enake pristojnosti v obeh oddelkih.

Svoje delo in delo dijakov sva budno spremljali. Redno sva opravljali evalvacijo izvedenih ur, se usklajevali glede predelane snovi in vodili evidenco najinih dejavnosti.

Prav tako sva skupaj preverjali znanje dijakov, zato sva pripravili učne liste, preverjanja znanja in teste. Ker pri pouku uporabljamo veliko učnih listov, sva se izognili fotokopiranju tako, da gradivo objavljava v spletni učilnici, dijaki pa ga stiskajo in prinesejo v šolo. Ugotavljava, da so dijaki iz oddelka, ki velja za manj delavnega pri klasičnem pouku, pri delu z računalniki bolj uspešni. Pri evalvaciji izvedenih dejavnosti sva si postavljali vprašanja: »Ali so dijaki usvojili predvidene cilje učne ure?«, »Ali je učna ura potekala tako, kot sva jo načrtovali?«, »Bi morda pri ponovitvi nastopa kaj spremenili?«

Predstavitev primera dobre prakse
V nadaljevanju so predstavljene priprava, izvedba in evalvacija ene šolske ure, izvedene pri poglavju »metrična geometrija v prostoru« v 3. letniku programa ekonomske gimnazije. Tema ure je bila stožec. Pri obravnavi sva uporabili kozarec kot model stožca in s tem nalogo naredili avtentično. Po dobri ideji za izvedbo učne ure sva naredili osnutek učnega lista in ga nekaj časa dopolnjevali z nalogami in navodili. Uskladili sva se glede navodil dijakom pred izvedbo ure in kako bo učna ura potekala. Učni uri je prisostvovala tudi ravnateljica.

IME IN PRIIMEK:	Helena Kapus, Nevenka Kunšič
DATUM:	23. maj 2011
ŠOLA:	EGSŠ Radovljica
RAZRED:	3. Ga
UČNI PREDMET:	Matematika
UČNA TEMA:	**Geometrijska telesa**
UČNA ENOTA:	Problemska naloga, avtentičen primer, največji volumen stožca
UČNI CILJI:	Dijaki/dijakinje: • oblikujejo stožec iz kroga, spreminjajo obliko modela in ugotavljajo limite; • preizkušajo različne modele; • znajo se odločiti v dani situaciji; • znajo prebrati podatke iz tabele in narisanega grafa in sklepati, kaj graf funkcije prikazuje.
POTREBNO PREDZNANJE IN IZKUŠNJE:	Dijaki/dijakinje: BREZ UPORABE TEHNOLOGIJE • znajo analizirati grafe funkcij (predvsem naraščanje, padanje, asimptoto …); Z UPORABO IKT-SREDSTEV • znajo uporabljati Microsoft Office Excel; • poznajo osnove dela z odprtokodnim programom Graph.
FAZE UČNE URE:	• Uvod, predstavitev problema. • Empirično modeliranje, primerjanje modelov med seboj. • Delo s preglednicami. • Zapisovanje funkcije. • Iskanje potrebnih podatkov na grafu funkcije.

UČNE METODE:	• Vodeno raziskovanje, predstavitev, samostojno reševanje. • Interaktivno timsko poučevanje.
POTREBNA PROGRAMSKA OPREMA/UČNA TEHNOLOGIJA:	• Program Excel • Program Graph • Učni list: stozec_dijaki_UL.doc
UČNE OBLIKE:	Frontalna, delo v dvojicah, diferenciacija pouka
UČNA SREDSTVA:	Učni list, izrezan krog, računalnik, projektor, žepna računala
PRIPRAVA PRIPOMOČKOV PRED IZVEDBO::	Izrezan krog iz papirja

Učni list

Učni list: Kozarec

1. **naloga**

   Krog s polmerom R=8 cm prereži do središča kroga. Krog nato zvij v obliko stožca in ga spreminjaj tako, da bodo nastali različni stožci. Pri tem opazuj, kako se spreminjajo njihovi polmeri osnovnih ploskev in višine. Odgovori na spodaj zastavljena vprašanja in izpolni tabelo.

Navodilo: Stožce oblikuj tako, da se višina stožca manjša proti 0.

H kateri vrednosti se tedaj približuje:	**Odgovor:**
• polmer osnovne ploskve stožca?	
• prostornina stožca?	
• površina stožca?	

kozarec za martini http://www.cocktailequipment.com/

Navodilo: Stožce oblikuj tako, da se polmer osnovne ploskve stožca manjša proti 0.

H kateri vrednosti se tedaj približuje:	**Odgovor:**
• višina stožca?	
• prostornina stožca?	
• površina stožca?	

2. **naloga**

   Iz kroga, ki je narejen iz plastificiranega papirja, želimo oblikovati kozarce v obliki stožca. Svoj krog oblikuj v stožec tako, da lahko v tako oblikovan kozarec natočiš največjo

količino tekočine. Sponko zatakni ob rob kozarca. Svoj kozarec pokaži sošolcem. Odgovori na vprašanje:
Kolikšen polmer in kolikšno višino ima po tvojem mnenju kozarec, v katerega lahko natočimo največjo količino tekočine? Kaj iščemo?

3. naloga:
Pravilnost svoje ugotovitve boš lahko ocenil v tej nalogi. S pomočjo žepnega računala izpolni spodnjo tabelo. Polmer stožca tabeliraj s korakom 0,5 cm na intervalu [0,8], nato izračunaj višino in prostornino stožca. Rezultate zaokrožuj na 5 mest natančno. Tabeliraš lahko tudi v Excelu.

Polmer osnovne ploskve stožca $r = x$ **cm**	**Višina stožca** v	**Prostornina stožca** V	**Polmer osnovne ploskve stožca** $r = x$ **cm**	**Višina stožca** v	**Prostornina stožca** V
0			4,5		
0,5			5		
1			5,5		
1,5			6		
2,5			6,5		
3			7		
3,5			7,5		
4			8		

Odgovori na vprašanje:
Pri katerem polmeru osnovne ploskve je volumen stožca največji?

Primerjaj ta rezultat z oceno polmera stožca, ki si ga oblikoval v drugi nalogi, in zapiši svojo ugotovitev.
Ugotovitev:____

4. naloga:
Poskusimo še drugače. Zapiši funkcijski predpis za volumen stožca v odvisnosti od polmera osnovne ploskve stožca. V je volumen stožca, $r = x$ je polmer osnovne ploskve.
$V = f(x) =$______________________

Funkcijo vnesi v program Graph in iz grafa razberi, kdaj je volumen stožca največji. Primerjaj ta rezultat z rezultatom iz 2. naloge in iz 3. naloge.
Ugotovitev:_________________________

Potek učne ure

V nadaljevanju je opisan podroben potek učne ure. V uvodnem delu sva z dijaki ponovili snov, jih motivirali za delo in jih razdelili na pare. V glavnem delu smo obravnavali novo snov, na koncu pa snov ponovili in utrdili.

Čas	UČITELJ 1	UČITELJ 2	DIJAKI
UVODNI DEL: ponavljanje in uvodna motivacija			
5 min.	Dijake razdeli v dvojice. Z dijaki ponovi osnovne pojme o geometrijskih telesih in formule.	Pripravi računalnik in prosi dijake, naj pripravijo izrezan krog z danim polmerom, ki so ga naredili za DN, in poskrbi za delitev učnih listov.	Odgovarjajo na zastavljena vprašanja.
GLAVNI DEL: obravnavanje nove snovi			
30 min.		Dijakom obrazloži namen učne ure in model stožca poveže z avtentično situacijo: oblikovanje kozarca v obliki stožca z največjim volumnom.	Oblikujejo prerezan krog v stožec.
	1. naloga: Spodbudi dijake, da preberejo besedilo, in pomaga pri reševanju naloge.	1. naloga: Dijakom pomaga pri reševanju naloge in jih s podvprašanji usmerja k cilju.	1. naloga: S pomočjo zvijanja kroga v stožec ugotavljajo, kako se spreminjajo odnosi med količinami v stožcu.
	2. naloga: Dijakom poda navodilo, da krog zvijejo v stožec tako, da bo volumen po njihovem mnenju največji.	2. naloga: Parom poda navodilo, naj spnejo svoj stožec z največjim volumnom ob robu in ga primerjajo s stožci sošolcev. Vsak par naj izmeri polmer osnovne ploskve svojega stožca.	2. naloga: Oblikujejo stožce z največjim volumnom in zapišejo polmer svojega stožca.
	3. naloga: V dialogu z drugo profesorico vodi pogovor z dijaki, jih usmerja pri raziskovanju problema in pomaga pri tabeliranju funkcije z računali. Iz tabele preberejo polmer osnovne ploskve stožca z največjo prostornino.	3. naloga: Spremlja par na računalniku pri delu s preglednicami v Excelu. Dijaka svojo tabelo projicirata na tablo, medtem pa sošolci računajo z računali. Dijaki zaznajo prednost uporabe tehnologije. Dijaka prebereta iz tabele polmer osnovne ploskve stožca z največjo prostornino.	3. naloga: Dijaki tabelirajo in iščejo povezave med količinami v stožcu. Primerjajo rezultate obeh skupin, oboje pa s svojim modelom stožca.

Čas	UČITELJ 1	UČITELJ 2	DIJAKI
30 min.	4. naloga: Poda navodila dijakom, da zapišejo funkcijski predpis za volumen stožca v odvisnosti od polmera osnovne ploskve.	4. naloga: Vodi dijaka za računalnikom, da vneseta funkcijo v program Graph in poiščejo njen maksimum. Sliko projicirajo na tablo.	4. naloga: Zapišejo funkcijo in jo vnesejo v program Graph. S pomočjo programa najdejo maksimum funkcije. Primerjajo polmere stožcev z največjo prostornino svojega modela, izračunanega v tabelah in prebranega iz grafa.
	V medsebojnem dialogu profesorici skupaj z dijaki naredita povzetek učne ure in komentirata rezultate.	V medsebojnem dialogu profesorici skupaj z dijaki naredita povzetek učne ure in komentirata rezultate.	
SKLEPNI DEL: ponavljanje in utrjevanje			
	3. naloga: V dialogu z drugo profesorico vodi pogovor z dijaki, jih usmerja pri raziskovanju problema in pomaga pri tabeliranju funkcije z računali. Iz tabele preberejo polmer osnovne ploskve stožca z največjo prostornino.	3. naloga: Spremlja par na računalniku pri delu s preglednicami v Excelu. Dijaka svojo tabelo projicirata na tablo, medtem pa sošolci računajo z računali. Dijaki zaznajo prednost uporabe tehnologije. Dijaka prebereta iz tabele polmer osnovne ploskve stožca z največjo prostornino.	3. naloga: Dijaki tabelirajo in iščejo povezave med količinami v stožcu. Primerjajo rezultate obeh skupin, oboje pa s svojim modelom stožca.

Analiza učne ure

Dijaki so prvi del naloge reševali dolgo časa, gotovo od 10 do 15 minut. Najprej sva jih opazovali, nato pa sva parom pomagali, da so sami prišli do svojih zaključkov. V razredu je bil samo en računalnik, zato je pri tretji nalogi le en par dijakov tabeliral volumen stožca v odvisnosti od polmera stožca s pomočjo programa Excel, drugi so si pomagali z računali. Pri tem delu naloge so dijaki spoznali, kako učinkovito nam lahko pomaga tehnologija. Četrto nalogo smo rešili skupaj s projiciranjem na tablo. Funkcijo smo vnesli v program Graph in opazovali, kje ima maksimum. Ker nam je že zmanjkovalo časa, smo ta del naloge naredili zelo na hitro.

[Slika 1] Izdelki dijakov

Načrtovano je bilo, da uro izvedemo v računalniški učilnici, vendar žal nobene ni bilo na razpolago. Že vnaprej sva vedeli, da bo to velik minus pri izvedbi ure, kar so navedli tudi dijaki v svoji analizi. Odziv dijakov je bil zelo dober tako zaradi naloge kot načina poučevanja, ker imajo dijaki radi timsko poučevanje.

Po izvedeni uri naju je zanimalo mnenje dijakov, zato sva pripravili kviz v spletni učilnici Moodle. V nadaljevanju navajava vprašanja kviza in odgovore dijakov. Na kviz je v predvidenem roku odgovorilo 75 odstotkov dijakov.

Mnenja dijakov o izvedeni uri

Samo en dijak je podal negativno mnenje, drugi so bili z uro zadovoljni. Pri vsakem vprašanju podajava le nekaj tipičnih odgovorov, ki so se najpogosteje pojavljali.

Ali ti je bila učna ura všeč? Kako si se počutil?

- *Učna ura mi je bila všeč. Vzdušje v razredu je bilo odlično.*
- *Da, celotna ura se mi je zdela zanimiva ter sproščena.*
- *Učna ura mi je bila všeč, ker se je učitelj lahko bolj posvetil posameznemu učencu. Počutil sem se sproščeno.*
- *Učna ura mi je bila zelo všeč, ker smo lahko sami razmišljali in iskali rešitve. S samostojnim delom in pa malo drugačnim potekom ure (zanimivejšem) si snov lažje zapomnim.*
- *Pri teh urah se vedno počutim, da lahko dobim več pomoči in mi ni nerodno vprašati, saj sta v razredu dve profesorici, ki neprestano hodita po razredu in pomagata.*
- *Ura mi ni bila preveč všeč. Lažje si zapomnim snov pri običajnih urah.*

Kaj ti je bilo pri uri posebej všeč?

- *Posebej mi je bilo všeč, da sta bili v razredu dve profesorici in je bilo na razpolago več pomoči.*
- *Da smo učenci vse rešitve ugotovili sami.*
- *Posebej všeč mi je bilo to, da so vaje temeljile tudi na našem razmišljanju o iskanju novih rešitev ter da sta bili v razredu dve profesorici.*
- *Posebej mi je bilo všeč, ker smo naloge reševali preko računalnika.*
- *Všeč mi je bilo delo v dvojicah in nazorna razlaga. Prav tako mi je bilo všeč, da smo se naučili, kako formule uporabljati v vsakdanjem življenju.*
- *Mislim, da je bila ura v celoti zelo dobro pripravljena, pa tudi dve profesorici sta bili prisotni, tako da sta se nam bolj posvetili in nam pomagali.*
- *Najbolj všeč mi je bilo oblikovati krog – stožec tako, da ima največjo prostornino. Tu smo se lahko domislili lastnih idej – ni bilo vse že splošna resnica (napisane formule, katerim bi sledili).*
- *Všeč mi je bilo, da smo imeli izrezane stožce, ker smo si tako lažje predstavljali, kar je želela naloga.*
- *Všeč mi je bilo, da smo do rešitev prišli sami, ne pa s pomočjo točnih formul ter da ni bilo potrebno delati samostojno, ampak v parih.*
- *Še posebej mi je bilo všeč samostojno razmišljanje (ko smo zvijali stožce in ugibali, pri kakšni prostornini lahko vanj zlijemo največ tekočine).*

Kaj te je posebej motilo?

- *Nič.*
- *Da nismo bili v učilnici z več računalniki, tako bi lahko vsak delal v Excelu.*
- *Motilo me je, da vsak učenec ni imel svojega računalnika.*
- *Motilo me je, da nismo delali z računalniki.*
- *Mislim, da bi morali imeti vsaj 2 uri, saj je bilo na koncu premalo časa.*
- *Mogoče me je motilo le to, da gre vse skupaj prehitro naprej in težko dohajam snov.*
- *Premalo časa. Moti me, da nismo imeli časa rešiti nalogo do konca samostojno, saj so bile naloge zanimive.*
- *Motilo me ni nič, morda bi bilo lažje delati vaje na računalnikih.*
- *Računanje na kalkulator, ker je to delo za program Excel.*
- *Motilo me je to, da nismo najprej predelali teorije in smo se ukvarjali z nalogami, od katerih nismo imeli nič. Eno in isto formulo smo ponovili več kot 10-krat.*

Kaj bi pri izvedbi podobne ure spremenil?

- *Da bi bili v multimedijski učilnici.*
- *Nič.*
- *Mogoče bi spremenila to, da bi bili v računalniški učilnici, toda tudi brez tega je bila ura odlična.*
- *Nič ne bi spremenil. Pohvalil bi profesorici za dobro izvedeno uro.*
- *Da bi takrat, ko bi bili v razredu 2 profesorici, jemali novo snov ali pa delali vaje, kot jih delamo pri navadni uri.*
- *Spreminjala ne bi nič, lahko pa bi večkrat imeli takšne ure.*
- *Da bi bila taka ura blok ura, da bi matematiko še bolj prikazali v vsakdanjem življenju ter s primeri iz življenja.*
- *Želim si več podobnih ur, ne klasičnih, saj tako bolj samostojno razmišljamo, pri navadnih urah pa ponavadi samo prepisujemo s table dane naloge.*

β Zaključek

Interaktivno timsko poučevanje ocenjujem kot zelo dobrodošlo posodobitev pouka. Omogoča bolj poglobljeno obravnavo učne snovi, še posebej, če ga izvajata učitelja različnih predmetov. Priporočam ga parom, ki spoštujejo delo drug drugega in se dobro razumejo, ker je potrebno veliko sprotnega prilagajanja pri načrtovanju ur. Za uspešno timsko poučevanje je smiselno, da učitelji oblikujejo stalne poučevalne pare, saj je treba delo in dialog nadgrajevati, spoznavati drug drugega pri reševanju novih problemov in pri izvajanju novih učnih situacij. K temu pripomore tudi sprotna evalvacija. Pomembno si je zastavljati vprašanja: »Ali so dijaki usvojili predvidene cilje učne ure?«, »Ali je učna ura potekala tako, kot sva jo načrtovala?«, »Bi morda pri ponovitvi nastopa kaj spremenili?«

Timsko poučevanje je tudi dober vzgojni zgled dijakom, tako v smislu dobrega sodelovanja med profesorji kot primer dobrega delovanja tima.

γ Viri in literatura:

1. *Gradivo s posveta: Posodobitev učnih načrtov: Vpeljevanje in spremljanje ter usposabljanje učiteljev*, 9. januar 2009.
2. *Gradivo s seminarja Graph*, oktober 2006.
3. *Gradivo s seminarja, Matematično modeliranje,* pripravil Samo Repolusk.
4. Žakelj, Amalija (2003). *Kako poučevati matematiko.* Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
5. Sobel, M. A., Maletsky, E. M. (1999). *TeachingMathematics: A sourcebookof aids, activities, andstrategies, 3rd edition.* NeedhamHeights: Allynand Bacon.

Geogebra v šoli

Geogebra in the school

Klara Pugelj
Srednja šola Veno Pilon
Ajdovščina

Σ Povzetek

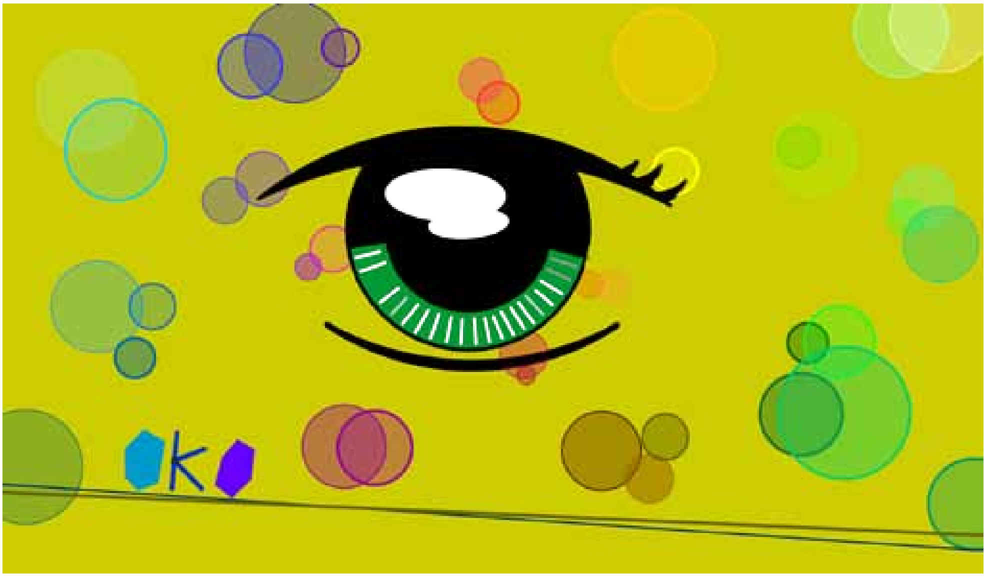
V prispevku je opisan primer medpredmetne povezave med matematiko in likovno umetnostjo z uporabo programa za dinamično geometrijo. Predstavljeni sta dve šolski uri, v katerih so dijaki hkrati z učenjem osnovnih geometrijskih pojmov in zakonitosti usvojili tudi osnove dela z Geogebro. V samem članku je opisan tudi primer ustvarjalne domače naloge, ki je povezala matematiko z likovno umetnostjo. Ogledate si lahko delovni list za dijake in nekaj najzanimivejših slik, ki so jih ustvarili.

Ključne besede: Geogebra, program za dinamično geometrijo, geometrija, geometrijski objekti, umetniške slike, ustvarjalnost, medpredmetne povezave

Σ Abstract

The article describes an example of intercurricular cooperation between mathematics and fine arts, which was carried out with the usage of a program for rendering dynamic geometry. We present two lessons with help of which pupils, learning the basics of geometrical concepts and laws, managed to learn the basics of how to work with Geogebra at the same time. The article also describes an example of creative homework, which is connected to mathematic as well as to fine arts.

Keywords: *Geogebra, program for dynamic geometry, geometry, geometrical objects, paintings, creativity, inter-subject cooperation*



[Slika 1] Avtor Žiga Smrekar

α Uvod

Uporaba tehnologije je danes sestavni del vsakdanjega življenja, zato mora šola poskrbeti, da se dijaki usposobijo za njeno uporabo. Informacijsko-komunikacijska tehnologija je med drugim sredstvo za razvoj matematičnih pojmov, omogoča pa tudi, da dijaki razvijajo svoje ideje. Tako lahko s pomočjo ustreznega računalniškega programa, kot je na primer Geogebra (program za dinamično geometrijo), medpredmetno povežemo matematiko in likovno umetnost.

Kot pripravnica za matematiko na Gimnaziji Vič sem se skupaj s svojo mentorico Nives Mihelič Erbežnik, profesorico za matematiko na Gimnaziji Vič, odločila, da dijakom prvega letnika predstavim ta program in jih spodbudim k razvijanju kreativnosti z domačo nalogo, ki bo osmislila matematično vsebino in povezala matematiko in umetnost.

β Prvo srečanje z geogebro

Z mentorico sva timsko izvedli dve šolski uri, pri katerih so dijaki v parih, vsak par na svojem računalniku, spoznali osnove uporabe Geogebre. Obe učni uri sem vodila jaz, mentorica pa mi je bila pri tem v pomoč. Za dijake sem pripravila naslednji učni list:

GEOMETRIJA V GEOGEBRI – učni list

Geogebra je prosto dostopen program za dinamično geometrijo. Najdemo ga na spletni strani www.geogebra.org.

1.naloga: Osnovni geometrijski pojmi

a) Nariši tri nekolinearne **točke**.
b) Nariši tri kolinearne točke in **premico**, na kateri ležijo te tri točke.
c) Narisani premici nariši **vzporednico** in **pravokotnico** skozi točko, ki ne leži na tej premici.

Če kliknemo z desnim miškinim gumbom na geometrijski objekt, ga lahko ***skrijemo***, ***prikažemo*** ali ***skrijemo njegov opis***, ***vklopimo sled objekta***, ga ***preimenujemo***, ***zbrišemo*** ali mu ***spremenimo katero od lastnosti***.

d) Spremeni lastnosti narisanih točk in premic: pravokotnico odebeli in pobarvaj rdeče, pri narisanih točkah uporabi za slog krogec rdeče barve velikosti 5, vzporednico pobarvaj modro in uporabi slog črtkano.
e) Nariši **poltrak** in ga poimenuj h.
f) Nariši **daljico** UV in odčitaj njeno dolžino.
g) K daljici UV načrtaj **skladno daljico**.

2. naloga: Krožnica in krog

Nadaljujmo risanje v **novem oknu**, v katerem vključimo vidnost koordinatnih osi in koordinatne mreže.

a) Nariši **krožnico** s središčem v točki $S(1, 2)$ in polmerom 4.
b) Nariši tri premice k tej krožnici: **sekanto**, **tangento** in **mimobežnico**.
c) Nariši še **tetivo** skozi dve točki na krožnici.
d) Izračunaj **dolžino narisane tetive**, **obseg krožnice** in **ploščino kroga**, ki ga krožnica omejuje.

e) V novem geometrijskem oknu nariši naslednji dve krožnici:
   - krožnico c s središčem v točki $A(-2, 2)$, ki vsebuje točko $B(-3, 2)$,
   - krožnico d s središčem v točki $C(-2, 5)$ in polmerom 2.

V kakšni **medsebojni legi** sta krožnici?

f) Krožnico *c* vzporedno premakni tako,
   - da se bosta krožnici sekali v dveh točkah;
   - da krožnici ne bosta imeli skupnih točk;
   - da bosta krožnici koncentrični.

3. naloga: Konveksna in konkavna množica

a) Naštej nekaj primerov **konveksnih množic** in jih tudi nariši.
b) Nariši nekaj primerov **konkavnih množic**.

4. naloga: Večkotnik

a) Nariši **6-kotnik** in ga obarvaj rdeče. Robovi naj bodo debeline 4.
b) Ali si narisal **konveksen 6-kotnik**?
c) Nariši vse **diagonale** narisanega 6-kotnika.
d) Koliko diagonal ima narisani 6-kotnik?
e) Nariši **pravilni 10-kotnik** in **pravilni 20-kotnik**.
f) Nariši **trikotnik** z oglišči $A(-1, -2)$, $B(5, 2)$ in $C(1, 5)$.
g) Nariši vse tri **težiščnice** in označi **težišče**.
h) Izračunaj **ploščino trikotnika**.
i) Nariši **premico** $y = -x - 4$ in prezrcali trikotnik čez to premico. Ali se je trikotniku spremenila **orientacija**?
j) Prezrcali trikotnik čez točko $T(-4, 4)$. Ali se je trikotniku spremenila orientacija?

5. naloga: Drsniki

a) Kreiraj **drsnik** za parameter na intervalu od –3 do 3 s prirastkom 0˙5 in ga poimenuj k.
b) Kreiraj drsnik za parameter na intervalu od –5 do 5 s prirastkom 1 in ga poimenuj n.
c) Nariši **graf linearne funkcije** $f(x) = kx + n$.
d) Z orodjem za izbiro in premik objektov povleci drsnika in opazuj lego premice.
e) Kreiraj drsnik za kot na intervalu od 0° do 360° s prirastkom 1° in ga poimenuj α. Drsnik odebeli. Nato nariši **kot z dano velikostjo** $\boldsymbol{\alpha}$. Nariši tudi oba **kraka** (poltraka) in ju pobarvaj zeleno. Z orodjem za izbiro in premik objektov povleci drsnik in opazuj velikost kota.

6. naloga

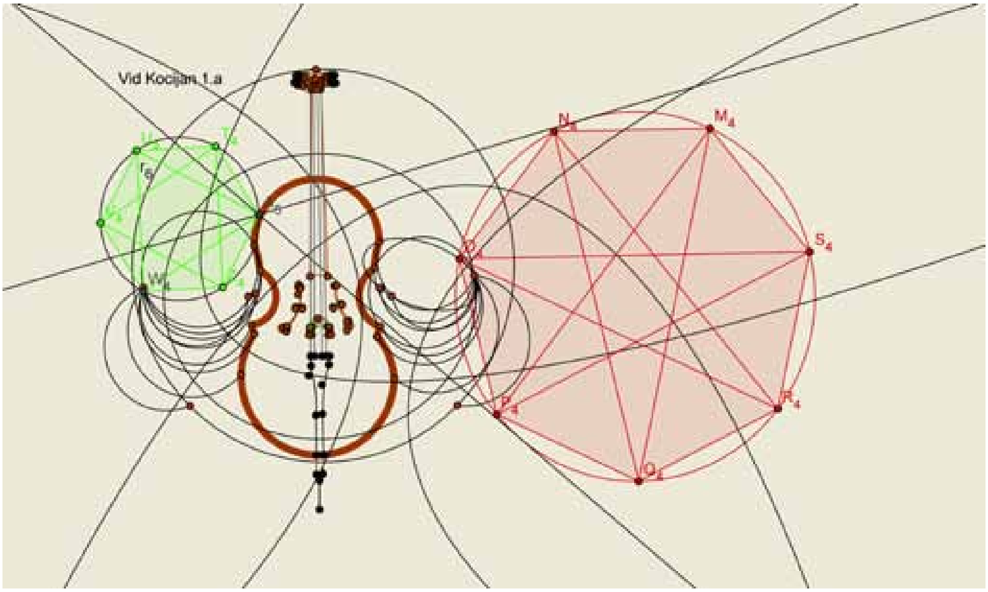
Na spletni strani ***http://am.fmf.uni-lj.si/pajcevina-a4b72334/pajcevina.htm*** si oglej, kako narišemo pajčevino v Geogebri. Nariši jo tudi ti.

Domača naloga

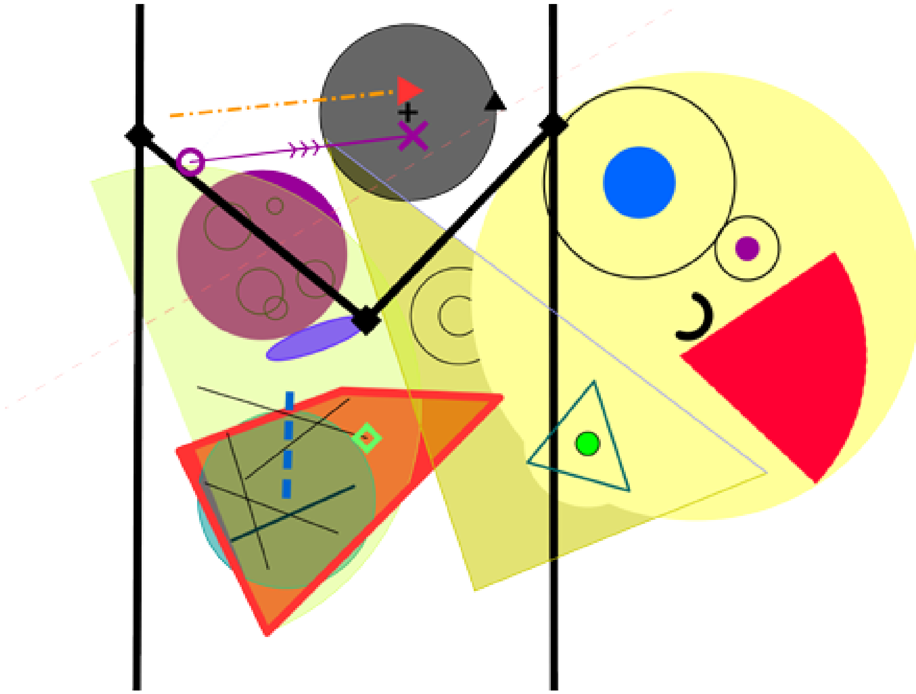
V Geogebri nariši sliko, na kateri naj bodo poljubno izbrani geometrijski objekti (krožnica, točka, večkotnik, kot, premica …). Za navdih so ti lahko slike nadrealističnih slikarjev **Joana Mirója** in **Wassilyja Kandinskega**, ki jih najdeš na spletu s pomočjo spletnega brskalnika. Oba sta znana po svojih abstraktnih slikah, ki vsebujejo različne geometrijske objekte.

Narisanih naj bo najmanj **30 objektov** in med njimi **najmanj 5 različnih**. Objekti naj bodo **vsaj treh barv in različnih slogov**. Na sliki naj bo napisano tvoje ime, priimek in razred. Sliko shrani kot **ImePriimek.ggb** (na primer JanezNovak.ggb).

Prvo šolsko uro so se dijaki spoznavali z Geogebro. Raziskali so vse menije (datoteka, urejanje, pogled, možnosti, orodja, okno in pomoč), samostojno našteli in preizkusili vsa orodja v orodni vrstici in odkrili, da vsak izraz v algebrskem oknu ustreza določenemu geometrijskemu objektu, ki so ga konstruirali na risalni površini. Rešili smo prve tri naloge na delovnem listu. Ker so se dijaki prvič srečali z Geogebro, so naloge reševali vodeno z mojo pomočjo. Novih ukazov so se učili z opazovanjem, saj so lahko moje delo spremljali preko projekcije na tablo. Pokazala sem jim, kje najdemo posamezen ukaz, nato pa so dijaki sami narisali, kar je naloga od njih zahtevala. Ker sem tudi jaz sočasno reševala naloge, so lahko svoje rešitve preverili na tabli. Pri tem smo definirali nove geometrijske pojme in jih predstavili v Geogebri.



[Slika 2] Avtor Vid Kocijan



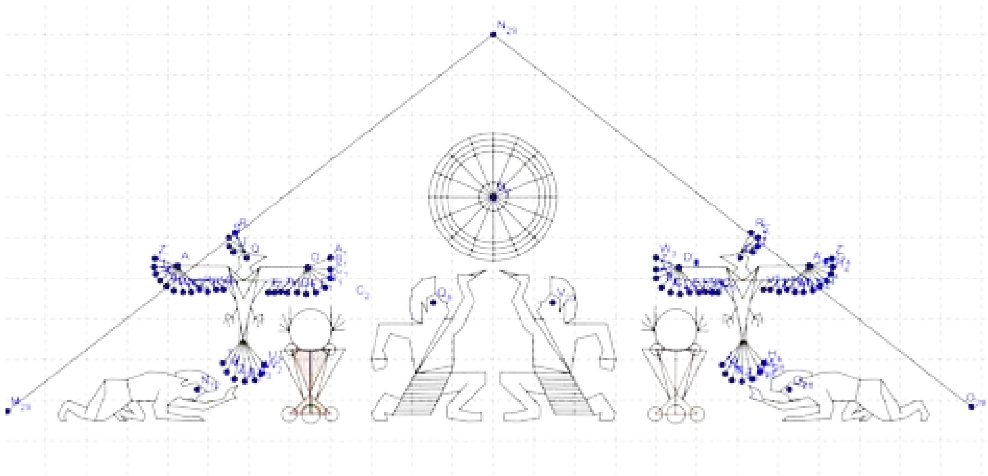
[Slika 3] *Avtor Urban Merhar*

V naslednji šolski uri smo rešili še preostale tri naloge. Ob koncu druge ure so dijaki dobili tudi domačo nalogo, ki jih je spodbudila k ustvarjalnosti, osmislila matematično vsebino in povezala matematiko z likovno umetnostjo.

γ Kaj smo se naučili?

Dijaki so se naučili uporabljati orodja v orodni vrstici, kar pomeni narisati točko, premico, krožnico, večkotnik, poltrak, kot … Spoznali so, kako objekte premikamo, preimenujemo in jim spreminjamo lastnosti. Med drugim pa so se naučili tudi narisati graf linearne funkcije in narediti objekte dinamične s pomočjo drsnika. Tako smo združili učenje geometrije z učenjem novega računalniškega programa. Ker je program prosto dostopen na internetu (www.geogebra.org), so si ga dijaki namestili na svojem domačem računalniku in doma nadaljevali raziskovanje vseh funkcij, ki jih program omogoča.

Dijaki so se tako naučili uporabljati program, ki jim bo v nadaljevanju njihovega šolanja v veliko pomoč. Geogebra ima namreč za vsakega srednješolca veliko uporabno vrednost, saj združuje geometrijo in algebro ter omogoča tako konstrukcije geometrijskih objektov kot načrtovanje grafov funkcij. Z vsemi objekti je mogoče računati in jih dinamično spreminjati. V obeh učnih urah so dijaki hkrati ponovili, kaj že vedo o geometrijskih objektih iz osnovne šole in spoznali nekatere nove pojme in zakonitosti.



[Slika 4] *Avtor Urban Kavčič*

δ Domača naloga

Da bi z mentorico spodbudili dijake k samoizobraževanju, učenju v novi situaciji, raziskovanju in razvijanju njihove ustvarjalnosti, sva jim dali naslednjo domačo nalogo. Narisati so morali sliko v Geogebri, ki je vsebovala poljubno izbrane geometrijske objekte (krožnico, točko, večkotnik, kot, premico itd.). Na sliki je moralo biti najmanj 30 objektov in med njimi najmanj 5 različnih. Objekti so morali biti vsaj treh barv in različnih slogov. Za navdih so jim bile slike nadrealističnih slikarjev Joana Mirója in Wassilyja Kandinskega, ki so jih poiskali na spletu s pomočjo spletnega brskalnika. Oba sta namreč znana po svojih abstraktnih slikah, ki vsebujejo različne geometrijske objekte. Kot dodatna motivacija je bila desetim najboljšim in najizvirnejšim dijakom obljubljena odlična ocena pri matematiki.

Dijaki so se potrudili in nastale so nekatere izjemne slike, ki si jih lahko v članku ogledate. S pomočjo Alenke Pikl Osole, profesorice za likovno umetnost na Gimnaziji Vič, smo izbrale deset dijakov z najboljšimi izdelki. V ocenjevanje dijaki niso bili vključeni. Naš kriterij pri izbiri izdelkov je bila izvirnost izdelka, kar pomeni, da smo iskale enkratne, neponovljive, nenavadne in izjemne slike. Pri pouku likovne umetnosti so se v eni izmed naslednjih ur pogovorili o nastalih izdelkih in tako na narisane geometrijske objekte pogledali tudi skozi umetniške oči. Pri pouku matematike smo si ogledali vse izdelke in razglasili nagrajene dijake.

ε Evalvacija

Dijaki so bili nad domačo nalogo navdušeni. Za oddajo naloge so imeli na voljo dva tedna in vsi, razen dveh dijakov, so se potrudili in nalogo naredili samostojno. Zanje je bila še posebej zanimiva, ker je vsebovala sodobno tehnologijo in se je razlikovala od drugih domačih nalog. Čeprav smo jim bile profesorice na voljo za kakršno koli vprašanje, ki se jim je pojavilo pri raziskovanju programa in ustvarjanju, dijaki pri uporabi programa niso imeli težav in niso potrebovali dodatnih pojasnil.

Z Geogebro so se dijaki prvič srečali in njeno uporabo hitro usvojili. Ni se jim bilo težko naučiti novega programa, saj jim delo z računalnikom ni tuje. Najlažje jim je bilo narisati osnovne geometrijske pojme, kot so na primer točka in premica, najtežje pa jim je bilo ustvariti drsnik, saj nekateri niso bili zbrani in so preslišali postopek oblikovanja le-tega. Pri spreminjanju debeline roba večkotnika so nekateri namesto tega spremenili debelino ene stranice, saj se niso z miško postavili v notranjost večkotnika, ampak na njegov rob.

Dijaki so rešili vse naloge na delovnem listu, razen zadnje (6. naloge), ki se je je lotilo le nekaj dijakov, saj je drugim zmanjkalo časa. Kdor je želel, jo je potem rešil za domačo nalogo. Ker so delali v parih, so si lahko med seboj pomagali. Pri tem so bili glasnejši, vendar samega poteka učne ure niso motili.

ζ Sklep

Z odzivom dijakov sem bila zelo zadovoljna, saj so z zanimanjem raziskovali vse možnosti programa, ki jih ta omogoča. To potrjuje tudi dejstvo, da so se pri domači nalogi potrudili in pokazali veliko ustvarjalnosti.

Pri učni uri, pri kateri dijaki uporabljajo računalnike, je profesorjevo vodenje dijakov zahtevnejše kot pri klasični učni uri, saj dijaki kaj hitro del pozornosti preusmerijo na računalnik in začnejo početi druge stvari, ki jih ne bi smeli. Zato je dobro, da sta v razredu dva profesorja, tako da lahko eden izmed njiju opravlja vlogo usmerjevalca uporabe računalnika v skladu s cilji učne ure. Obenem pa lahko drugi učitelj dijakom tudi pomaga in prispeva k bolj konstruktivnemu učenju.

Smiselno se mi zdi izvesti nekaj učnih ur z računalnikom v vsakem letniku pri učni snovi, ki jo je mogoče obravnavati s pomočjo ustreznega računalniškega programa. Učne ure z računalnikom so lahko uvodne motivacijske ure v določeno poglavje, lahko pa s pomočjo računalnika poglobimo ali utrdimo znanje matematike. Pomembno je, da s takimi dejavnostmi sledimo ciljem pouka matematike, vzporedno pa pri dijakih lahko poleg matematične kompetence razvijamo tudi druge (uporaba IKT, samoiniciativnost in ustvarjalnost). Takšne učne ure večini dijakov predstavljajo nov izziv, saj so dejavni na drugačen način kot pri pouku brez računalnika.

V prihodnje si želim izpeljati še kakšno podobno učno uro, ki bo povezala matematiko še s kakšnim drugim učnim predmetom. Pri tem bo moj cilj usmerjen v približevanje matematike interesom dijakov in prikazu njene uporabne vrednosti na različnih področjih njihovega delovanja.

η Viri in literatura:

1. spletna stran http://www.geogebra.org (31. 5. 2011).
2. spletna stran http://am.fmf.uni-lj.si/pajcevina--a4b72334/pajcevina.htm (31. 5. 2011).
3. Kavka, D., Šparovec, J., Pavlič, G., Rugelj, M. (2006). Linea. Ljubljana: Modrijan.
4. Legiša, P. (2000). Matematika 1, Geometrija v ravnini. Ljubljana: DZS.

Spet smo v meddržavnem merilu osvojili dve srebrni medalji

Sonja Rajh
Zavod RS za šolstvo

Na spletni strani http://sl.lefo.net/ so zapisani interaktivni številski izrazi, s pomočjo katerih lahko udeleženci utrjujejo izvajanje računskih operacij, učitelji mentorji pa jim lahko kadar koli ustvarijo razredno, šolsko ali medšolsko tekmovanje, kjer se pomerijo s seboj, s časom in z vrstniki. Udeležijo se lahko tudi državnega tekmovanja, ki ga je letos že šesto leto zapored organiziral Zavod RS za šolstvo.

Državno tekmovanje poteka v treh tekmovalnih krogih, ki trajajo po dva tedna, in ni namenjeno samo učencem osnovne šole, temveč tudi srednješolcem in odraslim (študentje, starši, učitelji …). Zato tekmovanje poteka v šestih starostnih kategorijah in v različnih množicah števil (z naravnimi števili in številom 0, s celimi števili ali z decimalnimi števili), tako da se prilagodimo učnemu načrtu za matematiko v posameznem razredu.

Tekmovanje je do finalnega izbora anonimno in vsak posameznik spremlja svoje rezultate prek aplikacije na spletu. Pri pripravah na tekmovanje dobi uporabnik za napačne poskuse povratno informacijo o svojih napakah.

Po končanih treh tekmovalnih krogih seštejemo rezultate dveh najboljših krogov za vsakega tekmovalca posebej. Najboljših dvanajst tekmovalcev iz prvih štirih starostnih kategorij in šest najboljših tekmovalcev iz zadnjih dveh kategorij se uvrsti v državni finale.

Letos smo finale, ki je bilo 9. 3. 2012, spet izvedli v računalniških učilnicah OŠ Mirana Jarca Črnomelj.

Finalisti so dosegli naslednje rezultate (zapisani so le trije najbolje uvrščeni v vsaki starostni kategoriji):

Starostna skupina	Mesto	Ime in priimek	Šola	Razred	Št. točk
Prva (učenci 1., 2. in 3. razreda osnovne šole)	1.	Rene Žižek	Osnovna šola Tišina	2.	14386
	2.	Matevž Hvala	Osnovna šola Šmihel Novo mesto	2.	13229
	3.	Mark Gajšek	Osnovna šola Marije Vere Kamnik	2.	10920
Druga (učenci 4. in 5. razreda osnovne šole)	1.	Urh Krafogel	Osnovna šola Mirana Jarca Črnomelj	5.	17083
	2.	Marko Bjelčevič	Osnovna šola Mirana Jarca Črnomelj	5.	13888
	3.	Lucas Lozar	Osnovna šola Tišina	5.	13030
Tretja (učenci 6. in 7. razreda osnovne šole)	1.	Dominik Lozar	Osnovna šola Mirana Jarca Črnomelj	7.	18963
	2.	Kaja Tuškei	Osnovna šola Tišina	7.	18468
	3.	Jan Gimpelj	Osnovna šola Šmihel Novo mesto	7.	13115
Četrta (učenci 8. in 9. razreda osnovne šole)	1.	Maša Juras	III. osnovna šola Celje	9.	18352
	2.	Matija Lovšin	Osnovna šola Mirana Jarca Črnomelj	9.	18051
	3.	Eugenija Janjoš	Osnovna šola Mirana Jarca Črnomelj	9.	13677
Peta (srednje-šolci)	1.	Aljaž Majcen	Gimnazija Ormož	2. letnik	17013
	2.	Gregor Hvala	Gimnazija Jurija Vege Idrija	2. letnik	16919
	3.	Rok Markelc	Srednja šola za elektro-tehniko in računalništvo Ljubljana	1. letnik	15713
Šesta (odrasli)	1.	Srečko Janjoš	Osnovna šola Mirana Jarca Črnomelj	odrasli	13785
	2.	Milena Korpar Majcen	Osnovna šola Sveti Tomaž	odrasli	12812
	3.	Nusa Zagorc	Osnovna šola Gornja Radgona	odrasli	10534

Najboljši tekmovalci so se uvrstili še na meddržavno tekmovanje, v katerem sodelujemo z Litvo, Latvijo in Estonijo. Tako je 17 tekmovalcev iz Slovenije 28. 4. 2012 v Rokiškisu v Litvi zastopalo našo državo.

Tako kot lansko leto so nam naši tekmovalci spet v različnih kategorijah pridobili dve srebrni medalji. Dosegla sta jih Urh Krafogel in Maša Juras. Čestitamo!

Na meddržavnem tekmovanju so tekmovalci razvrščeni v drugačne starostne kategorije kot na državnem tekmovanju. Rezultati naših tekmovalcev na meddržavnem tekmovanju so naslednji:

Starostna skupina	Mesto	Ime in priimek	Razred	Število točk
Primary (učenci od 1. do 3. razreda)	7.	**Rene Žižek**	2.	14807
	13.	**Nika Zabukovšek**	3.	12329
	15.	**Domen Jug**	3.	12293
	19.	**Nejc Mravinc**	3.	10195
Basic (učenci od 4. do 6. razreda)	2.	**Urh Krafogel**	5.	18903
	9.	**Marko Bjelčevič**	5.	16642
	14.	**Lucas Lozar**	5.	13947
	15.	**Matej Puš**	5.	13532
	16.	**Sinja Mežnar**	5.	13364
Girls (dekleta od 7. razreda OŠ do konca SŠ)	2.	**Maša Juras**	9.	20315
	5.	**Kaja Tuškei**	7.	18360
	11.	**Eugenija Janjoš**	9.	16078
Boys (fantje od 7. razreda OŠ do konca SŠ)	8.	**Matija Lovšin**	9.	20038
	10.	**Dominik Lozar**	7.	18168
	13.	**Rok Markelc**	1. letnik	15362
Women (odrasle ženske)	9.	**Nusa Zagorc**		10969
Men (odrasli moški)	9.	**Srečko Janjoš**		14570

Vsi tekmovalci iz leta v leto izboljšujejo svoje rezultate in zvišujejo doseženi rekord. Njihovi mentorji zadovoljno ugotavljajo, da nimajo več težav z izvajanjem računskih operacij in da jim je računanje postalo igra.

Vam in vašim učencem želim obilo veselja z računanjem.

[Slika 1] Naša »srebrna« Maša in Urh.

[Slika 2] Z diplomami v roki smo se ponosno slikali ob državni zastavi, saj smo dostojno zastopali Slovenijo.

Vzgojno izobraževalno delo z nadarjenimi učenci osnovne šole

Tanja Bezić (ur.), 2012, 359 str., 31,40 €
Stopnja izobraževanja: osnovna šola

Priročnik temelji na najsodobnejših spoznanjih edukacijskih ved in ugotovitvah svetovno znanih strokovnjakov s področja odkrivanja in dela z nadarjenimi učenci. Sestavljen iz teoretičnega uvoda o učni diferenciaciji in individualizaciji ter konkretnih primerov prepoznavanja nadarjenih učencev pri pouku različnih predmetov in področij. Posebni prispevek je namenjen tudi individualiziranim načrtom vzgojno-izobraževalnega dela (INDEP), ki naj bi predstavljali osnovno sintezo spoznanj o značilnostih učenca, njegovih potrebah, interesih in željah ter idej in dogovorov učiteljev in učenca ter staršev o tem, kako učencu čim bolje prilagoditi vzgojno-izobraževalno delo v šoli, pa tudi dejavnosti zunaj nje. V priročniku so predstavljena izhodišča za prilagajanje vzgojno-izobraževalnega dela pri posameznih predmetih in drugih vzgojno-izobraževalnih aktivnostih ter primeri uspešne prakse. V veliko pomoč bo vsem strokovnim delavcem, še posebej učiteljem razrednega in predmetnega pouka ter ravnateljem. Priročnik pomembno prispeva k pogledu, smislu in pomenu posebne skrbi za nadarjene učence v osnovni šoli.

Informacije in naročila za vse opisane publikacije:

- po pošti: Zavod RS za šolstvo, Poljanska 28, 1000 Ljubljana
- po faksu: 01/3005 199
- po elektronski pošti: zalozba@zrss.si
- na spletni strani: http://www.zrss.si/default_zalozba.asp

Nadarjeni dijaki lahko posežejo po knjižici Prizemljitev infinitezimalnega računa

Mirjam Bon Klanjšček
Gimnazija Nova Gorica

Profesor fizike na Škofijski gimnaziji v Ljubljani, mag. Tine Golež, je izdal knjižico z gornjim naslovom. Tine Golež je fizik, ki pa se zelo rad spogleduje z matematiko in povezuje ti dve vedi. Tudi v reviji Matematika v šoli je bilo objavljenih več njegovih prispevkov. Tokratna knjižica PRIZEMLJITEV INFINITEZIMALNEGA RAČUNA, ki sta jo strokovno pregledala prof. dr. Peter Legiša in Gregor Bregar, diplomirani inženir fizike, je namenjena tako profesorjem matematike na gimnazijah, ki bodo našli uporabne vsebine za popestritev in obogatitev pouka matematike, fizike ali dejavnosti, namenjenih nadarjenim matematikom, kot tudi nadarjenim dijakom, matematičnim navdušencem, ki se bodo sami odločili za tako branje, zato da bi bolje razumeli infinitezimalni račun.

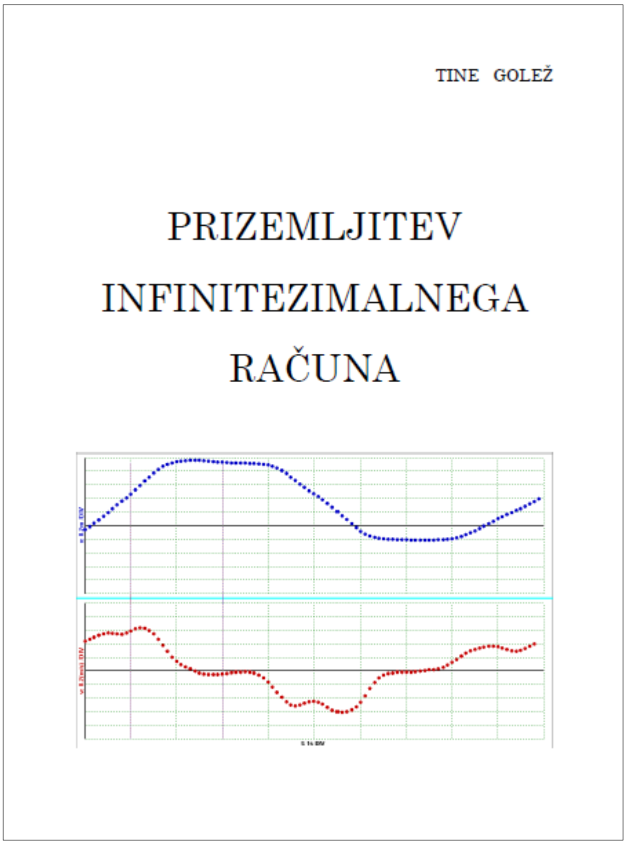
Infinitezimalni račun je, kot pravi avtor, *»čudoviti dosežek človeškega uma«*.

V knjižici najdemo na 63 straneh povezavo infinitezimalnega računa z gibanjem telesa, z odbojem žoge, z vzmetjo, z dolžino krivulje pri vodoravnem metu, z inducirano napetostjo in opravljenim delom, z žagasto napetostjo, s stiskanjem in raztezanjem plinov in še z drugimi zanimivimi področji iz resničnega življenja. Iskanje lokalnega ekstrema je prikazano na primerih dometa izstrelka, pri varčevanju ogrevanja hiše in pri dveh nabojih. Tudi jajce je povezano z infinitezimalnim računom, popeljemo pa se celo v vesolje. Brez tekočin ne gre, zato je opisano padanje kroglice v detergentu in strel v vodo. Če pobrskate po YouTubu in vpišete »1234tine4321«, najdete šest kratkih videoposnetkov, ki nekatere od opisanih stvari v knjižici še natančneje prikažejo.

Besedilo smiselno dopolnjujejo izpeljane enačbe, grafi in fotografije.

Končujemo z mislijo avtorja, objavljeno v epilogu omenjene knjižice: »*To delo je glas siren, ki skušajo privabiti in spodbuditi nadarjeno mladino na pot znanosti in tehnike ali pa vsaj orisati odličnost in uporabnost infinitezimalnega računa. V nasprotju s sirenami, ki so Odiseja in njegove tovariše vabile v pogubo, je spev te knjige klic k razumevanju in nima prav nobenih hudobnih namenov.*«

Če pa vas še kar koli zanima v zvezi s to knjižico, vam bo avtor z veseljem odgovoril. Nanj se lahko obrnete po e-pošti tine.golez@guest.arnes.si.



Nadarjeni učenci pripravili matematična večera na OŠ Ivana Roba Šempeter pri Novi Gorici

Karmen Debenjak
Osnovna šola Ivana Roba
Šempeter pri Gorici

Učenci nas pri urah matematike velikokrat sprašujejo, kje bodo določene matematične pojme uporabljali v vsakdanjem življenju in zakaj jih pravzaprav potrebujejo. Prav tako večina učencev ne najde takoj povezav med različnimi predmeti, pa čeprav obravnavamo iste cilje. Tako se mi je porodila ideja, da bi učence poskušala naučiti, kako naj odkrivajo medpredmetne povezave in kje vse lahko matematiko srečamo v vsakdanjem življenju.

Tako smo maja leta 2011 in leta 2012 organizirali prva dva matematična večera.

Prvi matematični večer smo posvetili raziskovanju matematike v naravi, drugemu pa smo dali naslov: »Zapojmo in zaigrajmo z matematiko«, saj smo raziskovali povezavo med matematiko in glasbo.

Na ti dve prireditvi smo povabili starše, sorodnike, strokovne delavce naše šole, učitelje matematike z drugih šol, upokojene učitelje matematike, ki so poučevali na naši šoli, predstavnike Sveta staršev in Sveta zavoda ter predstavnike Zavoda za šolstvo v Novi Gorici.

Ideja, da bi širši javnosti predstavili naše raziskovalno delo, je nastala v okviru koncepta dela z nadarjenimi. Kar precej učencev se je odločilo, da bodo razširjali znanje na področju matematike. Poleg učencev, ki so bili opredeljeni kot nadarjeni, pa so se raziskovanja matematike lotili tudi drugi učenci.

Delo je potekalo večinoma po pouku pa tudi v našem prostem času. Veliko smo se osebno dogovarjali, uporabljali smo tudi elektronsko pošto in e-učilnico za izmenjavo mnenj, za oddajo osnutkov, nedokončanih nalog in tudi končnih izdelkov.

Raziskovanje posamezne teme se je začelo že leto pred posameznim matematičnim večerom. Že v juniju 2010 sem učence izzvala, da poiščejo čim več materiala na obširno temo matematika in narava.

Zares smo začeli delati v septembru 2010. Zbrani material in fotografije smo preverjali s pomočjo različne literature, oblikovali smo seminarske naloge z vsemi ključnimi elementi raziskovalnih nalog, kot so povzetek, ključne besede, kazalo, uvod, predstavitev teoretičnega dela, metod dela, opis praktičnega dela, zaključek, viri in literatura. Sledilo je pripravljanje predstavitev. Učenci so si teme izbrali sami, zato so bili zelo motivirani za delo. Naše raziskovanje matematike in narave smo nato povezali v celoto.

α Matematični večer: Matematika v naravi

Predstavitev sta začeli Kaja Koglot in Keti Bofulin, ki sta na kratko predstavili zgodovino matematike in pomen besede »mathema«.

Tjaša Merljak in Kristina Mavrič Zavnik sta med našimi učenci tretje triade naredili raziskavo uporabe računalnika, televizije in prenosnih telefonov. Svoje ugotovitve sta predstavili s pomočjo različnih grafov in preglednic.

Monika Zoroja in Veronika Pipan sta se podobno kot Euler spraševali, ali se je mogoče v občini Šempeter - Vrtojba sprehoditi čez vseh sedem mostov potoka z imenom Vrtojbica tako, da se nobena pot ne ponovi in da se na koncu vrneš na izhodiščno mesto. Ugotovili sta, da pri nas obstaja Eulerjev obhod.

Ana Jarc je raziskovala zlati rez in njegovo pojavljanje v naravi. Zbrala je zelo veliko različnih fotografij, ki prikazujejo zlato spiralo v naravi, primere zlatega kota in peterokotnika v naravi ipd. Tanja Peric je predstavila Fibonaccijevo zaporedje in njegovo pojavljanje v storžih nekaterih iglavcev, v polžjih hišicah, cvetači in brokoliju ... Poglobila se je tudi v Fibonaccijevo zaporedje in filotakso ter poiskala primere pri različnih rastlinah.

Emanuel Zorn je v svoji nalogi raziskoval, kako bi v naravi ugotovili, kako visoko je posamezno drevo. Predstavil nam je različne načine merjenja določenega drevesa in seveda pripomočke, ki jih pri tem potrebujemo.

Hana Kifle in Katjuša Petkovšek sta nam predstavili pomen zrcaljenja čez premico. S pomočjo različnih fotografij sta prikazali osno simetrijo, ki jo najdemo v naravi.

Zala Rejec je s pomočjo sošolcev v matematični učilnici sušila različno sadje. Pri tem je z natančnim opazovanjem, s tehtanjem in sistematičnim zapisovanjem meritev izračunala, koliko odstotkov vode je v jabolkih, hruškah, kivijih, kakijih in v bananah.

Oskar Gorjan in Jure Lukežič sta se poglobila v optične prevare. Predstavila sta nam, zakaj nastajajo optične prevare. Dodala sta tudi veliko zanimivih primerov, tako iz vsakdanjega življenja kot tudi primerov, kjer so uporabljeni geometrijski pojmi.

Eva Jedrlinič Peloz in Ada Pašić sta optične prevare predstavili s pomočjo Escherjevih

[Slika 1] *Učenci, ki so pripravili matematični večer leta 2011, z učiteljico.*

del, v katerih je uporabljal neskončne sklenjene trakove, tlakovanja ravnine in limitne prehode. Maja Istenič in Eva Ferrjančič sta se poglobili v raziskovanje fraktalov. Predstavili sta nam linearne fraktale, še posebej Kochovo snežinko, in tudi nelinearne fraktale. Pripravili sta tudi veliko slikovnega gradiva, kjer so prikazani fraktali v naravi, npr. cvetača, brokoli, praprot, drevesa, strela, fjordi ipd.

V čast prvemu matematičnemu večeru smo pripravili tudi zbirko gobelinov, ki smo jih izdelali v krožku logika in pri izbirnem predmetu matematična delavnica 7. To zbirko smo poklonili vsem udeležencem prvega matematičnega večera.

Po uspešno izvedenem prvem matematičnem večeru,smo dobili dodaten zagon za pripravo novega.

β Matematični večer: Zapojmo in zaigrajmo z matematiko

Tudi na ta večer smo se začeli pripravljati že ob koncu šolskega leta 2011. Učenci so dobili navodilo, naj zberejo čim več materiala na temo *matematika in glasba*. Tako smo imeli v septembru 2011 pred seboj veliko različnih idej, kaj vse naj bi raziskali. Našli pa smo tudi raziskovalno nalogo učencev OŠ Nazarje z naslovom Zveneča matematika, kjer so zbrali veliko elementov, ki smo se jih namenili raziskovati. Njihove ugotovitve smo nadgradili in dopolnili z našimi ugotovitvami. Na prireditvi so sodelovali tudi učenci Glasbene šole Nova Gorica: Andrej Batič, Sara Bensa, Filip Cernatič, Tina Fornazarič, Sara Gorkič, Maks Klinec, Aljaž Markič, Matija Podberšič, Rebeka Pregelj, Zarja Pregelj, Boštjan Rojc, Polona Šuligoj, Matej Turk in David Vinazza ter Mladinski pevski zbor Šempeter - Vrtojba. S tako široko paleto nastopajočih smo želeli povezati različne ustanove in pokazati, da so naši učenci dejavni tako pri nas v šoli kot tudi zunaj nje. Hkrati pa smo različne glasbene in matematične pojme poskusili predstaviti na živ, občinstvu zanimiv način.

Predstavitev je začela Etel Žorž s povezavo med matematiko in glasbo in s povezavo različnih lastnosti, ki jih morata imeti matematik in glasbenik.

Julija Polanc se je dotaknila vzporednosti v notnem črtovju in odnosa med točko in premico. To je povezala z notami v notnem črtovju.

Eva Winkler je raziskala notne vrednosti in jih predstavila s pomočjo ulomkov. Iz notnih vrednosti je razvila geometrijsko zaporedje s konstanto $q=\frac{1}{2}$ in z začetnim členom $a_1=1$, kar je predstavila kot zaporedje $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$... Poglobila se je tudi v razširjanje in krajšanje ulomkov.

To pa je povezano s taktom in taktovskim načinom, ki ga je predstavila Ana Skrt. V taktu je našla povezavo s seštevanjem in z odštevanjem ulomkov.

Julija Polanc je raziskala rakov postop in zrcaljenje čez premico.

Rebeka Pregelj je s pomočjo svojega instrumenta (flavte) predstavila avgmentacijo in diminucijo ter ju povezala z množenjem in deljenjem s številom 2. Predstavila je tudi podaljšano trajanje notnih vrednosti (nota s piko, vezaj, korona) in jih zapisala kot seštevanje ulomkov.

Tina Bukovič se je poglobila v število 12, saj glasbene lestvice temeljijo na številu 12 (oktava je razdeljena na dvanajst enakih delov, na dvanajst enot, dvanajst tonov in poltonov). Ob glasbenih pojmih je raziskala število 12 tudi kot obilno in vzvišeno število.

Tina Fornazarič je transponiranje povezala z vzporednim premikom. S pomočjo

[Slika 2] *Učenci, ki so pripravili matematični večer leta 2012, z učiteljico.*

glasbenih vložkov in petja nam je razložila oba pojma.

Žan Gajser je predstavil različne glasbene ključe. Povezavo z matematiko je našel v različnih številskih sestavih.

Ana Marija Belingar in Nika Horvat sta raziskovali zapise o pitagorejcih, o Pitagori in njegovem dojemanju glasbe. Pri raziskovanju njegovega dela v povezavi z glasbo sta se dotaknili različnih razmerij, zaporedij, množenja in deljenja z 2, reševanja enačb.

Učenci so se v svojih predstavitvah dotaknili različnih področij: zgodovine, glasbe, gospodinjstva, naravoslovja z biologijo in fiziko, likovne vzgoje in arhitekture, računalništva ...

Tak način dela pozitivno vpliva na razvoj učencev, saj so spoznali način analitičnega, sistematičnega dela. Prisiljeni so bili komunicirati med seboj in z mentorjem in pri tem uporabljati IKT-tehnologijo. Naučili so se nastopati pred razredom in pred širšo javnostjo. Ker so si teme izbrali sami, so bili motivirani za raziskovanje, vztrajni pri delu, imeli so visoko storilnostno motivacijo, zato so tudi uživali v dosežkih.

Tak način dela omogoča nov odnos v komunikaciji med učencem in njegovim mentorjem – učiteljem.

Seminarji za učitelje/ učiteljice matematike v šolskem letu 2012/13

Seminarji so objavljeni v Katalogu programov nadaljnjega izobraževanja in usposabljanja strokovnih delavcev v vzgoji in izobraževanju – KATIS. Katalog je dostopen na spletni strani Ministrstva za izobraževanje, znanost, kulturo in šport.

Seminar PRISTOPI K REŠEVANJU MATEMATIČNIH PROBLEMOV NA RAZREDNI STOPNJI

- 20. 1. 2013 – 20. 3. 2013, Radenci

Informacije: vesna.vrsic@zrss.si

Seminar SESTAVLJAM PREIZKUS ZNANJA IZ MATEMATIKE V 3. TRILETJU OSNOVNE ŠOLE

- 1. 11. 2012 –30. 11. 2012, Maribor
- 15. 1. 2013 –15. 2. 2013, Ljubljana

Informacije: jerneja.bone@zrss.si

Seminar DRUGE OBLIKE VREDNOTENJA ZNANJA PRI MATEMATIKI

- 5. in 6. april 2013, Ljubljana

Informacije: sonja.rajh@zrss.si

Seminar USPEŠEN PRI MATEMATIKI V ŠOLI IN NA MATURI TUDI Z UPORABO ŽEPNIH (GRAFIČNIH IN SIMBOLNIH) RAČUNAL

- 26. 10. 2012, 15. 11. 2012 –15. 12. 2012, Maribor
- 5. 1. 2013, 15. 1. 2013 –15. 2. 2013, Ljubljana

Informacije: amela.sambolic-beganovic@zrss.si

Seminar RAZVOJ STATISTIČNE PISMENOSTI PRI POUKU MATEMATIKE V SREDNJI ŠOLI

- marec 2013

Informacije: mateja.sirnik@zrss.si

Seminar POKLICNA MATURA IZ MATEMATIKE V NOVIH PROGRAMIH

- november 2012

Informacije: mojca.subanambroz@zrss.si

Seminar SESTAVLJAM PISNI PREIZKUS ZNANJA IZ MATEMATIKE V SREDNJI ŠOLI

- november 2012, Maribor
- februar 2013, Ljubljana

Informacije: jerneja.bone@zrss.si

je del dodatne ponudbe Zavoda RS za šolstvo. Več o seminarju si preberite na spletni strani Zavoda RS za šolstvo (Usposabljanja → Seminarji) http://www.zrss.si/default.asp?rub=211. na povezavi dodatna ponudba.

Ponudba usposabljanj v okviru e-šolstva za predmetno področje matematika

Člani e-področne skupine za matematiko in člani predmetne skupine za matematiko na Zavodu RS za šolstvo so pripravili naslednja **svetovanja**.

Svetovanje **Osnovni program svetovanja za predmet matematika v OŠ in SŠ** je namenjeno pregledu dosedanje rabe IKT pri pouku matematike. Glede na obstoječe stanje udeleženci preizkusijo za njih ustrezno izbrane vzorčne primere preizkušenih e-gradiv in pod mentorstvom svetovalca izdelajo novo e-gradivo in ga didaktično analizirajo. Ob pomoči svetovalca načrtujejo nadaljnji razvoj na področju rabe IKT.

Svetovanje za uvajanje e-gradiv pri matematiki je primerno tako za začetnike kot vešče uporabnike, poznavalce in avtorje e-gradiv, saj izhaja iz predznanja in potreb udeležencev matematičnih in naravoslovnih vsebin. Prek aktivne udeležbe na svetovanju se bodo udeleženci seznanjali z delom z e-gradivi in posebnostmi didaktike pri matematiki in naravoslovju (fiziki, kemiji, biologiji).

Ob svetovalčevih nasvetih in izkušnjah bodo pregledali nekatere primere e-gradiv, ali izdelali svoje e-gradivo ter načrtovali delo z e-gradivi vnaprej.

Svetovanje **Postanimi interaktivni v 4 urah na i-tabli pri matematiki** je primerno tako za začetnike kot vešče uporabnike i-table, saj izhaja iz predznanja in potreb udeležencev matematičnih in naravoslovnih vsebin. Prek aktivne udeležbe na svetovanju se bodo udeleženci seznanjali z delom na i-tabli in posebnostmi didaktike pri matematiki in naravoslovju.

Ob svetovalčevih nasvetih in izkušnjah bodo nadgradili primere gradiv iz spletne učilnice Zbiranje gradiv ali izdelali svoje i-gradivo ter načrtovali delo z i-tablo vnaprej.

Svetovanje **Uspešen pri matematiki tudi z uporabo računal/nikov** je primerno tako za začetnike kot vešče uporabnike računal/nikov in pripadajoče programske opreme, saj izhaja iz predznanja in potreb udeležencev s področja matematičnih vsebin.

Prek aktivne udeležbe na svetovanju se bodo udeleženci seznanjali z didaktično rabo računal/nika pri pouku matematike skozi primere dobrih in preizkušenih gradiv. Udeleženci bodo preizkusili vzorčne primere gradiv in izdelali lastne predloge. Ob svetovalčevih nasvetih in izkušnjah se bodo seznanili z možnostmi povezave z drugimi pripomočki in programi.

Udeleženci svetovanja **Uporaba spletne aplikacije za Hitro in zanesljivo računanje** se bodo naučili uporabljati spletno aplikacijo, s pomočjo katere učenci na interaktiven način ob igri utrdijo izvajanje računskih operacij. Spoznali bodo primere didaktične rabe te spletne aplikacije pri pouku matematike. Udeleženci se po želji naučijo tudi kreirati šolska in razredna spletna tekmovanja.

V posodabljanju so tudi seminarji namenjeni učiteljem matematike.

Več o seminarjih in svetovanju si lahko preberete na spletni strani http://www.sio.si/, kjer se lahko za usposabljanja tudi prijavite.